

Esercitazione 5 - Dimensionamento del piano di coda orizzontale di un velivolo

Dati del velivolo Tecnam P2012

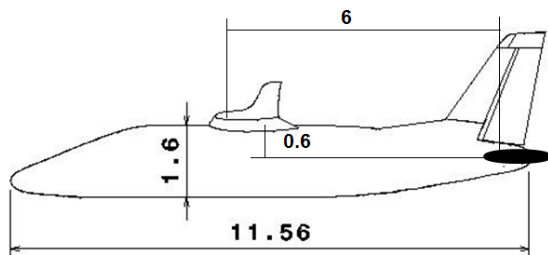
Ala-fusoliera

S_w	25.4 m ²	Superficie alare
S_f/S_w	0.61	Rapporto superficie flappata-ala
AR_w	7.7	Allungamento alare
λ	0.72	Rapporto di rastremazione alare
$C_{L_{cruise}}$	0.5	Coeff. di portanza in crociera
$C_{L_{wmax}^{flap}}$	1.5	Coeff. di portanza massimo (<i>clean</i>)
$C_{L_{wmax}^{flap}}$	2.4	Coeff. di portanza massimo (<i>landing</i>)
i_w	2°	Angolo di calettamento dell'ala
$\alpha_{0_{wb}}$	-1°	Angolo di portanza nulla (rispetto alla corda alare)
$\alpha_{0_{wb}}^{flap}$	-8°	Angolo di portanza nulla (config. <i>landing</i> , rispetto alla corda alare)
$C_{M_{0_{wb}}}$	-0.0564	Coeff. di momento del velivolo parziale a $C_L = 0$
$C_{M_{0_{wb}}^{flap}}$	-0.2910	Coeff. di momento del velivolo parziale a $C_L = 0$, config. <i>landing</i>

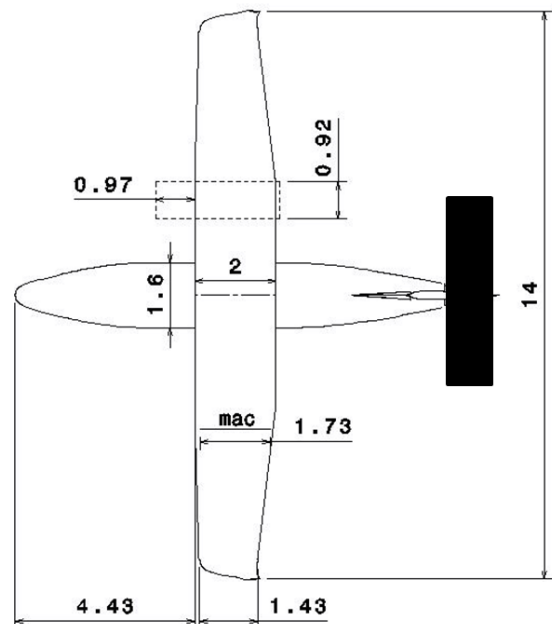
Bisogna fare una prima scelta del piano orizzontale: posizione e dimensioni, tipicamente con un approccio statistico, osservando i piani di coda di velivoli simili.

Piano di coda orizzontale (assunzioni preliminari)

l	6 m	Distanza orizzontale tra i centri aerodinamici di ala e piano orizzontale
h	0.6 m	Distanza verticale tra il centro aerodinamico del p.o. e la corda di radice alare
AR_t	5	Allungamento del piano orizzontale



Il piano di coda orizzontale è assente. Bisogna scegliere forma in pianta e posizione.



Assunzioni su baricentro e stabilità

$x_{ac w}$	$0.25c$	Posizione centro aerodinamico ala isolata (% m.a.c.)
$\max x_{cg} \text{ fwd}$	$0.15c$	Posizione massima avanzata del baricentro (% m.a.c.)
$\max x_{cg} \text{ aft}$	$0.30c$	Posizione massima arretrata del baricentro (% m.a.c.)
MSS	-0.05	Margine di stabilità statica

Il dimensionamento del piano orizzontale è vincolato da due condizioni: una di stabilità, l'altra di equilibrio. Con la prima condizione il piano orizzontale deve assicurare al velivolo un certo margine di stabilità nella fase di crociera. Con la seconda condizione il piano orizzontale deve assicurare l'equilibrio (e la controllabilità) in fase di atterraggio.

Per un velivolo bimotores ad elica, quale il Tecnam P2012 riportato in figura, si vuole dimensionare il piano orizzontale. Partendo da una serie di assunzioni ed utilizzando delle formule semplificate si arriva alla definizione di due curve limite (*diagramma a forbice* o *scissor plot*), al di sopra delle quali le condizioni precedenti, che descrivono la superficie del piano orizzontale in funzione dell'escursione del baricentro, sono soddisfatte.

I condizione. Stabilità.

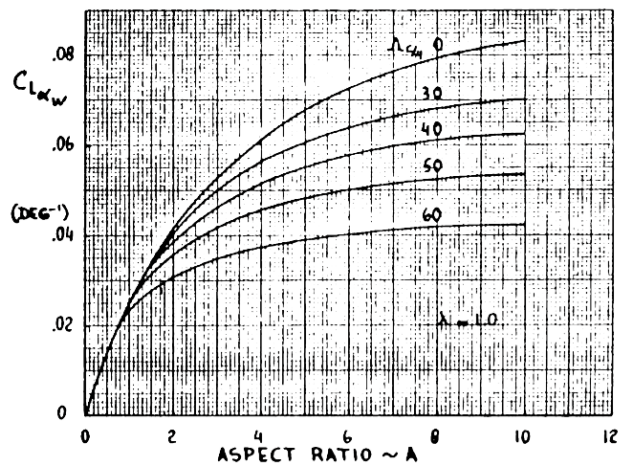
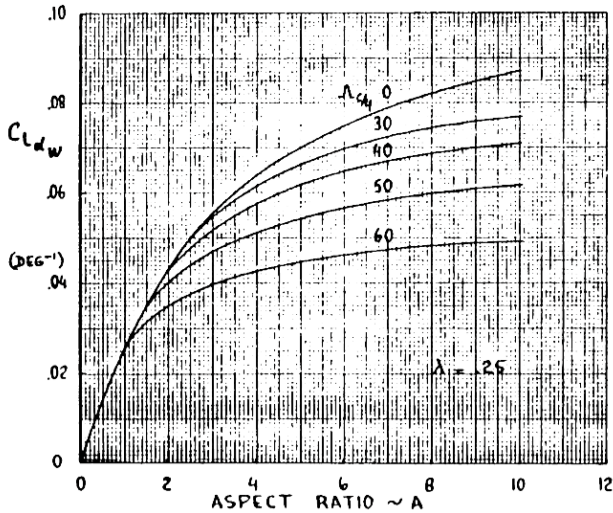
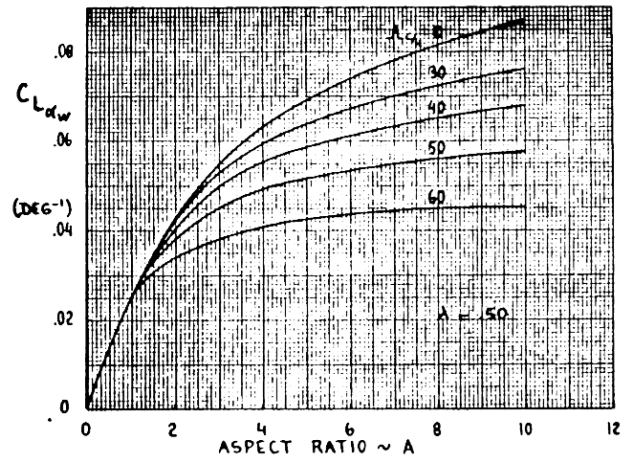
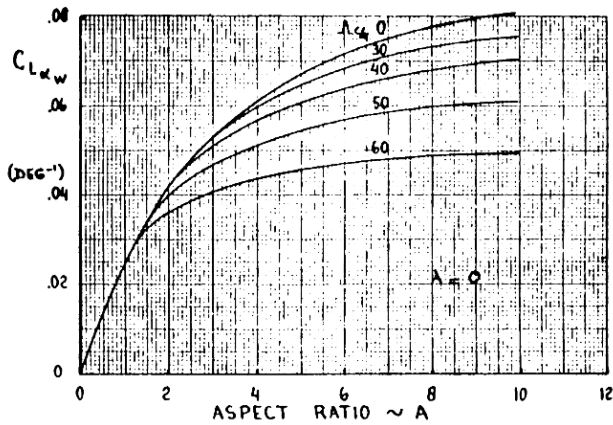
La stabilità è data da

$$\frac{dC_M}{dC_L} = \frac{x_{cg}}{c} - N_0 \leq \text{MSS}$$

dove MSS è il margine statico di stabilità ed è assegnato. Esplicitando i contributi si ha

$$\frac{x_{cg}}{c} + |\text{MSS}| = \frac{x_{acwb}}{c} + \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}$$

Anzitutto si calcolano le pendenze delle retta di portanza di ala a_w e del piano orizzontale a_t che, a bassi numeri di Mach, possono essere stimate (in deg^{-1}) con i grafici seguenti.



In alternativa si può usare la formula seguente, che tiene conto anche dell'effetto del numero di Mach. Il risultato sarà espresso in rad^{-1} . Attenzione che richiede l'angolo di freccia del piano ad $\frac{1}{2}$ della corda e non ad $\frac{1}{4}$ come nei grafici di sopra.

$$C_{L_{\alpha_w}} = a_w = \frac{2\pi \mathcal{R}}{2 + \sqrt{\frac{B^2 \mathcal{R}^2}{\kappa^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/2}}{B^2}\right)} + 4}$$

where

\mathcal{R} is the wing aspect ratio, b^2/S

B is the compressibility parameter, $\sqrt{(1 - M^2)}$

κ is the ratio of *section* lift-curve slope to theoretical thin-section value, $c_{l_{\alpha}}/(2\pi B)$,
and for thin airfoils ($c_{l_{\alpha}} \approx 2\pi$) it is equal to $1/B$

$\Lambda_{c/2}$ is the vertical tail sweep angle at half chord.

La pendenza della retta di portanza a del velivolo può essere stimata con la formula seguente

$$a = a_w \left[1 + \eta_t \frac{a_t}{a_w} \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]$$

dove però il rapporto tra le superfici è una incognita del problema. Si sceglie quindi un valore di tentativo, considerando velivoli simili (si veda la tabella seguente). Ricordare che l'ordine di grandezza è $a \approx 1.1a_w$.

**Table 8.3a) Twin Engine Propeller Driven Airplanes: Horizontal Tail Volume
and Elevator Data**

Type	Wing Area S ft ²	Wing mcg \bar{c} ft	Wing Airfoil root/tip NACA*	Hor. Tail Area S_h ft ²	S_e/S_h	x_h ft	\bar{V}_h	Elevator Chord root/tip fr. c_h
CESSNA								
310R	179	4.77	23018/23009	54.3	0.41	14.9	0.95	.42/.39
402B	196	4.77	23018/23009	60.7	0.29	16.5	1.07	.41/.39
414A	226	4.73	23018/23009	60.7	0.27	16.4	0.93	.37/.38
T303	189	4.9	23017/23012	48.1	0.42	14.9	0.78	.41/.44
PIPER								
PA-31P	229	5.79	63,415/63,212	68.7	0.44	16.2	0.84	.41/.51
PA-44-180T	184	4.34	NA	23.4	1.0	15.7	0.46	stabilator 0.38
Chieftain	229	6.00	63,A415/63,A212	61.4	0.38	16.1	0.72	.40/.41
Cheyenne I	229	5.69	63,A415/63,A212	70.5	0.40	15.7	0.85	.35/.44
Cheyen. III	293	7.33	63,A415/63,A212	61.8	0.39	23.7	0.68	
BEECH								
Duchess	181	5.08	63,A415	39.4	0.35	15.6	0.67	0.40
Duke B60	213	6.60	23016.5/23010.5	62.0	0.27	14.5	0.64	0.39
Lear Fan								
2100	163	4.36	NA	55.0	0.23	13.1	1.01	.36/.31
Rockwell								
Comdr 700	200	5.28	NA	55.4	0.37	19.7	1.03	0.37
Piaggio								
P166-DL3	286	6.06	230 series	51.6	0.27	17.2	0.51	.40/.50
EMB-121	296	6.62	NA	62.9	0.43	20.3	0.65	.39/.46

* Unless otherwise indicated

Dai dati del problema ($AR_w = 7.7, AR_t = 5, \Lambda_{c/4} = 0^\circ$) e scegliendo un rapporto delle superfici S_t/S_w pari a 0.25 (cui corrisponde, avendo scelto $l = 6$ m, un rapporto volumetrico del piano di coda pari a 0.88) si ha

$$a_w = 0.081/\text{deg} \quad a_t = 0.065/\text{deg} \quad a = 0.090/\text{deg}$$

Il centro aerodinamico del velivolo parziale può essere stimato come segue (quello dell'ala è dato)

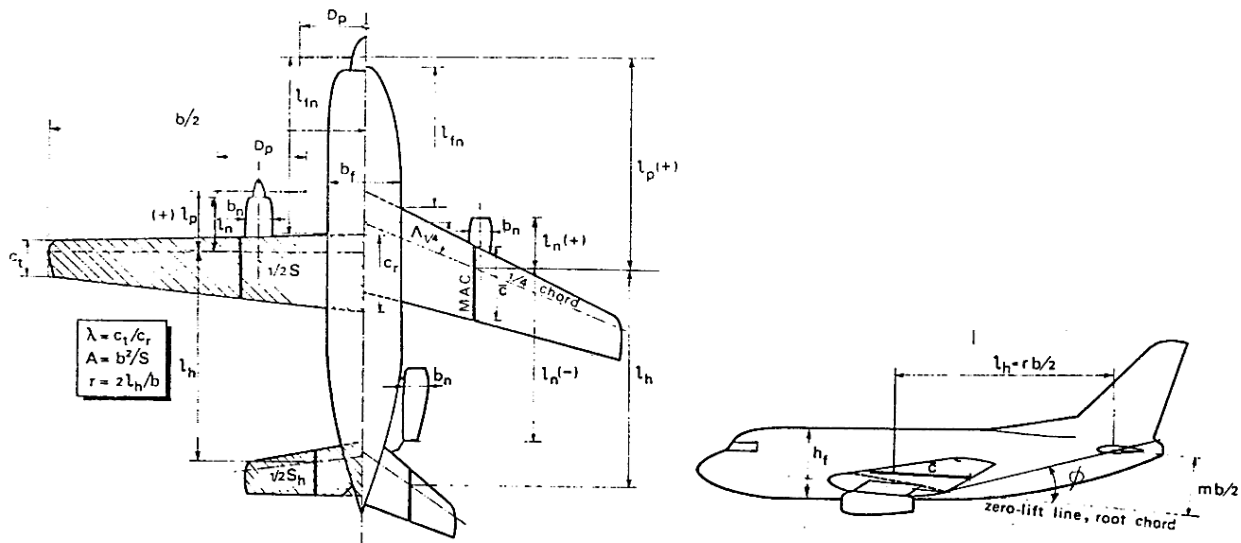
$$x_{ac_{wb}} = x_{ac_w} + \Delta x_{ac_{body}} + 2 \cdot \Delta x_{ac_{nac}}$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} = -\frac{1.8}{a_w \cdot 57.3} \cdot \frac{b_f h_f l_{fn}}{Sc} + \frac{0.273}{1+\lambda} \cdot \frac{b_f S / b(b-b_f)}{c^2 (b+2.15b_f)} \tan \Lambda_{c/4}$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = K_{nac} \frac{b_n^2 l_n}{S c a_w \cdot 57.3}$$

$$K_{nac} = \begin{cases} -4.0 \text{ motori avanti l'ala} \\ -2.5 \text{ motori dietro l'ala} \end{cases}$$

dove i singoli parametri sono definiti nella figura seguente. Lo spostamento del centro aerodinamico dovuto alla fusoliera si compone di due contributi: uno destabilizzante dovuto alla porzione di fusoliera davanti l'ala, l'altro stabilizzante dovuto alla perdita di portanza nell'intersezione ala-fusoliera. In questa esercitazione si trascurano gli effetti del propulsore.



Con i dati di questo esercizio, lo spostamento del centro aerodinamico vale (l'angolo di freccia ad $1/4$ della corda è nullo, dunque il termine stabilizzante della fusoliera nella formula precedente scompare)

$$\frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} = -\frac{1.8}{a_w \cdot 57.3} \cdot \frac{b_f h_f l_{fn}}{Sc} = -\frac{1.8}{0.081 \cdot 57.3} \cdot \frac{1.6 \cdot 1.6 \cdot 4.43}{25.4 \cdot 1.73} = -0.10$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = K_{nac} \frac{b_n^2 l_n}{Sc a_w \cdot 57.3} = -4 \cdot \frac{0.9^2 \cdot 1.47}{25.4 \cdot 1.73 \cdot 0.081 \cdot 57.3} = -0.03$$

$$\frac{x_{ac_{wb}}}{c} = \frac{x_{ac_w}}{c} + \frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} + 2 \cdot \frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = 0.25 - 0.10 + 2 \cdot (-0.03) = 0.09$$

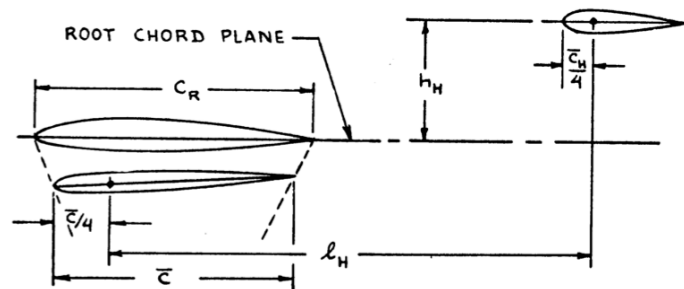
Per quanto riguarda gli altri contributi, il fattore di riduzione della pressione dinamica vale 0.85

$$\eta_t = \begin{cases} 0.85 \text{ piano in fusoliera} \\ 0.95 \text{ piano sul verticale} \\ 1.00 \text{ configurazione a T} \end{cases}$$

L'effetto *downwash* può essere calcolato con la seguente relazione proposta da Roskam

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44 \left(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19}$$

dove i tre coefficienti K sono dati dalle seguenti figure (la prima è di riferimento).



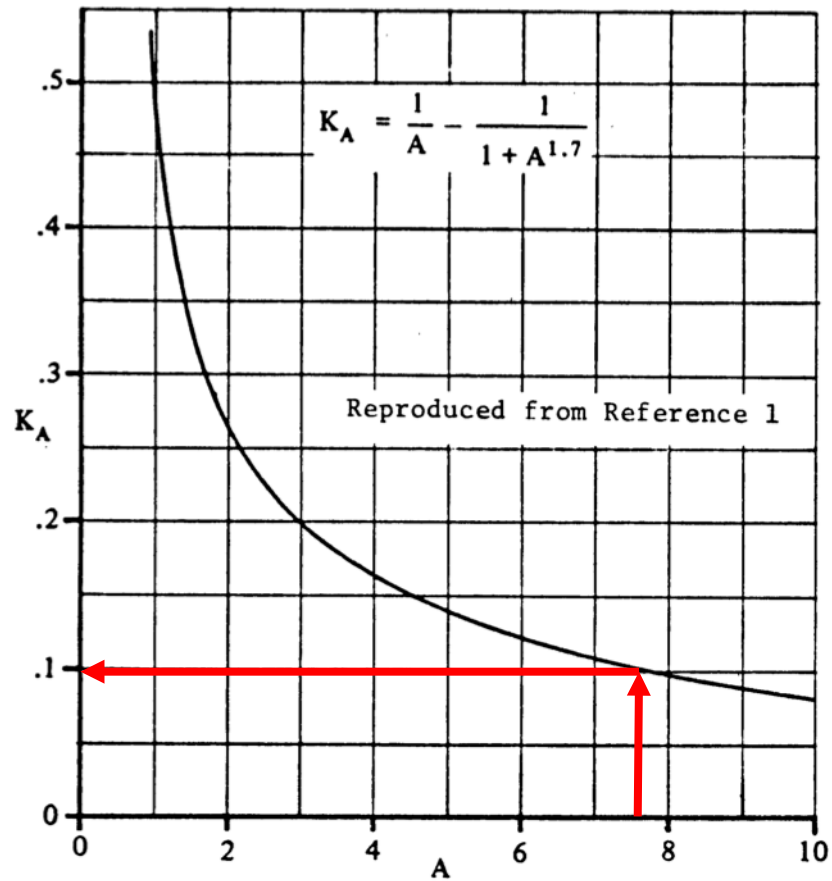


Figure 3.4 Wing Aspect Ratio Factor

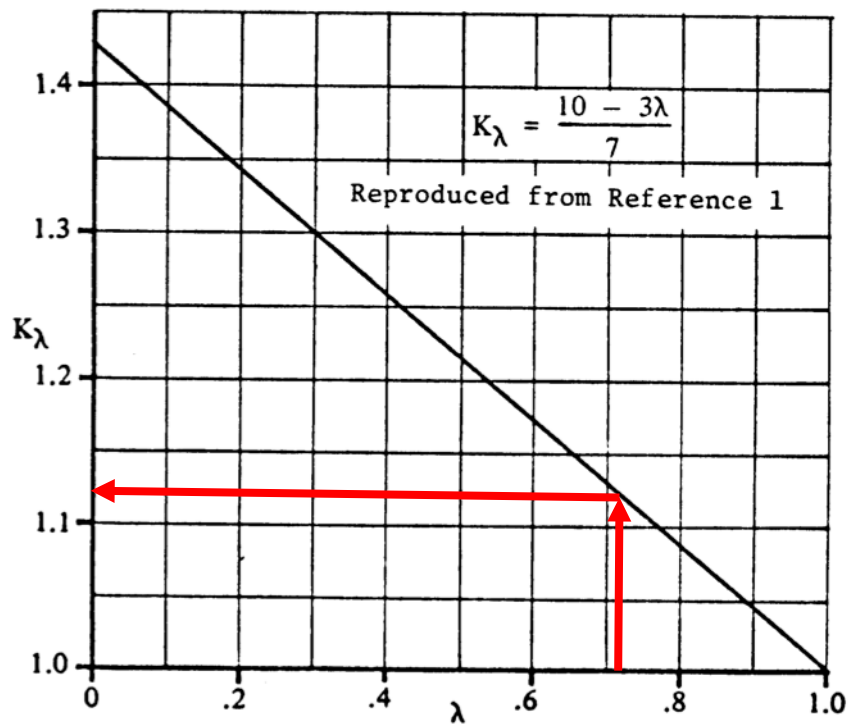
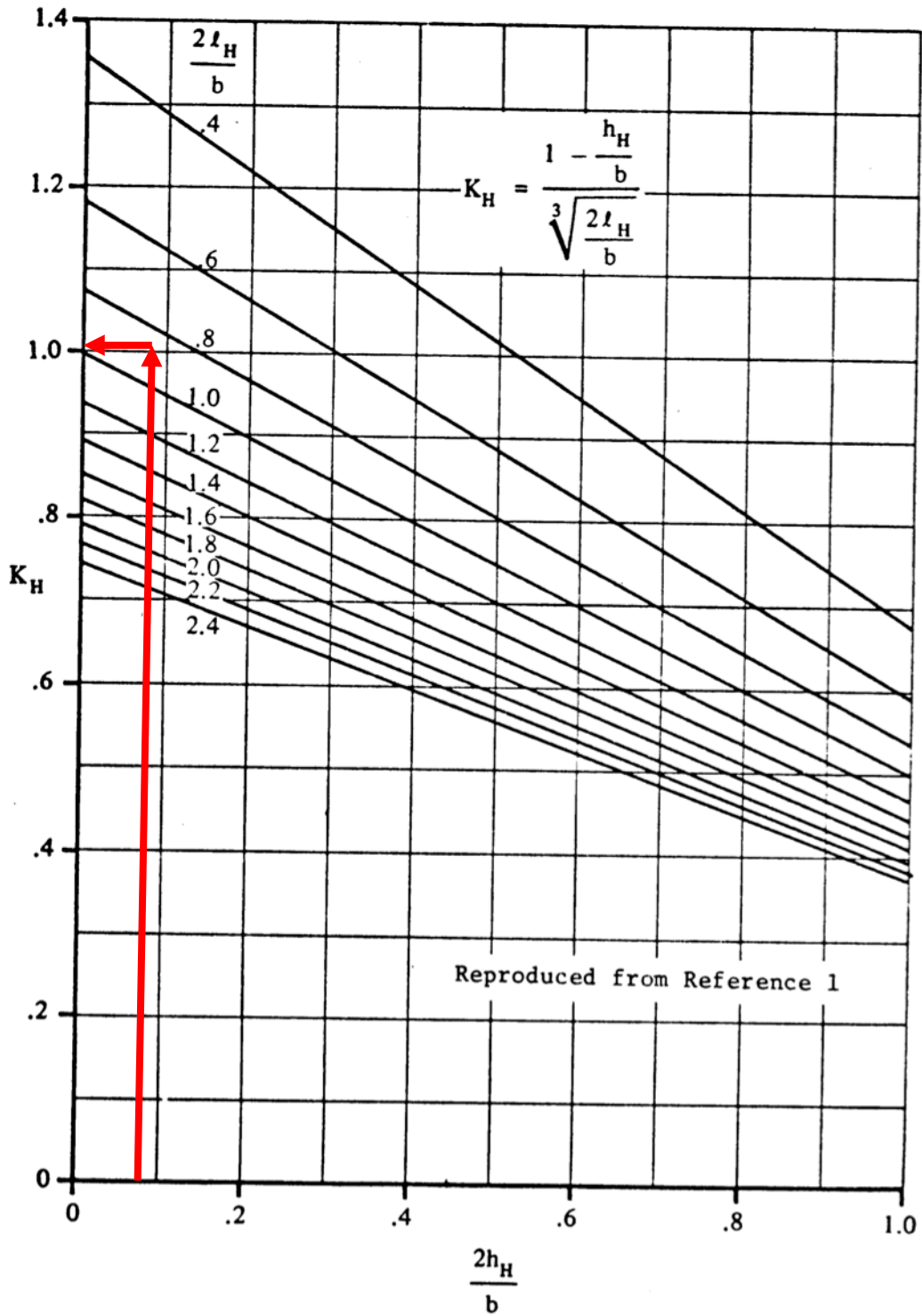


Figure 3.5 Wing Taper Ratio Factor



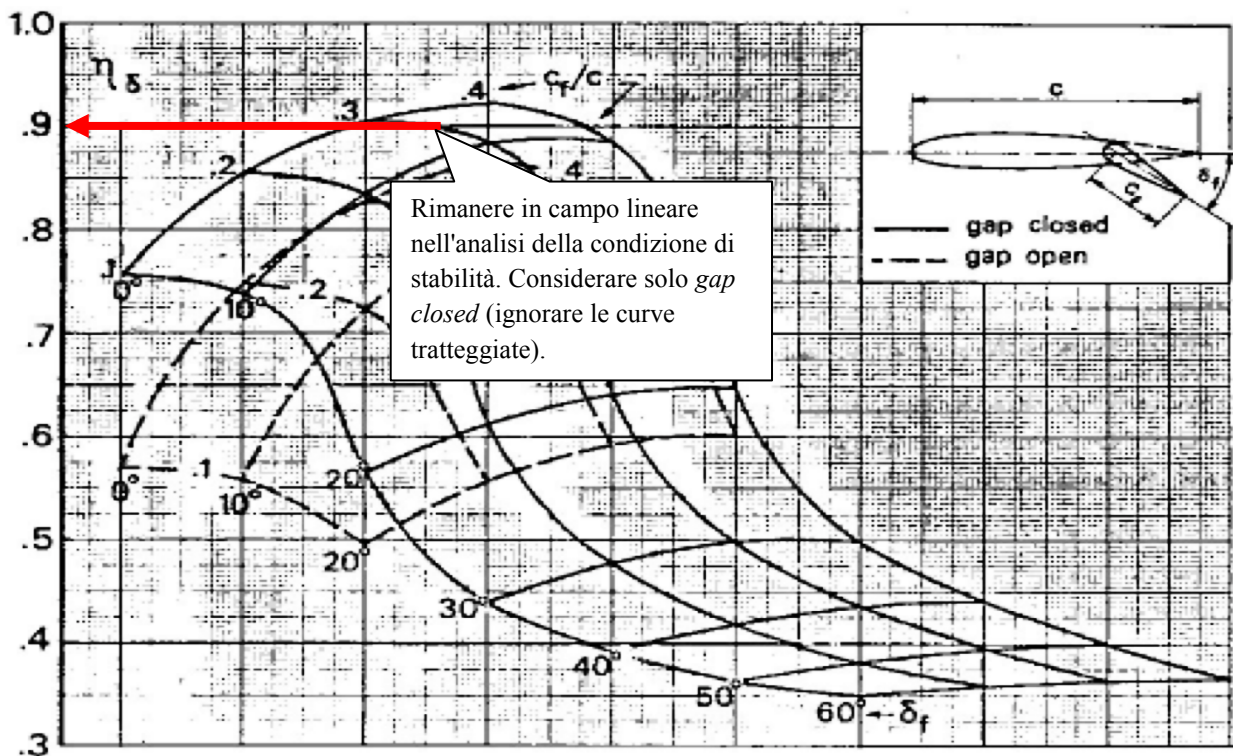
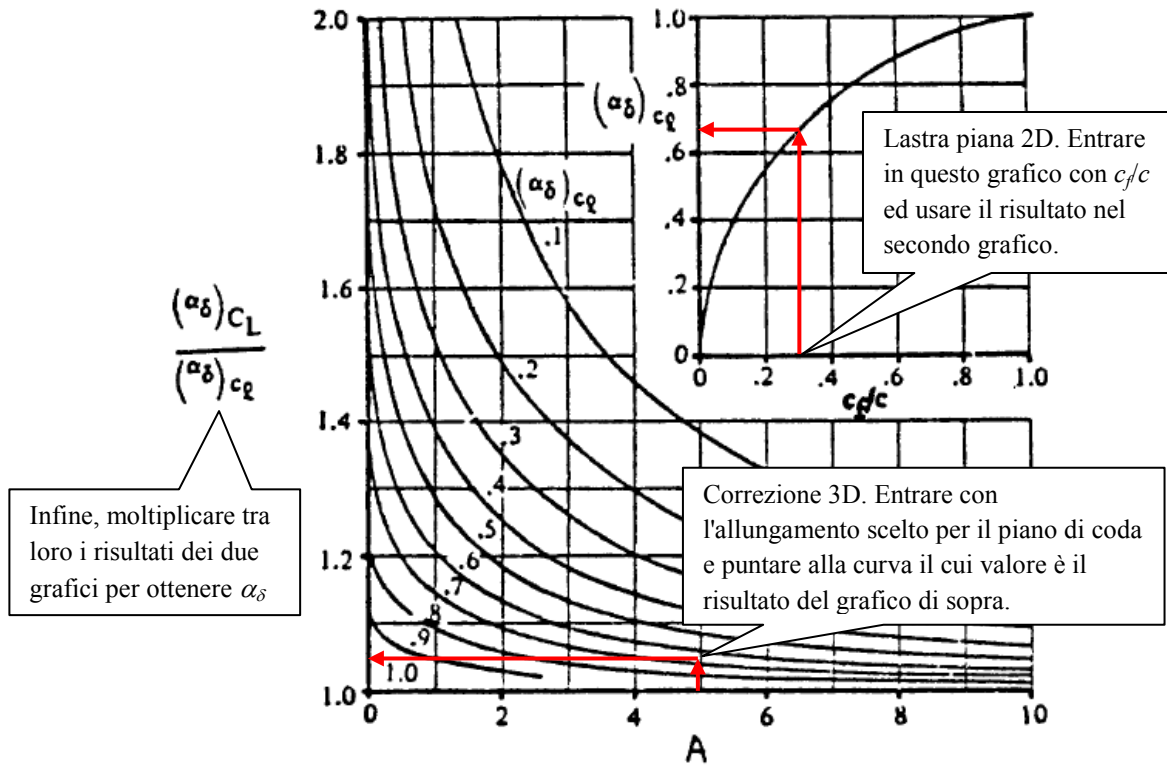
Risulta

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44 \left(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19} = 4.44 (0.10 \cdot 1.12 \cdot 1.01)^{1.19} = 0.33$$

Infine l'effetto dei comandi liberi viene stimato come segue. L'efficienza del comando vale

$$\tau = \alpha_\delta \eta_\delta$$

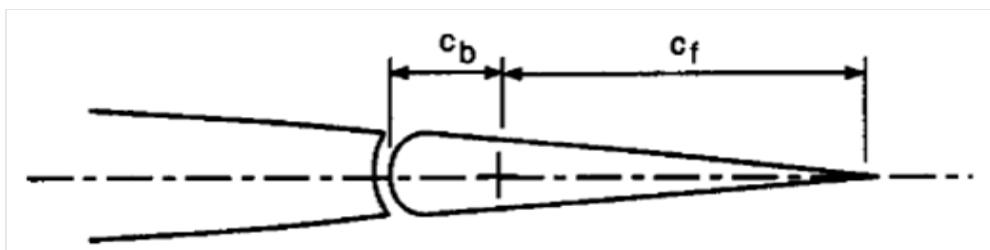
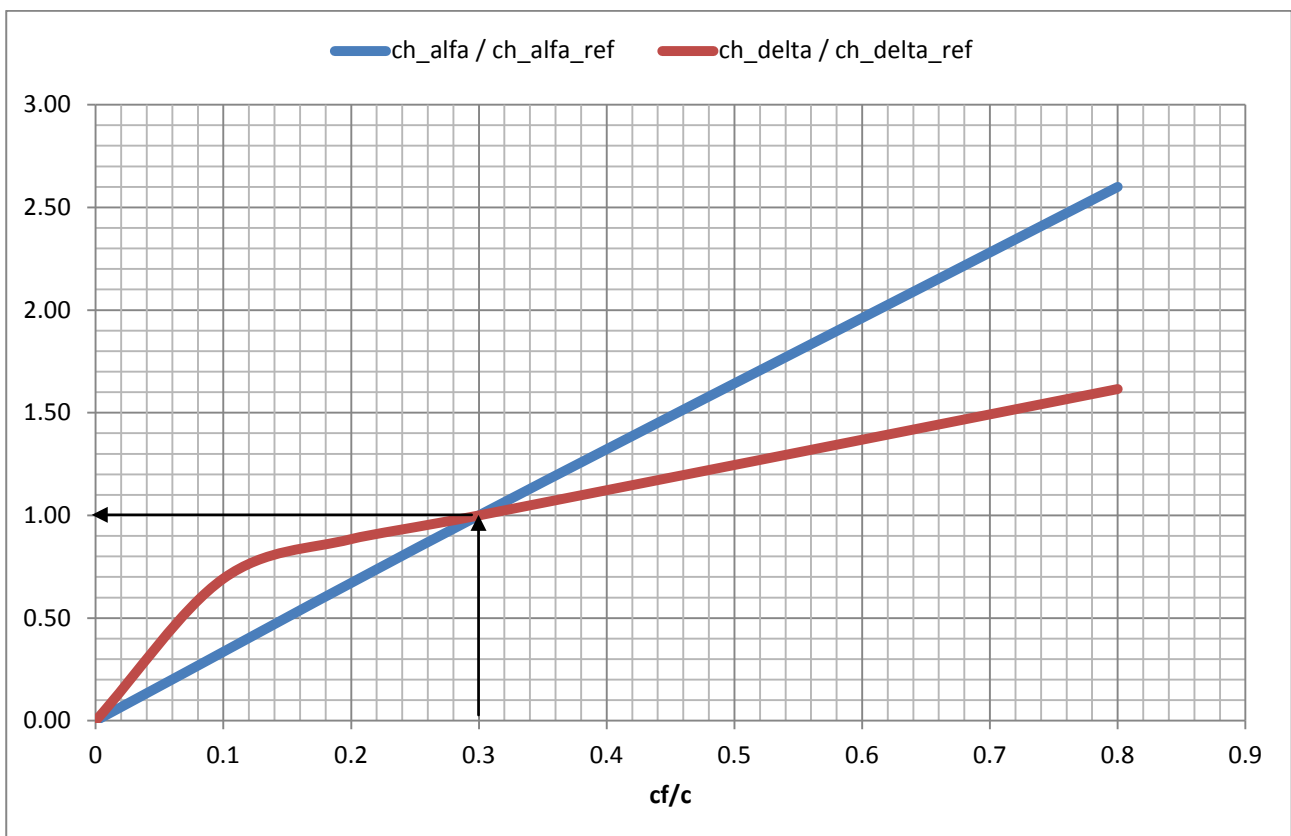
dove α_δ (lastra piana 2D in funzione del rapporto delle corde + correzione 3D) e η_δ (correzione per un *plain flap* ed effetti non lineari della deflessione) sono calcolati con le figure seguenti. In questa fase è bene scegliere un τ lineare (deflessione max 10°). Si è anche supposto un elevatore *full-span*. Non considerare, nel secondo grafico, le curve tratteggiate (gap open).



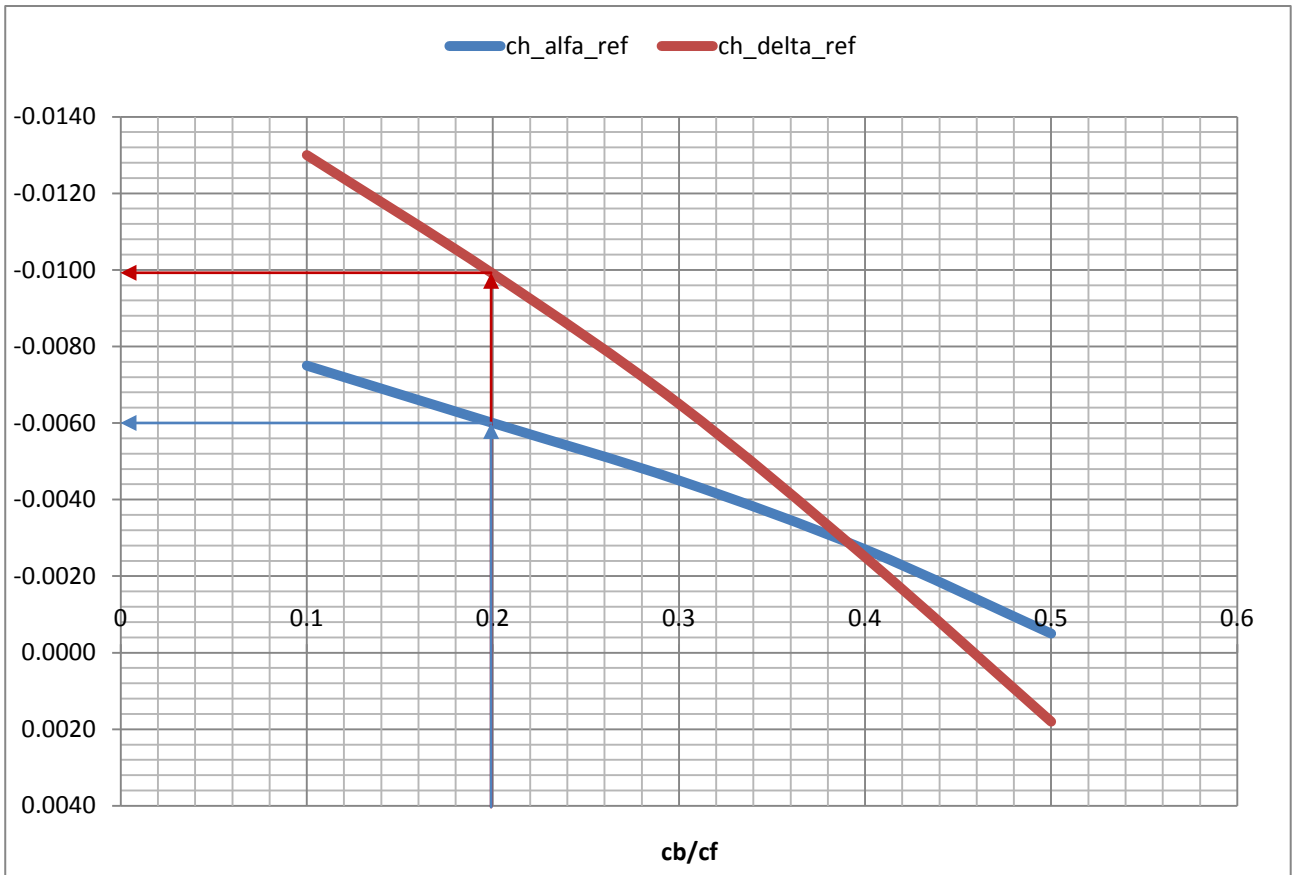
Scegliendo un rapporto delle corde tipico, come 0.3, si ha $\tau = \frac{\alpha_{\delta c_L} \alpha_{\delta c_i} \eta_{\delta}}{\alpha_{\delta c_1}} = 1.05 \cdot 0.65 \cdot 0.9 = 0.61$

I coefficienti $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ sono stimati come segue: i valori 2D sono dati dai seguenti grafici, funzione del rapporto di corde tra parte mobile e parte fissa, e *overhang* (posizione della cerniera). Il primo grafico è adimensionale: scelto il rapporto delle corde si moltiplicano i risultati per i valori del secondo grafico, una volta scelta la posizione della cerniera. Il secondo grafico è stato ottenuto con un rapporto delle corde pari al 30%.

Il rapporto tra le corde è già stato scelto pari a 0.3. Qui si è assunto un *overhang* $c_b/c_f = 0.2$.



Definizione della posizione della cerniera e *overhang* c_b/c_f .



Dunque

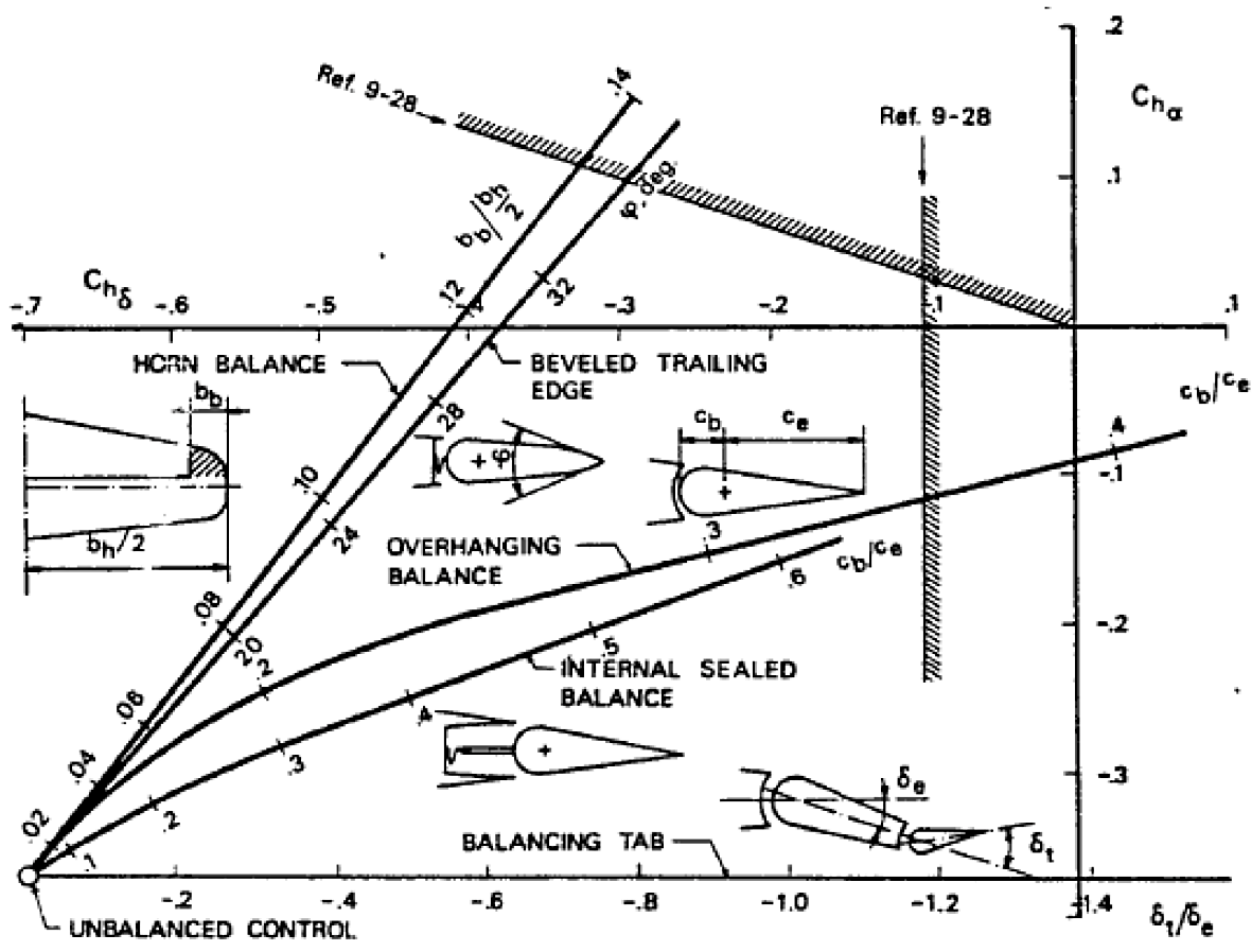
$$c_{h\alpha} = \frac{c_{h\alpha}}{c_{h\alpha_{ref}}} c_{h\alpha_{ref}} = -0.0060 / \text{deg} \quad c_{h\delta} = \frac{c_{h\delta}}{c_{h\delta_{ref}}} c_{h\delta_{ref}} = -0.0100 / \text{deg}$$

che però sono 2D. Per passare in campo tridimensionale si usano le seguenti

$$C_{h\alpha} = c_{h\alpha} \frac{a_t}{0.109} = -0.0036 / \text{deg}$$

$$C_{h\delta} = c_{h\delta} + \tau(C_{h\alpha} - c_{h\alpha}) = -0.0085 / \text{deg}$$

A valle del dimensionamento, se da prove di galleria o di volo risulta un bilanciamento aerodinamico insufficiente, si può procedere all'adozione di uno o più sistemi, i cui effetti sui coefficienti di momento di cerniera sono dati nella figura seguente. In particolare l'*horn balance* è utile anche per l'alloggiamento della massa di bilanciamento della superficie mobile.



Una volta stimati tutti questi contributi si procede a tracciare nel grafico la prima condizione, che per comodità viene qui riscritta

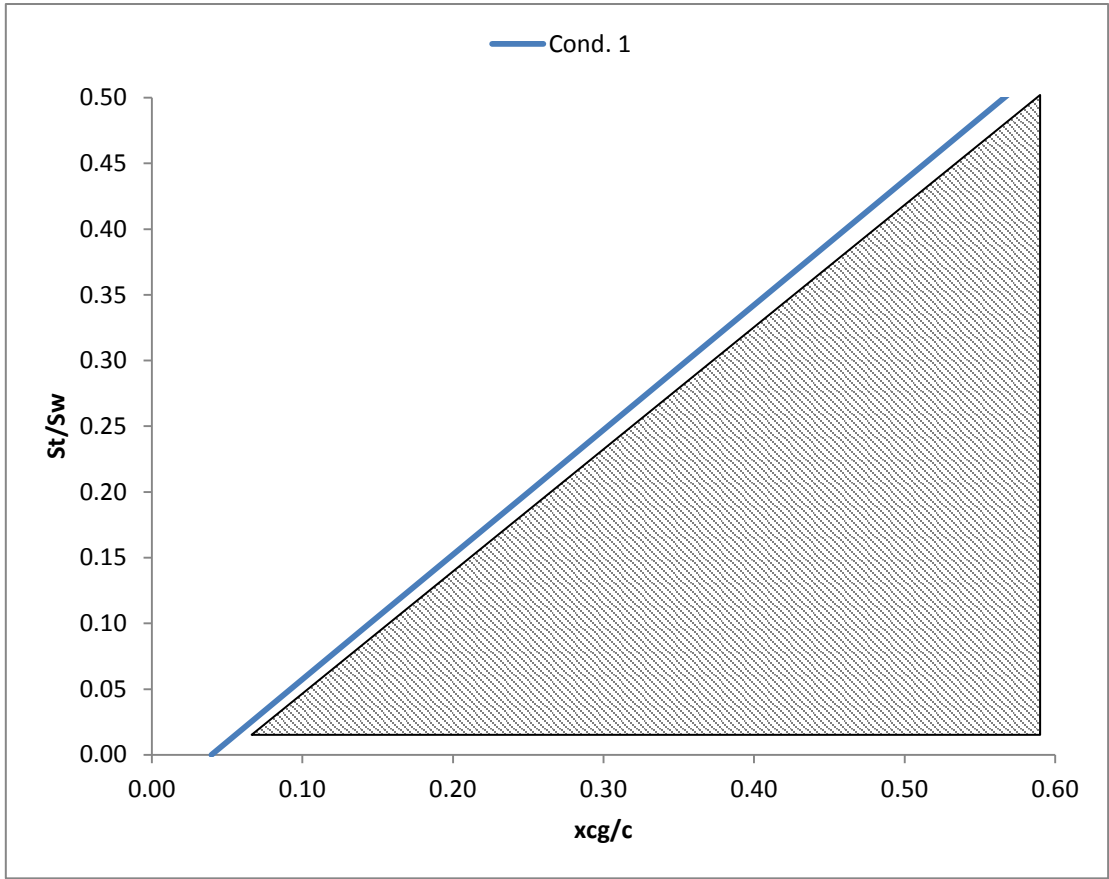
$$\frac{x_{cg}}{c} = \frac{x_{ac_{wb}}}{c} + \underbrace{\eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}}\right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}}_{\text{punto neutro a comandi liberi}} + \underbrace{\text{MSS}}_{<0}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\frac{x_{ac_{wb}}}{c}}_{\text{valore iniziale senza piano di coda}} + \underbrace{\left[\eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}}\right) \frac{l}{c} \right]}_{\text{pendenza della retta di stabilità}} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

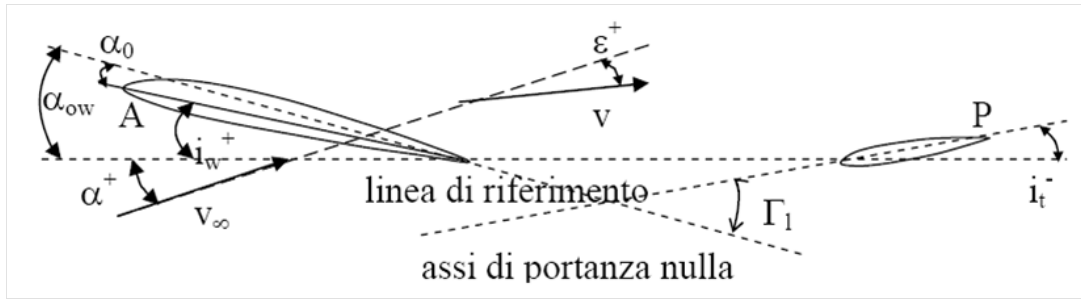
$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{0.09 - 0.05}_{\text{"termine noto" della retta di stabilità}} + \underbrace{0.85 \cdot \frac{0.065}{0.090} \cdot (1 - 0.33) \cdot \left(1 - 0.61 \cdot \frac{0.0060}{0.0100}\right)}_{\text{coefficiente angolare della retta di stabilità}} \cdot \frac{6}{1.73} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.04 + 1.05 \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

ed il rapporto S_t/S_w è funzione crescente della posizione del baricentro x_{cg} . Chiaramente questa condizione definisce la posizione massima arretrata del baricentro. Per tracciare la retta bastano due punti: il primo sull'asse delle ascisse ($S_t/S_w = 0$), l'altro ad un fissato valore di S_t/S_w .



II condizione. Equilibrio.



L'equazione di equilibrio longitudinale alla rotazione intorno al baricentro, con riferimento alla figura, si ricava da

$$C_M = C_{M_{0wb}} + x_a C_L - C_{L_t} \bar{V}_t \eta_t$$

$$x_a = \frac{x_{cg} - x_{acwb}}{c}$$

$$\bar{V}_t = \bar{V}_t + x_a \frac{S_t}{S_w} = \frac{S_t}{S_w} \frac{l}{c}$$

$$C_{L_t} = \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) C_L + C_{L_{t0}}$$

$$C_{L_{t0}} = a_t (i_t - \epsilon_0) \left[1 - \frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \right] - a_t \frac{a_w}{a} (\alpha_{0w} - \epsilon_0) = a_t \alpha_{t0}$$

$$\alpha_{t0} = K (i_t - \alpha_{0w}) = -K \Gamma_l$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right)} \approx 0.90$$

L'equilibrio viene imposto in condizioni di atterraggio (effetto suolo, flap deflessi)

$$C_{M_{cg}} = C_{M_{acwb}}^{flap} + \left[\frac{x_{cg} - x_{acwb}^{flap}}{c} - \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \right] \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} C_{L_e} - K \eta_t a_t \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} (i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}^{flap}) = 0$$

con le seguenti semplificazioni dovute all'effetto suolo:

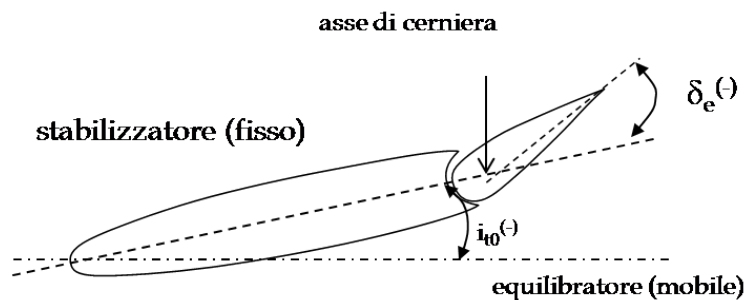
- il downwash si riduce del 10%. Dunque $d\epsilon/d\alpha|_{ge} = 0.9 d\epsilon/d\alpha$, con l'effetto downwash calcolato in precedenza (a basso numero di Mach);
- la pendenza della retta di portanza aumenta leggermente e nell'ultimo termine sarà $1.02a_t$, ma il rapporto a_t/a si mantiene costante;
- il coefficiente di portanza in condizione di equilibrio C_{L_e} può essere approssimato come $C_{L_{wmax}}^{flap} / 1.2^2$ (con $C_{L_{wmax}}^{flap}$ coefficiente di portanza in fase di atterraggio, assegnato). Si sta equilibrando il velivolo con una velocità del 20% più alta di quella di stallo.

In questa esercitazione si suppone che il centro aerodinamico del velivolo parziale non trasli per effetto della deflessione dei flap (con un *owler* flap la corda della parte flappata dell'ala si allunga ed il centro di pressione arretra, tuttavia questo effetto si avverte maggiormente su un'ala a freccia), dunque

$$x_{ac_{wb}}^{flap} \approx x_{ac_{wb}}$$

che è già stato calcolato in precedenza. Similmente il coefficiente di momento in configurazione di atterraggio è fornito come dato del problema.

Il parametro K a rigore andrebbe calcolato, ma qui viene suggerito un valore pari a 0.9. L'angolo di portanza nulla α_{0w} in condizione di atterraggio è assegnato, così come l'angolo di deflessione dell'equilibratore in condizione di atterraggio δ_e , tipicamente -25° . **Attenzione che in questa fase il τ è non lineare e va ricalcolato sulla base della deflessione assegnata (cambia il fattore η_δ).** **Fare attenzione anche ai segni:** una deflessione a cabrare del piano di coda ha segno negativo. L'angolo di portanza nulla dell'ala α_{0w} invece va lasciato in valore assoluto, il segno è dato nell'equazione (stessa convenzione utilizzata nelle lezioni di teoria).



Un discorso a parte merita l'angolo i_{t0} . Questo va calcolato in modo da avere una deflessione nulla dell'equilibratore in fase di crociera, in modo da minimizzare la *trim drag*

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{M_{ac_{wb}}}}{C_{M_\delta}} - \frac{C_{M_{cL}}}{C_{M_\delta}} C_{L_{cruise}} = 0$$

dove, **in quest'ultima formula**, tutti i valori sono in condizione di crociera, quindi già calcolati in precedenza (nella condizione di stabilità) oppure sono assegnati, come nel caso di α_{0w} e di $C_{L_{cruise}}$, tranne la potenza di controllo che viene stimata come segue

$$C_{M_\delta} = -\eta_t a_t \bar{V}_t' K \tau = -0.85 \cdot 0.065 \cdot 0.88 \cdot 0.9 \cdot 0.61 = -0.027 / \text{deg}$$

dove $\bar{V}_t' = 0.88$ è un valore di primo tentativo, preso da velivoli simili (e già utilizzato nella prima condizione). Per quanto riguarda $C_{M_{cL}}$ questo può essere calcolato (**a comandi bloccati**) imponendo il baricentro in condizioni di progetto, tipicamente intorno al 25% della corda media aerodinamica.

$$C_{M_{C_L}} = \frac{x_{cg}}{c} - N_0 = \frac{x_{cg}}{c} - \underbrace{\eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)}_{\text{noto da calcoli precedenti}} \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}$$

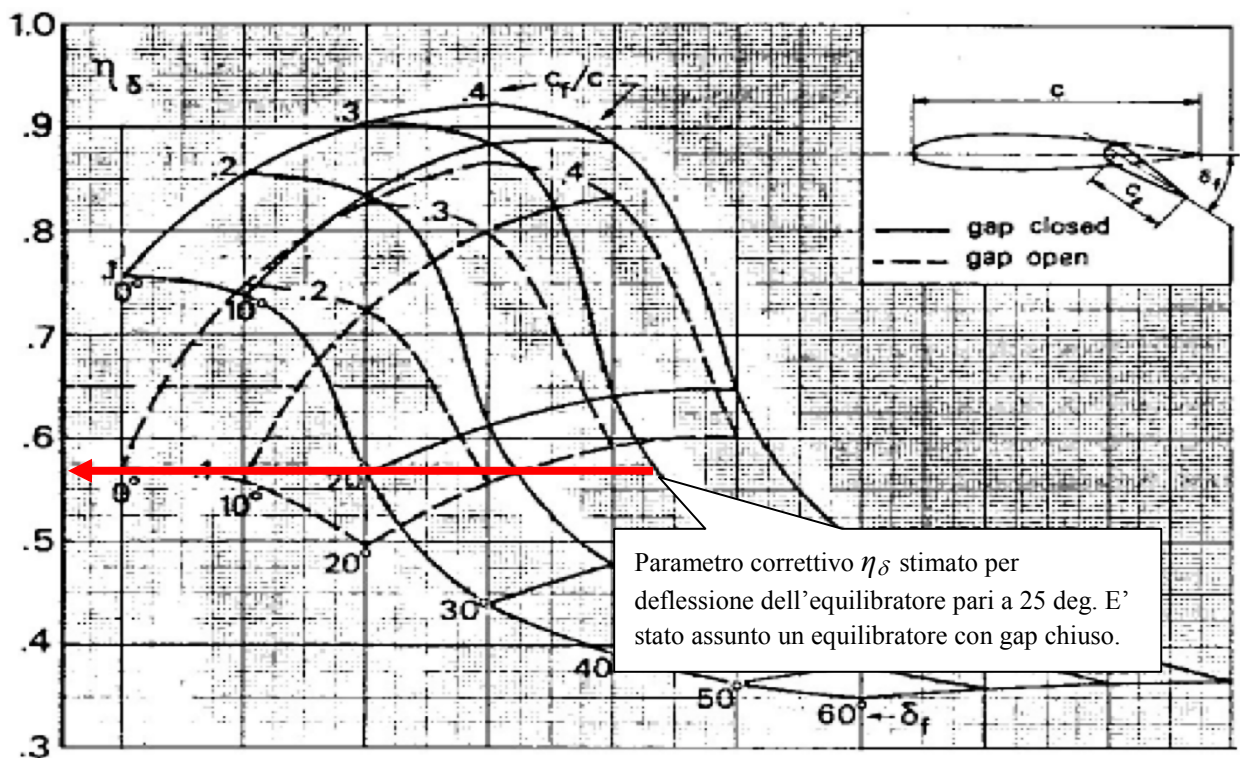
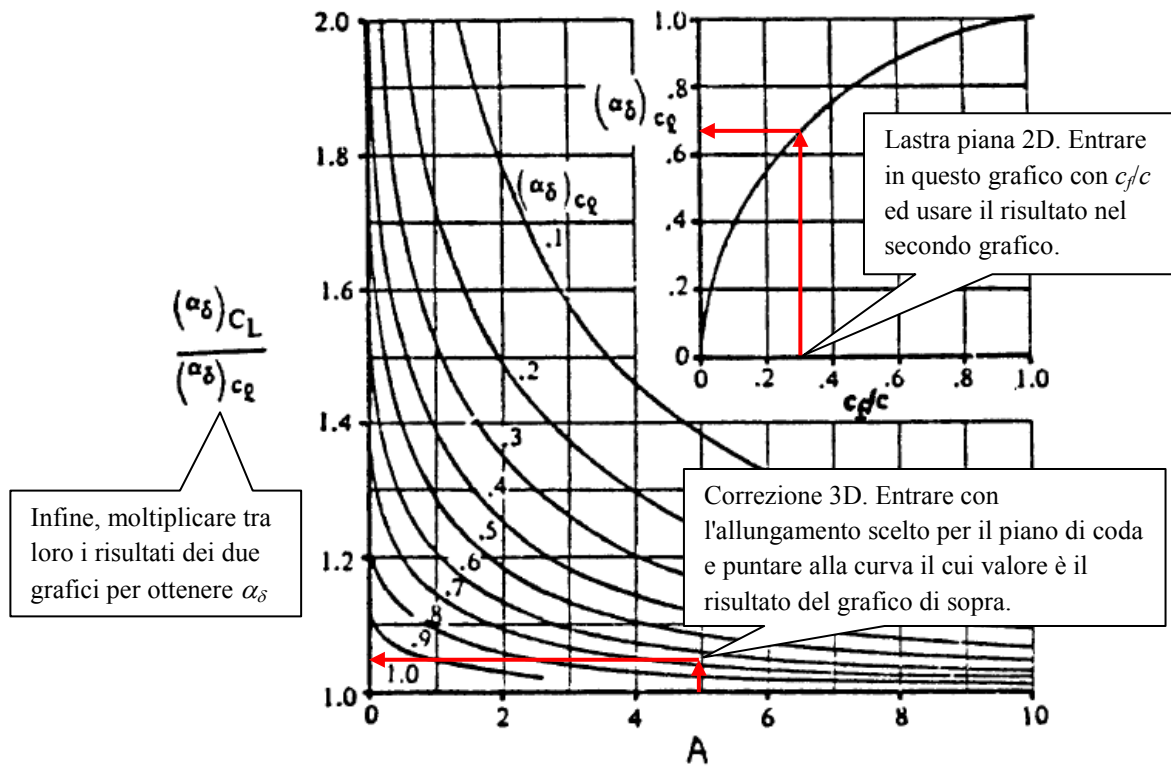
$$C_{M_{C_L}} = 0.25 - 0.85 \cdot \frac{0.065}{0.090} \cdot (1 - 0.33) \cdot \frac{6}{1.73} \cdot 0.25 = -0.110$$

Di conseguenza l'angolo i_{t0} vale

$$i_{t0} = \alpha_{0w} - \tau \left(\frac{C_{M_{acwb}} + C_{M_{C_L}} \cdot C_{L_{cruise}}}{C_{M_\delta}} \right) = 12 - 0.61 \frac{-0.0564 - 0.110}{-0.027} = 0.45^\circ$$

Ricordare che in questa formulazione $\alpha_{0w} = i_w - \alpha_{0wbn} = 2^\circ - (-1^\circ) = 3^\circ$, cioè l'angolo di portanza nulla è valutato rispetto ad un riferimento posto in fusoliera, quindi è comprensivo dell'angolo di incidenza dell'ala ed è sempre positivo.

Di seguito mostrato il calcolo di τ che deve essere messo nell'equazione di equilibrio all'atterraggio, calcolato in corrispondenza di una deflessione dell'equilibratore di -25 deg. (siamo in regime fortemente non lineare). Ovviamente rispetto al τ in regime lineare (delle pagine precedenti ed utilizzato per calcolare la riduzione di stabilità a comandi liberi) cambia solo il parametro η_δ .



Con i dati già calcolati dei due parametri $\frac{\alpha_{\delta_{c_L}}}{\alpha_{\delta_{c_I}}}$ e $\alpha_{\delta_{c_I}}$ (con rapp corde = 0.30), si ha :

$$\tau = \frac{\alpha_{\delta_{c_L}}}{\alpha_{\delta_{c_I}}} \alpha_{\delta_{c_I}} \eta_\delta = 1.05 \cdot 0.65 \cdot 0.57 = 0.39 \quad \tau \text{ per deflessione di equilibratore pari a } -25 \text{ deg.}$$

In sintesi, la condizione di equilibrio longitudinale linearizzata in fase di atterraggio è :

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\frac{x_{ac_{wb}}^{flap}}{c} - \frac{C_{M_{ac_{wb}}^{flap}}}{C_{L_{wmax}^{flap}} / 1.2^2}}_{\text{valore iniziale senza piano orizzontale}} + \underbrace{1.02 a_t \eta_t \frac{l}{c} \left[\frac{0.9}{C_{L_{wmax}^{flap}} / 1.2^2} (i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}^{flap}) + \frac{1}{1.02 a} \left(1 - 0.9 \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]}_{\text{pendenza della retta di equilibrio}} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.09 - \frac{-0.2910}{2.4 / 1.2^2} + 1.02 \cdot 0.065 \cdot 0.85 \cdot \frac{6}{1.73} \cdot \left[\frac{0.9}{2.4 / 1.2^2} \cdot (0.45 - 0.39 \cdot 25 - 12) + \frac{1}{1.02 \cdot 0.090} (1 - 0.9 \cdot 0.33) \right] \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.26 + \underbrace{0.195 \cdot (-10.41 + 7.63)}_{=-0.544} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

dove la posizione ammissibile del CG (avanzata) è funzione decrescente rispetto alla dimensione del piano orizzontale.

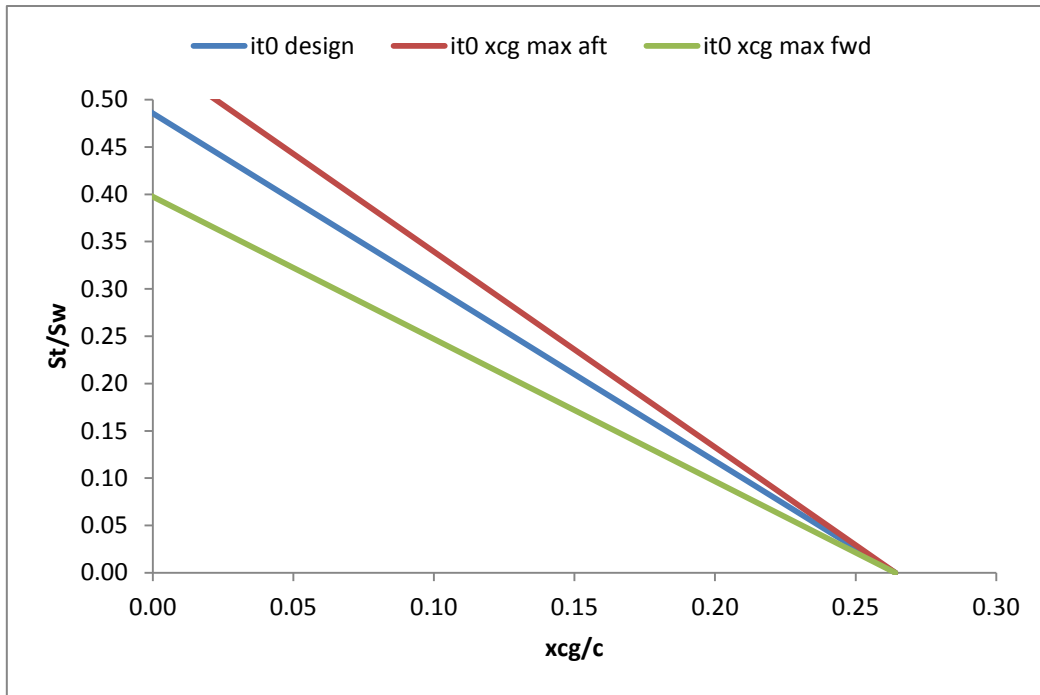
Si può vedere come il valore ideale di i_{t0} , che comporta δ_e di crociera pari a zero, è leggermente variabile a seconda della posizione del CG assunta per tale condizione di crociera.

A titolo di esempio sono riportate 3 diverse rette secondo la posizione del baricentro in fase di crociera (per il calcolo di i_{t0})

	Design	Max aft	Max fwd
x_{cg}/c	0.25	0.30	0.15
$C_{M_{C_L}}$	-0.110	-0.060	-0.210
i_{t0}	+0.45°	+1.02°	-0.69°
Pendenza retta equilibrio	-0.544	-0.484	-0.664

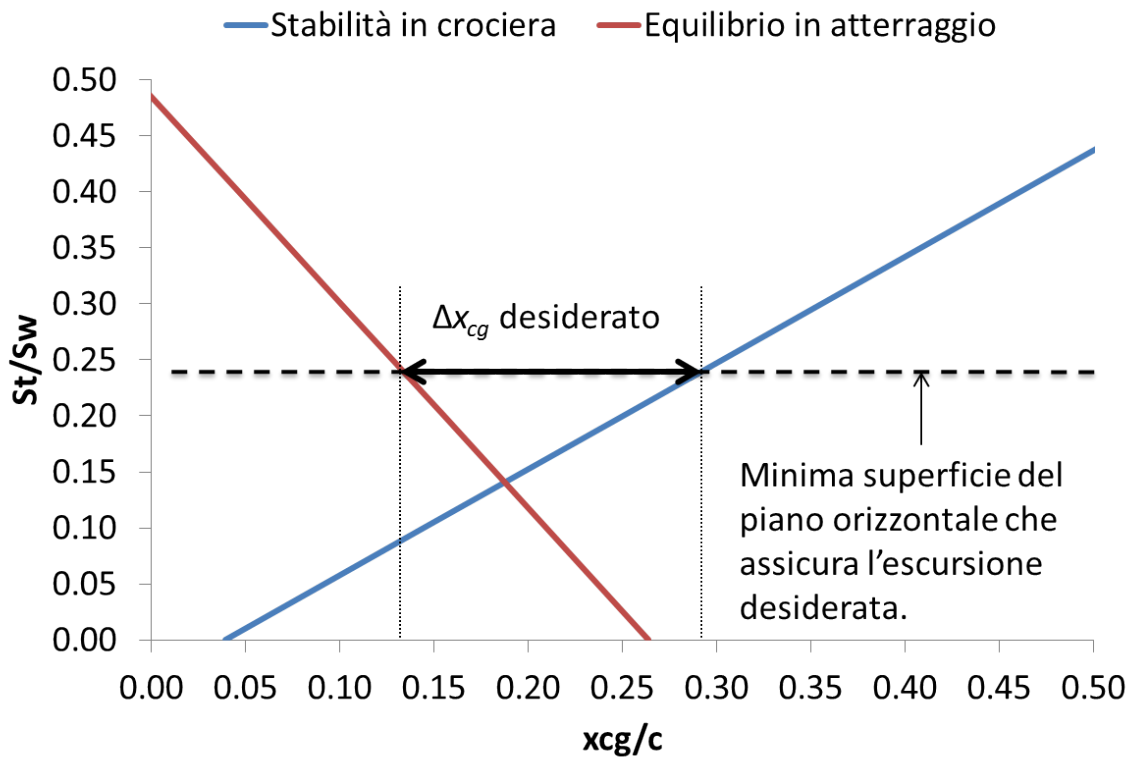
dove, riferendosi anche al grafico seguente, si può osservare anche che un calettamento maggiormente positivo dello stabilizzatore orizzontale comporta, a parità di deflessione dell'equilibratore, una maggiore superficie di tutto il piano orizzontale per soddisfare la condizione di equilibrio all'atterraggio. Per il dimensionamento si sceglie la condizione di progetto (design).

In generale, per velivoli in cui tale condizione risultasse particolarmente critica, è suggeribile adottare valori di calettamento leggermente negativi (i_{t0} pari a -2 o -3 deg), a prescindere dalla questione di deflessione nulla in condizioni di crociera. A costo di una leggera resistenza aerodinamica in crociera, è in tal caso prioritario tenere efficace il piano orizzontale, sia per la condizione di equilibrio in atterraggio, sia per facilitare la rotazione al decollo (si veda file presentazione dell'esercitazione).



Dimensionamento del piano ed osservazioni finali

Dai risultati ottenuti, fissata l'escursione massima del baricentro (linee verticali nere), si può determinare la dimensione minima del piano orizzontale di coda (linea orizzontale nera).



La pendenza della retta di equilibrio (rossa) è quella con l'angolo i_{i0} in condizioni di progetto.

Il diagramma a forbice (*scissor plot*) consente di calcolare, per via grafica, la minima superficie della forma in pianta che soddisfa contemporaneamente la stabilità in crociera, l'equilibrio in atterraggio e l'escursione massima del baricentro.

Talvolta può accadere che la condizione di equilibrio (pendenza della curva rossa) comporti una dimensione non trascurabile del piano di coda (ad esempio 0.5 volte la superficie alare) per un'assegnata escursione del baricentro. Ciò potrebbe essere causato da $i_{t0} > 4^\circ$ (positivo, quindi a picchiare). In tal caso assumere un angolo più piccolo (al limite 0 oppure -2° , negativo, a cabrare).

Per un velivolo da trasporto FAR 25, il calettamento i_{t0} dello stabilizzatore può variare a seconda delle condizioni di volo (si veda ad esempio la striscia nera in prossimità dello stabilizzatore orizzontale nella figura seguente).



Quanto descritto sinora si riferisce all'escursione del baricentro limitata dall'aerodinamica. Di fatto, bisogna tener conto della posizione longitudinale dell'ala in fusoliera e verificare se l'escursione assegnata sia compatibile con i limiti anteriore e posteriore del baricentro. In altre parole, siccome il piano orizzontale ha un suo peso, la posizione del baricentro del velivolo arretra all'aumentare della superficie del piano di coda, per fissato braccio. Poiché il baricentro deve rimanere confinato in una certa distanza dal centro aerodinamico dell'ala, è chiaro che la superficie del piano orizzontale va ottimizzata tenendo conto dei limiti aerodinamici (diagramma a forbice), dei limiti assoluti delle posizioni massimo avanzata e massimo arretrata rispetto alla corda alare, del peso del piano orizzontale e della posizione longitudinale dell'ala. L'ottimizzazione è tale da ottenere la minima superficie del piano orizzontale per data escursione del baricentro, ma nel processo l'ala può essere spostata dalla sua posizione originaria. Si veda la presentazione per un metodo grafico, oppure [Torenbeek - Synthesis of Subsonic Airplane Design, §9.5.2].

Se l'ottimizzazione non ha successo oppure lo stesso diagramma a forbice restituisce dei valori non soddisfacenti bisogna considerare di:

- cambiare la forma in pianta del piano orizzontale;
- cambiare la posizione del piano orizzontale, eventualmente allungando la fusoliera;
- cambiare la distribuzione di massa (equipaggiamenti e sistemi di bordo);
- ridurre l'escursione del baricentro;
- rivedere completamente il layout del velivolo, a cominciare dalla posizione dei motori.

Si ricordi che in questo esercizio si è trascurato il contributo del propulsore alla stabilità e la variazione del downwash dovuta alla deflessione dei flap nella condizione di equilibrio.

Inoltre se si fosse trattato di un velivolo da trasporto, nella condizione di stabilità, sarebbe scomparso l'effetto dei comandi liberi ($\tau c_{h\alpha} / c_{h\delta}$) per la non reversibilità dei medesimi. Se il velivolo opera in alto subsonico, le pendenze delle rette di portanza e l'effetto downwash vanno corrette per l'effetto del numero di Mach.

In questa esercitazione si sono date delle indicazioni per svolgere il dimensionamento aerodinamico di un piano orizzontale. A valle di ciò, andrebbero calcolati i diagrammi di bilanciamento e di manovra, dai quali si ricavano i carichi che determineranno il dimensionamento della struttura del piano (e quindi la sua effettiva realizzazione).