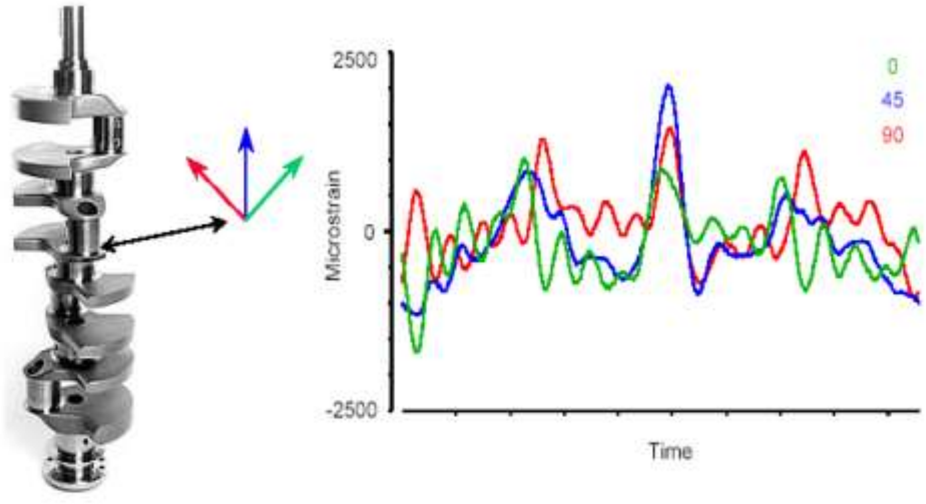
Fatica (HCF) multiassiale

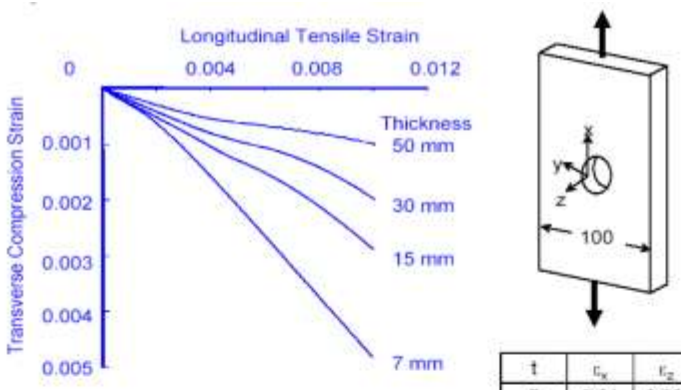
Lecture 6 – Il metodo di Sines

Introduzione

- Una ulteriore complicazione nella progettazione a fatica è data dalla presenza di più componenti di sforzo variabili nel tempo: stato di sforzo multassiale.

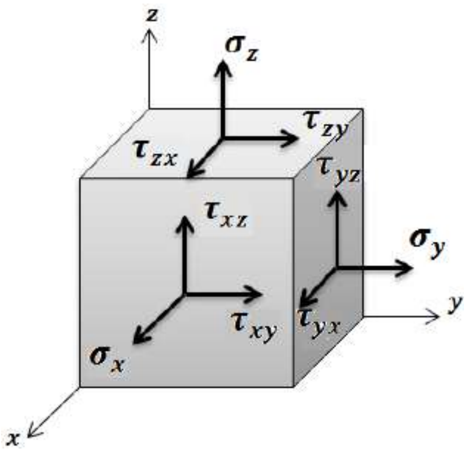


- Uno stato di sforzo multiassiale si genera in un componente anche quando la sollecitazione agente è uniassiale, a seguito della presenza di variazioni geometriche (es. piastra forata caricata assialmente)



t	ε_x	ε_z	σ_x	σ_z
7	0.01	-0.005	63.5	0
15	0.01	-0.003	70.6	14.1
30	0.01	-0.002	73.0	21.8
50	0.01	-0.001	75.1	29.3

Stato di sforzo multiassiale



- Per un generico stato di sforzo ci sono sei componenti di tensione: tre sforzi normali e tre componenti di taglio che agiscono su piani ortogonali
- Sforzi (e deformazioni) in tutte le altre direzioni possono essere ottenute per trasformazione con il cerchio di Mohr
- In fatica sono di particolare interesse le seguenti componenti:
  - Sforzo (nomale) principale massimo σ_1
  - Sforzo a taglio massimo τ_{max}
  - Massima componente ottaedrica dello sforzo τ_{oct}
  - Massima deformazione a taglio γ_{max}
  - Massima deformazione ottaedrica γ_{oct}

Stato di sforzo multiassiale

- Ci sono 8 piani ottaedrici che formano il medesimo angolo con le tre direzioni principali
- Lo sforzo a taglio su questi piani è dato da

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

- Lo sforzo normale su un piano ottaedrico è la pressione idrostatica

$$\sigma_{oct} = \sigma_h = \sigma_{ave} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

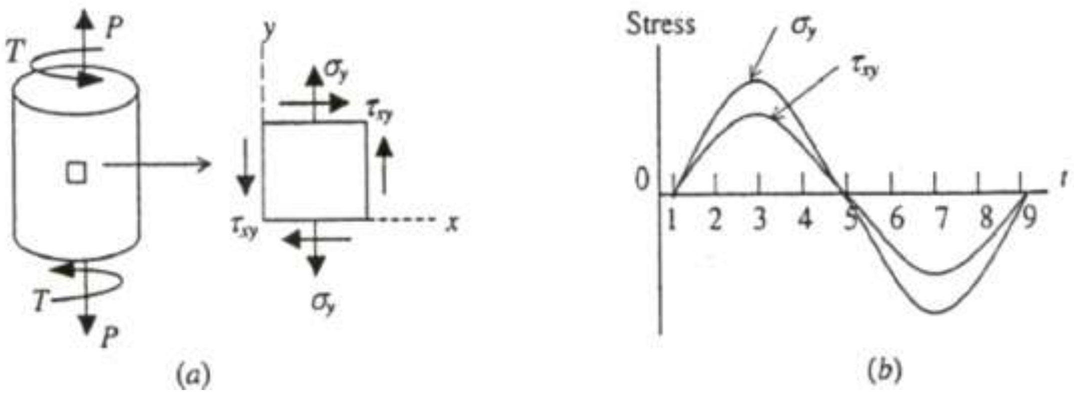
- La deformazione a taglio su un piano ottaedrico è data da

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

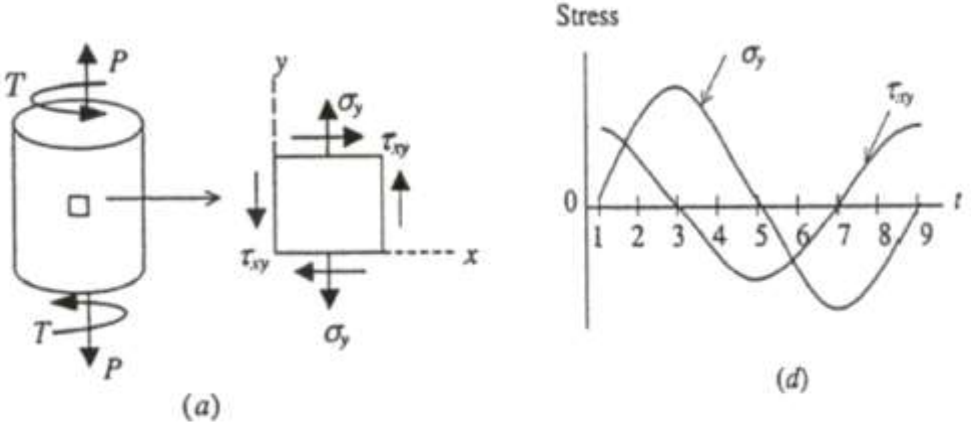
Stato di sforzo: *proportional* e *non proportional loading*

- Nel caso di stato di sforzo multiassiale è possibile distinguere tra due condizioni:

  - **Carico proporzionale.** L'orientazione degli assi principali non varia la variare della sollecitazione. (esempio: in fase)



  - **Carico non proporzionale**. Le direzioni principali non si mantengono costanti nel tempo. Esempio: albero di trasmissione o alberi soggetti a torsione e flessione su piani differenti. (esempio: sfasamento di 90°)



Equivalent stress model

- I modelli di «sforzo equivalente» sono essenzialmente delle estensioni alla fatica dei criteri di equivalenza quasi statici.

- Il criterio più comunemente utilizzato è quello di Von Mises (in alternativa a Tresca)

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = 2S_y^2$$

impiegato insieme alla curva di fatica uniassiale (Whoeler)

- Principale difficoltà: definizione della tensione media equivalente che risulta essere un concetto «vago» nel contesto di uno stato multiassiale di sforzo.

$$S_{qm} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(S_{m1} - S_{m2})^2 + (S_{m2} - S_{m3})^2 + (S_{m3} - S_{m1})^2}$$

Equivalent stress model

- In alternativa, la tensione media è definita come la somma delle medie delle componenti normali di sforzo:

$$S_{qm} = S_{m1} + S_{m2} + S_{m3} = S_{mx} + S_{my} + S_{mz}$$

- Anche questo è un invariante (primo invariante del tensore degli sforzi)

- Questa definizione è da preferire in quanto dati sperimentali confermano una sensibilità della fatica HCF alla pressione.

- Inoltre questa definizione consente di differenziare tra stati di sforzo a media negativa (conservativi) e a media positiva (più severi)

Equivalent stress model

- Con questa definizione di media, ne caso di torsione pura si ha media nulla. Ovvero: la tensione media di torsione non ha effetto sulla fatica!
- E questo è confermato dalle evidenze sperimentali

- Tuttavia l'effetto della tensione media agente in una direzione può essere annullato dallo sforzo medio a compressione agente in un0altra direzione, in questo caso non necessariamente si ha accordo con i dati sperimentali.

- Pertanto, ci si attende che l'ampiezza equivalente e la tensione media equivalente diano la medesima durata (vita) nel corrispondente caso uniassiale (Goodman)

Metodo di Sines

- Il metodo di Sines usa la tensione a taglio ottaedrica (von Mises) per l'ampiezza e la tensione idrostatica per la media

$$\sqrt{(S_{a1}-S_{a2})^2+(S_{a2}-S_{a3})^2+(S_{a3}-S_{a1})^2}+m\,(S_{mx}+S_{my}+S_{mz})=\sqrt{2}\,S_{Nf}$$

- Il valore S_{Nf} è l'endurance (ovvero la tensione ampiezza limite per ciclo alterno simmetrico) che da la medesima vita a fatica sia per un provino sollecitato uniassialmente sia nel generico caso multiassiale.

- *m* è un coefficiente che tiene in conto della tensione media. Esso può essere determinato sperimentalmente ottenendo la resistenza a fatica per un ciclo pulsante dall'origine (media non nulla)
- Il valore di *m* è dell'ordine di 0.5.

Metodo di Sines

- In termini delle componenti x,y,z il metodo di Sines si riscrive come

$$\sqrt{(S_{ax}-S_{ay})^2+(S_{ay}-S_{az})^2+(S_{az}-S_{ax})^2+6(\tau^2_{axy}+\tau^2_{ayz}+\tau^2_{azx})}+m(S_{mx}+S_{my}+S_{mz})=\sqrt{2}\,S_{Nf}$$

- Il metodo dovrebbe essere limitato al solo caso di carico proporzionale

- Come tutti i metodi «stress-based» deve essere usato per condizioni in cui le deformazioni sono esclusivamente elastiche

Metodo del piano critico (Critical plane model)

- I modelli di «piano critico» sono stati in risposta all'evidenza sperimentale che le cricche di fatica nucleano spesso lungo direzioni particolari. In questi modelli si assume che la nucleazione del difetto su uno specifico piano sia funzione della componente di sforzo e deformazione normale e tangenziale a tale piano.
- Gli sforzi (le deformazioni) normali al piano sono responsabili dell'apertura del difetto e riducono l'attrito tra le facce del medesimo mentre le componenti di taglio causano il movimento delle dislocazioni lungo le linee di scorrimento (slip lines) causando la nucleazione del difetto.
- Sono stati proposti diversi modelli di piano critico:
  - Criterio della massima ampiezza di deformazion normale corretta con la media (Morrow)
  - Massima ampiezza della deformazione a taglio, combinata con la componente normale (Kandil, Brown, Miller)
  - Massima ampiezza dello sforzo a taglio (Findley)
  - Energia della sola ampiezza della componente a taglio (Glinka et al.)

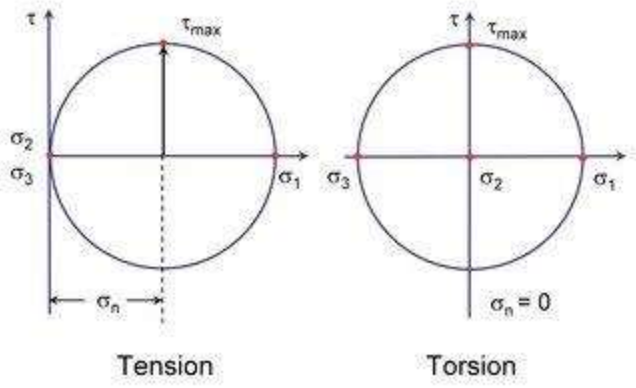
Metodo del piano critico (Critical plane model): Findley

- Nel criterio di Findley la resistenza a fatica nel caso multiassiale è controllata dall'ampiezza della componente dello sforzo di taglio e dalla tensione normale al piano considerato

$$\left(\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma_n\right)_{max} = f$$

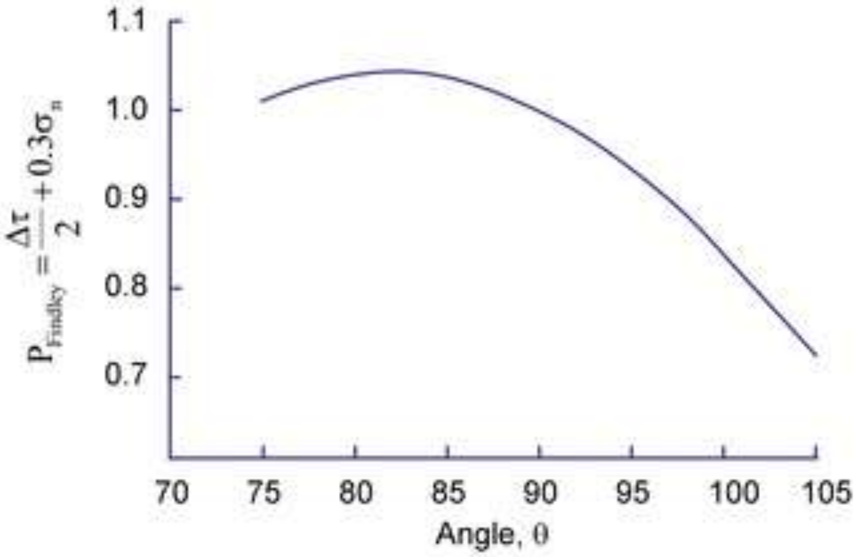
- f è legata alla resistenza a fatica del materiale k una costante che per materiali duttili vale 0.2-0.3

- I cerchi di Mohr per tensione torsione: entrambi hanno la medesima componente di sforzo di taglio. In un test a fatica R=-1, entrambi gli stati di sforzo avranno la medesima ampiezza di sforzo di taglio ma in trazione uniassiale la componete di sforzo normale sarà maggiore: questo sarà caus di un danno maggiore e quindi di una vita minore



Metodo del piano critico (Critical plane model): Findley

- Il piano critico, secondo il criterio di Findley, è dato dalla massimizzazione della quantità a destra nell'eq. precedente.



- Nel caso di torsione: il massimo si ottiene per 82° circa

- La previsione di vita la si fa eguagliando il criterio alla Retta di Basquin (in taglio)

$$\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma_n = \tau_f^* \left(N_f\right)^b$$

- Dove $\tau_f^* = \sqrt{1+k^2}\tau_f'$ e k=1.04