

# **Dynamika hmotného bodu a soustavy hmotných bodů**

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na [www.jarjurek.cz](http://www.jarjurek.cz).

## 1. Dynamika hmotného bodu a soustavy hmotných bodů

**Dynamika** je obor fyziky, přesněji řečeno mechaniky, který zkoumá **příčiny změn pohybového stavu** těles.

Rozlišujeme tzv. **klasickou dynamiku**, která studuje pohyb těles, který je výrazně menší, než je rychlost světla. Zakladateli tohoto oboru jsou především Ital **Galileo Galilei** (přelom 16. a 17. stol.), Holanďan **Christiaan Huygenz** (17. stol.), Angličan **Isaac Newton** (přelom 17. a 18. stol.). Dynamika, která zkoumá pohyby rychlostmi srovnatelnými s rychlostí světla, se nazývá **relativistická dynamika**, resp. mechanika. Průkopníkem tohoto oboru byl zejména Albert Einstein (přelom 19. a 20. stol.).

## 2. Vzájemné působení těles, síla

**Síla** je vzájemné působení dvou těles.

Síla může mít **účinky pohybové** nebo **deformační**.

Často se v praxi projevují oba druhy účinků současně.

Omezíme se nejprve jen na účinky pohybové. Těmi se totiž zabývá právě dynamika.

Dvě tělesa na sebe mohou působit i tehdy, pokud se vzájemně nedotýkají. Kolem tělesa existuje jisté **silové pole**. Velmi dobře toto pole známe z okolí Země. Právě ta působí silou, nám dobře známou, na tělesa, která se v její blízkosti vyskytují.

**Sílu označujeme  $F$** , a protože je dána nejen svojí velikostí, ale i působišťem, směrem a orientací, řadíme ji mezi **vektory**.

**Základní jednotkou síly** je jeden **newton [N]**, měříme ji **siloměrem**.

## 3. Vzájemné působení těles - procvičovací úlohy

1. **Uveďte příklady a) deformačního účinku síly, b) pohybového účinku síly.**

4345

OK

2. **Uveďte příklady vzájemného působení těles a) přímým stykem, b) prostřednictvím silového pole.**

4344

OK

3. **Uveďte příklady, kdy na těleso působí současně dvě nebo více sil tak, že je jejich výslednice nulová. Jak by se dala tato skutečnost vyjádřit graficky např. pro tři síly?**

4346

OK

## 4. Izolované těleso

**Izolovaným tělesem nazýváme takové těleso, na které nepůsobí žádné síly.**

Obdobně můžeme definovat **izolovaný hmotný bod**.

Jedná se ale o jistý ideální stav, který v praxi nikdy nenastává.

Vytvoříme si **model izolovaného tělesa**, a to tak, že sice připustíme, že síly na těleso působí, bude však **jejich výslednice nulová**.

**Izolované těleso, které je v pohybu, se pohybuje rovnoměrně přímočaře.**

## 5. Izolované těleso - procvičovací úlohy

1. **Co je izolované těleso? Proč je nemůžeme ve skutečnosti pozorovat?**

4347

OK

2. **Jak vytvoříme model izolovaného tělesa? Čím se tento model liší od izolovaného tělesa?**

4348

OK

 **6. První pohybový zákon**

První pohybový zákon formuloval Newton, na základě myšlenky Galilea Galileie. Nazývá se **zákon setrvačnosti** (princip setrvačnosti).

**Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud není nuceno působením vnějších sil tento stav změnit.**

Jiná formulace:

**Těleso setrvává v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém tak dlouho, dokud na něj nepůsobí nějaká vnější síla, případně dokud všechny působící síly na něj působící mají nulovou výslednici.**

**Setrvačnost** je schopnost tělesa setrvat v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém.

**Příklady z praxe:**

Jízda v tramvaji; lidé v ní mají rychlost tramvaje. Ta náhle zastaví a lidé začnou padat. Opačná je situace při rozjíždění.

**Užití zákona setrvačnosti:**

- ve sportu: Vrh koulí, oštěpem

**Zajímavý příklad:**

Mějme poleno, které je zavěšeno na provázku od stropu; provázek pokračuje i pod zavěšeným polenem. Jestliže zatáhneme pomalu, působí na horní část provázku síla naše + síla polena, proto se provázek přetrhne nahoře. Pokud ale zatáhneme rychle, působí síla polena směrem nahoru (setrvačnost) a proti ní síla naše, provázek se tedy přetrhne dole.

Vztažné soustavy, v nichž platí zákon setrvačnosti, nazýváme **inerciální vztažné soustavy**.

Např.: Uvažujme vlak, který jede rovnoměrným přímočarým pohybem. Na podlaze vozu leží kulička (umístili jsme ji tam až ve chvíli, kdy už se vlak pohyboval rovnoměrně přímočaře). Kulička je díky prvnímu pohybovému zákonu, ve vztahu k podlaze, v klidu. Kulička a podlaha tedy tvoří inerciální soustavu.

Soustavy, kde neplatí první pohybový zákon, se nazývají **neinerciální vztažné soustavy**.

Např.: Začne-li vlak (v našem předchozím příkladě) zpomalovat, kulička se začne pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem, přestává tedy platit zákon setrvačnosti.

**Jestliže zjistíme, že určitá vztažná soustava je inerciální, pak každá jiná soustava, která je vzhledem k této soustavě v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, je rovněž inerciální.**

 **7. První pohybový zákon - procvičovací úlohy**1. **Proč se na vodorovné silnici po určité době zastaví motocykl, vypne-li řidič motor?**

4349

OK

2. **Jak se využívá setrvačnosti při posouvání železničních vagonů nebo při sestavování vlakových souprav? Jakým směrem musí vyskočit posunovač z rozjetého vagonu, aby neupadl?**

4351

OK

3. **Proč musí cestující v osobním automobilu používat bezpečnostní pásy? Vysvětlete pomocí prvního pohybového zákona.**

4354

OK

4. **Soustavu spojenou s povrchem Země pokládáme za inerciální. Kabina výtahu sloupá vzhůru: a) zrychleně, b) rovnoměrně, c) zpomaleně. V kterém případě je soustava spojená s kabinou výtahu inerciální? Svou odpověď zdůvodněte.**

OK

4353

5. **Vysvětlete pojem setrvačnost. Uved'te i příklady, jak se setrvačnost těles projevuje.**

OK

4350

6. **Jak se projeví setrvačnost těles při jízdě autobusu v zatáčce?**

OK

4352

## 8. Druhý pohybový zákon

**Začnou-li** na těleso **působit** jiná tělesa **silami** tak, že výsledná síla je nenulová, **změní se jeho pohybový stav**, případně může být těleso deformováno.

Zkoumejme nyní, jaký je vztah mezi silou, hmotností a zrychlením tělesa.

Pokusem lze dokázat, že zrychlení tělesa je přímo úměrné působící síle při konstantní hmotnosti tělesa. Zároveň platí, že zrychlení je nepřímo úměrné hmotnosti tělesa při konstantní síle.

$a \sim F$  ...  $m = \text{konst.}$

$a \sim (1/m)$  ...  $F = \text{konst.}$

Tyto poznatky se staly podkladem pro formulaci II. Newtonova pohybového zákona. Tento zákon má několik formulací, uvedeme si tři nejvýznamnější.



### 1. formulace II. pohybového zákona:

**Zrychlení je přímo úměrné působící síle při konstantní hmotnosti tělesa a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa při konstantní síle.**

$a \sim F$

$$a \sim \frac{1}{m}$$

$$a = \frac{k}{m}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$$

## 2. formulace II. pohybového zákona:

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \frac{v}{t}$$

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{v}$$

$F \cdot t$  ... impuls síly

$m \cdot v$  ... hybnost

**Impuls síly je roven hybnosti touto silou vyvolané.**

Hybnost tělesa, případně hmotného bodu, je fyzikální veličina, která vyjadřuje pohybový stav tělesa, případně hmotného bodu.

Hybnost označujeme  $\mathbf{p}$ . Jedná se o vektorovou veličinu.

Základní jednotkou hybnosti je  $[\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ .

## 3. formulace II. pohybového zákona:

$$F = m \cdot a \quad \dots \quad \text{viz 1. formulace II. pohybového zákona}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

... viz definice zrychlení (podíl změny rychlosti a velmi krátké doby)

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Změnu hybnosti podle změny času budeme nazývat časovou změnou hybnosti.

**Síla je rovna časové změně hybnosti.**

## Užití II. pohybového zákona:

- dynamické měření hmotnosti tělesa (astrofyzika, atomová fyzika); využívá se tzv. setrvačná hmotnost

- odvození tíhové síly  $F_G$ ;  $F_G = m \cdot g$

- ověření I. pohybového zákona;  $a = F/m$ ; Je-li  $a = 0$ , pak se těleso pohybuje rovnoměrným pohybem, proto  $F = 0$ , tzn., **jestliže se těleso pohybuje pohybem rovnoměrným, nepůsobí na něj žádná síla**; Je-li  $F = 0$  - na těleso nepůsobí žádná vnější síla, pak  $a = 0$ ; **Nepůsobí-li tedy na těleso žádná síla, pohybuje se pohybem rovnoměrným.**

### **Příklad 1:**

Na těleso o hmotnosti 120 g, které je v klidu, začne působit stálá síla. Účinkem této síly urazí těleso za 5 minut dráhu 1 800 m. Jak velká je síla?

### **Řešení:**

$$m = 120 \text{ g} = 0,120 \text{ kg}$$

$$t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

$$s = 1\,800 \text{ m}$$

$$F = ? \text{ [N]}$$

-----

$$F = m \cdot a$$

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

Odtud

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

Po dosazení do II. pohybového zákona:

$$F = m \frac{2s}{t^2}$$

Po dosazení:

$$F = 0,120 \cdot \frac{2 \cdot 1800}{300^2} = 4,8 \cdot 10^{-3}$$

$$F = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

### **Závěr:**

Síla má velikost  $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ .

### **Příklad 2:**

Vůz, na nějž působí tíhová síla 4 900 N, a je původně v klidu, je tažen silou 25 N. Za jakou dobu dosáhne rychlosti 2,0 m/s?

### **Řešení:**

$$F_G = 4\,900 \text{ N}$$

$$F = 25 \text{ N}$$

$$v = 2,0 \text{ m/s}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$t = ? \text{ [s]}$$

-----

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{v}{\frac{F}{m}} = \frac{mv}{F} = \frac{\frac{F_G}{g} \cdot v}{F} = \frac{F_G \cdot v}{F \cdot g}$$

Po dosazení:

$$t = \frac{4900 \cdot 2,0}{25 \cdot 9,81} = 40 \text{ (po zaokrouhlení)}$$

t = 40 s

**Závěr:**

Vůz dosáhne rychlosti za 40 s.

**Příklad 3:**

Těleso, které má hmotnost 20 t, se pohybuje se zrychlením 0,5 km/s<sup>2</sup>. Určete velikost síly, která tento pohyb způsobuje.

**Řešení:**

$$m = 20 \text{ t} = 20\,000 \text{ kg}$$

$$a = 0,5 \text{ km/s}^2 = 500 \text{ m/s}^2$$

$$F = ? \text{ [N]}$$

---


$$F = m \cdot a$$

Po dosazení:

$$F = 20\,000 \cdot 500$$

$$F = 10\,000\,000 \text{ N} = 10 \text{ MN}$$

**Závěr:**

Velikost síly je 10 MN.



## 9. Druhý pohybový zákon - procvičovací úlohy

1. **Míč o hmotnosti 0,20 kg dopadl kolmo na pevnou stěnu rychlostí o velikosti 20 m/s a odrazil se rychlostí o velikosti 15 m/s. Náraz trval po dobu 0,005 s. Jak velká byla změna velikosti rychlosti a jak velkou silou působila po dobu nárazu stěna na míč?**

OK 35 m/s; 400 N

2. **Automobil o hmotnosti 800 kg se rozjíždí z klidu. Motor působí stálou tažnou silou o velikosti 500 N, proti pohybu působí vlivem tření a odporu vzduchu výsledná síla o velikosti 100 N. S jak velkým zrychlením se automobil rozjíždí?**

OK 0,5 m/s<sup>2</sup>

3.	<b>Vozík stojící na vodorovné podlaze roztláčoval chlapec vodorovnou silou o stálé velikosti 80 N. Vozík nabyl za dobu 4,0 s rychlosti o velikosti 2,0 m/s. Jaká byla hmotnost vozíku? Tření a odpor vzduchu zanedbejte.</b>	4383
OK	160 kg	
4.	<b>Vypočtěte velikost tíhové síly působící na člověka o hmotnosti 60 kg, jestliže je: a) na povrchu Země. b) na povrchu Měsíce, kde je tíhové zrychlení šestkrát menší než na Zemi. Tíhové zrychlení volte 10 m/s<sup>2</sup>.</b>	4385
OK	600 N; 100 N	
5.	<b>Jak velkou hybnost má kámen o hmotnosti 0,5 kg po 3 sekundách volného pádu? Za tíhové zrychlení dosad'te <math>g = 10 \text{ m/s}^2</math>.</b>	4388
OK	15 kg · m · s <sup>-1</sup>	
6.	<b>Automobil o hmotnosti 800 kg zvýšil při jízdě na přímé silnici svou rychlost z 20 m/s na 25 m/s během doby 5 s. Jak velká výsledná síla na něj působila?</b>	4389
OK	800 N	
7.	<b>Řidič automobilu jedoucí rychlostí 50 km/h narazil do betonového sloupu. Náraz trval 0,045 s. Vypočtěte, jak velká průměrná síla působila na nepřipoutaného spolujezdce hmotnosti 80 kg, když byl vymrštěn ze svého sedadla a narazil do čelního skla. Kolikrát je tato nárazová síla větší než tíhová síla spolujezdce?</b>	4391
OK	Asi 25 kN; Asi 31 krát	
8.	<b>Na těleso o hmotnosti 13 kg začaly současně působit dvě navzájem kolmé síly <math>F_1</math> a <math>F_2</math> o velikostech 60 N a 25 N. Určete:</b> a) Zrychlení tělesa b) Úhel, který svírá vektor zrychlení se silou o velikosti 60 N c) Velikost okamžité rychlosti v čase $t = 10 \text{ s}$ d) Dráhu za dobu 10 s e) Rozhodněte, zda platí vztah $m \cdot a = F_1 + F_2$	4382
OK	5,0 m/s <sup>2</sup> ; 23°; 50 m/s; 250 m; Vztah $m \cdot a = F_1 + F_2$ neplatí, platí pouze $m \cdot a = F_1 + F_2$ .	
9.	<b>Jak velká byla rychlost střely o hmotnosti 20 g, měla-li střela hybnost o velikosti 12 kg · m · s<sup>-1</sup>?</b>	4387
OK	600 m/s	
10.	<b>Automobil o hmotnosti 1 000 kg jede rychlostí 90 km/h. Jak velká je hybnost automobilu? Při jak velké rychlosti má stejně velkou hybnost automobil o hmotnosti 3 000 kg?</b>	4386
OK	25 · 10 <sup>3</sup> kg · m · s <sup>-1</sup> ; 30 km/h	

## 10. Třetí pohybový zákon

Třetí pohybový zákon má název **Zákon akce a reakce**.

**Síly, kterými na sebe navzájem působí dvě tělesa, jsou stejně velké a opačně orientovaného směru. Současně vznikají a současně zanikají.**

Zápis z hlediska velikostí:

$$F_1 = F_2$$

Zápis z hlediska orientace:

$$F_1 = -F_2$$



### III. pohybový zákon

Položí-li se závaží ve tvaru koule na pravoúhlé závěsné pravoúhelníkové poutko, které je na koncích podepřeno, začne pravoúhlé poutko působit silou  $F$ , rovnou tíze závaží  $G$ , na pravoúhlé poutko a tím způsobí jeho prohnutí. Závaží působí na pravoúhlé poutko akci.

Současne však prohnuté pravoúhlé poutko působí na závaží silou pružnosti  $F_1$  (reakcí) směrem nahoru.

Akce a reakce jsou síly, které působí na různá tělesa, proto se ve svých účincích vzájemně neruší.

#### **Konkrétní situace, kde se s jevem můžeme setkat:**

- zvedáme-li závaží, působíme na něj silou; závaží však působí rovněž silou na naše ruce
- roztlačujeme-li vozík, působíme na něj silou; vozík současně působí silou na nás
- magnet přitahuje ocelovou tyčinku; tyčinka přitahuje magnet

## 11. Třetí pohybový zákon - procvičovací úlohy

- 1. Dva chlapci jsou v loďkách plujících na hladině jezera. Chlapec v jedné loďce odstrkuje veslem druhou loďku. Která z loďek se dá do pohybu?** 4394  
OK
- 2. Ve kterém případě udělují síly vzájemného působení mezi tělesy oběma tělesům stejně velká zrychlení?** 4393  
OK
- 3. Dva chlapci táhnou nit za opačné konce. Každý působí silou o velikosti 50 N, Přeťrhne se nit, jestliže vydrží ještě tah silou o velikosti 80 N?** 4392  
OK
- 4. Dvě dívky o hmotnostech 30 kg a 50 kg jsou na kolečkových bruslích a přitahují se k sobě provazem. Jedna dívka táhne za provaz silou o velikosti 15 N, druhá jej jen pevně drží. Jak velkou silou táhne druhá dívka? Jak velká jsou zrychlení dívek? Tření a odpor vzduchu nevažujte.** 4395  
OK 15 N; 0,5 m/s<sup>2</sup>; 0,3 m/s<sup>2</sup>

## 12. Zákon zachování hybnosti

Uvažujeme dvě tělesa, která na sebe navzájem působí, nepůsobí však na ně jiné další síly. Hovoříme tedy o **izolované soustavě** (pokud z praktických důvodů však přece jen nějaká síla působí, pak je kompenzována stejně velkou silou opačně orientovaného směru).

Vzhledem k platnosti III. pohybového zákona lze zapsat:

$$F_1 = F_2 \text{ (z hlediska velikosti)}$$

Pro názornost si představme např. dva vozíčky na společné kolejnici.

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$$

$$m_1 \cdot \frac{v_1}{t_1} = m_2 \cdot \frac{v_2}{t_2}$$

Protože čas je v obou případech stejný, platí, že  $t_1 = t_2 = t$

$$m_1 \cdot \frac{v_1}{t} = m_2 \cdot \frac{v_2}{t}$$

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$$

**Působí-li dvě tělesa na sebe navzájem na základě principu akce a reakce, pak hybnosti obou těles jsou stejné.**

Pokud budeme uvažovat nejen velikost síly, ale i její orientaci, pak platí:

$$F_1 = -F_2$$

$$m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$$

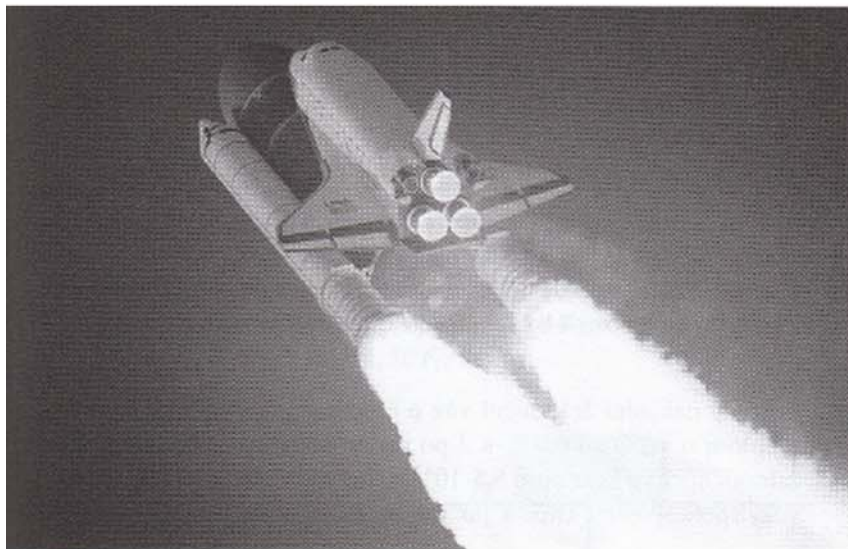
Na levé straně této rovnice je hybnost celé soustavy, v níž na sebe působila tělesa na principu akce a reakce.

### **Zákon zachování hybnosti:**

**Působí-li na sebe dvě tělesa na základě principu akce a reakce, potom hybnost soustavy je buď rovna nule, nebo má takovou hodnotu, jakou ta soustava měla než vstoupila do vzájemného působení (celková hybnost soustavy je tedy konstantní).**

**Uplatnění zákona o zachování hybnosti je velmi široké:**

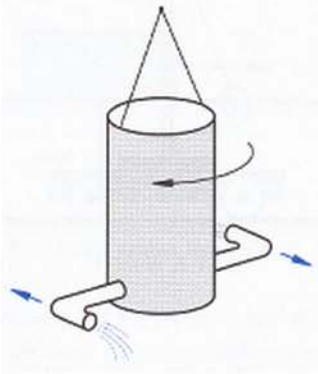
- Reaktivní motory



Na základě principu akce a reakce se posouvá raketa opačně orientovaným směrem než vytékají spálené plyny.

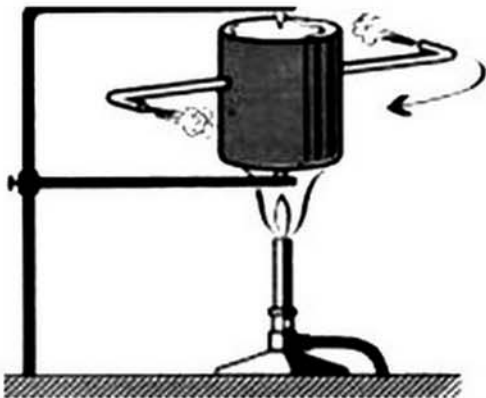
Pozn.: Motor může pracovat na tomto principu i ve vzduchoprázdnu. Nejedná se tedy o jakési "opření plynů o vzduch".

- Princip reaktivních motorů vysvětluje Segnerovo kolo

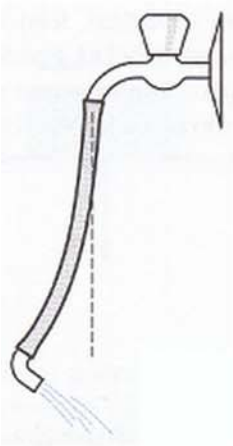


Segnerovo kolo se využívá např. v lihovaru k výrobě kyseliny octové.

- Na podobném principu pracuje i Heronova baňka.



- Na následujícím obrázku je síla, kterou je voda vyháněna ven akce a ohnutí hadičky je reakce.



- Reaktivní sílu využívají k pohybu i někteří mořští živočichové (hlavonožci).
- Zpětný ráz při výstřelu ze zbraně.



- Lodní šroub a vrtule



Motor otáčí vrtulí (šroubem). Šroub působí na vzduch (vodu). Prostředí působí zpátky na šroub a tím na loď. Prostředí a loď se posouvají opačně orientovaným směrem.

### **Příklad 1:**

Vozík o hmotnosti 4 kg jede po vodorovných kolejkách rychlostí o velikosti 0,5 m/s a narazí na vozík o hmotnosti 2 kg, který jede tímž směrem rychlostí o velikosti 0,2 m/s. Při nárazu se oba vozíky spojí a dále se pohybují společně. Určete jejich velikost rychlosti po srážce. Tření a odpor vzduchu neuvažujte.

### **Řešení:**

$$m_1 = 4 \text{ kg}$$

$$v_1 = 0,5 \text{ m/s}$$

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$v_2 = 0,2 \text{ m/s}$$

$$v = ? \text{ [m/s]}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$

Vyjádríme  $v$ :

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Po dosažení:

$$v = \frac{4 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,2}{4 + 2}$$

$$v = 0,4 \text{ m/s}$$

**Závěr:**

Vozíky po srážce se pohybují rychlostí 0,4 m/s.

**Příklad 2:**

Dělo, které má hmotnost 500 kg, vystřelí projektyl o hmotnosti 1 kg rychlostí 500 m/s. Jaké rychlosti nabude dělo?

**Řešení:**

$$m_1 = 500 \text{ kg}$$

$$m_2 = 1 \text{ kg}$$

$$v_2 = 500 \text{ m/s}$$

$$v_1 = ? \text{ [m/s]}$$

---

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$$

$$v_1 = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1}$$

Po dosazení:

$$v_1 = \frac{1 \cdot 500}{500}$$

$$v_1 = 1 \text{ m/s}$$

**Závěr:**

Dělo nabude rychlosti 1 m/s.

**Příklad 3:**

Raketa vystřelí 15 g plynu rychlostí 180 m/s. Jaké rychlosti raketa nabude, je-li její hmotnost po výstřelu 54 g?

**Řešení:**

$$m_1 = 15 \text{ g} = 0,015 \text{ kg}$$

$$v_1 = 180 \text{ m/s}$$

$$m_2 = 54 \text{ g} = 0,054 \text{ kg}$$

$$v_2 = ? \text{ [m/s]}$$

---

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2}$$

Po dosazení:

$$v_2 = \frac{0,015 \cdot 180}{0,054}$$

$$v_2 = 50 \text{ m/s}$$

**Závěr:**

Raketa nabyla rychlosti 50 m/s.

## 13. Zákon zachování hybnosti - procvičovací úlohy

1. **Těleso o hmotnosti 4,0 kg se pohybuje rychlostí o velikosti 2,0 m/s, těleso o hmotnosti 3,0 kg rychlostí o velikosti 6,0 m/s. Vypočtěte velikost celkové hybnosti této soustavy dvou těles, jsou-li rychlosti těles:** 4413
- a) v téže přímce a mají stejný směr  
b) v téže přímce a mají opačný směr  
c) navzájem kolmé

OK a) 26 kg · m/s; b) 10 kg · m/s; c) 20 kg · m/s

2. **Prázdný nákladní železniční vůz o hmotnosti  $2,5 \cdot 10^4$  kg se pohybuje rychlostí o velikosti 0,9 m/s po vodorovné trati a narazí na naložený železniční vůz o hmotnosti  $5,5 \cdot 10^4$  kg, který je v klidu. Při nárazu jsou oba vozy spolu spojeny. Určete, jak velkou společnou rychlostí se pohybují.** 4415

OK Asi 0,3 m/s

3. **Střela o hmotnosti 0,01 kg je vystřelena rychlostí o velikosti 800 m/s z pušky o hmotnosti 4 kg. Vypočtěte, jak velká je zpětná rychlost pušky.** 4414

OK 2 m/s

## 14. Smykové tření

Pokud je pohybující se těleso v přímém styku s jiným tělesem (např. pokud se jedno těleso posouvá po tělese druhém), dochází ke tření. Nazýváme ho **smykové tření**.

**Třecí síla** je orientována vždy proti pohybu tělesa. Má tedy **brzdné účinky**.

Velikost smykového tření závisí na povrchu obou těles, která přicházejí do kontaktu. Při vzájemném pohybu se tělesa **obrušují** a **zahřívají**, někdy i **elektricky nabíjejí**.

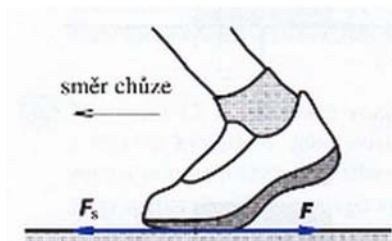
### Třecí síla může být:

- Klidová** - např. začne-li působit síla na kvádr, který byl původně v klidu, a leží na podložce, tento kvádr se nějakou chvíli ještě nepohybuje; maximální hodnotu této třecí síly nazýváme **mezní (kritická) klidová třecí síla**.
- Pohybová** - působí opačně orientovaným směrem než síla, která způsobuje pohyb; má na těleso brzdné účinky

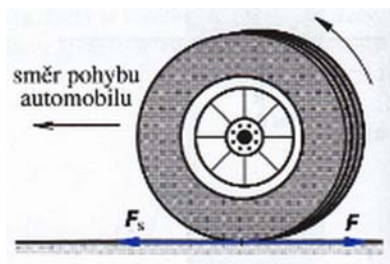
**Mezní (kritická) klidová třecí síla je vždy za stejných podmínek vzájemného styku daných dvou těles větší než třecí síla za pohybu. Obě síly působí ve stykové ploše tělesa s podložkou.**

### Význam klidové třecí síly:

- chůze po podložce



- pohyb vozidel



Pro pohybovou třecí sílu platí, že její velikost **je přímo úměrná velikosti tlakové síly**, kterou působí těleso kolmo na podložku.

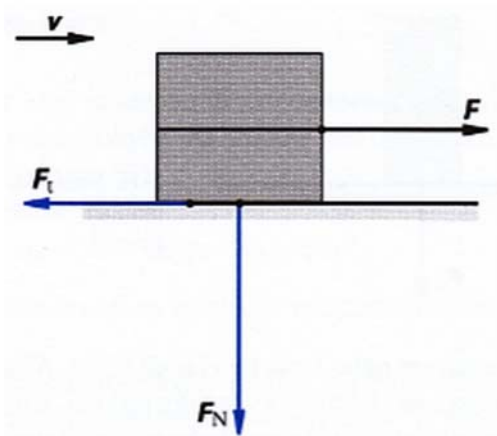
$$F_t \sim F_N$$

$F_t$  ... pohybová třecí síla

$F_N$  ... normálová síla (= tlaková síla) působící na podložku

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{f} \cdot \mathbf{F}_N$$

$f$  ... konstanta - koeficient (součinitel) smykového tření



**Součinitel  $f$  závisí na kvalitě stykových ploch a i na rychlosti vzájemného pohybu. Nezávisí na velikosti obsahu stykových ploch.**

### **Další praktické situace, kde se setkáváme s třecí silou:**

- posyp chodníků a vozovek v zimě (snažíme se tření zvětšit)
- spojování těles (hřebíky, nýty, šrouby)
- použití smyčcových nástrojů
- odírání podrážek bot, opotřebení pneumatik
- třecí sílu můžeme snížit vyhlazením povrchu součástek, případně mazáním tukem nebo olejem

## **15. Smykové tření - procvičovací úlohy**

1. **Uveďte příklady z praxe, kdy je smykové tření a) užitečné, b) škodlivé.**

4423

OK

2. **Proč se lokomotivy vyrábějí tak, aby měly velkou hmotnost?**

4424

OK

3. **Jak velkou silou musíme působit na bednu o hmotnosti 200 kg, abychom ji posouvali rovnoměrným pohybem po vodorovné podlaze, je-li součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou 0,2? Tíhové zrychlení uvažujte 10 m/s<sup>2</sup>.**

4425

OK 400 N

4. **Jaká je nejkratší vzdálenost, na které může zastavit automobil, který jede po vodorovné silnici rychlostí 72 km/h, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,25? Předpokládejte, že automobil jede s vyřazeným rychlostním stupněm, a všechny další odporové síly zanedbejte. Návod: zvažte, jak velké je zrychlení zpomaleného pohybu. Vypočítejte také, jak se změní tato vzdálenost, jede-li automobil po náledí (součinitel smykového tření 0,15).**

OK 80 m; Asi 133 m

## 16. Dostředivá síla

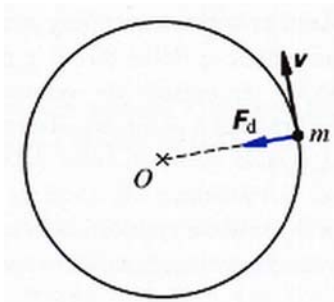
Dostředivá síla úzce souvisí s pohybem hmotného bodu po kružnici. Tím jsme se zabývali už v jiné kapitole. Tehdy jsme došli k závěru:

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$a_d$	...	dostředivé zrychlení
$v$	...	obvodová rychlost hmotného bodu
$r$	...	poloměr kružnice, po níž se hmotný bod pohybuje
$\omega$	...	úhlová rychlost

Podle druhého pohybového zákona je příčinou zrychlení hmotného bodu vždy síla, která má stejný směr jako zrychlení. Na hmotný bod, který koná rovnoměrný pohyb po kružnici, musí tedy působit síla, která stejně jako zrychlení směřuje stále do středu kružnice. Tato síla se nazývá **dostředivá síla**. Podle druhého pohybového zákona je

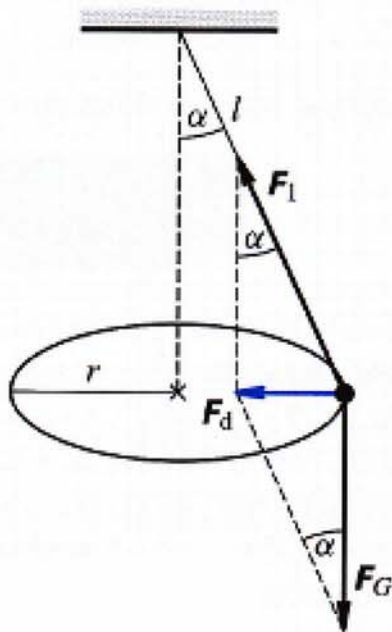
$$F_d = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$$



### Příklad:

Kulička o hmotnosti 50 g je zavěšena na vlákne o délce 80 cm a pohybuje se tak, že opisuje ve vodorovné rovině kružnici o poloměru 30 cm rychlostí o stálé velikosti - viz obrázek. Určete: a) výslednici sil, které na ni působí; b) velikost rychlosti kuličky. Odpor vzduchu a hmotnost vlákna zanedbejte.



**Řešení:**

$$m = 50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg}$$

$$l = 80 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$$

$$r = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_d = ? \text{ [N]}$$

$$v = ? \text{ [m/s]}$$

Vektorově platí, že síla  $\mathbf{F}_d$  je součtem vektorů  $\mathbf{F}_G$  a  $\mathbf{F}_1$ .

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_1$$

Budeme-li uvažovat pouze velikosti, pak z výpočtu pravoúhlého trojúhelníku platí:

$$\operatorname{tg} \alpha = F_d / F_G$$

Odtud vyjádříme:

$$F_d = F_G \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Dále platí, že  $F_G = m \cdot g$ , proto  $F_d = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Z "velkého" trojúhelníku na obrázku platí, že  $\operatorname{tg} \alpha = r / x$ , kde  $x$  je délka svislé úsečky spojující střed kružnice s bodem, kde je vlákno zavěšeno.

Z tohoto trojúhelníku můžeme podle Pythagorovy věty vyjádřit i délku  $x$ :

$$x = \sqrt{l^2 - r^2}$$

Po dosazení tedy:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{x} = \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}}$$

$$F_d = m \cdot g \cdot \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}}$$

Po dosazení hodnot:

$$F_d = 0,050 \cdot 9,81 \cdot \frac{0,30}{\sqrt{0,80^2 - 0,30^2}}$$

$F_d = 0,20$  N (po zaokrouhlení)

**Závěr:**

Na kuličku působí výsledná síla o velikosti asi 0,20 N, směřuje do středu kružnice.

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$v^2 = a_d \cdot r$$

$$v = \sqrt{a_d \cdot r} = \sqrt{\frac{F_d \cdot r}{m}}$$

Po dosazení hodnot:

$$v = \sqrt{\frac{0,20}{0,050} \cdot 0,30}$$

$v = 1,1$  m/s (po zaokrouhlení)

**Závěr:**

Velikost rychlosti kuličky je přibližně 1,1 m/s.



## 17. Dostředivá síla - procvičovací úlohy

1. **Atlet při hodu kladivem roztáčí kladivo o hmotnosti 7,25 kg po kružnici o poloměru 1,80 m tak, že vykoná jednu otočku za 0,45 s. Jak velkou dostředivou sílu musí vyvinout?** 428

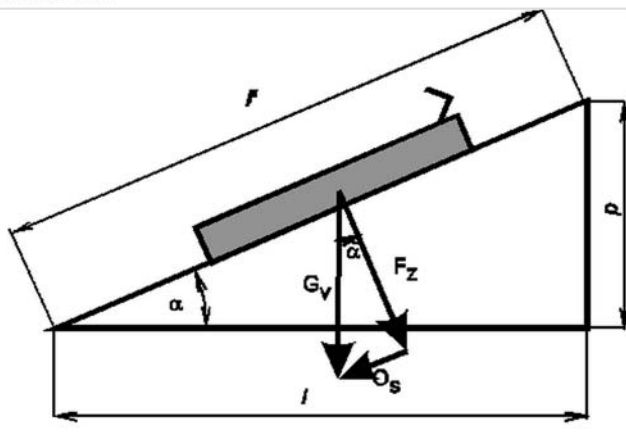
OK Asi 2,5 kN  
( $v = 2\pi r/T = 2\pi r/T$ ;  $F_d = mv^2/r$ )

2. **Při hodu diskem roztáčí atlet disk o hmotnosti 2,0 kg po kružnici o poloměru 1,1 m, přičemž na něj působí dostředivou silou o velikosti 900 N. Jak velké rychlosti disk dosáhne při vypuštění?** 4429

OK Asi 22 m/s  
( $a_d = F_d/m$ ;  $a_d = v^2/r$ )

3. **Které síly působí na vlak projíždějící rovnoměrným pohybem zatáčkou? Jaký směr má výslednice těchto sil?** 4427

OK



Síla gravitační, síla odstředivá, výslednice musí být kolmá k trati.

## 18. Inerciální vztažné soustavy

Abychom mohli vysvětlit některé fyzikální jevy, potřebujeme vytvořit prostředí, které v podmínkách na zemském povrchu běžně neexistují. Potřebujeme např. vyloučit působení gravitačních sil, apod. Proto zavádíme tzv. **inerciální vztažné soustavy**, v nichž vytvoříme jisté modelové prostředí a v něm pak můžeme některé fyzikální jevy snáze popsat.

Za inerciální vztažnou soustavu můžeme přibližně považovat soustavu, která se vyskytuje poblíž zemského povrchu a je s tímto zemským povrchem pevně spojena. Důležité však je, aby se soustava pohybovala vzhledem k zemskému povrchu **rovnoměrně**.

Např. na palubě lodi, která pluje rovnoměrným přímočarým pohybem, padají volně puštěná tělesa směrem dolů s tíhovým zrychlením stejně jako na povrchu Země. Podobně je tomu ve vagonu vlaku, který jede stálou rychlostí po přímé vodorovné trati, v něm můžeme chodit, nalévat z láhve vodu, házet míč apod. tak, jako by vagon stál.

Cestující v takovém vlaku, pokud nemá možnost sledovat okolní krajinu, nemůže poznat směr, a ani rychlost, kterými se vlak pohybuje.

Těmito situacemi se zabývali fyzikové už v 17. století, významný je **Galileův princip relativity**:

**Zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních vztažných soustavách. Rovnice, které je vyjadřují, mají stejný tvar. Na základě mechanických pokusů není žádná inerciální vztažná soustava privilegována.**

**Všechny inerciální vztažné soustavy jsou pro popis mechanických dějů rovnocenné.**

Každá soustava, která se vzhledem k nějaké inerciální soustavě pohybuje jinak než rovnoměrně přímočaře (napr. zrychleně), je **neinerciální**.

## 19. Inerciální vztažné soustavy - procvičovací úlohy




















1. **Předpokládejme, že vztažná soustava spojená s povrchem Země je inerciální. Uvažujme tři železniční vozy: první jede stálou rychlostí po přímé trati, druhý se rozjíždí po přímé trati rovnoměrně zrychleně, třetí projíždí zatáčkou rovnoměrným pohybem po kružnici. S kterými z těchto vozů můžeme spojit inerciální vztažnou soustavu?** 4439

OK: Jen s prvním

2. **Proč nemůžeme vztažnou soustavu spojenou s povrchem Země považovat za inerciální při popisu pohybu umělých družic Země?** 4440

OK:

 **Obsah**

 1. Dynamika hmotného bodu a soustavy hmotných bodů	2
 2. Vzájemné působení těles, síla	2
 3. Vzájemné působení těles - procvičovací úlohy	2
 4. Izolované těleso	2
 5. Izolované těleso - procvičovací úlohy	2
 6. První pohybový zákon	3
 7. První pohybový zákon - procvičovací úlohy	3
 8. Druhý pohybový zákon	4
 9. Druhý pohybový zákon - procvičovací úlohy	7
 10. Třetí pohybový zákon	8
 11. Třetí pohybový zákon - procvičovací úlohy	9
 12. Zákon zachování hybnosti	9
 13. Zákon zachování hybnosti - procvičovací úlohy	14
 14. Smykové tření	14
 15. Smykové tření - procvičovací úlohy	15
 16. Dostředivá síla	16
 17. Dostředivá síla - procvičovací úlohy	18
 18. Inerciální vztažné soustavy	19
 19. Inerciální vztažné soustavy - procvičovací úlohy	19