Marko Roczen und Helmut Wolter unter Mitarbeit von Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

Aufgabe 3/3/010

(S: Varianten)

Lineare Unabhängigkeit von Vektoren und Erzeugendensysteme

Index: Vektorraum, linear unabhängige Vektoren, Erzeugendensystem eines Vektorraumes

Stoffeinheiten: 3/3/1 - 3/3/4 Lineare Unabhängigkeit

Wir betrachten die Vektoren

- (1) (-1, -2, 2), (-1, 1, -1), (-2, 2, 1) im \mathbb{R} -Vektorraum \mathbb{R}^3 ,
- (2) (-1,-1,0), (0,1,0), (1,-1,1) im \mathbb{F}_3 -Vektorraum \mathbb{F}_3^3 ,
- (3) (2,0,0,-2), (1,-2,-2,-1), (-2,1,-1,-2) im \mathbb{R} -Vektorraum \mathbb{R}^4 ,
- (4) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{11}$ im **Q**-Vektorraum **R**,
- (5) (-i, (i-1)), ((i-1), 2) im \mathbb{C} -Vektorraum \mathbb{C}^2 ,
- $(6)^* \ln(2), \ln(3) \text{ im } \mathbb{Q}\text{-Vektorraum } \mathbb{R}.$

Stellen Sie in jedem Fall fest, ob die angegebenen Vektoren ein Erzeugendensystem bzw. ein linear unabhängiges System bilden.

Ergebnis. Die angegebenen Vektoren sind

- (1) linear unabhängig und ein Erzeugendensystem,
- (2) linear unabhängig und ein Erzeugendensystem,
- (3) linear unabhängig, kein Erzeugendensystem,
- (4) linear abhängig, kein Erzeugendensystem,
- (5) linear abhängig, kein Erzeugendensystem,
- (6) linear unabhängig, aber kein Erzeugendensystem.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt Lineare Algebra individuell; als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679
Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.