

**MATEMÁTICAS****UN PASEO POLO SISTEMA SOLAR  
O tamaño do Sistema Solar e o movemento dos  
planetas**

**RODRÍGUEZ MAYO, Francisco M.**  
*I.E.S. de Carril - VILAGARCÍA DE AROUSA*

**INTRODUCCIÓN**

Nas pasadas JAEM, algúns dos poñentes preguntábanse ¿como é posible que persoas que se definen cultas presuman da súa ignorancia científica e da súa aversión ás Matemáticas?

Podemos atopar algunha explicación na evolución da cultura e no carácter “antidogma” da ciencia que provocou o seu rexeitamento ó cuestionar as ideas nas que se apoiaba a ideoloxía dominante, exemplos coma Galileo ou Darwin corroboran esta afirmación.

Pero na actualidade a situación semella diferente. Estamos nun mundo no que unha persoa sen sólidos coñecementos científicos e técnicos perde rapidamente os seus referentes e deixa de entender a sociedade na que lle toca vivir pero, a pesar de todo eso, a ciencia e as Matemáticas seguen sendo moi pouco atractivas para os cidadáns en xeral e para moitos dos nosos alumnos en particular.

Dicía Dolores, unha extraordinaria muller dunha aldea de Muros, que o que máis lamentaba fora deixar a escola para traballar e non aprender a ler. Nas nosas aulas temos moitos rapaces que tamén botarán de menos non entender a ciencia e rexeitar as Matemáticas pero a responsabilidade dese rexeitamento en parte é nosa.

Seguimos facendo nas aulas unhas Matemáticas pechadas en con poucos ou ningún referentes “de cultura xeral“, entendendo por tal a que unha persoa necesita para comprender a sociedade e o seu papel nela.

Pode argumentarse que para mostrar o valor das Matemáticas como ferramenta para a descrición da realidade é necesario un nivel de coñecementos moi superior ó da ESO.

A seguinte proposta, dirixida a 4º de ESO, é un percorrido pola historia do coñecemento e pretende inscribir o coñecemento matemático no marco máis amplo da cultura, en particular do coñecemento do Cosmos.

Un segundo obxectivo é que o alumno aprenda a valorar o inxenio humano. Como cuns instrumentos moi sinxelos e co razoamento foron capaces os nosos ancestros de construír os coñecementos que agora nos resultan tan familiares.

A proposta consta de dúas partes:

· **O tamaño do Sistema Solar:** Na que fai un percorrido polas modelos do Universo ata Kepler facendo fincapé nos métodos utilizados para medir o tamaño e as distancias entre os obxectos que forman o Sistema Solar.

Esta parte está recollida nun artigo que se publicará proximamente no Boletín das Ciencias de ENCIGA, polo que aquí só se inclúe un pequeno guión.

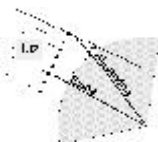
· **O funcionamento do Sistema Solar, Kepler e Newton:** Utilizando coñecementos elementais de vectores e cónicas, modelos de simulación sinxelos e coa axuda de calculadoras gráficas trátase de comprobar as Leis de Kepler a partir da LGU. É en realidade unha reformulación doutra proposta, presentada no VIII congreso e dirixida a 3º de BUP. Un dos obxectivos desta ponencia é demostrar que o “nivel” dos alumnos non é un obstáculo infranqueable para facer “boas” Matemáticas.

## O TAMAÑO DO SISTEMA SOLAR

**1.- A Terra plana:** Primeiras estimacións do tamaño da Terra Hecateo (600 a.p.).



**2.- A Terra esférica:** Eratóstones (276-196 a.p.) calcula o radio da Terra.



**3.- O tamaño da Lúa:** Aristarco (310-230 a.p.) e Hiparco (190-120 a.p.)



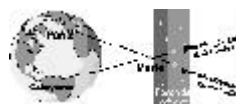
**4.- Distancia Terra-Lúa:** Sabendo o tamaño da Lúa é doado averiguar a súa distancia.



**5.- Distancia Terra-Sol:** Aristarco tamén ideou un método para calcular esa distancia.

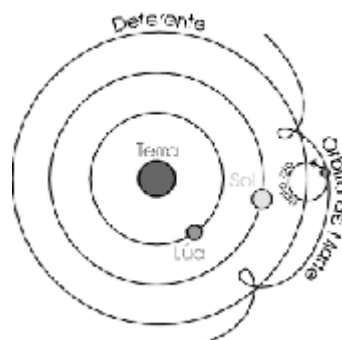


**6.- Distancia Terra-Marte:** Calculárona en 1671 mediante paralelaxe Jean Ritcher e Giovanni Casini



## O FUNCIONAMENTO DO SISTEMA SOLAR

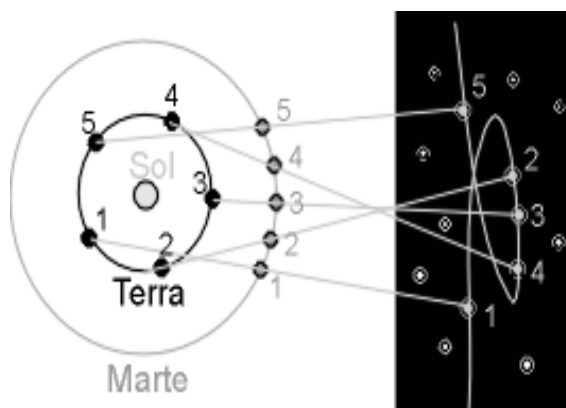
Os planetas, vistos desde a Terra, describen un complicado movemento contra o fondo das estrelas. Para explicalo Apolonio (262-180 a.p.) e Hiparco (s. II a.p.) propuxeron un modelo no que os planetas xiraban unidos a esferas transparentes mediante unha roda excéntrica que tamén xiraba ó xirar a esfera. É o **modelo xeocéntrico**.



A medida que as observacións se facían máis precisas, o modelo foi facéndose cada vez máis complexo: para o Sol só necesitaban un epiciclo pero para algúns planetas utilizábanse ata 12.

O **modelo heliocéntrico** de Nicolás Copérnico (1473-1543) permitía describir o movemento dos planetas igual de ben que o de Tolomeo, pero era máis simple.

Copérnico supoñía que as órbitas eran circulares e os movementos uniformes, polo que seguía necesitado de epiciclos para corrixir as irregularidades das órbitas. Non foi ata a chegada de Kepler (1571-1630) que o modelo heliocéntrico adquiriu toda a súa validez e elegante simplicidade.



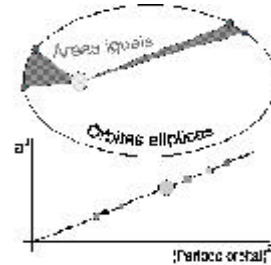
- Iª lei de Kepler:** Os planetas móvense ó redor do Sol seguindo órbitas elípticas co Sol situado nun dos focos.
- IIª lei de Kepler:** As áreas cubertas polos radios vectores en tempos iguais son iguais.

**IIIª lei de Kepler:** Os cadrados dos períodos son proporcionais os cubos das distancias medias ó Sol.

As Leis de Kepler son só unha descrición moi axeitada do Sistema Solar. Foi a LGU de Isaac Newton (1642-1727) a que permitiu comprender por que as órbitas son xustamente así.

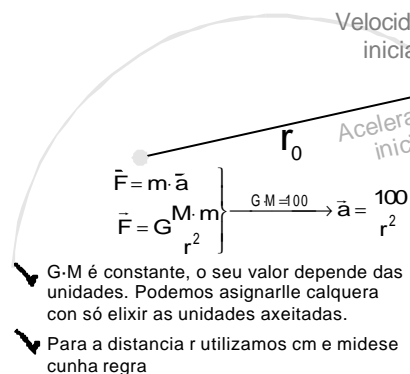
A Lei da Gravitación Universal afirma que entre dous obxectos establécese unha forza proporcional as súas masas e inversamente proporcional ó cadrado das distancias.

*¿Como é posible que a mesma forza que fai caer unha mazá da árbore sexa a que rexe os movementos dos planetas?.*



## SIMULACIÓN DUNHA ÓRBITA.

Utilizando operacións elementais con vectores e a LGU podemos construír un modelo de simulación sinxelo para a órbita dun obxecto nun campo gravitatorio:

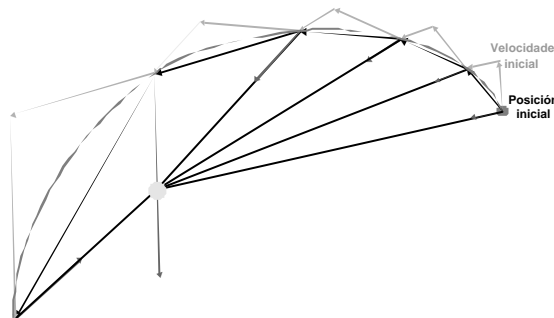
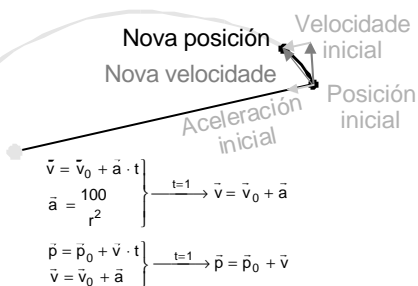


Repetindo obtemos unha serie de puntos ó largo da órbita do astro.

**1ª Lei de Kepler:** É posible automatiza-la simulación mediante un sinxelo programa nunha calculadora gráfica ou nun ordenador.

O seguinte é un programa<sup>1</sup> para (TI-81 ou superior). As unidades que emprega son millóns de quilómetros para a

Supoñemos constante a aceleración en intervalos de tempo 1.



<sup>1</sup> O desenvolvemento do programa pode verse con máis detalle nas actas do VIII Congreso de ENCIGA.

posición e quilómetros por hora para a velocidade (antes de executalo é necesario axusta-la ventana de visualización).

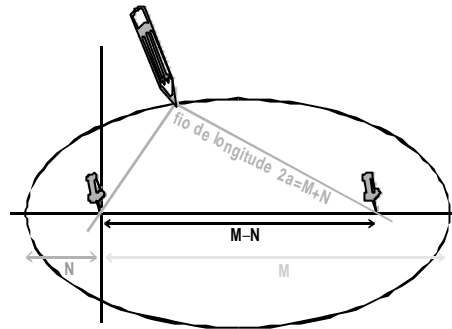
A exactitude da aproximación pode axustarse variando o valor de T (o valor proposto é 5 horas), un valor menor aumenta a precisión pero tamén o tempo de execución.

Permite dete-la simulación pulsando [(-)] (reanúdase con [ENTER]) e obter diferentes posicións do astro relativas a uns eixes centrados no Sol.

Almacena en M e N as distancias máxima e mínima ó Sol.

**Actividades:** Obter diferentes tipos de órbitas e comprobar a 1ª Lei de Kepler.

Para debuxar a elipse correspondente á órbita non son necesarias complicadas ecuacións, só precisamos dun fio:

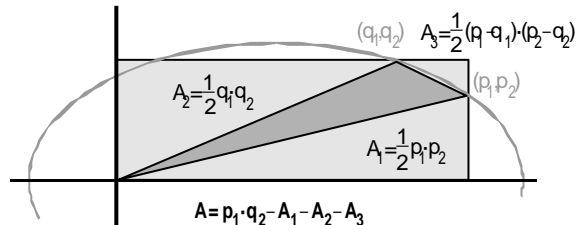


**2ª Lei de Kepler:** Utilizamos un programa, modificación do anterior, que pulsando [(-)] proporciona dúas posicións na órbita separadas por un intervalo fixado con anterioridade.

```

FnOff:PlotsOff:AxesOff      15→T                      Then                          A+V*T→A
ZSquare                     Circle(0,0,1*ΔX)          Text(49,0,'x1:')             B+W*T→B
ClrHome:ClrDraw             Lbl 1                      Text(49,11,A)                Line(0,0,A,B)
1.69428672→K                √(A²+B²)→D                Text(57,0,'y1:')             End
Disp "POSICIÓN (A,B)"       K/D³→D                     Text(57,11,B)                Text(49,51,'x2:')
Prompt A,B                  V-A*D*T→V                  Line(0,0,A,B)                Text(49,62,A)
Disp "VELOCIDADE (V,W)"     W-B*D*T→W                  For(I,1,S)                    Text(49,51,'y2:')
Prompt V,W                   A+V*T→A                     √(A²+B²)→D                   Text(57,62,B)
Disp "INTERVALO"           B+W*T→B                     K/D³→D                         Pause
Prompt S                     Pt-On(A,B)                  V-A*D*T→V                       End
V/1000000→V                 If getKey=104                W-B*D*T→W                       Goto 1
W/1000000→W
    
```

Calcula-la área dos “triángulos” a partir dos vértices é un **problema** interesante que pode resolverse sin necesidade do produto escalar:



**BIBLIOGRAFÍA**

**Cosmos:** Carl Sagan.

**El Universo:** Issac Asimov.

**La revolución Copernicana:** Thomas S. Kuhn