

Programa de Actualización | Mayo-Junio | 2018

## Módulo 2: Técnicas de caracterización de sólidos cristalinos I: Difracción de Rayos X.

# CELDAS, DIRECCIONES Y PLANOS CRISTALOGRAFICOS

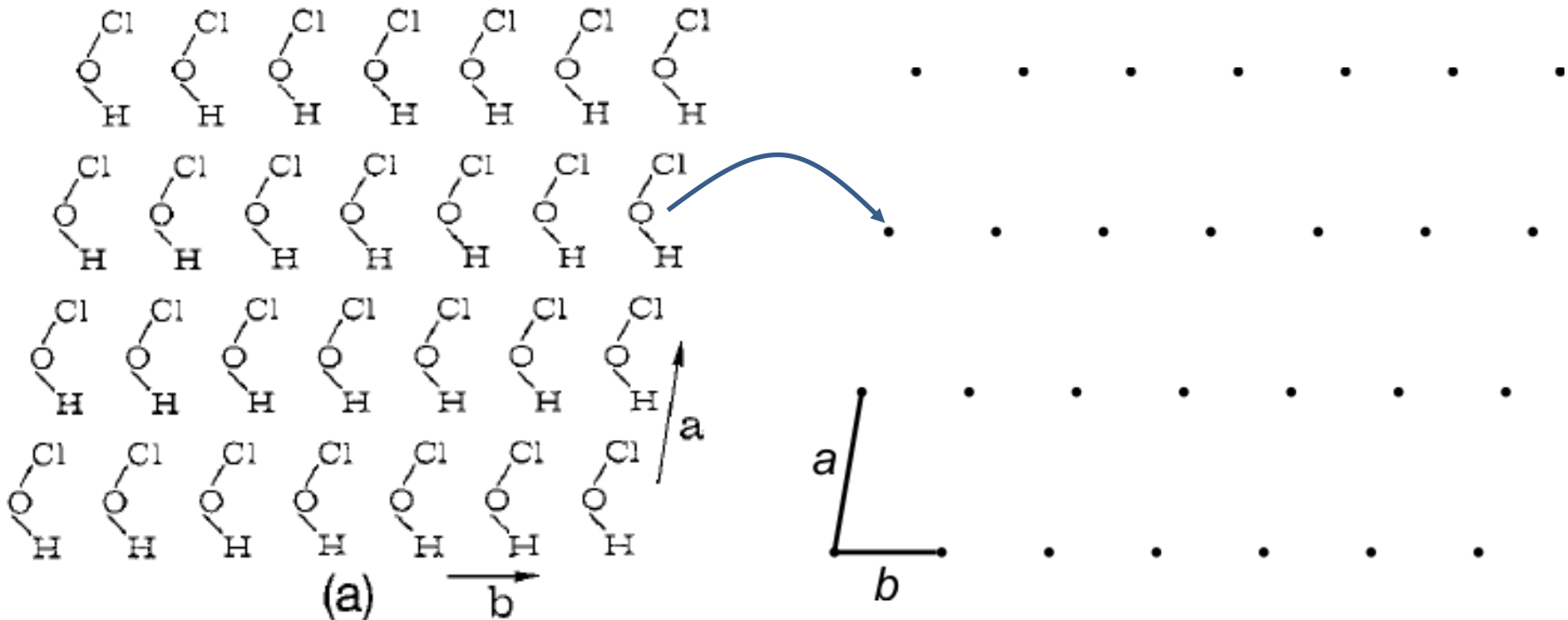
Florencia Di Salvo | Sebastián Suárez

Departamento de Química Inorgánica, Analítica y Química Física, FCEN, UBA

## ■ REDES

**DEFINICIÓN de RED:** corresponde a un arreglo infinito de puntos ubicados de forma tal que el ENTORNO DE CADA PUNTO es idéntico al ENTORNO DE CADA UNO DE LOS OTROS PUNTOS DE LA RED

RED obtenida considerando el centro de gravedad de la molécula de HOCl



Ejemplo. Red 2D de HOCl (ácido hipocloroso):  
la red 2D se construye a partir de desplazar el motivo (HOCl) en intervalos  $a$  y  $b$

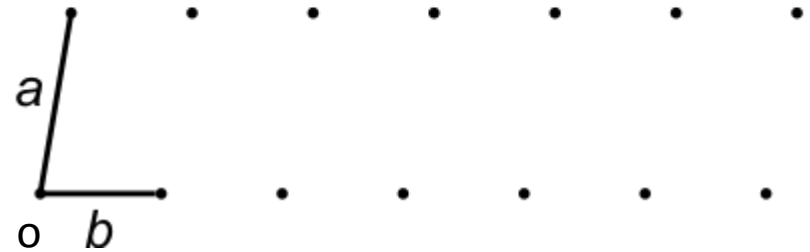
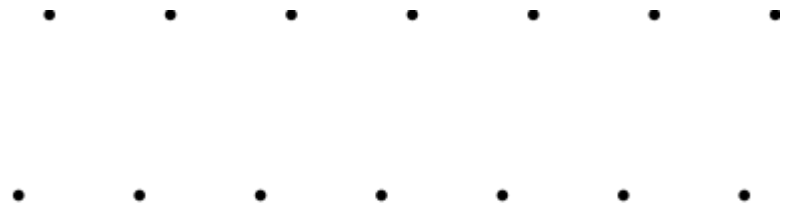
# ■ REDES

Se puede definir cualquier punto de la red mediante el vector:

$$Q_{u,v} = ua + vb$$

$a$  y  $b$  son vectores y  $u$  y  $v \in \mathbf{Z}^+ \mathbf{Z}^-$

RED 2D



# ■ CELDAS

Se puede definir cualquier punto de la red mediante el vector:

$$Q_{u,v} = ua + vb$$

ECUACIÓN 1

$a$  y  $b$  son vectores y  $u$  y  $v \in \mathbf{Z}^+ \mathbf{Z}^-$

El paralelogramo que se define por  $a$  y  $b$  (vectores básicos de la red) = **celda unidad**

RED 2D



# ■ CELDAS

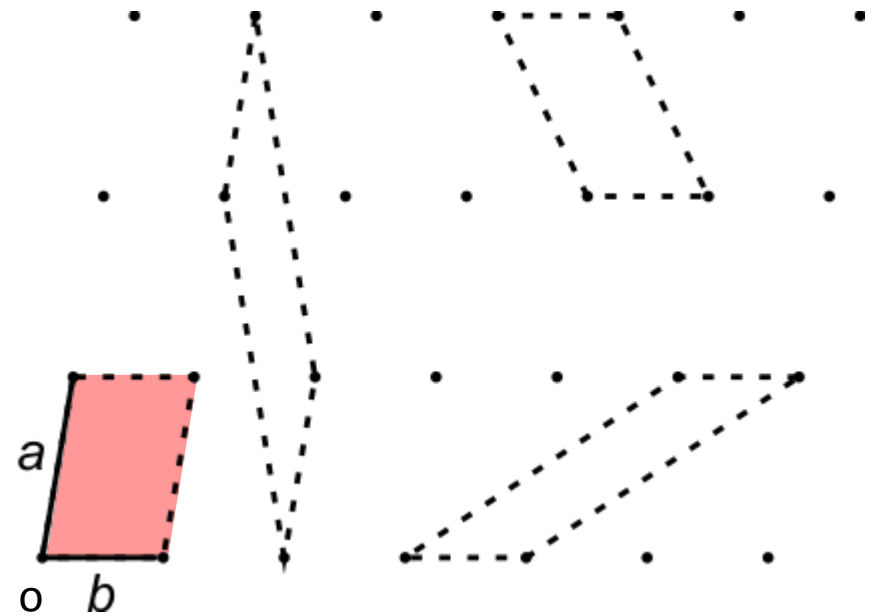
RED 2D



Elección arbitraria de la celda unidad

# ■ CELDAS

RED 2D



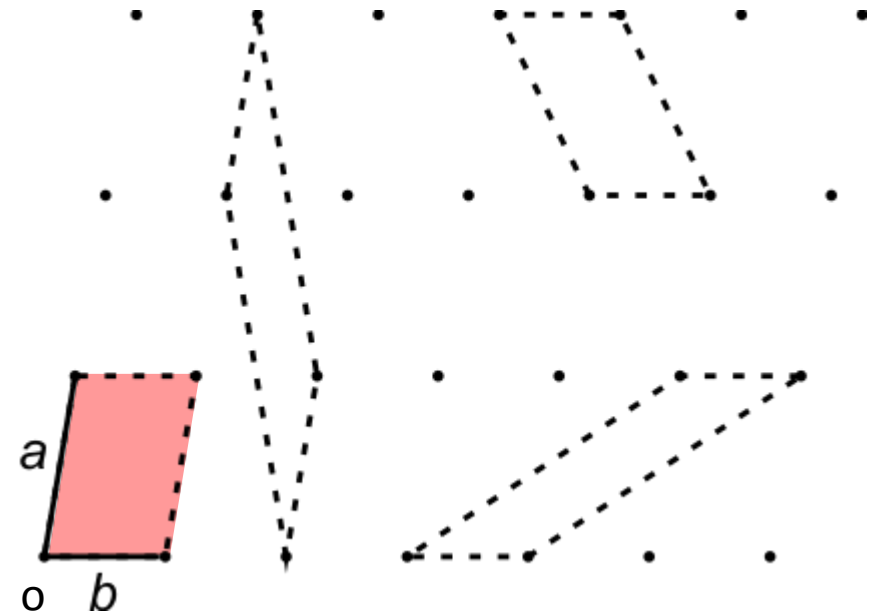
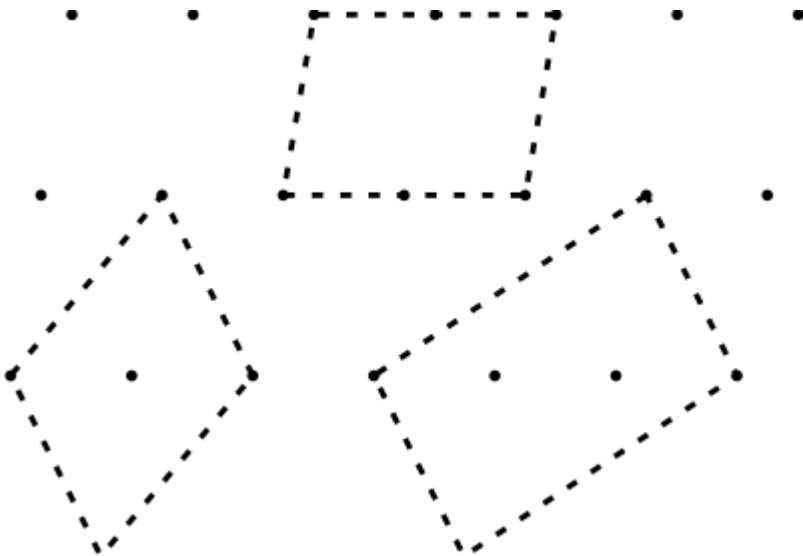
Elección arbitraria de la celda unidad

$$Q_{u,v} = ua + vb$$

(con diferentes  $u$  y  $v$ )

# ■ CELDAS

RED 2D



Para estas celdas sigue valiendo la ec. 1  
pero  $u$  y  $v$  ya no necesariamente son enteros

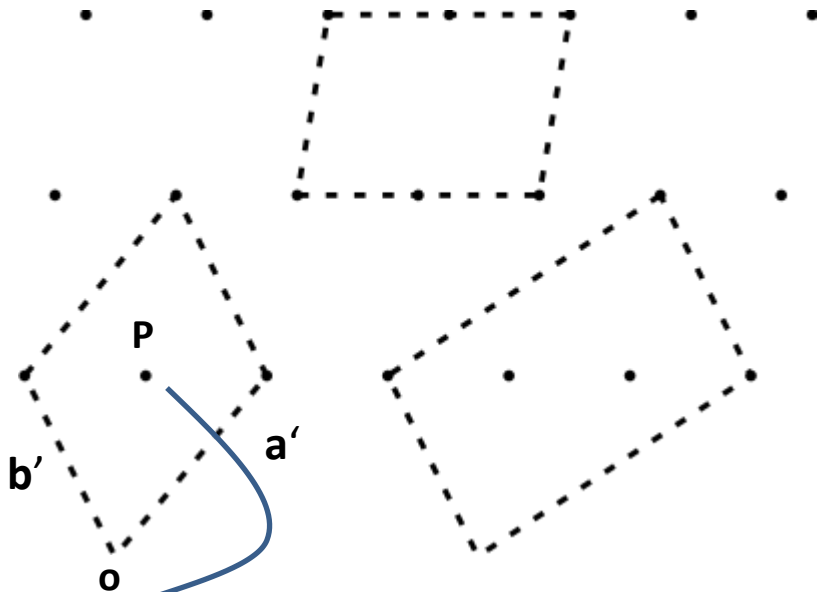
**Elección arbitraria de la celda unidad**

$$Q_{u,v} = ua + vb$$

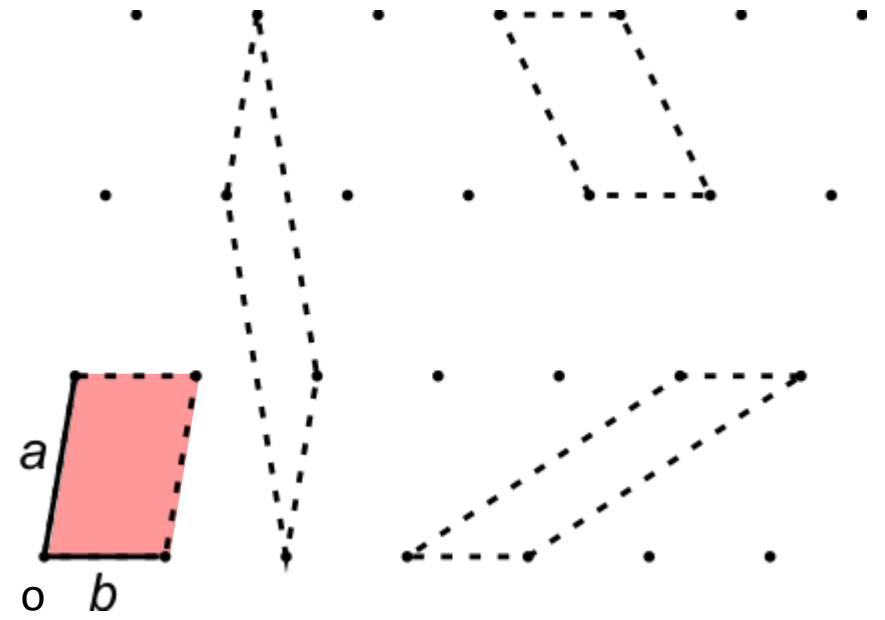
(con diferentes  $u$  y  $v$ )

# ■ CELDAS

RED 2D



$$P = 1/2a' + 1/2b'$$



Elección arbitraria de la celda unidad

$$Q_{u,v} = ua + vb$$

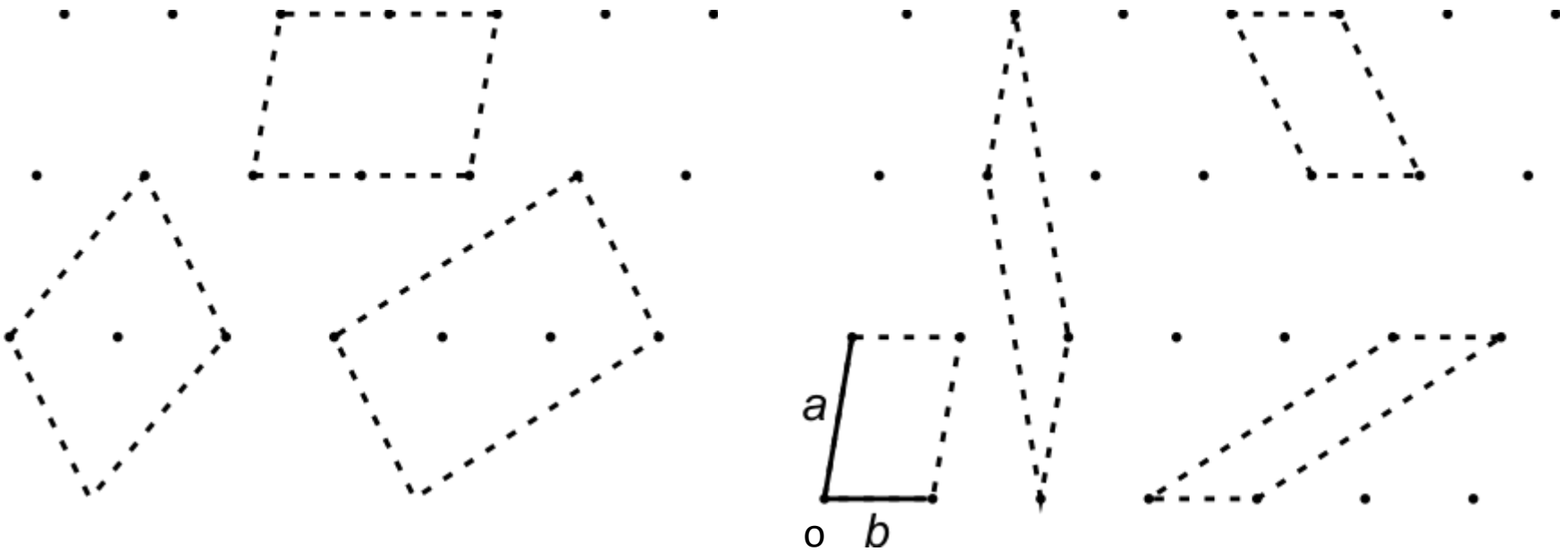
(con diferentes  $u$  y  $v$ )



## ■ CELDAS

Caracterización de las diferentes celda unidad posible: por cantidad de puntos de la red que contienen (no olvidar de contar bien!)

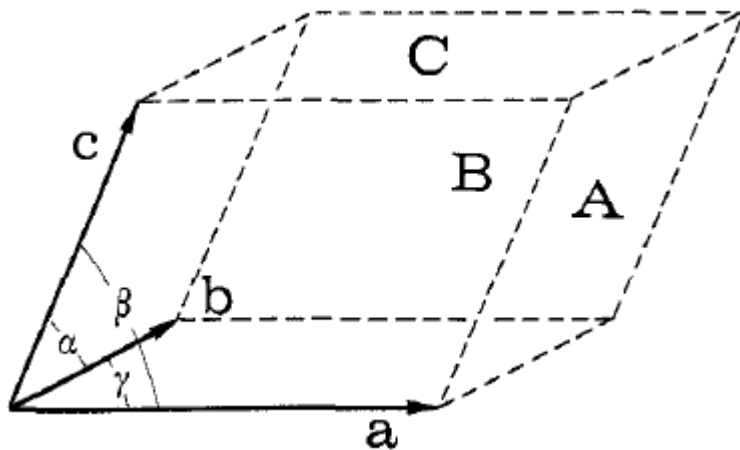
RED 2D





# ■ CELDAS

RED 3D



Se puede definir cualquier punto de la red mediante el vector:

$$Q_{u,v,w} = ua + vb + wc.$$

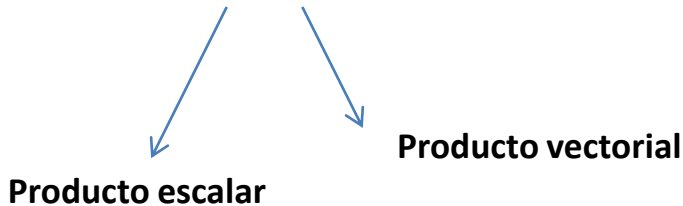
ECUACIÓN 2

El paralelepípedo que se define por  $a$ ,  $b$  y  $c$  (vectores básicos de la red) = **celda unidad**

$X Y Z$  = ejes cristalográficos  
 $\alpha \beta \gamma$  = ángulos

$A B C$  = caras  
 Si la celda es primitiva,  $u v w \in \mathbb{Z}^+ \mathbb{Z}^-$   
 Si la celda es múltiple,  $u v w \in \mathbb{Q}$

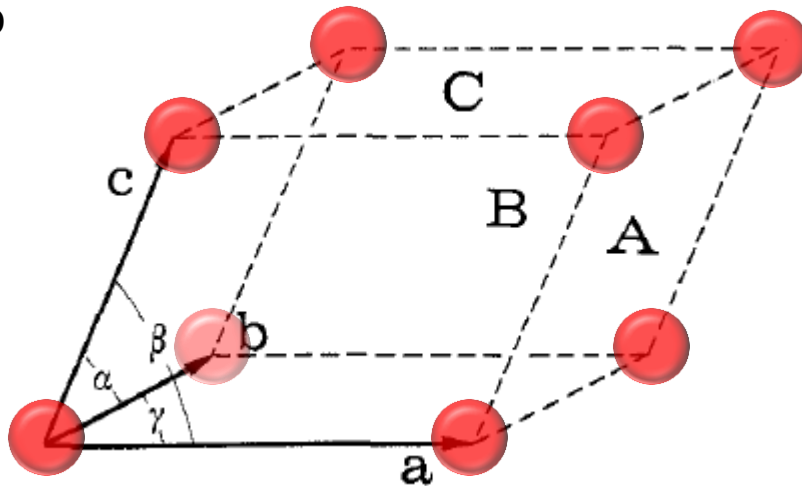
$$V = a \cdot b \times c$$



Orientación: "regla de la mano derecha"

# ■ CELDAS

RED 3D



Se puede definir cualquier punto de la red mediante el vector:

$$Q_{u,v,w} = ua + vb + wc.$$

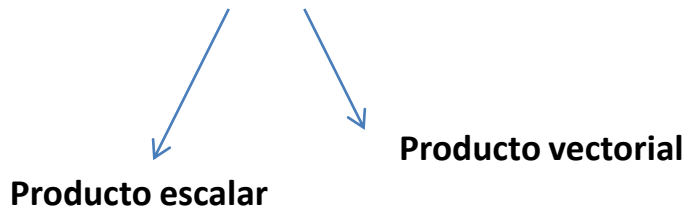
ECUACIÓN 2

El paralelepípedo que se define por  $a$ ,  $b$  y  $c$  (vectores básicos de la red) = **celda unidad**

$X Y Z$  = ejes cristalográficos  
 $\alpha \beta \gamma$  = ángulos

$A B C$  = caras  
 Si la celda es primitiva,  $u v w \in \mathbb{Z}^+ \mathbb{Z}^-$   
 Si la celda es múltiple,  $u v w \in \mathbb{Q}$

$$V = a \cdot b \times c$$



¿La de la imagen qué tipo de celda es?

Orientación: "regla de la mano derecha"

# ■ APENDICE MATEMATICO 1

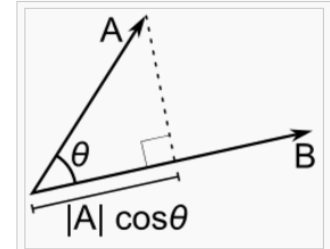
## Definición geométrica del PRODUCTO ESCALAR en un espacio euclideo Real

El producto escalar de dos **vectores** en un **espacio euclideo** se define como el producto de sus **módulos** por el **coseno** del ángulo  $\theta$  que forman.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cos \theta = AB \cos \theta$$

En los espacios euclideos, la notación usual de producto escalar es  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$

Esta definición de carácter geométrico es independiente del sistema de coordenadas elegido y por lo tanto de la **base** del espacio vectorial escogida.



$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos(\theta)$ .  $\square$   
 $|\mathbf{A}| \cos(\theta)$  es la proyección escalar de  $\mathbf{A}$  en  $\mathbf{B}$ .

## Proyección de un vector sobre otro

Puesto que  $|\mathbf{A}| \cos \theta$  representa el módulo de la proyección del vector  $\mathbf{A}$  sobre la dirección del vector  $\mathbf{B}$ , esto es  $|\mathbf{A}| \cos \theta = \text{proy } A_B$ , será

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{B}| (\text{proy } A_B)$$

de modo que el producto escalar de dos vectores también puede definirse como el producto del módulo de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.

## Ángulos entre dos vectores

La expresión geométrica del producto escalar permite calcular el coseno del ángulo existente entre los vectores, mediante la siguiente definición formal: que nos dice que la multiplicación de un escalar denominado K tiene que ser diferente de cero.

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\|\mathbf{A}\| \|\mathbf{B}\|}$$

## Vectores ortogonales

Dos vectores son **ortogonales** o **perpendiculares** cuando forman ángulo recto entre sí. Si el producto escalar de dos vectores es cero, ambos vectores son ortogonales

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A} \perp \mathbf{B}$$

ya que el  $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ .

## Vectores paralelos o en la misma dirección

Dos vectores son **paralelos** o llevan la misma dirección si el ángulo que forman es de 0 **radianes** (0 **grados**) o de  $\pi$  radianes (180 grados). Cuando dos vectores forman un ángulo cero, el valor del coseno es la unidad, por lo tanto el producto de los módulos vale lo mismo que el producto escalar.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \leftrightarrow |\cos \theta| = 1 \leftrightarrow A||B \Rightarrow |\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}| = |A| |B|$$

## Propiedades de Producto Escalar

Sean A, B y C vectores en el plano o en el espacio y sea  $m$  un escalar:

1. **Conmutativa**:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

2. **Distributiva** respecto a la suma vectorial:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$$

3. **Asociatividad** respecto al producto por un escalar  $m$ :

$$m(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (m\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (m\mathbf{B})$$

## Expresión analítica del Producto Escalar

Si los vectores  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  se expresan en función de sus componentes cartesianas rectangulares, tomando la [base canónica](#) en  $\mathbb{R}^3$  formada por los vectores unitarios  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  tenemos:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

El producto escalar se realiza como un [producto matricial](#) de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = [A_x \quad A_y \quad A_z] \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Así, generalizando para un espacio de  $n$  dimensiones

si  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  son vectores o puntos en un espacio  $\mathbb{R}^n$  entonces:

el producto escalar se realizaría como un [producto matricial](#) de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = [A_1 \quad A_2 \quad \dots \quad A_n] \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_n \end{bmatrix} = A_1 B_1 + A_2 B_2 + \dots + A_n B_n$$

## Definición de PRODUCTO VECTORIAL

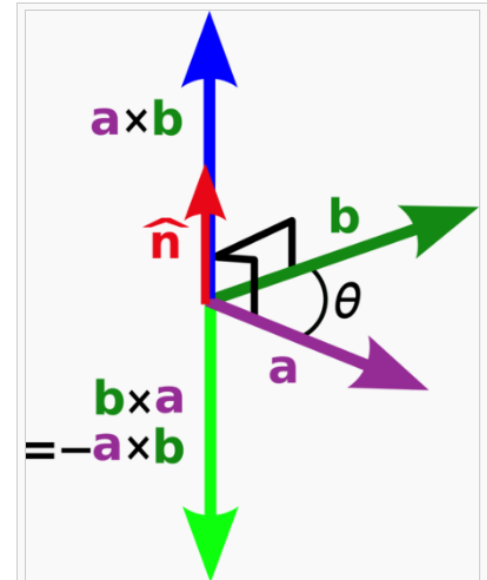
Sean dos vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  en el **espacio vectorial**  $\mathbb{R}^3$ . El producto vectorial entre  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  da como resultado un nuevo **vector**,  $\mathbf{c}$ . El producto vectorial  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  se denota mediante  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ , por ello se lo llama también *producto cruz*. En los textos manuscritos, para evitar confusiones con la letra  $\mathbf{x}$  (equis), es frecuente denotar el producto vectorial mediante:<sup>1</sup>

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}, \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

El producto vectorial puede definirse de una manera más compacta de la siguiente manera:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (|\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta) \hat{\mathbf{n}}$$

donde  $\hat{\mathbf{n}}$  es el **vector unitario** y **ortogonal** a los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  y su dirección está dada por la **regla de la mano derecha** y  $\theta$  es, como antes, el ángulo entre  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ . A la regla de la mano derecha se la llama a menudo también regla del sacacorchos.

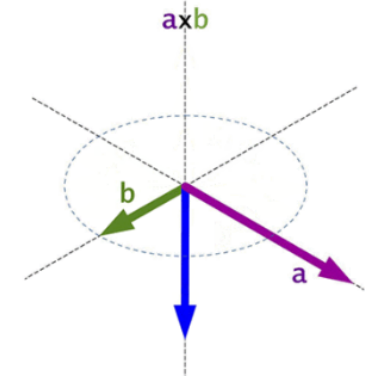


Relaciones entre los vectores.

## Precisiones

Se denomina producto vectorial del vector  $\mathbf{a}$  por el vector  $\mathbf{b}$ <sup>2</sup> al vector denotado por  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  y definido por las tres exigencias siguientes:

- el módulo de  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  es igual al módulo de  $\mathbf{a}$  por módulo de  $\mathbf{b}$  por  $\text{sen}\phi$ , en donde  $\phi$  es el ángulo orientado formado por los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$
- el vector  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  es perpendicular a cada uno de los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$
- la dirección del vector  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  respecto a los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  es igual que la del eje coordenado Oz respecto a los ejes coordenados Ox y Oy, como si girase de Ox a Oy y avanzase en la dirección positiva de Oz.





## Producto vectorial de dos vectores

Sean los vectores concurrentes de  $\mathbb{R}^3$ , el **espacio afín** tridimensional según la base anterior. Se define el producto:

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{w} = w_x \mathbf{i} + w_y \mathbf{j} + w_z \mathbf{k}$$

Donde  $\mathbf{w}$  es el producto vectorial de  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ , definido así:

$$\times : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \longrightarrow \mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$$

donde la última fórmula se interpreta como:

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = (u_y v_z - u_z v_y) \mathbf{i} + (u_z v_x - u_x v_z) \mathbf{j} + (u_x v_y - u_y v_x) \mathbf{k}$$

esto es:

$$w_x = u_y v_z - u_z v_y$$

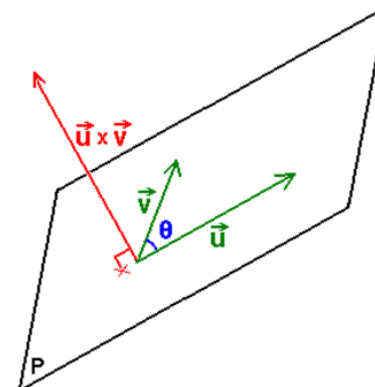
$$w_y = u_z v_x - u_x v_z$$

$$w_z = u_x v_y - u_y v_x$$

Usando una notación más compacta, mediante el desarrollo por la primera fila de un **determinante** simbólico de orden 3 (simbólico ya que los términos de la primera fila no son escalares):

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_y & u_z \\ v_y & v_z \end{vmatrix} \cdot \mathbf{i} - \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ v_x & v_z \end{vmatrix} \cdot \mathbf{j} + \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} \cdot \mathbf{k}$$

Que da origen a la llamada **regla de la mano derecha** o regla del sacacorchos: girando el primer vector hacia el segundo por el ángulo más pequeño, la dirección de  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$  es el de un sacacorchos que gire en la misma dirección.



# Propiedades

## Identidades

Cualesquiera que sean los vectores  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$ :

1.  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ , (anticonmutatividad)
2.  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$ , cancelación por ortogonalidad.
3. Si  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$  con  $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$  y  $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ ,  $\Rightarrow \mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ ; esto es, la anulación del producto vectorial proporciona la **condición de paralelismo** entre dos direcciones.
4.  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}$ .
5.  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ , conocida como **regla de la expulsión**.
6.  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{0}$ , conocida como identidad de **Jacobi**.
7.  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin \theta$ , en la expresión del término de la derecha, sería el módulo de los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ , siendo  $\theta$ , el ángulo menor entre los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ ; esta expresión relaciona al producto vectorial con el área del **paralelogramo** que definen ambos vectores.
8. El módulo o norma del producto vectorial puede calcularse fácilmente sin hacer el producto vectorial:  
$$\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = (\|\mathbf{a}\|^2 \|\mathbf{b}\|^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2)^{1/2}$$
9. El vector unitario  $\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|}$  es normal al **plano** que contiene a los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ .
10.  $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$
11.  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \neq (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$  ( **no es asociativo** )
12.  $\lambda(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = (\lambda\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (\lambda\mathbf{b})$  ( **Asociatividad respecto del factor escalar** )

## ■ SIMETRIA

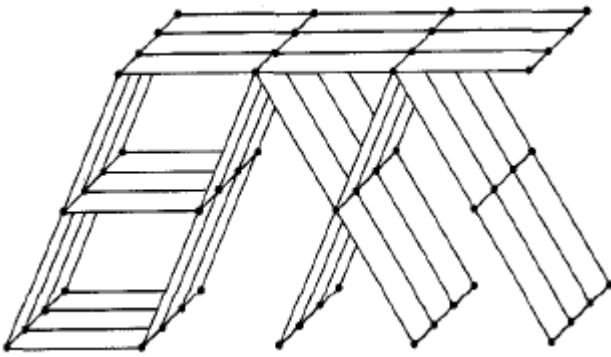
**MOTIVO:** la parte fundamental de un diseño simétrico; cuando se repite, genera todo el patrón

**OPERACIÓN:** es una acción que reproduce el motivo y así, permite crear el patrón

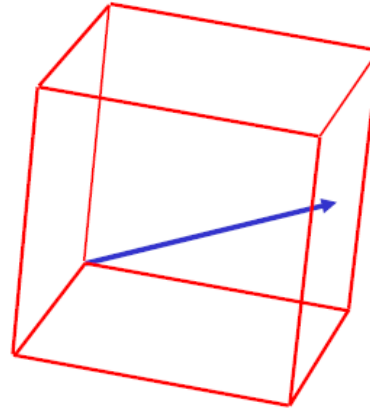
**ELEMENTO:** es una operación localizada en un punto particular del espacio

## ■ Propiedades RACIONALES de las CELDAS

Como los puntos de las celdas pueden representarse mediante NÚMEROS RACIONALES, sus propiedades se denominan también RACIONALES (planos/puntos racionales, también llamados planos/puntos cristalográficos).

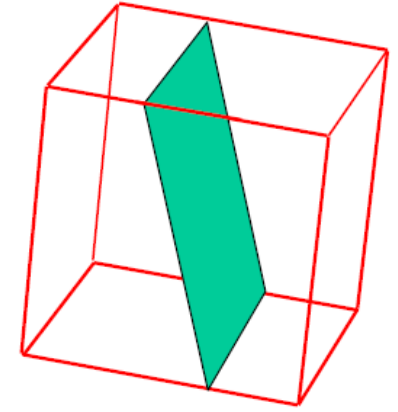


Planos y filas de la red



.. ..

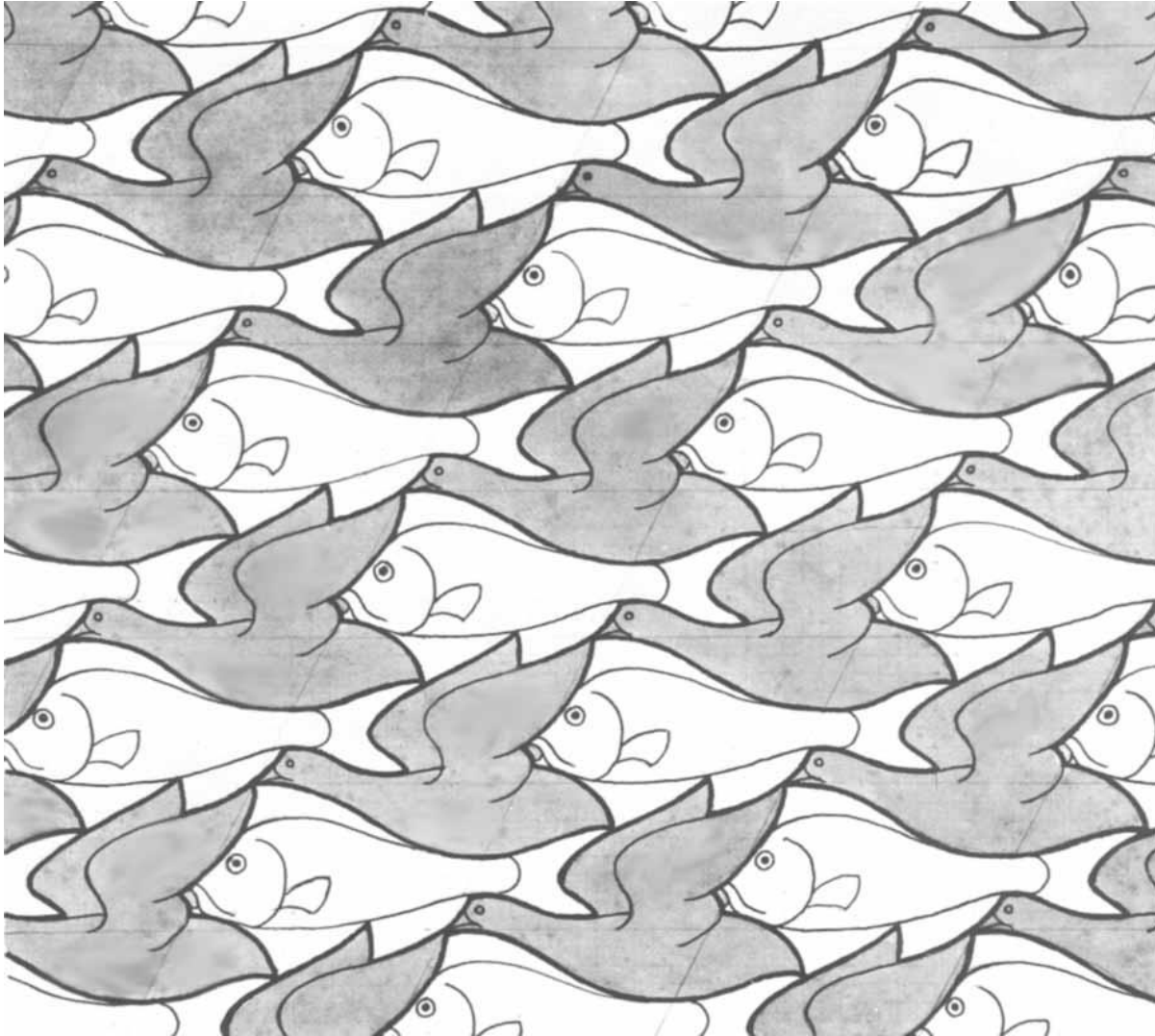
direcciones



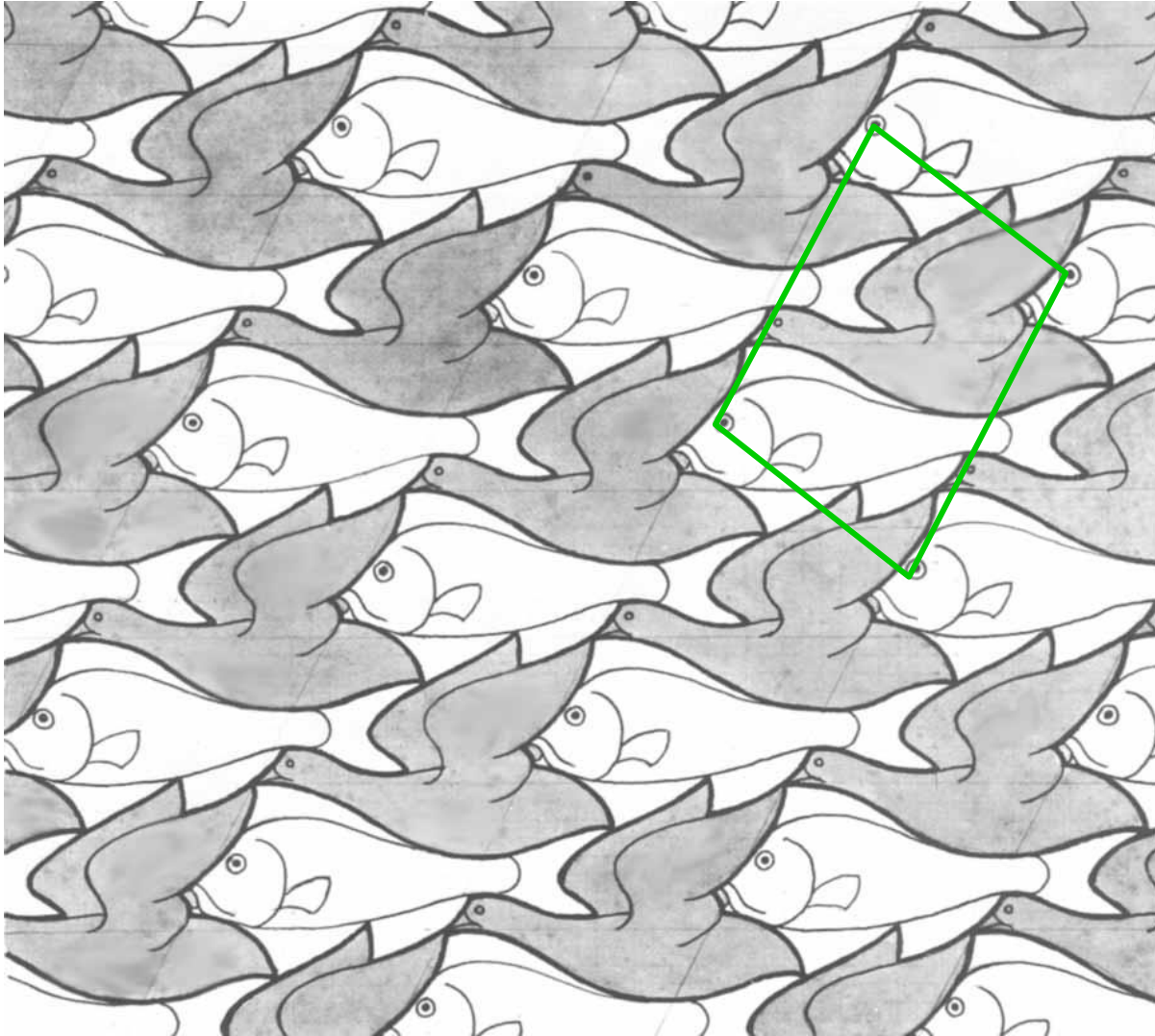
Planos

- Típicamente es necesario especificar ciertas direcciones y planos en los cristales
- Las propiedades de los materiales cristalinos y ciertos procesos fisicoquímicos asociados a los sólidos cristalinos suelen depender de las direcciones cristalográficas
- Las direcciones y los planos cristalográficos se describen mediante tres números enteros denominados **INDICES DE MILLER**

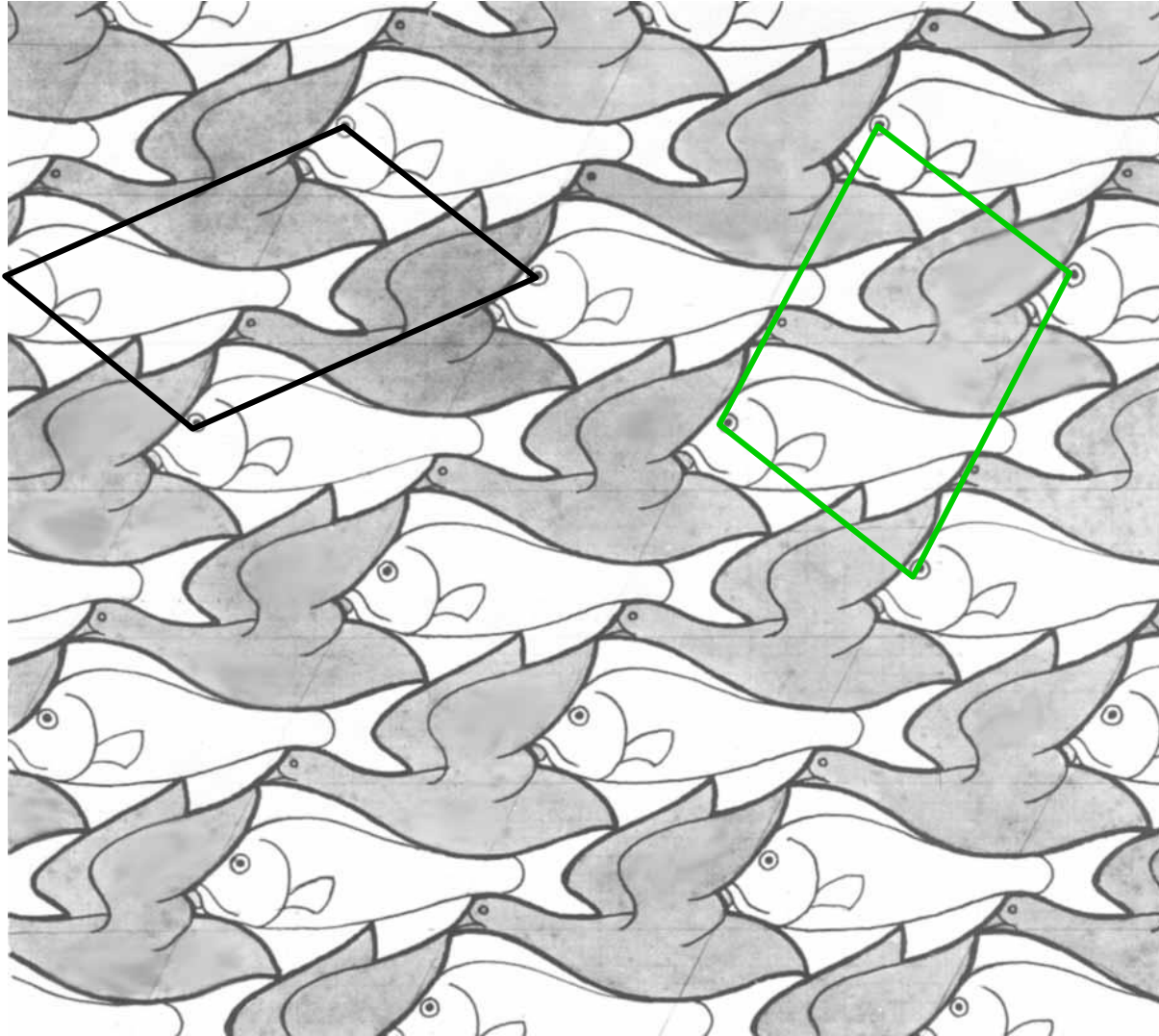
# ■ CELDAS



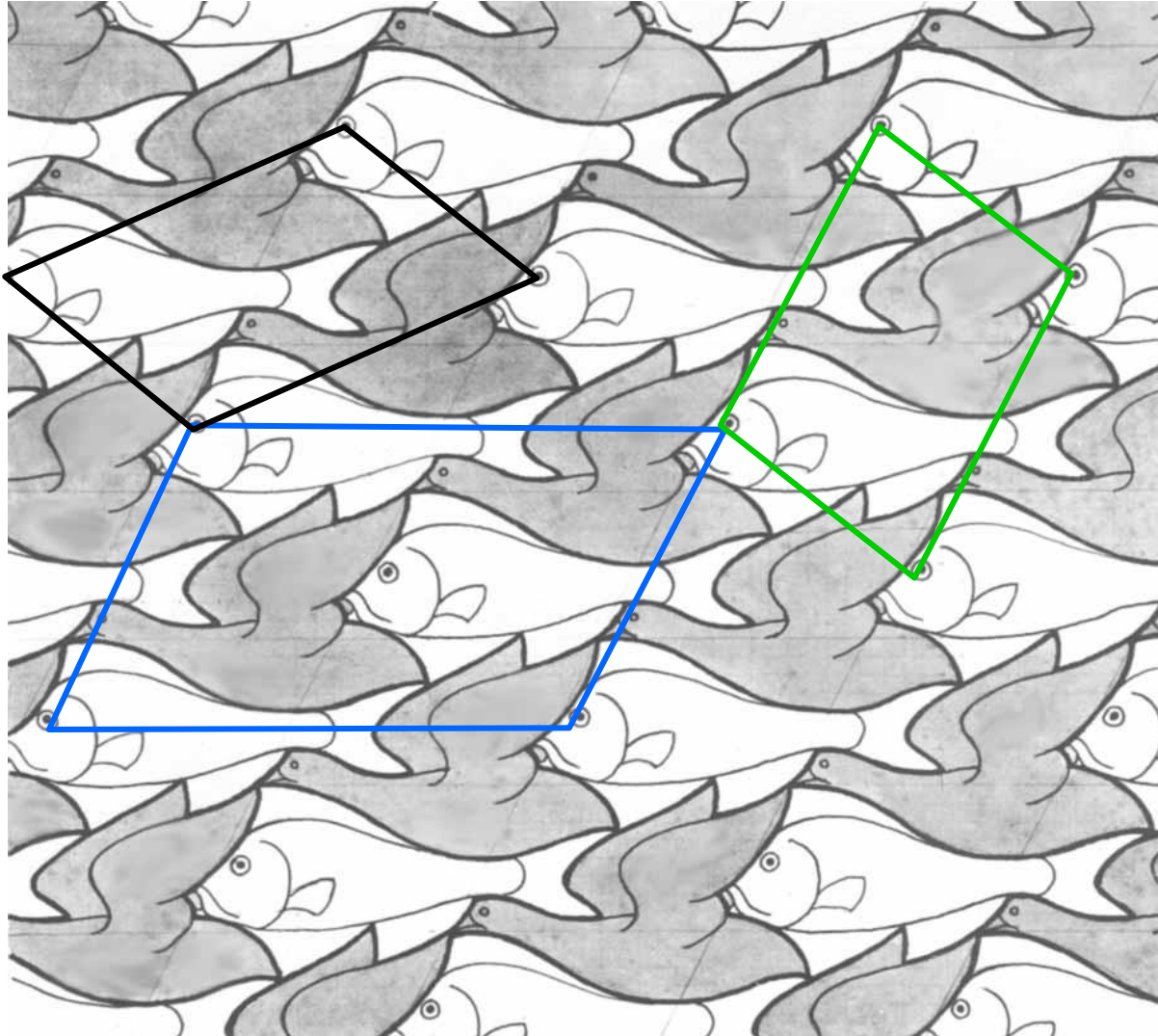
# ■ CELDAS



# ■ CELDAS

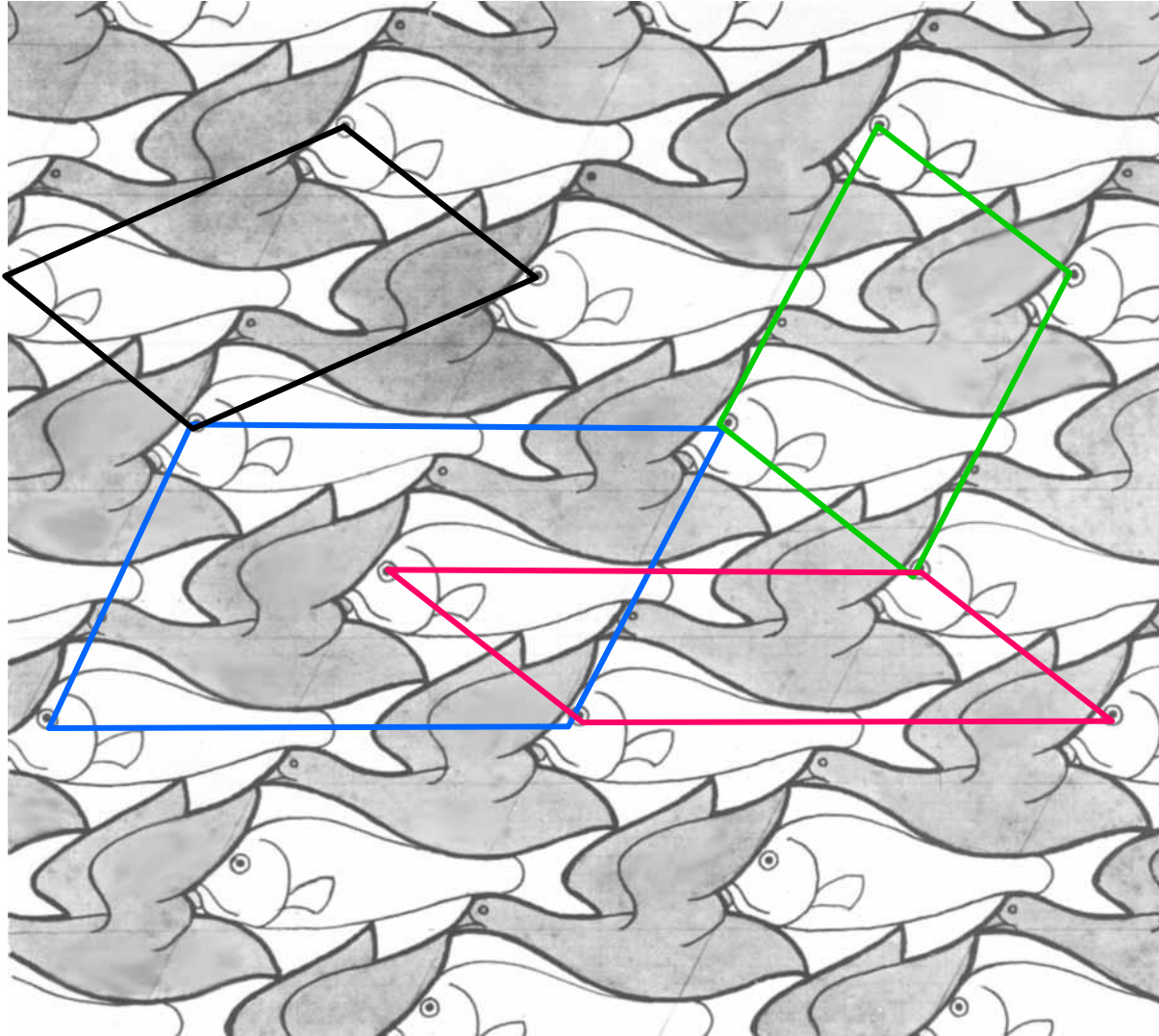


# ■ CELDAS





# ■ CELDAS

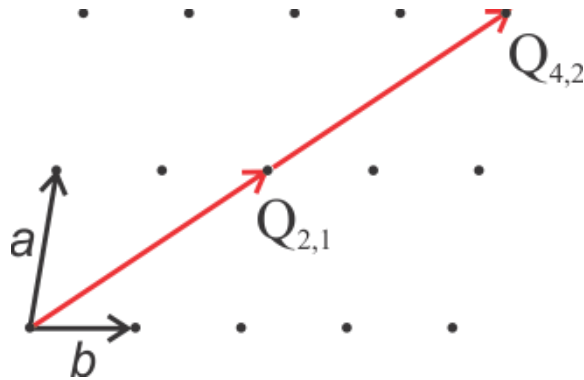


## ■ Direcciones cristalográficas

Dados un punto de la red representado por el vector  $\mathbf{Q}_1$  que cumplen con la ec. 2

$$\mathbf{Q}_{u,v,w} = u\mathbf{a} + v\mathbf{b} + w\mathbf{c}.$$

Definimos la dirección de  $\mathbf{Q}_1$  mediante los eneros  $u, v, w$  (en el caso que  $\mathbf{Q}$  represente un punto de la red definido a partir de los vectores  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$  de una celda primitiva) o  $u, v, w$  racionales (en el caso que  $\mathbf{Q}$  esté definida a partir de vectores de una celda múltiple)



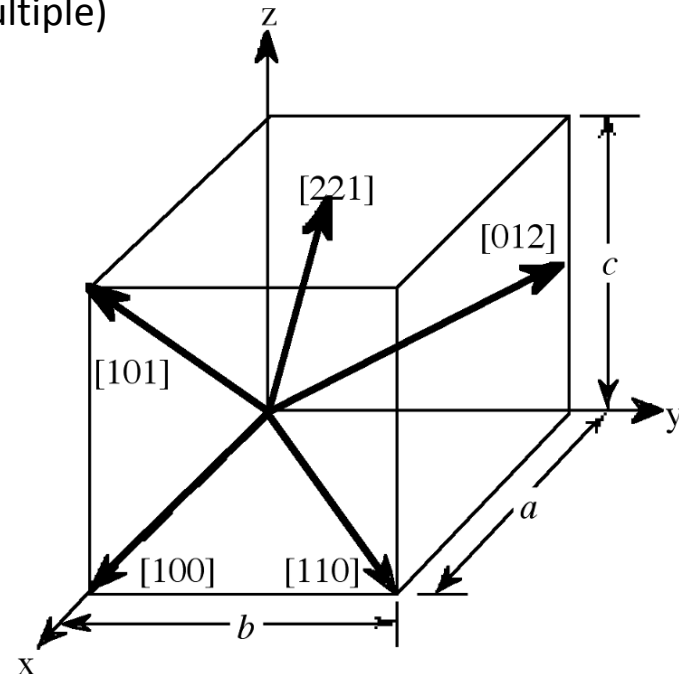
**Ejemplo en 2D**

### Recordar que:

$x, y, z$  son los ejes cristalográficos (colocados a partir de un origen arbitrario)

$a, b, c$  son los parámetros de la red (*dimensiones de cada uno de los lados de la celda*)

$h, k, l$  son los índices de Miller ( $u v w$ ); para expresar las direcciones se indican según: **[hkl]**

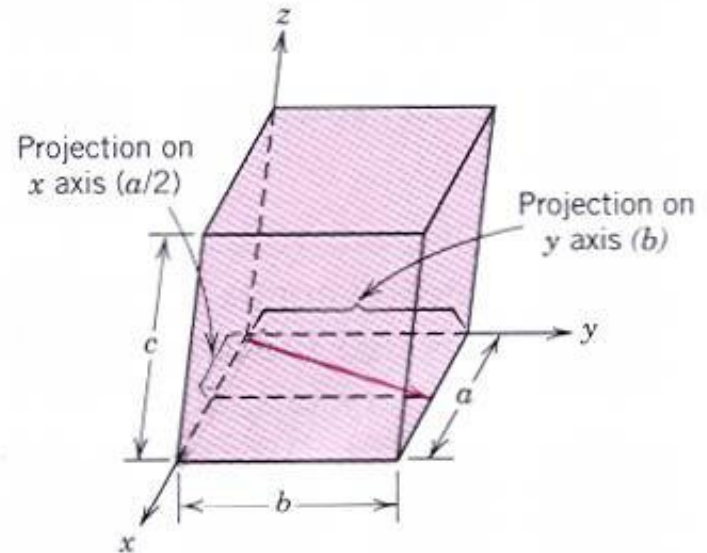


**Ejemplo en 3D**

# ■ Direcciones cristalográficas

## REGLAS PARA DEFINIR UNA DIRECCIÓN CRISTALOGRÁFICA

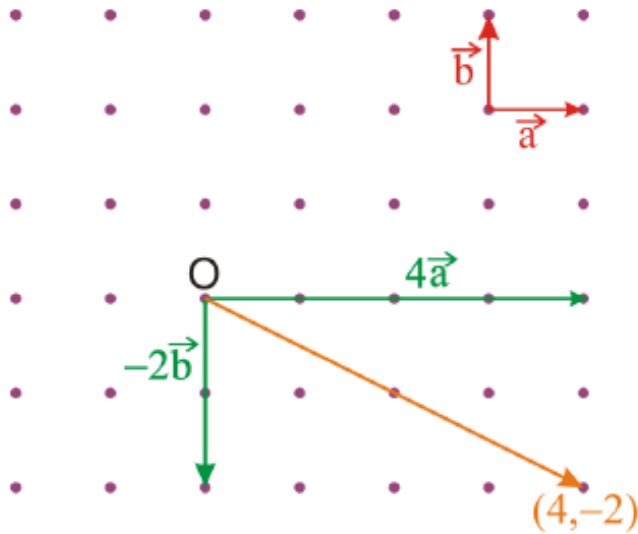
- Ir desde el punto hasta el origen del sistema de coordenadas
- Determinar la longitud de vector proyectado en las dimensiones de la celda unidad (**a, b, c**)
- Remover las unidades y así obtener los índices de Miller; ej.  $[u_a v_b w_c] \rightarrow [u v w]$
- $u v w$  son divididos y multiplicados por factores comunes para reducirse a los valores enteros menores posibles
- La dirección cristalográfica se denota entonces como  $[u v w]$
- Las propiedades de un material serán los mismos a lo largo de una familia de direcciones cristalográficas es la misma
- Para materiales cristalinos uniformes, todas las direcciones paralelas tendrán las mismas propiedades
- Para índices negativos: se usa barra sobre el número
- No usar comas para separar los índices
- $\langle hkl \rangle$  representa una familia de direcciones



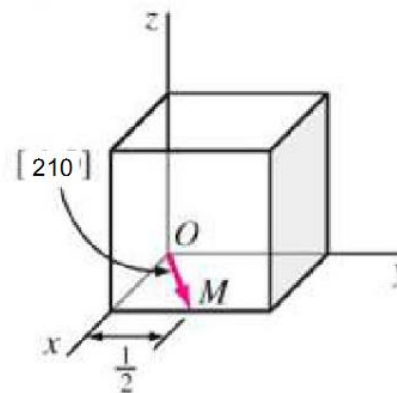
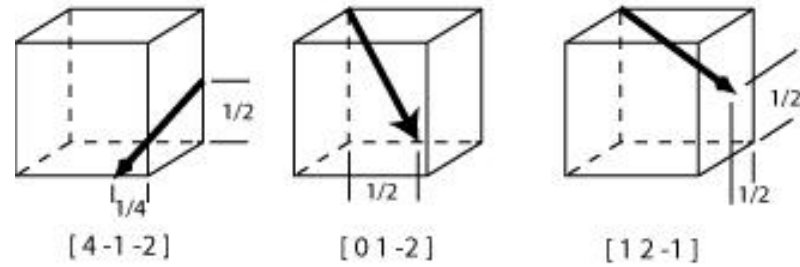
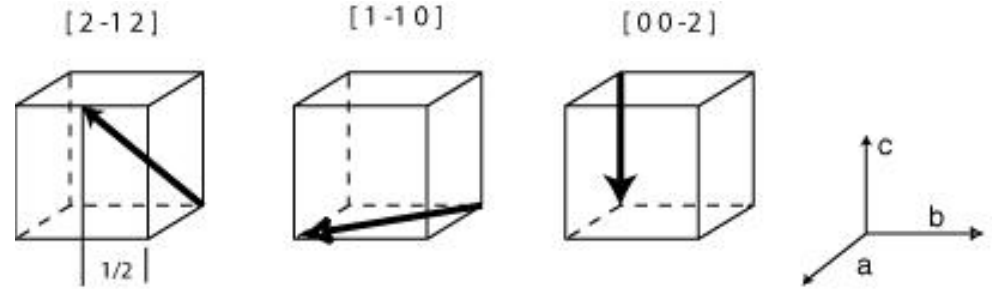
*¿Cuál sería esta dirección?*

# Direcciones cristalográficas

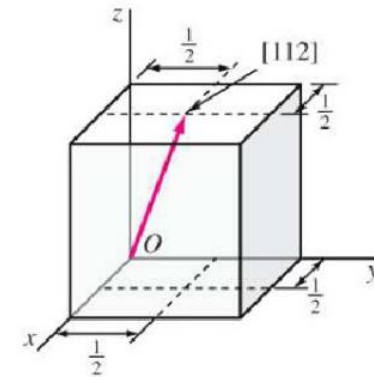
## Ejemplo



Dirección cristalográfica:  $[4 \bar{2}] \rightarrow [2 \bar{1}]$



$X=1, Y=\frac{1}{2}, Z=0$   
 $[1 \frac{1}{2} 0] \rightarrow [2 1 0]$



$X=\frac{1}{2}, Y=\frac{1}{2}, Z=1$   
 $[\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1] \rightarrow [1 1 2]$

# ■ Planos cristalográficos

Tres puntos cristalográficos definen un PLANO CRISTALOGRAFICO

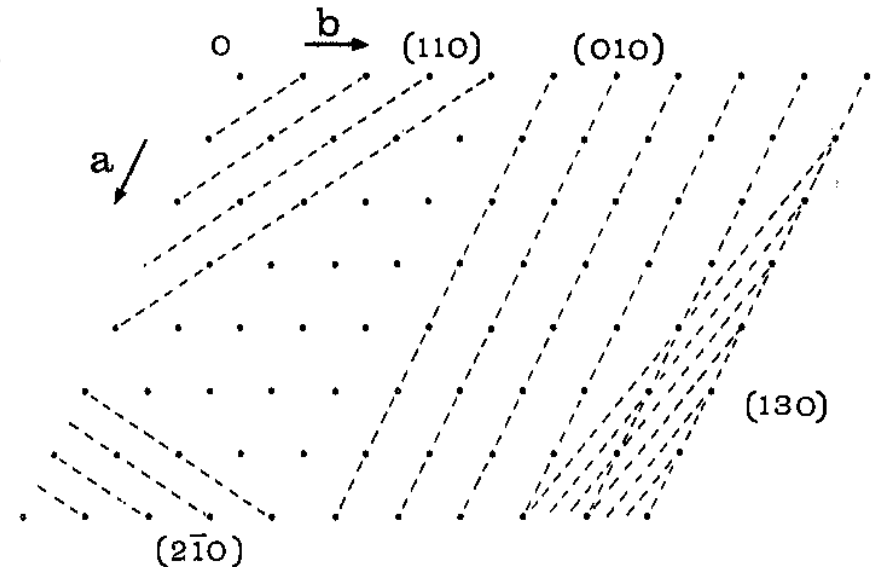
Tener en cuenta, Ecuación de cualquier plano:  
 $m_1 x + m_2 y + m_3 z = 1$

Para describir a los planos cristalográficos en función de los índices de Miller se utiliza la nomenclatura: (h k l)

Los planos cristalográficos paralelos a cada uno de los ejes X Y Z se definen por los índices según: (0kl), (h0l) y (hk0) respectivamente

Los planos paralelos a cada una de las caras de la celda unidad A, B y C, se definen por los índices según: (h00), (0k0) y (00l) respectivamente

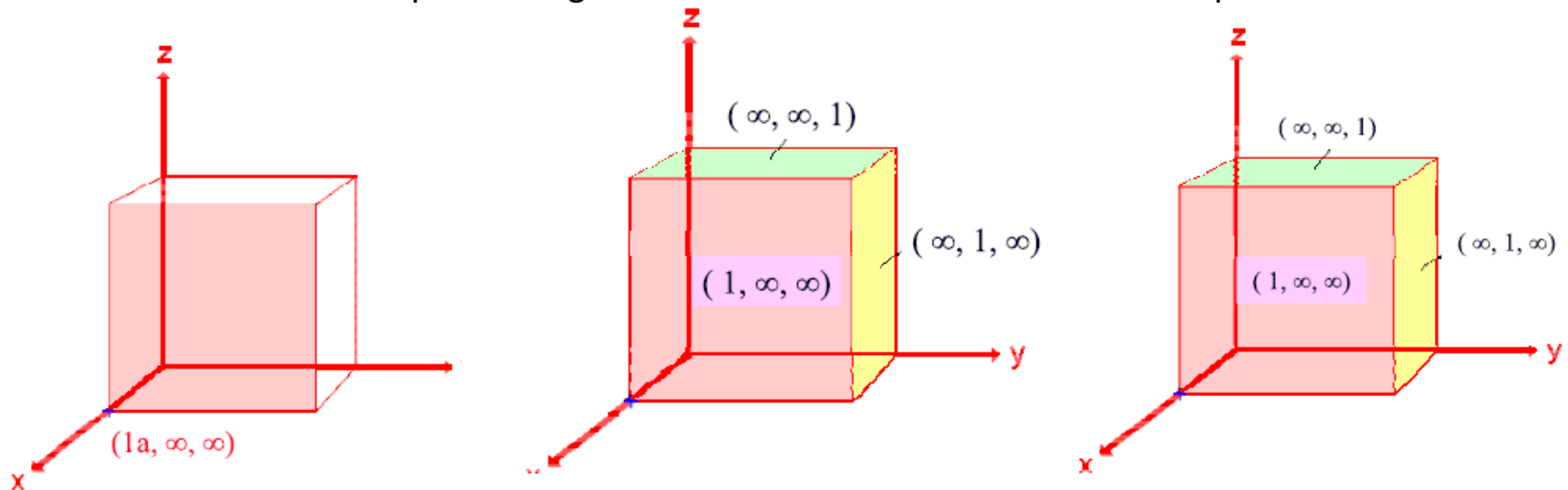
Planos paralelos = tienen los 'mismos índices de Miller



# ■ Planos cristalográficos

## REGLAS PARA DEFINIR UN PLANO CRISTALOGRAFICO

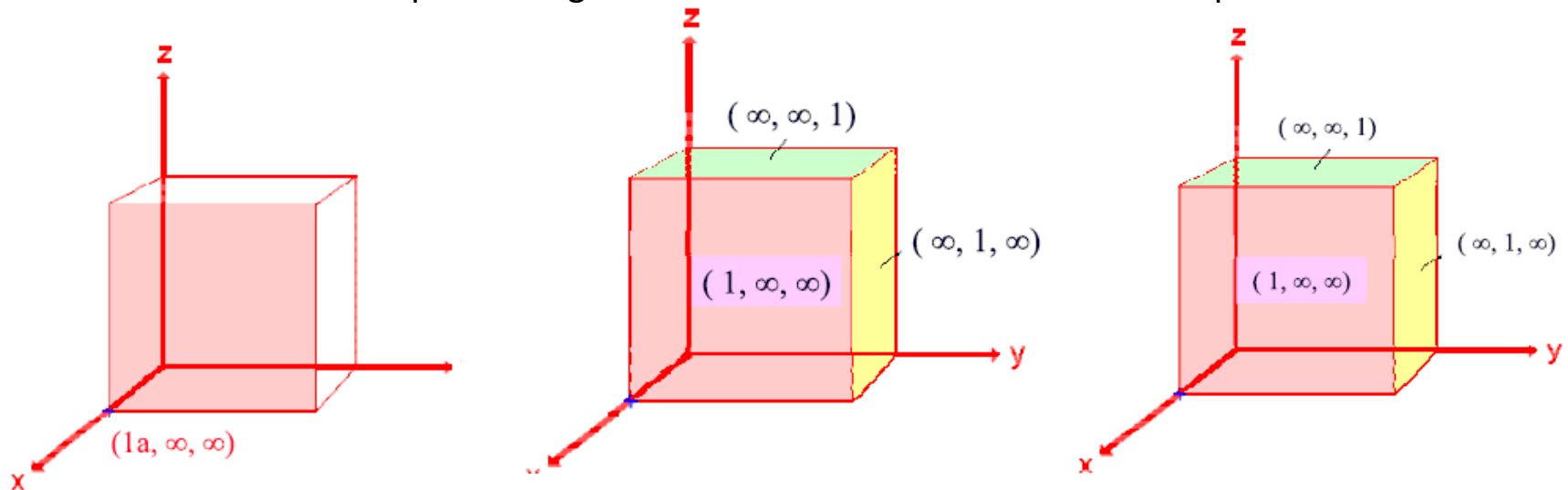
- El plano debe intersectar o ser paralelo a cualquier eje
- Si no se cumple lo anterior, el plano debe trasladarse o se necesita un origen
- Determinar los puntos de intersección del plano con los ejes cristalográficos en función de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , o infinito si es paralelo a alguno de los ejes
- Determinar el recíproco ( $1/a$   $1/b$   $1/c$   $1/\infty$ )
- Reducir al menor número posible según factor común o mínimo común múltiplo



# ■ Planos cristalográficos

## REGLAS PARA DEFINIR UN PLANO CRISTALOGRAFICO

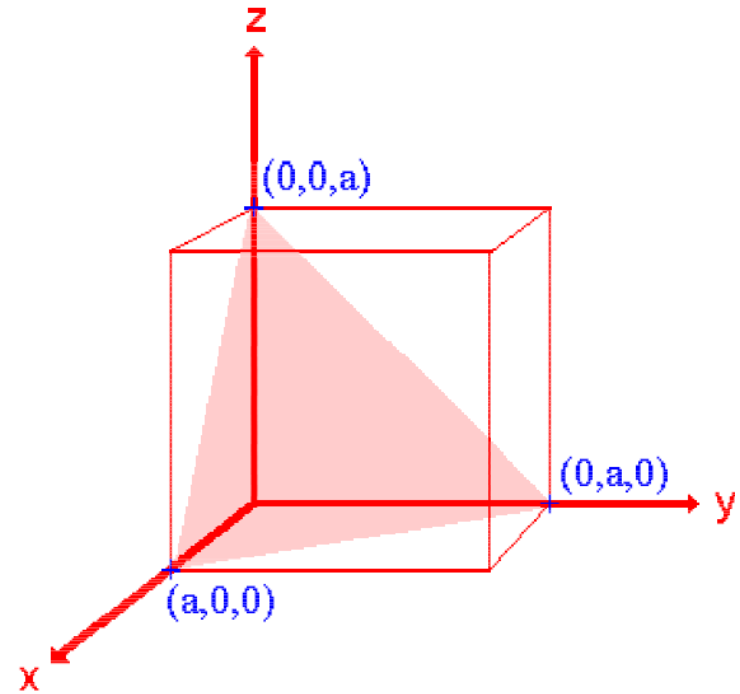
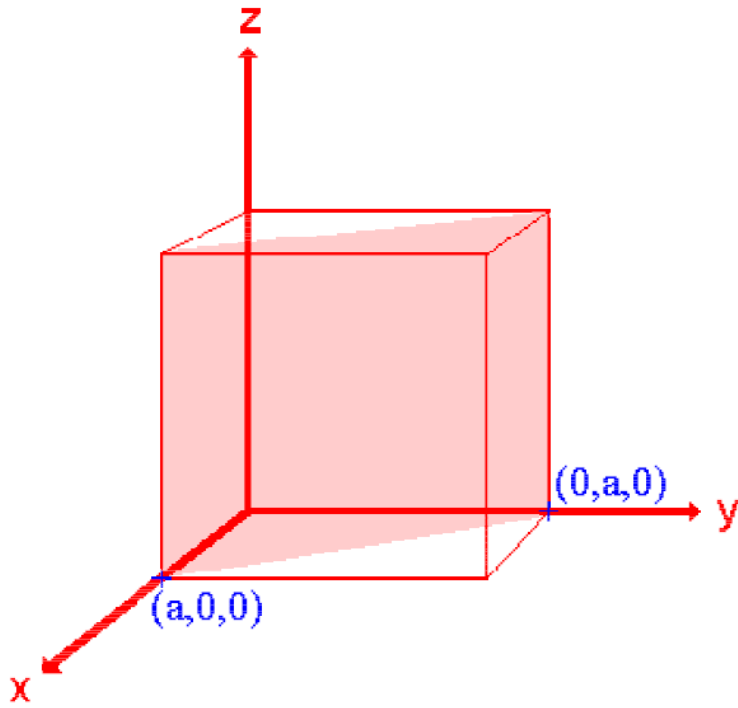
- El plano debe intersectar o ser paralelo a cualquier eje
- Si no se cumple lo anterior, el plano debe trasladarse o se necesita un origen
- Determinar los puntos de intersección del plano con los ejes cristalográficos en función de a, b, c, o infinito si es paralelo a alguno de los ejes
- Determinar el recíproco ( $1/a$   $1/b$   $1/c$   $1/\infty$ )
- Reducir al menor numero posible según factor común o mínimo común múltiplo



- Cara rosa:  $(1/1, 1/\infty, 1/\infty) = (100)$
- Cara verde:  $(1/\infty, 1/\infty, 1/1) = (001)$
- Cara amarilla:  $(1/\infty, 1/1, 1/\infty) = (010)$

# ■ Planos cristalográficos

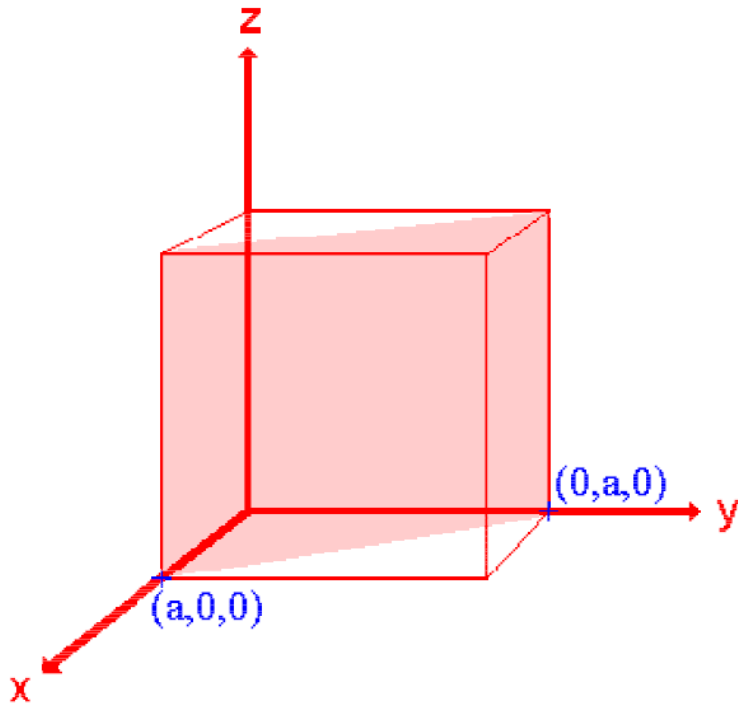
Ejemplos



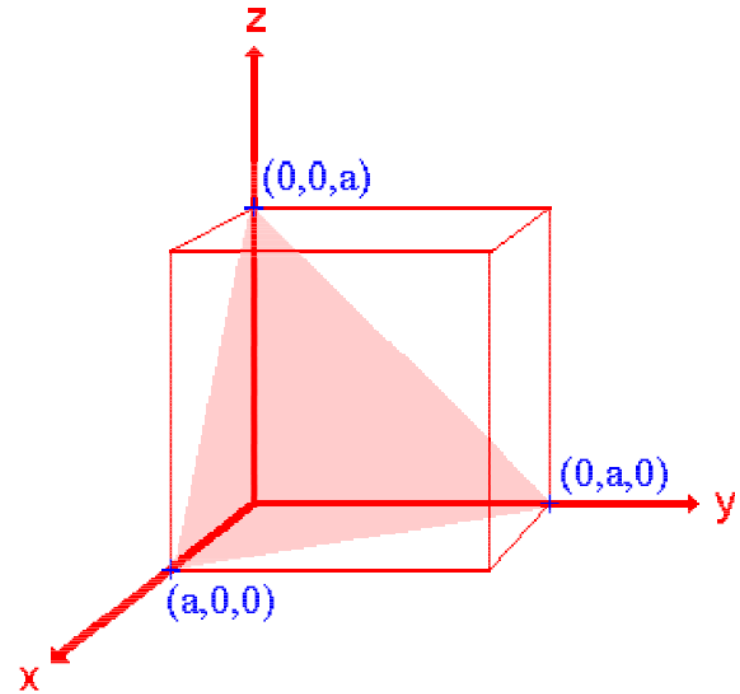


# ■ Planos cristalográficos

Ejemplos



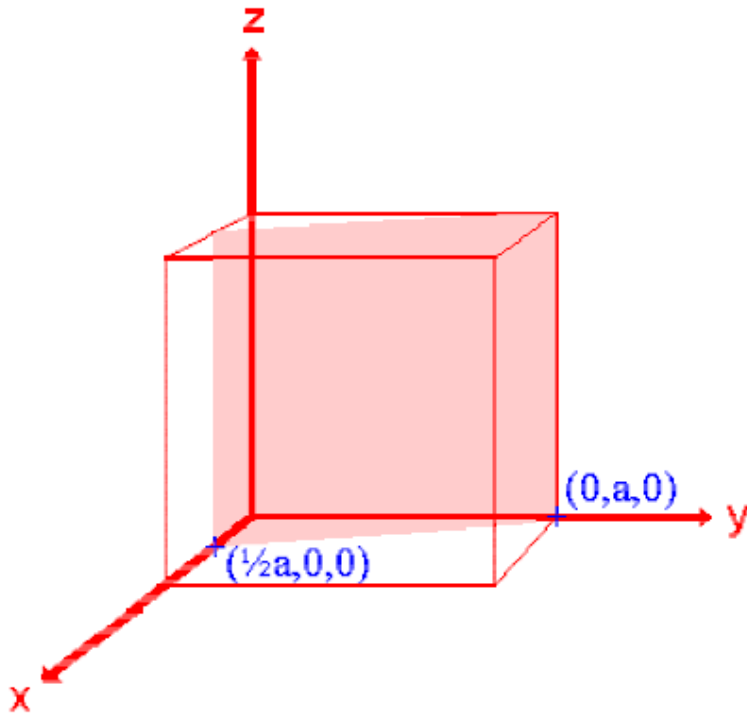
Intercepción:  $(1,1, \infty) \rightarrow (110)$



Intercepción =  $(1,1,1) \rightarrow (111)$

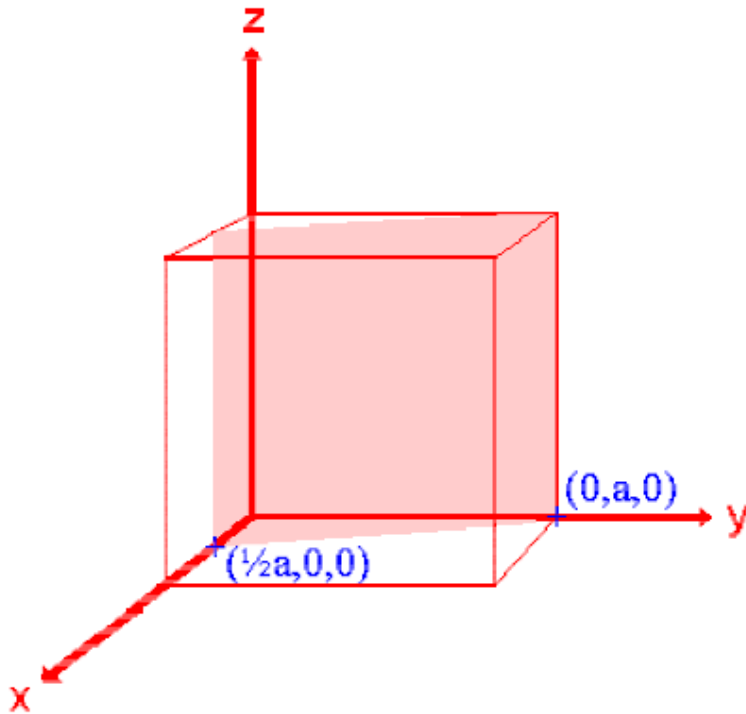
# ■ Planos cristalográficos

Ejemplos



# ■ Planos cristalográficos

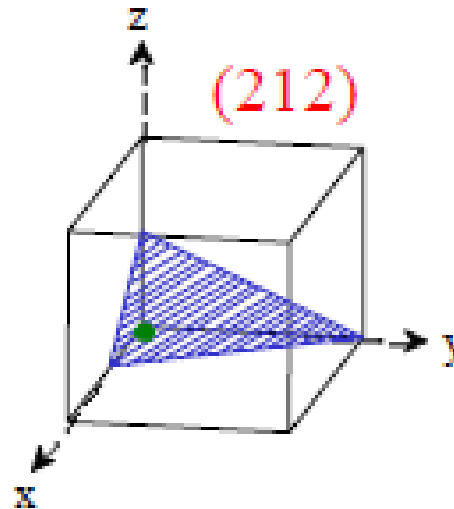
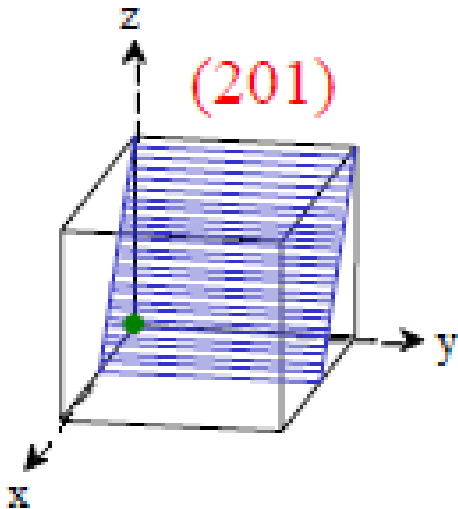
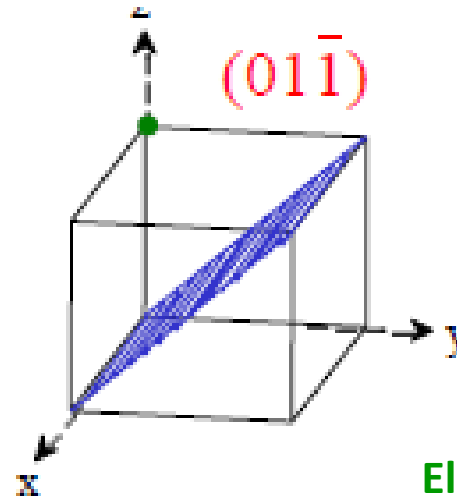
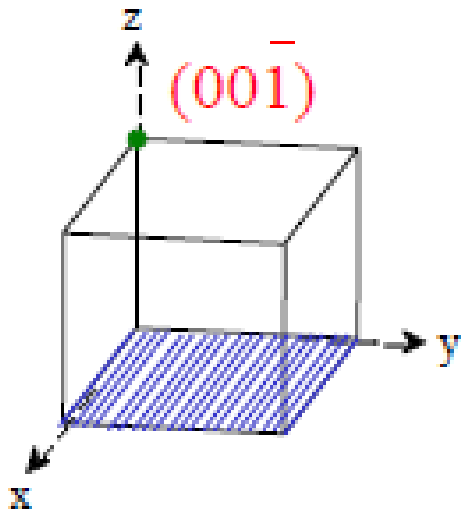
## Ejemplos



Intercepción:  $(\frac{1}{2}, 1, 0) \rightarrow (210)$

# ■ Planos cristalográficos

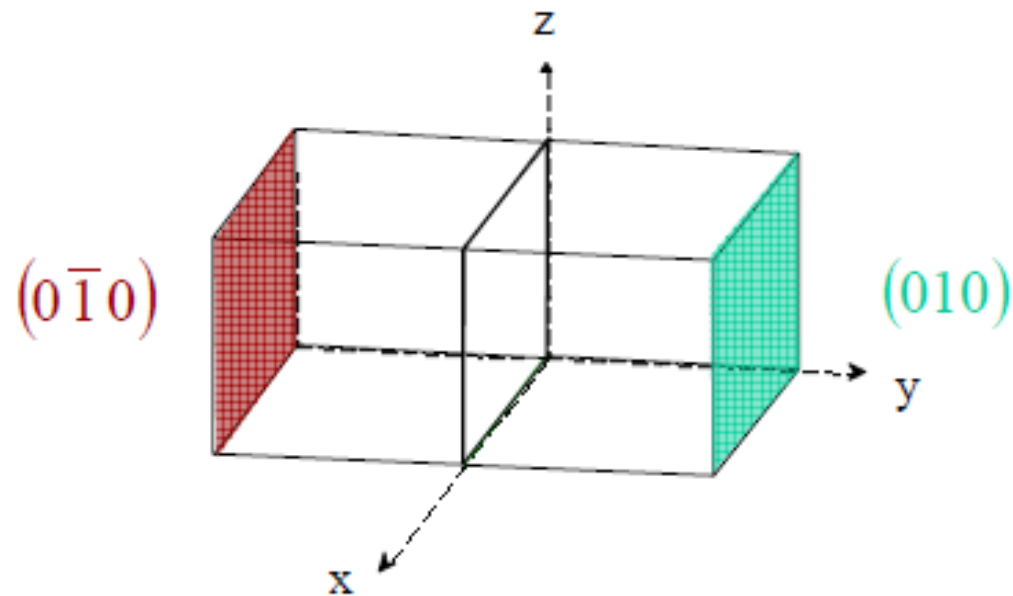
## Ejemplos



El punto verde indica dónde se ubicó el origen (recordar estrategia utilizada para direcciones)

# ■ Planos cristalográficos

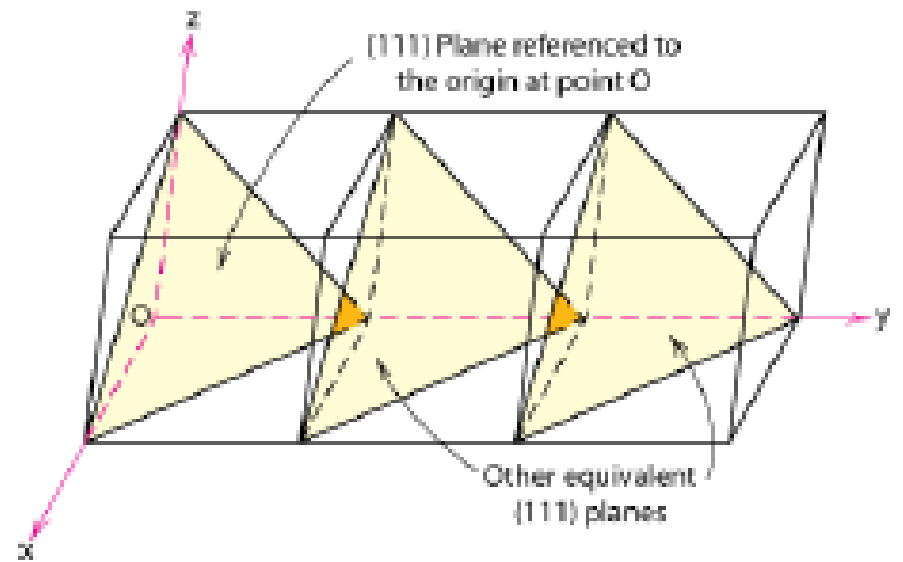
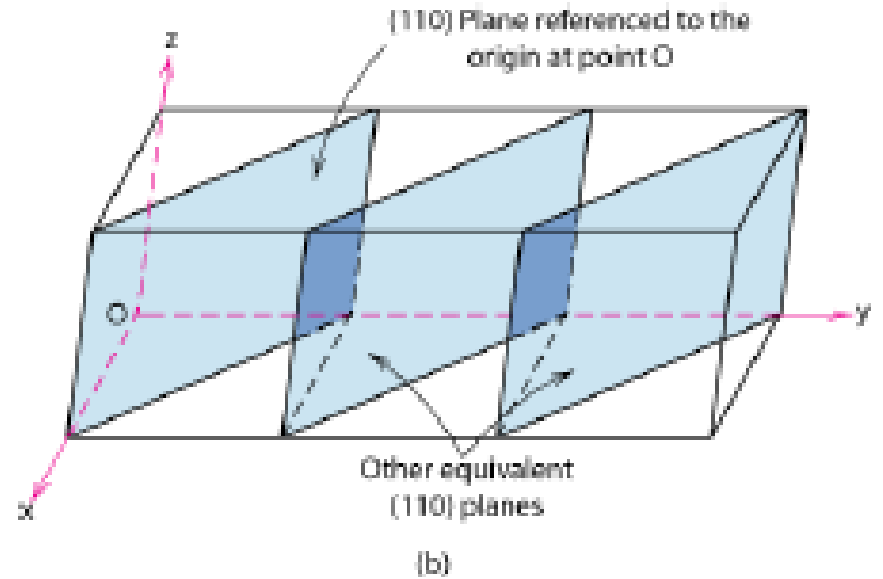
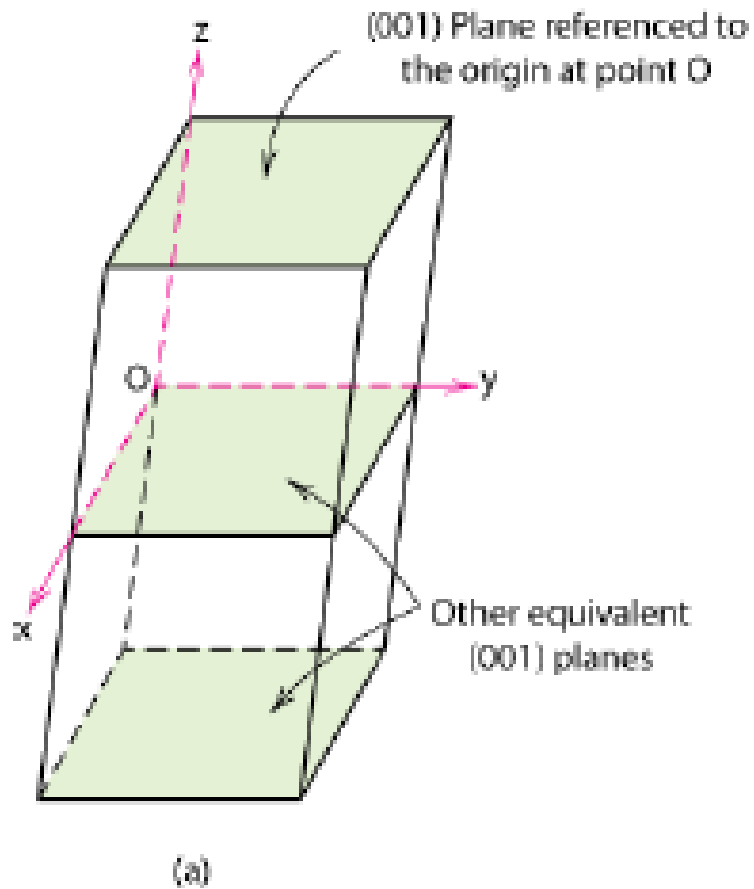
## Observación



Planos comprendiendo índices con signo opuesto son equivalentes

# ■ Planos cristalográficos

## Observación

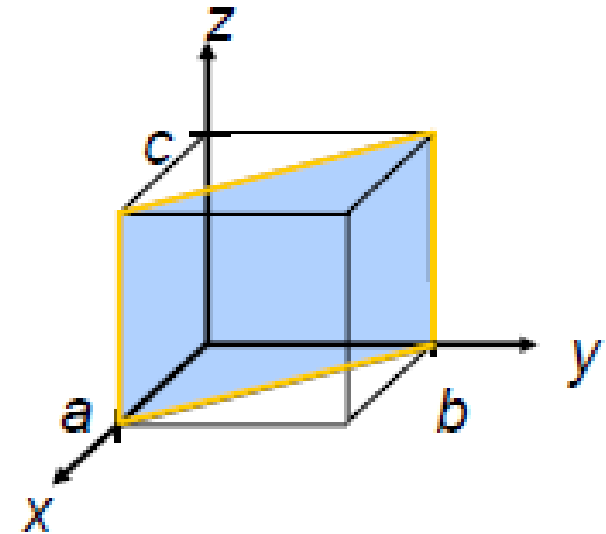


# ■ Planos cristalográficos

## Ejemplos

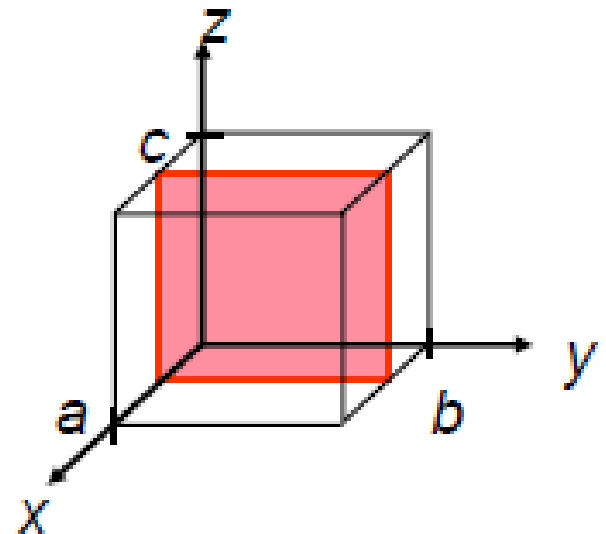
### Example

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1. Intercepts	1	1	$\infty$
2. Reciprocals	1/1	1/1	1/ $\infty$
	1	1	0
3. Reduction	1	1	0
4. Miller Indices	(110)		



### Example

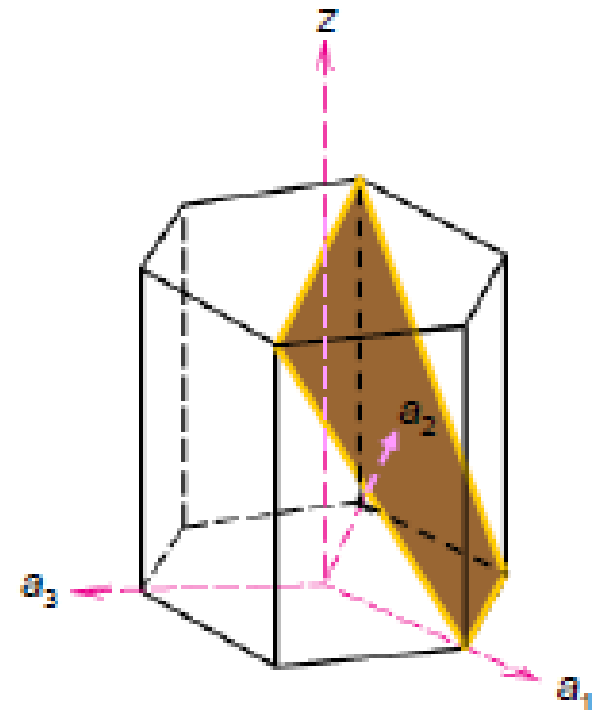
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1. Intercepts	1/2	$\infty$	$\infty$
2. Reciprocals	1/1/2	1/ $\infty$	1/ $\infty$
	2	0	0
3. Reduction	2	0	0
4. Miller Indices	(100)		



# ■ Planos cristalográficos

Ejemplo. CELDA HEXAGONAL

<u>Example</u>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$c$
1. Intercepts	1	$\infty$	-1	1
2. Reciprocals	1	$1/\infty$	-1	1
	1	0	-1	1
3. Reduction	1	0	-1	1
4. Miller-Bravais Indices	$(10\bar{1}1)$			



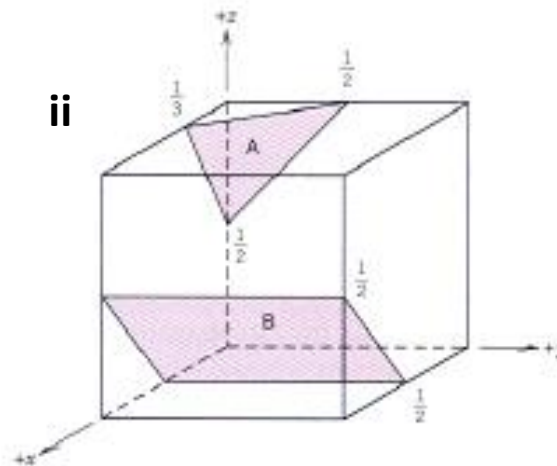
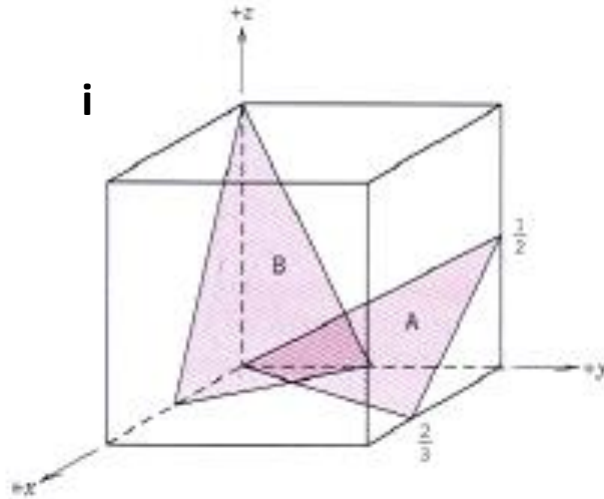


# ■ Direcciones y Planos cristalográficos

## Ejercicios

1, Graficar las siguientes direcciones :  $[110]$ ,  $[\bar{1}\bar{2}1]$ ,  $[\bar{1}02]$

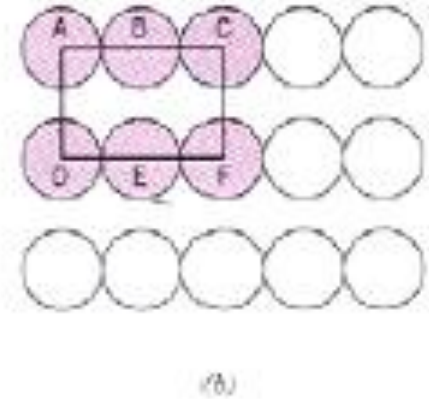
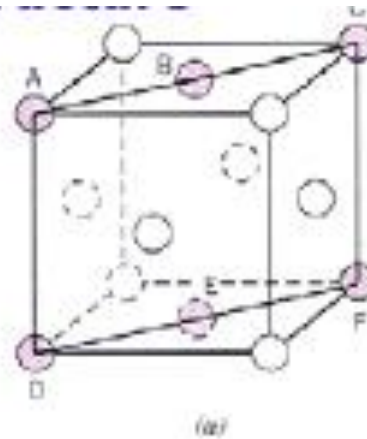
2, Determinar los índices de Miller de los siguientes planos



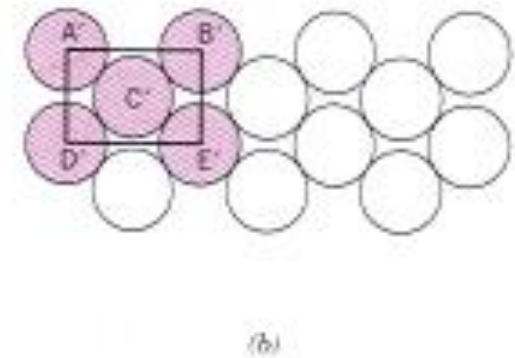
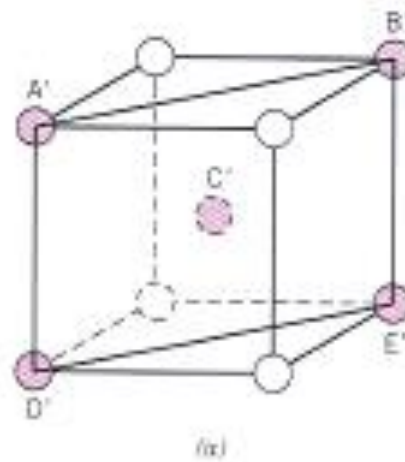
3. Construir los planos cuyos ;indices de Miller son los siguientes  $(0\bar{1}\bar{1})$  and  $(11\bar{2})$

# ■ Arreglos atómicos y Planos cristalográficos

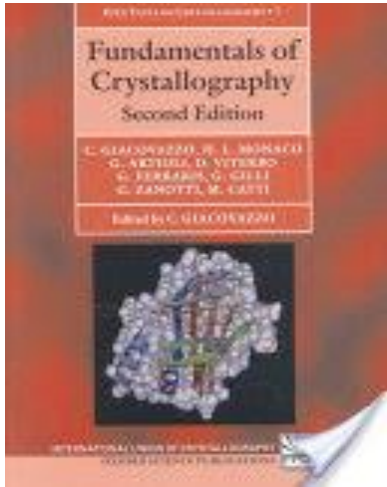
**FCC:** (a) reduced sphere  
(b) atomic packing of  
an FCC (110) plane



**BCC:** (a) reduced sphere  
(b) atomic packing of  
an BCC (110) plane

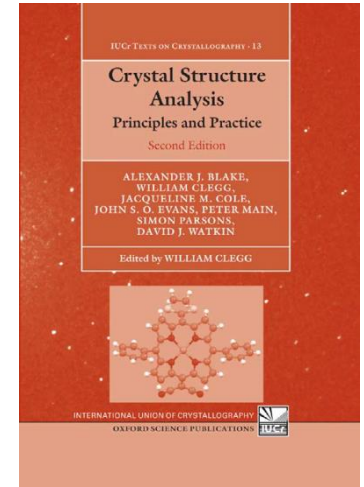


# ■ Referencias



**Fundamentals of Crystallography.**  
IUCr Book Series  
*Edited by Carmelo Giacovazzo*

**Crystal Structure Analysis**  
Principles and Practice  
IUCr Book Series  
*Edited by William Clegg*



[Visualizar planos](http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/miller_indices/lattice_draw.php)

[http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/miller\\_indices/lattice\\_draw.php](http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/miller_indices/lattice_draw.php)