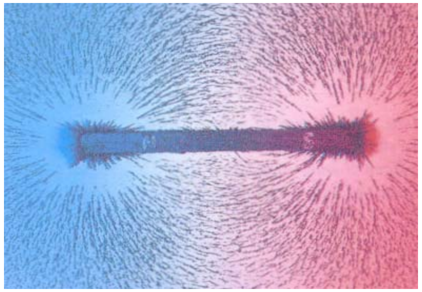
Stacionární magnetické pole

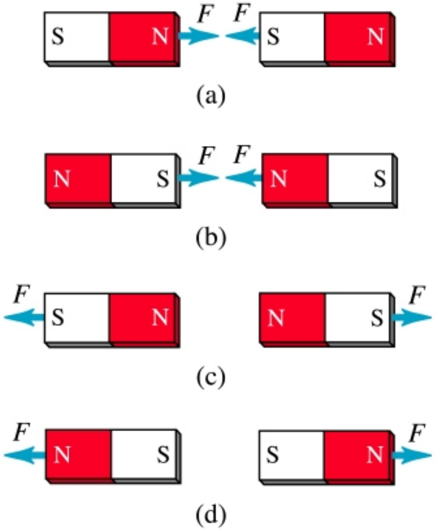
Magnetické pole

- magnetické pole je **jedna z forem projevu elektromagnetického pole**



- magnetické pole působí pouze na pohybující se nabité částice a tělesa, na vodiče protékané proudem a na částice a tělesa s nenulovým magnetickým momentem

- zdrojem magnetického pole jsou pohybující se nabité částice a tělesa, vodiče jimiž protéká proud, částice a tělesa s magnetickým momentem a časově proměnné elektrické pole



Stacionární magnetické pole

Magnetická indukce *B*

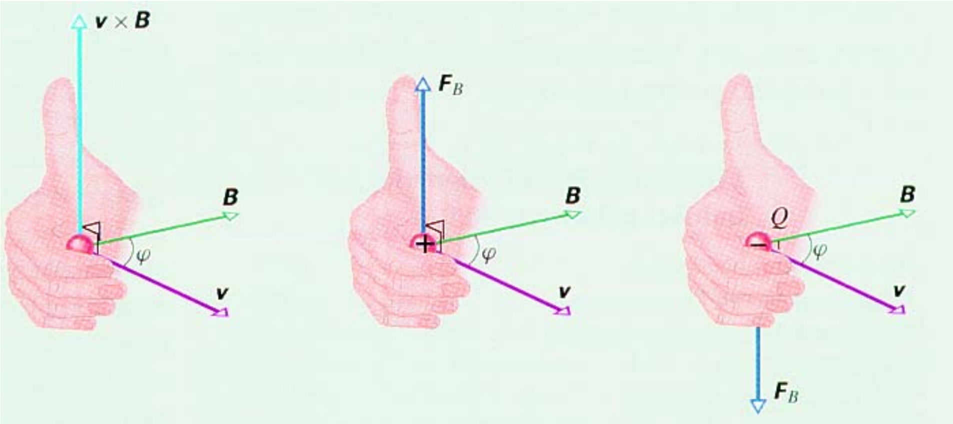
magnetická indukce *B* popisuje silové působení magnetického pole na náboj *Q* pohybující se rychlostí *v*

$$\vec{F} = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Lorentzova síla

$$P = \vec{F}\,\vec{v} = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\vec{v} = 0$$

magnetická síla nekoná práci, pouze zakřivuje dráhu částice



Magnetické indukční linie

- čáry, jejichž tečna v daném bodě prostoru má směr vektoru magnetické indukce ***B***
- indukční linie tvoří **uzavřené čáry**

Stacionární magnetické pole

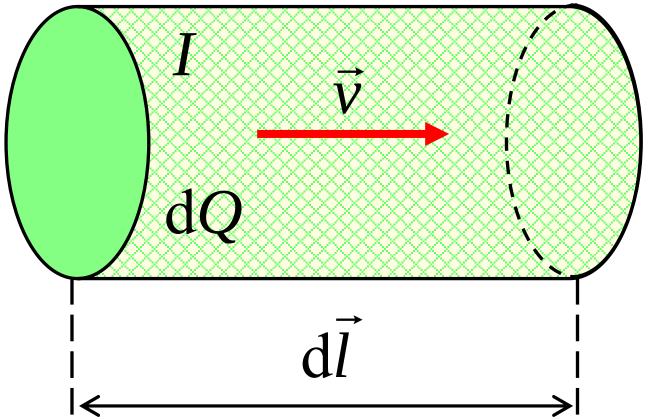
- síla, kterou magnetické pole o indukci ***B*** působí na proudový element vodiče

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t} \qquad \mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}Q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = I\,\mathrm{d}t\left(\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t}\times\vec{B}\right)$$

Ampérův zákon síly

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\left(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \int_L I\left(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right)}$$

umožňuje určit sílu, kterou na vodič protékaný proudem *I* působí magnetické pole o indukci *B*



Stacionární magnetické pole

Biot-Savartův zákon

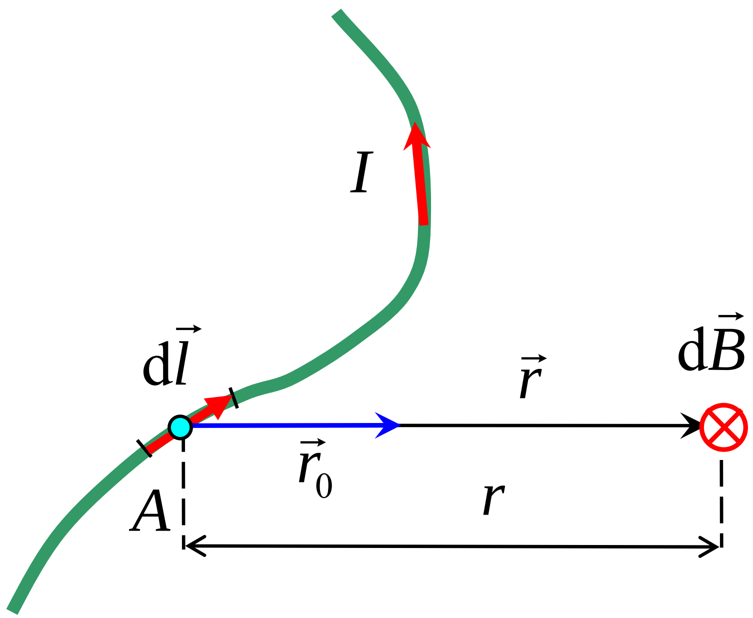
$$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_o)}{r^2}$$

umožňuje určit magnetickou indukci *B* od liniového vodiče konečné délky

μ_0…permeabilita vakua

$$\mu_o = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{Hm}^{-1}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_L \frac{I(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_L \frac{I\left(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_o\right)}{r^2}$$



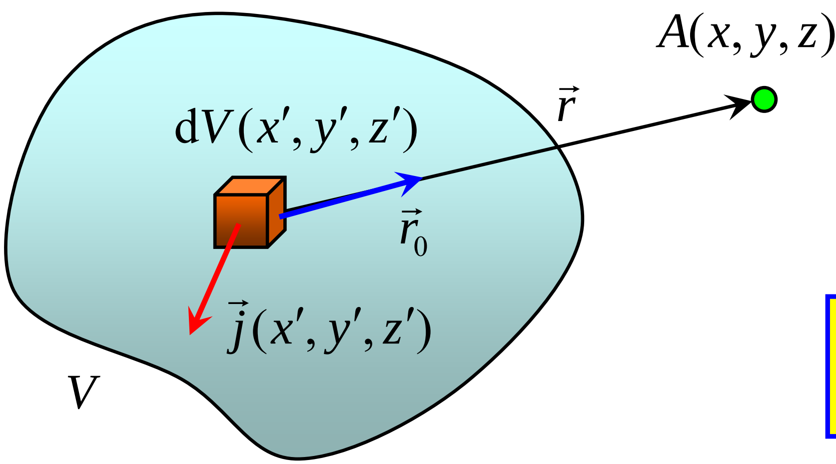
princip superpozice

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Stacionární magnetické pole

Biot-Savartův zákon

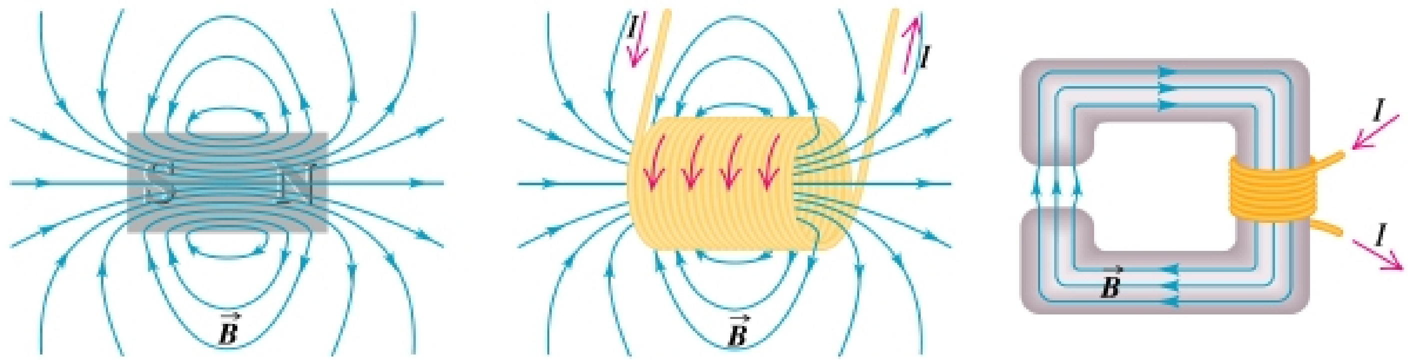
- pro objemový element vodiče lze psát $I\,\mathrm{d}\vec{l} = \vec{j}\,\mathrm{d}V$



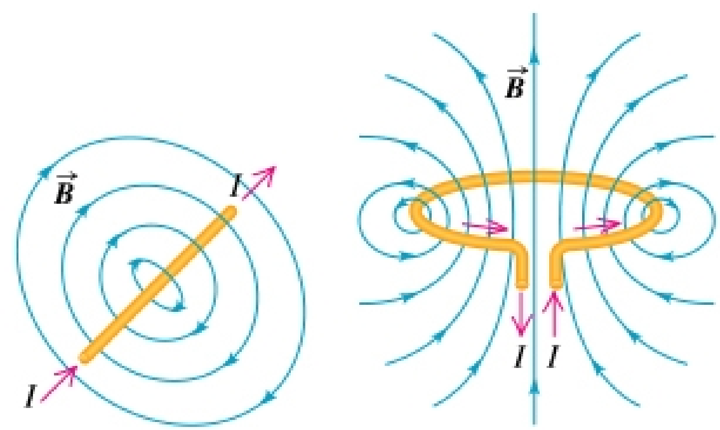
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_L \frac{(\vec{j}\times\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_L \frac{\left(\vec{j}\times\vec{r}_o\right)}{r^2}$$

Stacionární magnetické pole

Magnetické indukční čáry



(a) (b) (c)

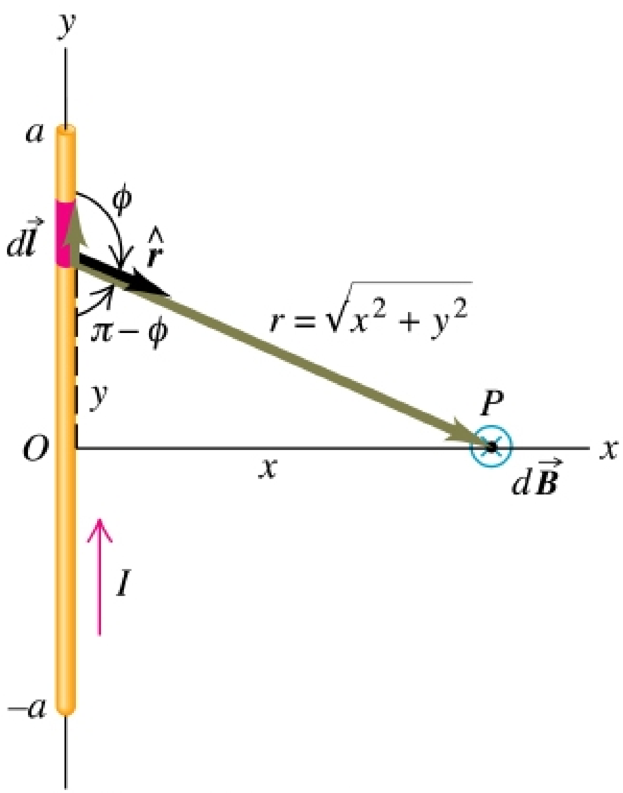


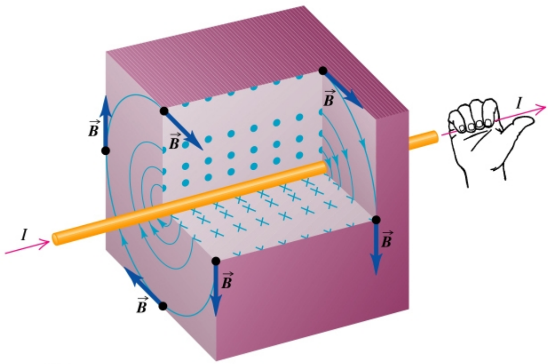
(d) (e)

magnetické indukční linie jsou uzavřené křivky

Stacionární magnetické pole

- **Příklad:**
  (magnetické pole tenkého přímého vodiče)





$$r = \frac{x}{\sin\varphi} \qquad y = -\frac{x}{\operatorname{tg}\varphi} \qquad \mathrm{d}y = \frac{x\,\mathrm{d}\varphi}{\sin^2\varphi}$$

dlouhý přímý vodič

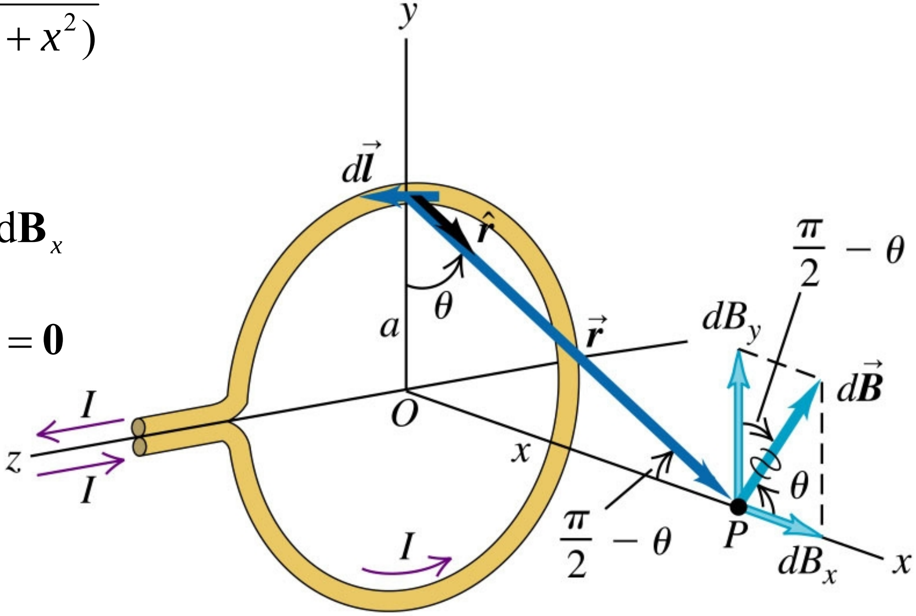
$$\varphi_1 = 0 \quad \varphi_2 = \pi \quad x = d \quad \Longrightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$$

$$B = |\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{|\mathbf{dl}\times\mathbf{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{y_1}^{y_2}\frac{\sin\varphi\,\mathrm{d}y}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

Stacionární magnetické pole

- **Příklad:** (magnetické pole kruhové smyčky)

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{|d\mathbf{l}\times\mathbf{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{(R^2+x^2)}$$



$$dB_x = dB\cos\theta$$

$$dB_y = dB\sin\theta$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_x = \sum d\mathbf{B}_x$$

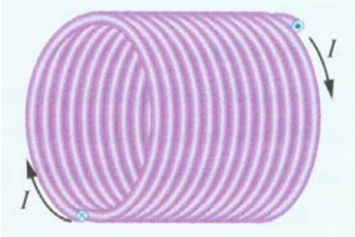
$$\mathbf{B}_y = \sum d\mathbf{B}_y = \mathbf{0}$$

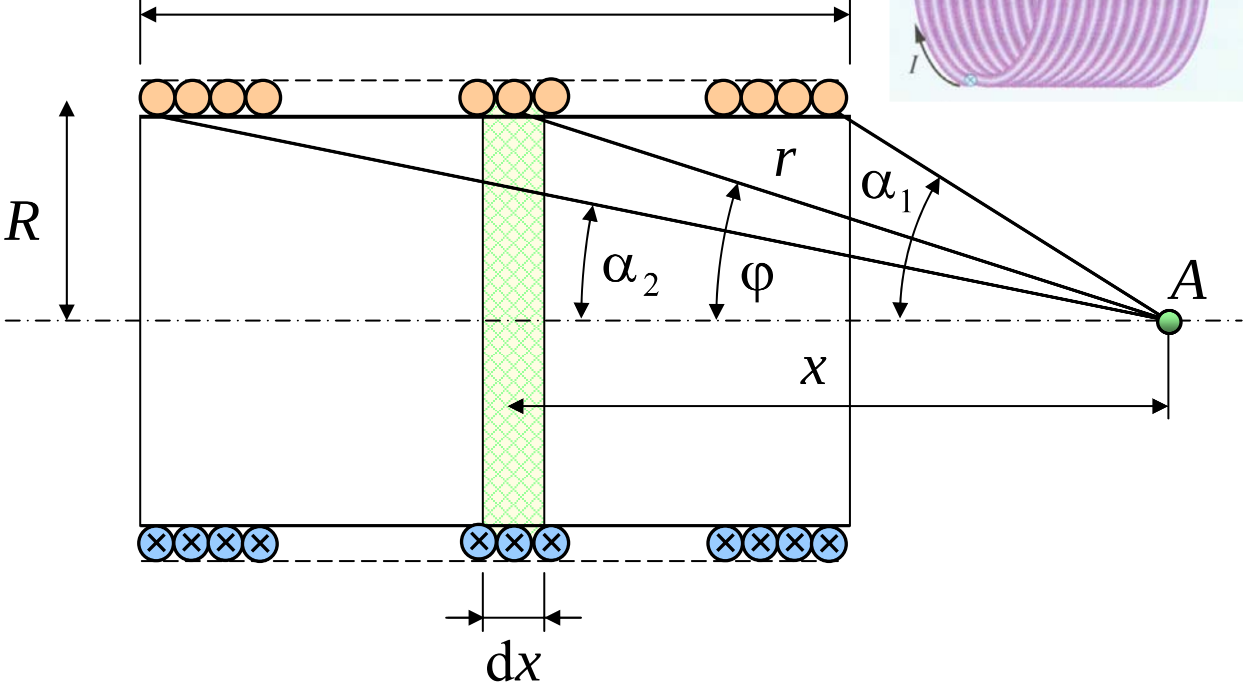
$$\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$B = \int dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi R}\frac{R\,dl}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R}\cos^3\theta$$

Stacionární magnetické pole

⌖ **Příklad:** (magnetické pole solenoidu)





$$x = \frac{R}{\mathrm{tg}\,\varphi}$$

$$\mathrm{d}x = -\frac{R}{\sin^2\varphi}\,\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}I = \frac{NI}{L}\,\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{2}\frac{\sin^3\varphi}{R}\,\mathrm{d}I$$

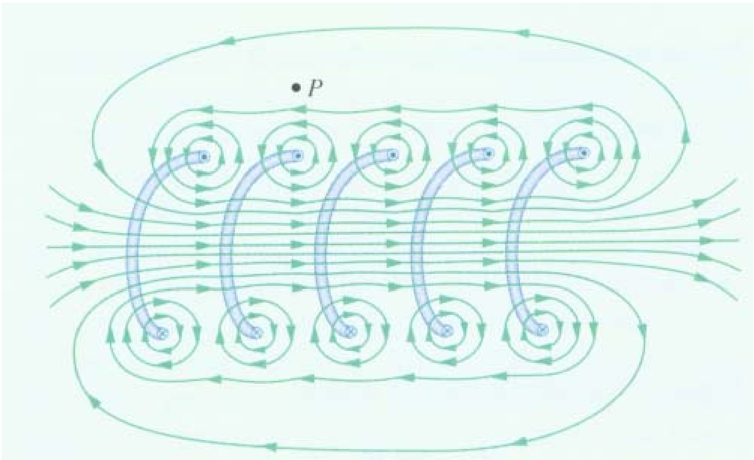
$$B = \frac{\mu_0}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{\sin^3\varphi}{R}\frac{IN}{L}\,\mathrm{d}x = -\frac{\mu_0}{2}\frac{IN}{L}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi = \mu_0\frac{IN}{2L}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

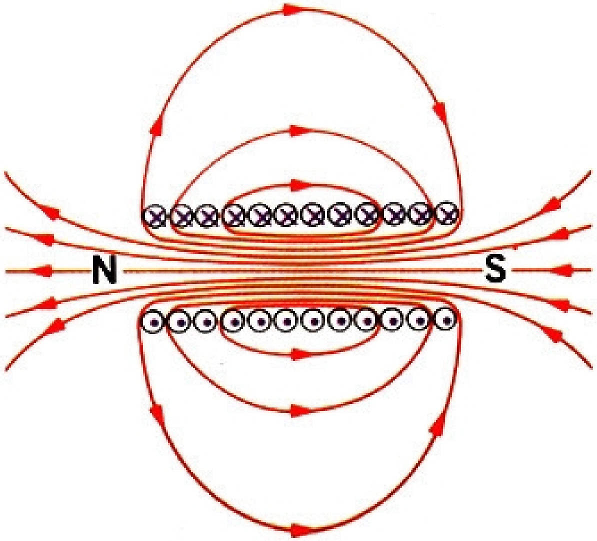
Stacionární magnetické pole

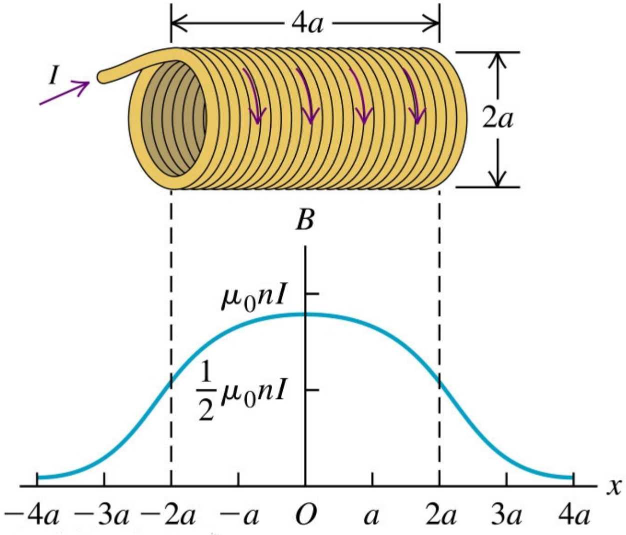
⌖ **<u>Příklad:</u>** (magnetické pole solenoidu)

dlouhá cívka

$L >> R$ ⇒ $\boxed{B \doteq \mu_0 \frac{IN}{L}}$

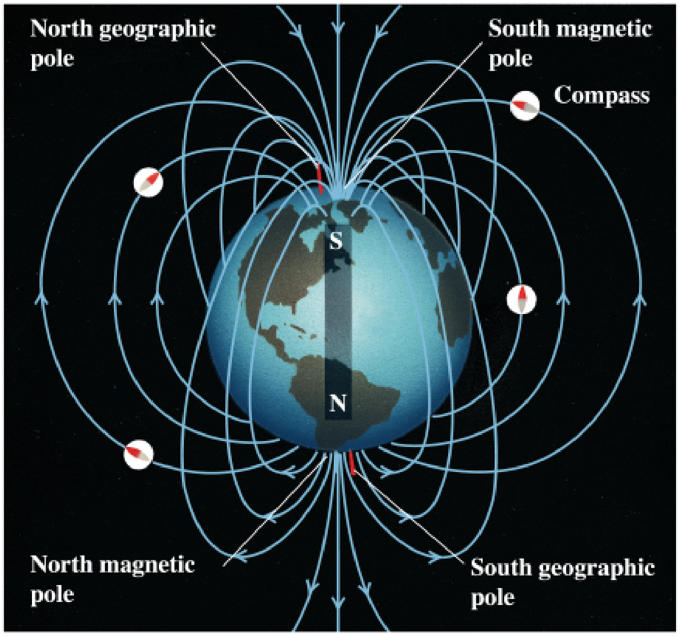


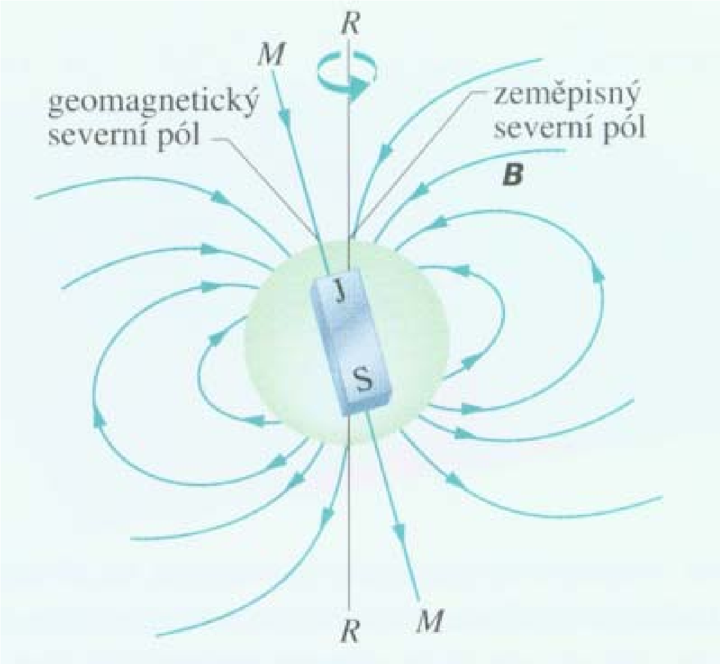




Stacionární magnetické pole

- **<u>Příklad:</u> (magnetické pole Země)**
- je buzeno el.proudy tekoucími uvnitř Země, v atmosféře a feromagnetickými horninami v zemské kůře
- magnetická indukce ~ 30-50 μT
- působí velmi přibližně jako magnetický dipól





Stacionární magnetické pole

elektromagnet

$$F = 2wS = 2\frac{1}{2}BHS = \frac{B^2}{\mu_0}S$$

$$\oint \mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{l} = \oint \frac{\mathbf{B}}{\mu}\mathrm{d}\mathbf{l} = \oint \frac{B}{\mu}\mathrm{d}l = NI$$

$$B = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}$$

$$\mathrm{d}\Phi \cdot \oint \frac{\mathrm{d}l}{\mu \mathrm{d}S} = \mathrm{d}\Phi \cdot R_m = NI$$

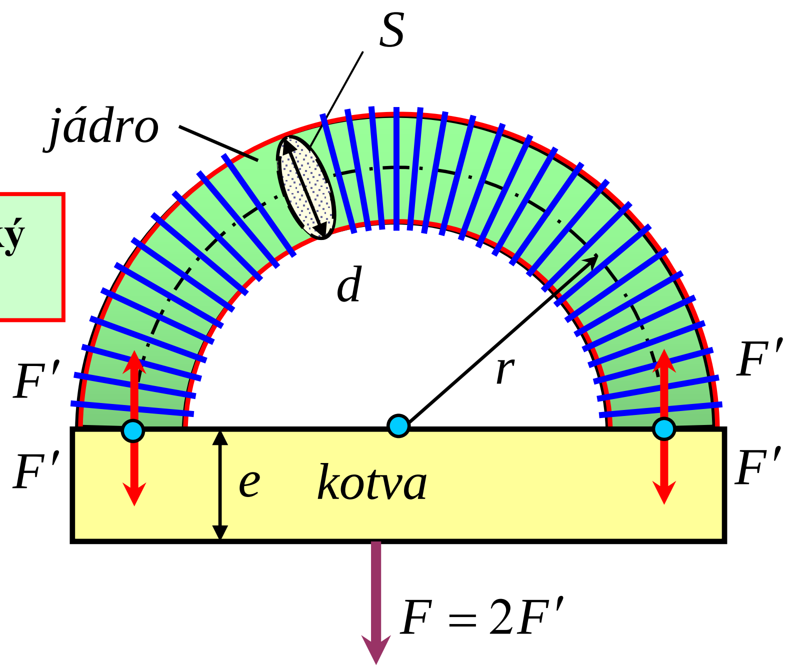
Hopkinsonův zákon

$$\Phi = NI / R_m \qquad R_m = \frac{\bar{l}}{\mu_0 \mu_r S}$$

magnetický odpor

nosivost elektromagnetu

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S} = \frac{N^2 I^2}{\mu_0 S R_m^2} = \frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 I^2 S}{\bar{l}^2}$$



Stacionární magnetické pole

Magnetický indukční tok

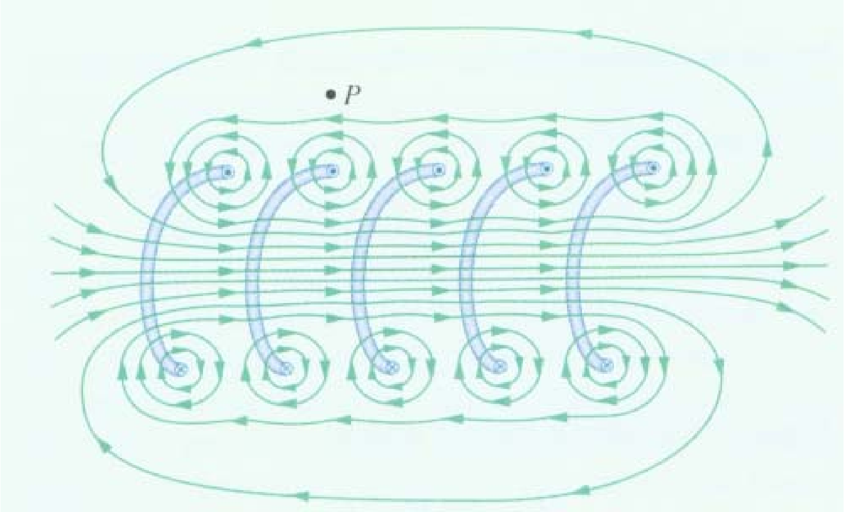
$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Phi = \iint_S \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S}}$$

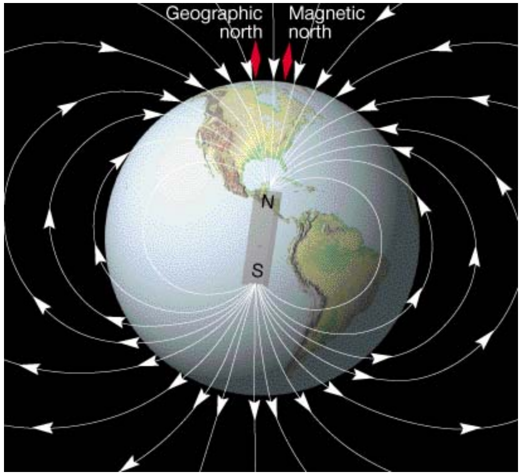
- magnetické indukční linie jsou uzavřené křivky, proto je tok uzavřenou plochou nulový

$$\oiint_S \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$$

nezřídlové pole

4.Maxwellova rovnice





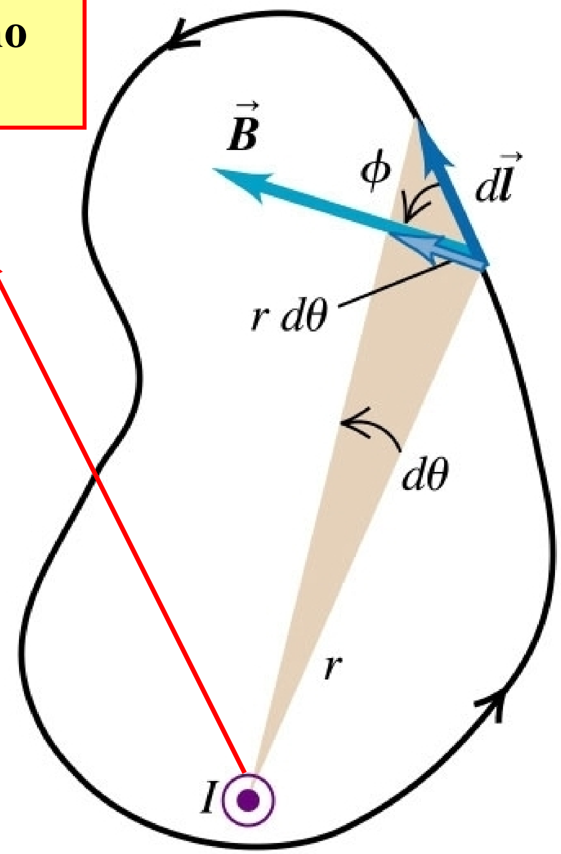
Stacionární magnetické pole

pole dlouhého vodiče

$$\vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = B\,\mathrm{d}l\cos\theta = Br\,\mathrm{d}\theta$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$\oint_C \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \oint_C \frac{\mu_o I}{2\pi}\,\mathrm{d}\theta = \mu_o I$$

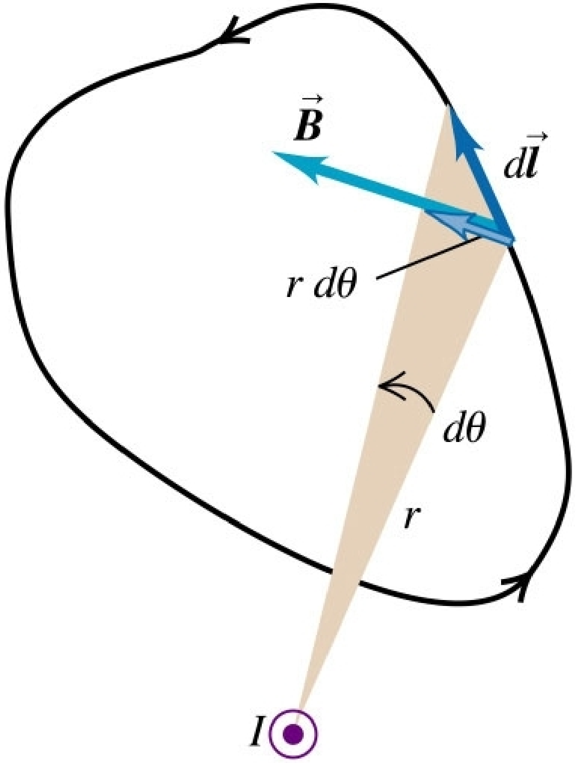


$$\boxed{\oint_C \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \mu_o I}$$

Cirkulace vektoru magnetické indukce podél libovolné uzavřené křivky *C* obepínající vodič jímž protéká proud *I*

Stacionární magnetické pole

$$\oint_C \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \frac{\mu_o I}{2\pi}\int_{\theta_0}^{\theta_0} \mathrm{d}\theta = 0$$



Cirkulace vektoru magnetické indukce podél libovolné uzavřené křivky *C, závisí na tom, zda křivka obepíná vodič* jímž protéká proud

magnetické pole nelze jednoznačně charakterizovat potenciálem jako pole elektrické

zákon celkového proudu (Ampérův zákon)

$$\oint_{C_k} \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \sum I_k$$

Stacionární magnetické pole

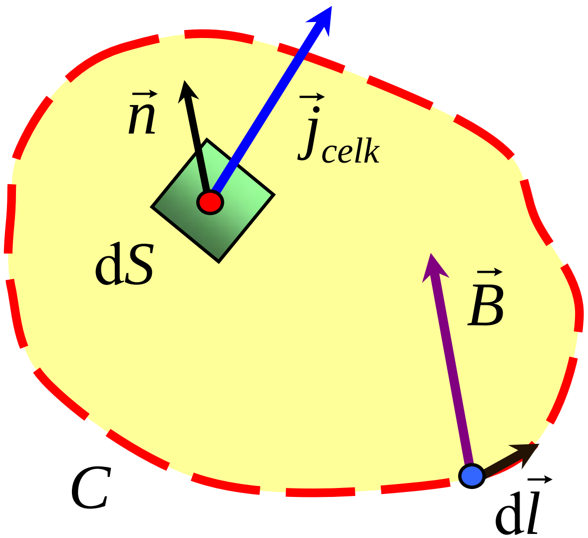
- prochází-li křivkou C prostorový proud

$$\oint_C \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \iint_S \vec{j}_{celk}\,\mathrm{d}\vec{S}$$

magnetické pole je vírové

$$\boxed{\iint_S \mathrm{rot}\,\vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S} = \mu_o \iint_S \vec{j}_{celk}\,\mathrm{d}\vec{S}}$$

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_o\,\vec{j}_{celk}}$$



Stacionární magnetické pole

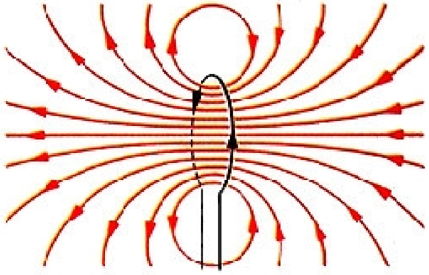
Vliv prostředí na magnetické pole

- při vložení tělesa do magnetického pole se obecně mění velikost a směr pole – nastává tzv. **magnetizace** (magnet.pole odlišné od vakua)
- příčinou tohoto jevu jsou **magnetická pole atomů látky** (pohybujících se elektronů)
- jestliže nepůsobí vnější pole – tato elementární pole se ve většině případů vzájemně v látce ruší (látka je navenek nemagnetická)
- **vnější magnetické pole bude ovlivňovat vnitřní magnetická pole jednotlivých atomů**

pro modelování elementárních proudů v atomech

Magnetický dipól

- **elementární proudová smyčka,** která budí ve svém okolí jako magnet se dvěma póly



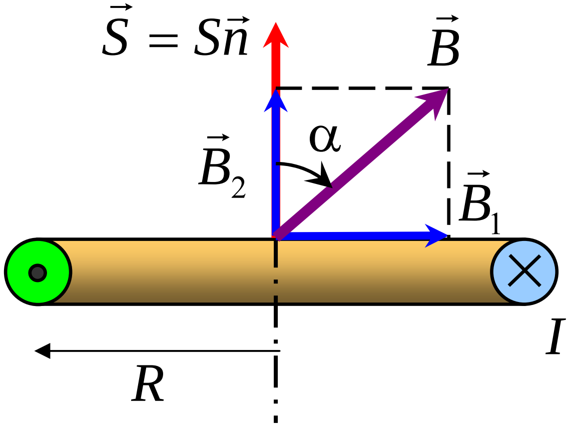
Stacionární magnetické pole

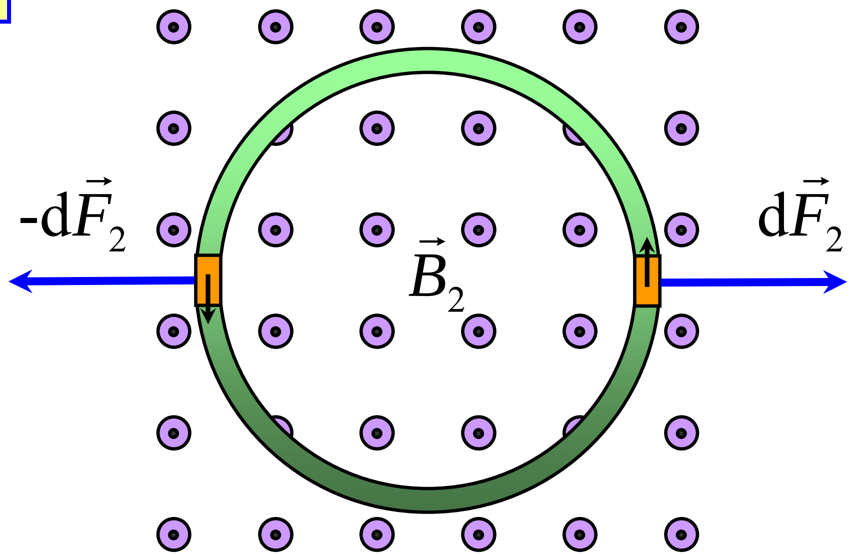
Magnetický dipól v homogenním magnetickém poli

- vnější magnetické pole působí na proudovou smyčku silami

$$\mathrm{d}\vec{F}_2 = I\left(\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}_2\right) \qquad \left|\mathrm{d}\vec{F}_2\right| = IB_2\mathrm{d}l$$

kolmá složka indukce B_2 způsobí pouze napínání smyčky





Stacionární magnetické pole

Magnetický dipól v homogenním magnetickém poli

$$\mathrm{d}\vec{F}_1 = I\left(\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}_1\right)$$

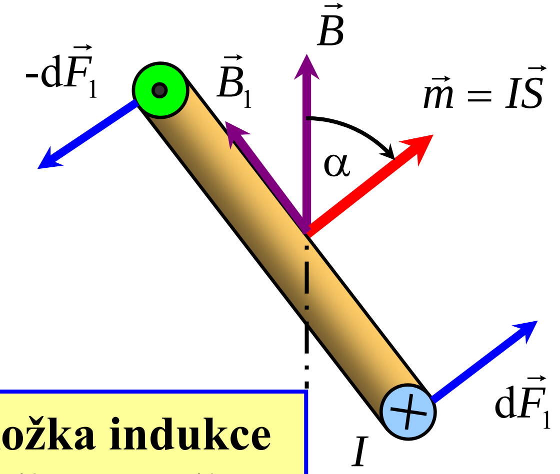
$$\left|\mathrm{d}\vec{F}_1\right| = I\,B_1\,\mathrm{d}l\,\sin\varphi = I\,B_1 R\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

$$\mathrm{d}M_{mech} = \mathrm{d}F_1 R\sin\varphi = IB_1R^2\sin^2\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

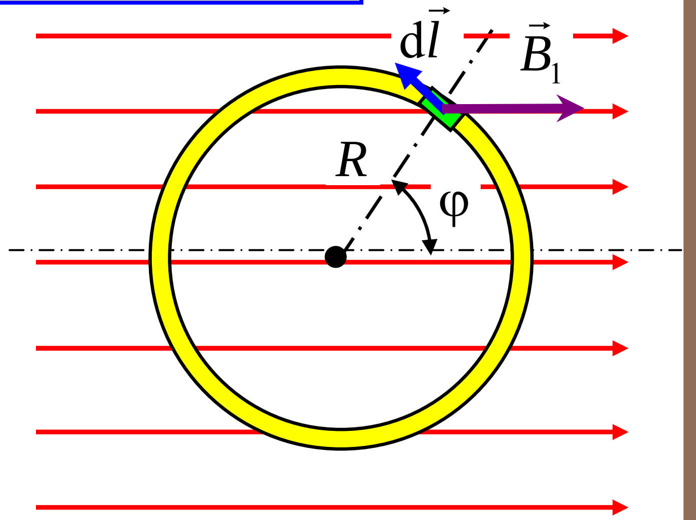
$$B_1 = B\sin\alpha$$

$$M_{mech} = 2\int_0^{\pi}\mathrm{d}M_{mech} = IB_1S = IBS\sin\alpha$$

$$\boxed{\vec{M}_{mech} = I\vec{S}\times\vec{B} = \vec{m}\times\vec{B}}$$



rovnoběžná složka indukce B_1 způsobí otáčení smyčky



$$\boxed{\vec{m} = I.\vec{S}}$$

magnetický dipólový moment

Magnetické pole

Magnetizace látky

vložíme-li atom do vnějšího magnetického pole, na jednotlivé proudové elementy bude působit mechanický moment a bude se snažit uspořádat dráhy elektronů tak, aby se směr a smysl magnetického pole elementárních proudů ztotožňoval s polem vnějším

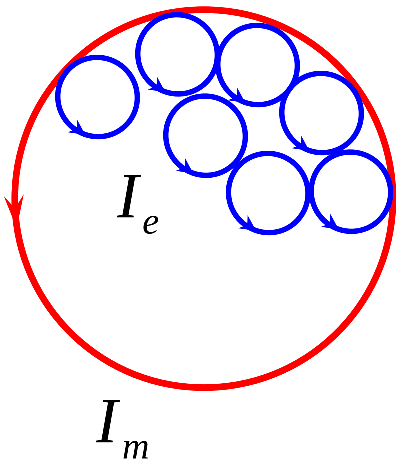
vektor magnetizace

$$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}V} \quad [\mathrm{A/m}]$$

makroskopická objemová hustota dipólového momentu

- popisuje stav zmagnetovaného prostředí
- závisí na velikosti magnetické indukce ***B***

Elementární proudy I_e se vzájemně ruší uvnitř látky, na povrchu zůstává nevykompenzovaný (plošný) ***magnetizační proud*** $\boldsymbol{I_m}$



Magnetické pole

- do magnetického pole o velikosti magnetické indukce ***B***, které je vytvářeno proudovou smyčkou, je vložen váleček z látky

zákon celkového proudu

$$\oint_L \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l} = \mu_o\left(I + I_m\right)$$

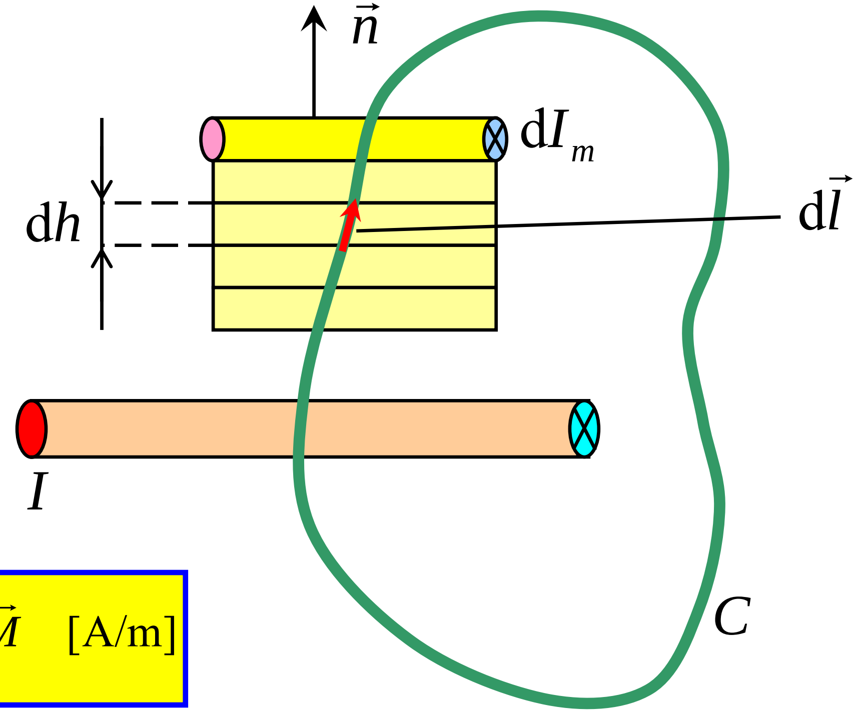
$$\mathrm{d}\vec{m} = \mathrm{d}I_m\,\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}I_m\,\mathrm{d}S\,\vec{n} \longrightarrow \vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{m}}{\mathrm{d}V} = \frac{\mathrm{d}I_m\,\mathrm{d}S\,\vec{n}}{\mathrm{d}S\,\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}I_m}{\mathrm{d}h}\vec{n}$$

$$\vec{M}\,\mathrm{d}\vec{l} = \frac{\mathrm{d}I_m\,\vec{n}}{\mathrm{d}h}\mathrm{d}\vec{l} = \mathrm{d}I_m \longrightarrow I_m = \int_C \vec{M}\,\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\Downarrow$$

$$\oint_C\left(\frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}\right)\mathrm{d}\vec{l} = I$$

$$\oint_C \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l} = I$$



vektor intenzity magnetického pole

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_o}.\vec{B} - \vec{M} \quad [\mathrm{A/m}]$$

Magnetické pole

Ampérův zákon

$$\oint_C \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l} = I$$

- umožňuje vypočítat intenzitu magnetického pole ***H*** v látce

$$I = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \mathrm{d}\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \oint_C \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \mathrm{d}\vec{S}$$

proud kondukční, konvekční a posuvný

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

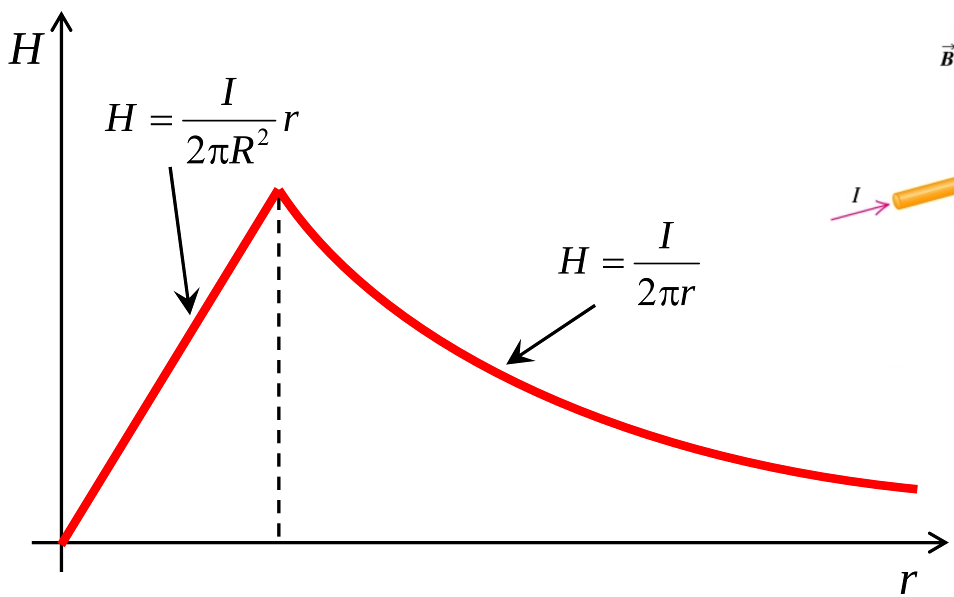
1.Maxwellova rovnice

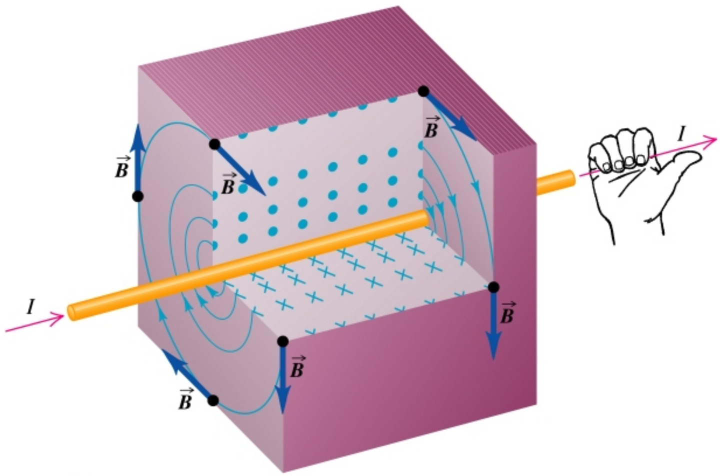
Magnetické pole

- **<u>Příklad:</u>** (magnetické pole dlouhého přímého vodiče)

$r > R$ $$\oint_L \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l} = H\oint_L \mathrm{d}l = 2\pi r H = I \quad \Longrightarrow \quad \boxed{H = \frac{I}{2\pi r}}$$

$r < R$ $$I' = \frac{r^2}{R^2} I \quad \Longrightarrow \quad H = \frac{I}{2\pi R^2} r$$





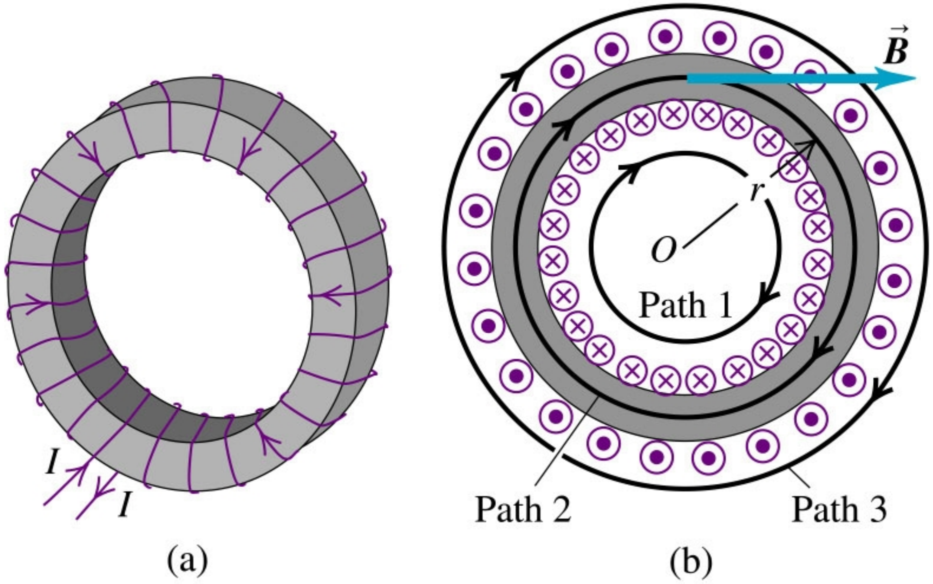
Stacionární magnetické pole

- **<u>Příklad:</u>** (magnetické pole uvnitř toroidu)

$$\oint_L \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l} = H\oint_L \mathrm{d}l = 2\pi r H = NI$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{H = \frac{NI}{2\pi r}}$$



Magnetické pole

Magnetické látky

- pro malé hodnoty magnetické indukce ***B*** lze závisí vektor magnetizace ***B*** lineárně na magnetické intenzitě

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m … magnetická susceptibilita

magnetická indukce

$$\vec{B} = \mu_o\left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_o(1+\chi_m)\vec{H} = \mu_o\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H} \longrightarrow \boxed{\vec{B} = \mu\vec{H}}$$

relativní permeabilita

$$\mu = \mu_o(1+\chi_m) = \mu_o\mu_r$$

- charakterizuje magnetické vlastnosti látek

$\chi_m < 0, \quad \mu_r < 1$ – **diamagnetické látky**
(mírně zeslabují magnetické pole)

$\chi_m > 0, \quad \mu_r > 1$ – **paramagnetické látky**
(mírně zesilují magnetické pole)

$\chi_m >> 1, \quad \mu_r >> 1$ – **feromagnetické látky**
(výrazně zesilují magnetické pole)

Magnetické pole

Relativní permeabilita prostředí

feromagnetické látky

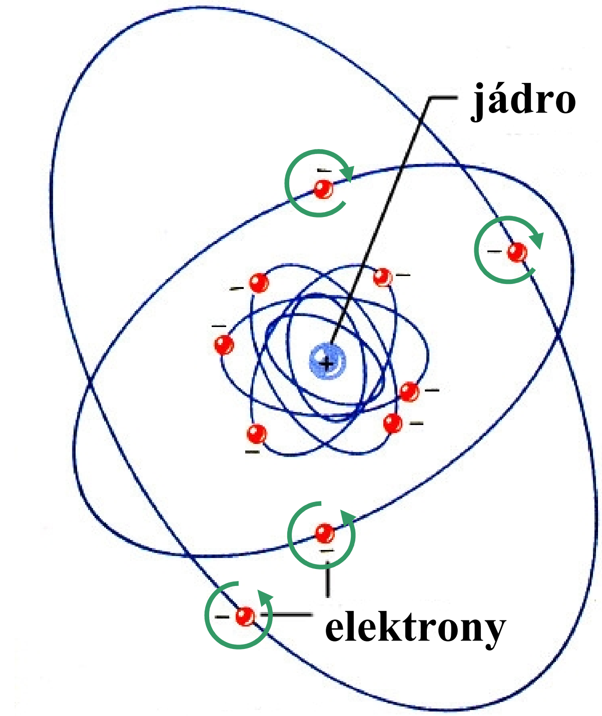
Material	**Permeabilita μ_r**	**Max.relativní permeabilita μ_r**
železo	10,000	200,000
permalloy	8,000	100,000
superpermalloy	100,000	1,000,000
kobalt	70	250
nikl	110	600
ocel	50	100

Magnetické pole

Magnetický moment elektronu

- každý elektron v atomu má vzhledem ke své rotaci a obíhání tzv. **spinový a orbitální magnetický moment**

- **výsledný magnetický moment atomu je dán součtem orbitálních a spinových momentů elektronů**



Magnetické pole

diamagnetické látky

- jsou složena z atomů a molekul v nichž je **výsledný orbitální a spinový moment nulový**
- **magnetické pole na ně tedy silově nepůsobí**

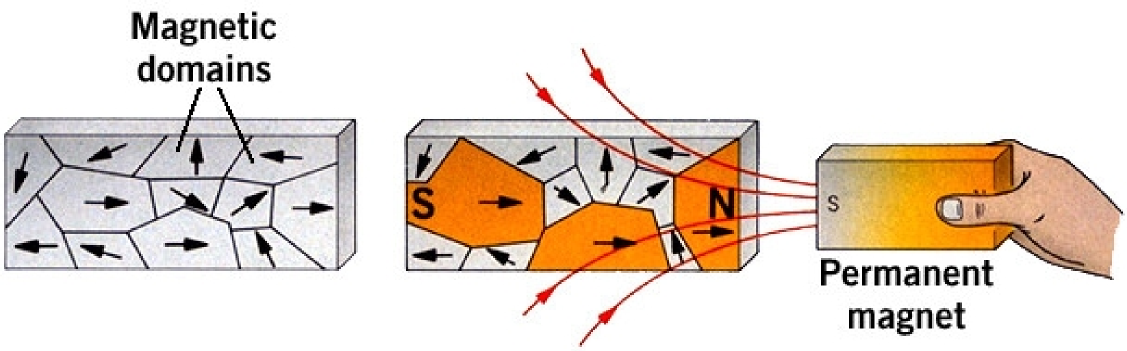
paramagnetické látky

- nemají vykompenzovány vnitřní magnetické momenty, **mají magnetický moment i v případě, že nejsou ve vnějším magnetickém poli**
- **magnetické pole na ně tedy silově působí**

Magnetické pole

feromagnetické látky

- nemají vykompenzovány **spinové momenty ve vhodně uspořádané krystalické mřížce** (např. železo, kobalt, nikl,…)
- feromagnetikum je složeno z takzvaných **domén** (10^{-5} - 10^{4}m) , v nichž mají spinové magnetické momenty souhlasnou orientaci
- působením vnějšího magnetického pole **dochází ke stáčení magnetických momentů domén do směru vnějšího pole**
- po vyjmutí feromagnetika z vnějšího pole se chová stejně jako permanentní magnet **(vykazuje hysterezi)**



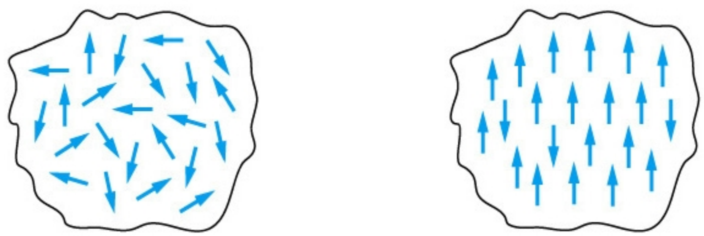
Magnetické pole

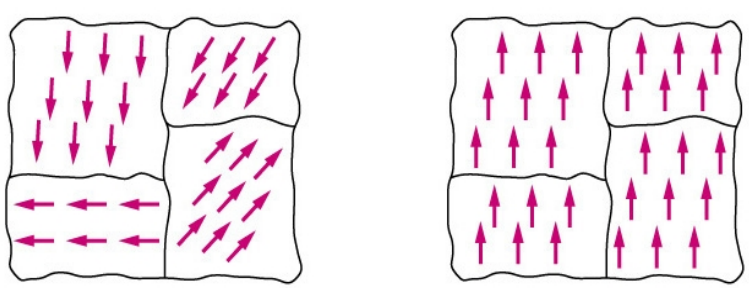
feromagnetické látky

- po vyjmutí feromagnetika z vnějšího pole se chová stejně jako permanentní magnet **(vykazuje hysterezi)**

hystereze

bez vnějšího magnetické pole	vnější magnetické pole


Paramagnetism


Ferromagnetism