Elektřina a magnetismus

Elektřina a magnetismus

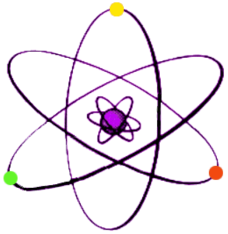
- oblast fyziky, která **zkoumá elektrické a magnetické jevy v prostředí a jejich vzájemnou souvislost**

- klasickou **makroskopickou teorii elektřiny a magnetismu** je možno popsat pomocí **Maxwellových rovnic a materiálových vlastností prostředí**, ve kterém probíhají elektromagnetické procesy

Elektřina a magnetismus

Elektrický náboj

$Q \rightarrow [\mathrm{C}]$



- **náboj** je vlastnost mikročástic látky, která se **projevuje silovými účinky** na podobné mikročástice v jejím okolí

- souvisí vždy s **hmotnou částicí,** která vytváří kolem sebe **elektrické pole,** jež zprostředkovává **silové působení mezi nabitými částicemi na dálku**

- **silové účinky** mezi částicemi **závisí na jejich vzájemném pohybu:**

pole elektrostatické

- náboj v klidu
- elektrostatické síly

pole elektrodynamické

- náboj v pohybu
- elektrické a magnetické síly

Elektrostatické pole

Zákon zachování náboje

- náboj je **nevytvořitelný** a **nezničitelný**

$$\sum Q = \text{konst.}$$

Zákon superpozice

- **při současném působení několika nábojů je účinek každého náboje týž, jako by náboj působil sám**

Zákon invariantnosti náboje

- **náboj je při všech transformacích vztažné soustavy invariantní**

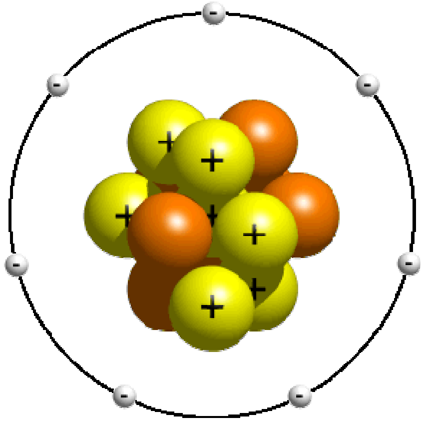
Zákon o kvantování náboje

- všechny náboje - kladné i záporné - **jsou celistvými násobky dále nedělitelného elementárního náboje (e = 1,602 . 10^{-19} C)**

Elektřina a magnetismus

Elektrický náboj

Atomy



Klidová hmotnost

Proton: $m_P = 1{,}67265 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ ⇒ $Q = e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Neutron: $m_n = 1{,}67495 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Elektron: $m_e = 9{,}10953 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ ⇒ $Q = -e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

- v 1 kg elektricky neutrální látky je obsaženo přibližně $5 \cdot 10^{7}\,\mathrm{C}$ kladného i záporného náboje

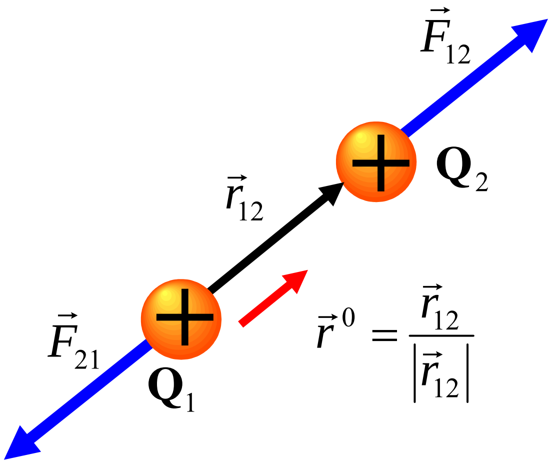
Elektrostatické pole

Coulombův zákon

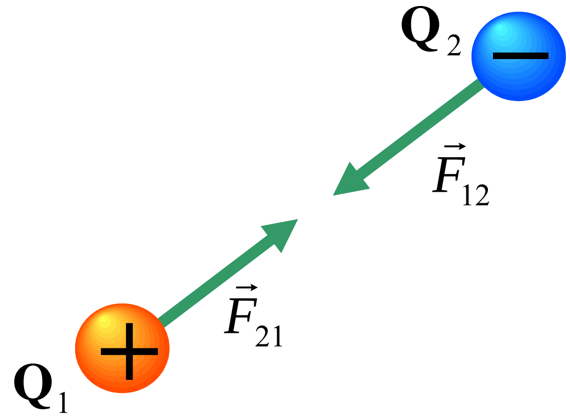
$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2}\vec{r}^{\,0}$$

- **elektrostatická síla, kterou na sebe působí ve vakuu dva bodové náboje Q_1 a Q_2**

permitivita vakua: $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m



odpudivá síla



přitažlivá síla

Elektrostatické pole

Coulombův zákon

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

- přitažlivá nebo odpudivá
- klesá s faktorem $1/r^2$
- velmi silné působení
- důležité působení v malých měřítcích
- neumožňuje shlukovat náboje stejného znaménka a tak vytvářet silné působení

Newtonův zákon

$$\vec{F}_{12} = -\kappa\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

- vždy přitažlivá
- klesá s faktorem $1/r^2$
- velmi slabé působení
- důležitá ve velkých měřítcích
- umožňuje shlukovat velkou hmotu

Elektrostatické pole

- **Příklad:** (porovnání gravitační a elektrostatické síly mezi protonem a elektronem)

gravitační konstanta: $\kappa = 6{,}67 \,.\, 10^{-11}$ N m^2 / kg^2 , $\varepsilon_0 = 8{,}854 \,.\, 10^{-12}$ F/m

proton: $m_p = 1{,}672 \,.\, 10^{-27}$ kg , $Q_p = e = 1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ C.

elektron: $m_e = 9{,}109 \,.\, 10^{-31}$ kg , $Q_e = -e = -1{,}6 \,.\, 10^{-19}$ C.

$$F_g = \kappa \frac{m_p m_e}{r^2}, \quad F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q_p Q_e}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left|\frac{F_e}{F_g}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o \kappa m_p m_e} \doteq 2.10^{39}}$$

- **Příklad:** (elektrostatická síla mezi dvěma náboji Q = 1 C ve vzdálenosti r = 1 km)

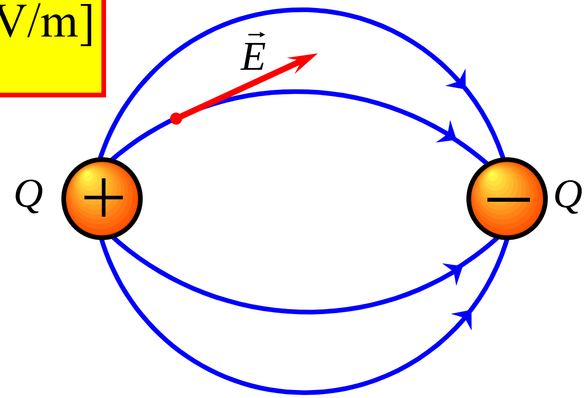
$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q^2}{r^2} = 8{,}99 \text{ kN}$$

Elektrostatická síla je ve srovnání se silou gravitační mnohonásobně větší

Elektrostatické pole

Intenzita elektrického pole

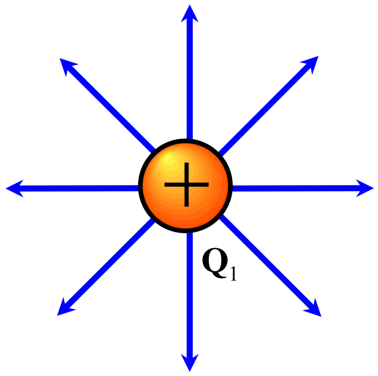
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad [\mathrm{V/m}]$$

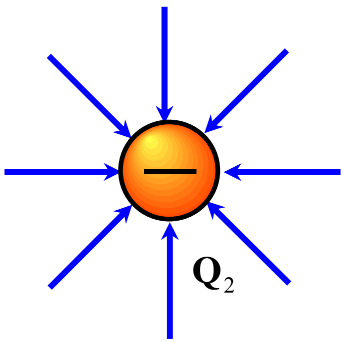


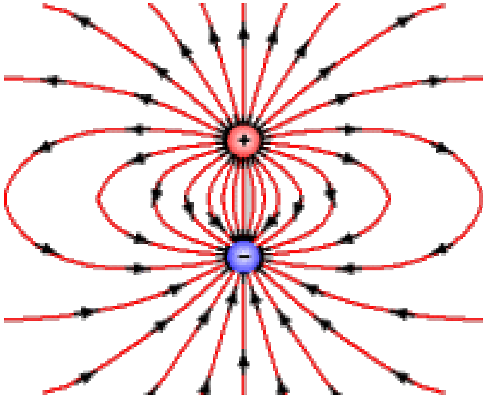
- **elektrostatické silové pole** je vektorové pole charakterizované tzv. **intenzitou pole** (intenzitou síly):

- <u>**Siločáry elektrostatického pole:**</u>

- tečna v daném bodě má **směr vektoru intenzity pole**
- tyto křivky se vzájemně neprotínají
- můžeme pomocí nich graficky znázornit velikost intenzity pole
- siločáry vycházejí z kladného náboje a končí v záporném náboji

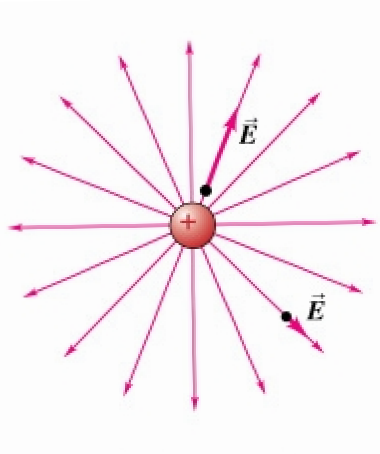




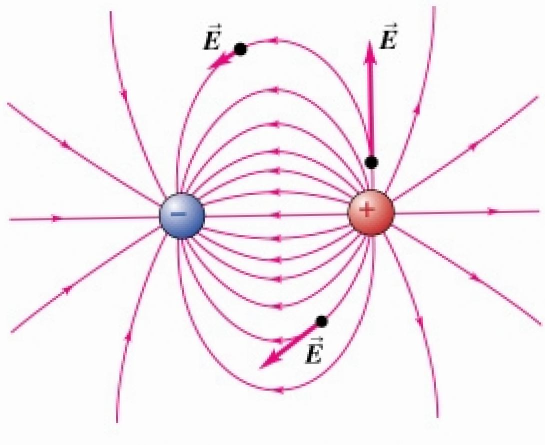


Elektrostatické pole

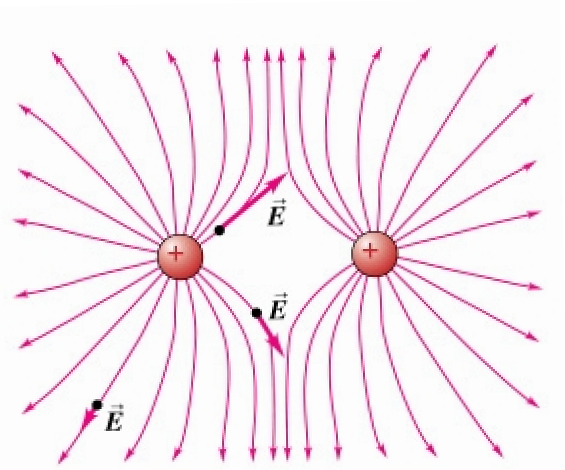
Intenzita elektrického pole - příklady



osamocený náboj



elektrický dipól



souhlasné náboje

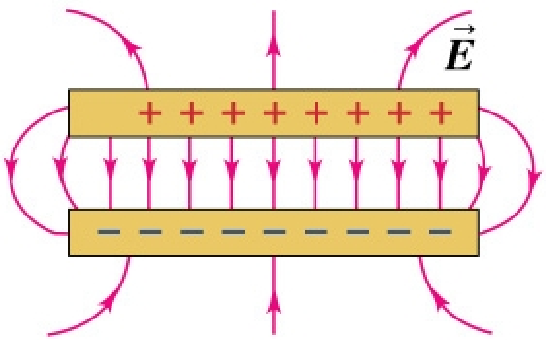
Elektrostatické pole

homogenní elektrické pole

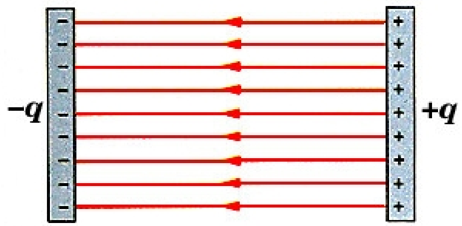
$E(\vec{r}) = \text{konst.}$

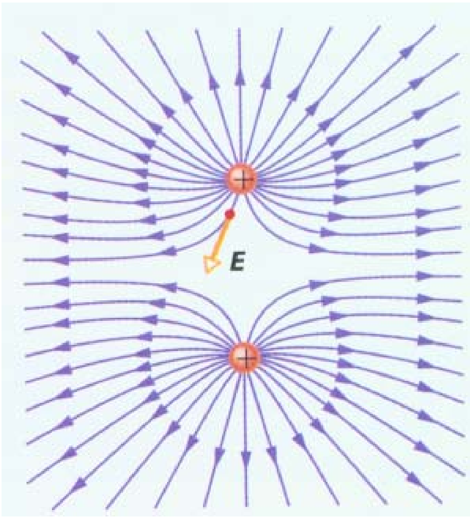
nehomogenní elektrické pole

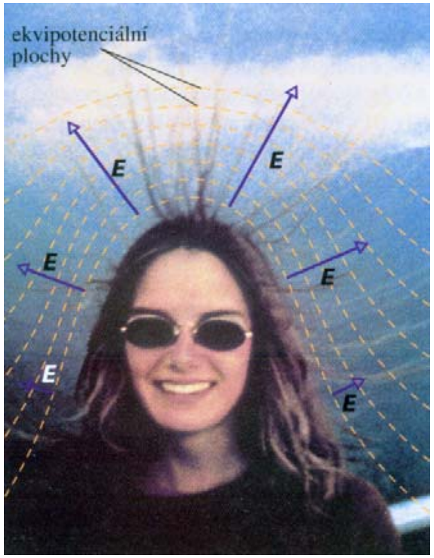
$E(\vec{r}) \neq \text{konst.}$



deskový kondenzátor

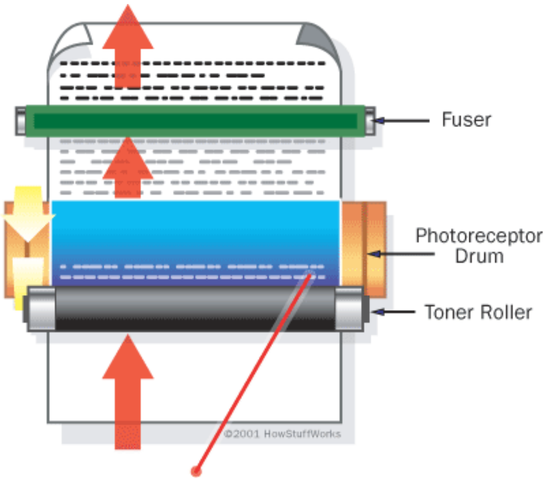


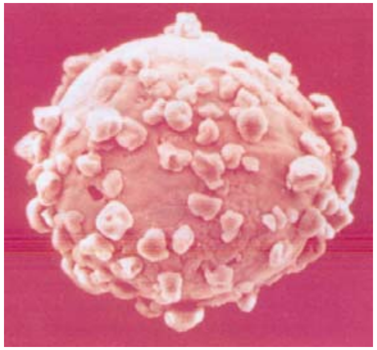


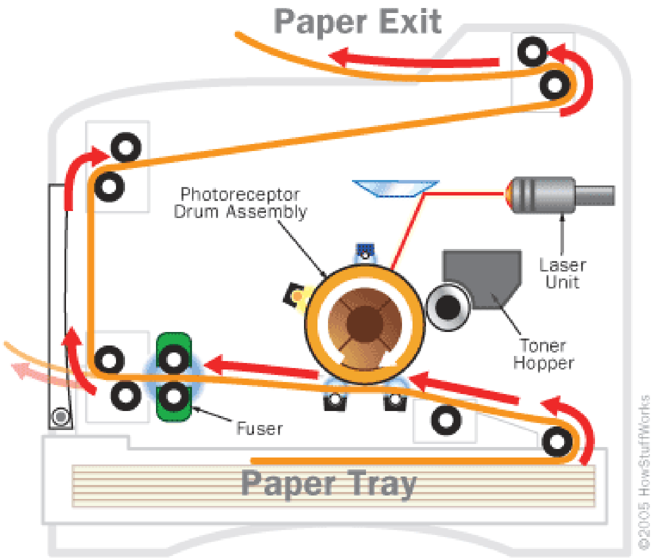


Elektrostatické pole

- **Příklad:** (laserová tiskárna – elektrostatický princip nanášení toneru)

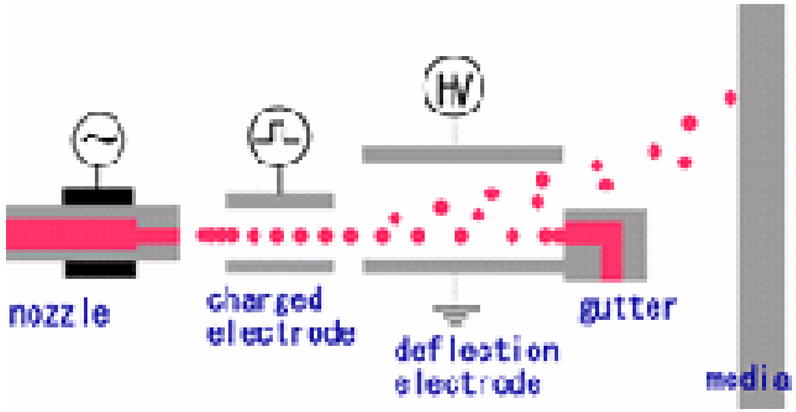






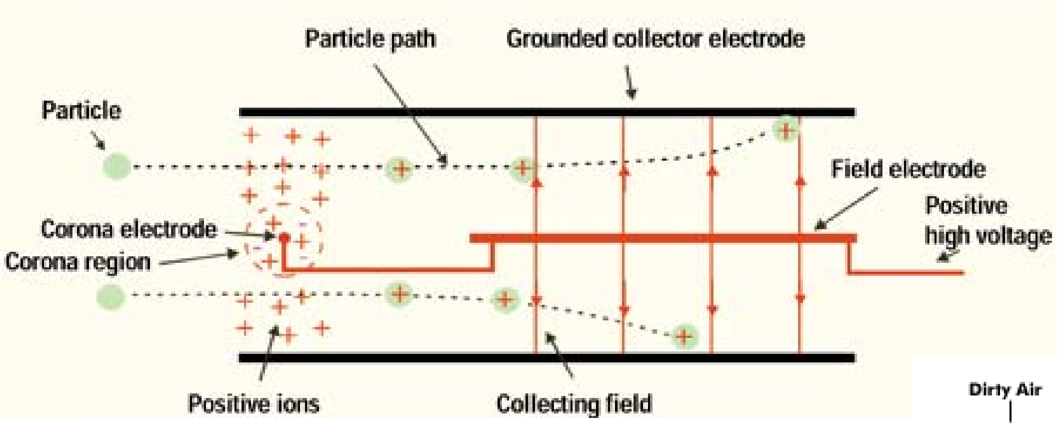
Elektrostatické pole

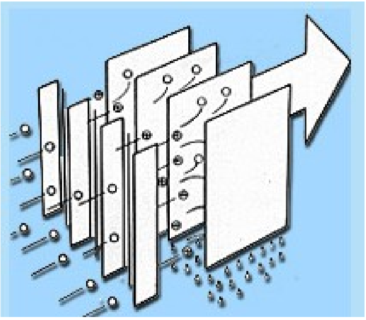
- **Příklad:** (inkoustová tiskárna – elektrostatický princip nanášení inkoustu)

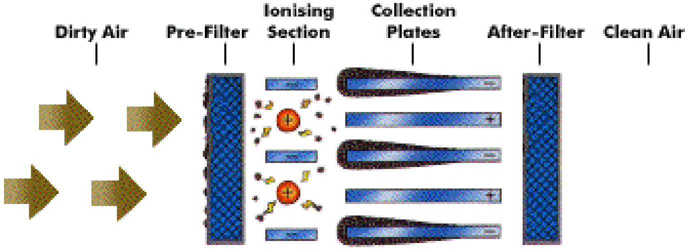


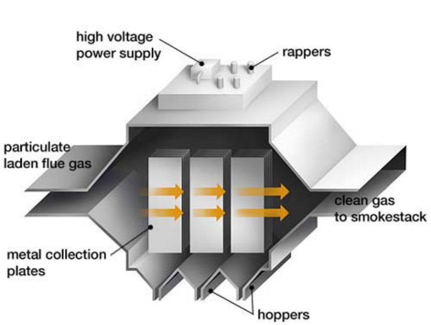
Elektrostatické pole

- **Příklad:** (elektrostatický odlučovač popílku, čističe vzduchu)







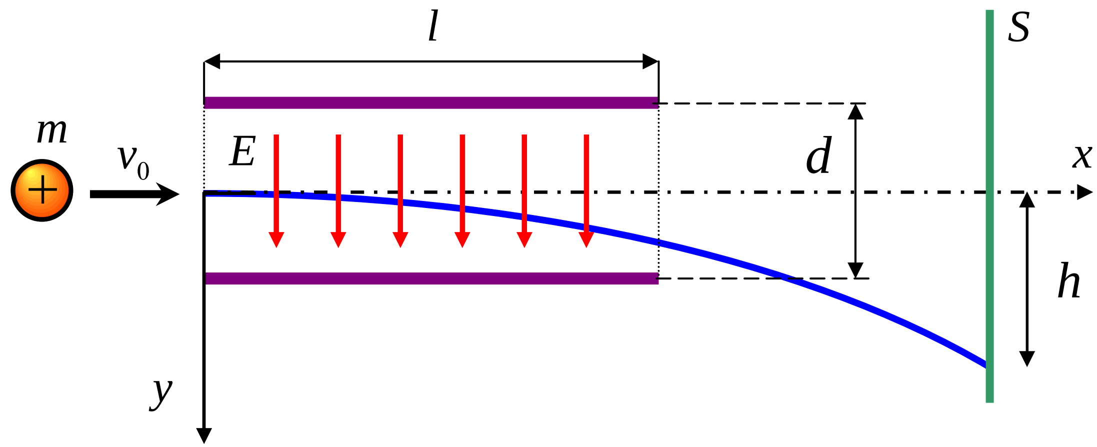


Elektrostatické pole

Příklad: (pohyb nabité částice v elektrostatickém homogenním poli)

$$m\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{G}} + \vec{\mathbf{F}}_e$$

$$G = mg \qquad F_e = QE = \frac{QU}{d}$$



$$ma_x = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 0$$

$$ma_y = m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = mg \pm \frac{QU}{d}$$

$$v_x = v_0$$

$$x = v_0 t$$

$$t_l = l / v_o$$

$$v_{yl} = v_y(t_l)$$

$$y_l = y(t_l)$$

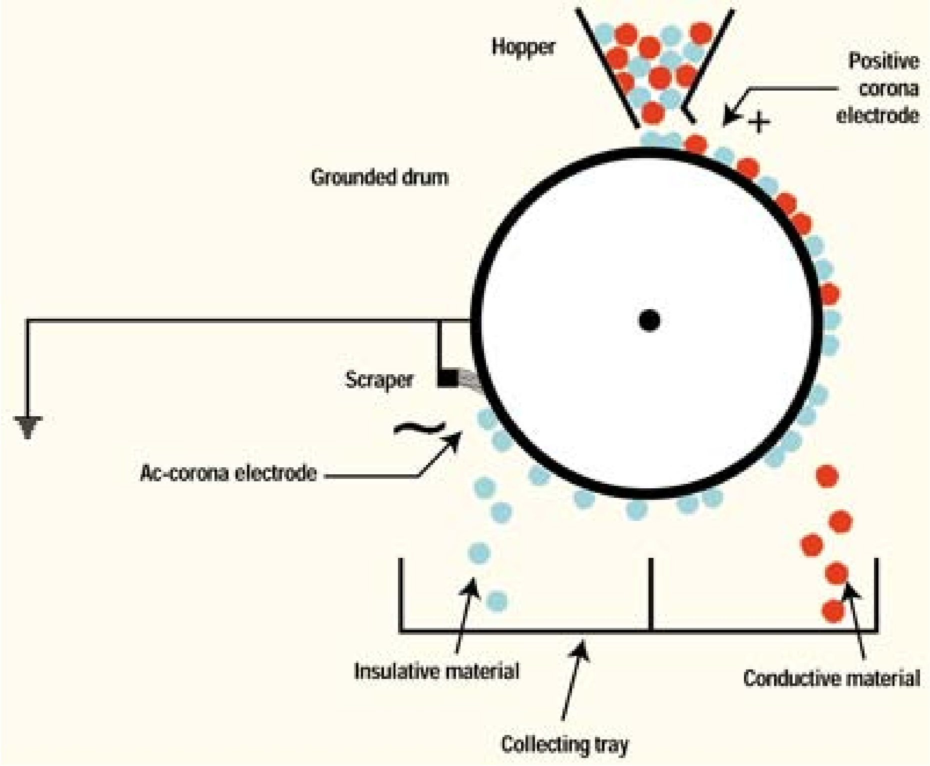
$$v_y = \left(g \pm \frac{QU}{md}\right)t \qquad y = \left(g \pm \frac{QU}{md}\right)\frac{t^2}{2}$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2h}{\mathrm{d}t^2} = mg \qquad h = y_l + v_{yl}t_r + \frac{1}{2}gt_r^2$$

Elektrostatické pole

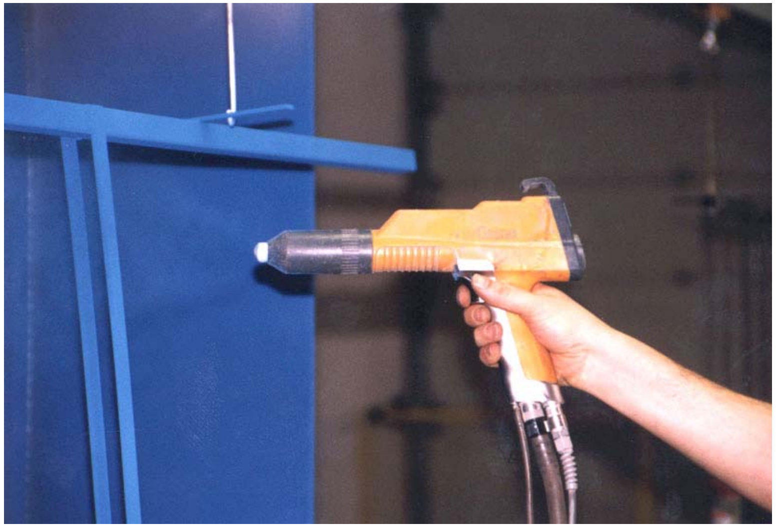
- **Příklad:** (elektrostatický odlučovač částic různých látek)

Material A	Material B
Asbestos	Silicates
Coal	Pyrite
Coal	Shale
Copper ore	Silicates
Coke	Iron
Diamonds	Silicates
Feldspar	Quartz
Fly ash	Carbon
Iron	Silicates
Kaolin	Iron contamination
Limestone	Silicates
Nickel	Copper ore
Zirconium	Sand
Barley, rice	Rodent excrement
Cocoa beans	Shells
Cotton seeds	Stems
Grain	Garlic seeds
Nut meat	Shells
Photographic film	Paper
Polyvinyl	Polyester



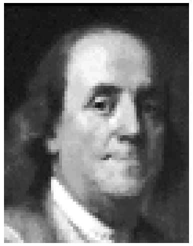
Elektrostatické pole

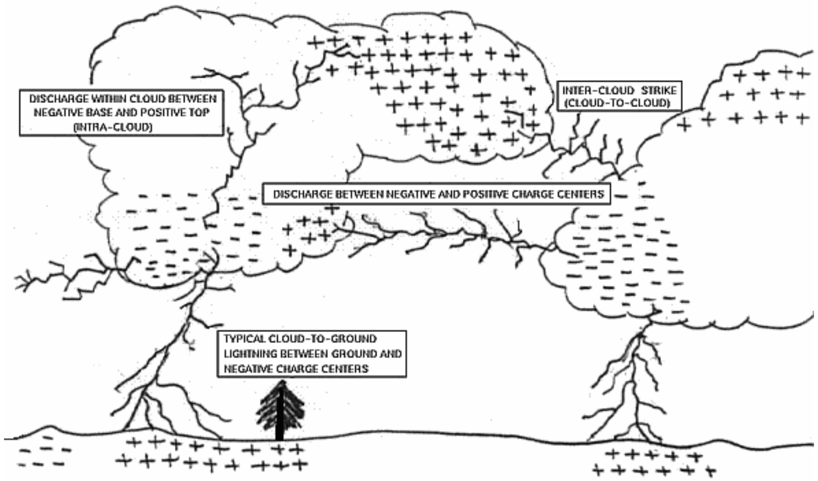
- **<u>Příklad:</u>** (elektrostatické nanášení různých látek – barvy, apod.)



Elektrostatické pole

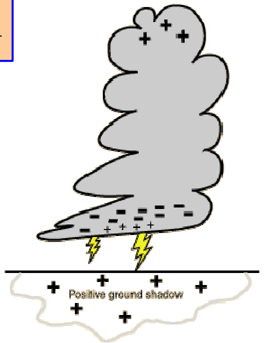
- **Příklad:** (blesk – elektrostatický výboj)

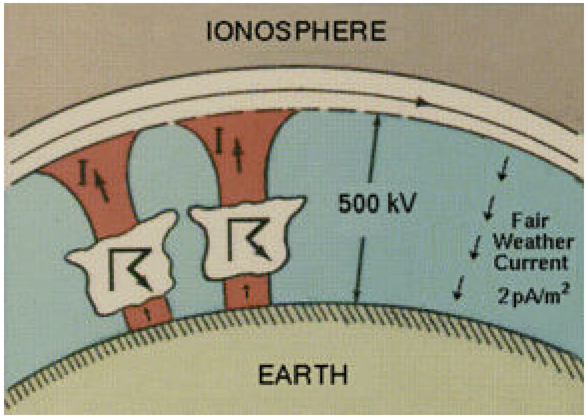


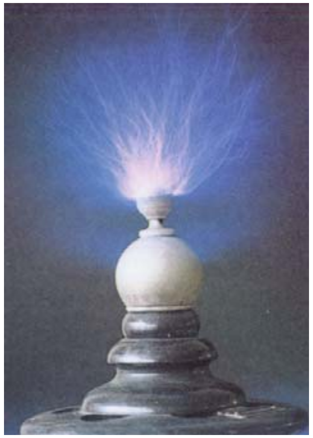


elektrický průraz vzduchu

$$E \geq 3 \cdot 10^{6}\ \mathrm{V/m}$$





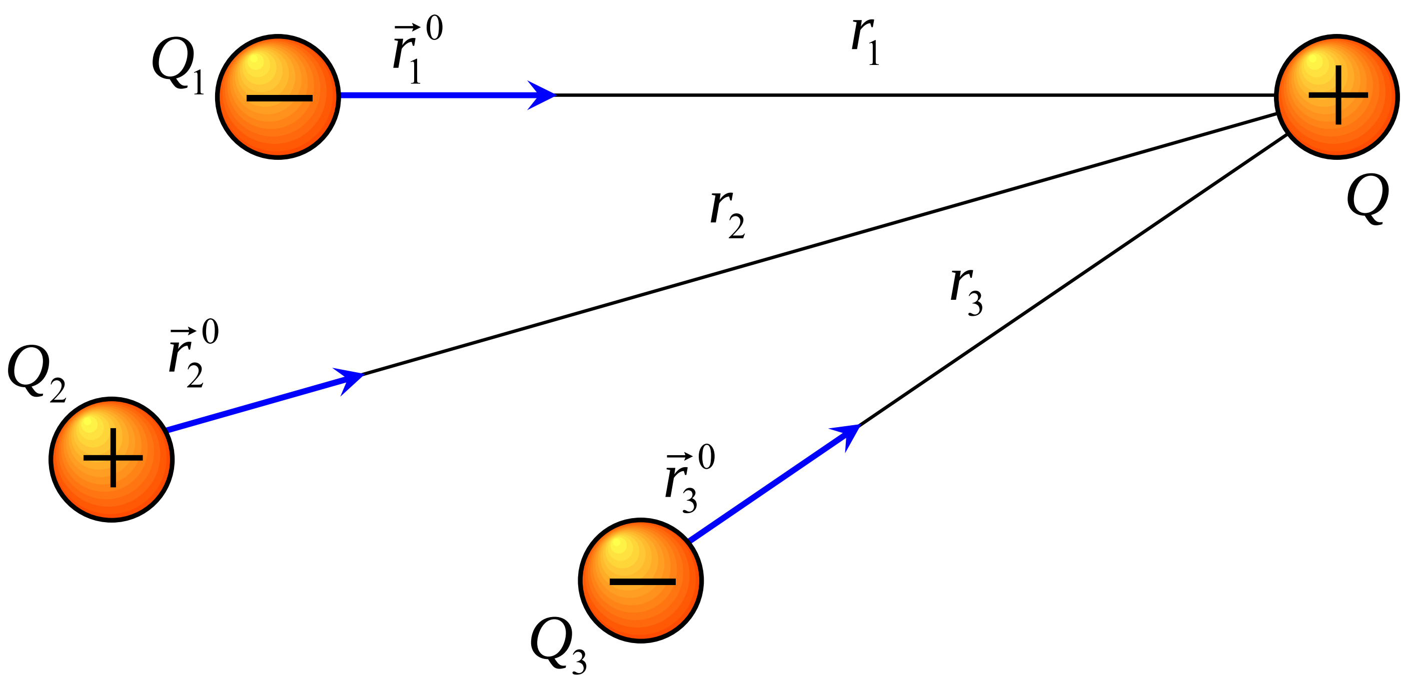


Elektrostatické pole

Pole bodových nábojů

- podle zákona superpozice platí:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{r}_i^{\,0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{F} = Q\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$



Elektrostatické pole

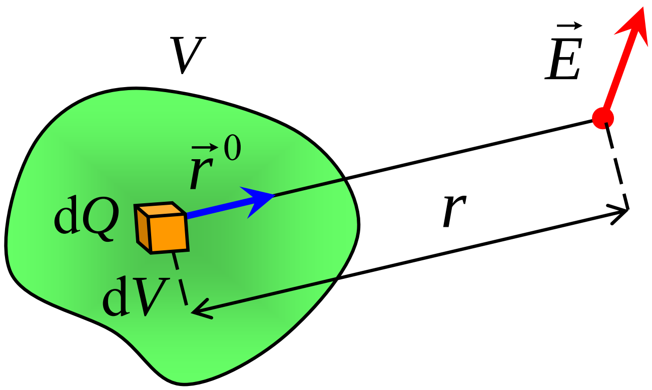
Pole spojitě rozložených nábojů

- **v makroskopických rozměrech** nemusíme přihlížet k mikrostruktuře látky a můžeme předpokládat, že náboj je rozložen spojitě s hustotou konečné velikosti, která se spojitě mění v prostoru

objemová hustota náboje: $\rho = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V}$

plošná hustota náboje: $\sigma = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S}$

délková hustota náboje: $\tau = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}l}$



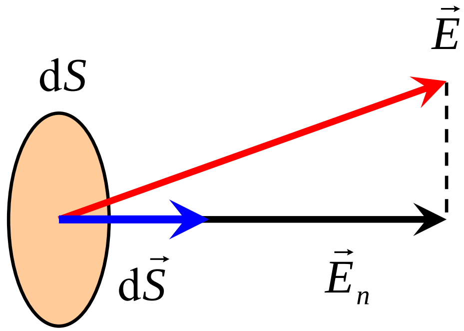
$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathrm{d}Q}{r^2}\vec{r}^{\,o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\rho\mathrm{d}V}{r^2}\vec{r}^{\,o}$$

intenzita pole

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_V \frac{\rho\,\mathrm{d}V}{r^2}\vec{r}^{\,o}$$

Elektrostatické pole

Tok N vektoru intenzity plochou dS



$$\mathrm{d}N = \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = E\,\mathrm{d}S.\cos(\vec{E},\mathrm{d}\vec{S}) = E\,\mathrm{d}S_n = E_n\,\mathrm{d}S$$

- uzavřená plocha, uvnitř s náboji

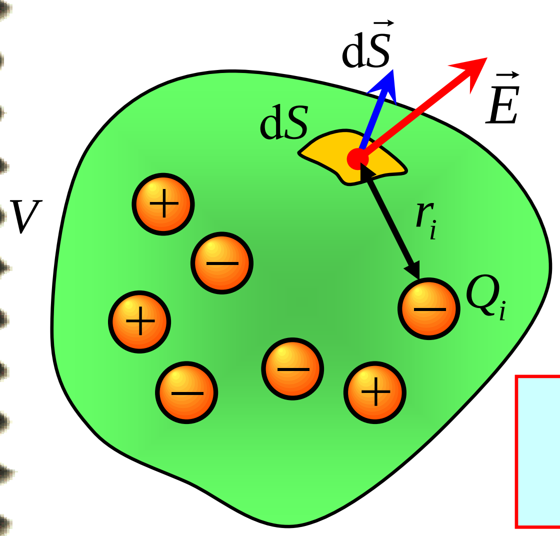
$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{r_i^2}\vec{r}_i^{\,o}$$

$$N = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oint\!\!\oint_S \sum \vec{E}_i\,\mathrm{d}\vec{S} = \oint\!\!\oint_S \sum E_i\,\mathrm{d}S_n$$

$$\mathrm{d}S_n = r_i^2\,\mathrm{d}\Omega$$

celkový tok

$$N = \oint\!\!\oint_S E_i\,\mathrm{d}S_n = \int_0^{4\pi}\sum\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_i}{r_i^2}r_i^2\,\mathrm{d}\Omega = \sum\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_o}\int_0^{4\pi}\mathrm{d}\Omega = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_o}$$



Gaussova věta elektrostatiky:

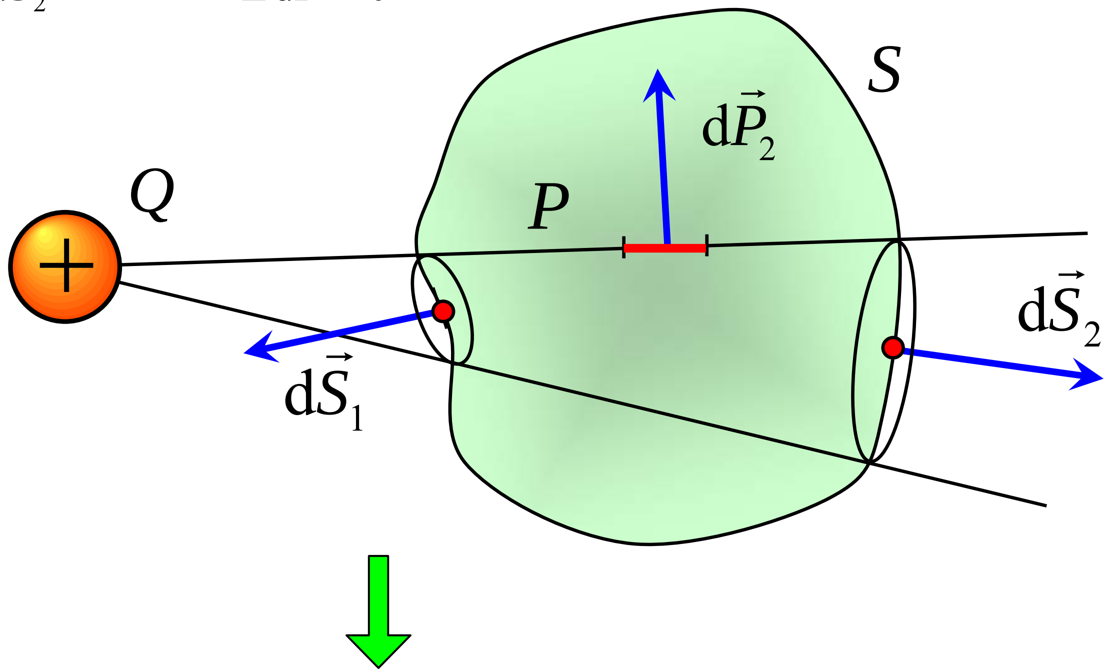
$$N = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i}{\varepsilon_o}$$

Elektrostatické pole

náboje umístěné vně plochy neovlivní tok vektoru plochou

$\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S}_1 = -\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S}_2$

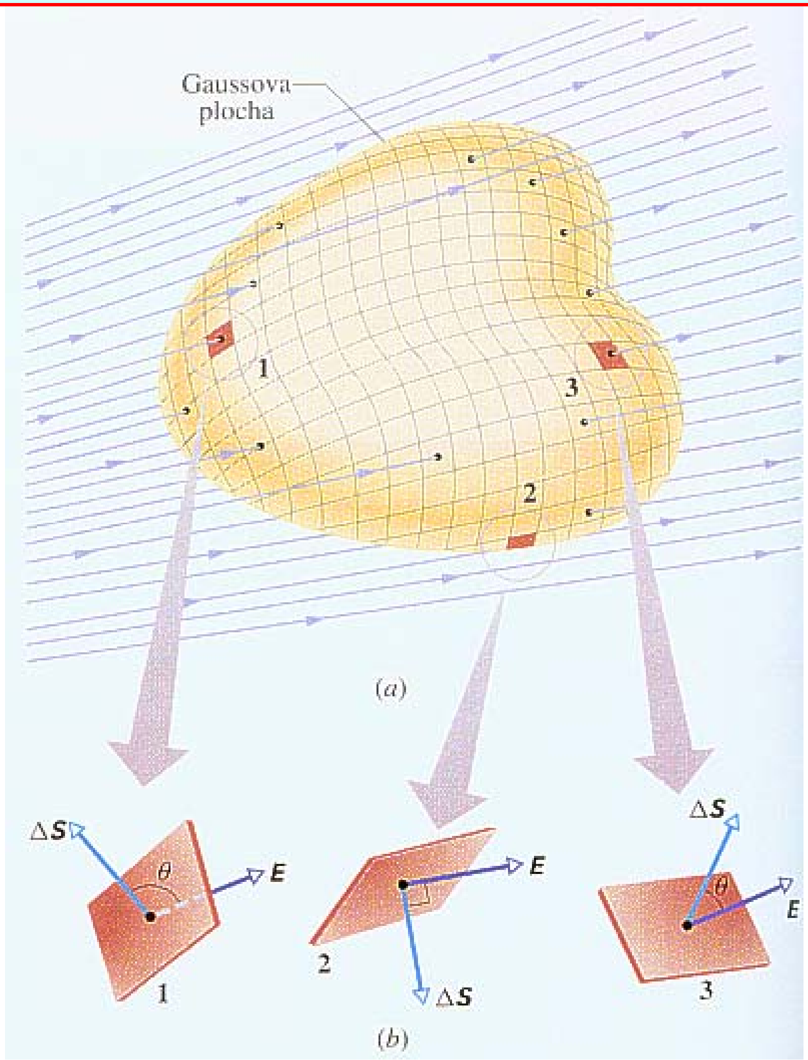
$\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{P} = 0$



$$N = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oint\!\!\oint_{S_1} \sum \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} + \oint\!\!\oint_{P} \sum \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} + \oint\!\!\oint_{S_2} \sum \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Elektrostatické pole

Gaussova věta v diferenciálním tvaru:



$$Q = \iiint \rho \, \mathrm{d}V$$

$$\oiint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\iiint_V \rho \, \mathrm{d}V$$

$$\oiint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \iiint_V \mathrm{div}\,\vec{E}\,\mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_o}\iiint_V \rho \, \mathrm{d}V$$

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}}$$

Gaussova věta umožňuje v některých případech určit jednoduše intenzitu

Elektrostatické pole

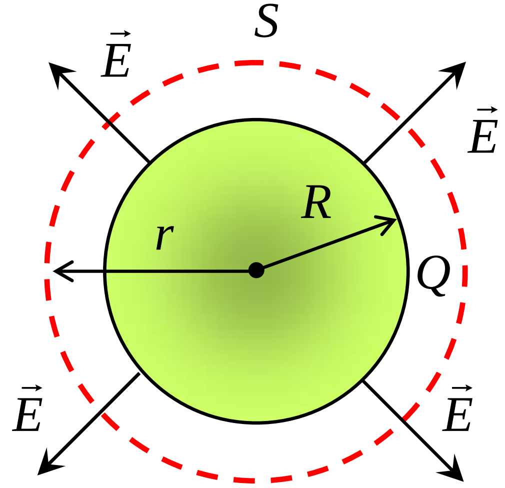
- **Příklad:** (výpočet intenzity rovnoměrně nabité kulové plochy)

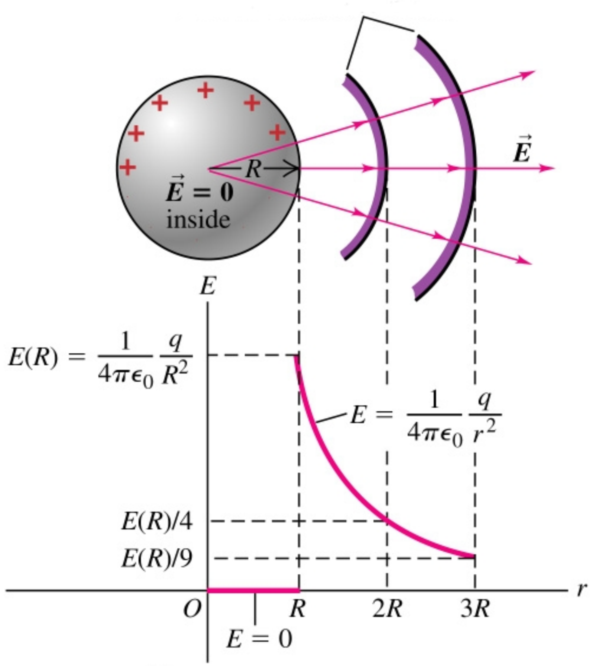
$r > R$

$$\frac{Q}{\varepsilon_o} = \oiint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oiint_S E\,\mathrm{d}S = E \oiint_S \mathrm{d}S = ES = E \cdot 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

$r < R$

$$Q = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$$





Elektrostatické pole

- **Příklad:** (výpočet intenzity rovnoměrně nabité koule)

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

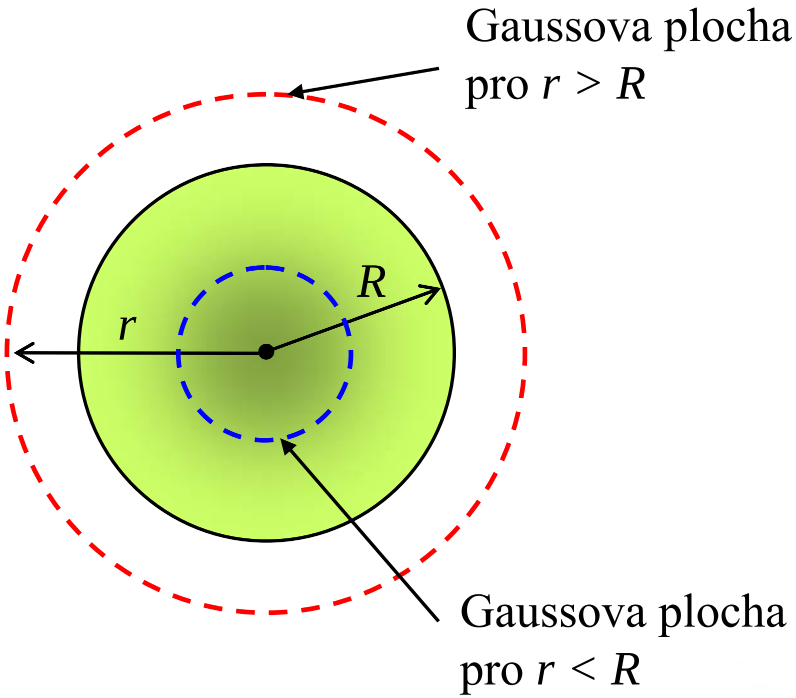
$r > R$

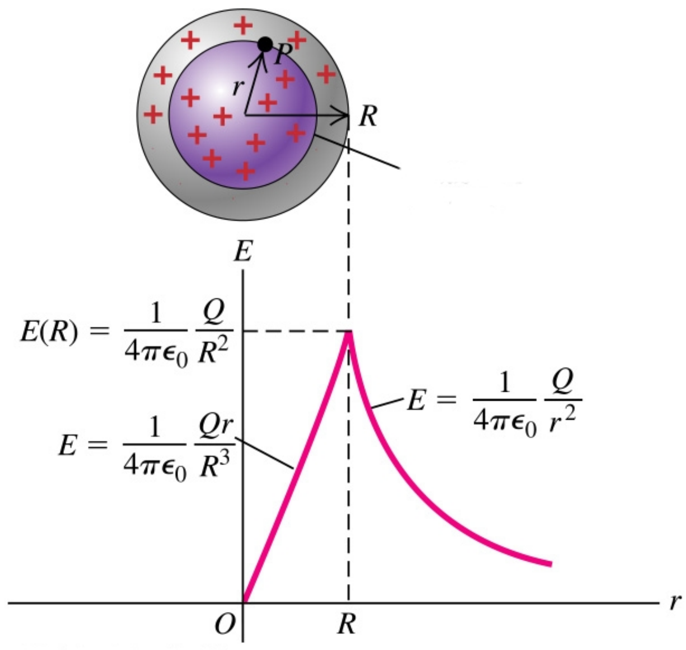
$$\sum Q = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = Q\frac{r^3}{R^3} \qquad \frac{\sum Q}{\varepsilon_o} = \oiint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3} r$$

$r < R$

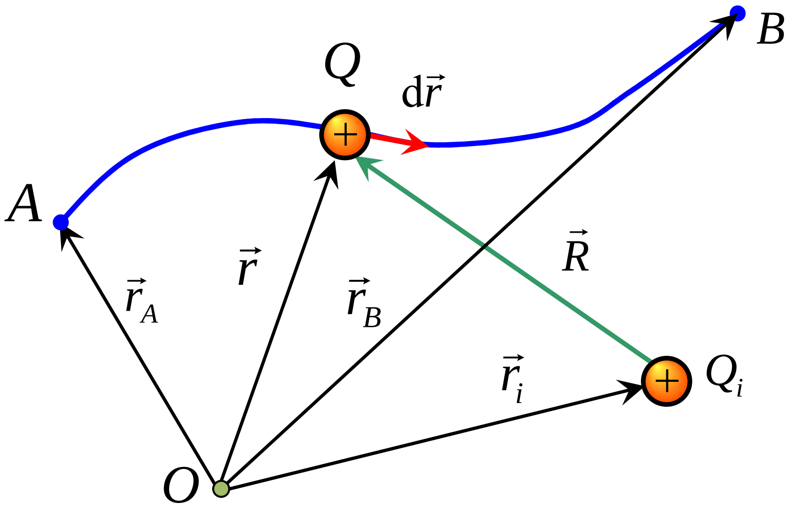
$$\frac{\sum Q}{\varepsilon_o} = 4\pi r^2 E \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$





Elektrostatické pole

Práce v elektrostatickém poli:



$$\delta A = \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = Q\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

$$A = Q\int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_i}{\left|\vec{r}-\vec{r}_i\right|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_i}{\left|\vec{R}\right|^3}\vec{R}$$

$$A = \frac{QQ_i}{4\pi\varepsilon_o}\int_{\vec{R}_1}^{\vec{R}_2}\frac{\vec{R}\,\mathrm{d}\vec{R}}{\left|\vec{R}\right|^3} = \frac{QQ_i}{4\pi\varepsilon_o}\int_{\vec{R}_1}^{\vec{R}_2}\frac{\mathrm{d}R}{R^2} == \frac{QQ_i}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{R}\right]_{R_1}^{R_2} = \frac{QQ_i}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Elektrostatické pole

Potenciální energie v elektrostatickém poli:

$$\mathrm{d}W_p = -\delta A$$

- změna potenciální energie bodového náboje Q nacházejícího se v elektrostatickém poli je rovna záporně vzaté práci vykonané silami elektrostatického pole při malém přemístění bodového náboje Q v elektrostatickém poli

$$\Delta W_P = -A \quad \Rightarrow \quad W_2 - W_1 = \frac{QQ_i}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$R_i \to \infty,\ W_P \to 0$$

$$W_P = Q\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_o R_i}$$

potenciální energie částice nesoucí náboj Q v poli vytvořeném nábojem Q_i

$$W_P = -\int_{\infty}^{R} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{R}$$

$$W_P = \sum_{i=1}^{n} W_{Pi} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{R_i}$$

výsledná potenciální energie částice

Elektrostatické pole

Potenciál elektrostatického pole:

$$\varphi = \frac{W_P}{Q} \quad [\mathrm{V}]$$

- **potenciál** elektrostatického pole v daném bodě prostoru definujeme jako podíl potenciální energie náboje umístěného v tomto bodě a velikosti tohoto náboje

bodové náboje

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \quad \Rightarrow \quad \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_i}{R_i} \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\int_{\infty}^{R} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{R}$$

spojitě prostorově rozložené náboje

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_V \frac{\rho\,\mathrm{d}V}{r}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{d}A &= -\mathrm{d}W_P \\ \mathrm{d}A &= \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = Q\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} \\ \mathrm{d}W_p &= Q\,\mathrm{d}\varphi \end{aligned}\right\}$$

$$\mathrm{d}\varphi = \mathrm{grad}\,\varphi\,\mathrm{d}\vec{r}$$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi = \vec{0}$$

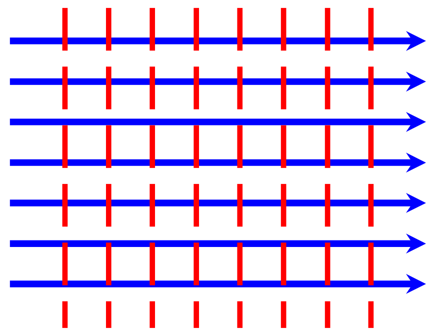
elektrostatické pole je nevírové

Elektrostatické pole

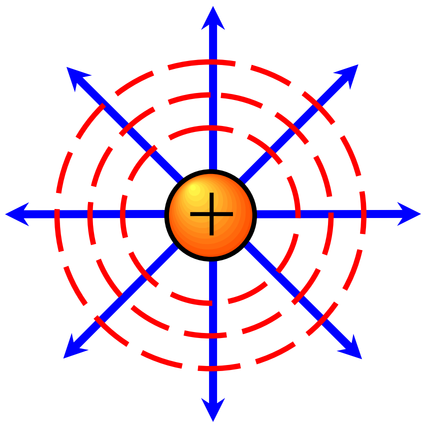
ekvipotenciální plochy

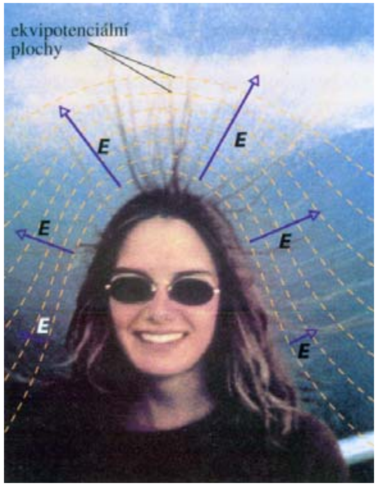
$\varphi(x, y, z) = \text{konst.}$ ⇒ $\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} = 0 \qquad \mathrm{d}\vec{r} \perp \vec{E}$

- plochy konstantního potenciálu jsou **kolmé na siločáry**



homogenní pole





elektrické napětí

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} \quad [\mathrm{V}]$$

- **potenciální rozdíl** mezi dvěma místy v elektrickém poli

Elektrostatické pole

Poissonova rovnice

$$\underbrace{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o} \qquad \vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi}$$

rovnice pro potenciál elektrického pole při daných okrajových podmínkách → $\boxed{\operatorname{div}\left(-\operatorname{grad}\varphi\right) = -\Delta\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_o}}$ → $\varphi(x, y, z)$

Laplaceova rovnice

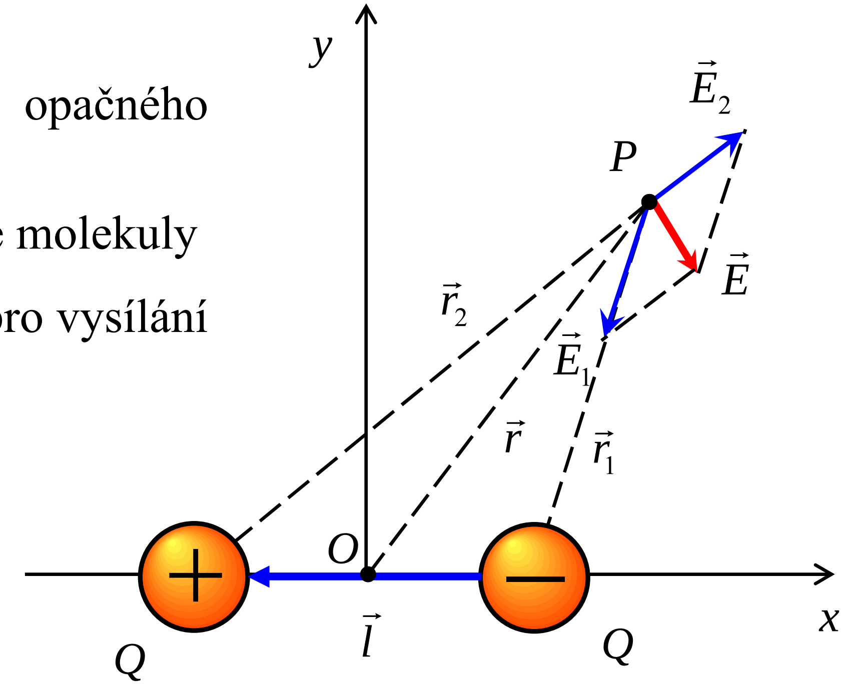
- v případě, že hustota volných nábojů ρ je rovna nule

$\boxed{\rho = 0}$ → $\boxed{\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0}$

Elektrostatické pole

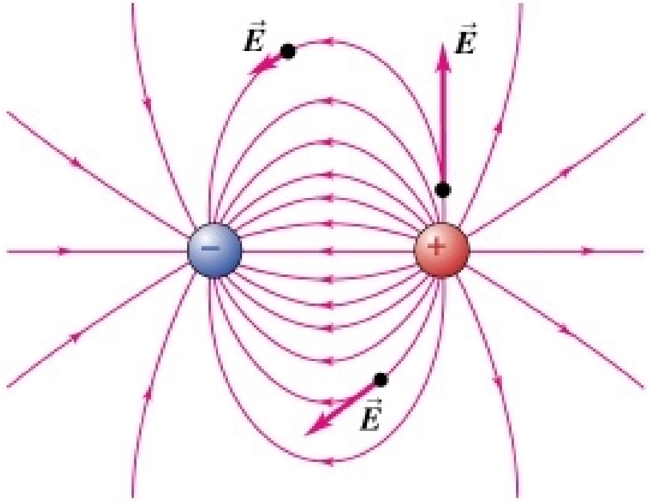
Elektrický dipól

- tvořený dvěma stejnými náboji opačného znaménka
- elektrický dipól tvoří např. některé molekuly
- elektrickým dipólem jsou antény pro vysílání elektromagnetických vln



dipólový moment

$$\vec{p} = Q\vec{l}$$



$$\varphi = \frac{Ql\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right)$$

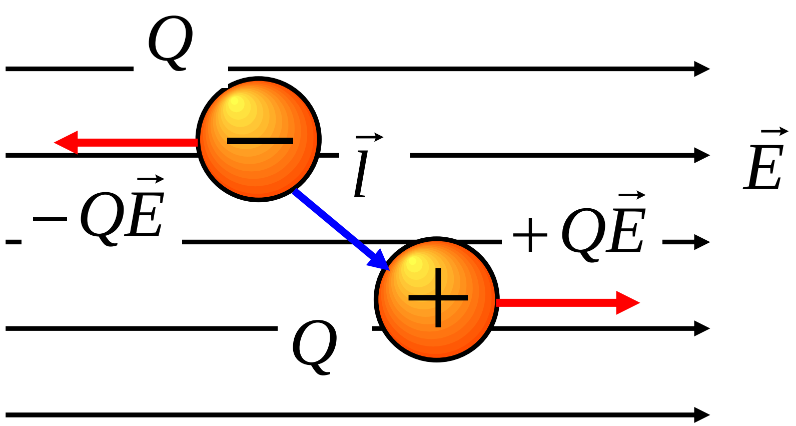
Elektrostatické pole

Silové působení pole na elektrický dipól

moment síly

$$\vec{M} = \vec{l} \times Q\vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

homogenní pole



nehomogenní pole

- vzniká ještě posuvná síla:

$$\vec{F}_p = Q\Delta\vec{E}$$

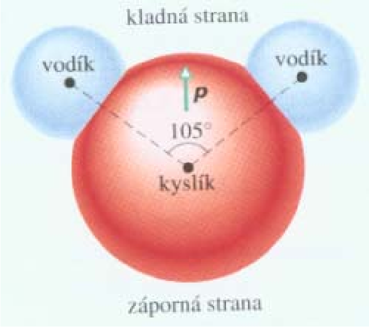
$$\vec{F}_p = (\vec{p} \cdot \nabla)\vec{E}$$

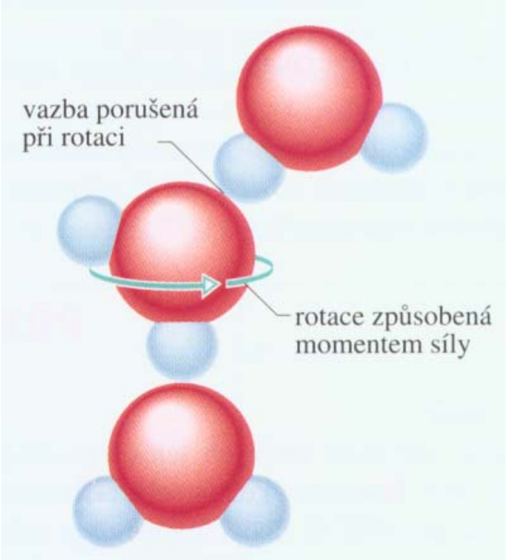
dipól se stáčí do směru působícího elektrického pole a v nehomogenním poli se posouvá

Elektrostatické pole

- **Příklad:** (dipól v elektrickém poli – **mikrovlnná trouba**)

- nesymetrická molekula vody tvoří elektrický dipól





vlivem oscilujícího mikrovlnného pole na rezonanční frekvenci molekul vody se porušují vazby řetězců molekul a uvolněná energie vazeb se mění na teplo (chaotický tepelný pohyb molekul)

Elektrostatické pole

elektrický vodič

- volné elektrony ve vodiči se za normálního stavu pohybují chaotickým tepelným pohybem
- vodič se jeví jako **elektricky neutrální**
- pod vlivem vnějšího elektrického pole se **volné elektrony mohou volně přemisťovat**

dielektrikum

- látka, která **neobsahuje volné elektrony**
- látka se jeví jako prakticky **elektricky nevodivá (izolant)**
- elektricky nabité částice látky se **nemohou pohybovat na velké vzdálenosti (pouze posunout)**
- pod vlivem vnějšího elektrického pole se **vytvoří el.dipóly**

polovodič

- krystalické látky s nebo bez určité příměsové látky, která zvyšuje jeho vodivost
- za nízkých teplot podobné izolantu
- náboje se přemísťují pomocí děrové resp. elektronové vodivosti

Elektrostatické pole

Elektrické pole ve vodičích

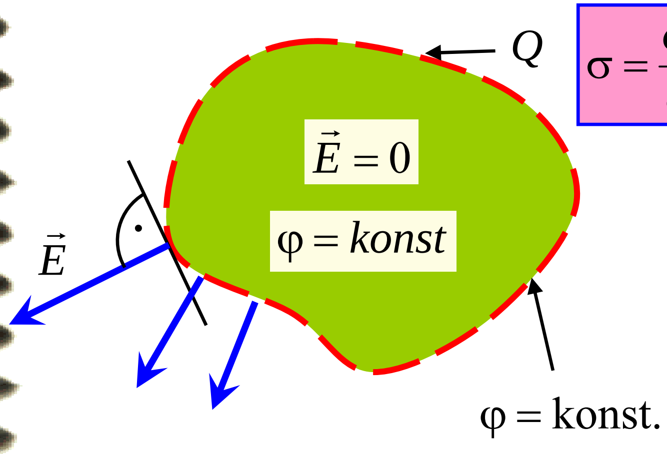
- vnější elektrické pole způsobí pohyb volných nábojů dokud nenastane **rovnovážný statický stav** (intenzita vnějšího pole je uvnitř vodiče kompenzována rozložením volných nábojů na povrchu vodiče)

- **elektrické pole uvnitř vodiče:** $\boxed{\vec{E}=\vec{E}_{in}+\vec{E}_{ext}=\vec{0}}$ → $\boxed{\varphi=\text{konst.}}$

$$\oiint_S \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum Q_{in}}{\varepsilon_o}=0$$

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int\frac{\mathrm{d}Q}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int_S\frac{\sigma\,\mathrm{d}S}{r}$$

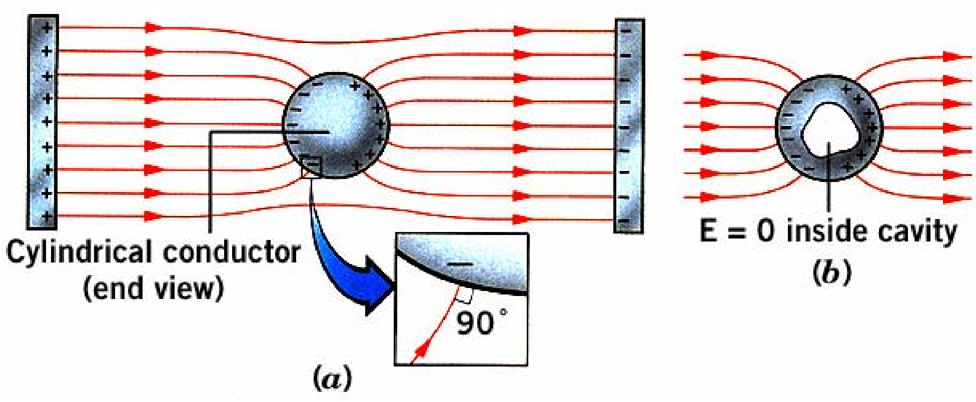
$$\sigma=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}S}$$

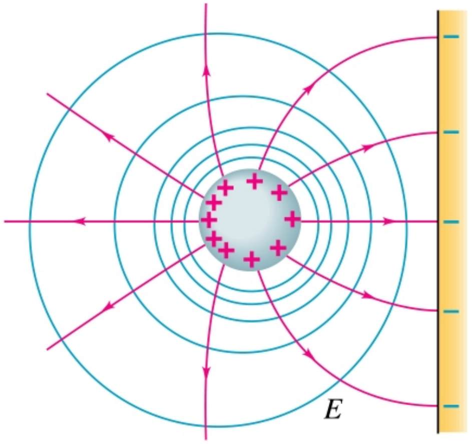


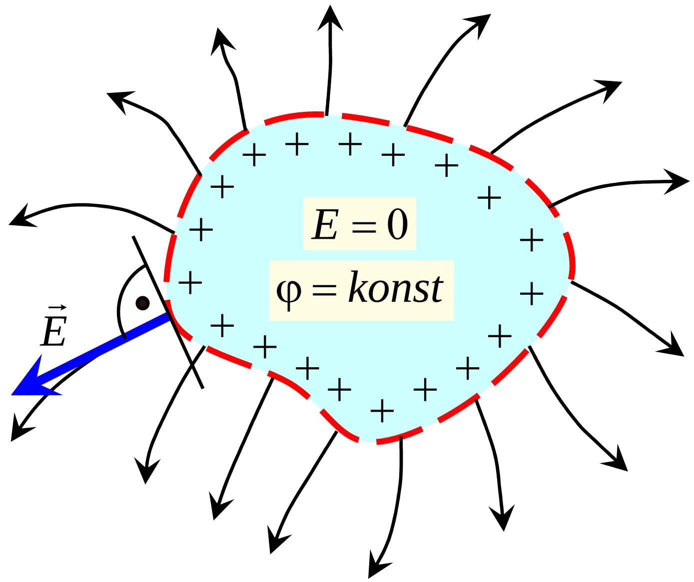
- **volný náboj,** jímž je vodič nabit, **je rozložen na vnějším povrchu vodiče**
- **povrch vodiče je v elektrostatickém poli ekvipotenciální plochou**
- **směr intenzity vnějšího elektrického pole, které nabitý vodič budí, je kolmý k povrchu vodiče**

Elektrostatické pole

Elektrické pole ve vodičích







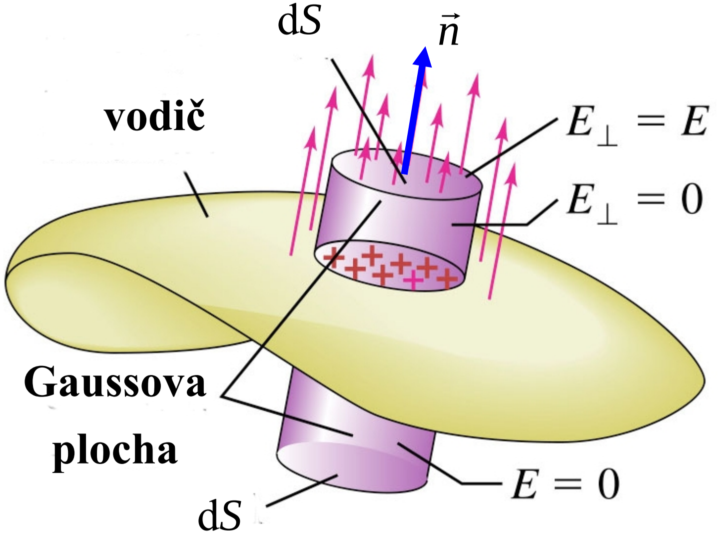
pole nabitého vodiče

Elektrostatické pole

- **Příklad:** (výpočet intenzity na povrchu vodiče nabitého nábojem, který je na povrchu vodiče rozprostřen s plošnou hustotou σ)

$$\underbrace{\mathrm{d}N = \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S} = \vec{E}\vec{n}\,\mathrm{d}S \qquad \mathrm{d}N = \frac{\mathrm{d}Q}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma\,\mathrm{d}S}{\varepsilon_o}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}.\vec{n}}$$



Elektrostatické pole

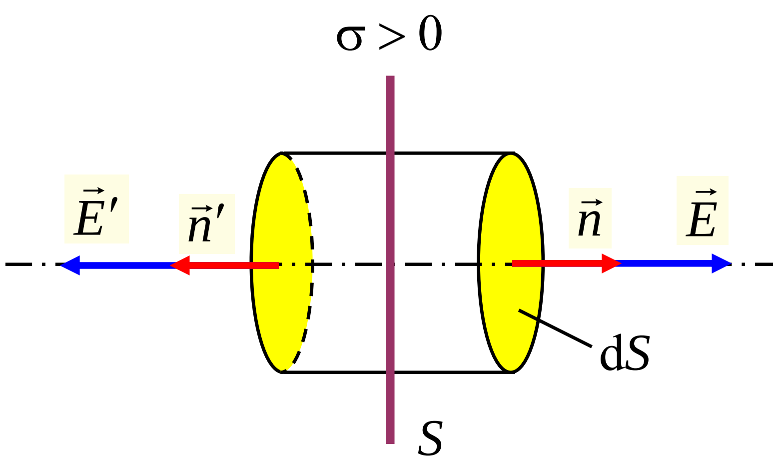
Nabitá rovina

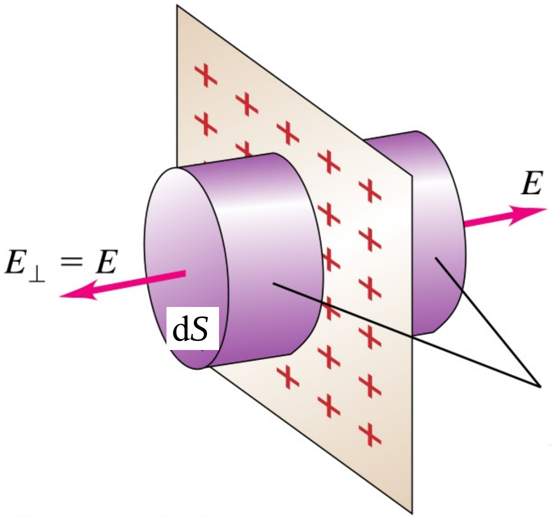
$$\vec{E}' = -\vec{E} \qquad \vec{n}' = -\vec{n} \qquad \oiint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_o}$$

$$\oiint_S \vec{E}\,d\vec{S} = ES + ES = 2ES$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{n} \qquad \vec{E}' = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{n}$$

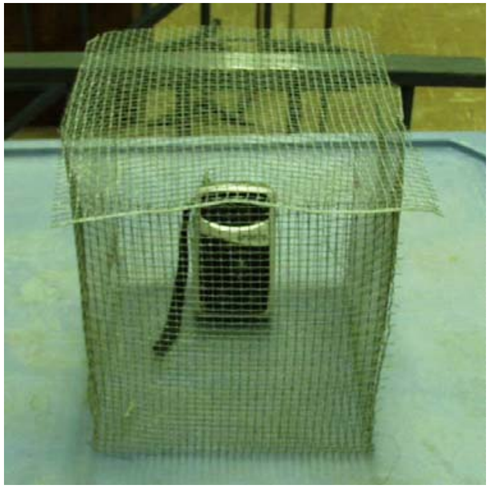


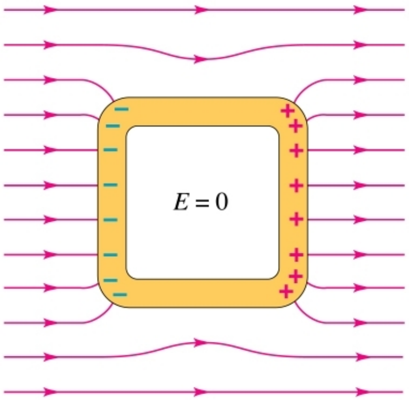


Elektrostatické pole

Odstínění vnějšího elmag. pole – Faradayova klec

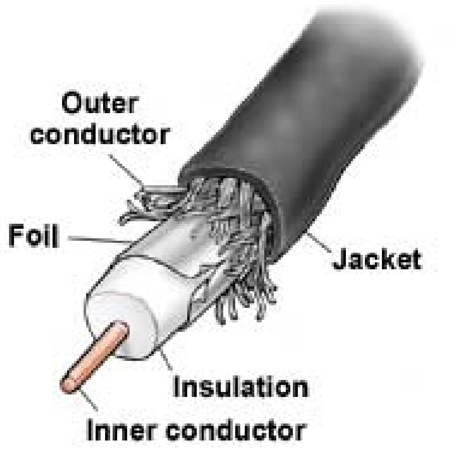
- vnější elektrické pole lze odstínit pomocí vodivého uzavřeného obalu, např.drátěné klece
- do uzavřené dutiny poté nepronika elektrické pole

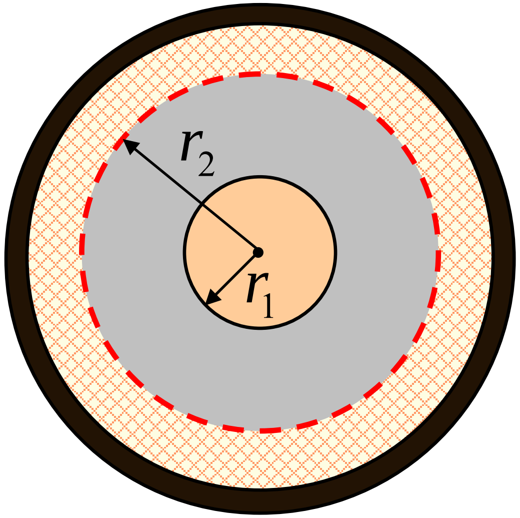


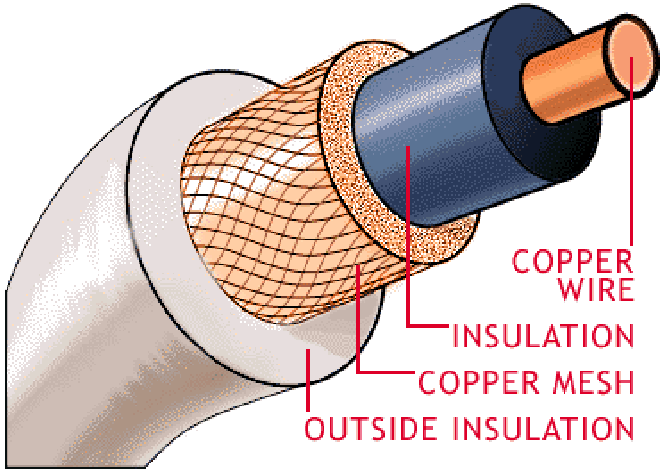


Elektrostatické pole

- **Příklad:** (odstínění vnějšího elmag. pole – **koaxiální kabel**)



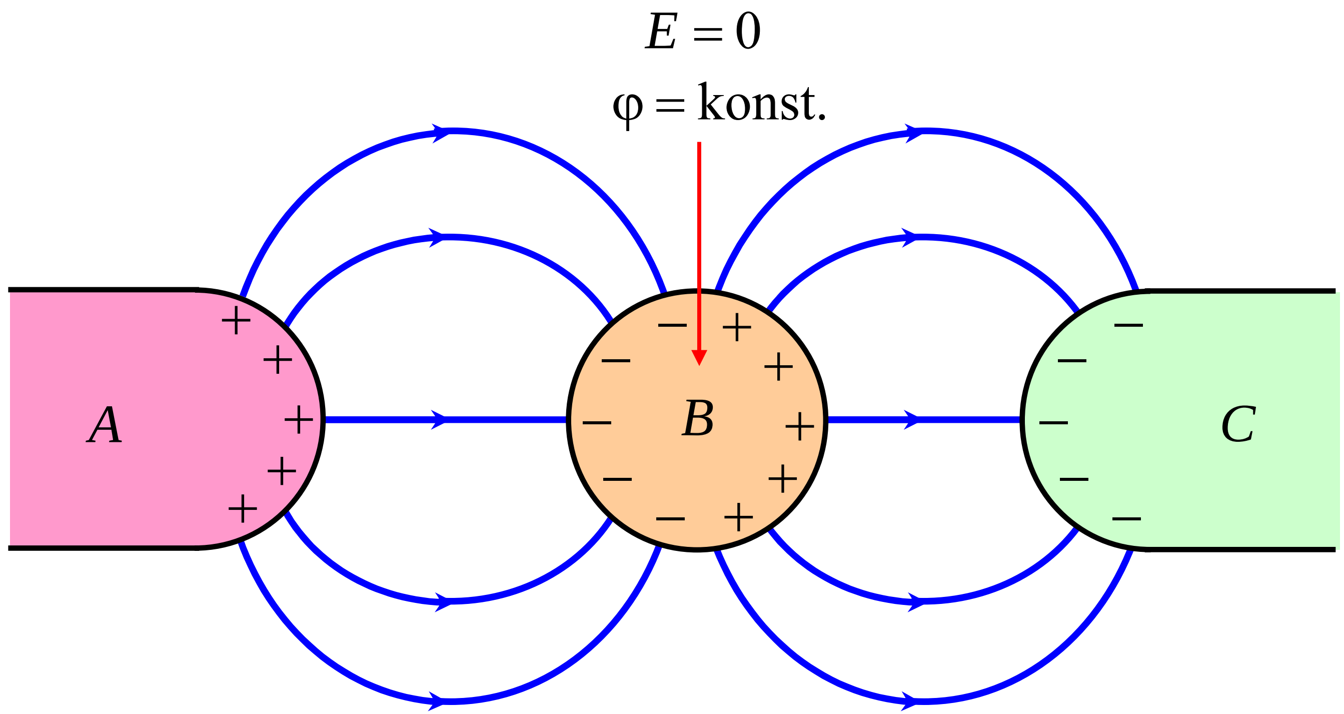




Elektrostatické pole

Elektrostatická indukce

- při vložení nenabitého (neutrálního) vodiče do elektrostatického pole jiných vodičů se objeví **povrchové rozložení náboje**



Elektrostatické pole

Kapacita vodiče

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad [\mathrm{F}]$$

- **kapacita vodiče** závisí na jeho tvaru a je číselně rovna náboji Q, který změní potenciál vodiče o 1 V

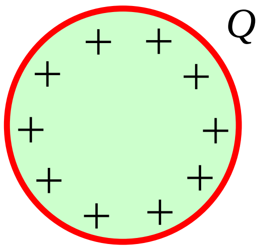
Příklad: (kapacita vodivé koule o poloměru R nabité nábojem Q)

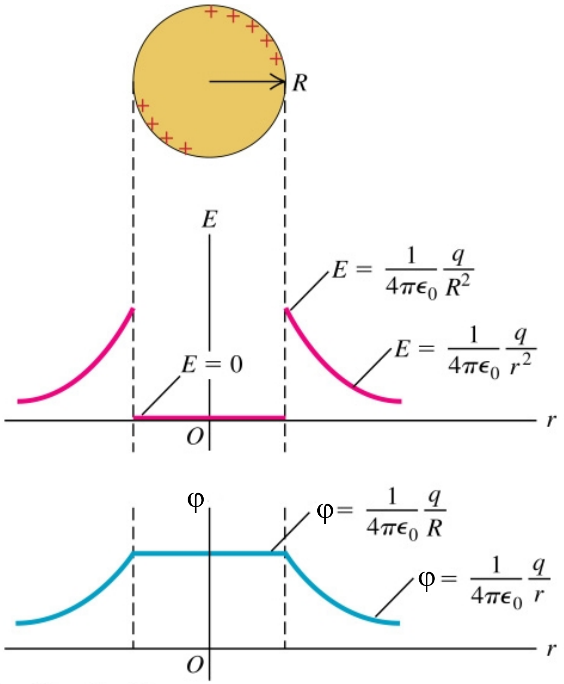
potenciál koule:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}$$

kapacita koule:

$$C = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_o R$$





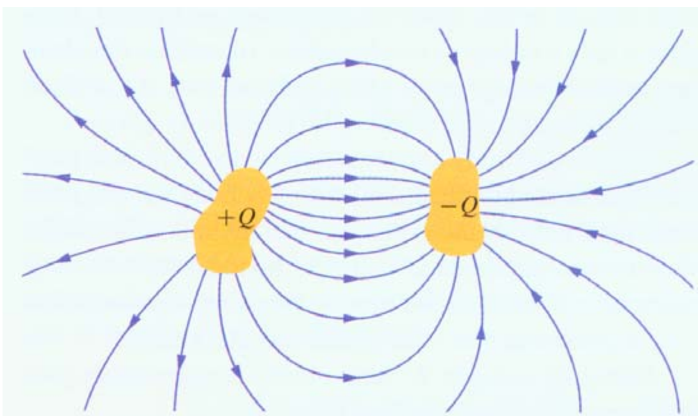
Elektrostatické pole

Kondenzátor

$$C = \frac{Q}{U} > 0$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

- **kondenzátor** je soustava dvou opačně nabitých vodičů se stejnou absolutní hodnotou náboje, kdy je elektrické pole soustředěno do prostoru mezi nimi a kdy je vliv jiných elektrických polí zanedbatelný



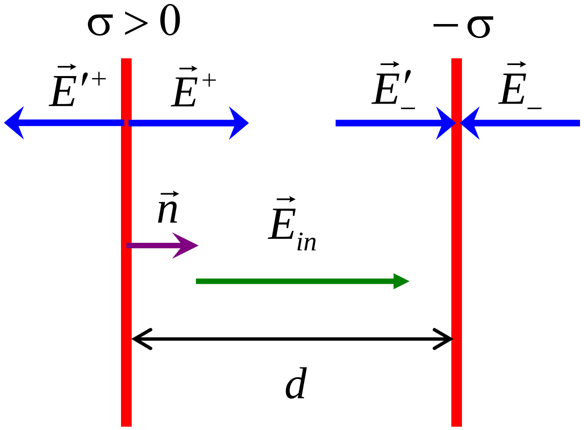
Elektrostatické pole

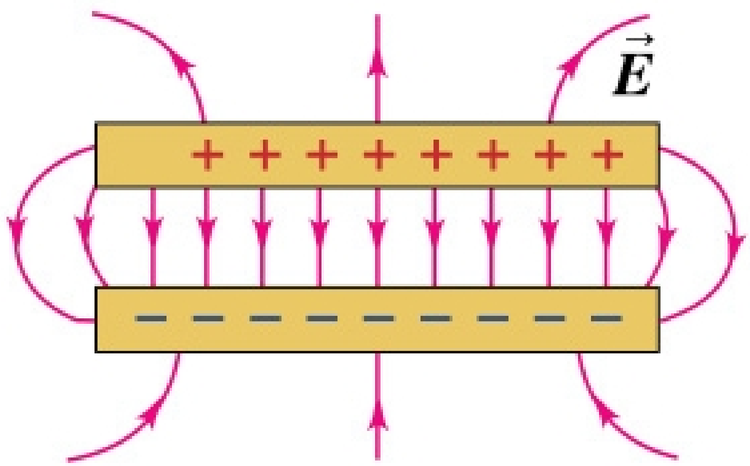
Deskový kondenzátor

- **pole mezi deskami**: $\vec{E}_{in} = \vec{E}_+ + \vec{E}'_- = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{n} + \left(-\dfrac{-\sigma}{2\varepsilon_o}\vec{n}\right) = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o}\vec{n}$

- **napětí mezi deskami**: $U = \int_0^d \vec{E}_{in}\mathrm{d}\vec{r} = \vec{E}_{in} d = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o} d = \dfrac{Q}{\varepsilon_o S} d$

- **kapacita kondenzátoru**: $\boxed{C = \dfrac{Q}{U} = \varepsilon_o \dfrac{S}{d}}$

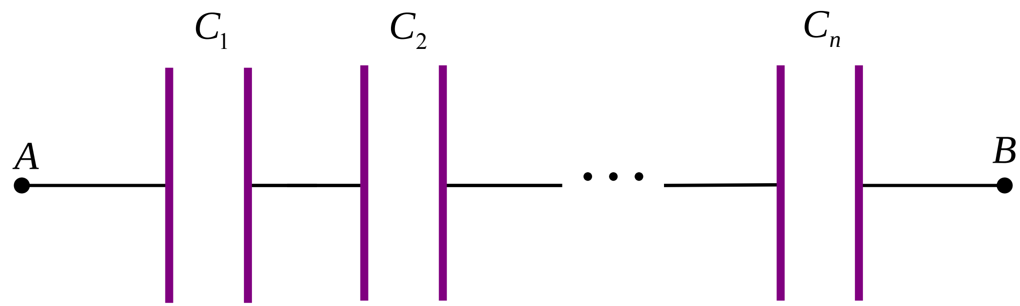




Elektrostatické pole

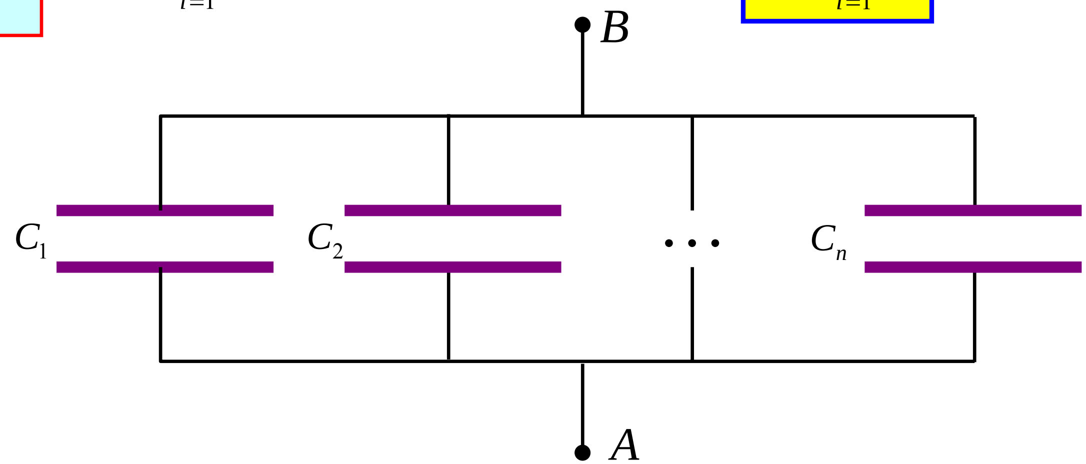
sériové zapojení kondenzátorů

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i \qquad U_i = \frac{Q}{C_i} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$



paralelní zapojení kondenzátorů

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad Q_i = C_i U \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$



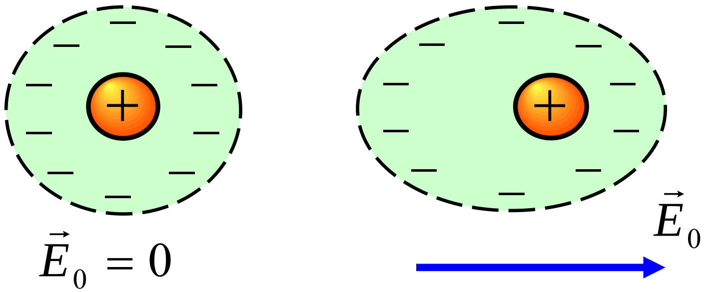
Elektrostatické pole

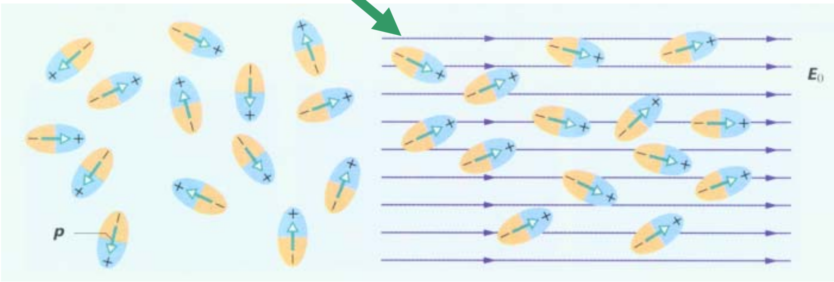
Elektrostatické pole v dielektriku

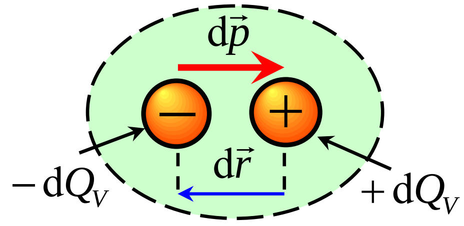
- **uvnitř dielektrika může existovat elektrické pole**
- dielektrikum **neobsahuje volně pohyblivé nabité částice (**náboje jsou vázány v atomech, iontech, molekulách**)**
- při vložení dielektrika do vnějšího elektrického pole se **vytvoří elektrické dipóly –** dielektrikum se tzv.**polarizuje**

polarizace dielektrika

- **atomová**
- **iontová**
- **orientační**



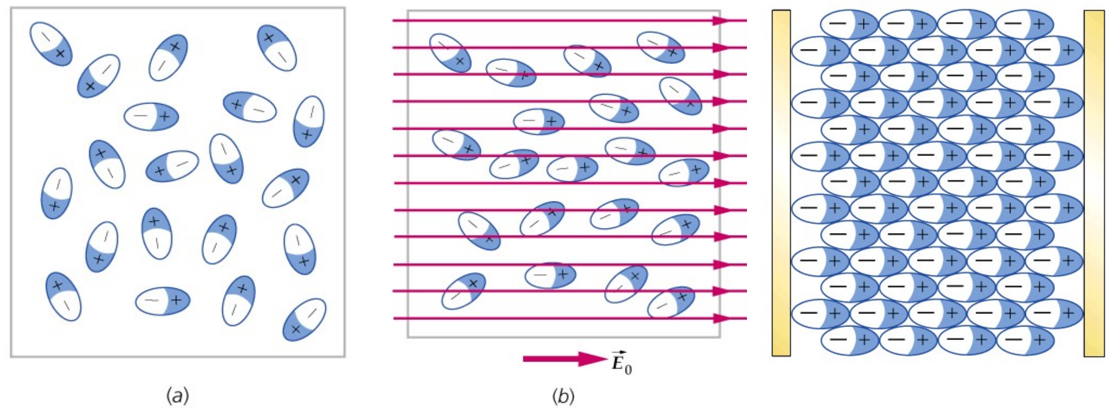




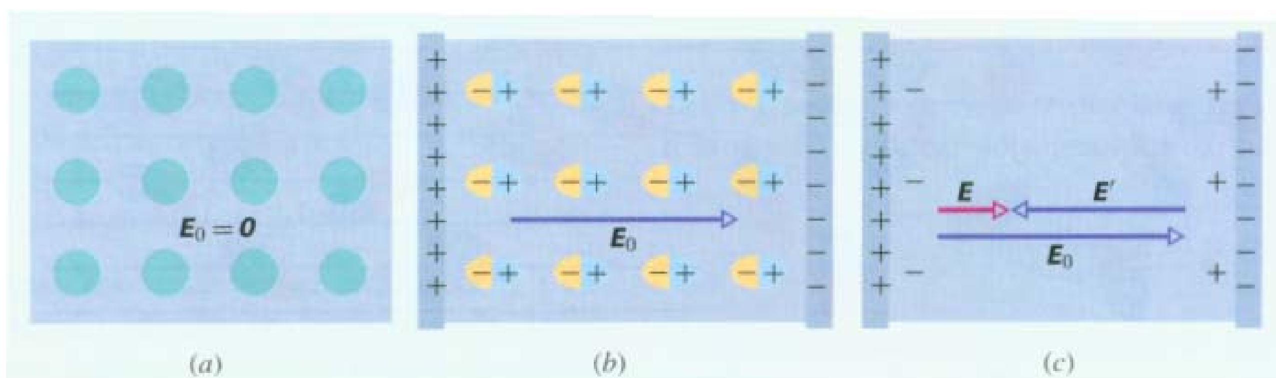
Elektrostatické pole

polarizace dielektrika

vlivem vnějšího pole dochází ke stáčení el.dipólů látky ve směru pole



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

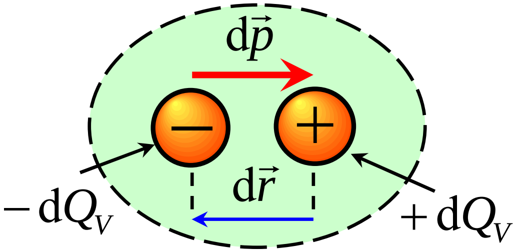


výsledné pole má stejný směr jako pole vnější, ale je zeslabené $E<E_0$

Elektrostatické pole

vektor polarizace

$$\boxed{\vec{P} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}V}}$$



- polarizaci dielektrika lze charakterizovat pomocí **vektoru polarizace**

- **dipólový moment objemového elementu d*V* dielektrika** $\boxed{\mathrm{d}\vec{p} = \mathrm{d}Q_v \mathrm{d}\vec{r}}$

$$\vec{P} = \frac{\mathrm{d}Q_v \mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}S\,\mathrm{d}r} = \sigma_v \mathrm{d}\vec{r}^{\,o}, \quad \left|\mathrm{d}\vec{r}^{\,o}\right| = 1$$

$\mathrm{d}Q_v$ - vázaný náboj

velikost polarizace *P* je rovna plošné hustotě vázaného náboje na povrchu dielektrika

$$\vec{P}\mathrm{d}S = \mathrm{d}Q_v \mathrm{d}\vec{r}^{\,o} \quad \Rightarrow \quad \vec{P}\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}Q_v$$

- **tok náboje z objemu *V* plochou *S*:** $Q' = \oint_S \vec{P}\mathrm{d}\vec{S} = \int_V \mathrm{div}\,\vec{P}\,\mathrm{d}V$

- **v důsledku vnějšího pole vznikne v dielektriku vázaný náboj Q_V:**

$$Q_v = -Q' = -\int_V \mathrm{div}\,\vec{P}\mathrm{d}V \qquad Q_v = \int_V \rho_v \mathrm{d}V \quad \Rightarrow \quad \boxed{\rho_v = -\mathrm{div}\,\vec{P}}$$

Elektrostatické pole

Gaussova věta

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho_c}{\varepsilon_o} = \frac{(\rho + \rho_v)}{\varepsilon_o} = \frac{1}{\varepsilon_o}\left(\rho - \operatorname{div}\vec{P}\right)$$

$$\operatorname{div}\left(\varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}\right) = \operatorname{div}\vec{D} = \rho$$

3.Maxwellova rovnice

vektor elektrické indukce

$$\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}$$

Gaussova věta v dielektriku

$$\oint_S \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S} = \sum Q_i$$

- předpoklad **lineární závislosti polarizace na elektrickém poli**

$$\vec{P} = \varepsilon_o \kappa \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_o(1+\kappa)\vec{E} = \varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$

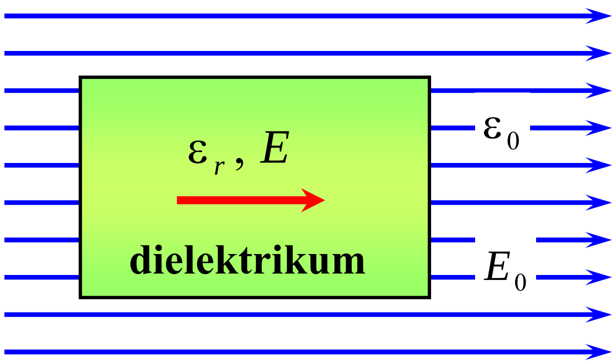
κ…dielektrická susceptibilita
ε_r…relativní permitivita

Elektrostatické pole

Dielektrikum ve vnějším elektrickém poli

- vložíme-li dielektrikum do elektrického pole, dojde k zeslabení el.pole, avšak elektrická indukce D zůstane stejná

$$D_o = D \quad\Rightarrow\quad \varepsilon_o E_o = \varepsilon_o \varepsilon_r E \quad\Rightarrow\quad \boxed{E = \frac{E_o}{\varepsilon_r}}$$



$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ …absolutní permitivita

všechny vztahy platné pro pole ve vakuu platí i pro dielektirka, jestliže nahradíme permitivitu vakua absolutní permitivitou prostředí

Coulombův zákon v dielektriku

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{r}^{\,o}$$

Elektrostatické pole

Relativní permitivita prostředí

Table 24.1 Values of Dielectric Constant K at 20°C

Material	K	Material	K
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5–10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3–6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310

Elektrostatické pole

Energie elektrického pole

práce potřebná k převedení náboje Q_2 z nekonečna do dané polohy při pevném náboji Q_1

$$A = Q_2\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} = W$$

$$W = \frac{1}{2}\left(Q_1\varphi_1 + Q_2\varphi_2\right)$$

- **Energie *W* pole *n*-nábojů**

$$\varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k}{r_{ik}} \quad (i \neq k)$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i = \frac{1}{8\pi\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{k=1\\ i\neq k}}^{n}\frac{Q_i Q_k}{r_{ik}}}$$

- **Energie *W* pole *spojitě rozložených* nábojů v objemu *V* a na ploše *S***

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\iiint_V \rho\varphi\,\mathrm{d}V + \frac{1}{2}\iint_S \sigma\varphi\,\mathrm{d}S}$$

Elektrostatické pole

Síla působící na náboj

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\mathrm{grad}\,(W_P / Q)$$

- síla, kterou působí elektrické pole o intenzitě ***E*** na náboj Q

$$\boxed{\vec{F} = Q\vec{E} = -\mathrm{grad}\,W_P}$$

- **<u>Příklad:</u> (Energie nabitého deskového kondenzátoru)**

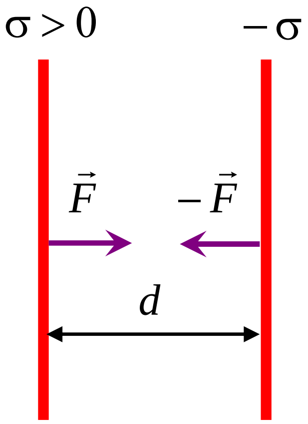
energie *W*

$$W = \frac{1}{2}\left(Q_1\varphi_1 + Q_2\varphi_2\right) = \frac{1}{2}Q.\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = \frac{1}{2}QU$$

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon\frac{S}{d} \quad\Longrightarrow\quad \boxed{W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon S}}$$

síla *F*

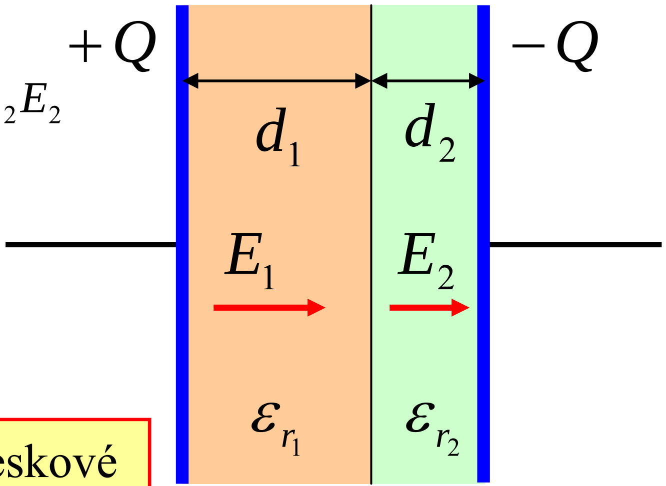
$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\,W = -\frac{\partial W}{\partial d} = -\frac{Q^2}{2\varepsilon S} = -\frac{Q^2}{2dC} = -\frac{U^2 C}{2d}$$



Elektrostatické pole

- **<u>Příklad:</u> (kapacita a el.pole deskového kondenzátoru s dielektrikem)**

$$D = \frac{Q}{S} = D_1 = D_2 \quad \Rightarrow \quad D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_2$$

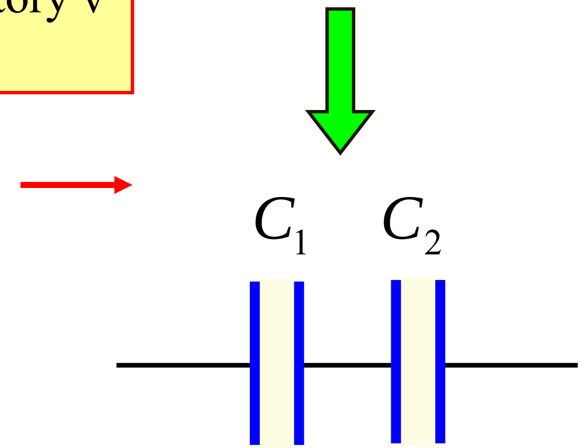


$$U = U_1 + U_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} \left(d_1 + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} d_2 \right)$$

$$\Downarrow$$

$$C = \frac{S \cdot D}{U} = \frac{S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}}$$

jako 2 deskové kondenzátory v sérii



elektrické pole

$$E_1 = \frac{\varepsilon_{r2} U}{\varepsilon_{r1} d_2 + \varepsilon_{r2} d_1} \qquad E_2 = \frac{\varepsilon_{r1} U}{\varepsilon_{r1} d_2 + \varepsilon_{r2} d_1}$$

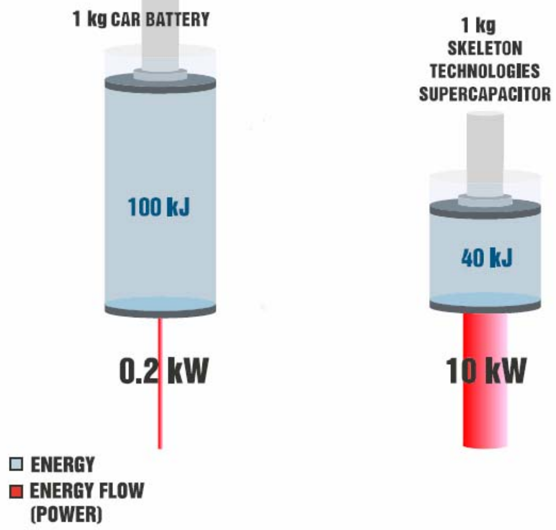
Elektrostatické pole

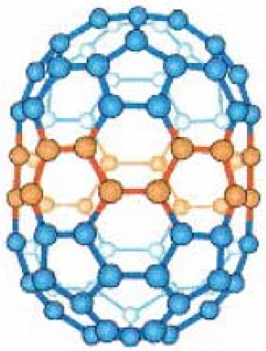
- **<u>Příklad:</u>** (kondenzátory s vysokou kapacitou – **superkapacitory**)
- zatímco běžné kondenzátory (např. deskový kondenzátor) má kapacitu v řádu zlomků faradu, superkapacitory mají kapacitu o několik řádů vyšší (v řádu jednotek faradů)
- to umožňuje uchovávat milionkrát větší množství náboje

- používá se speciálních uhlíkových elektrod s pórovitou nanostrukturou (povrchová plocha až 1000 m^2/g) a vodivého elektrolytu

<u>dají se použít s výhodou pro</u>:
- záložní zdroje energie
- zdroje energie v hybridních ekologických vozidlech
- startování vozidel,…

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C}$$





Elektrostatické pole

- **<u>Příklad:</u>** (přenosný defibrilátor)

$$C = 100\ \mu\text{F}$$

$$U = 4000\ \text{V}$$

$$\Delta t = 2\ \text{ms}$$

$$\alpha = 0{,}25$$

akumulovaná energie

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = 800\ \text{J}$$

výkon pulzu

$$P = \frac{W'}{\Delta t} = \alpha \frac{1}{2} \frac{C U^2}{\Delta t} = 100\ \text{kW}$$

kondenzátor se rychle nabje na vysoké napětí a poté se během velmi krátkého pulsu část energie vybije přes tělo pacienta