HOMOTECIA

Tiraje: *100* ejemplares

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO

PUBLICACIÓN PERIODICA Nº 7 AÑO 5 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 2 de Julio de 2007

EDITORIAL

El pensamiento de Simón Rodríguez es una llama que brilla más en este nuestro tiempo que en su época. La trascendencia que le damos hoy a su ideario se vincula a la influencia que se le acredita ejerció sobre el ideal libertario de Simón Bolívar en dos momentos importantes de la vida de éste: la soledad de una niñez de Bolívar signada por la pérdida de sus padres y el compañero de viaje durante una juventud veinte añera en constante rebeldía.

Su origen familiar no fue el más cónsone para las normativas sociales de la época que le tocó vivir. Ser abandonado por sus padres implicó padecer la exclusión de la élite colonial. Es decir, en su momento, un personaje sin importancia histórica. Pero las referencias que de su personalidad han trascendido a nuestro tiempo, lo presentan como un ser sumamente inteligente, instruido, autosuficiente, crítico, inconforme; características éstas que muestran a un vencedor de dificultades a pesar de una formación con desventajas sociales. Su capacidad comprobada lo llevó a ejercer cargos públicos, como por ejemplo a las órdenes del mariscal Antonio José de Sucre cuando este fue presidente de Bolivia.

Rodríguez tuvo una prolífica producción literaria sobre política, educación y otros temas, elaborando documentos cuya pertinencia los hace vigentes en los actuales momentos. En estos escritos manifestó que era necesario buscar soluciones propias para los problemas de Hispanoamérica, sintetizada esta idea en la siguiente expresión: *"La América Española es original y originales han de ser sus instituciones y su gobierno. Originales sus medios de fundar uno y otro. O Inventamos o Erramos"*.

Es de hacer relevante que la propuesta de Simón Rodríguez de una educación social de alto contenido socialista, ocurre en un momento histórico donde las pautas sociales, políticas y educativas, interpretadas como elementos de dominación, las establecía la institución eclesiástica, la que a su vez velaba celosamente para que se diera su estricto cumplimiento. Así, la propuesta de Rodríguez es contradictoria a la educación privada religiosa monopolizada por el sector privilegiado en ese momento social, que no daba opciones a situaciones desequilibrantes al poder que ejercía. Por esto, en su época, sus propuestas educativas son relegadas al olvido porque las mismas implicaban la autoridad augusta del pueblo en función de la voluntad popular, de una soberanía de la mayoría ejercida directamente proporcional a la virtud de la sabiduría, la razón, las luces, la ilustración, el conocimiento de las leyes, estado anagógico hacia donde debían ir la Educación y la República.

Pero hoy en día se puede pensar en lo útil que pueden ser las propuestas de Simón Rodríguez, si estas se encausan hacia la atención de grupos de estudiantes provenientes de conglomerados sociales en desventajas; y sometidos de alguna manera a exclusiones y discriminaciones. También se puede analizar cómo formar docentes a través de su práctica, siendo los mismos responsables de la producción y sistematización del conocimiento pedagógico.

El pensamiento progresista de Simón Rodríguez y las condiciones actuales de nuestra nación, han llevado recientemente a una continua revisión de sus escritos. Los mismos constituyen una evidencia histórica sobre los rasgos de la sociedad colonial no sólo de Venezuela sino de las otras naciones de la región. Su posición ideológica reflejada en estos documentos, son una crítica a esta sociedad colonial y que permiten comparar esa situación con la actual. Si existen elementos similares en ambas épocas para toda la región, esto constituye un aspecto sumamente delicado porque así como permiten afirmar la existencia de un proceso de reafirmación de identidades nacionales, también pueden ser reflejo de un proceso sistemático de segregación social, idea no tan descabellada si se observa el pauperismo histórico presente en grupos poblacionales de estas naciones.

Quienes apoyan una solución educativa para la salida a la crisis social endémica tanto venezolana como latinoamericana, ven en el ideario de Rodríguez quizás la herramienta pertinente. Trasciende entonces el pensamiento de Simón Rodríguez como la llama de un fuego que no ha extinguido ni el histórico egoísmo clasista ni el paso inexorable del tiempo.

CONJETURAS EN MATEMÁTICA (VII)

En Matemática, una *conjetura* es una afirmación que se supone cierta, pero que no ha sido probada ni refutada hasta la fecha; y que cuando se comprueba, entonces se le considera un *teorema*. Es bueno hacer notar que en este proceso de comprobación, aunque se suceden continuos intentos fallidos, éstos han permitido la obtención de nuevos e innovadores conocimientos matemáticos.

Nos comprometimos en publicar las más conocidas y en continuación de ello, hoy publicamos la *Conjetura de Mertens.*

Conjetura de Mertens.-

En teoría de números, si se define la función de Mertens como:

$$M(n) = \sum_{1 \le k \le n} \mu(k)$$

donde μ(k) es la función de Möbius, entonces la conjetura de Mertens postula que:

$$|M(n)| < \sqrt{n}$$

En 1885, Stieltjes afirmó haber demostrado este resultado, pero no publicó una demostración, probablemente porque descubrió que tenía un error.

La conjetura de Mertens es interesante, porque, si se demostrara su veracidad, eso implicaría que la famosa hipótesis de Riemann también es cierta. Sin embargo, en 1985, te Riele y Odlyzko demostraron que la conjetura de Mertens es falsa.

FRANZ MERTENS
1840 - 1927
Matemático alemán. Nació el 20 de marzo de 1840 en Środa, ducado de Poznań, reino de Prusia, hoy en día Środa Wielkopolska, Polonia; y murió el 5 de marzo de 1927 en Viena, Austria.

El nexo con la hipótesis de Riemann se basa en el hecho de que se puede derivar el resultado

$$\frac{1}{\zeta(z)} = z \int_1^\infty \frac{M(x)}{x^{z+1}} dx$$

donde $\zeta(z)$ es la función zeta de Riemann. La conjetura de Mertens significaría que esta integral converge para Re $(z) > 1/2$, lo que a su vez implicaría que $1/\zeta(z)$ está definido para $\mathrm{Re}(z) > 1/2$ y por simetría para $\mathrm{Re}(z) < 1/2$. Así, los únicos ceros de $\zeta(z)$ estarían en $\mathrm{Re}(z)=1/2$, como dice la hipótesis de Riemann.

FUENTE: Wikipedia® de Wikimedia Foundation, Inc. Junio 25, 2006

REFLEXIONES

"Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano".

Isaac Newton

Prof. Julio Natera
Jefe del Departamento de Matemática y Física

Prof. Rafael Ascanio H.
Jefe de la Cátedra de Cálculo

Prof. Próspero González M.
Adjunto al Jefe de Cátedra

Coordinadores publicación de HOMOTECIA:

Prof. Rafael Ascanio H.
Prof. Próspero González M.

Las ideas y opiniones de los autores de los artículos que publicamos en HOMOTECIA son responsabilidad de los mismos. Si algún lector tiene objeciones sobre éstas, agradecemos nos haga llegar por escrito sus comentarios.

La Hipótesis de Riemman para jóvenes estudiantes

Por: ***Argimiro Arratia*** arratia@ma.usb.ve
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar

Artículo publicado en el calendario CENAMEC año 2000, mes de Febrero.

Estimado estudiante:

Es la opinión de la mayoría de los matemáticos del mundo, que la Hipótesis de Riemman es el problema más importante de las matemáticas aún sin resolver… posiblemente. Al parecer un matemático de nombre francés, quien labora en la Universidad de Purdue, EEUU, afirma haber resuelto este problema. Pero hasta que su solución no salga debidamente publicada y avalada por una buena cantidad de matemáticos, considera el reto de ser tú el primero en resolverla. Te explico entonces, de manera sencilla, lo que es la Hipótesis de Riemann, aunque no con las palabras que utilizó Bernhard Riemman en 1859. (Sí, este es un problema bastante antiguo.)

Considera los números naturales, 1, 2, 3, 4, 5, …, etc., y desecha los que sean divisibles por el cuadrado de un natural mayor que 1; es decir, borramos de la lista el 4, 8, 9, 16, 18, 20, 24, …, etc., para obtener los naturales **libres de cuadrados**:

1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 23, …

Cada uno de los naturales de la lista anterior, excepto el 1, tiene una factorización única como producto de números primos distintos. Algunos de estos naturales libres de cuadrados son el producto de un número **par** de distintos primos, y otros son el producto de un número **impar** de distintos primos. Llamemos a un número natural **bueno** si es el 1 o si es el producto de un número par de distintos primos, y llamémoslo **malo** si es el producto de un número impar de distintos primos. Así, 6 = 2 x 3 es bueno y 30 = 2 x 3 x 5 es malo.

La Hipótesis de Riemman dice que, para cualquier natural n grande, la diferencia numérica entre los buenos y los malos que hay entre 1 y n no es mucha. De manera más precisa:

Hipótesis de Riemman: Sea $\varepsilon > 0$. Entonces existe N tal que para todo $n > N$, la cantidad de naturales malos en $[1,n]$ no difiere de la cantidad de naturales buenos en $[1,n]$ por más de $n^{1/2+\varepsilon}$.

Por ejemplo, si n = 30, los naturales libres de cuadrados entre 1 y 30 son:

1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 23, 26, 29, 30.

Entre éstos, sólo hay ocho buenos: 1, 6, 10, 14, 15, 21, 22 y 26, y once malos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 y 30 . Vemos que la diferencia entre ellos es de tres números malos y $3 < 30^{1/2}$.

Si calculas la diferencia entre malos y buenos (o entre buenos y malos) en $[1,n]$ para otros n, puedo asegurarte que tu resultado será $< n^{1/2}$; lo cual parece indicar que ε en la Hipótesis de Riemman debería tomarse igual a 0. Esto mismo pensó un matemático alemán, llamado Franz Mertens, en 1897, y se arriesgó a conjeturar lo siguiente:

Conjetura de Mertens: Para todo $n > 1$, la disparidad entre los naturales malos y los buenos en $[1,n]$ es siempre menor que $n^{1/2}$.

Mertens murió mucho antes de que otros matemáticos refutaran su conjetura. En 1985, Odlyzko y te Riele, demostraron que existen infinitos valores de n para los cuales los buenos exceden a los malos en el intervalo $[1,n]$ por más de $(1{,}06)n^{1/2}$. Pero también demostraron que existen infinitos valores de n para los cuales los malos exceden a los buenos en el intervalo $[1,n]$ por más de $(1{,}009)n^{1/2}$.

Así que, amigo estudiante, no descartes ese ε ni te limites a N = 1 cuando intentes demostrar la Hipótesis de Riemman y ¡a trabajar!

TRABAJANDO EN CÁLCULO

Por: Prof. Rafael Ascanio H. – Prof. Próspero González M.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE – UC

CÁLCULO INTEGRAL: INTEGRAL INDEFINIDA.

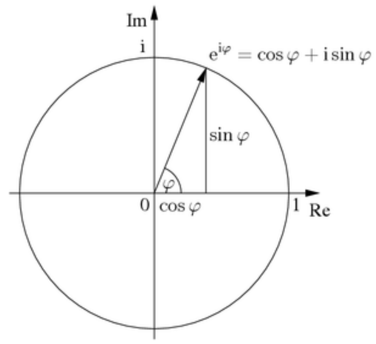
TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN.

Integración de funciones trigonométricas sobre la base de la fórmula de Euler.-

Fórmula de Euler: Esta fórmula, atribuida al matemático suizo **Leonhard Euler** (1707-1783), establece que $e^{ix} = \cos x + i\,sen\,x$ para todo número real *x*, donde *e* es la base de los logaritmos naturales, *i* es la unidad imaginaria, sen o sin (seno) y cos (coseno) son las conocidas funciones trigonométricas.

Esta fórmula contiene dos tipos de simetrías: una par y la otra impar. Coseno es igual tanto para valores positivos y negativos de la variable *x* por lo que se dice que esta función tiene simetría par. Seno varía en signo de acuerdo con el signo de la variable *x* por lo que se dice que tiene simetría impar.

La fórmula puede interpretarse geométricamente como una circunferencia de radio uno (circunferencia unitaria) en el plano complejo, dibujada por la función e^{ix} al variar *x* sobre los números reales. Así, *x* es el ángulo de una recta que conecta el origen del plano y un punto sobre la circunferencia unitaria, con el eje positivo real, medido en sentido contrario a las agujas del reloj y en radianes. La fórmula sólo es válida si también el seno y el coseno tienen sus argumentos en radianes.



La fórmula de Euler ilustrada en el plano complejo

Esta fórmula fue demostrada por primera vez en el año en 1714 por el matemático inglés Roger Cotes (1682-1716), y luego redescubierta y popularizada por Euler en 1748 (a esto se debe el que se le atribuya). Es de hacer notar que ninguno de estos dos matemáticos conoció la interpretación geométrica antes señalada, puesto que considerar los números complejos como puntos en el plano surgió aproximadamente cincuenta años después de este periodo.

De las siguientes reglas sobre exponentes $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$ y $(e^a)^b = e^{a\cdot b}$ (válidas para todo par de números complejos *a* y *b*), se pueden derivar varias identidades trigonométricas, así como la fórmula de De Moivre.

La fórmula de Euler también permite interpretar las funciones seno y coseno como variaciones de la función exponencial:

$$Cos\,x = \frac{e^{aix} + e^{-aix}}{2} \quad y \quad Sen\,x = \frac{e^{aix} - e^{-aix}}{2i}$$

Estas fórmulas sirven para definir las funciones trigonométricas para argumentos complejos *x*. Las dos ecuaciones anteriores se obtienen simplemente resolviendo las fórmulas $e^{aix} = Cos\,x + i \cdot Sen\,x \quad y \quad e^{-aix} = Cos\,x - i \cdot Sen\,x$ para el seno y el coseno.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Resolviendo integrales.-

Para resolver integrales de funciones trigonométricas, se utilizan las fórmulas $Cos\,x = \dfrac{e^{aix}+e^{-aix}}{2}$ y $Sen\,x = \dfrac{e^{aix}-e^{-aix}}{2i}$

Ejemplos:

1.- Determinar $\int Sen(3x)\cdot Cos(2x)dx$.

Solución:

Resolviendo la integral. Se sustituye el coseno y el seno aplicando las fórmulas.

$$I = \int Sen(3x)\cdot Cos(2x)dx = \int \frac{e^{3ix}-e^{-3ix}}{2i}\cdot\frac{e^{2ix}+e^{-2ix}}{2}dx = \int \frac{e^{5ix}+e^{ix}-e^{-ix}-e^{-5ix}}{4i}dx =$$

$$= \int\left[\frac{\left(e^{5ix}-e^{-5ix}\right)+\left(e^{ix}-e^{-ix}\right)}{4i}\right]dx = \frac{1}{2}\int\frac{\left(e^{5ix}-e^{-5ix}\right)+\left(e^{ix}-e^{-ix}\right)}{2i}dx = \frac{1}{2}\int\frac{e^{5ix}-e^{-5ix}}{2i}dx + \frac{1}{2}\int\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int Sen(5x)dx + \frac{1}{2}\int Sen\,x\,dx = -\frac{1}{10}Cos(5x) - \frac{1}{2}Cos\,x + C$$

2.- Obtenga la siguiente integral: $\int Sen^2(7w)\cdot Cos^3(4w)dw$.

Solución:

Resolviendo la integral. Se sustituye el coseno y el seno aplicando las fórmulas.

$$I = \int Sen^2(7w)\cdot Cos^3(4w)dw = \int\left(\frac{e^{7iw}-e^{-7iw}}{2i}\right)^2\cdot\left(\frac{e^{4iw}+e^{-4iw}}{2}\right)^3dw =$$

$$= \int\left[\frac{\left(e^{7iw}\right)^2 - 2\cdot e^{7iw}\cdot e^{-7iw}+\left(e^{-7iw}\right)^2}{4i^2}\right]\cdot\left[\frac{\left(e^{4iw}\right)^3+3\cdot\left(e^{4iw}\right)^2\cdot e^{-4iw}+3\cdot e^{4iw}\cdot\left(e^{-4iw}\right)^2+\left(e^{-4iw}\right)^3}{8}\right]dw =$$

$$= \int\left[\frac{e^{14iw}-2+e^{-14iw}}{4\cdot(-1)}\right]\cdot\left[\frac{e^{12iw}+3e^{4iw}+3e^{-4iw}+e^{-12iw}}{8}\right]dw =$$

$$= \int\frac{\left(e^{14iw}-2+e^{-14iw}\right)\cdot\left(e^{12iw}+3e^{4iw}+3e^{-4iw}+e^{-12iw}\right)}{-32}dw =$$

$$= \int\frac{\left(e^{26iw}+3e^{18iw}+3e^{10iw}+e^{2iw}-2e^{12iw}-6e^{4iw}-6e^{-4iw}-2e^{-12iw}+e^{-2iw}+3e^{-10iw}+3e^{-18iw}+e^{-26iw}\right)}{-32}dw =$$

$$= \int\left(\frac{e^{26iw}+e^{-26iw}}{-32}+\frac{3e^{18iw}+3e^{-18iw}}{-32}+\frac{3e^{10iw}+3e^{-10iw}}{-32}+\frac{e^{2iw}+e^{-2iw}}{-32}-\frac{2e^{12iw}+2e^{-12iw}}{-32}-\frac{6e^{4iw}+6e^{-4iw}}{-32}\right)dw =$$

$$= -\frac{1}{16}\int\frac{e^{26iw}+e^{-26iw}}{2}dw - \frac{3}{16}\int\frac{e^{18iw}+e^{-18iw}}{2}dw - \frac{3}{16}\int\frac{e^{10iw}+e^{-10iw}}{2}dw - \frac{1}{16}\int\frac{e^{2iw}+e^{-2iw}}{2}dw + \frac{1}{8}\int\frac{e^{12iw}+e^{-12iw}}{2}dw + \frac{3}{8}\int\frac{e^{4iw}+e^{-4iw}}{2}dw =$$

$$= -\frac{1}{16}\int Cos(26w)\,dw - \frac{3}{16}\int Cos(18w)\,dw - \frac{3}{16}\int Cos(10w)\,dw - \frac{1}{16}\int Cos(2w)\,dw + \frac{1}{8}\int Cos(12w)\,dw + \frac{3}{8}\int Cos(4w)\,dw =$$

$$= -\frac{1}{416}Sen(26w) - \frac{1}{96}Sen(18w) - \frac{3}{160}Sen(10w) - \frac{1}{32}Sen(2w) + \frac{1}{96}Sen(12w) + \frac{3}{32}Sen(4w) + C$$

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA (Parte I de II)

Disponible en soko.com.ar/historia/Historia_matem.htm - 38k
Consulta: Abril 6, 2007

La matemática representa el estudio de las relaciones entre cantidades, magnitudes y propiedades, y de las operaciones lógicas utilizadas para deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas. Es una ciencia que ya ha cumplido 2000 años de edad, y aunque actualmente está estructurada y organizada, esta operación llevó muchísimo tiempo. En el pasado las matemáticas eran consideradas como la ciencia de la cantidad, referida a las magnitudes (como en la geometría), a los números (como en la aritmética), o a la generalización de ambos (como en el álgebra). Hacia mediados del siglo XIX las matemáticas se empezaron a considerar como la ciencia de las relaciones, o como la ciencia que produce condiciones necesarias. Esta última noción abarca la lógica matemática o simbólica — ciencia que consiste en utilizar símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos.

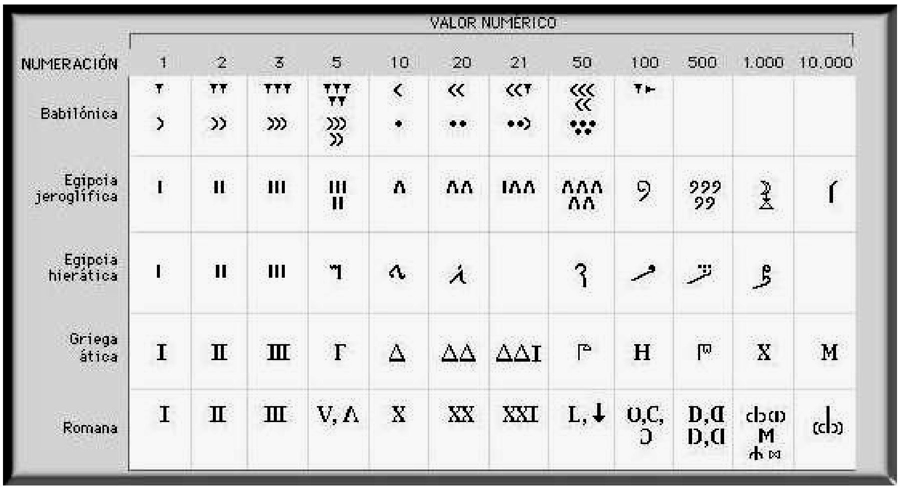
Trataremos la evolución de los conceptos e ideas matemáticas siguiendo su desarrollo histórico. En realidad, las matemáticas son tan antiguas como la propia humanidad. Ya la encontramos en los diseños prehistóricos de cerámica, tejidos y en las pinturas rupestres (donde se pueden encontrar evidencias del sentido geométrico y del interés en figuras geométricas). Los sistemas de cálculo primitivos estaban basados, seguramente, en el uso de los dedos de una o dos manos (prestar atención como cuentan los niños), lo que resulta evidente por la gran abundancia de sistemas numéricos en los que las bases son los números 5 y 10.

Las primeras referencias a matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a.C., en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones.

Los primeros libros egipcios, escritos hacia el año 1800 a.C., muestran un sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las sucesivas potencias de 10 (1, 10, 100...), similar al sistema utilizado por los romanos. Los números se representaban escribiendo el símbolo del 1 tantas veces como unidades tenía el número dado, el símbolo del 10 tantas veces como decenas había en el número, y así sucesivamente. Para sumar números, se sumaban por separado las unidades, las decenas, las centenas... de cada número. La multiplicación estaba basada en duplicaciones sucesivas y la división era el proceso inverso.

Los egipcios utilizaban sumas de fracciones unidad (Œ), junto con la fracción ’, para expresar todas las fracciones. Por ejemplo, " era la suma de las fracciones , y ~. Utilizando este sistema, los egipcios fueron capaces de resolver problemas aritméticos con fracciones, así como problemas algebraicos elementales. En geometría encontraron las reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, y el volumen de figuras como ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios utilizaban un cuadrado de lado del diámetro del círculo, valor muy cercano al que se obtiene utilizando la constante pi (3,14).

El sistema babilónico de numeración era bastante diferente del egipcio. En el babilónico se utilizaban tablillas con varias muescas o marcas en forma de cuña (cuneiforme); una cuña sencilla representaba al 1 y una marca en forma de flecha representaba al 10. Los números menores que 59 estaban formados por estos símbolos utilizando un proceso aditivo, como en las matemáticas egipcias. El número 60, sin embargo, se representaba con el mismo símbolo que el 1, y a partir de ahí, el valor de un símbolo venía dado por su posición en el número completo. Este sistema, denominado *sexagesimal* (base 60), resultaba tan útil como el sistema decimal (base 10).



Con el tiempo, los babilonios desarrollaron unas matemáticas más sofisticadas que les permitieron encontrar las raíces positivas de cualquier ecuación de segundo grado. Fueron incluso capaces de encontrar las raíces de algunas ecuaciones de tercer grado, y resolvieron problemas más complicados utilizando el teorema de Pitágoras. Los babilonios compilaron una gran cantidad de tablas, incluyendo tablas de multiplicar y de dividir, tablas de cuadrados y tablas de interés compuesto. Además, calcularon no sólo la suma de progresiones aritméticas y de algunas geométricas, sino también de sucesiones de cuadrados. También obtuvieron una buena aproximación de Ã.

Las matemáticas en Grecia

Los griegos tomaron elementos de las matemáticas de los babilonios y de los egipcios. La innovación más importante fue la invención de las matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones. Según los cronistas griegos, este avance comenzó en el siglo VI a.C. con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos. Este último enseñó la importancia del estudio de los números para poder entender el mundo. Algunos de sus discípulos hicieron importantes descubrimientos sobre la teoría de números y la geometría, que se atribuyen al propio Pitágoras.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

En el siglo V a.C., algunos de los más importantes geómetras fueron el filósofo atomista Demócrito de Abdera, que encontró la fórmula correcta para calcular el volumen de una pirámide, e Hipócrates de Cos, que descubrió que el área de figuras geométricas en forma de media luna limitadas por arcos circulares es igual a las de ciertos triángulos. Este descubrimiento está relacionado con el famoso problema de la cuadratura del círculo (construir un cuadrado de área igual a un círculo dado). Otros dos problemas bastante conocidos que tuvieron su origen en el mismo periodo son la trisección de un ángulo y la duplicación del cubo (construir un cubo cuyo volumen es dos veces el de un cubo dado). Todos estos problemas fueron resueltos, mediante diversos métodos, utilizando instrumentos más complicados que la regla y el compás. Sin embargo, hubo que esperar hasta el siglo XIX para demostrar finalmente que estos tres problemas no se pueden resolver utilizando solamente estos dos instrumentos básicos.

A finales del siglo V a.C., un matemático griego descubrió que no existe una unidad de longitud capaz de medir el lado y la diagonal de un cuadrado, es decir, una de las dos cantidades es *inconmensurable*. Esto significa que no existen dos números naturales *m* y *n* cuyo cociente sea igual a la proporción entre el lado y la diagonal. Dado que los griegos sólo utilizaban los números naturales (1, 2, 3...), no pudieron expresar numéricamente este cociente entre la diagonal y el lado de un cuadrado (este número, Ã, es lo que hoy se denomina *número irracional*). Debido a este descubrimiento se abandonó la teoría pitagórica de la proporción, basada en números, y se tuvo que crear una nueva teoría no numérica. Ésta fue introducida en el siglo IV a.C. por el matemático Eudoxo de Cnido, y la solución se puede encontrar en los *Elementos* de Euclides. Eudoxo, además, descubrió un método para demostrar rigurosamente supuestos sobre áreas y volúmenes mediante aproximaciones sucesivas.

Euclides, matemático y profesor que trabajaba en el famoso Museo de Alejandría, también escribió tratados sobre óptica, astronomía y música. Los trece libros que componen sus *Elementos* contienen la mayor parte del conocimiento matemático existente a finales del siglo IV a.C., en áreas tan diversas como la geometría de polígonos y del círculo, la teoría de números, la teoría de los inconmensurables, la geometría del espacio y la teoría elemental de áreas y volúmenes.

El siglo posterior a Euclides estuvo marcado por un gran auge de las matemáticas, como se puede comprobar en los trabajos de Arquímedes de Siracusa y de un joven contemporáneo, Apolonio de Perga. Arquímedes utilizó un nuevo método teórico, basado en la ponderación de secciones infinitamente pequeñas de figuras geométricas, para calcular las áreas y volúmenes de figuras obtenidas a partir de las cónicas. Éstas habían sido descubiertas por un alumno de Eudoxo llamado Menaechmo, y aparecían como tema de estudio en un tratado de Euclides; sin embargo, la primera referencia escrita conocida aparece en los trabajos de Arquímedes. También investigó los centros de gravedad y el equilibrio de ciertos cuerpos sólidos flotando en agua. Casi todo su trabajo es parte de la tradición que llevó, en el siglo XVII, al desarrollo del cálculo. Su contemporáneo, Apolonio, escribió un tratado en ocho tomos sobre las cónicas, y estableció sus nombres: elipse, parábola e hipérbola. Este tratado sirvió de base para el estudio de la geometría de estas curvas hasta los tiempos del filósofo y científico francés René Descartes en el siglo XVII.

Después de Euclides, Arquímedes y Apolonio, Grecia no tuvo ningún geómetra de la misma talla. Los escritos de Herón de Alejandría en el siglo I d.C. muestran cómo elementos de la tradición aritmética y de medidas de los babilonios y egipcios convivieron con las construcciones lógicas de los grandes geómetras. Los libros de Diofante de Alejandría en el siglo III d.C. continuaron con esta misma tradición, aunque ocupándose de problemas más complejos. En ellos Diofante encuentra las soluciones enteras para aquellos problemas que generan ecuaciones con varias incógnitas. Actualmente, estas ecuaciones se denominan diofánticas y se estudian en el análisis diofántico.

Las matemáticas aplicadas en Grecia

En paralelo con los estudios sobre matemáticas puras hasta ahora mencionados, se llevaron a cabo estudios de óptica, mecánica y astronomía. Muchos de los grandes matemáticos, como Euclides y Arquímedes, también escribieron sobre temas astronómicos. A principios del siglo II a.C., los astrónomos griegos adoptaron el sistema babilónico de almacenamiento de fracciones y, casi al mismo tiempo, compilaron tablas de las cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, que crecía con un determinado incremento. Eran similares a las modernas tablas del seno y coseno, y marcaron el comienzo de la trigonometría. En la primera versión de estas tablas — las de Hiparco, hacia el 150 a.C. — los arcos crecían con un incremento de 7y°, de 0° a 180°. En tiempos del astrónomo Tolomeo, en el siglo II d.C., la maestría griega en el manejo de los números había avanzado hasta tal punto que Tolomeo fue capaz de incluir en su *Almagesto* una tabla de las cuerdas de un círculo con incrementos de y° que, aunque expresadas en forma sexagesimal, eran correctas hasta la quinta cifra decimal.

Mientras tanto, se desarrollaron otros métodos para resolver problemas con triángulos planos y se introdujo un teorema — que recibe el nombre del astrónomo Menelao de Alejandría — para calcular las longitudes de arcos de esfera en función de otros arcos. Estos avances dieron a los astrónomos las herramientas necesarias para resolver problemas de astronomía esférica, y para desarrollar el sistema astronómico que sería utilizado hasta la época del astrónomo alemán Johannes Kepler.

Continuará en el próximo número…

Cátedra de Cálculo

El pasado sábado 23 de junio, a partir de las 6:30 AM, se aplicó la segunda evaluación del Test de Cooper a los alumnos cursantes de la asignatura Cálculo III, inscritos en las secciones 11, 12 y 71, en la pista de atletismo del Complejo Deportivo Universitario "Profesor Arístides Pineda".

Algunos resultados obtenidos son los siguientes:

Hombres.

Jhosua Nieves: 7 v + 350 m.
Giovanni Ortiz: 6 v + 300 m.
Héctor Hernández: 6 v + 200 m.
José Velásquez: 6 v + 100 m.
Carlos Heredia: 6 v + 50 m.
Jesús Peña: 5 + 350 m.
Alex Alvarado: 5 v + 300 m.
Héctor Peñaloza: 5 v + 300 m.
Alex Alvarado: 5 v + 350 m.
Carlos Reyes: 5 v + 300 m.
Miguel Colina: 5 v + 300 m.
Luís Lozada: 5 v.
Víctor Villarreal: 4 v + 300 m.
Eliel Martínez: 4 v + 200 m.
Wilmer Vargas: 4 v + 200 m.
José Noguera: 4 v + 200 m.
Pedro Rizo: 4 v + 240 m.

Mujeres.

Patricia Mendoza: 5 v + 100 m.
Laura Peraza: 5 v + 50 m.
Mónica Mosqueda: 4 v + 300 m.
Julieth Crespo: 4 v + 200 m.
Adriana Joya: 4 v + 150 m.
Clayris Martínez: 4 v + 120 m.
Jeansy Álvarez: 4 v + 30 m.
Alejandra Fernandes: 3 v + 350 m.
Yoletsy Eizaga: 3 v + 250 m.
Liliangela Medina: 3 v + 220 m.
Alba Vásquez: 3 v + 200 m.

¡Buen esfuerzo! La mayoría mejoró con respecto a la jornada anterior.

La jornada estuvo coordinada por los profesores Próspero González, Mayra Colina y Lorena Cedillo, así como también se contó con la asistencia del profesor Rafael Ascanio, Jefe de la Cátedra de Cálculo.

En la logística y resguardo del evento participaron los bachilleres Ramón Silva, Daniela Sanz, Álvaro Sánchez y Francis Ruiz.

En el próximo número, publicaremos otros resultados de esta gran jornada.

AMENIDADES

Arquitectura exótica

Doble Visión

En pequeño, un rostro de mujer. Al ampliar, un hermoso paisaje.
Enviado por: Prof. Pedro Angulo – *FACE* - UC

Sudoku!!!

El juego numérico que activa la inteligencia

Recuerda: la regla para hacerlo es rellenar cada fila, cada columna y cada caja de 3x3 con los números del 1 al 9 sin repetirlos.

La respuesta del anterior:

7	1	4	2	5	3	9	8	6
3	6	8	9	4	1	7	5	2
5	2	9	7	6	8	1	4	3
2	5	7	8	3	4	6	9	1
9	4	6	1	7	2	8	3	5
8	3	1	6	9	5	2	7	4
1	9	5	3	8	6	4	2	7
4	8	2	5	1	7	3	6	9
6	7	3	4	2	9	5	1	8

Y ahora……

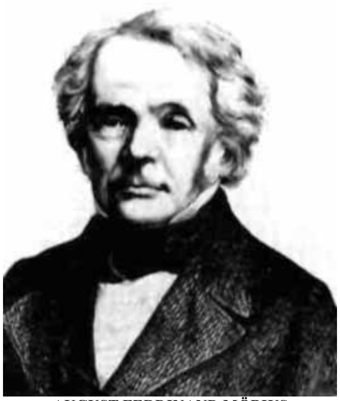
¡¡¡Nuevo Reto!!!

		2				5		
	3	9		6	4		1	
4				5				
2			9					5
1			7		2			4
9					6			3
				9				6
	4		1	8		9	7	
		8				4		

Tomado de: **Mephan, M.** (Comp.) (2005). *Sudoku. El nuevo juego numérico que activa la inteligencia.* Caracas-Venezuela: Editorial Random House Mondadori.

¡Éxito y hasta el próximo encuentro!

GALERÍA



AUGUST FERDINAND MÖBIUS
1790 - 1868

Alemán. Matemático y astrónomo teórico. Nació el 17 de noviembre de 1790, en Schulpforta, Sajonia, Alemania; y falleció el 26 de septiembre de 1868, en Leipzig también Alemania. Es mejor conocido por su trabajo en topología, sobre todo por su descubrimiento de la *Banda de Möbius*, una superficie de dos dimensiones no orientable con solamente un lado cuando está sumergido en el espacio euclidiano tridimensional. Fue descubierta independientemente por Johann Benedict Listing casi al mismo tiempo. Möbius fue el primero en introducir las coordenadas homogéneas en geometría proyectiva. La transformación de Möbius, importante en geometría proyectiva, no debe ser confundida con la transformación de Möbius de la teoría de números, que también lleva su nombre. Se interesó también por la teoría de números, y la importante función aritmética de Möbius $\mu(n)$ y la fórmula de inversión de Möbius se nombran así por él.

Era descendiente del reformista religioso Martín Lutero.

UNA **CINTA DE MÖBIUS** CONSTRUIDA CON UN TROZO DE PAPEL Y CINTA ADHESIVA.

JOHANN BENEDICT LISTING
1808 - 1882

Alemán. Matemático. Nació el 25 de julio de 1808 en Francfort y falleció el 24 de diciembre de 1882 en Göttingen.

En 1830 ingresó en la Universidad de Göttingen, donde fue alumno de Gauss. En 1834 expone su tesis titulada *De superficiebus secundi ordinis*. Fue el primero en utilizar la palabra topología en vez del término usual en la época de *geometria situs*, queriendo destacar de esa manera la autonomía creciente de esta disciplina. Es más, a él se deben los primeros textos sobre esta rama de la matemática.

A partir de 1837 imparte clases de matemáticas en Hanóver, recibiendo en 1839 la cátedra de física. En 1847 publica *Vorstudien zur Topologie*. En 1858 descubre las propiedades topológicas de lo que actualmente se conoce con el nombre de Banda de Möbius, de forma independiente a éste último. En 1862 en su obra *Der Census raumlicher Complexe oder Verallgemeinerung des Euler'schen Satzes von den Polyedern* generaliza para los complejos simpliciales la Característica de Euler de los poliedros.

Listing se interesó también por la geodesia y a él se le debe el término de geoide.