Método de Proyecciones Demográficas y Actuariales a Población Abierta con Presentación Matricial

Act. Elizabeth Calleja Rosas

Act. Carmen Rábago Martínez

Act. José Muriel Delsordo

Act. Alfredo Villas Cabró

Indice

- Objetivo.
- Hipótesis y Bases de Cálculo.
- Metodología.
- Conclusiones.
- Preguntas y Respuestas.

Objetivo

Proporcionar un modelo actuarial para evaluar esquemas de Seguridad Social a población abierta utilizando un método matricial que permita no únicamente simplificar el cálculo sino, sobre todo, hacer un análisis exhaustivo de los resultados con el fin de encontrar mejoras y áreas de oportunidad en el diseño y financiamiento de dichos esquemas.

Hipótesis y bases de cálculo

- Hipótesis Poblacionales.
- Hipótesis Biométricas.
- Hipótesis Financieras.

Hipótesis Poblacionales

- Edad del individuo a la fecha de cálculo (x).
- Edad del individuo a la fecha de contratación (y).
- Edad del individuo a la jubilación (w).
- Antigüedad del individuo en la Institución a la fecha de cálculo (ant).
- Requisitos para cobrar alguna pensión (θ_s).
- Salario a la fecha de cálculo (S_x).

Hipótesis Biométricas

- Tabla de decrementos múltiples para la población activa (qs_x, ds_x, dt_x, l_x).
  - Para efectos de este cálculo **se considerará que los individuos abandonarán la Institución al alcanzar la edad de jubilación (w)**, es decir:

$$l_{w+1} = 0$$

Hipótesis Biométricas

- Tablas de mortalidad para la población pensionada por cada uno de los decrementos s ($q_x^{ps}, d_x^{ps}, l_x^{ps}$).
- Tabla de mortalidad para los beneficiarios ($q_x^{b}, d_x^{b}, l_x^{b}$).
- Tabla de edades de los beneficiarios (*edadbenef(x)*).
- Proporción de casados ($proprcas_x$).
- Distribución de Nuevos Ingresos (δn_i).
- Hipótesis Demográfica (ΔP_j).

Hipótesis Financieras

- Incremento salarial (ΔSS).
- Tasa de interés (t_k).

Metodología

- Vector inicial (T) con la información de la población actual agrupada de acuerdo a sus edades a la fecha de cálculo (x) y sus antigüedades (ant) a la misma fecha.

Metodología

$$T = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \cdots \\ t_g \end{pmatrix}$$

- g: número total de grupos formados a partir de la población original
- t_i: número de individuos agrupados en el grupo i con edad a la fecha de cálculo x_i y antigüedad a la misma fecha ant_i.

Metodología

- Matriz poblacional (M) cuyas columnas representarán el número de individuos de cada grupo que quedan con vida durante n años (tiempo en que se extingue la población activa). El vector T representará la primera columna de esta matriz.

Metodología

$$\begin{pmatrix} m_{1,1} \\ m_{2,1} \\ \dots \\ m_{g,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_g \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{pmatrix} m_{1,j} \\ m_{2,j} \\ \dots \\ m_{g,j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{1,1} * \dfrac{lx_{1+j-1}}{lx_1} \\ m_{2,1} * \dfrac{lx_{2+j-1}}{lx_2} \\ \dots \\ m_{g,1} * \dfrac{lx_{g+j-1}}{lx_g} \end{pmatrix}$$

En el tiempo 1

En el tiempo j mientras el grupo no alcance la edad de jubilación (w).

Metodología

Así podemos dar la siguiente definición para los elementos de la matriz poblacional (M):

$$M = \begin{pmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & \dots & m_{1,n} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & \dots & m_{2,n} \\ \dots & & & \dots \\ m_{g,1} & m_{g,2} & \dots & m_{g,n} \end{pmatrix}$$

$$m_{i,j} = \begin{cases} t_i & \text{para } j=1 \\ m_{i,1} * \dfrac{lx_{i+j-1}}{lx_i} & \text{para } 1 < j \leq w\text{-}x_i+1 \\ 0 & \text{para } j > w\text{-}x_i+1 \end{cases}$$

Metodología

- De esta forma, el número total de individuos que continúan en la población activa año con año está representado por la siguiente suma para el año *j-ésimo*:

$$Num_j = \sum_{i=1}^{g} m_{i,\,j}$$

Metodología

- Es importante mantener en mente a lo largo de esta presentación que, en la construcción de las matrices utilizadas en el método, las columnas representan el paso del tiempo para la generación o cohorte en cuestión, es decir, la primer columna corresponde al tiempo actual, la segunda un año después y así sucesivamente.

Metodología

- Siguiendo la misma estructura para la formación del vector T, se genera el vector SP, cuyos elementos sp_i contienen los promedios salariales mensuales para cada grupo i formado.

Metodología

- Pensiones a los titulares y sus beneficiarios para cada uno de los decrementos s (exceptuando el caso de jubilación).
  - Matriz con el número de salidas que se llevarán a cabo año con año de la población original por cada uno de los decrementos s (PD):

Metodología

Tiempo →	Tiempo actual	1 año después	...	Extinción de la población actual

$$PD = \begin{pmatrix} pd_{1,1} & pd_{1,2} & \dots & pd_{1,n} \\ pd_{2,1} & pd_{2,2} & \dots & pd_{2,n} \\ \dots & & & \dots \\ pd_{g,1} & pd_{g,2} & \dots & pd_{g,n} \end{pmatrix}$$

$$pd_{i,j} = \begin{cases} m_{i,j} * qs_{x_i + j - 1} & \text{para } j < w - x_i + 1 \\ 0 & \text{para } j \geq w - x_i + 1 \end{cases}$$

Metodología

- Así, el número de pensionados que empiezan a cobrar sus beneficios justo en el año *j-ésimo* se representa con la siguiente suma:

$$P_j = \sum_{i=1}^{g} pd_{i,\,j}$$

Metodología

- Partiendo de la matriz PD se calcula el número de pensionados que quedarán con vida los años posteriores, obteniendo así n matrices, una para cada cohorte de pensionados a (PP^a):

Metodología

$PP^1 =$

1a. Cohorte a través del tiempo Matriz $g*k$

Durante k años

En que se extingue la población pensionada

$PP^2 =$

2a. Cohorte a través del tiempo Matriz $g*k$

$\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{matrix}$

hasta k

...

Es decir,

$$pp^{a}_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{para } j < a \\ pd_{i,j} & \text{para } j = a \\ pd_{i,a} * \dfrac{l^{ps}_{xi+j-1}}{l^{ps}_{xi+a-1}} & \text{para } j > a \end{cases}$$

Metodología

Por lo que el número total de pensionados que se tendrán año con año es la matriz resultante de esta suma:

$$PT = \sum_{a=1}^{n} PP^{a}$$

Y el número total de pensionados en el año j-ésimo:

$$PT_j = \sum_{i=1}^{g} pt_{i,\,j}$$

Metodología

- Siguiendo esta misma lógica, se construyen las matrices que contienen los montos de los pagos que se efectuarán a las cohortes de pensionados.

Metodología

- Para llevar a cabo los cálculos del número de beneficiarios y los montos que se pagarán a estos, se construyen matrices con la misma estructura, en la que el tiempo está representado por las columnas.
- Cada cohorte de pensionados generará varias cohortes de beneficiarios por las muertes que registran año con año.

Metodología

- En la construcción de estas matrices se debe incluir el efecto de la tabla con la proporción de casados ($proprcas_x$) que indica, cuántos de estos pensionados estaban casados y a su muerte dejarán a sus viudas como beneficiarios. (en caso de que el esquema así lo defina, sin pérdida de generalidad, se puede utilizar la tabla con el número de hijos estimados para cada titular).

Metodología

$$PP^1 = \begin{pmatrix} pp^1_{1,1} & pp^1_{1,2} & \cdots & pp^1_{1,k} \\ pp^1_{2,1} & pp^1_{2,2} & \cdots & pp^1_{2,k} \\ \cdots & & & \cdots \\ pp^1_{g,1} & pp^1_{g,2} & \cdots & pp^1_{g,k} \end{pmatrix} \longrightarrow BD^1 = \begin{pmatrix} bd^1_{1,1} & bd^1_{1,2} & \cdots & bd^1_{1,k} \\ bd^1_{2,1} & bd^1_{2,2} & \cdots & bd^1_{2,k} \\ \cdots & & & \cdots \\ bd^1_{g,1} & bd^1_{g,2} & \cdots & bd^1_{g,k} \end{pmatrix}$$

$bd_{i,1} = pp_{i,1} - pp_{i,2}$

Pensionados de la primera cohorte muertos en el primer año.

Incluyendo el efecto de la proporción de casados

B^1 : matriz de $g*k$

Metodología

$$B^a = \begin{pmatrix} b^a_{1,1} & b^a_{1,2} & \cdots & b^a_{1,k} \\ b^a_{2,1} & b^a_{2,2} & \cdots & b^a_{2,k} \\ \cdots & & & \cdots \\ b^a_{g,1} & b^a_{g,2} & \cdots & b^a_{g,k} \end{pmatrix}$$

Cada columna representa una cohorte de beneficiarios para la cohorte a de pensionados.

De cada columna se generará una matriz que reflejará su comportamiento a través del tiempo.

Metodología

- Estos mismos pasos se repetirán para todas las cohortes de pensionados, obteniendo al final h matrices ($h=k$) para cada una de las n cohortes y las sumas correspondientes a los resultados totales (siguiendo la misma lógica de suma de matrices, mostrada en la obtención de los totales para los pensionados).

Metodología

- La misma lógica se aplicará para obtener las matrices con los montos de las pensiones que la Institución deberá pagar a las cohortes de beneficiarios.

Metodología

- En el caso de jubilación, lo único que cambia es la definición de la matriz PD (con los pensionados que se generan cada año), pues se deben cumplir los requisitos para salir de la población activa por este decremento (en este caso, alcanzar edad w).

Metodología

- Los casos de pagos únicos y de los beneficiarios generados por muerte de activos, así como aquéllos incluyendo requisitos indispensables de edad y/o antigüedad para tener derecho a cobrar alguna pensión, se pueden inferir siguiendo la misma metodología aquí expuesta y se definen con detalle en el documento presentado en este Congreso.

Metodología

- Para el cálculo de las nuevas cohortes se considera el comportamiento demográfico de la población actual y se aplica el efecto de la hipótesis demográfica (con el crecimiento o decremento que la población tendrá año con año). Obteniendo así, nuevos vectores inciales para cada cohorte de nuevas contrataciones, a los que se puede aplicar, sin pérdida de generalidad, la misma metología expuesta para la población actual.

Conclusiones

- El método matricial nos proporciona un fácil manejo de las cohortes y obtención de resultados totales al permitirnos hacer uso de operaciones de álgebra lineal, como lo es la suma matricial.

Conclusiones

- Presentación clara y comprensible de los flujos que la Institución deberá reservar con el fin de pagar los montos necesarios tanto a sus pensionados, como a los beneficiarios de éstos, año con año.

Conclusiones

- Explicación más sencilla a los Directivos de la Institución en estudio, a los usuarios de la información y a aquellas personas involucradas en la toma de decisiones, que pueden carecer del conocimiento técnico de nuestro ramo, ya que no se presentan únicamente resultados totales, sino el comportamiento a través del tiempo.

Conclusiones

- Análisis de resultados por cohorte y por características poblacionales para identificar áreas de oportunidad en el diseño y financiamiento de los esquemas de Seguridad Social y encontrar así soluciones óptimas tanto para la Institución como para sus trabajadores.

Conclusiones

- Análisis de resultados de una manera más sencilla y eficiente ya que, al presentar los cálculos en forma matricial, la simple visualización de los mismos hace posible detectar, en varias ocasiones, áreas que requieran de una mayor investigación.

Conclusiones

- Identificación de períodos para los que el esquema presentará problemas que permitan tomar medidas actuales con las que se prevean dichos efectos y se nulifiquen (análisis de la evolución de la Reserva).

Conclusiones

- Análisis del comportamiento demográfico de la población en estudio a través del tiempo (considerando nuevas contrataciones), pudiendo detectar situaciones extremas en donde la población presente algún flujo que genere cambios sustanciales en los recursos laborales y que requieran, para ser resueltos eficientemente, de alguna toma de decisión por parte de los Directivos de la Institución.

Conclusiones

- Evaluación de los valores actuariales que permiten hacer análisis de los resultados generales, como es el Valor Presente Actuarial de las Obligaciones.

Conclusiones

- Debido a que los resultados obtenidos con este método representan flujos por año, es posible que llevemos a cabo la evaluación de dichos resultados en diferentes escenarios económicos con el fin de analizar el panorama financiero de los esquemas de Seguridad Social por un largo o mediano plazo.

Conclusiones

- Posibilidad de modelar la tasa de interés y su efecto sobre los resultados estocásticamente para calcular la PMG, una vez habiendo obtenido con este método los flujos actuariales por año proyectado.

Conclusiones

- Mayor precisión en los resultados obtenidos con respecto a los modelos tradicionales (sin hacer cortes arbitrarios).

Preguntas y respuestas

Fin de la presentación