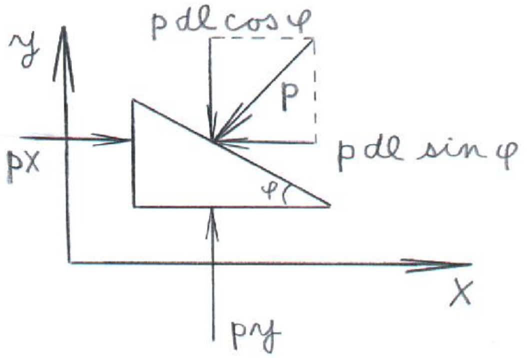
Obsah:

Pozn.: Autor nenese žádnou odpovědnost za správnost tohoto textu, jeho použití jen na vlastní nebezpečí .

Pascalův zákon:

Je-li kapalina v hydrostatické rovnováze, pak se tlak v kapalině šíří všemi směry stejně.



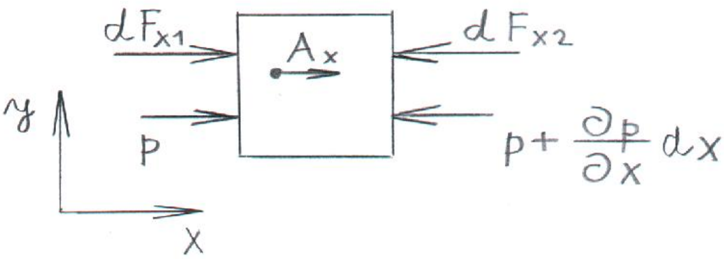
$p = \frac{F}{S}$ lze odvodit z Eulerovy rovnice hydrostatiky:

$$\vec{A} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}\, p = \vec{0}$$

Eulerova rovnice hydrostatiky:

Vyjadřuje rovnováhu sil působící na makroskop. částici za předpokladu, že se kapalina nachází v hydrostatické rovnováze.

$$\vec{A} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}\, p = \vec{0}$$



$\vec{A}$ ... objemové zrychlení

$\frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}\, p$ ... tlakové zrychlení

Použití:
- řešení úloh hydrostatiky
- lze z ní odvodit Pascalův zákon

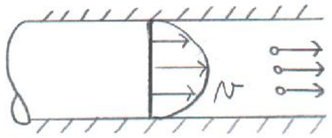
Proudění ideální kapaliny:

– Potenciální proudění (nevířivé): Částice se pohybují přímočaře nebo křivočaře po drahách tak, že vůči pozorovateli se nestáčejí kolem vlastní osy.

– Vířivé proudění: Částice se vůči pozorovateli natáčejí kolem vlastní osy.

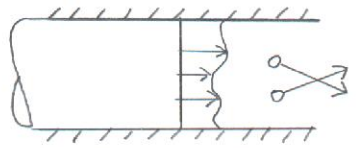
Proudění reálné kapaliny:

– Laminární: Pohyb částic ve vrstvách (deskách), které po sobě kloužou.



$Re < Re_{KRITICKÉ}$ ← 2300

– Turbulentní: Částice mají turbulentní rychlost, nepohybují se rovnoběžně s rychlostí.



Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu}$$

Pokud je $Re > Re_{KRITICKÉ}$ přechází laminární proudění na turbulentní.
c – rychlost, d – délka
ν – kinematická viskozita

Ustálené a neustálené proudění:

Ustálené proudění: charakteristické veličiny (rychlost, tlak, teplota, ...) jsou nezávislé na čase. Proudnice je konstantní v čase.

Neustálené proudění: charakteristické veličiny (rychlost, tlak, teplota, ...) jsou nezávislé na čase. Proudnice není konstantní v čase.

Rovnice kontinuity pro jednorozměrné proudění:

— Nestlačitelná kapalina:

$v \cdot S = konst. = Q$ $\qquad$ Q… průtok $[m^3 \cdot s^{-1}]$

— Stlačitelná kapalina:

$\rho \cdot v \cdot S = konst. = Q_m$ $\qquad$ Q_m… hmotnostní průtok $[kg \cdot s^{-1}]$

Rovnice kontinuity pro prostorové proudění:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad = \underset{\underset{0}{\parallel}}{\operatorname{div} \vec{v}} = \underset{\underset{0}{\parallel}}{\frac{\partial v_i}{\partial x_i}}$$

Eulerova rovnice hydrodynamiky:

$$A_l\, dl - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial l}\, dl = \frac{\partial v}{\partial t}\, dl + \frac{\partial v}{\partial l}\, v\, dl$$

$A_l\, dl$ — práce, kterou vykoná síla způsobená zrychlením 1 kg kapaliny na dráze dl.

$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial l}\, dl$ — práce tlakových sil působících na 1 kg kapaliny na dráze dl.

$\frac{\partial v}{\partial t}\, dl$ — práce potřebná k urychlení 1 kg kapaliny na dráze dl se zrychlením A_l.

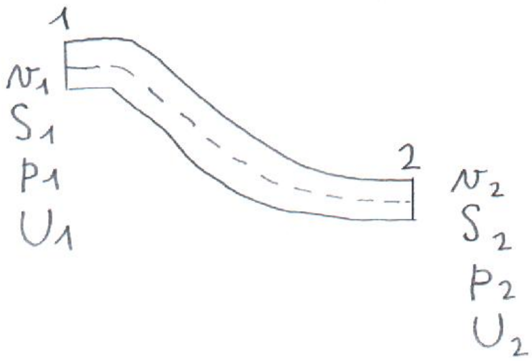
$\frac{\partial v}{\partial l}\, v\, dl$ — práce potřebná ke zrychlení 1 kg kapaliny na dráze dl z rychlosti v na rychlost:

$$v + \frac{\partial v}{\partial l}\, dl$$

Objemové zrychlení má potenciál U a potom platí:

$$A_l = \frac{\partial U}{\partial l}$$

Bernoulliho rovnice :



— Rovnice beze ztrát :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - U_1 = \int_1^2 a_t \, dl + \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} - U_2$$

— Skutečná kapalina (ztráty) :

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - U_1 = \int_1^2 a_t \, dl + \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} - U_2 + Y_{z\,1,2}$$

$\frac{v^2}{2}$ ... kinetická měrná energie

$\frac{p}{\rho}$ ... tlaková měrná energie

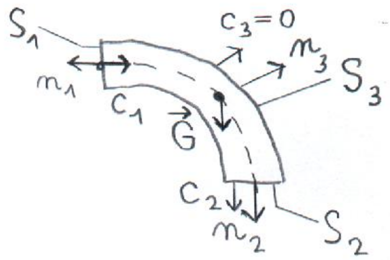
U ... potenciální měrná energie

$\int a_t \, dl$ ... práce zrychlujících sil na 1 kg kapaliny týkající lokal. zrychl.

Y_z ... ztráty v potrubí

Věta o změně hybnosti :

$$\overbrace{\rho \int_S \vec{c} \cdot (\vec{c} \cdot \vec{n}) \, dS}^{F_h} = \vec{G} - \overbrace{\int_S p \cdot \vec{n} \, dS}^{F_p}$$



F_h - hybnostní dynamická síla
F_p - tlakové síly
G - tíhová síla : $G = V \cdot \rho \cdot g$

Weissbachův vztah:

Jedná se o výpočet ztrátové měrné energie.

$$Y_Z = \xi \cdot \frac{v^2}{2}$$

v ... střední rychlost v potrubí $v = \frac{Q}{S}$
ξ ... ztrátový součinitel

— třecí ztráty: $Y_Z = \underbrace{\lambda \cdot \frac{l}{D}}_{\xi_T} \cdot \frac{v^2}{2}$

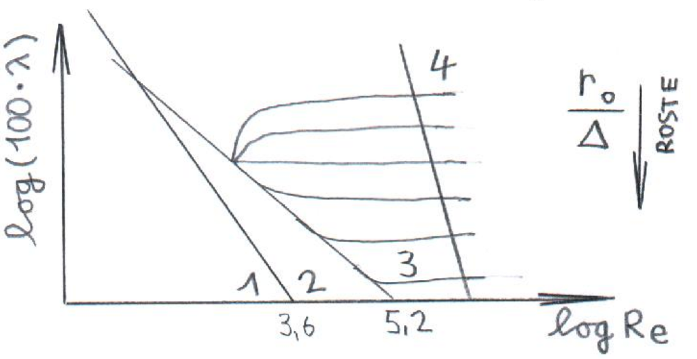
— celkové ztráty:

$$Y_Z = \left(\xi_{\text{MÍSTNÍ}} + \xi_{\text{TŘECÍ}} \right) \cdot \frac{v^2}{2}$$

— laminární proudění: $\lambda = \frac{64}{R_e}$ $R_e \ll 2320$

— turbulentní proudění: $\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{R_e}}$ $R_e \gg 2320$, $R_e < 10^5$

Nikuradseho diagram:



1 — laminární proudění
2 — přechodové proudění
3 — turbulentní proudění
4 — plně vyvinuté turbulentní proudění

Laminární proudění:

$$E = \rho \cdot \pi \cdot t \cdot v_s^3 R^2$$

– kinetická energie pro laminární proudění:

$$Y_k = \frac{E}{m} = v_s^2$$

– Coriolisovo číslo:

Je to korekční součinitel kinetické energie při nerovnoměrném rychlostním profilu.

pro laminární ... $\alpha = 2$
pro turbulentní ... $\alpha = 1{,}07$

Dosazuje se do Bernoulliho rovnice:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2} + Y_{z\,1,2}$$

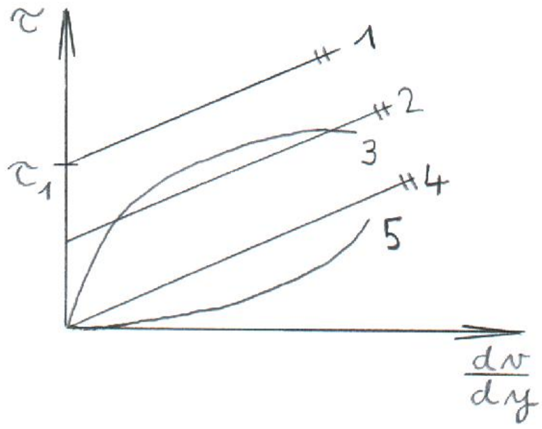
– Navier-Stokesova rovnice:

Vyjadřuje podmínku rovnováhy sil při proudění skutečné kapaliny.

$$\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{lokální zrychlení}} + \underbrace{v \cdot \frac{\partial v}{\partial l}}_{\text{konvektivní zrychlení}} = \underbrace{A_l}_{\text{objemové zrychlení}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial l}}_{\text{zrychlení způsobené spádem}} + \underbrace{\nu \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right)}_{\text{zrychlení pro překonání tření (tlakové zrychlení)}}$$

Obecné proudění skutečné kapaliny:

— Překonání hydraulického odporu:
dochází ke ztrátě energie – energie se mění na teplo – disipace energie.



$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv}{dy}$$

1. Binghamská kapalina
2. Skutečná kapalina
3. Pseudoplastická kapalina
4. Newtonská kapalina
5. Dilatantní kapalina

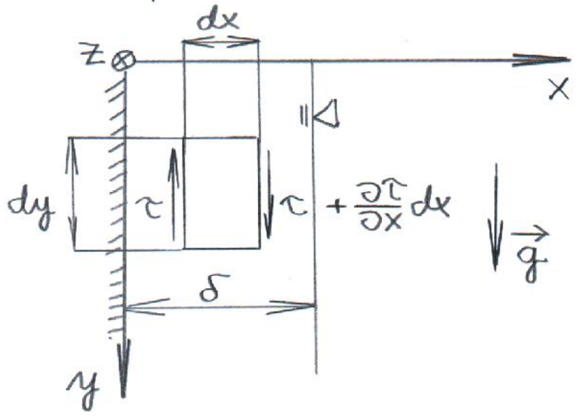
— Rychlost úhlové deformace:

$$a_x = A_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \varepsilon_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial z}\right)$$

$$\vec{a} = \vec{A} - \frac{1}{\rho}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}\, p} + \nu \cdot \Delta \vec{v}$$

Stékání po stěně:

– 1. aplikace Navier-Stokesovi rovnice.



– tlak do osy x a z se nemění

– rychlost proudění kapaliny:

$$v_y = -\frac{g}{\nu}\cdot\frac{x^2}{2} + \frac{g}{\nu}\cdot\delta\cdot x$$

– maximální rychlost – na hladině:

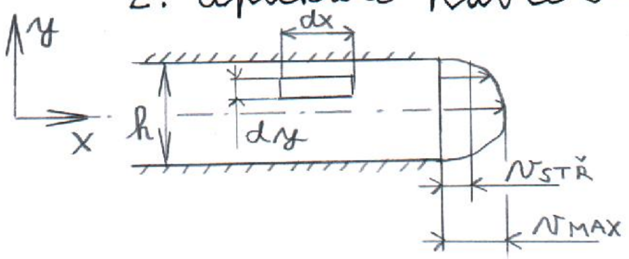
$$v_{MAX} = \frac{g}{\nu}\cdot\frac{\delta^2}{2}$$

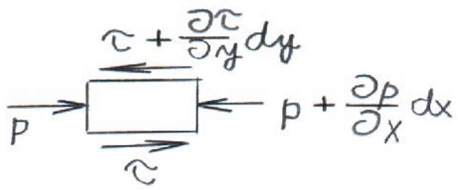
– průtok:

$$Q = \frac{1}{3}\cdot\frac{g}{\nu}\cdot b\cdot\delta^3$$

Proudění mezi paralelními deskami:

– 2. aplikace Navier-Stokesovi rovnice.





– střední rychlost: $v_{STŘ} = \frac{2}{3} v_{MAX}$

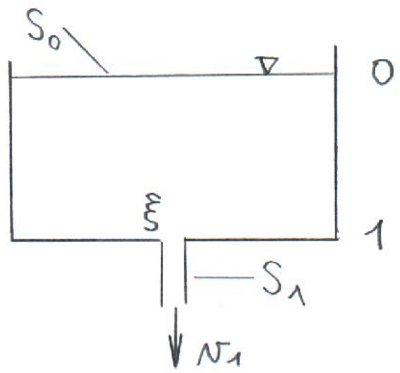
– maximální rychlost: $v_{MAX} = \frac{i\cdot h^2}{8\eta}$

– průtok: $Q = \frac{i\cdot b\cdot h^3}{12\eta}$

– rychlostní profil proudění mezi dvěma deskami:

$$v = \frac{i}{2\eta}\cdot\left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 - y^2\right]$$

Toricelliho výraz pro výtokovou rychlost:



Z Bernoulliho rovnice:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1+\xi-\left(\frac{D_1}{D_0}\right)^2}}$$

Jestliže platí $S_0 \gg S_1$ a $\xi \to 0$ existuje Toricelliho výraz:

$$v_{1T} = \sqrt{2gh}$$

Platí pro neviskózní kapalinu beze ztrát.

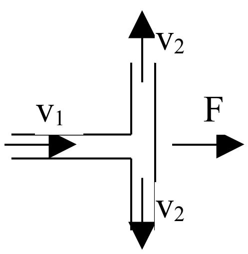
Rychlostní součinitel: $\varphi = \frac{v_1}{v_{1T}} < 1$

Impuls hybnosti kapaliny:

- Je vyjádření sil působících při průtoku konstantním prostorem.

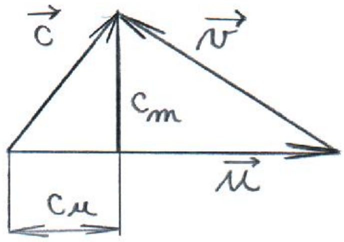
$$F = Q_m \cdot \left(v_2 - v_1 \right)$$

- Je to účinek vodního paprsku:



Proudění v relativním prostoru:

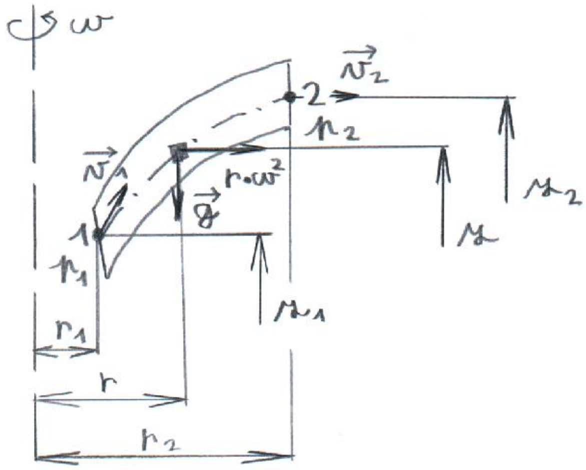
Rychlostní trojúhelník:



c… absolutní rychlost
v… relativní rychlost
u… unášivá rychlost
c_m… meridiální
c_u… složka absolutní rychlosti do unášivé

$\vec{c} = \vec{v} + \vec{u}$ $\quad\quad\quad$ $\vec{u} = R \cdot \vec{\omega}$

Rotující kanál:



Bernoulliho rovnice:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - U_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} - U_2 + Y_{z1,2}$$

$$U = \frac{u^2}{2} - g \cdot z$$

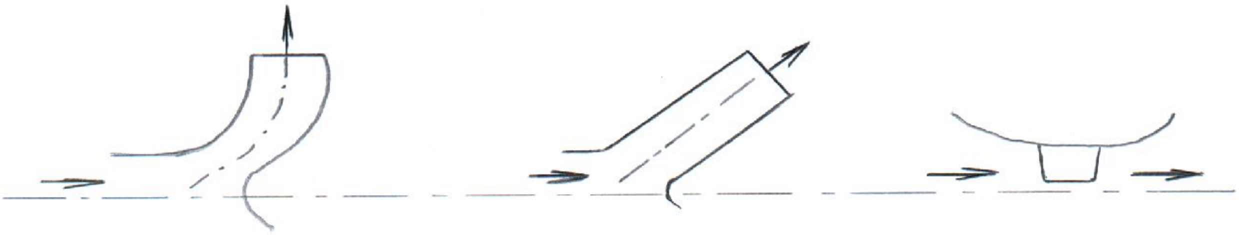
$$u = r \cdot \omega$$

Teoretická měrná energie : $\Delta Y_{id} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$

$\Delta Y > 0$ kanál energii kapalině dodává – čerpadlo
$\Delta Y < 0$ kapalina dodává energii kanálu – turbína
$\Delta Y = 0$ energie se nedodává – indiferentní kolo

Čerpadla:

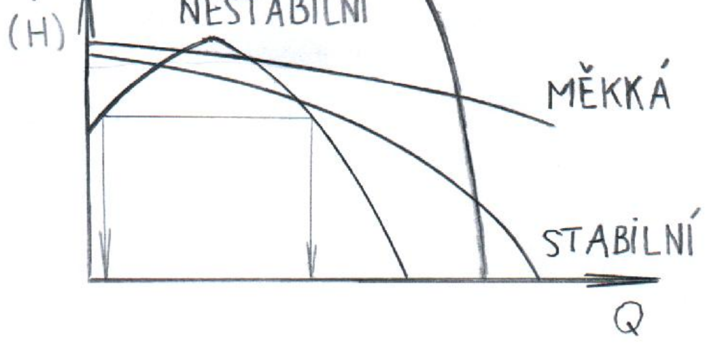
- hydrostatická
  - pístová
    - jednočinná
    - dvoučinná
    - s rotačními písty
  - lamelová
  - zubová
  - šneková
- hydrodynamická
  - radiální
  - axiální
  - diagonální
- jiných principů
  - proudová
    - ejektor
    - injektor
  - vodní trkač
  - mamutové



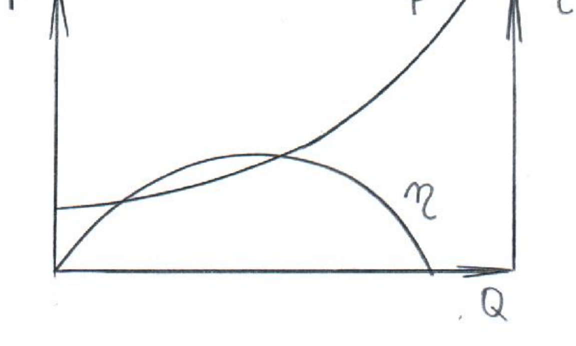
Radiální Axiální Diagonální (vrtule)

Charakteristika hydrodynamického čerpadla:

Závislost měrné energie na průtoku (výška na průtoku):



Ideální závislost:



Hydraulický ráz:

Je důsledkem nestacionárního proudění stlačené kapaliny v pružném potrubí a změnou rychlosti proudění.

Dochází k přeměně kinetické energie na energii deformační. U pružného systému je rychlost šíření tlakových změn konečná, to znamená že změna tlaku se šíří potrubím konstantní rychlostí.

První dif. rovnice:

$$\frac{\partial p}{\partial l} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

Druhá dif. rovnice:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \cdot a^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial l}$$

Hydraulický ráz:

$$p = p_0 + \rho \cdot a \cdot c_0 - \rho \cdot a \cdot c$$

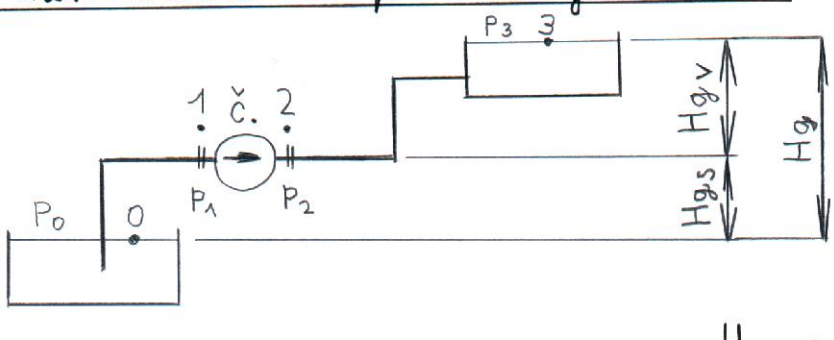
Totální ráz:

$$p = p_0 + \rho \cdot a \cdot c_0$$

Neúplný ráz:

$$p = p_0 + \rho \cdot a \cdot (c_0 - c_{\check{c}})$$

Základní čerpací systém:



$$H_{STATICKÁ} = H_g + \frac{p_3 - p_0}{\rho \cdot g}$$

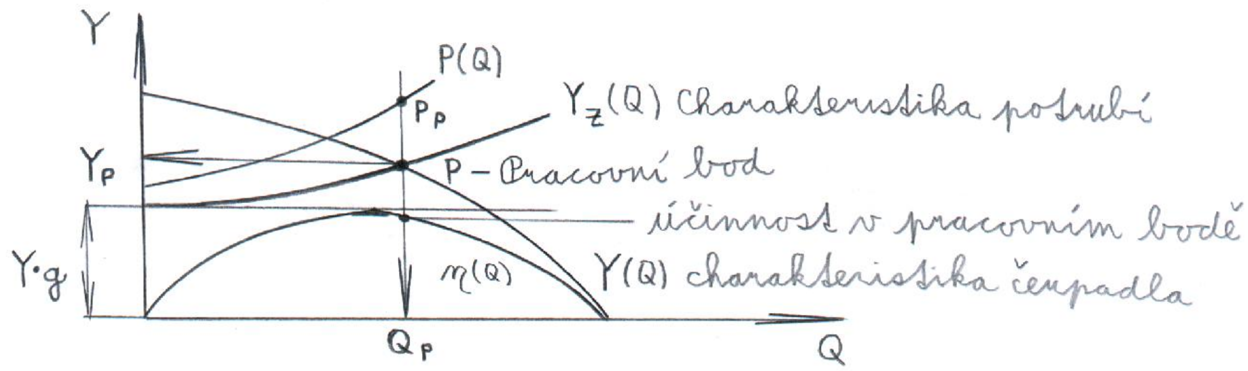
$$H_{DOPRAVNÍ} = H_{ST} + H_z$$

$$H_{ZTRÁTOVÁ} = \frac{Y_{z0,3}}{g} = \frac{c^2}{2 \cdot g} \sum_{i=1}^{n} \xi_i$$

Hg … geodetická výška
H_{g_s} … sací geodetická výška
H_{g_v} … výtlačná geodetická výška

Potřebná měrná pro dopravu 1 kg kapaliny: $\Delta Y = g \cdot H_D$
Potřebný dodaný výkon: $P = \rho \cdot Q \cdot \Delta Y$

Charakteristika radiálního odstředivého čerpadla:



Turbíny:

— přetlakové
- — Francisova – střední spády (10 - 80 m), střední průtoky
- — Kaplanova – spád 0,5 – 70 m, velké průtoky
- — Přímoproudá
- — Reverzní

— rovnotlaké
- — Peltonova – velké spády (500 m+), malé průtoky
- — Bánkiho

— měrná energie pro turbínu:

$$\Delta Y = g \cdot h - \frac{c_3^2}{2} - Y_{Z\,0,1} - Y_{Z\,2,3}$$

— Eulerova turbínová rovnice:

$$\Delta Y_T = (u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) + Y_{Z\,1,2}$$

— účinnost měrné energie:

$$\eta_h = \frac{Y_{Tid}}{\Delta Y_{TEOR.}} \qquad \Delta Y_{Tid} = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$$