

1. ANÁLISIS DE FUERZAS EN LOS MECANISMOS

1.1. CONSIDERACIONES GENERALES

Cuando estudiamos el análisis cinemático de los mecanismos siempre supusimos que el movimiento de los eslabones primarios (de entrada) estaba dado. El movimiento de los eslabones de salida se investigaba dependiendo del movimiento, ya dado, de los eslabones de entrada. En ese caso, las fuerzas que actuaban sobre los eslabones del mecanismo y las fuerzas que surgen debido a sus movimientos, no eran estudiadas. Es decir, cuando se ejecuta el análisis cinemático se estudia el mecanismo teniendo en cuenta *sólo la estructura del mismo y las relaciones geométricas entre las medidas de sus eslabones*.

El análisis dinámico de mecanismos tiene las siguientes tareas:

- a) el estudio de la acción de las fuerzas externas; del peso de los eslabones, de las fuerzas de fricción y las fuerzas "máscas" (fuerzas de inercia), sobre los elementos de los eslabones, sobre los pares cinemáticos y apoyos; y la determinación de los medios para disminuir las cargas dinámicas que surgen durante el movimiento del mecanismo;
- b) el estudio del régimen de movimiento del mecanismo bajo la acción de las fuerzas dadas y la determinación de los medios para garantizar los regímenes de movimientos pedidos para el mecanismo.

La primera tarea se denomina *análisis de fuerzas*, la segunda tarea se denomina *dinámica de mecanismos*.

1.2. TAREAS DEL ANÁLISIS DE FUERZAS EN LOS MECANISMOS

Como se dijo anteriormente el análisis de fuerzas en los mecanismos consiste en la determinación de aquellas fuerzas, que actúan sobre los eslabones en su movimiento.

El problema de la determinación de las fuerzas tiene una gran importancia práctica, para los cálculos de resistencia mecánica de las distintas piezas de los mecanismos, para la determinación de la potencia requerida para el trabajo del mecanismo, para la determinación de la fricción en los pares cinemáticos, para el cálculo del desgaste de las piezas de los mismos, etc. Conociendo las fuerzas el diseñador puede determinar las medidas más racionales de los eslabones, determinar las formas constructivas necesarias para su resistencia, garantizar en los pares cinemáticos la lubricación suficiente etc.

Hasta la aparición en la técnica de máquinas rápidas la determinación de las fuerzas en los mecanismos se ejecutaba sin tener en cuenta las fuerzas adicionales que surgen al realizarse el movimiento. Este tipo de cálculos se denominan *cálculos estáticos*. Debido al desarrollo de máquinas cada vez más rápidas se hizo necesario tener en cuenta aquellas fuerzas que surgen debido al movimiento del mecanismo. Este tipo de cálculos se denominan *cálculos dinámicos*.

La determinación de las fuerzas que actúan sobre los diferentes eslabones del mecanismo en su movimiento puede ser realizada en el caso de que se conozcan las leyes de movimiento de todos los eslabones del mecanismo y las fuerzas externas aplicadas al mismo. Por esto la tarea general del cálculo dinámico y diseño de nuevos mecanismos normalmente es dividida por el diseñador en tres partes. Primero elige (o puede estar dada), una ley de movimiento aproximada del eslabón de entrada del mecanismo, y unas fuerzas externas que actúan sobre este último, determina (calcula) todas las fuerzas necesarias y a partir de éstas determina las medidas, masas y momentos de inercia necesarios de los eslabones. Esta es la primera parte de la tarea. Después de esto el diseñador ejecuta el análisis del verdadero movimiento del mecanismo proyectado sobre el cual actúan las diferentes fuerzas ya determinadas con precisión. Terminado esto el diseñador realiza los correctivos necesarios.

El análisis de fuerzas puede ser realizado por diferentes métodos. En la Teoría de mecanismos y máquinas se utiliza ampliamente el método de cálculo de fuerzas de mecanismos basado en las ecuaciones de equilibrio de los cuerpos rígidos.

La esencia de este método en la resolución de problemas dinámicos se resume a la utilización de las ecuaciones de

equilibrio en la forma de D'Alembert. Como se sabe del curso de Mecánica, para hacer esto, la fuerza de inercia (la cual representa la oposición del cuerpo acelerado, aplicada al cuerpo que imprime esa aceleración), es trasladada condicionalmente al cuerpo que es acelerado. La fuerza trasladada se equilibra con el resto de fuerzas externas, incluyendo las reacciones que actúan sobre el mismo.

Aplicado a los mecanismos la esencia del método puede ser formulada de la siguiente manera: Si unimos a todas las fuerzas externas que actúan sobre un eslabón, las fuerzas de inercia; entonces bajo la acción de todas estas fuerzas el eslabón puede ser observado como "condicionalmente" en equilibrio. De esta manera, cuando se utiliza el principio de D'Alembert en el cálculo de mecanismos, además de las fuerzas externas que actúan sobre cada eslabón, se introducen además las fuerzas de inercia, cuya magnitud se determina como el producto de la masa de los puntos materiales por su aceleración, La dirección de estas fuerzas es contraria a la dirección de las aceleraciones de los puntos materiales en cuestión. Planteando para el sistema de fuerzas resultante, las ecuaciones de equilibrio, determinamos las fuerzas que actúan sobre los eslabones y que surgen durante el movimiento. El método de análisis de fuerzas que utiliza las fuerzas de inercia y las ecuaciones de equilibrio dinámico se denomina *cálculo cinetostático de mecanismos*, a diferencia del estático en donde no se toman en cuenta las fuerzas de inercia de los eslabones.

1.3. FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE LOS ESLABONES DE UN MECANISMO

Cuando un mecanismo trabaja, sobre sus eslabones están aplicadas fuerzas externas dadas, es decir: las fuerzas motrices, las fuerzas de resistencia productiva, las fuerzas de gravedad, etc. Además, cuando el mecanismo se mueve, como resultado de las reacciones de las restricciones en los pares cinemáticos surgen fuerzas de fricción, las cuales pueden ser consideradas como componentes de estas reacciones. Las reacciones en los pares cinemáticos, así como las fuerzas de fricción con relación al mecanismo en general son fuerzas internas, pero con relación a cada eslabón que "entra" en un par cinemático resultan ser fuerzas externas.

Las reacciones en los pares cinemáticos no sólo surgen debido a la acción de las fuerzas externas dadas, sino también como consecuencia del movimiento acelerado de las diferentes masas del mecanismo. Las componentes de las reacciones que surgen como consecuencia del movimiento acelerado de los eslabones pueden ser consideradas como *presiones dinámicas adicionales* en los pares cinemáticos. Como se dijo anteriormente estas presiones dinámicas adicionales pueden ser halladas partiendo de las ecuaciones de equilibrio, si a las fuerzas dadas y a las reacciones de las restricciones se suman las fuerzas de inercia.

Llamaremos fuerzas *motrices* a aquellas fuerzas que tienden a *acelerar* el movimiento del mecanismo. Dicho de otra manera, fuerzas motrices son aquellas fuerzas que aplicadas a los eslabones del mecanismo, *realizan trabajo positivo*.

Fuerzas de resistencia llamaremos a aquellas fuerzas que tienden a *aminorar* el movimiento del mecanismo. Dicho de otra manera, fuerzas de resistencia son aquellas fuerzas que aplicadas a los eslabones del mecanismo, *realizan trabajo negativo*.

Como *fuerzas de resistencia productiva*, ó *fuerzas de resistencia útil* serán consideradas aquellas fuerzas de resistencia que deben ser superadas para realizar el proceso tecnológico exigido al mecanismo.

Como *fuerzas de resistencia no productiva*, ó *fuerzas de resistencia perjudicial* serán consideradas aquellas fuerzas de resistencia que para ser superadas, debe *realizarse un trabajo adicional además del gastado en superar la resistencia útil*.

2. FUERZAS MOTRICES Y FUERZAS DE RESISTENCIA PRODUCTIVA

2.1 DIAGRAMAS DE FUERZAS, TRABAJOS Y POTENCIAS

Dependiendo de las características físicas o tecnológicas, las fuerzas motrices y fuerzas de resistencia productiva pueden ser funciones de diferentes parámetros cinemáticos: desplazamientos, velocidades, aceleraciones o tiempo. En la teoría de mecanismos estas fuerzas se consideran conocidas o dadas en forma analítica o gráfica. En el último caso estos son los diagramas de fuerzas, trabajos o potencias.

Miremos los diagramas más típicos y sus relaciones entre sí.

En la Fig. 2.1 se muestra el diagrama de la fuerza F que actúa sobre el eslabón conductor del mecanismo del tren de aterrizaje de un avión en el tiempo de levante de éste. La fuerza F está dada en función del recorrido s del punto de aplicación. Teniendo el diagrama $F=F(s)$ (Fig. 2.1) se puede construir el diagrama $A=A(s)$ del trabajo A en función del recorrido s (Fig. 2.2), ya que el trabajo A_{1k} en el intervalo de recorrido desde la posición 1 hasta cualquier posición k es igual a

$$A_{1k} = \int_{s_1}^{s_k} F ds \quad (2.1)$$

Donde s_1 y s_k son las magnitudes del recorrido en las posiciones 1 y k correspondientemente.

De modo que la construcción del diagrama $A=A(s)$ (Fig. 2.2) se resume a la integración gráfica de la función $F=F(s)$ (Fig. 2.1).

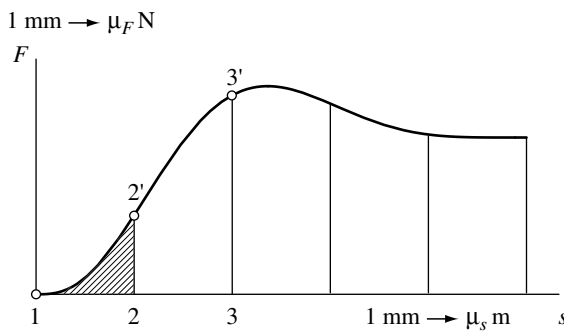


Fig. 2.1

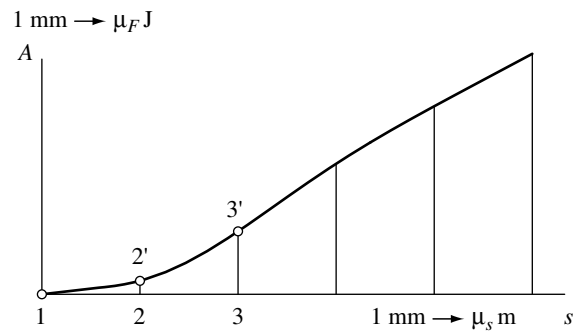


Fig. 2.2

Así, en el intervalo desde s_1 hasta s_2 el trabajo A_{12} es igual a

$$A_{12} = \int_{s_1}^{s_2} F ds = \mu_F \mu_s \cdot \text{area} [12'2] = \mu_A (2 - 2''),$$

Donde $\text{area}[12'2]$ es el área limitada por la curva 1,2' y las rectas 1,2 y 2, 2' y medida en milímetros cuadrados (en la figura 2.1 esta área está achurada), μ_F y μ_s son los coeficientes de escala de la fuerza y del desplazamiento. La cantidad obtenida A_{12} se consigna en la escala μ_A sobre la ordenada en el punto 2 del diagrama $A=A(s)$ (Fig. 2.2) en forma del segmento (2-2'').

El trabajo A_{13} en el intervalo desde s_1 hasta s_3 es igual a

$$A_{13} = \int_{s_1}^{s_3} F ds = \mu_F \mu_s \cdot \text{area} [12'3] = \mu_A (3 - 3''),$$

(Fig. 2.1). etc.

En la Fig. 2.3 se muestra el diagrama del momento M , desarrollado en el árbol de un motor de combustión interna, en función del ángulo de giro φ del árbol del motor (diagrama $M=M(\varphi)$). Para construir el diagrama de trabajo $A=A(\varphi)$ se puede usar la siguiente igualdad

$$A_{1k} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_k} M d\varphi \quad (2.2)$$

De esta manera la tarea se resume a integrar la función $M = M(\varphi)$ (Fig. 2.3). El diagrama de la función $A = A(\varphi)$ se observa en la Fig. (2.4).

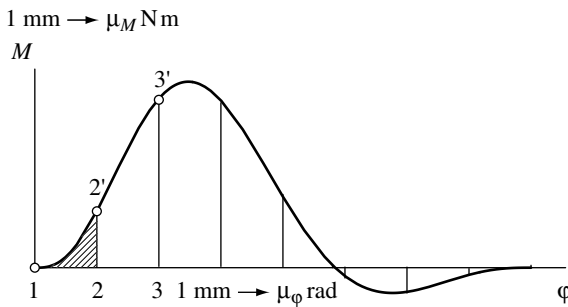


Fig. 2.3

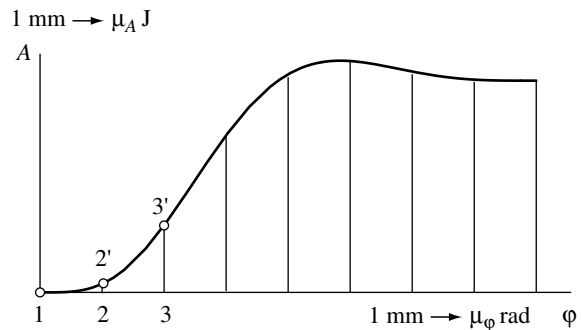


Fig. 2.4.

En los ejemplos vistos la fuerza F y el momento M estaban dados en función de los desplazamientos s y φ de los eslabones conductores. En algunos casos esta fuerza o momento pueden estar dados en función del tiempo t . En la figura 2.5 se muestra el diagrama $F = F(t)$, característico para muchas máquinas. Por ejemplo, la fuerza de arrastre (en el tiro) de muchas máquinas agrícolas cambia aproximadamente siguiendo una ley así.

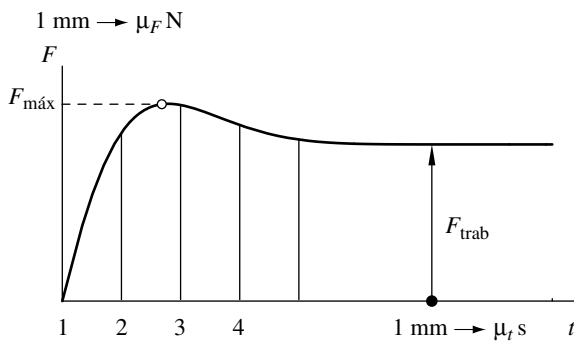


Fig. 2.5

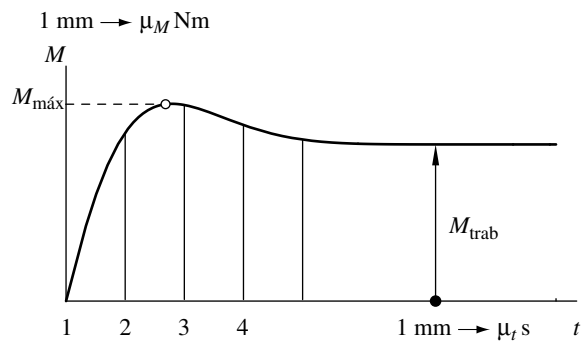


Fig. 2.6

Si observamos el proceso desde el momento de arranque, es decir desde el momento de inicio del desplazamiento de la máquina por el terreno, entonces la fuerza de arrastre primero crece rápidamente hasta alcanzar una magnitud máxima $F_{m\acute{a}x}$ (Fig. 2.5), después de lo cual disminuye, aproximándose hasta una magnitud constante F_{trab} que corresponde al régimen de trabajo de la máquina

En la Fig. 2.6 se muestra un diagrama similar $M = M(t)$ del cambio del momento en una centrífuga en función del tiempo t .

Para construir los diagramas de trabajos partiendo de los diagramas $F = F(t)$ y $M = M(t)$ es necesario conocer además la relación del tiempo s con respecto al tiempo t , ó del ángulo de giro φ con respecto al tiempo t . Es decir las funciones $s = s(t)$ o $\varphi = \varphi(t)$. Estas relaciones pueden ser determinadas, por ejemplo, de manera experimental registrando, al mismo tiempo, la fuerza P ó el momento M en función del tiempo.

Teniendo los diagramas $F = F(t)$ y $s = s(t)$ se puede excluir de ellos el tiempo t y construir el diagrama $F = F(s)$ después de lo cual la construcción del diagrama $A = A(s)$ se puede realizar como se dijo anteriormente.

De la misma manera, teniendo los diagramas $M = M(t)$ y $\varphi = \varphi(t)$, se puede construir el diagrama $M = M(\varphi)$ y partiendo de éste el diagrama $A = A(\varphi)$.

2.2. CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LAS MÁQUINAS

Cuando se estudian y calculan las máquinas desde el punto de vista dinámico, es de gran importancia la pregunta sobre

la potencia que puede desarrollar una máquina motriz a distintas velocidades de giro del árbol conducido; o la pregunta sobre la potencia necesaria para accionar la máquina de trabajo a distintas velocidades de giro del árbol conductor. En la mayoría de las máquinas el momento en el árbol a distintas velocidades de giro no es constante. En todas las máquinas cuando varía la velocidad de giro varían las presiones dinámicas en los pares cinemáticos, por consiguiente cambian las fuerzas de fricción en ellas. En las máquinas de trabajo cuando cambia la velocidad de giro cambian las resistencias productivas, las resistencias del medio, etc. La relación del momento M aplicado al árbol conducido de la máquina motriz o al árbol conductor de una máquina de trabajo, en dependencia de la velocidad angular de estos árboles se denomina *característica mecánica de la máquina*.

De manera que se llaman características mecánicas a las relaciones de tipo $M=M(\omega)$ y $M=M(n)$, donde n es la frecuencia de giro medida como el número de revoluciones del árbol por minuto (r.p.m.) e igual a $n=30\omega/\pi$.

Ya que la potencia P , el momento M la velocidad angular ω están relacionadas de la siguiente manera

$$P=M \cdot \omega \tag{2.3}$$

Entonces conociendo la relación $M=M(\omega)$ se puede determinar la relación $P=P(\omega)$ que también puede ser considerada como característica mecánica de la máquina.

Examinemos las características mecánicas típicas de las máquinas motrices y de las máquinas de trabajo.

Para las máquinas motrices lo característico es la disminución del momento M al aumentar la velocidad angular ω .

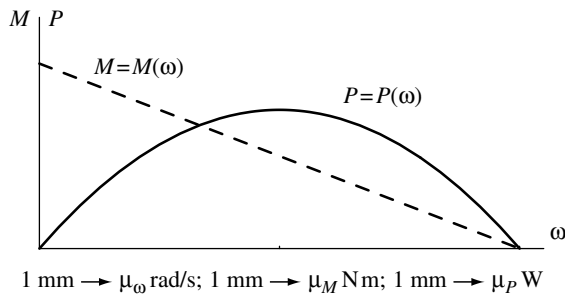


Fig. 2.7

Característica mecánica de un motor eléctrico de corriente continua con excitación en paralelo.

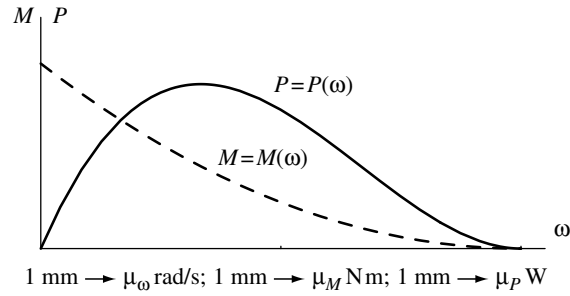
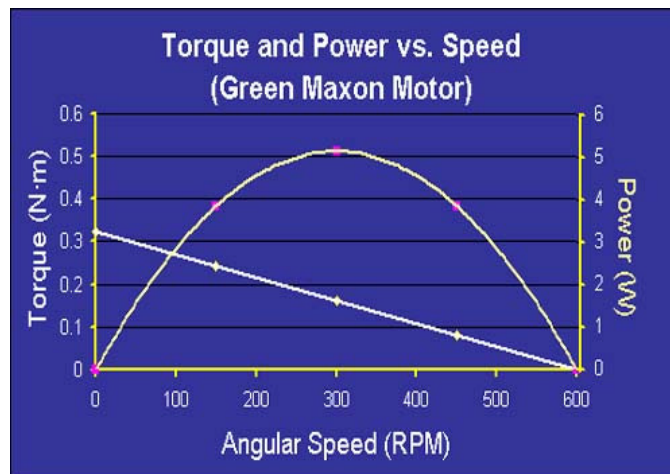


Fig. 2.8

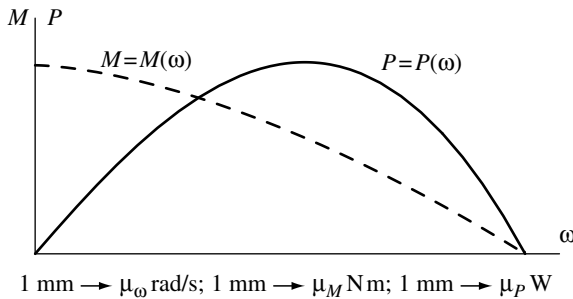
Característica mecánica de un motor eléctrico de corriente continua con excitación en serie.

Ejemplo de característica de un motor eléctrico de corriente continua con excitación en paralelo comercial.

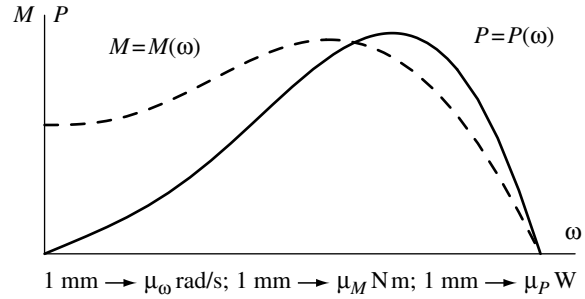


En las Fig. 2.7 y 2.8 se muestran las características mecánicas de los motores eléctricos de corriente continua. En la Fig. 2.8 el momento $M=M(\omega)$ varía linealmente, pero en la figura 2.8 posee una variación más compleja. Las curvas $P=P(\omega)$ muestran un carácter parabólico.

En la Fig. 2.9 se muestra la característica mecánica de una turbina de agua. Todas las características del tipo $M=M(\omega)$ pertenecientes a máquinas motrices, mostradas en las figuras 2.7 ... 2.9 son curvas decrecientes. En la Fig. 2.10 se muestran las características mecánicas de un motor eléctrico asíncrono de corriente alterna. Estas características poseen tramo creciente y tramo decreciente.

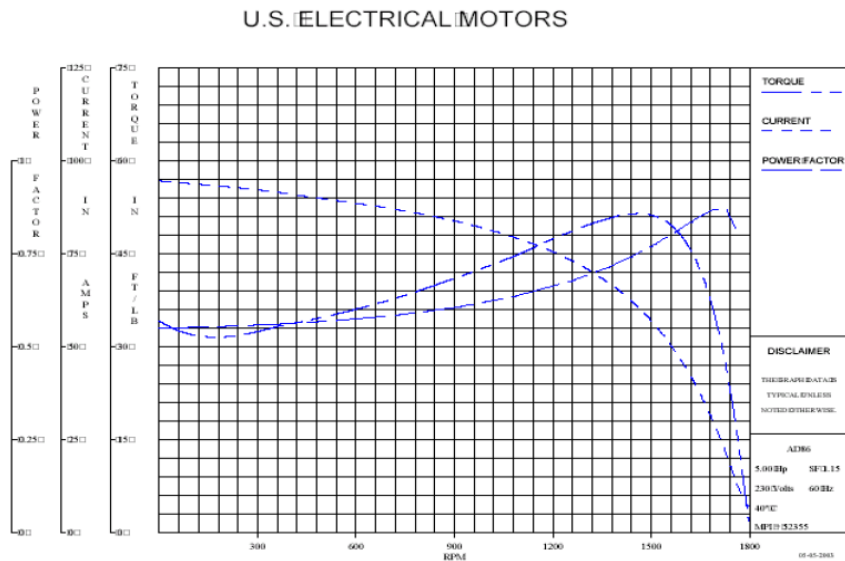


1 mm \rightarrow μ_{ω} rad/s; 1 mm \rightarrow μ_M Nm; 1 mm \rightarrow μ_P W
Fig. 2.9
Característica mecánica de una turbina de agua.



1 mm \rightarrow μ_{ω} rad/s; 1 mm \rightarrow μ_M Nm; 1 mm \rightarrow μ_P W
Fig. 2.10
Característica mecánica de un motor eléctrico asíncrono de corriente alterna.

Se muestra también la característica mecánica de un motor eléctrico asíncrono de corriente alterna, comercial



Con ayuda de las características mecánicas de tipo $P=P(\omega)$ se puede determinar el diapasón de velocidades angulares en el cual el motor desarrolla la máxima potencia P .

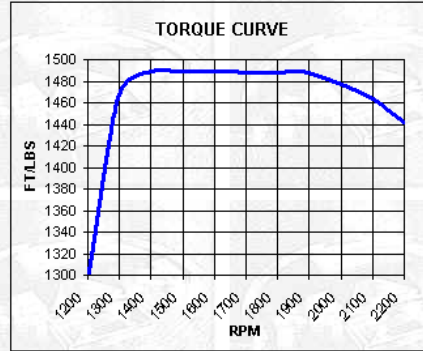
Para el diseño de máquinas móviles la característica de un motor de combustión interna, denominada característica externa de velocidad posee gran importancia, ya que es el punto de partida para todos los cálculos dinámicos de las mismas. Se muestra un ejemplo de un motor comercial marítimo.

MAN MARINE DIESEL ENGINE D2866LE405 449 kW (610 HP)

PERFORMANCE DATA

Model: LE405 610 HP	Weight: 1160 kg 2552 lbs	Power To Weight Ratio: 4.18 lbs per HP
-------------------------------	------------------------------------	--

RPM	OUTPUT (Full Load)		FUEL CONSUMPTION (Propeller Demand)		
	kW	HP	g/kWh	ltr/h	gal/hr
1200	220	299	210	25	7
1300	270	367	208	30	8
1400	294	400	205	36	9
1500	315	428	203	42	11
1600	336	457	203	49	13
1700	357	486	207	58	15
1800	378	514	211	69	18
1900	400	544	216	80	21
2000	418	568	221	93	25
2100	435	592	227	108	29
2200	449	610	233	125	33



RATING CONDITIONS

No reduction in rating for intake air temperature up to 113°F (45° C), and seawater temperatures of up to 90° F (32° C).

* The ratings are based on reference conditions according to DIN 6271/ISO 3046/1, propeller curve calculated at 2.5 exponent.

Text and illustrations are non binding, we reserve the right to make modifications in the interest of technical progress.

© MAN ENGINES & COMPONENTS INC. All rights reserved. Printed in the USA

Cuando se usan datos de fábrica se debe tener en cuenta que el motor se ensaya en el banco de pruebas sin silenciador, alternador y otros consumidores de potencia. En consecuencia la potencia y el momento que se indican en las características de fábrica son en un 10...20% mayores que las que se obtienen al ser instalado el motor en el automóvil o en la máquina específica.

Cuando no se cuenta con datos experimentales se pueden usar fórmula empíricas, las cuales permiten a partir de los valores conocidos de ω_N y $N_{m\acute{a}x}$ construir toda la curva. Una fórmula que puede usarse es: [Ilarionov 1985]

$$N_e = N_{m\acute{a}x} \left[a_N \omega_e / \omega_N + b_N (\omega_e / \omega_N)^2 - c_N (\omega_e / \omega_N)^3 \right]$$

Donde a_N, b_N, c_N son coeficientes empíricos que dependen del tipo de motor

	a_N	b_N	c_N
Gasolina 4 tiempos	1	1	1
Diesel 2 tiempo	0,87	1,13	1
Diesel 4 tiempos	0,53	1,56	1,09

En las Fig. 2.11 y 2.12 se muestran ejemplos de características mecánicas de máquinas de trabajo: de una bomba centrífuga y una máquina de hilar. Como se observa en las máquinas de trabajo el momento M aumenta al aumentar la velocidad angular ω lo que se explica, como se dijo arriba con el aumento de las fuerzas de fricción, del medio que se elabora, objetos, etc. De esta manera, las característica mecánicas de del tipo $M=M(\omega)$ como del tipo $P=P(\omega)$ en las máquinas de trabajo, poseen curvas de carácter creciente.

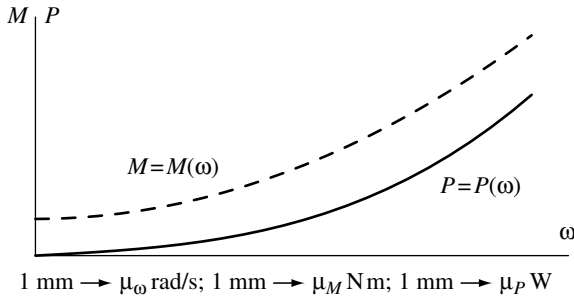


Fig. 2.11
Característica mecánica de una bomba centrífuga

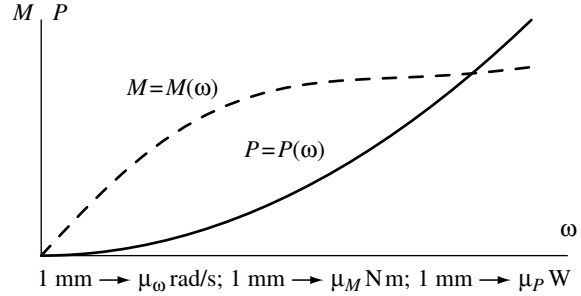


Fig. 2.12
Característica mecánica de una máquina de hilar

3. FUERZAS DE INERCIA DE LOS ESLABONES DE LOS MECANISMOS PLANOS

Como se sabe del curso de Mecánica, en el caso más general *todas las fuerzas de inercia del eslabón BC* (Fig. 3.1) (el cual realiza un movimiento complejo en el plano y que posee un plano de simetría paralelo al plano de movimiento), pueden ser reducidas a una sola fuerza de inercia \vec{F}_i , aplicada en el centro de masas G del eslabón y a un par de fuerzas de inercia, cuyo momento es \vec{M}_i .

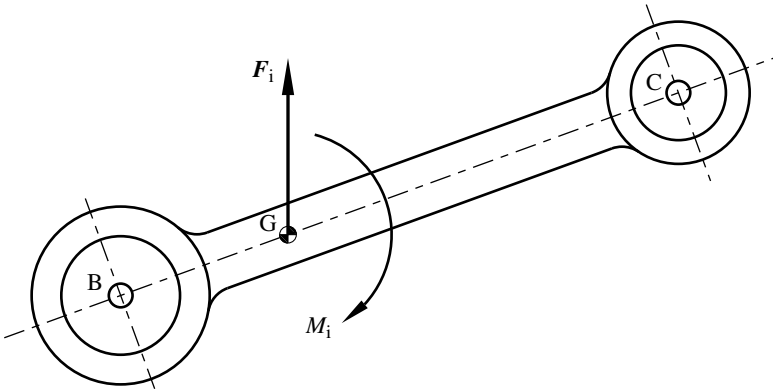


Fig. 3.1. Esquema de un eslabón que muestra la aplicación del vector principal y del momento principal de las fuerzas de inercia de los puntos materiales del mismo

La fuerza \vec{F}_i puede ser determinada mediante la fórmula

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_G, \quad (3.1)$$

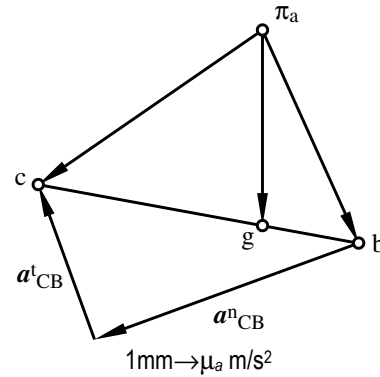
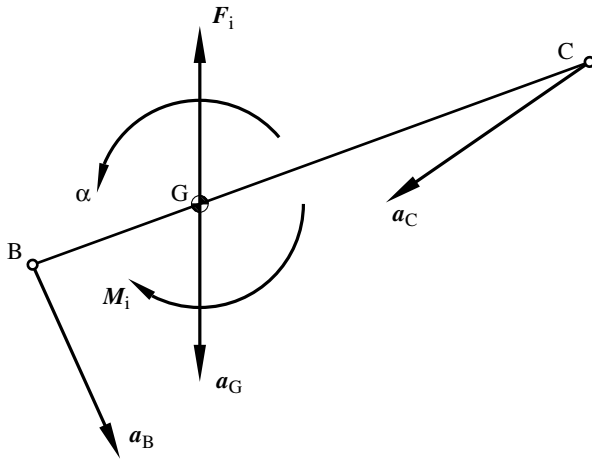
Donde

- \vec{F}_i Es el vector de la fuerza de inercia del eslabón BC
- m Es la masa del eslabón en kilogramos
- \vec{a}_G Es el vector de la aceleración total del centro de masas G del eslabón en m/s^2 .

De manera que para conocer la fuerza de inercia \vec{F}_i de un eslabón de un mecanismo plano es necesario conocer su masa m y el vector de la aceleración total \vec{a}_G de su centro de masas G . De la fórmula (3.1) se deduce que la fuerza de inercia \vec{F}_i se mide en $kg \cdot m/s^2$ es decir tiene como unidad el newton (N).

El vector de la aceleración total del centro de masas en los mecanismos se puede determinar cómodamente partiendo del plano de aceleraciones, utilizando la propiedad de semejanza conocida en cinemática. Supongamos por ejemplo (Fig. 3.2), sea dado el eslabón BC y se conocen las aceleraciones \vec{a}_B y \vec{a}_C de sus puntos B y C, los cuales están

representados en el plano de aceleraciones por los segmentos (πb) y (πg) en la correspondiente escala μ_a .



Para determinar la aceleración total \vec{a}_G del centro de masas G del eslabón, unimos los puntos b y c con una recta y dividimos este segmento en la misma proporción, en la cual el punto G divide al segmento BC. Uniendo el punto g obtenido en el plano de aceleraciones con el polo π obtenemos la magnitud de la aceleración total \vec{a}_G del punto G:

$$a_G = \mu_a (\pi g).$$

La fuerza de inercia \vec{F}_i está dirigida en sentido contrario a \vec{a}_G y su magnitud es igual a

$$F_i = -ma_G$$

El momento M_i del par de fuerzas de inercia está dirigido en dirección contraria a la aceleración angular $\vec{\alpha}$ y puede ser determinado con la fórmula siguiente

$$\vec{M}_i = -J_G \vec{\alpha}. \quad (3.2)$$

Donde

J_G Es el momento de inercia del eslabón con respecto al eje que pasa a través del centro de masas S y es perpendicular al plano de movimiento del eslabón.

$\vec{\alpha}$ Es la aceleración angular del eslabón.

De manera que para determinar el momento \vec{M}_i del par de fuerzas de inercia de un eslabón de un mecanismo plano es necesario conocer la magnitud de su momento de inercia J_G , como también la magnitud y la dirección de la aceleración angular $\vec{\alpha}$ del mismo.

El momento de inercia J_G se mide en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$. La aceleración angular $\vec{\alpha}$ se mide en rad/s^2 , por lo tanto el momento \vec{M}_i del par de fuerzas de inercia se mide en $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2 = \text{N}\cdot\text{m}$, ya que $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ es el *newton*.

La magnitud de la aceleración angular $\vec{\alpha}$ que entra en la fórmula (3.2) se determina por la siguiente igualdad

$$|\alpha| = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}} \quad (3.3)$$

Donde

a_{CB}^t Es la aceleración tangencial (Fig. 3.2b) en el movimiento relativo del eslabón

l_{BC} Es la longitud del eslabón BC.

De esta manera, todas las fuerzas de inercia del eslabón, en el caso general, pueden reducirse al vector principal de las fuerzas de inercia \vec{F}_i , aplicado en el centro de masas G del eslabón y al momento principal de las fuerzas de inercia \vec{M}_i . (Fig. 3.2 a).

Miremos ahora algunos casos particulares de movimiento de los eslabones de los mecanismos. Si el eslabón posee sólo un movimiento de traslación rectilíneo con cierta aceleración, entonces su fuerza de inercia será

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_G. \quad (3.4)$$

Donde

m Es la masa del eslabón en kilogramos, y

\vec{a}_G Es el vector de la aceleración del centro de masas G del eslabón en m/s^2 .

Debido a que la aceleración angular $\vec{\alpha}$ del eslabón en este caso es igual a cero, entonces el momento del par de las fuerzas de inercia será también igual a cero, y todas las fuerzas de inercia se reducen a una sola resultante \vec{F}_i aplicada en el centro de masas G del eslabón y dirigida en dirección contraria a la aceleración \vec{a}_G (Fig. 3.3)

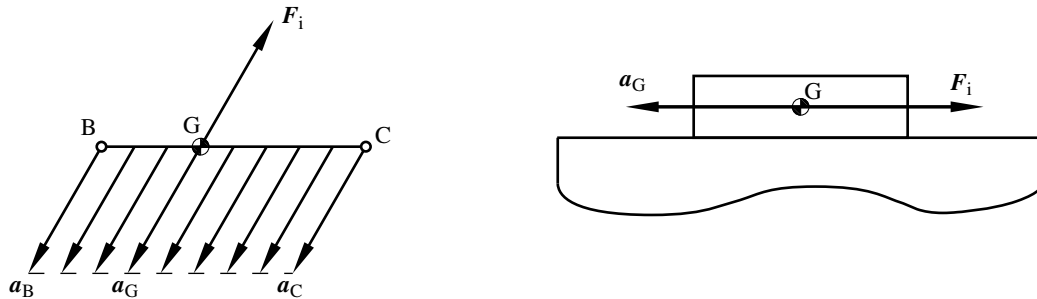


Fig. 3.3 Ejemplos de eslabones con desplazamiento rectilíneo

Si el eslabón se encuentra sólo en movimiento de rotación alrededor de un eje que pasa a través de su centro de masas, entonces su aceleración \vec{a}_G es igual a cero y su fuerza de inercia \vec{F}_i también es igual a cero $\vec{F}_i = 0$.

Si al mismo tiempo la aceleración angular $\vec{\alpha}$ no es igual a cero, entonces las fuerzas de inercia componen un par con un momento \vec{M}_i igual a

$$\vec{M}_i = -J_G\vec{\alpha}$$

Este caso puede tener lugar para las piezas que giran irregularmente (poleas, tambores, rotores, etc.), en las cuales el centro de masas G se encuentra sobre el eje de giro (fig. 3.4a)

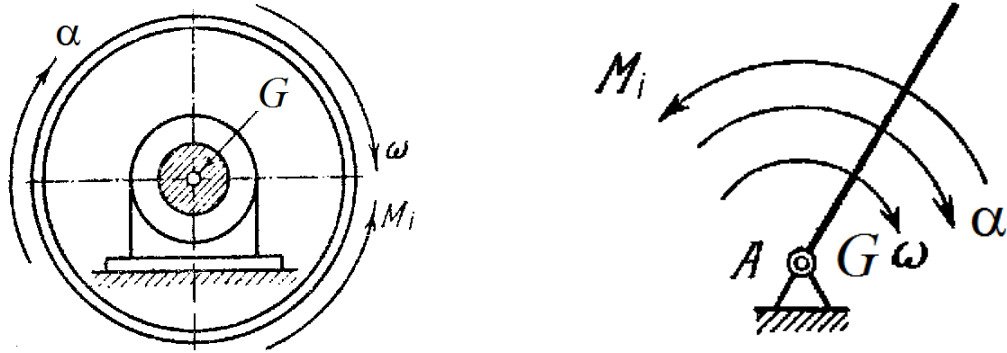


Fig. 3.4a Ejemplos de eslabones de rotación en los cuales el centro de masas coincide con el centro de giro

En el caso de que este tipo de eslabones gire regularmente $\omega = const$, $\alpha = 0$ las resultantes de las fuerzas de inercia y momentos de las fuerzas de inercia son iguales a cero (en el caso de un problema plano). Fig. 3.4b.

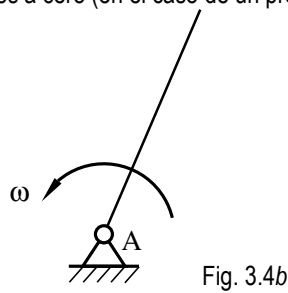


Fig. 3.4b

En el caso del movimiento rotatorio del eslabón BC alrededor de cierto eje, por ejemplo el eje B (Fig. 3.5a), el cual no pasa por el centro de masas G,

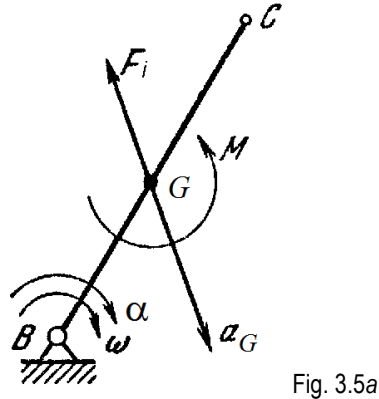


Fig. 3.5a

Las fuerzas de inercia pueden ser reducidas a una fuerza \vec{F}_i aplicada en el centro de masas G y de dirección contraria a la aceleración \vec{a}_G e igual a

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_G$$

Y a un par de fuerzas de inercia cuyo momento es igual a

$$\vec{M}_i = -J_G\vec{\alpha}$$

En el caso de que el eslabón gire regularmente ($\omega = const$, $\alpha = 0$), está presente sólo la fuerza \vec{F}_i aplicada en el centro de masas G y de dirección contraria a la aceleración \vec{a}_G (Fig. 3.5b).

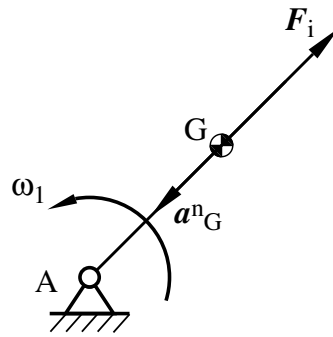
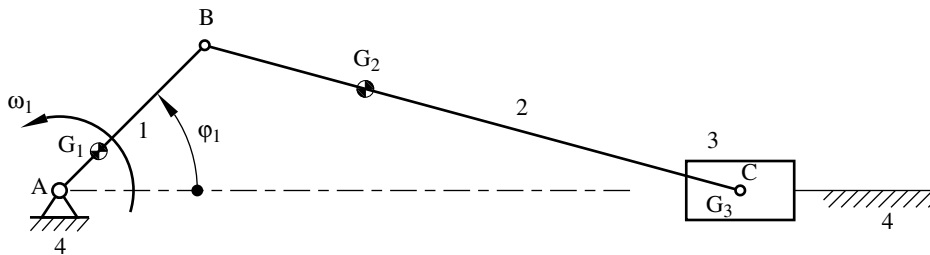


Fig. 3.5b

Ejercicio. Hallar la carga inercial de todos los eslabones del mecanismo de manivela deslizador mostrado.



Datos:

Longitudes de los eslabones: $l_{AB} = 0,074$ m, $l_{BC} = 0,200$ m;

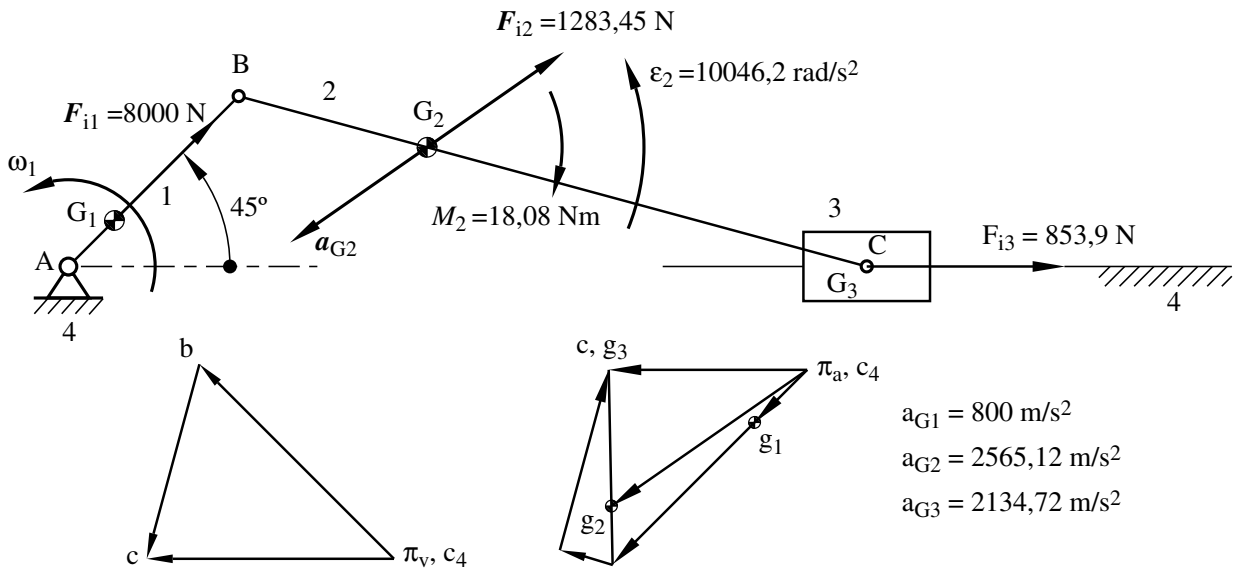
Posiciones de los centros de masas de los eslabones: $l_{AG1} = 0,020$ m, $l_{BG2} = 0,060$ m, $l_{CG3} = 0$ m;

Masas de los eslabones: manivela $m_1 = 10$ kg, biela $m_2 = 0,5$ kg, deslizador $m_3 = 0,4$ kg;

Momento central de inercia de la biela $J_{G2} = 0,0018$ kg·m²;

Velocidad angular de la manivela constante e igual a $\omega_1 = 200$ rad/s.

Resolver el problema para la posición de la manivela $\phi_1 = 45^\circ$.



Nótese que la aceleración angular del eslabón 2 α_2 , se denota con el símbolo ϵ_2

BIBLIOGRAFÍA

Artobolevski I.I. Teoría de mecanismos y máquinas. Moscú. Nauka 1988

Kozhevnikov S.N. Mecanismos. Barcelona. Gustavo Gili S.A. 1975

Norton R.L. Diseño de Maquinaria. México D.F. McGraw-Hill 1995