

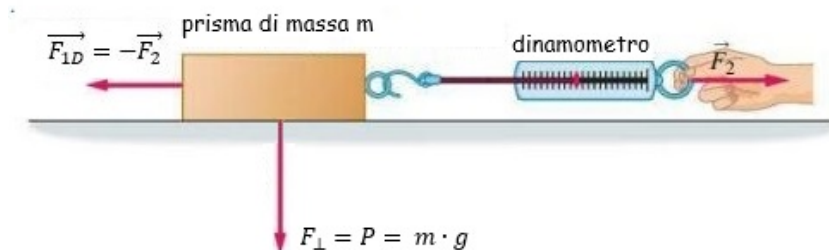
## Misura sperimentale del coefficiente di attrito statico

### Introduzione

Lo scopo di questa prova di laboratorio è quello di misurare sperimentalmente il coefficiente di attrito statico  $\mu_S$  tra superfici di diverso materiale attraverso la determinazione della forza di primo distacco  $F_{1D}$  e di dimostrare che il coefficiente di attrito statico  $\mu_S$  dipende dalla natura delle superfici dei materiali a contatto e non dall'estensione della superficie. Nelle prove sperimentali la superficie orizzontale è in legno lamellare Douglas sul quale è stato posto un prisma sempre in legno avente superfici di diversa natura: legno, feltro e plexiglass. Sono state effettuate più prove così da ottenere dei valori medi e i valori ottenuti sono stati poi confrontati per classificare i vari coefficienti di attrito statico tra le diverse superfici di contatto. Sono state effettuate due tipologie di prove:

#### Prima prova su piano orizzontale come in figura:

un prisma rettangolare di massa  $m$  viene posizionato su una superficie sul quale è libero di scorrere a meno dell'attrito e con una forza misurata attraverso un dinamometro viene indotto il movimento. Il prisma resiste al movimento con le forze di attrito fino al momento del distacco



Nota la massa e quindi il peso del prisma e la forza di primo distacco, il coefficiente di attrito statico si determina con la formula:

$$\mu_S = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}}$$

dove:

$\mu_S$  è il coefficiente di attrito statico tra le due superfici

$F_{1D}$  è la forza di primo distacco misurato con il dinamometro

$F_{\perp}$  è la forza premente sulla superficie, cioè è la componente perpendicolare della forza che agisce sul corpo e che tiene in contatto le due superfici. Nel nostro caso  $F_{\perp}$  è il peso del corpo in quanto la superficie è orizzontale.

#### Seconda prova su piano inclinato come in figura:

Un prisma rettangolare di massa  $m$  viene posizionato su di una superficie inclinata sul quale è libero di scorrere a meno dell'attrito. La forza che induce il movimento è la componente del peso parallela al piano

$$F_{//} = P \sin \alpha$$

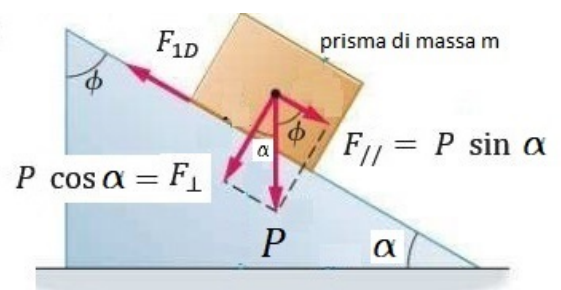
mentre la forza che contribuisce all'attrito è la componente del peso perpendicolare al piano

$$F_{\perp} = P \cos \alpha$$

Il prisma resiste al movimento con le forze di attrito fino al momento del distacco in cui  $F_{1D} = P \sin \alpha$  per cui

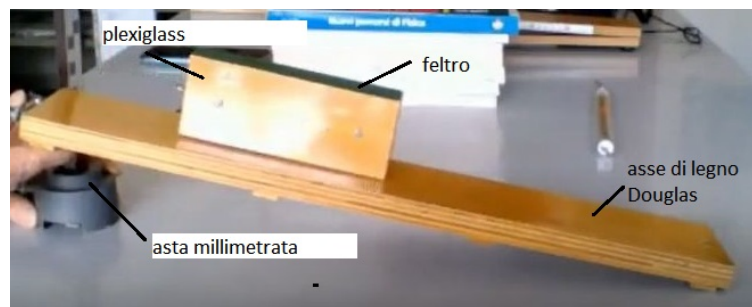
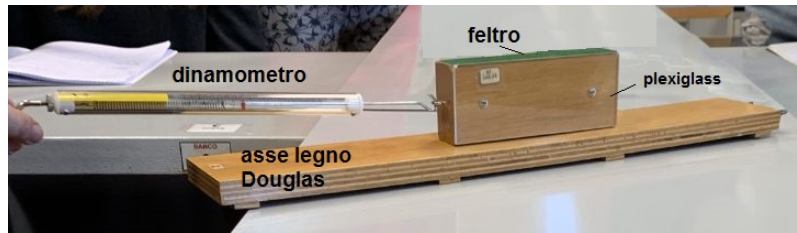
$$\mu_S = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \tan \alpha$$

La misura del coefficiente di attrito statico viene ricavata dalla misura dell'angolo  $\alpha$  al momento del distacco.



Elenco dei Materiali e degli Strumenti impiegati

Materiali usati:



asse lamellare di legno Douglas

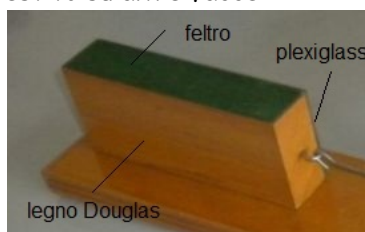


Per la determinazione della massa del prisma rettangolare: bilancia elettronica  
Sensibilità 0.01 grammi  
Portata 2 kg



asta millimetrata con due bandiere  
portata 1 metro  
sensibilità 1 mm

Corpo di legno prisma rettangolare dotato di gancio per il dinamometro  
Rivestito con feltro (verde) e plexiglass  
Non rivestito su altre facce



Plexiglass=polimetilmetacrilato, in forma abbreviata PMMA. E' una materia plastica.  
Feltro=è una stoffa realizzata in pelo animale, solitamente lana.

per la misurazione della forza:  
dinamometro portata 1 N  
sensibilità 0.01N  
per dinamometro portata da 10 N  
sensibilità 0.1N

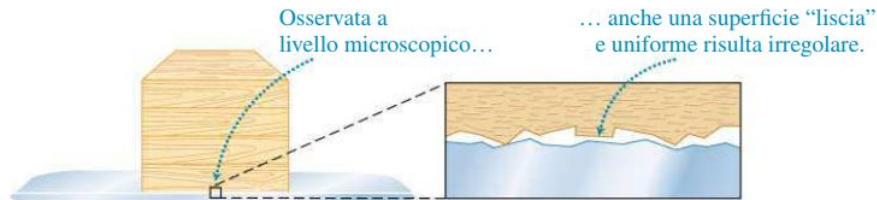


Per la misura delle dimensioni dell' asse  
metro flessibile  
Portata 3 mt  
Sensibilità 1 mm



### Introduzione Teorica Generale

L'origine dell'attrito è dovuto alla natura delle superficie dei due materiali che vengono in contatto. Se guardiamo le due superfici con un microscopio notiamo che quello che sembra al nostro tatto una superficie liscia e regolare presenta invece creste ed avvallamenti



La resistenza allo scorrimento tra le superfici è la forza di attrito: è una forza che si oppone al moto. L'attrito dipende da molti fattori:

- dal materiale
- dalla finitura delle superfici
- dal moto tra le due superfici che può essere di strisciamento o di rotolamento
- dalla natura dei corpi, per esempio un corpo solido che si muove all'interno di un fluido come l'acqua o l'aria

L'attrito viene quindi classificato nei seguenti gruppi:  
per i corpi solidi:

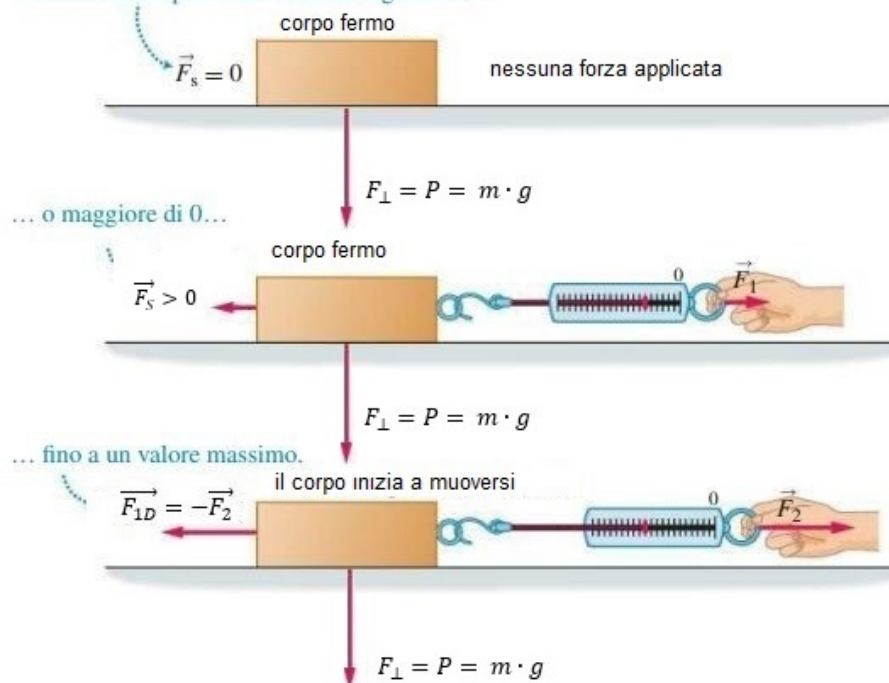
- attrito RADENTE: è la resistenza di scivolamento tra un corpo e l'altro
- attrito VOLVENTE: è la resistenza al rotolamento tra i due corpi

se uno dei due corpi è un fluido:

- attrito VISCOSO: è la resistenza di avanzamento del corpo solido nel fluido

Nella prova di laboratorio abbiamo sperimentato solo l'attrito di distacco tra due superfici che prende il nome di ATTRITO RADENTE STATICO: la determinazione della forza di distacco viene ricavata aumentando per piccoli incrementi la forza applicata fino al punto di inizio del movimento del corpo.

L'attrito statico può avere intensità uguale a 0...



La forza di distacco  $F_{1D}$  è la forza nell'istante in cui il corpo inizia a muoversi.

Essa è chiamata forza massima di attrito statico o forza di attrito al distacco e le sue caratteristiche sono:

- non dipende dall'area della superficie di contatto
- è direttamente proporzionale alla forza di contatto tra le superfici ( $F \propto F_{\perp}$ ), dove la forza di contatto tra le superfici  $F_{\perp}$  e' il peso del corpo.

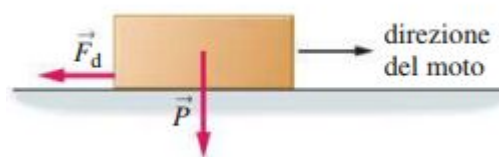
La forza di attrito al distacco si ricava sperimentalmente ed è rappresentata dalla seguente formula:

$$F_{1D} = \mu_S \cdot F_{\perp}$$

La costante  $\mu_S$  si chiama coefficiente di attrito statico ed è adimensionale.

I valori possono variare tra valori molto piccoli fino a valori prossimi o superiori a 1

Una volta che è avvenuto il distacco, inizia il moto ed è necessaria una forza minore per tenere in moto uniforme il corpo.



La forza  $F_d$  viene chiamata forza di attrito dinamico ed e' proporzionale solo alla forza di contatto tra le superfici.

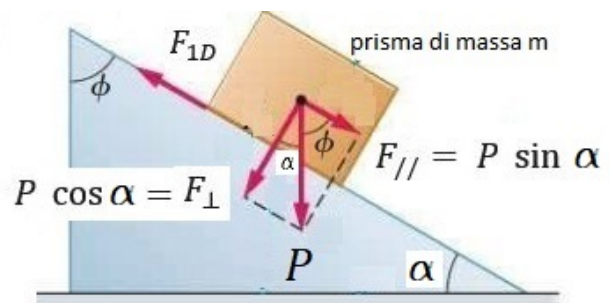
Il coefficiente statico è sempre maggiore di quello dinamico perché' quando il corpo è fermo le creste e gli avvallamenti delle superfici sono a stretto contatto ed entrano l'uno nell'altro con elevate forze molecolari.

Nella seconda configurazione un prisma rettangolare di massa  $m$  viene posizionato su una superficie inclinata sul quale è libero di scorrere a meno dell'attrito. La forza che induce il movimento è la componente del peso parallela al piano:

$$F_{//} = P \sin \alpha$$

mentre la forza che contribuisce all'attrito è la componente del peso perpendicolare al piano:

$$F_{\perp} = P \cos \alpha$$



Il prisma resiste al movimento con le forze di attrito fino al momento del distacco in cui  $F_{1D} = P \sin \alpha$  per cui :

$$\mu_S = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \tan \alpha$$

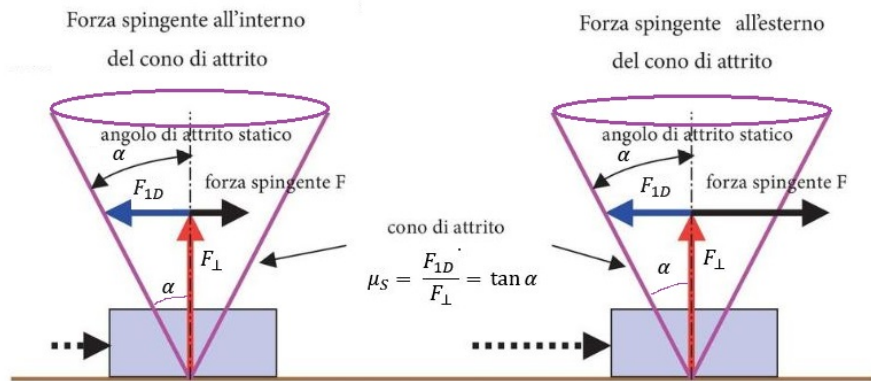
La misura del coefficiente di attrito statico viene ricavata dalla misura dell'angolo  $\alpha$  al momento del distacco.

La rappresentazione geometrica del coefficiente di attrito statico è utile per determinare se un corpo è in equilibrio, cioè se le forze di attrito sono superiori o inferiori alle forze che inducono il moto.

Il cono di ampiezza  $\alpha = \tan^{-1} \mu_S$  e' chiamato CONO DI ATTRITO :

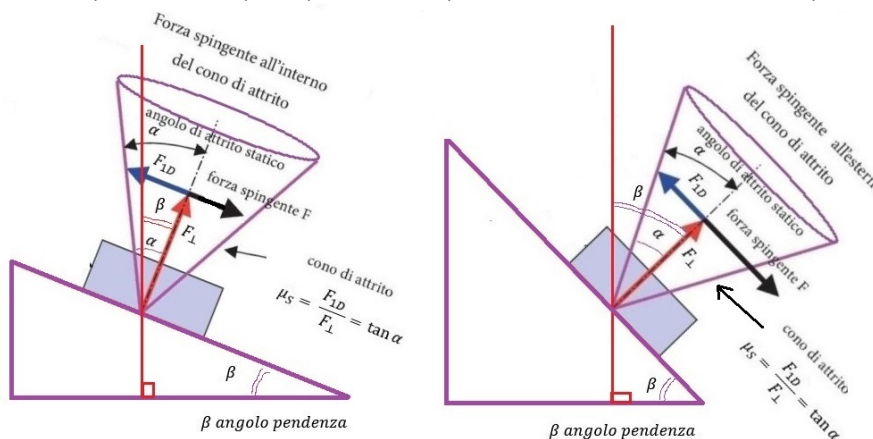
- se la forza spingente è interna al cono di attrito il corpo resta fermo in quanto la forza di attrito è superiore alla forza spingente.
- se la forza spingente è esterna al cono di attrito il corpo è in movimento in quanto la forza di attrito e' inferiore alla forza spingente





Anche nel caso del piano inclinato di pendenza  $\beta$ :

- se  $\beta < \alpha$  : la componente del peso parallela al piano è contenuta nel cono di attrito e il corpo resta fermo
- se  $\beta > \alpha$  la componente del peso parallela al piano esce dal cono di attrito per cui il corpo è in moto



### Esecuzione dell'esperienza

La prova è stata eseguita in laboratorio e in DAD.

Abbiamo prima pesato il prisma sulla bilancia elettronica ricavando la sua massa:

$$massa = 205.10 \text{ g} = 0.2051 \text{ Kg}$$

per cui il suo peso è:

$$Peso = massa \cdot g = 0.20510 \text{ Kg} \cdot 9.8 \frac{\text{N}}{\text{Kg}} = 2.01 \text{ N}$$

La forza di contatto delle superfici  $F_{\perp}$  è uguale al peso P in quanto la superficie è orizzontale

Come prima prova abbiamo posizionato il prisma sull'asse di legno con la faccia di legno rivolta sull'asse.



Abbiamo poi applicato manualmente la forza che viene misurata direttamente dal dinamometro.

Al momento del distacco abbiamo preso nota della forza applicata sul dinamometro da 1N e abbiamo trascurato gli errori di misura dovuto agli errori di parallasse (vedere le precedenti relazioni) e sporcizia sulle superfici.

La prova è stata ripetuta 5 volte per determinare il valore medio:

Configurazione delle superfici in contatto: LEGNO su LEGNO Area della superficie del prisma a contatto: LATO MAGGIORE	Forza di distacco $F_{1D}$  Newton
Prova 1	0.60
Prova 2	0.73
Prova 3	0.50
Prova 4	0.58
Prova 5	0.65

$$\text{Valore medio } F_{1D} = \frac{0.60 + 0.73 + 0.50 + 0.58 + 0.65}{5} \text{ N} = 0.61 \text{ N}$$

Il valore della forza di contatto tra le superfici è uguale al peso del prisma:

$$F_{\perp} = \text{Peso} = 2.01 \text{ N}$$

Per cui il valore del coefficiente statico è dato dalla formula:

$$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{0.61}{2.01} = 0.303$$

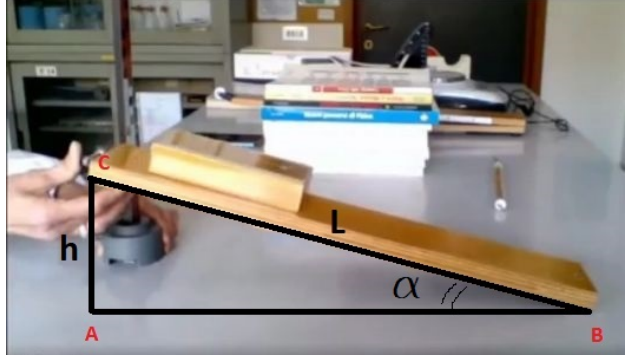
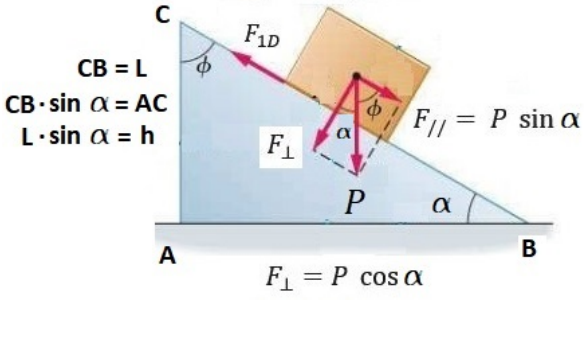
La prova è stata ripetuta con altre configurazioni al fine di confrontare i valori del coefficiente di attrito statico.

La seconda parte dell'esperienza è stata eseguita in DAD .

E' stata ricavata la misura della lunghezza della tavola di legno Douglas con il metro flessibile per poter realizzare il modello geometrico della prova:

$L = 49.8 \text{ cm}$ .

Come prima prova abbiamo posizionato il prisma sull'asse di legno con la faccia di legno rivolta sull'asse che successivamente è stata inclinata fino a trovare la posizione di distacco.

<p>Configurazione delle superfici in contatto: LEGNO su LEGNO Area della superficie del prisma a contatto: LATO MAGGIORE</p>	<p>Modello geometrico</p>
	 <p> <math>CB = L</math>  <math>CB \cdot \sin \alpha = AC</math>  <math>L \cdot \sin \alpha = h</math> </p> <p> <math>F_{1D}</math>  <math>F_{\perp}</math>  <math>F_{//} = P \sin \alpha</math>  <math>P</math>  <math>F_{\perp} = P \cos \alpha</math> </p>

La lettura dell'altezza  $h$  , posizione del bordo inferiore della tavola, è stata rilevata con l'asta millimetrata

Inclinazione iniziale	Inclinazione intermedia	Inclinazione al momento del distacco : misuro $h$
		

Le prove sono state ripetute 5 volte per determinare il valore medio:

Configurazione delle superfici in contatto: LEGNO su LEGNO Area della superficie del prisma a contatto: LATO MAGGIORE Piano inclinato	Altezza h [cm]
Prova 1	13.5
Prova 2	13.5
Prova 3	14.4
Prova 4	14.5
Prova 5	14.6

$$\text{Valore medio } h_{medio} = \frac{13.5 + 13.5 + 14.4 + 14.5 + 14.6}{5} \text{ cm} = 14.1 \text{ cm}$$

Determinato il valore di  $h_{medio}$  e' possibile ricavare la tangente dell'angolo  $\alpha$  attraverso le formule di trigonometria :

$$\sin \alpha = \frac{h_{medio}}{L} = \frac{14.1}{49.8} = 0.283$$

La relazione tra  $\sin \alpha$  e  $\tan \alpha$  e' :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}}$$

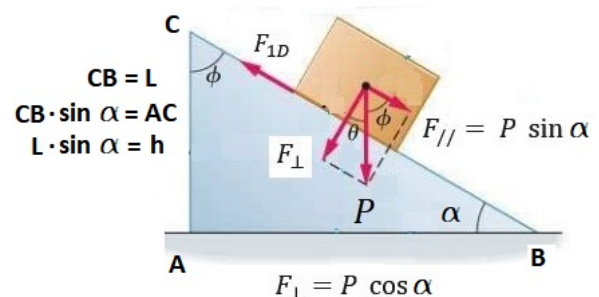
sostituendo i valori:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}} = \frac{0.283}{\sqrt{1 - (0.283)^2}} = 0.295$$

Il valore del coefficiente di attrito statico al distacco nella configurazione LEGNO su LEGNO e' uguale a :

$$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \tan \alpha = 0.295$$

La prova è stata ripetuta con altre configurazioni al fine di confrontare i valori del coefficiente di attrito statico tra diverse superfici.





**Descrizione dei Risultati Ottenuti**

Riporto i risultati ottenuti in tutte le configurazioni:

**Configurazione 1**

 Legno su legno  
Prisma posizionato come in figura  
(lato maggiore)

Massa del prisma : 0.2051 Kg

 Peso =  $F_{\perp}$  = 2.01 N

Dinamometro portata 1N



	Forza di distacco $F_{1D}$ Newton
Prova 1	0.60
Prova 2	0.73
Prova 3	0.50
Prova 4	0.58
Prova 5	0.65
<b>media</b>	<b>0.61</b>
<b>Coeff. di attrito statico</b>	$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{0.61}{2.01} = 0.303$

**Configurazione 2**

 Legno su legno  
Prisma posizionato come in  
figura (lato minore)

Massa del prisma : 0.2051 Kg

 Peso =  $F_{\perp}$  = 2.01 N

Dinamometro portata 1N



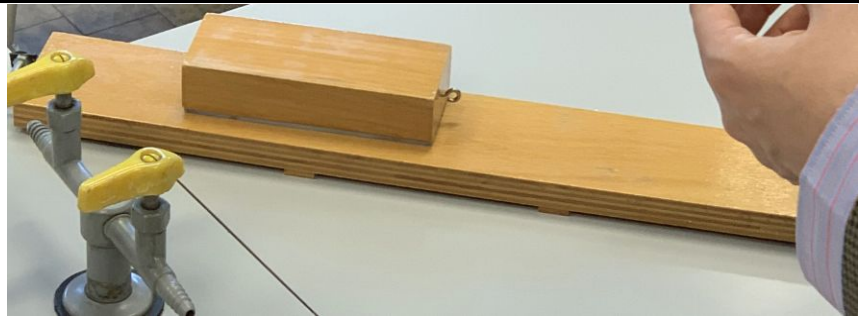
	Forza di distacco $F_{1D}$ Newton
Prova 1	0.39
Prova 2	0.45
Prova 3	0.50
Prova 4	0.66
Prova 5	0.85
<b>media</b>	<b>0.57</b>
<b>Coeff. di attrito statico</b>	$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{0.57}{2.01} = 0.284$

**Configurazione 3**

Legno su plexiglass  
Prisma posizionato come in figura  
(lato maggiore)

Massa del prisma : 0.2051 Kg  
Peso =  $F_{\perp}$  = 2.01 N

Dinamometro portata 1N



Forza di distacco  
 $F_{1D}$  Newton

Prova 1	0.68
Prova 2	0.45
Prova 3	0.48
Prova 4	0.67
Prova 5	0.51
<b>media</b>	<b>0.56</b>

**Coeff. di attrito statico**

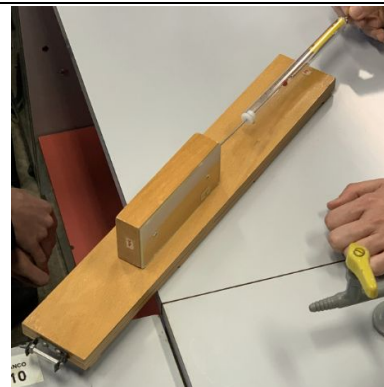
$$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{0.56}{2.01} = 0.279$$

**Configurazione 4**

Legno su feltro  
Prisma posizionato come in figura  
(lato minore)

Massa del prisma : 0.2051 Kg  
Peso =  $F_{\perp}$  = 2.01 N

Dinamometro portata 1N



Forza di distacco  
 $F_{1D}$  Newton

Prova 1	0.50
Prova 2	0.46
Prova 3	0.52
Prova 4	0.53
Prova 5	0.53
<b>media</b>	<b>0.51</b>

**Coeff. di attrito statico**

$$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{0.51}{2.01} = 0.254$$

**Configurazione 5**

Legno su legno  
Prisma posizionato come in figura  
(lato maggiore)  
Massa totale:  $0.2051 \text{ Kg} \times 2 = 0.4102 \text{ Kg}$   
Peso =  $F_{\perp} = 4.02 \text{ N}$   
  
Dinamometro portata 10 N



Forza di distacco  
 $F_{1D}$  Newton

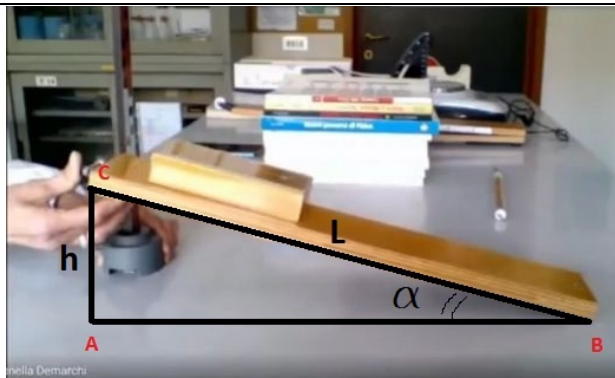
Prova 1	0.80
Prova 2	1.10
Prova 3	1.10
Prova 4	1.10
Prova 5	1.00
<b>media</b>	<b>1.02</b>

**Coeff. di attrito statico**

$$\mu_s = \frac{F_{1D}}{F_{\perp}} = \frac{1.02}{4.02} = 0.254$$

**Configurazione 6**

Legno su legno  
Prisma posizionato su piano  
inclinato come in figura  
(lato maggiore)  
  
Massa del prisma :  $0.2051 \text{ Kg}$   
Peso =  $2.01 \text{ N}$   
  
Lunghezza asse  $L=49.8 \text{ cm}$



Altezza  $h$  cm

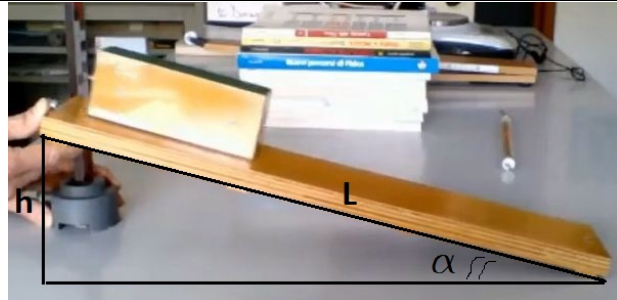
Prova 1	13.5
Prova 2	13.5
Prova 3	14.4
Prova 4	14.5
Prova 5	14.6
<b>media</b>	<b>14.1</b>
$\sin \alpha = \frac{h_{medio}}{L}$	$\sin \alpha = \frac{14.1}{49.8} = 0.283$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}}$	$\tan \alpha = \frac{0.283}{\sqrt{1 - (0.283)^2}} = 0.295$
alfa	$\tan^{-1} 0.295 = 16^{\circ},4$

**Coeff. di attrito statico**  
 $\mu_s = \tan \alpha$

$$\mu_s = 0.295$$

**Configurazione 7**

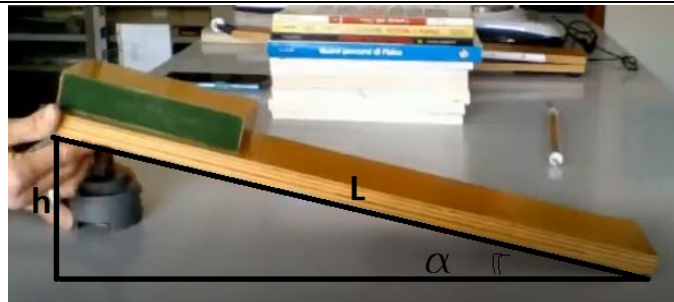
Legno su legno  
Prisma posizionato su piano  
inclinato come in figura  
(lato minore)  
Massa del prisma : 0.2051 Kg  
Peso = 2.01 N  
Lunghezza asse L= 49.8 cm



	Altezza h cm
Prova 1	11.8
Prova 2	12.4
Prova 3	13.5
Prova 4	13.5
Prova 5	13.4
<b>media</b>	<b>12.92</b>
$\sin \alpha = \frac{h_{medio}}{L}$	$\sin \alpha = \frac{12.92}{49.8} = 0.259$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}}$	$\tan \alpha = \frac{0.259}{\sqrt{1 - (0.259)^2}} = 0.268$
Alfa	$\tan^{-1} 0.268 = 15^\circ.0$
<b>Coeff. di attrito statico</b> $\mu_s = \tan \alpha$	<b><math>\mu_s = 0.268</math></b>

**Configurazione 8**

Legno su plexiglass  
Prisma posizionato su piano  
inclinato come in figura  
(lato maggiore)  
Massa del prisma: 0.2051 Kg  
Peso = 2.01 N  
Lunghezza asse L= 49.8 cm



	Altezza h cm
Prova 1	14.9
Prova 2	14.5
Prova 3	15.2
Prova 4	14.0
Prova 5	15.0
<b>media</b>	<b>14.72</b>
$\sin \alpha = \frac{h_{medio}}{L}$	$\sin \alpha = \frac{14.72}{49.8} = 0.296$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}}$	$\tan \alpha = \frac{0.296}{\sqrt{1 - (0.296)^2}} = 0.310$
alfa	$\tan^{-1} 0.310 = 17^\circ.2$
<b>Coeff. di attrito statico</b> $\mu_s = \tan \alpha$	<b><math>\mu_s = 0.310</math></b>

**Configurazione 9**

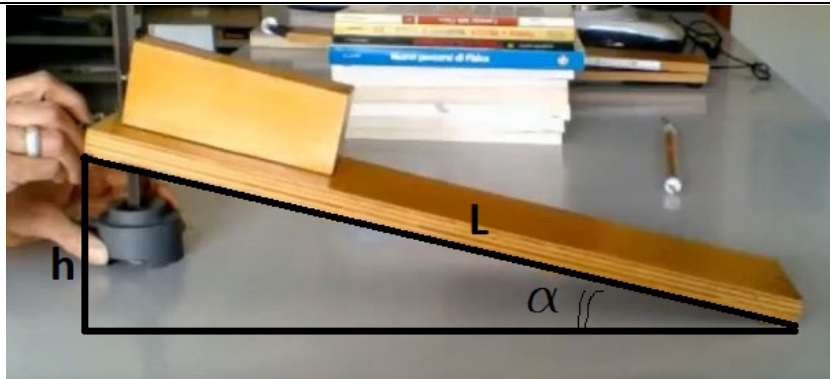
Legno su feltro

Prisma posizionato su piano  
inclinato come in figura  
(lato maggiore)

Massa del prisma : 0.2051 Kg

Peso = 2.01 N

Lunghezza asse L = 49.8 cm



	Altezza h cm
Prova 1	13.5
Prova 2	12.5
Prova 3	11.8
Prova 4	11.9
Prova 5	11.7
<b>media</b>	<b>12.28</b>
$\sin \alpha = \frac{h_{medio}}{L}$	$\sin \alpha = \frac{12.28}{49.8} = 0.247$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2}}$	$\tan \alpha = \frac{0.247}{\sqrt{1 - (0.247)^2}} = 0.255$
alfa	$\tan^{-1} 0.255 = 14^\circ,3$
<b>Coeff. di attrito statico</b> $\mu_s = \tan \alpha$	<b><math>\mu_s = 0.255</math></b>



### Conclusioni

Riassumo in tabella i risultati ottenuti per poterli confrontare:

Configurazione					
	<p>Forza media di distacco</p> <p>[N]</p>	<p>Coeff. di attrito statico</p>	<p>Altezza media h AC</p> <p>[cm]</p>	<p>Alfa</p> <p>[gradi]</p>	<p>Coeff. di attrito statico</p>
Legno su legno Superficie grande	0.61	0.303	14.1	16.4	0.295
Legno su legno Superficie piccola	0.57	0.284	12.92	15.0	0.268
Legno su plexigless	0.56	0.278	14.72	17.2	0.310
Legno su feltro	0.51	0.254	12.28	14.3	0.255
Legno su legno Superficie grande doppia massa	1.02	0.254	/	/	/

Deduco che nonostante gli errori di parallasse durante le letture delle misure e il fatto che le superfici di contatto non erano perfettamente pulite, è possibile confrontare i valori ed affermare che :

- il coefficiente di attrito varia al variare della natura delle superfici: legno, plexiglas e feltro hanno diverso coefficiente di attrito.
- il coefficiente di attrito statico tra legno Douglas e feltro è il più basso e vale circa 0.255 e corrisponde quindi al minore angolo di inclinazione del piano inclinato della tavola.
- il coefficiente di attrito statico tra legno e plexiglass è diverso tra le due esperienze sicuramente affetti da errori.
- tra due superfici di contatto della stessa natura, il coefficiente di attrito dovrebbe essere indipendente dall'estensione delle superficie di contatto. Nelle prove sperimentali trovo invece che la superficie maggiore produce più attrito in quanto c'è più sporco.
- la prova su piano inclinato con una massa doppia non si è potuta fare in DAD in quanto complessa



### Bibliografia

Appunti alle lezioni di Fisica e alle lezioni di matematica e libri  
Fisica: Ugo Amaldi La fisica per i licei scientifici  
Walker: Modelli teorici e problem solving primo biennio  
Wikipedia