

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale  
Modulo di PRESTAZIONI

Docente : Ing. F. NICOLOSI

**CAP. 2**

**PRINCIPI DEL VOLO, PORTANZA E RESISTENZA**

## 2.1 Principi di aerodinamica di base

In questo paragrafo saranno discussi alcuni principi di base di aerodinamica e le loro applicazioni all'aerodinamica dei velivoli.

### Equazione di continuità

Bisogna prima introdurre il concetto di linea di corrente.

La linea di corrente è una curva lungo la quale la tangente in ogni punto coincide con il vettore velocità in quel punto. Un gruppo di linee di corrente si può definire come tubo di flusso.

In fig. 2.1 è riportato un tubo di flusso.

È evidente che la velocità normale alla superficie esterna del tubo di flusso è sempre uguale a zero. Quindi, per il principio di conservazione della massa, tutta la massa che passa attraverso la sezione 1 dovrà eguagliare la massa che passa attraverso la sezione 2.

Indichiamo con  $A_1$  e  $V_1$  l'area e la velocità nella sezione 1 e  $A_2$  e  $V_2$  gli equivalenti valori della sezione 2. I valori dei loro prodotti rappresentano le portate volumetriche.

La portata di massa è invece:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \text{cost}$$

che deve essere quindi costante in ogni sezione.

Quella sopra è l'equazione di continuità comprimibile.

Se il flusso è incomprimibile, la densità è costante e sarà la portata volumetrica  $A \cdot V$  ad essere costante.

Un esempio di applicazione dell'equazione di continuità è una galleria del vento (fig. 2.2).

In flusso incomprimibile (praticamente velocità di aria a livello del mare fino a 200-300 Km/h) la velocità è legata all'area della sezione. Ad esempio se la camera di prova ha una sezione pari a  $2 \text{ m}^2$  e conosco la velocità in una altra sezione (ad esempio  $A=8 \text{ m}^2$ , e  $V = 25 \text{ Km/h}$ ), la velocità in camera di prova sarà pari a  $V=25 \cdot (8/2) = 100 \text{ Km/h}$ .

### Bernoulli

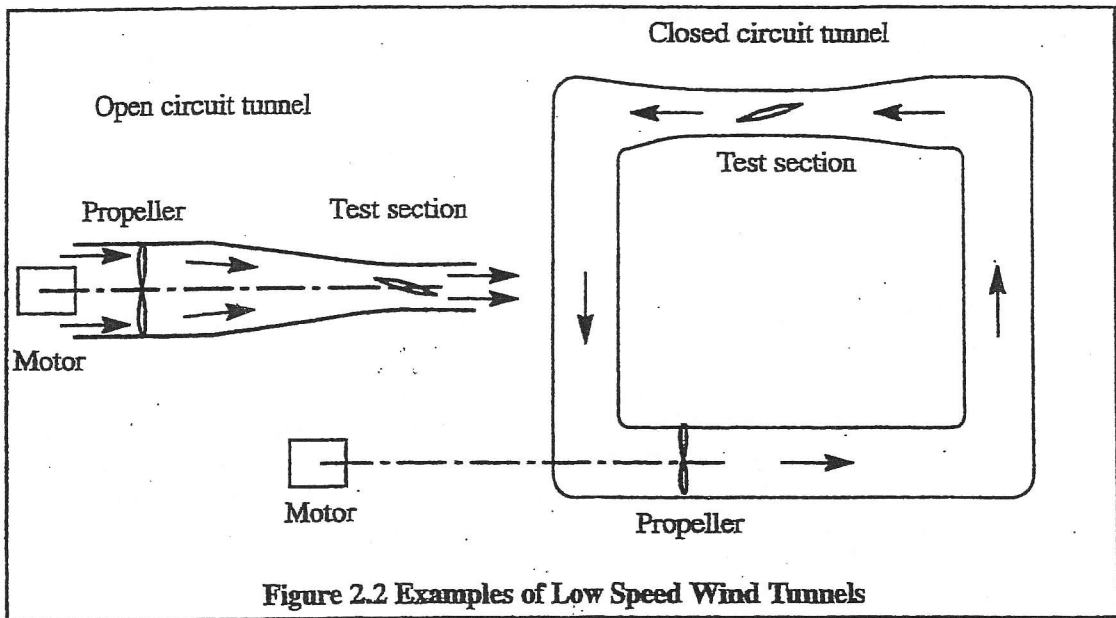
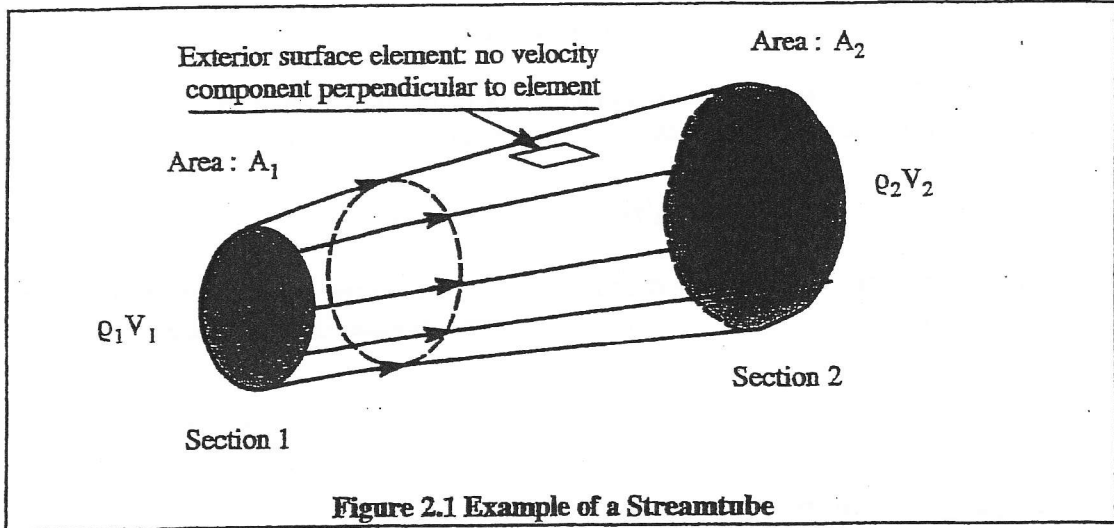
L'equazione di Bernoulli incomprimibile è

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{cost} = p_{\text{tot}}$$

L'equazione dice che lungo una linea di corrente la somma della pressione statica e di quella dinamica (pari alla cosiddetta pressione totale o di ristagno) è costante.

Da un punto di vista energetico il lavoro fatto dalle forze di pressione eguaglia la variazione in energia cinetica della massa d'aria in movimento (quindi non è applicabile in situazioni dove dell'energia esterna viene fornita al fluido, ad esempio un jet o un flusso attraverso un'elica).

Un esempio di applicazione è la misura della velocità conoscendo la pressione dinamica.



**Numeri caratteristici**

E' importante valutare le caratteristiche di un flusso.

La comprimibilità è misurata dal numero di Mach definito come rapporto tra la velocità del flusso e la velocità del suono (dipendente dalla temperatura del fluido o gas).

$$M = V/a \quad \text{con } a = \sqrt{\gamma gRT} \quad \text{velocità del suono}$$

Gli effetti dovuti alla viscosità del mezzo fluido, che vedremo influenzeranno sia la portanza che la resistenza sono misurati da un altro numero adimensionale, il numero di Reynolds.

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu} \quad \text{con } l \text{ dimensione caratteristica del corpo in movimento nel mezzo fluido.}$$

**Misura della velocità**

Se considero il tubo di pitot della figura 2.3 posso applicare l'equazione di Bernoulli e quindi :

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = p_{tot} \quad \text{da cui} \quad p_{tot} - p = \frac{1}{2}\rho V^2 = q$$

avendo indicato con  $q$  la pressione dinamica.

Se sostituisco alla densità  $\rho$  il suo valore a livello del mare in atmosfera standard,  $\rho_0 = 1.225 \text{ Kg/m}^3$ , posso definire la velocità equivalente, detta anche EAS (Equivalent Air Speed) :

$$V_e = \sqrt{\frac{2(p_{tot} - p)}{\rho_0}}$$

In pratica, se misuro la pressione dinamica (attraverso, ad esempio un tubicino ad U con dell'acqua, la cui differente altezza è proprio una misura della differenza tra pressione statica e pressione totale, e cioè della pressione dinamica), vedi fig. 2.4, posso valutare la velocità se la densità è quella al livello del mare.

Se non conosco la densità (mi trovo ad una certa quota), quella che posso calcolare è la velocità equivalente della formula precedente, ma non la velocità vera, detta TAS (True Air Speed).

Ad esempio un anemometro di bordo (che è un misuratore di pressione dinamica) misurerà la velocità che viene detta "indicata", che corretta degli errori dovuti alla posizione della presa statica ed eventuali errori dovuti alla comprimibilità del mezzo (alti numeri di Mach,  $M > 0.4$ ) è la velocità equivalente della formula precedente.

In pratica se utilizzo un tubo di pitot (con presa statica e con presa totale) per misurare la velocità del velivolo, la pressione dinamica misurata dall'anemometro (che indirettamente misura la velocità) mi darà informazioni sulla velocità equivalente, ma non sulla velocità vera del velivolo.

Dalla conoscenza della densità, si può passare dalla velocità equivalente alla velocità vera

$$V = V_{true} = \sqrt{\frac{2(p_t - p)}{\rho}} = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{V_e}{\sqrt{\sigma}}$$

Esempio :

Un velivolo leggero viaggia al livello del mare in atmosfera standard ( $T=15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) e si misura una pressione dinamica di  $50\text{ mm H}_2\text{O}$  attraverso un tubo ad U con dell'acqua. Qual'è il valore della velocità?

La pressione dinamica  $q$  è pari a  $50\text{ Kg/m}^2$  (in quanto ogni mm di acqua fa una pressione di  $1\text{ Kg/m}^2$ ) e quindi pari a :

$$q=50 * 9.81 = 490.5\text{ Pa} = 490.5\text{ N/m}^2$$

La velocità equivalente risulta pari a :

$$V_e = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{981}{1.225}} = 28.3\text{ m/s} = 101.9\text{ Km/h}$$

e la velocità vera coincide con quella equivalente in quanto la densità è uguale a quella al livello del mare.

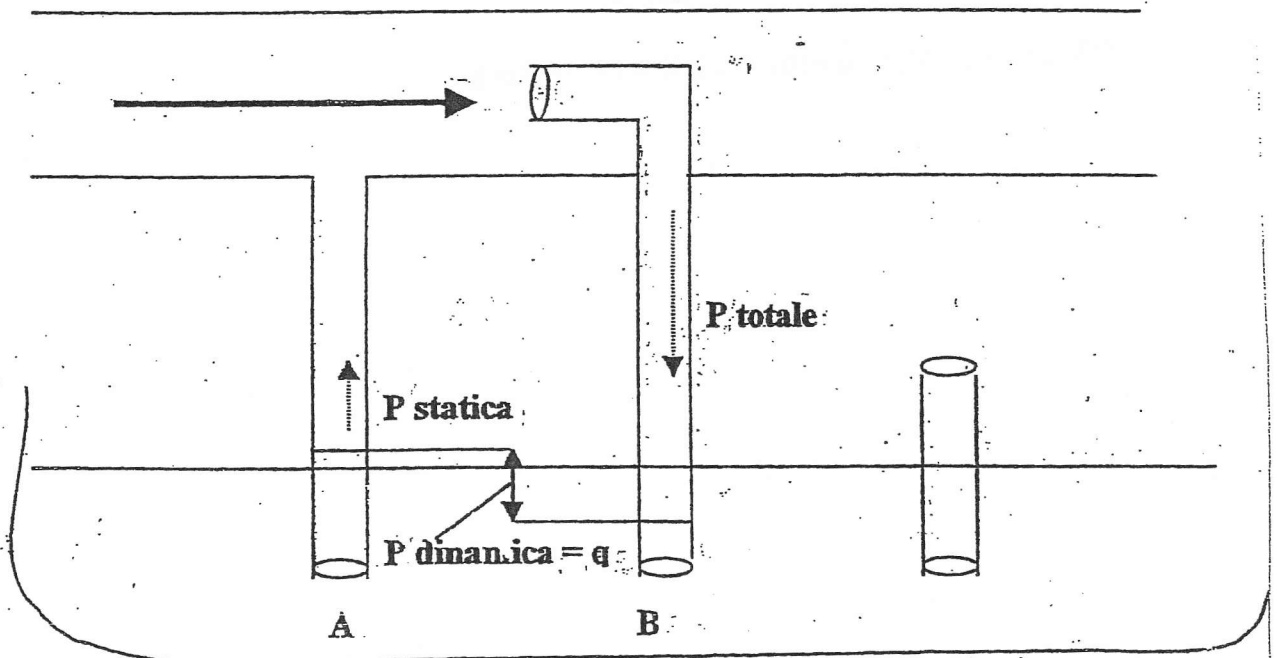
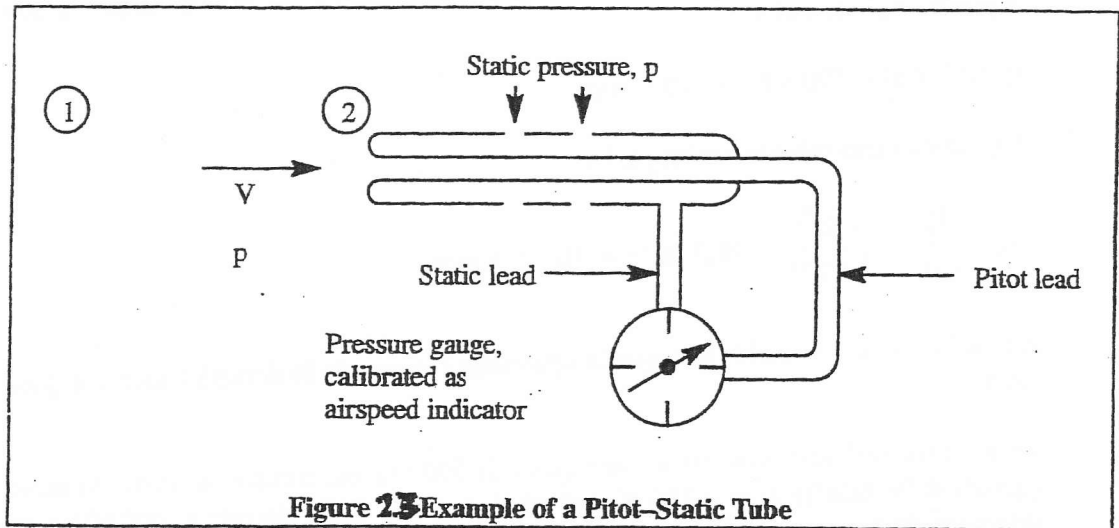
Se lo stesso velivolo viaggia ad una quota di  $5000\text{ m}$  sul livello del mare, in atmosfera standard (quindi dalle tabelle  $\rho = 0.736\text{ Kg/m}^3$  ed il rapporto delle densità è  $\sigma=0.60$ ) e misura la stessa pressione dinamica si ha che :

La velocità equivalente risulta pari a

$$V_e = 101.9\text{ Km/h}$$

E la velocità vera rispetto all'aria è pari a :

$$V=V_{\text{true}}=\text{TAS} = V_e / \sqrt{\sigma} = 101.9 / \sqrt{0.60} = 131.55\text{ Km/h}$$



## 2.2 Portanza

### Generazione della portanza

Un corpo (ad esempio un profilo alare) immerso in una corrente fluida ad una certa velocità è soggetto a delle forze.

La forza risultante si può scomporre in una componente perpendicolare alla direzione della corrente, detta portanza ed una parallela ad essa detta resistenza (vedi fig. 2.5)

La generazione della portanza di un profilo è connessa alla deviazione verso il basso di una massa di aria. In effetti è proprio il terzo principio di Newton (azione e reazione) che fornisce una spiegazione fisica del fenomeno della portanza.

La fig. 2.5, ad esempio, chiarisce che non è possibile spiegare la portanza assumendo che il cammino del fluido sul dorso di un profilo sia maggiore di quello sul ventre e che le particelle si debbano rincontrare al bordo di uscita. Le particelle sul dorso sono infatti effettivamente più veloci ma non arrivano contemporaneamente al bordo di uscita rispetto a quelle che scorrono sul ventre.

La fig. 2.6 rappresenta un esempio errato di figura rappresentativa del flusso attorno ad un profilo alare. Se le linee di corrente fossero come in fig. 2.6 non ci potrebbe essere portanza sul profilo, perché non c'è variazione di quantità di moto per il flusso. Sempre in fig. 2.6 è riportato un corretto andamento del flusso attorno ad un profilo portante.

Nella fig. 2.6 si può notare che il flusso risente di una deviazione verso l'alto (detta upwash) a monte del sistema portante (profilo alare) e di una deviazione verso il basso (downwash) a valle dello stesso.

Se, nella figura 2.7, assumiamo che la deviazione del flusso verso il basso coincida proprio con l'angolo d'attacco (angolo formato dalla corda del profilo con la direzione della corrente) e se assumiamo che la velocità all'uscita del profilo sia ancora pari a  $V$  (velocità a monte) si può vedere che la variazione di velocità verticale del flusso  $w = V \sin \varepsilon = V \sin \alpha$ .

La portanza (forza) sarà collegata alla variazione della quantità di moto diviso il tempo, cioè all'impulso. Se consideriamo che una certa area è interessata dalla presenza del profilo (vedi fig. 2.8) la portata di massa rappresenta la "quantità di moto" che passa attraverso la sezione nell'unità di tempo. La variazione di quantità di moto del flusso sarà collegata al prodotto della portata di massa  $\rho V A$  per la variazione di velocità secondo la direzione verticale, pari proprio a  $V \sin \alpha$  (l'angolo è piccolo ed il seno si approssima con l'angolo).

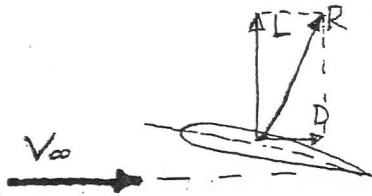
Da qui si deduce come la portanza dipende :

- linearmente dalla densità (maggiore è la densità dell'aria maggiore è la massa deviata nell'unità di tempo)
- dal quadrato della velocità relativa profilo/aria
- linearmente dall'angolo d'attacco  $\alpha$  pari anche all'incirca all'angolo di deviazione  $\varepsilon$ .

In effetti si potrà vedere più avanti che la portanza indicata con  $L$  è data dalla formula (che definisce anche il coefficiente di portanza  $C_L$  :

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = q S C_L$$

Cioè risulta proporzionale alla pressione dinamica, alla superficie portante ed al coefficiente di portanza, misura della deviazione della corrente e legato a sua volta proporzionalmente all'angolo d'attacco.



L: PORTANZA  
 D: RESISTENZA  
 R: FORZA AERODINAMICA TOTALE

Rappresentazione grafica del flusso attorno all'ala, in galleria a fumo con scie pulsanti (intermittenti). Quelle sul dorso giungono al bordo d'uscita prima di quelle ventrali, che risultano altresì rallentate rispetto al flusso libero.

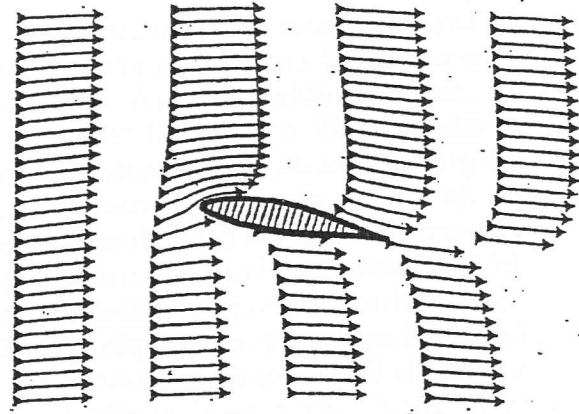
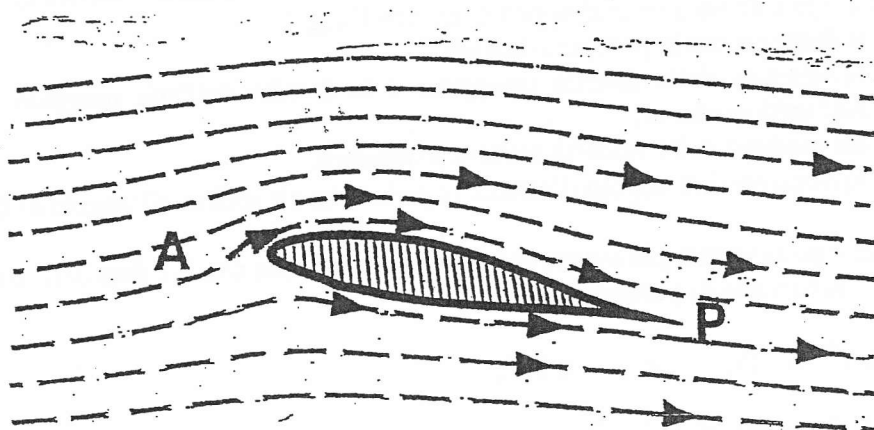
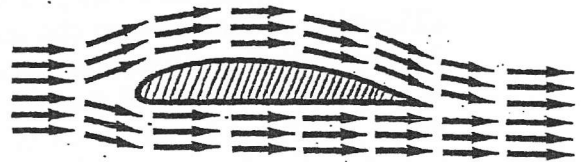


Fig. 2.5

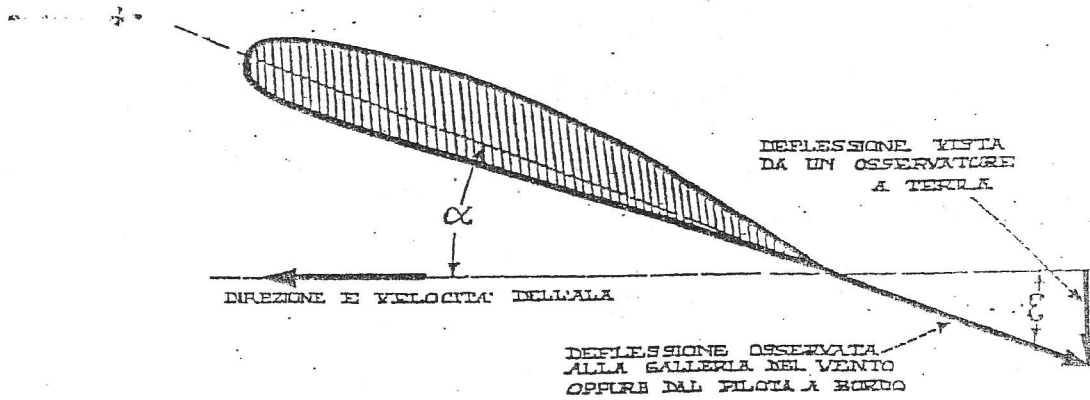
Se il flusso attorno all'ala fosse davvero così, come indicato in certi manuali divulgativi, non ci sarebbe alcuna portanza.



Andamento reale del campo aerodinamico attorno ad profilo alare: notare l'inflessione in A e la deflessione in P.

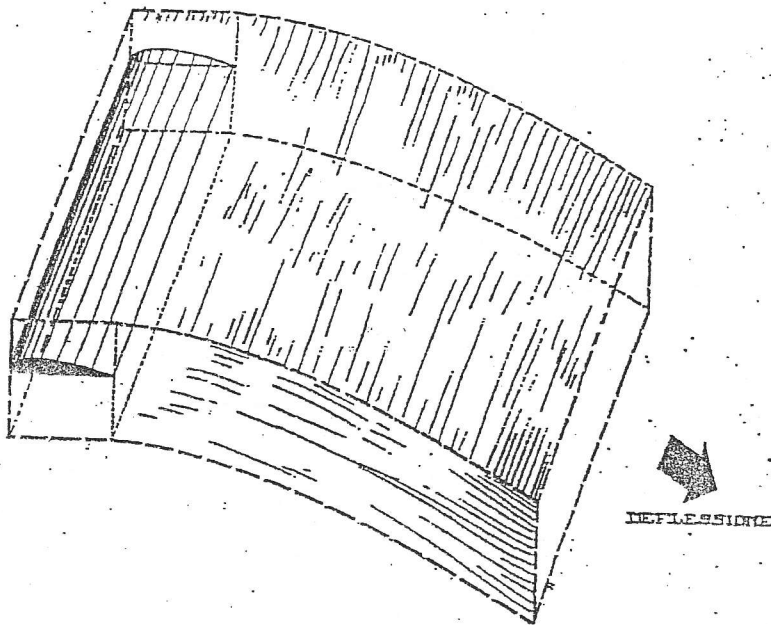
Fig. 2.6





La deflessione (intensità e direzione) come appare nella galleria del vento e ad un osservatore a terra: in linea generale  $\epsilon$  (epsilon)  $\sim$   $\alpha$  (alpha).

Fig. 2.7



Si può mentalmente immaginare l'ala come un grande condotto, che convoglia verso il basso grandi quantità d'aria, proporzionali al peso dell'aerodina in volo.

Fig. 2.8

Kutta-Joukowski

La produzione di portanza può anche essere spiegato col concetto del vortice.

Un vortice produce un campo di moto con delle linee di corrente circolari con una velocità che risulta inversamente proporzionale al raggio e direttamente proporzionale all'intensità del vortice.

La velocità viene detta "indotta" dal vortice.

Se consideriamo il campo di moto attorno ad un profilo portante (fig. 2.9), si può vedere che tale campo è ottenibile come sovrapposizione del campo di moto uniforme e di quello dovuto ad un "ideale" vortice. E' da chiarire che il vortice in realtà non è qualcosa di fisicamente visibile o riscontrabile, anche se sono fisicamente misurabili i suoi effetti (ad esempio la sua circolazione  $\Gamma$ , cioè l'integrale lungo una linea chiusa della velocità).

Detta  $\Gamma$  la circolazione (che è ad esempio uguale a zero per un campo di moto uniforme) la portanza è collegata alla circolazione attorno al profilo dalla formula :

$$L = \rho V \Gamma$$

Quindi il concetto di portanza è associato alla circolazione. Possiamo immaginare che un profilo (apertura infinita) sia schematizzabile quindi con un vortice, la cui intensità (associata alla circolazione  $\Gamma$ ) è legata alla portanza  $L$  dal teorema di Kutta-Joukowski.

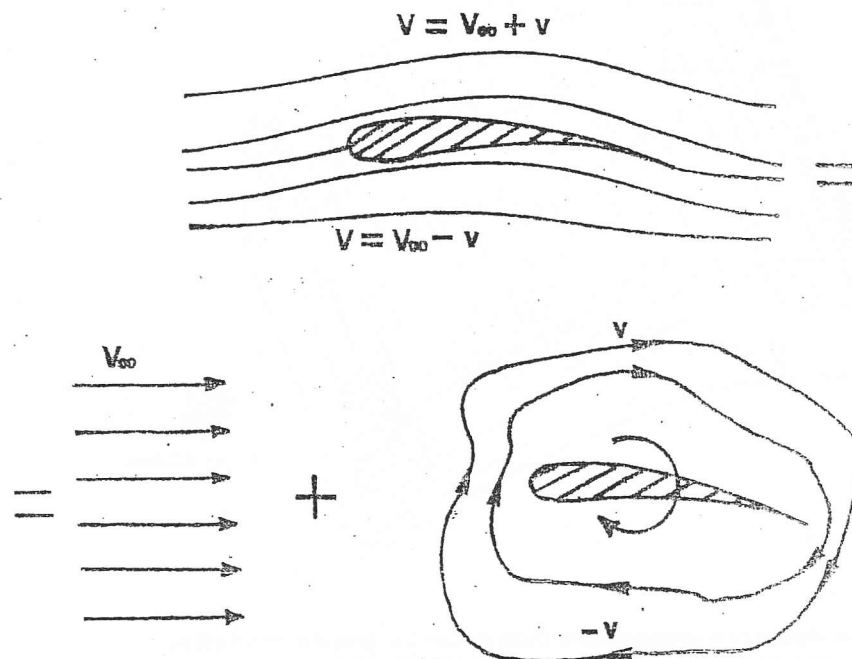


Fig. 2.9

### 2.3 Resistenza aerodinamica

Il flusso, talvolta viene considerato non viscoso. Tuttavia, un corpo bidimensionale immerso in una corrente fluida, in tali condizioni (che in realtà infatti non esistono) non avrebbe resistenza. Il flusso viene detto infatti "ideale".

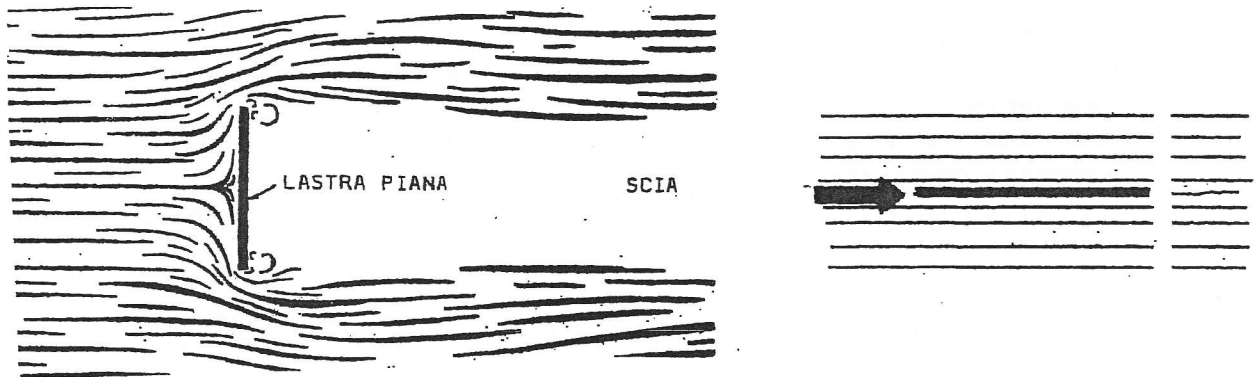
Nella realtà l'aria (come qualsiasi gas o fluido) è caratterizzata da una certa viscosità.

Abbiamo già visto come gli effetti viscosi in un campo di moto vengono misurati dal numero di Reynolds.

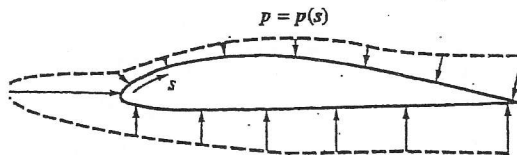
La resistenza che un corpo offre al moto può essere essenzialmente distinta in due tipologie ben distinte: la resistenza di forma o di scia e la resistenza di attrito.

Le due resistenze si comprendono se consideriamo una lastra piana perpendicolare alla corrente e la stessa lastra parallela alla corrente. Nel primo caso la resistenza sarà resistenza dovuta alla scia ed essenzialmente alla differenza di pressione tra le due facce della lastra che, a motivo della separazione del flusso (che è viscoso e non ideale e quindi non presenta in punto di ristagno posteriore), vengono a trovarsi a pressioni diverse. La faccia anteriore sarà ad una pressione quasi pari alla pressione totale o di ristagno e la faccia posteriore sarà ad una pressione pari all'incirca quella statica.

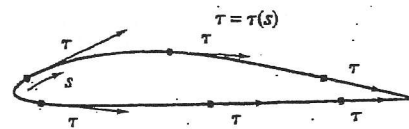
Nel caso della lastra parallela alla direzione della corrente la resistenza sarà originata esclusivamente per l'attrito tra fluido e superfici (superiore ed inferiore) della lastra. La minima scia dovuta allo spessore (che sarà comunque un valore finito) è praticamente trascurabile.



Essenzialmente è come se le forze agenti su un velivolo potessero essere scomposte in forze dovute alle pressioni e forze dovute alle tensioni tangenziali generate sul corpo per la presenza dell'attrito tra corpo e flusso.



(a) Pressure distribution (schematic only; distorted for clarity)



(b) Shear stress distribution

(a) Schematic of the pressure distribution over an airfoil. Note: The relative magnitudes of the pressure, signified by the length of each arrow, are distorted in this sketch for the sake of clarity. In reality, for low speed subsonic flight, the minimum pressure is usually only a few percent below the freestream pressure. (b) Shear stress distribution.

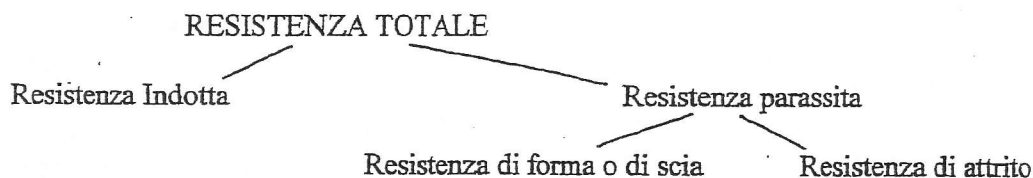
In effetti la portanza ed il momento aerodinamico sono dovute praticamente alle pressioni agenti sul velivolo. La resistenza di scia è dovuta alla distribuzione di pressione (collegata comunque con le eventuali separazioni e quindi con la viscosità del campo di moto e quindi al numero di Reynolds), mentre quella di attrito è legata all'attrito tra fluido e superficie del corpo.

Più avanti vedremo che esiste, per i velivoli una altra fonte di resistenza, chiamata resistenza indotta, dovuta alla generazione di portanza ed al fatto che l'ala è di dimensioni finite.

La resistenza indotta è comunque associata ad un campo di pressioni attorno all'ala, ma a differenza della resistenza di scia, non è associata alla viscosità del fluido e al Reynolds.

Anche in un fluido "ideale" una ala finita avrà una resistenza indotta.

In definitiva si può così schematizzare la resistenza totale di un velivolo, definendo **resistenza parassita** la somma della resistenza di attrito e della resistenza di scia, entrambe dovute alla viscosità del mezzo fluido ed al numero di Reynolds.



### Resistenza di scia

La resistenza di scia è, come detto, collegata alla separazione del flusso dalla superficie nella zona posteriore del corpo.

In un cilindro, ad esempio, in campo ideale la resistenza è nulla e le pressioni sulla parte frontale e posteriore si equivalgono.

In presenza di una certa viscosità il flusso separa e la distribuzione delle pressioni è quella indicata nella figura.

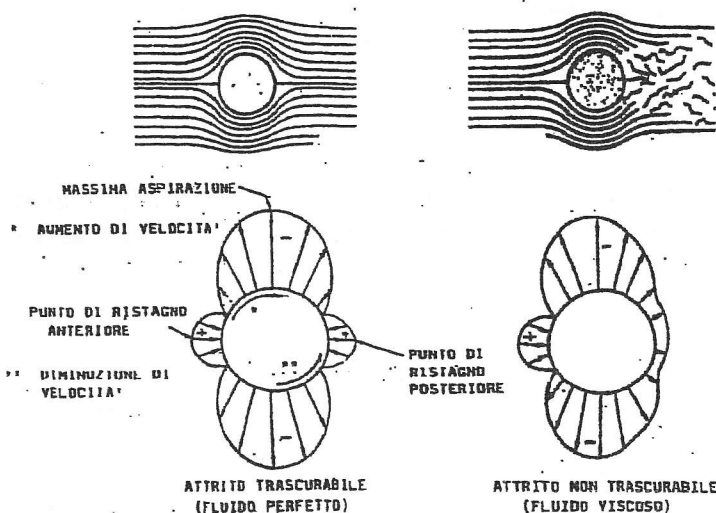


Fig. 2-3: Genesi della resistenza di scia o di forma.

La resistenza di scia è tipica dei cosiddetti "corpi tozzi" (in inglese detti bluff bodies), ad esempio una autovettura.

Un velivolo, soprattutto agli assetti di crociera è molto "aerodinamico" e non presenta vistose separazioni di flusso dalle sue superfici. In pratica la sua resistenza parassita (ho escluso la resistenza indotta) in crociera è per il 90% resistenza dovuta all'attrito.

Ma anche un corpo sottile come un profilo alare, caratterizzato agli angoli di attacco tipici della crociera da una resistenza quasi totalmente dovuta all'attrito, quando si viene a trovare ad alti angoli di attacco diventa un corpo "tozzo" ed in pratica è caratterizzato da una separazione del flusso dalla sua superficie dorsale (dorso) e quindi presenta una certa resistenza di scia.

Quando l'angolo di attacco raggiunge valori elevati (al di sopra dei 10°) la resistenza di scia diviene molto elevata e può raggiungere anche valori pari a 2-3 volte quelli della resistenza in crociera.

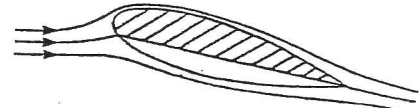
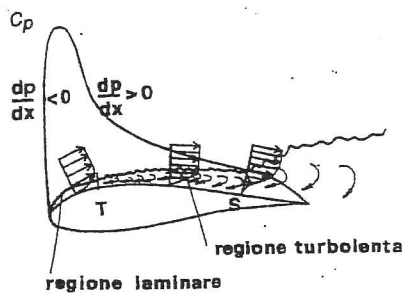
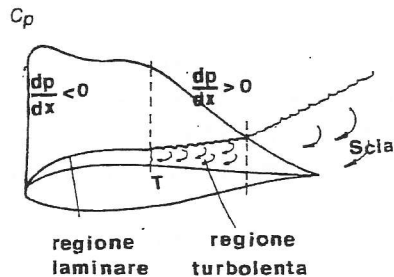


Fig. 2-18. A symmetrical airfoil with increased effective upper surface area at higher angle of attack due to lowered stagnation point.

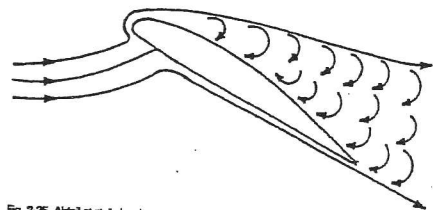


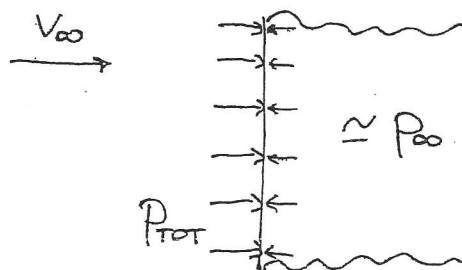
Fig. 2-25. Airfoil at stall showing separated flow on top surface and resulting wake.

Definito il coefficiente di resistenza :

$$C_D = D / (q S)$$

dove S è la superficie di riferimento, che per corpi tozzi viene presa pari all'area frontale, si può vedere facilmente che una lastra piana posta perpendicolarmente alla corrente è caratterizzata da un coefficiente di resistenza pressochè unitario. Infatti la resistenza D sarà all'incirca pari alla differenza della pressioni agenti sulle due facce per la superficie della lastra. Ma la differenza delle pressioni è proprio pari a  $q = p_{tot} \text{ (faccia anteriore)} - p \text{ (faccia posteriore)}$ .

Quindi  $C_D = 1.0$



La tabella della pagina successiva presenta un modo per calcolare la resistenza di scia di oggetti tozzi. La superficie di riferimento è sempre quella frontale. Si può notare come viene anche dato un certo intervallo di numeri di Reynolds per il quale vale quel valore del coefficiente.

Si può notare come siano presenti in tabella forme bidimensionali (di allungamento infinito) e forme 3-D (che hanno resistenza minore).

Ad esempio se considero una gamba di un carrello di un aereo, rappresentabile tramite un cilindro (vedi terzo box) di diametro  $c=0.1$  m e lunghezza  $b=1$  m ( $b/c=10$ ) in aria con velocità  $V=100$  Km/h ha una resistenza pari a :

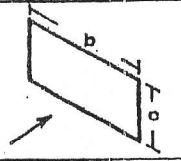
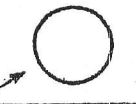
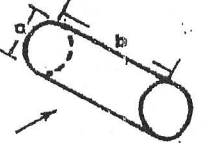

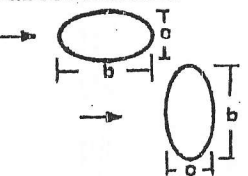
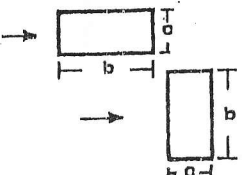
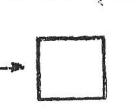
Calcolo il Reynolds :  $Re=1.225 \times (100/3.6) \times 0.1 / 1.789e-05 = 200000$

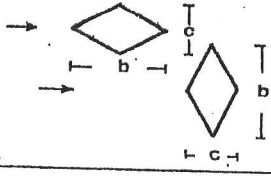
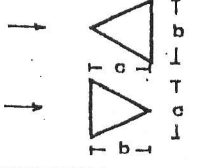
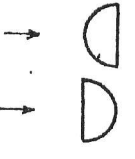
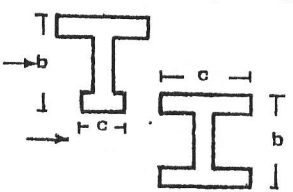
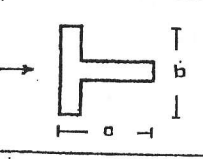
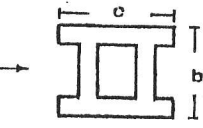
Quindi vale abbastanza (il range sarebbe da 1000 a 100000, ma può essere esteso fino a 300000-400000 ) il valore del  $C_D$  riportato in tabella che per  $b/c=10$  è 0.83.

La pressione dinamica è  $472.6 \text{ N/m}^2$ . La superficie di riferimento è la superficie frontale

$S=b \cdot c=0.1 \text{ m}^2$

La resistenza è :  $D = C_D \cdot q \cdot S = 0.83 \cdot 472.6 \cdot 0.1 = 39 \text{ N} \Rightarrow$  cioè circa 4 Kg

GEOMETRIA	Numero di REYNOLDS	$C_D$
	$Re > 10^3$	$b/c$ ∞ 1.95 30 1.6 20 1.5 10 1.3 5 1.2 1 1.18
	$Re > 10^3$	1.17
	$10^3 < Re < 10^5$	$b/c$ ∞ 1.2 30 1. 20 0.93 10 0.83 5 0.82 1 0.8
	$Re < 1$	$24 (Re)^{1/2}$
	$10^3 < Re < 10^5$	0.47
	$Re > 3 \cdot 10^5$	0.2
	$Re = 10^5$	$b/c = 2$ 0.6
		$b/c = 2$ 1.6
	$Re = 10^5$	$b/c = 2$ 1.4
		$b/c = 2$ 2.2
	$Re < 35 \cdot 10^5$	2

GEOMETRIA	Numero di REYNOLDS	$C_D$
	$Re = 10^5$	1.1 2 $b/c = 2$
	$Re < 3 \cdot 10^5$	1.2 2 $b/c = 1$
	$10^4 < Re < 10^6$	1.17 0.42
	$10^3 < Re < 10^6$	$b/c$ 2 205 1 1.6
	$10^3 < Re < 10^6$	2 $b/c = 1$
	$10^3 < Re < 10^6$	1.4 $b/c = 0.1$

## Resistenza di attrito

Se osserviamo un qualsiasi corpo in una corrente troveremo un sottile strato, chiamato strato limite nel quale la velocità della corrente varia fortemente e gli effetti viscosi della corrente sono particolarmente evidenti. La velocità relativa tra corrente e corpo deve essere zero per le particelle fluide che aderiscono alla superficie.

Lo strato limite può essere “laminare” o “turbolento”.

Lo strato limite laminare è associato a caratteristiche di flusso “ordinato” e da basso spessore, da basso attrito tra corpo e corrente fluida e da una graduale variazione di velocità all’interno dello strato limite. Lo strato limite turbolento è caratterizzato da uno spessore maggiore (che per corde dell’ordine del metro è comunque dell’ordine dei millimetri, per numeri di Reynolds caratteristici di aeroplani). Altre caratteristiche dello strato limite turbolento sono: maggiore velocità vicino alla superficie, rapida variazione di velocità, alto coefficiente di attrito.

Se consideriamo una lastra piana parallela alla corrente possiamo vedere come in relazione al numero di Reynolds (riferito alla lunghezza della lastra) e alla “turbolenza intrinseca” della corrente si otterrà una zona laminare, una zona di transizione ed una zona di flusso turbolento.

Nella figura seguente è schematizzata questa situazione.

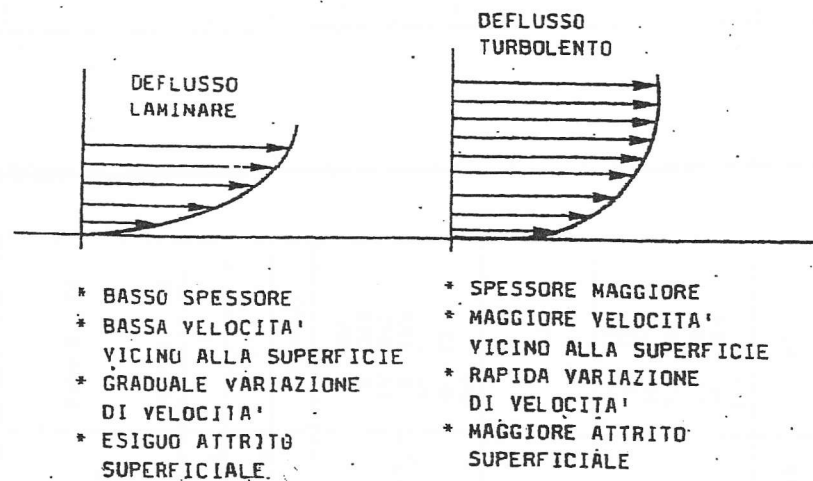


Fig. 2-1: Strato limite laminare e turbolento.

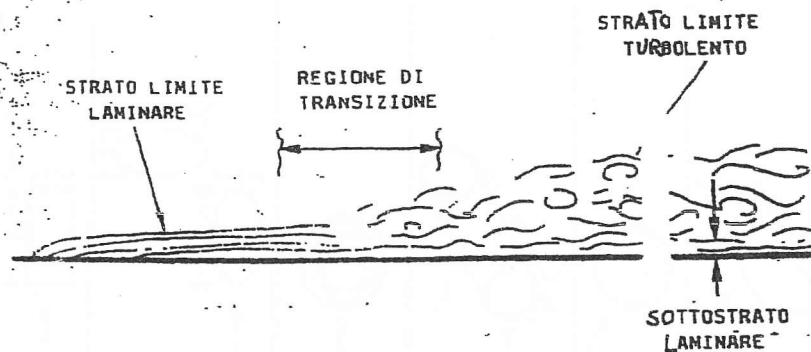


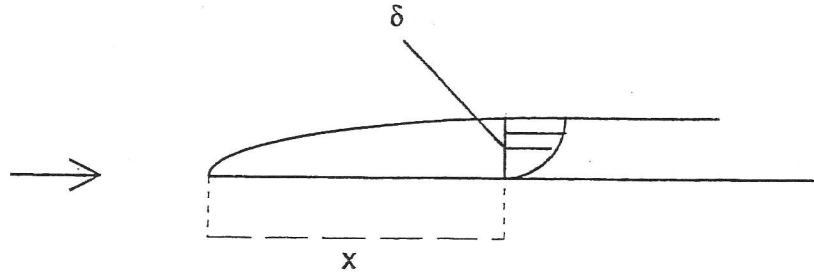
Fig. 2-2: Evoluzione dello strato limite su una lastra piana.



Strato limite laminare

Lo spessore dello strato limite laminare in relazione ad una lunghezza  $x$  è dato dalla relazione:

$$\delta = \frac{5.2 x}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{dove } Re_x \text{ è il Reynolds riferito alla lunghezza presa in considerazione (vedi figura).}$$

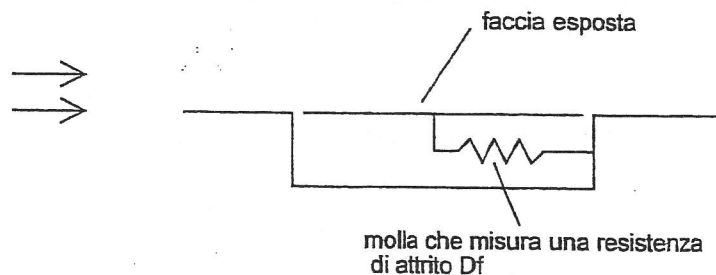


L'attrito del flusso su una lastra piana fornisce una forza di attrito  $D_f$  (f sta per friction in inglese) conosciuta come forza di attrito.

Il coefficiente di attrito per un solo lato della piastra in flusso laminare è dato da :

$$C_f = \frac{D_f}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \frac{1.328}{\sqrt{R_N}}$$

Dove  $S$  è la superficie della lastra e  $R_N$  è il numero di Reynolds basato sulla lunghezza totale della lastra. La resistenza  $D_f$  è anch'essa intesa come resistenza di una sola faccia della lastra (caso in figura).



La relazione che fornisce il coefficiente di attrito in funzione del numero di Reynolds è rappresentato in un grafico, insieme a quello turbolento, nelle pagine 20 e 21.

Si può vedere come ad elevati numeri di Reynolds (8-9 milioni) non può sussistere un flusso laminare.

Strato limite turbolento

Lo spessore dello strato limite turbolento in relazione ad una lunghezza  $x$  è dato dalla relazione:

$$\delta = \frac{0.37 x}{(Re_x)^{1/5}} \quad \text{dove } Re_x \text{ è sempre il Reynolds riferito alla lunghezza presa in considerazione.}$$

Il coefficiente di attrito in regime turbolento, sempre per un solo lato della piastra è dato da :

$$C_f = \frac{D_f}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = \frac{0.455}{(\log_{10} Re_N)^{2.58}}$$

Dove  $S$  è la superficie della lastra e  $Re_N$  è il numero di Reynolds basato sulla lunghezza totale della lastra. La resistenza  $D_f$  è anch'essa intesa come resistenza di una sola faccia della lastra (caso in figura).

Le due relazioni del coefficiente di attrito sono rappresentate nelle figure delle pagine 20 e 21.

Si può innanzitutto notare come all'aumentare del numero di Reynolds il coefficiente di attrito (sia laminare che turbolento) si riducono.

Il grafico o le relazioni possono essere usate per calcolare la resistenza di una lastra o di una superficie bagnata da un flusso laminare, turbolento o parzialmente laminare e turbolento.

Infatti, ricavato il coefficiente di attrito, moltiplicandolo per la superficie bagnata e per la pressione dinamica otterrò la resistenza di attrito di quella faccia.

E' bene precisare la differenza tra forze e coefficienti.

All'aumentare della velocità, per una lastra di una certa lunghezza ed un fluido con una certa densità e viscosità, il Reynolds aumenta e quindi il coefficiente di attrito si riduce. E' facile vedere che invece la resistenza (essendo proporzionale alla pressione dinamica, cioè al quadrato della velocità) aumenta !!

C'è un intervallo di numeri di Reynolds (tra 0.35 milioni e 1 milione) all'interno del quale il regime può essere sia laminare che turbolento (si parla di transizione).

Esempi di calcolo della resistenza di attrito

Con le relazioni (o sfruttando il grafico della pagina 21 che ne è la rappresentazione grafica è possibile calcolare l'attrito di una lastra piana o di una qualsiasi superficie bagnata dal flusso senza gradienti di pressione).

- *Esempio 1 :*

Calcolare la resistenza di attrito di una lastra piana di corda 0.5 m e di apertura 2 m ( $S=1.0 \text{ m}^2$ ) immersa in una corrente di aria in condizioni standard a livello del mare (quindi  $\rho=1.225$  e  $\mu=1.789 \cdot 10^{-5}$ ) con velocità  $V= 60 \text{ Km/h}$  in condizioni laminari.

Calcoliamo il Reynolds riferito alla lunghezza caratteristica, cioè la corda  $c=1 \text{ m}$  :

$Re_N = 0.57$  milioni (cioè 570000).

Dal grafico si evince come a questo Reynolds ci può essere un flusso laminare.

Valuto dal grafico (o attraverso la relazione) il  $C_f$ , che risulta essere circa  $1.8 \cdot 10^{-3}$  cioè 0.0018.

La pressione dinamica  $q$  è  $= 170.1 \text{ Pa} = 170.1 \text{ N/m}^2$

Quindi la resistenza della lastra (il 2 serve per calcolare la resistenza di tutte e due le facce) sarà :

$$D_f = 2 C_f q S = 0.61 \text{ N} = 60 \text{ grammi}$$

- *Esempio 2*

La stessa lastra in regime turbolento (sempre superficie liscia), con velocità pari a 200 Km/h.

Il Reynolds è  $= 1.90$  milioni (cioè 1900000).

Il  $C_f$  turbolento è pari a  $3.9 \cdot 10^{-3}$  cioè 0.0039.

Possiamo valutare la resistenza, tenendo presente che la pressione dinamica è  $q = 1890 \text{ Pa}$

$$D_f = 2 C_f q S = 14.74 \text{ N} = \text{circa pari a } 1.5 \text{ Kg}$$

- *Esempio 3*

Se supponiamo che lastra lavori parte in regime laminare e parte in regime turbolento (viene ad esempio assegnato il Reynolds di transizione  $Re_x$ ).

Supponiamo che  $Re_{xtr} = 1$  milione. La velocità del flusso è 100 Km/h (27.78 m/s) e la lastra è di dimensioni pari a 1m di corda e 1 m di apertura ( $S = 1 \text{ m}^2$ )

Si può calcolare la distanza  $x$  alla quale avviene la transizione da laminare a turbolento :

$$x_{tr} = \frac{Re_{xtr} \cdot \mu}{\rho V} = 0.52 \text{ m}$$

Quindi si valuta la parte laminare fino a 0.52 m (un po' più della metà) con Reynolds  $Re_N$  pari a 1 milione (Reynolds della parte laminare, con distanza caratteristica pari a 0.52 m).

La resistenza della parte laminare sarà :

Il  $C_f$  laminare a  $Re = 1$  milione è (grafico)  $= 0.00135$

La pressione dinamica a 100 Km/h è  $q = 472.6 \text{ Pa}$

La superficie da considerare sarà pari a quella interessata dal flusso turbolento e cioè 0.52 m di corda per 1 m di apertura, cioè  $0.52 \text{ m}^2$ .

$$D_{f\_lam\_ant} = 2 C_f q S = 2 \cdot 0.00135 \cdot 472.6 \cdot 0.52 = 0.66 \text{ N} = \text{circa } 67 \text{ grammi}$$

Poi si valuta la parte rimanente turbolenta come differenza fra tutta la lastra in turbolento – la parte iniziale (quella dove è stato valutata prima la resistenza laminare) in turbolento.

Valutiamo tutta la lastra in regime turbolento.

Il Reynolds con il quale si entra nel grafico del  $C_f$  sarà pari a  $Re_N = 1.225 \cdot 27.78 \cdot 1 / 1.789e-5$   
 $Re_N = 1.90$  milioni (1900000).

Il valore del  $C_f$  turbolento è (dal grafico)  $C_f = 0.0039$

La resistenza di tutta la lastra in regime turbolento è :

$$D_{f\_turb\_tot} = 2 \cdot 0.0039 \cdot 472.6 \cdot 1 = 3.69 \text{ N} = 376 \text{ grammi}$$

Valutiamo la parte iniziale (fino ad  $x = 0.52 \text{ m}$ ) in turbolento :

$Re_N = Re_{xtr} = 1$  milione

Il  $C_f$  turbolento è 0.0045 (sempre assumendo rugosità trascurabile, dal grafico)

La resistenza della parte iniziale in regime turbolento è :

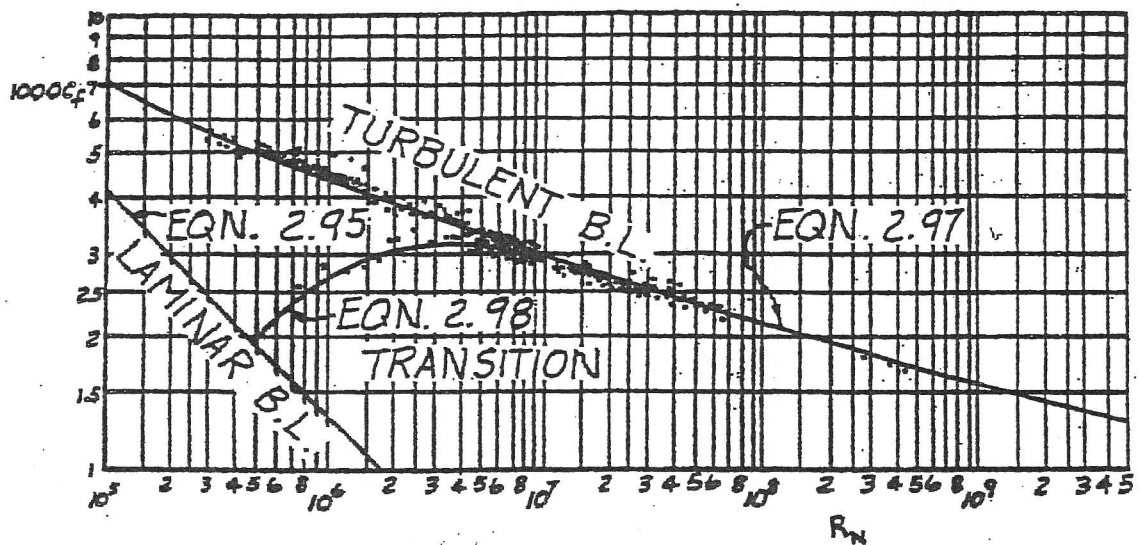
$$D_{f\_turb\_ant} = 2 \cdot 0.0045 \cdot 472.6 \cdot 0.52 = 2.21 \text{ N} = 225 \text{ grammi}$$

La resistenza della parte posteriore della lastra in regime turbolento sarà pari a

$$D_{f\_turb\_post} = D_{f\_turb\_tot} - D_{f\_turb\_ant} = 3.69 - 2.21 = 1.48 \text{ N} = 151 \text{ grammi}$$

Quindi la resistenza della lastra che è interessata per la parte anteriore da flusso laminare e per la parte posteriore da flusso turbolento è :

$$D_f = D_{f\_lam\_ant} + D_{f\_turb\_post} = 0.66 + 1.48 = 2.14 \text{ N} = \text{circa } 218 \text{ grammi}$$



COEFFICIENTE DI ATRITO  
(vedi anche pagina seguente)

TABLE 4.12, 1-1  
SURFACE ROUGHNESS HEIGHT  $k$   
[ref. 1]

Type of surface	$k$ , in.
Aerodynamically smooth	0
Polished metal or wood	.02 to .06 $\times 10^{-3}$
Natural sheet metal	.10 $\times 10^{-3}$
Smooth matte paint, carefully applied	.25 $\times 10^{-3}$
Standard camouflage paint, average application	.40 $\times 10^{-3}$
Camouflage paint, mass production spray	1.20 $\times 10^{-3}$
Dip galvanized metal surface	6.0 $\times 10^{-3}$
Natural surface of cast iron	10.0 $\times 10^{-3}$

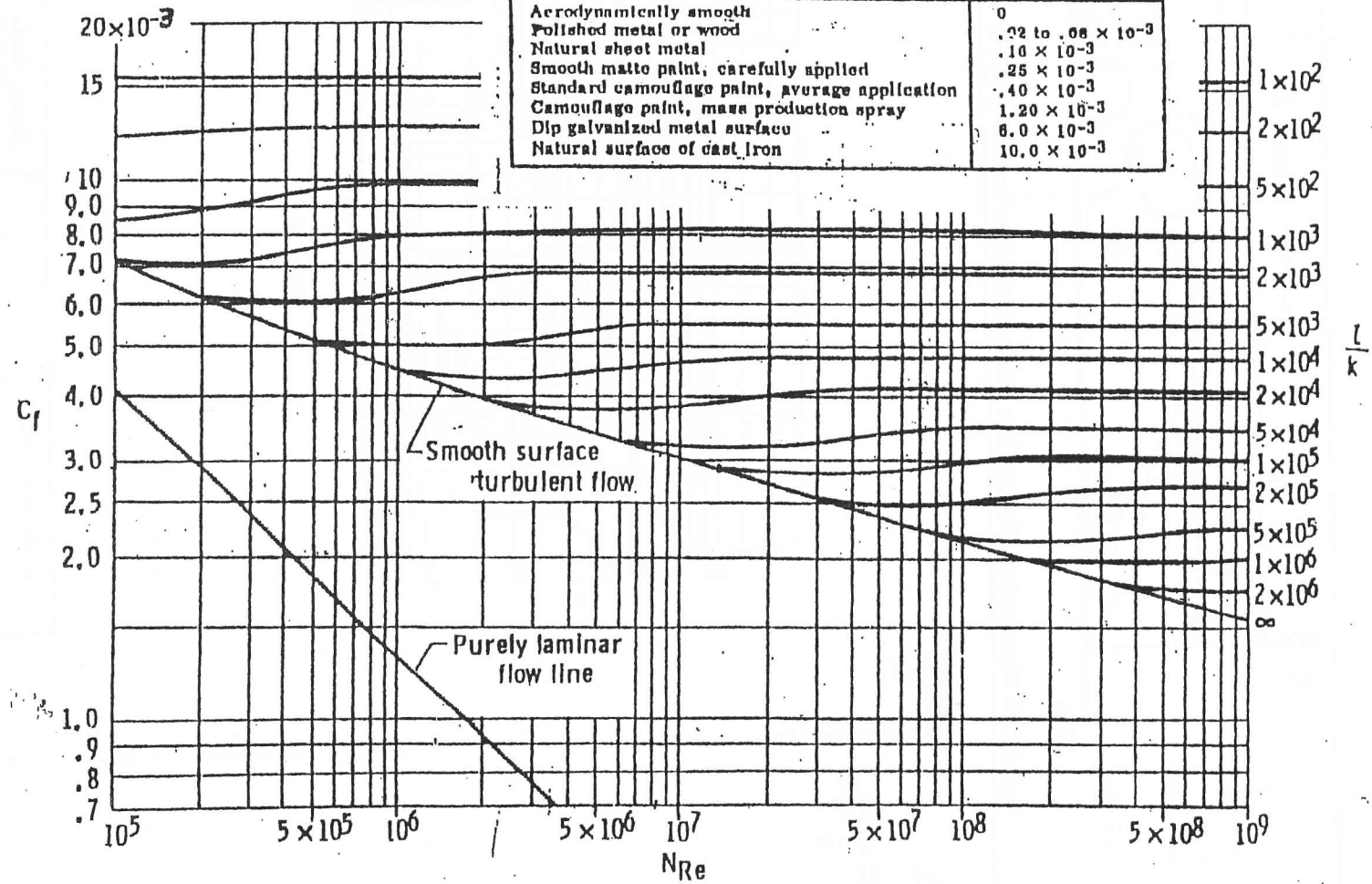


Figure 4.12.1 Incompressible skin-friction coefficient (ref. 1).  
Transition at leading edge;  $M = 0$ .

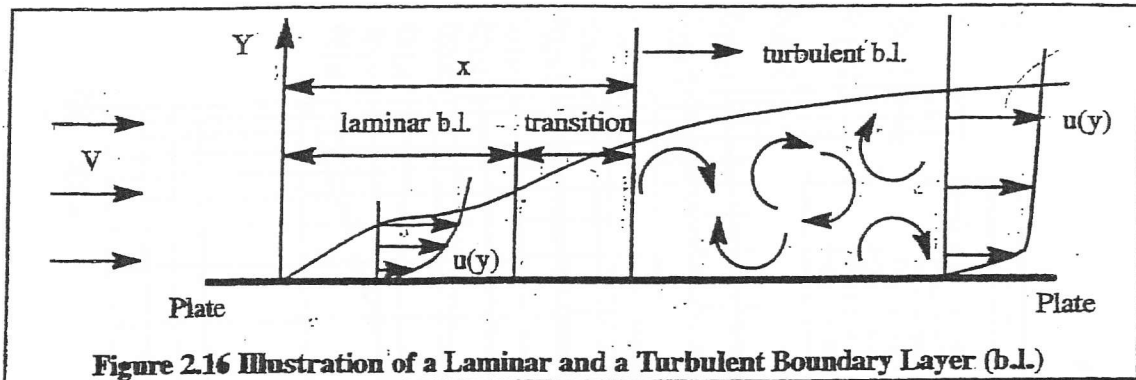


Figure 2.16 Illustration of a Laminar and a Turbulent Boundary Layer (b.l.)

locali

#  $C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho V^2}$

(IV-13)

coefficiente di

(IV-14)

rispetto al  
numero di Reynolds  
e per la

condizioni gli  
effetti che si

condizioni di  
attrito in  
la corda  
simmetrici,  
contatta con

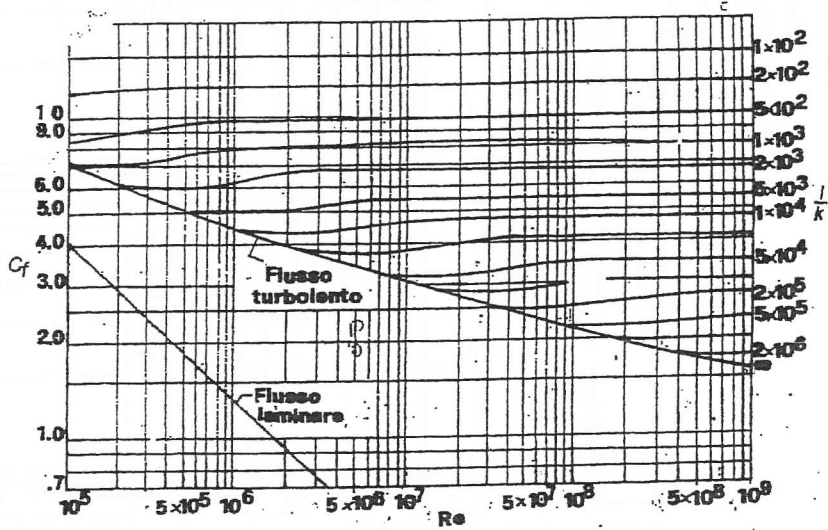


Fig. IV-27

o e l'integrale

Tipo di Superficie	Altezza della rugosità $10^3 K$ (cm)
Perfettamente liscia	0
Metallo o legno lucidato	0,05-0,2
Lamiere normale	0,4
Superficie accuratamente verniciata	0,6
Superficie verniciata normale	1
Superficie a spruzzo	3
Superficie trattata in bagno galvanico	15
Ghisa	25