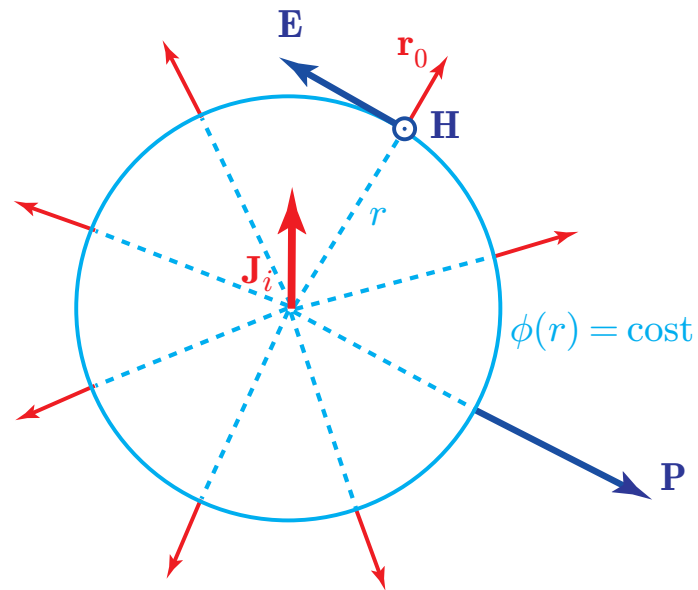


L'irradiazione elettromagnetica

Campo prodotto da una sorgente elettrica "puntiforme" in un mezzo omogeneo privo di dissipazioni



I raggi elettromagnetici scaturiscono dal punto (e.g., origine delle coordinate) in cui è posta la sorgente.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-j\kappa_0\Phi(r)}$$

con $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{H}_0 \perp \mathbf{r}_0 \parallel \mathcal{P}$

Nel mezzo omogeneo e privo di dissipazioni, $\Phi(r) = n r$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-jkr}$$

e, considerata la sfera di generica superficie S centrata sulla sorgente, per la conservazione dell'energia

$$\mathcal{R}e \left[\iint_S \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*}{2} \cdot \mathbf{n} dS \right] = \mathcal{R}e \left[\iint_S \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}_0^*}{2} \cdot \mathbf{r}_0 dS \right] = \text{cost} \quad \forall S$$

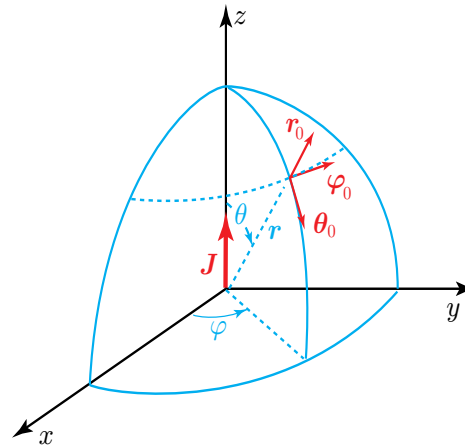
\mathbf{E}_0 e \mathbf{H}_0 non possono quindi essere indipendenti dalle coordinate, ma, nell'approssimazione di ottica geometrica, devono decrescere come $\frac{1}{r}$

I valori iniziali di \mathbf{E}_0 e \mathbf{H}_0 dipendono inoltre dalla corrente di sorgente

Se si ricava \mathbf{H} dalla prima equazione di Maxwell e si sostituisce nella seconda,

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} - \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} = j\omega\mu \mathbf{J}_i$$

equazione non omogenea vettoriale che può essere risolta con l'ausilio dei potenziali elettrodinamici



Assunta $\mathbf{J}_i = J_i \mathbf{z}_0$ centrata sull'origine di un sistema di coordinate sferiche, se J_i è indipendente da φ (simmetria assiale), anche \mathbf{E}_0 e \mathbf{H}_0 sono indipendenti da φ , ma dipendono in generale da θ oltre che da r .

Definito il *momento* della sorgente

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{z_0} = \iiint_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') dV$$

il campo elettromagnetico irradiato è

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\eta \mathcal{M}}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \cos \theta \mathbf{r}_0 \\ &+ \frac{j\omega \mu \mathcal{M}}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{k^2 r^2} \right) e^{-jkr} \sin \theta \boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathbf{H} &= \frac{jk\mathcal{M}}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \sin \theta \boldsymbol{\phi}_0 \end{aligned}$$

proporzionale a \mathcal{M}

- **H**
 - è ortogonale alla direzione della sorgente e alla direzione radiale
- **E**
 - giace in un piano meridiano, contenente la direzione della sorgente

Le espressioni dei campi contengono somme di potenze di $\frac{1}{jkr} = \frac{1}{j\beta r} = \frac{1}{j2\pi} \frac{\lambda}{r}$

per cui, a seconda del rapporto $\frac{r}{\lambda}$

- possono prevalere i termini di ordine massimo o minimo
- può prevalere il componente meridiano di **E** rispetto a quello radiale

- a distanza “piccola” (rispetto a λ) dalla sorgente

$$E \propto \frac{1}{r^3} \quad H \propto \frac{1}{r^2}$$

come nel caso statico di dipolo elettrico o magnetico

il campo nelle “vicinanze” (rispetto a λ) della sorgente è detto *campo di induzione*

il campo di induzione può essere elevato anche se la potenza erogata dalla sorgente è bassa (predomina la potenza reattiva)

- a “grande” (rispetto a λ) distanza dalla sorgente

$$\mathbf{E} \simeq j \eta \frac{\mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta \boldsymbol{\theta}_0; \quad \mathbf{H} \simeq j \frac{\mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta \boldsymbol{\phi}_0; \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}}{\eta}$$

il campo è detto *campo di radiazione* e trasporta la potenza erogata (irradiata) dalla sorgente

Il campo di radiazione

- è un'onda sferica, la cui ampiezza decresce come $\frac{1}{r}$, come richiesto dalla conservazione dell'energia
- \mathbf{E} e \mathbf{H} sono trasversi tra loro e a \mathbf{r}_0 (direzione del trasporto dell'energia e direzione locale di propagazione)
- il rapporto tra E e H è l'impedenza intrinseca del mezzo

il campo *asintotico* ha le proprietà di un raggio elettromagnetico.

Condizioni di radiazione:

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow \infty} |r\mathbf{E}| &= \text{cost} & \lim_{r \rightarrow \infty} |r\mathbf{H}| &= \text{cost} \\ \lim_{r \rightarrow \infty} [\mathbf{r}_0 \times \eta\mathbf{H} + \mathbf{E}] &= 0 & \lim_{r \rightarrow \infty} [\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E} - \eta\mathbf{H}] &= 0\end{aligned}$$

Irradiazione da sorgente corta filiforme

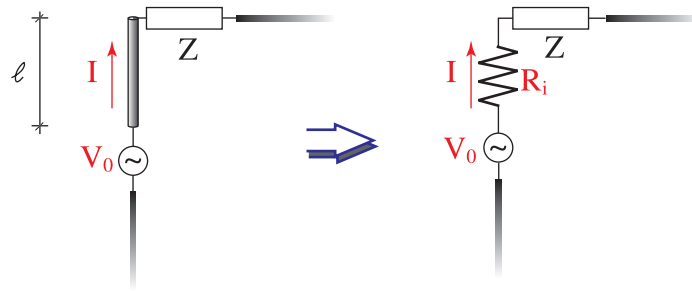
Nel caso di sorgente cilindrica corta e sottile, con \mathbf{J}_i indipendente dalle coordinate, $\mathcal{M} = I\ell$, se ℓ è la lunghezza del cilindro e I la corrente in esso.

Il campo di radiazione è

$$\mathbf{E}_\infty(\mathbf{r}) = j \frac{\eta I}{2} \frac{\ell}{\lambda} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin \theta \boldsymbol{\theta}_0; \quad \mathbf{H}_\infty = \frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}_\infty}{\eta}$$

la potenza irradiata è proporzionale a $\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$: se la sorgente è corta rispetto a λ , essa irradia “poco”

per il generatore, il filamento di corrente che irradia equivale a una resistenza R_i (*resistenza di radiazione*) che dissipa la potenza W_i irradiata



$$W_i = \frac{1}{2\eta} \oiint_S |E_\infty|^2 dS$$

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{1}{2\eta} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E_\infty|^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{2\eta} \frac{\eta^2 I^2}{4} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{r^2} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\eta}{8} I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{\pi}{3} \eta I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \end{aligned}$$

$$R_i = \frac{2W_i}{I^2} = \frac{2}{3} \pi \eta \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

qualunque elemento di circuito percorso da corrente è una sorgente che irradia

se $\ell \ll \lambda = \frac{c_0}{f}$, la sorgente è “corta” e l’elemento di circuito irradia “poco”, ovvero presenta una bassa resistenza di radiazione

per dimensioni ℓ dell’ordine del centimetro, almeno sino a frequenze dell’ordine delle centinaia di MHz ($\lambda \simeq 1$ m), la radiazione è trascurabile e i circuiti possono essere analizzati con le approssimazioni *quasi statiche*

a microonde l’effetto dell’irradiazione è apprezzabile e la teoria dei circuiti inadeguata

Le antenne

Le antenne irradiano (agiscono da sorgente) e captano il campo elettromagnetico

Parametri delle antenne

Diagramma di radiazione

Campo a grande distanza di una sorgente generica

$$\mathbf{E}_\infty(\mathbf{r}) = C \frac{e^{-j\beta r}}{r} \mathbf{f}(\theta, \phi)$$

i primi due fattori sono gli stessi qualunque sia la sorgente

il terzo dipende da dimensioni, forma e distribuzione spaziale delle correnti ed è quindi caratteristico dell'antenna

le proprietà radiative di un'antenna sono descritte

– in ampiezza e fase dal *diagramma di radiazione in campo*

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = r e^{j\beta r} \mathbf{E}_\infty(r, \theta, \phi) = F_\theta(\theta, \phi) \boldsymbol{\theta}_0 + F_\phi(\theta, \phi) \boldsymbol{\phi}_0$$

– in potenza dal *diagramma di radiazione in potenza*

$$P(\theta, \phi) = r^2 \frac{1}{2} |\mathbf{E}_\infty \times \mathbf{H}_\infty^*| = \frac{1}{2\eta} |\mathbf{F}(\theta, \phi)|^2$$

Il diagramma di radiazione in potenza è la densità di potenza irradiata per unità di angolo solido (W ster^{-1})

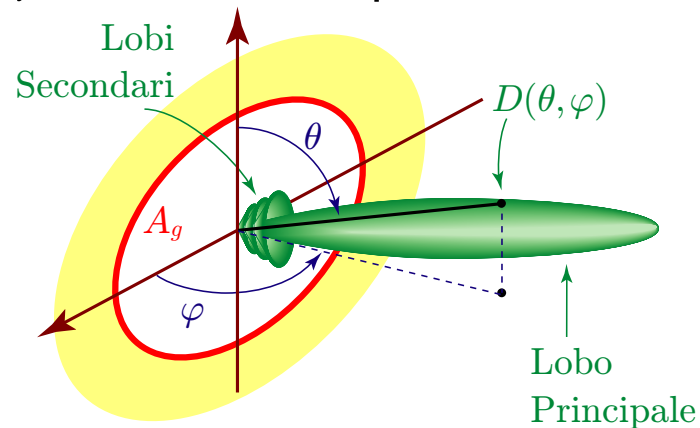
I diagrammi di radiazione dipendono dalla potenza irradiata per avere un parametro che dipende solo dall'antenna si definisce la *Funzione di direttività*:

diagramma di radiazione in potenza normalizzato alla densità angolare media di potenza irradiata (trasmessa):

$$D(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{\frac{W_T}{4\pi}}$$

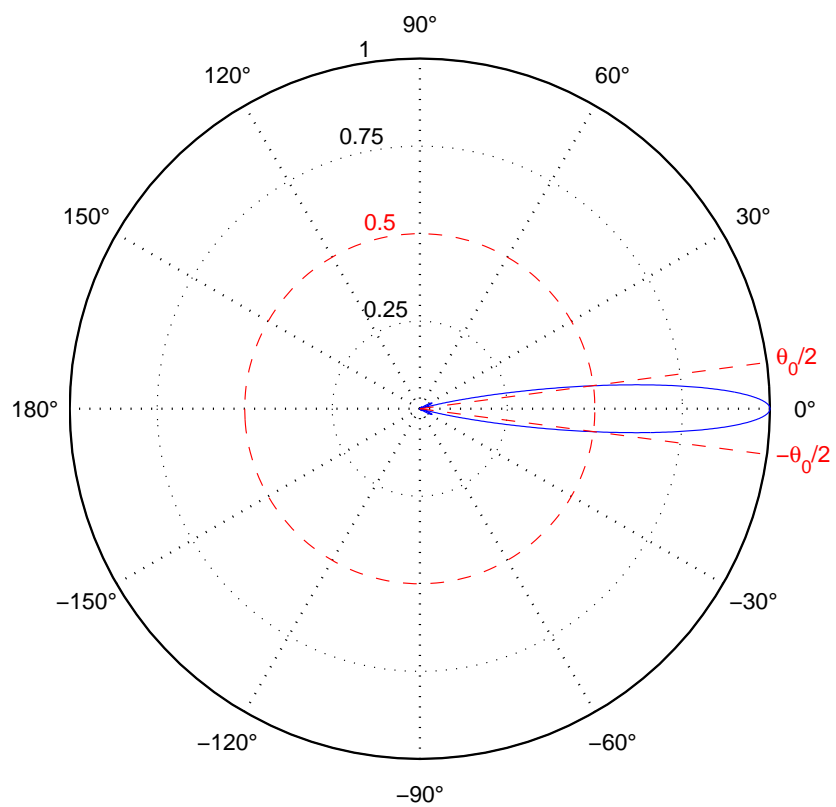
La *direttività* di un'antenna è il valore massimo di $D(\theta, \phi)$

Rappresentazione di $D(\theta, \phi)$ in coordinate polari

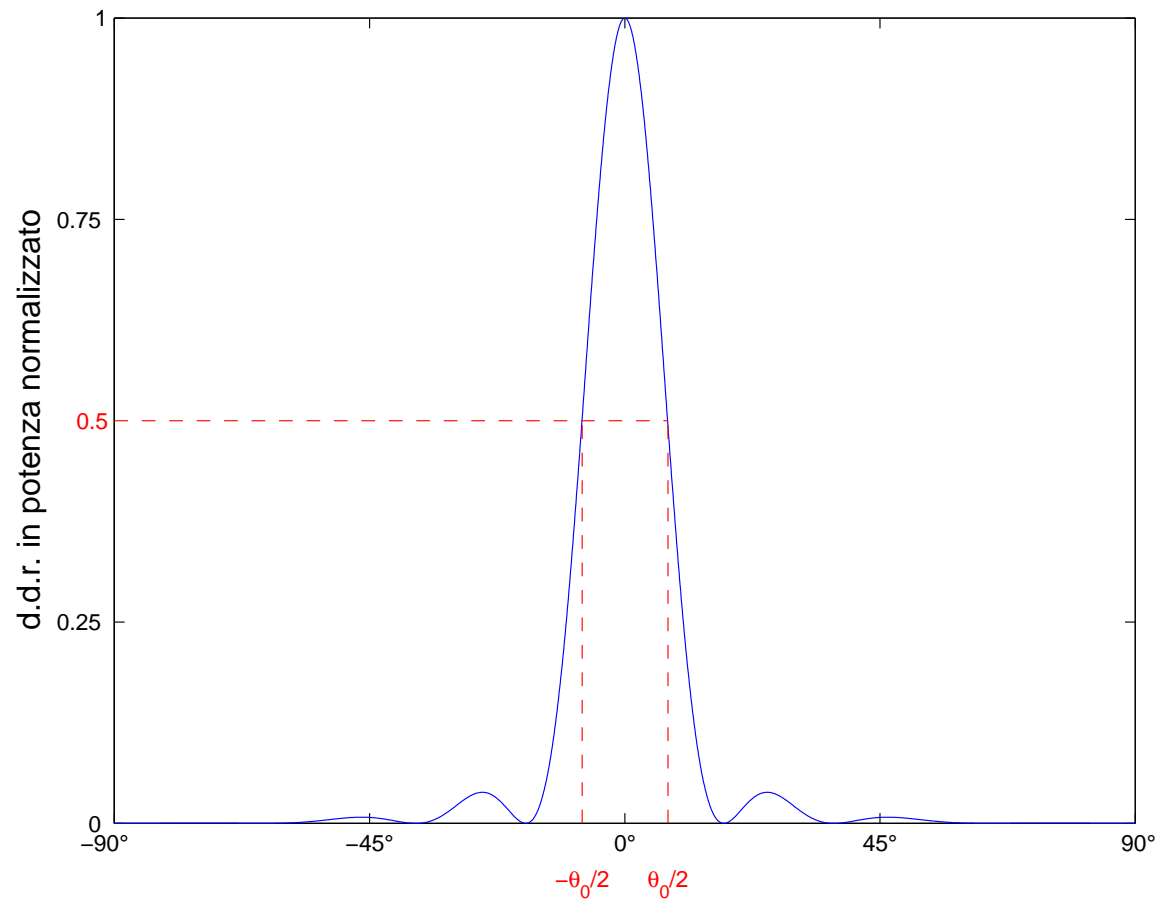


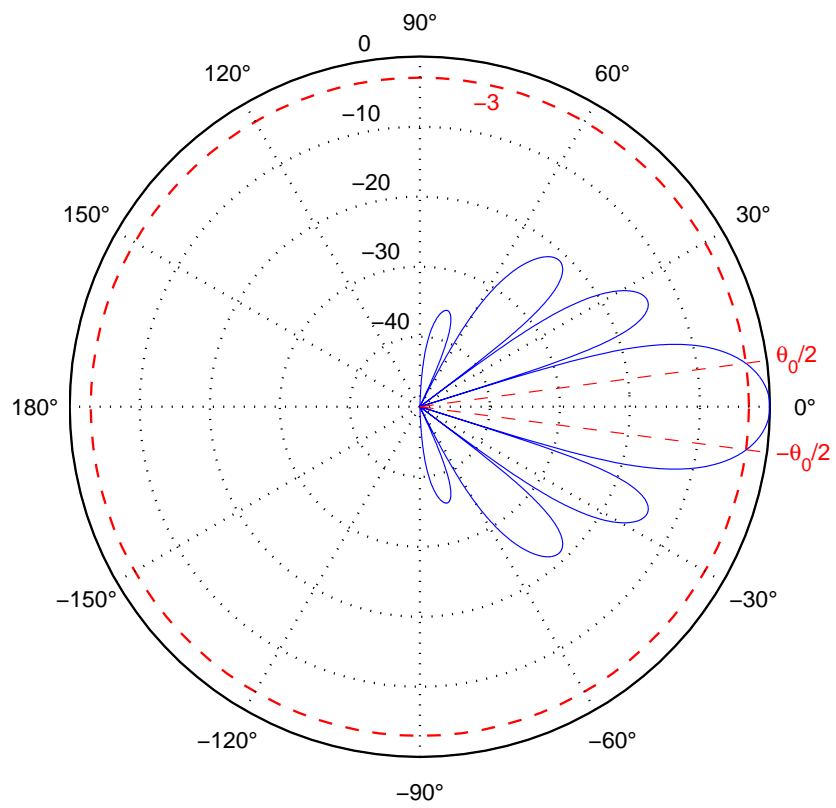
Spesso sezioni in piani particolari (e.g. (x, z) , (y, z))

θ_0 (angolo a metà potenza (o larghezza) del *lobo d'antenna* nel piano considerato):
angolo tra le direzioni a cui il d.d.r. in potenza si riduce a 0.5 del valore max

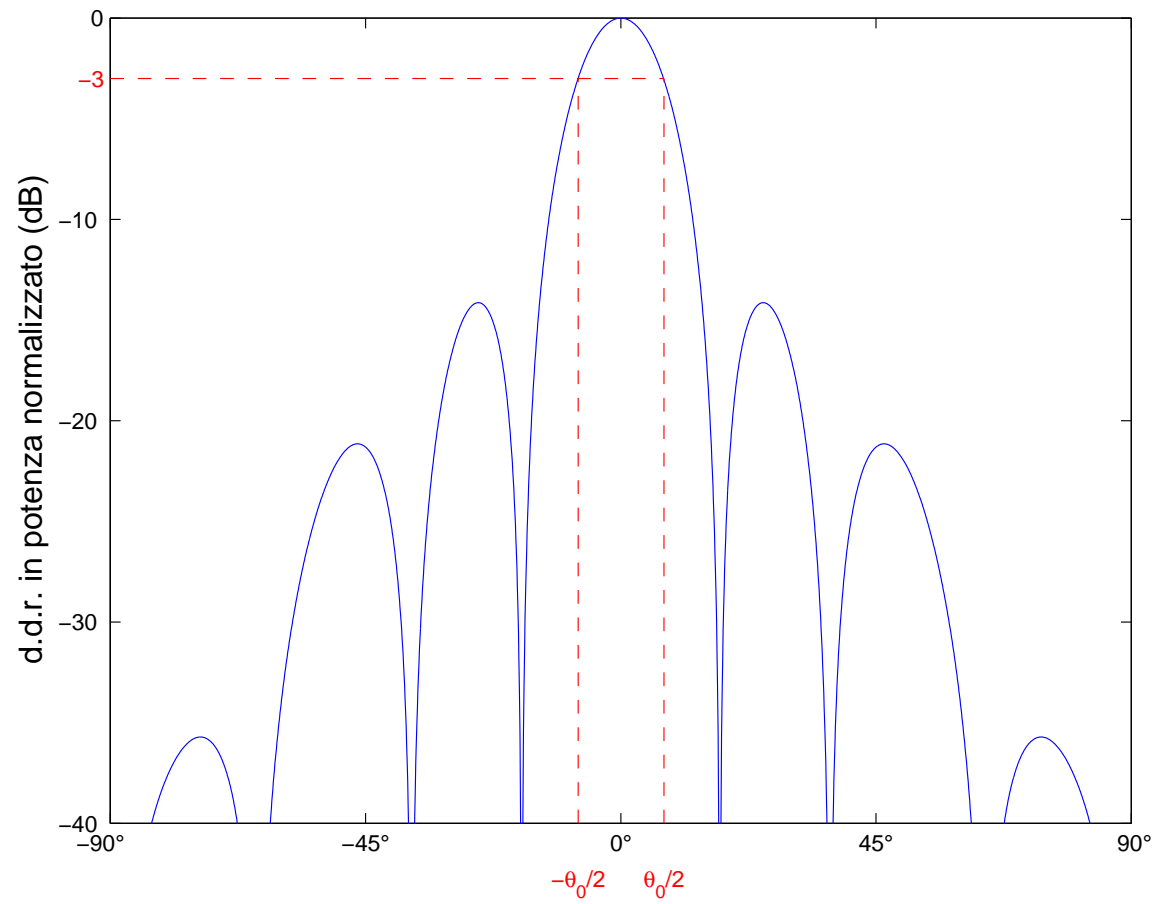


d.d.r. in potenza normalizzato





d.d.r. in potenza normalizzato (dB)



Un'antenna opera sia in trasmissione sia in ricezione

Area equivalente

$$A_{ep}(\theta, \phi) = \frac{W_{rp}(\theta, \phi)}{\mathcal{P}}$$

potenza ricevuta W_{rp} normalizzata alla densità superficiale \mathcal{P} di potenza incidente

A_{ep} dipende dalla polarizzazione del campo incidente

l'area equivalente di un'antenna "ad apertura" è una frazione dell'area geometrica

$$A_e = \eta_A A_g \quad \eta_A \leq 1$$

η_A è il *rendimento di apertura*

se si riuscisse a realizzare una distribuzione di correnti impresse uniforme sull'apertura,

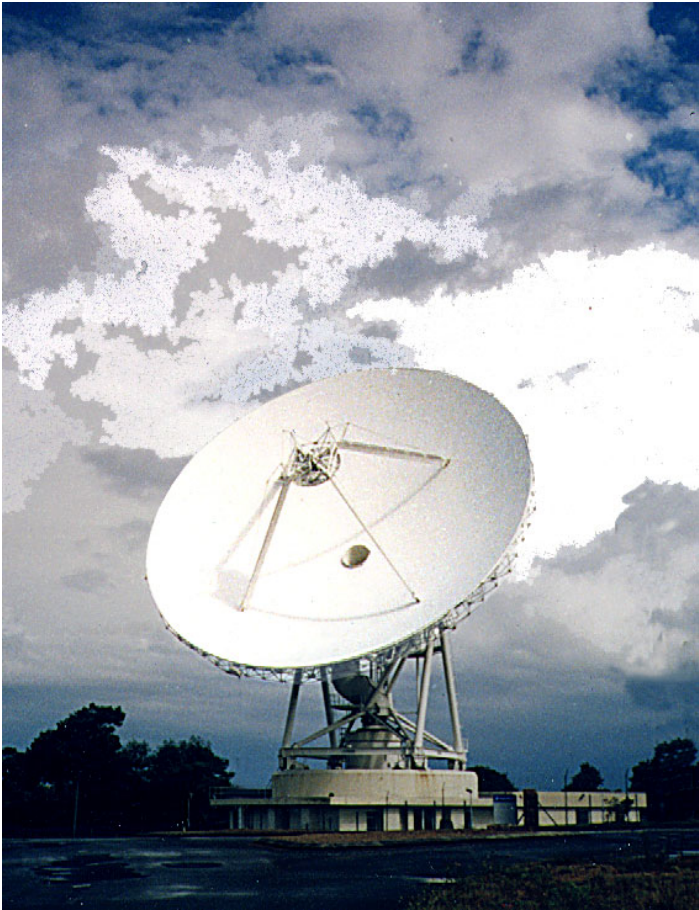
l'area equivalente coinciderebbe con quella geometrica

in pratica, $0.5 \lesssim \eta_A \lesssim 0.8$

proporzionalità tra area equivalente e direttività

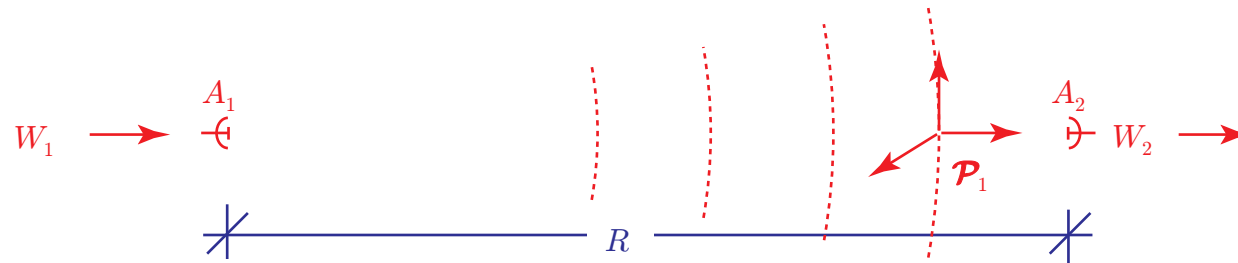
$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi)$$

Esempi di antenne ad apertura



Il collegamento radio

Due antenne A_1 e A_2 a distanza “grande”



$$W_2 = A_{e2} \mathcal{P}_1$$

\mathcal{P}_1 è la densità superficiale di potenza che A_1 crea sul piano di bocca di A_2

$$\mathcal{P}_1 = \frac{1}{2} E_1 H_1^* = \frac{1}{2} E_{10} H_{10}^* e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds} = \frac{P_1}{R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

se

E_{10} e H_{10} sono i campi in assenza di attenuazione;

k_j è l'attenuazione specifica del mezzo attraversato

$$\mathcal{P}_1 = \frac{D_1 W_1}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

coefficiente di trasmissione tra le due antenne:

$$T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{D_1 A_{e2}}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

se le antenne sono ad apertura, in funzione delle aree geometriche delle antenne

$$T_{12} = \eta_{A1} \eta_{A2} \frac{A_{g1} A_{g2}}{(\lambda R)^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

il coefficiente di trasmissione

- cresce con le dimensioni delle antenne
- decresce con il quadrato della distanza
- cresce con la frequenza, a meno che il fattore di attenuazione, che dipende dalla frequenza, non ne alteri la dipendenza
- non dipende dal verso di trasmissione (se il mezzo è reciproco)

Il radar

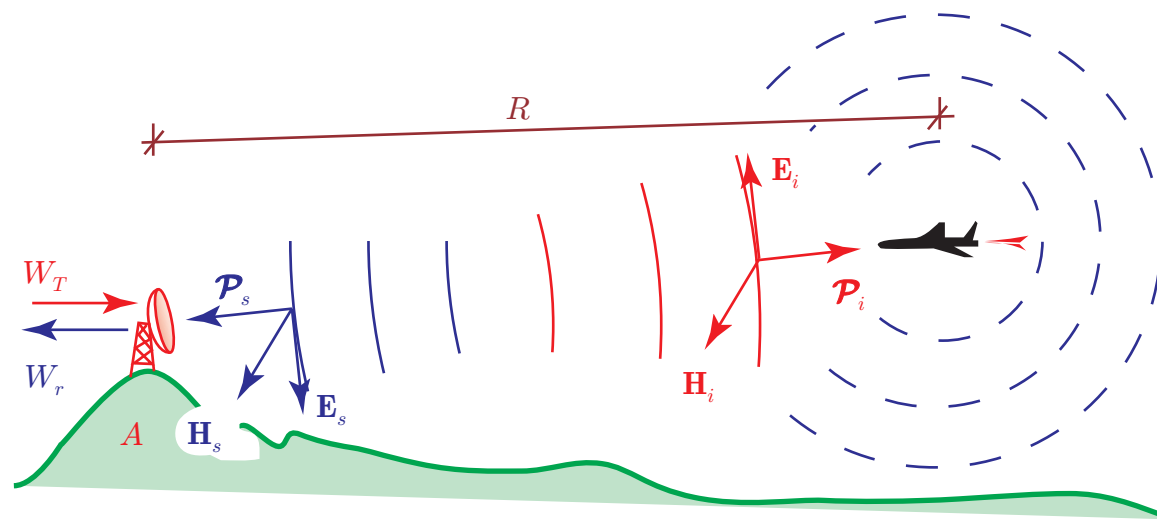
rileva la presenza di un oggetto captando una (**piccolissima**) parte della potenza riflessa (eco radar),

determina la *direzione* in cui si trova (direzione di “puntamento” dell’antenna)

misura *distanza* (tempo intercorso tra irradiazione e captazione)

velocità radiale (spostamento Doppler)

e (sistemi sofisticati) ne **identifica** alcune *caratteristiche* (caratteristiche dell’eco)



quando il radar trasmette la potenza W_T , sull'oggetto incide un'onda localmente piana e uniforme che trasporta una densità superficiale di potenza

$$\mathcal{P}_i = \frac{DW_T}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

i materiali di cui è costituito l'oggetto hanno $\epsilon \neq \epsilon_0$ e spesso $g \neq 0$ (eventualmente $\mu \neq \mu_0$) per cui si ha riflessione dell'onda incidente

la potenza riflessa viene reirradiata nelle varie direzioni \mathbf{r}_{0s} (*scattering*) secondo una funzione di reirradiazione $\sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s})$ tipica dell'oggetto (forma, dimensioni, materiali) e analoga al diagramma di radiazione in potenza di un'antenna nella direzione $\mathbf{r}_{0s} = -\mathbf{r}_{0i}$ è inviata una densità angolare di potenza

$$P_s(\mathbf{r}_{0i}, -\mathbf{r}_{0i}) = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi}$$

cui corrisponde una densità superficiale di potenza alla distanza R

$$\mathcal{P}_s = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds} = \frac{D W_T \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} e^{-4 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds}$$

l'antenna (di solito ricetrasmittente) A capta la potenza

$$W_r = A_e \mathcal{P}_s = \frac{A_e D \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} W_T e^{-4 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds} = \frac{\eta_A^2 A_g^2 \sigma_b}{4\pi \lambda^2 R^4} e^{-4 \int_0^R k_j(\lambda, s) ds} W_T$$

equazione del radar

la potenza captata può essere molto bassa ($R_{MAX} \gtrsim 100$ km, attenuazione atmosferica)

sono richiesti sistemi di ricezione sofisticati, alte potenze (anche MW), grandi antenne