Rekonstrukce ploch:
Polygonální a analytická reprezentace
Vybrané metody aproximace ploch

Petra Surynková

Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

petra.surynkova@mff.cuni.cz

Přehled (1)

- **Princip rekonstrukce ploch technické praxe z mračna bodů**
  - Bodová fáze – příprava a předzpracování
  - Polygonální reprezentace
  - Tvarová fáze – segmentace, aproximace oblasti daným typem plochy
- **Hraniční reprezentace**
  - Polygonální reprezentace – příklady v programu Rhinoceros
  - Analytická reprezentace
- **Analytická vyjádření hraničně reprezentovaných objektů**
  - Bézierovy plochy
  - Racionální Bézierovy plochy
  - Plátování
  - Příklady ploch

Přehled (2)

- **Aproximace ploch Bézierovými pláty**
  - Body vstupní množiny tvoří pravidelnou mřížku
  - Body vstupní množiny jsou rozmístěny náhodně
  - Programová demonstrace
- **Další vylepšování tvaru aproximující plochy**
  - Evoluce uzavřených a otevřených B-spline křivek – objasnění problému
  - Evoluce Bézierových ploch
  - Programová demonstrace
- **Závěr a budoucí práce**

Rekonstrukce ploch (1)

- **Digitální dokumentace reálných povrchů**
  - **rekonstrukce ploch** je využívána v řadě odvětvích vědy a průmyslu
    - dokumentace soch a památek, architektura, stavitelství, design, ...
  - **vytvoření CAD modelu** z daného mračna bodů
    - body v prostoru, v obecné úloze známe jen prostorové souřadnice
- **Bodová fáze – příprava a předzpracování**
  - mračna bodů získáváme **3D skenováním** reálných povrchů
    - nutné počítat s nepřesností v měření
    - **skenování** se provádí **vícekrát z různých stanovišť**, jednotlivé ,,skeny“ se následně slučují
    - ve výsledném mračnu bodů mohou být **redundantní data** – nutné odstranit – ztenčující algoritmy

Rekonstrukce ploch (2)

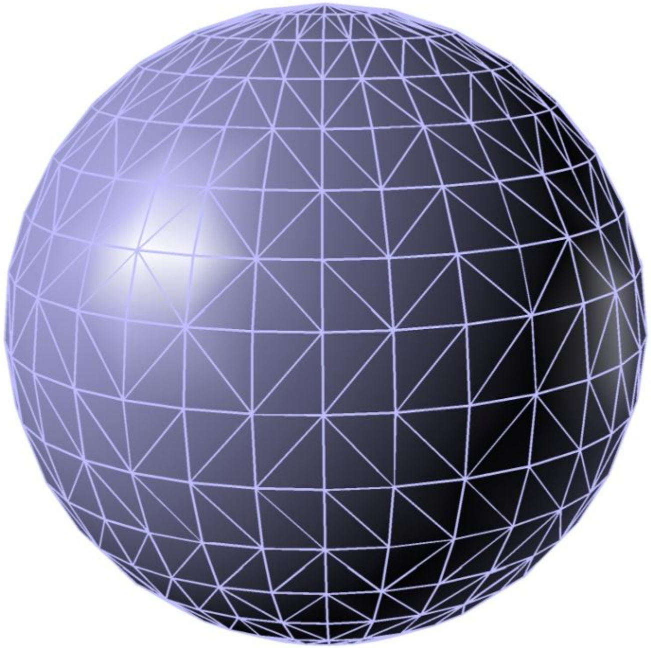
- **Polygonální reprezentace**
  - celá řada algoritmů využívající dělení prostoru
    - základem Voronoiovy diagramy, Delaunay triangulace
  - výsledkem těchto metod bývá velice často **trojúhelníková síť** aproximující zadanou množinu bodů
    - velice komplikovaný problém, dosud neexistují uspokojivé univerzální řešící postupy
- **Tvarová fáze**
  - převod trojúhelníkové sítě do CAD reprezentace
    - **implicitní nebo parametrické vyjádření ploch**
  - **segmentace** – detekce a rozdělení na oblasti s ,,rozdílnou geometrií“
    - tj. nalezení **rovinné oblasti**, části **válcových ploch** nebo **obecné plochy** (freeform patches) – není jednoduché
  - **aproximace oblasti typem plochy** určeného při segmentaci (surface fitting)

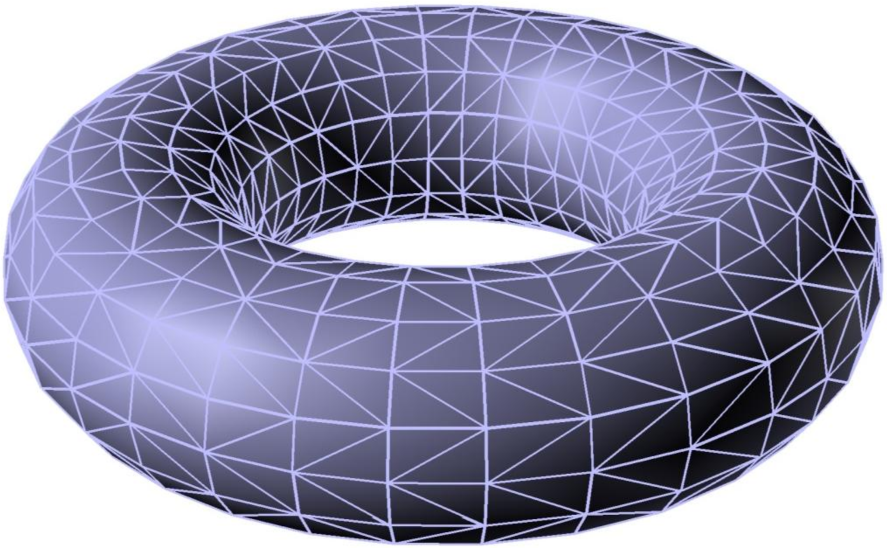
Hraniční reprezentace (1)

- **Polygonální reprezentace**
  - jedna z nejčastěji používaných reprezentací objektů v počítačové grafice
  - základním prvkem
    - **nejčastěji trojúhelník**, někdy čtyřúhelník nebo mnohoúhelníky (nutné určovat konvexitu)
    - polygon je nejčastěji reprezentován **pouze svými vrcholy – pořadí vrcholů** a tudíž i pořadí jeho **stran** určuje **orientaci celého polygonu**
  - při rekonstrukci ploch – **vstupem množina bodů**, známe **prostorové souřadnice**, obecně nevíme nic dalšího
    - díky polygonální reprezentaci, určíme **návaznost bodů vstupní množiny**
    - jde o vygenerování **prvotního povrchu plochy**, který se dále zpracovává

Hraniční reprezentace (2)

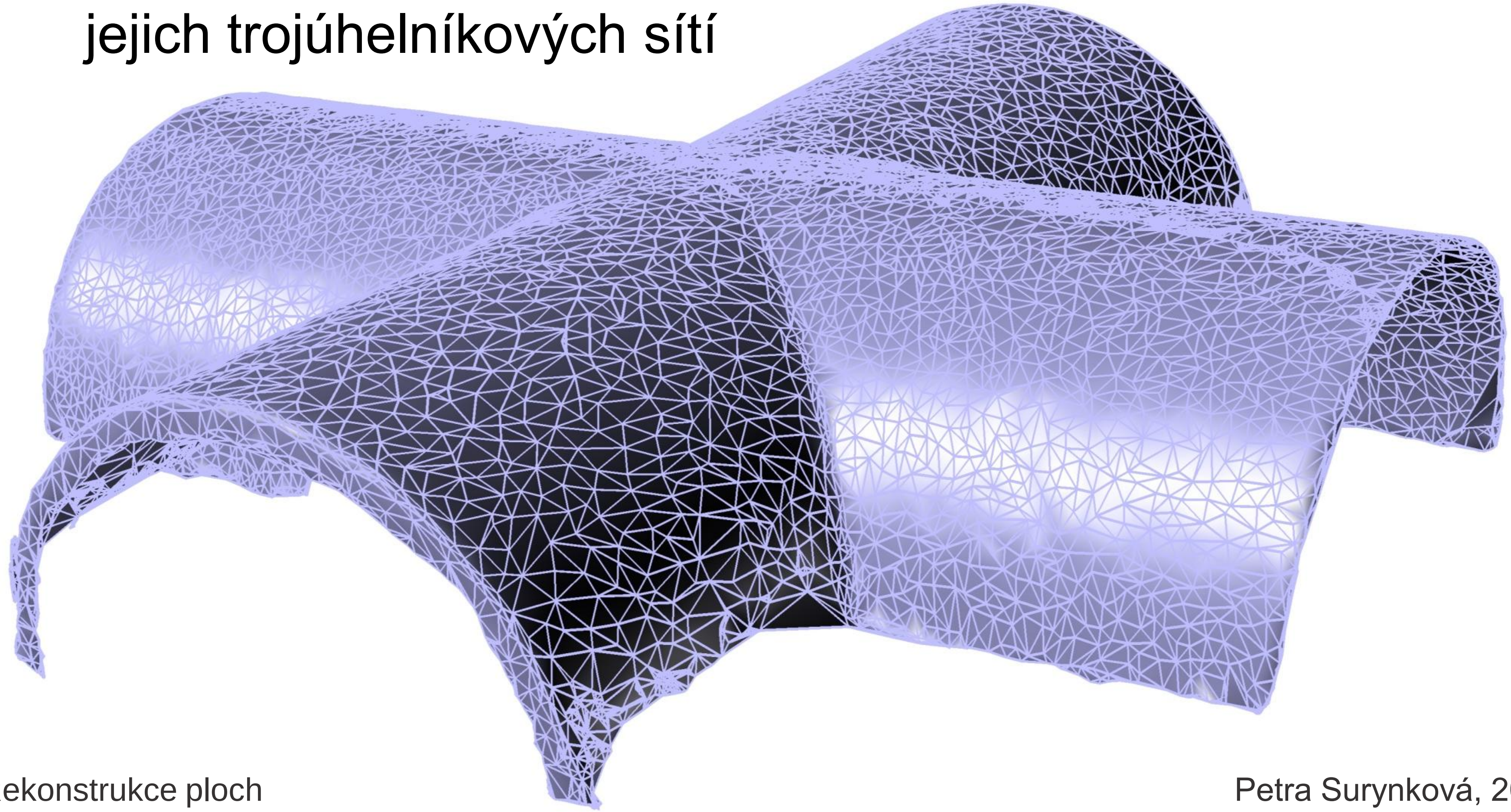
- **Polygonální reprezentace** – příklady trojúhelníkové sítě

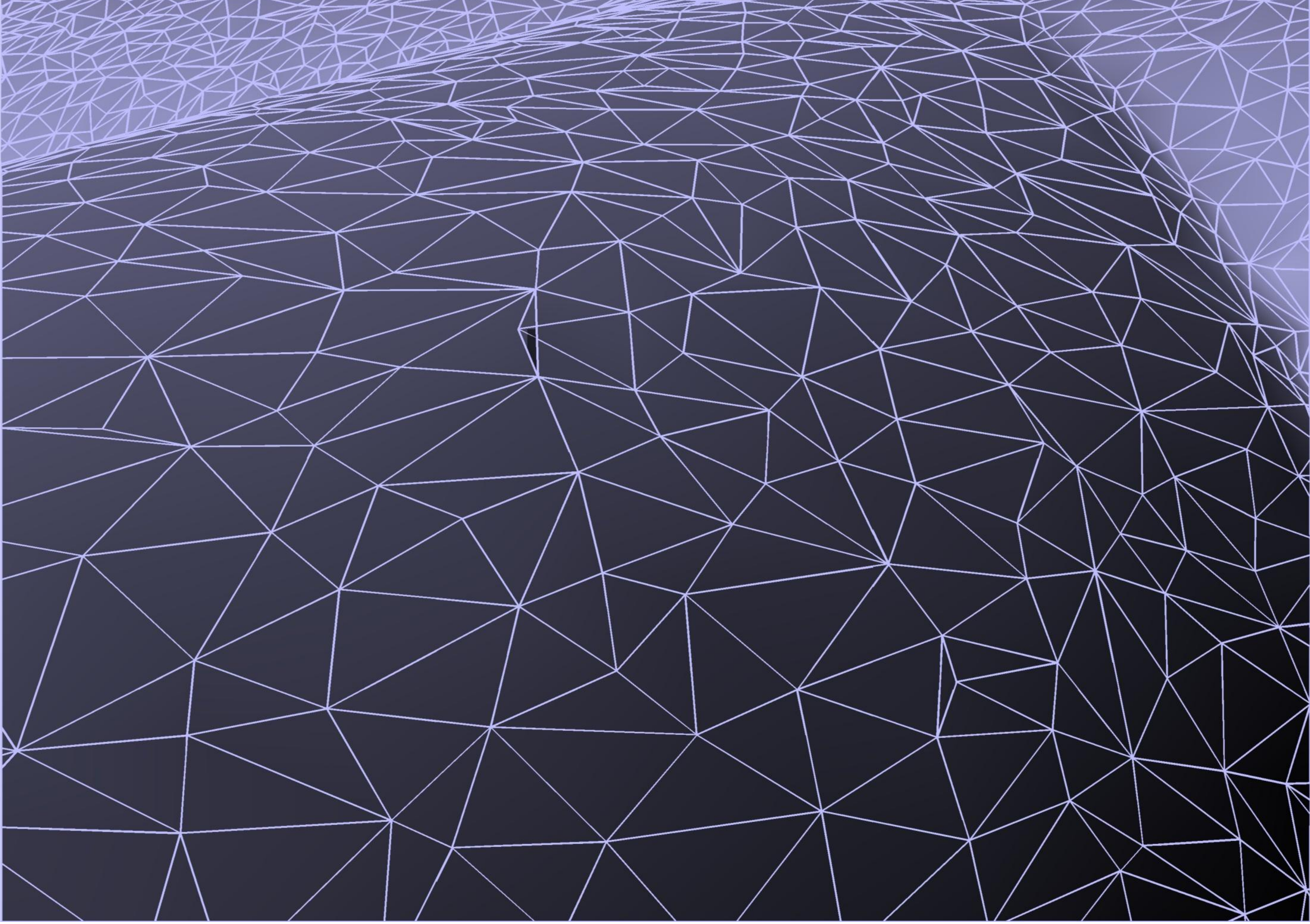


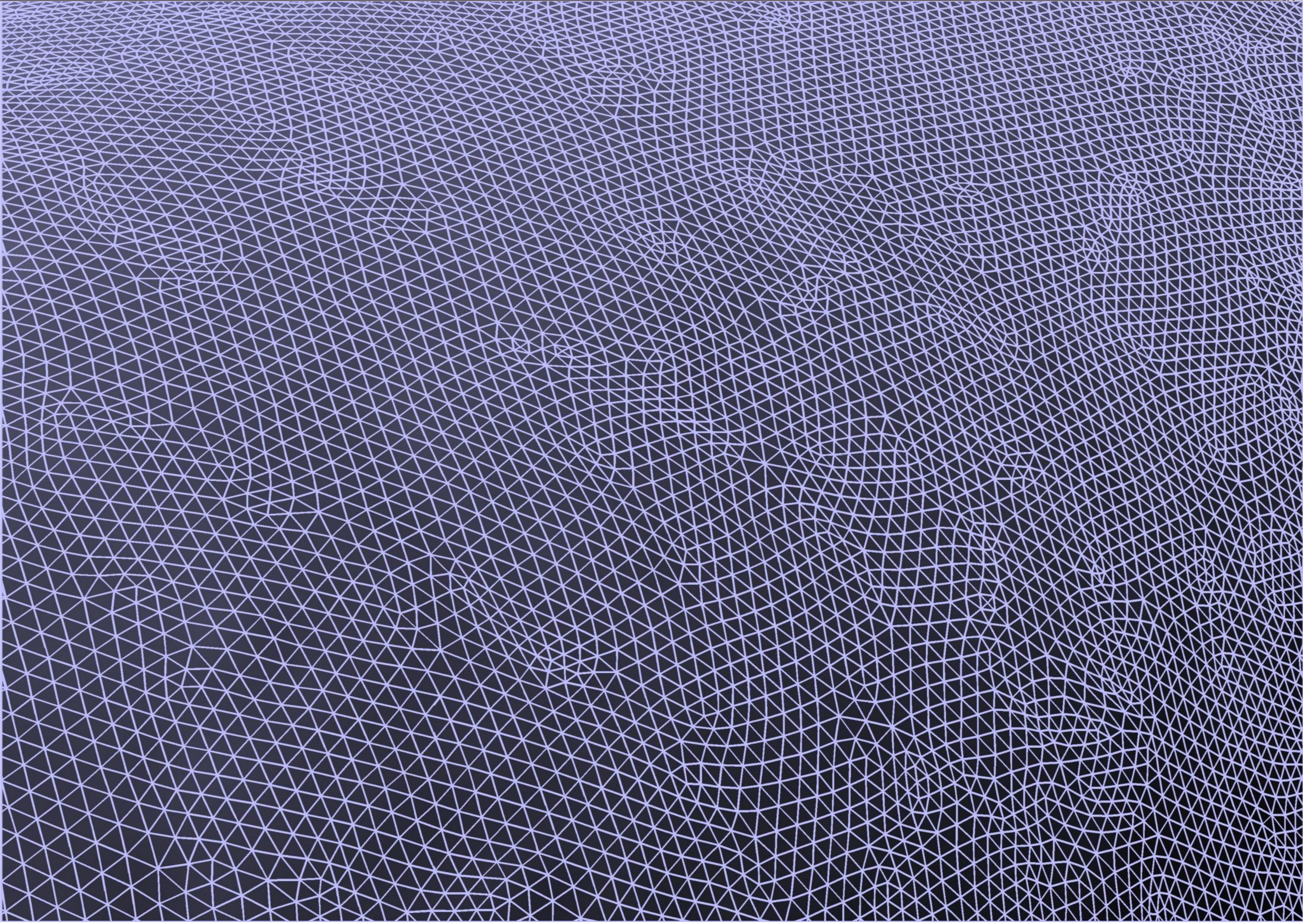


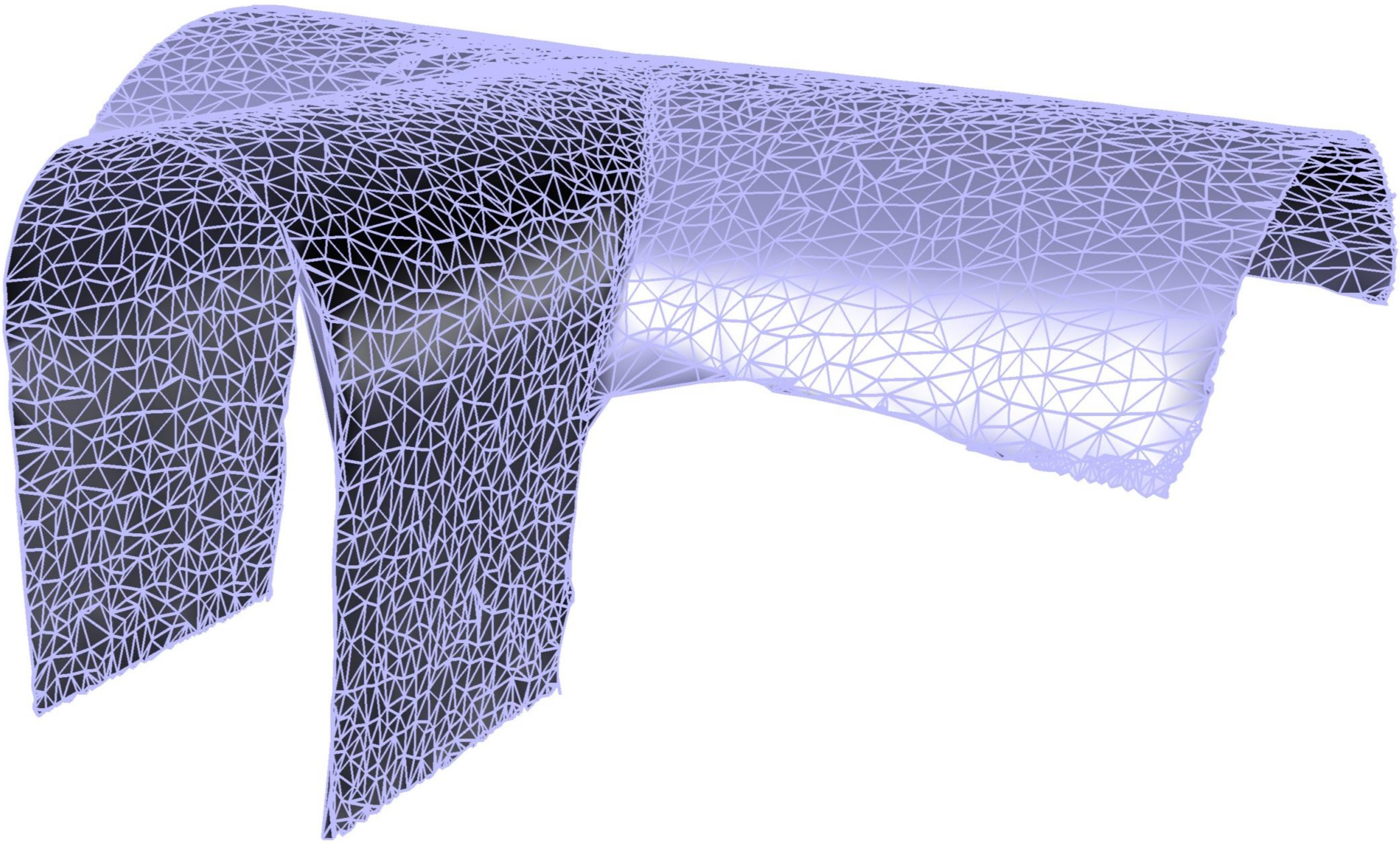
Hraniční reprezentace (3)

- **Polygonální reprezentace** – příklady reálných dat a jejich trojúhelníkových sítí









Ukázka trojúhelníkových sítí naskenovaných reálných objektů

Využití modelovacích funkcí a nástrojů v programu Rhinoceros

Hraniční reprezentace (4)

- **Analytická reprezentace**
  - rozsáhlá teorie diferenciální geometrie křivek a ploch
  - nejčastěji parametrický popis, implicitní popis (méně)
- **výhody**
  - základní předností analytického vyjádření ploch je jeho **přesnost**
    - například v architektuře vysoce žádoucí
  - analytické vyjádření ploch umožňuje **měřit povrch**
  - plochy lze poměrně **snadno editovat**
  - lze **měnit tvar plochy**
  - s plochami lze provádět různé operace
    - **dělení** nebo **průniky**
  - parametricky vyjádřené funkce jsou **jednoduše diferencovatelné**
    - objekty takto popsané se snadno navazují

Petra Surynková, 2011

Hraniční reprezentace (5)

- v analytické formě bývá obtížné (někdy dokonce nemožné) vyjádřit **složitý objekt jako celek**
- složité objekty proto popisujeme parametricky jako objekty složené z jednodušších částí
  - vytváření výsledných objektů napojováním ploch tzv. plátů se v počítačové grafice označuje jako **plátování**

- k popisu ploch technické praxe budeme používat **Bézierovy a racionální Bézierovy plochy**
  - definice, speciální příklady, které lze v rekonstrukci povrchů využít
  - napojování Bézierových plátů

Bézierovy plochy (1)

- **Bézierova plocha stupně $m \times n$**
  - je určena $(m+1)\times(n+1)$ řídícími body a vztahem

$$Q(u,v)=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}P_{ij}B_i^m(u)B_j^n(v), u\in\langle 0,1\rangle, v\in\langle 0,1\rangle$$

  - bázové funkce $B_i^k(t), k=n,m$ jsou **Bernsteinovy polynomy** *k*-tého stupně

$$B_i^k(t)=\binom{k}{i}t^i(1-t)^{k-i}$$

$$t\in\langle 0,1\rangle, i=0,1,\dots,k$$

Petra Surynková, 2011

Bézierovy plochy (2)

- **Bézierova plocha stupně $m \times n$**

- Bézierova plocha prochází rohovými body sítě a okrajové křivky plochy jsou Bézierovými křivkami pro okraje sítě
  - tečná rovina v bodě P_{00} je určena body P_{00}, P_{10}, P_{01}
    - podobně pro další rohové body

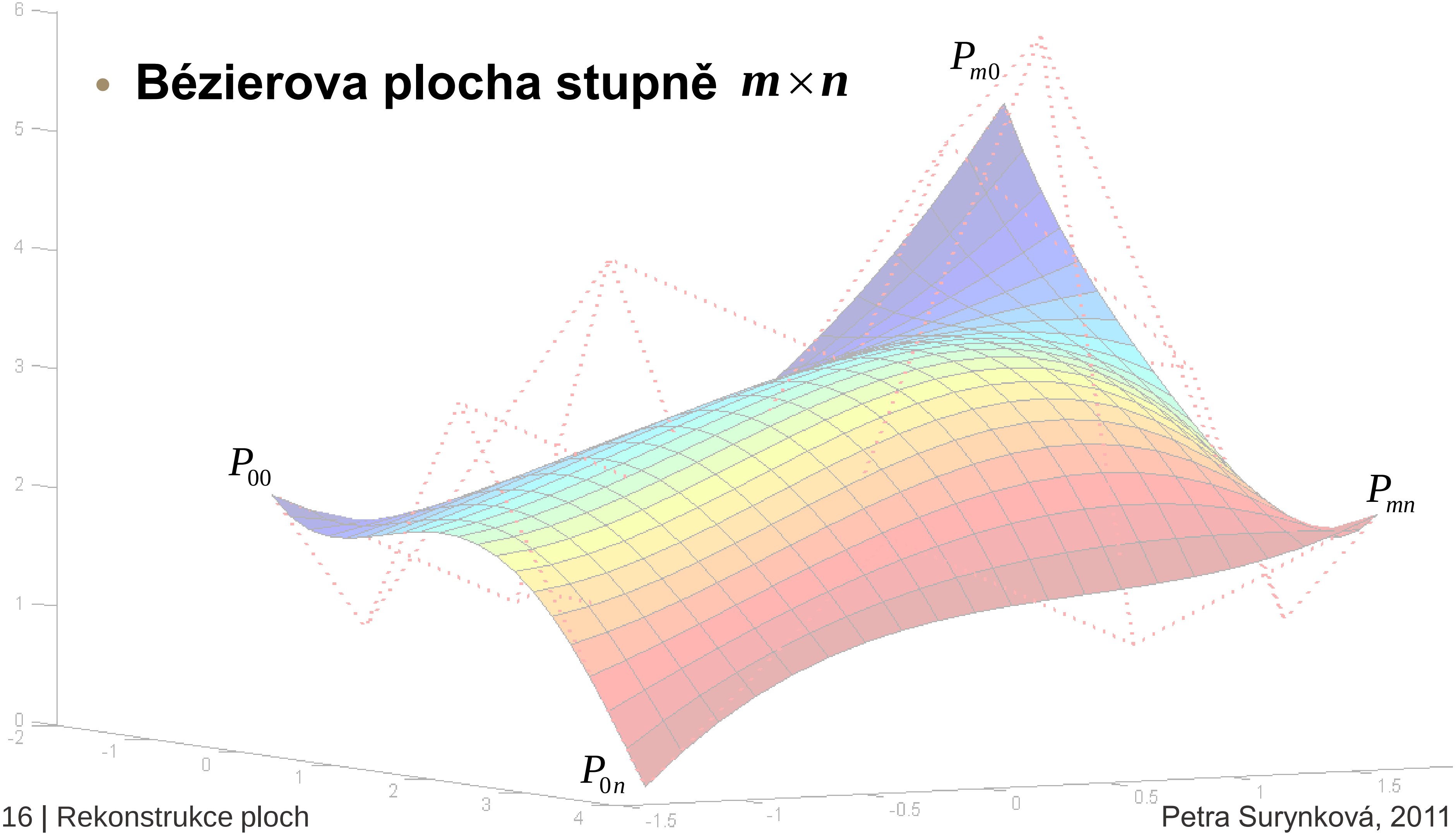
$$Q(0,0) = P_{00}$$
$$Q(0,1) = P_{0n}$$
$$Q(1,0) = P_{m0}$$
$$Q(1,1) = P_{mn}$$

okrajová křivka např.:

$$Q(0,v) = \sum_{j=0}^{n} P_{0j} B_j^n(v)$$

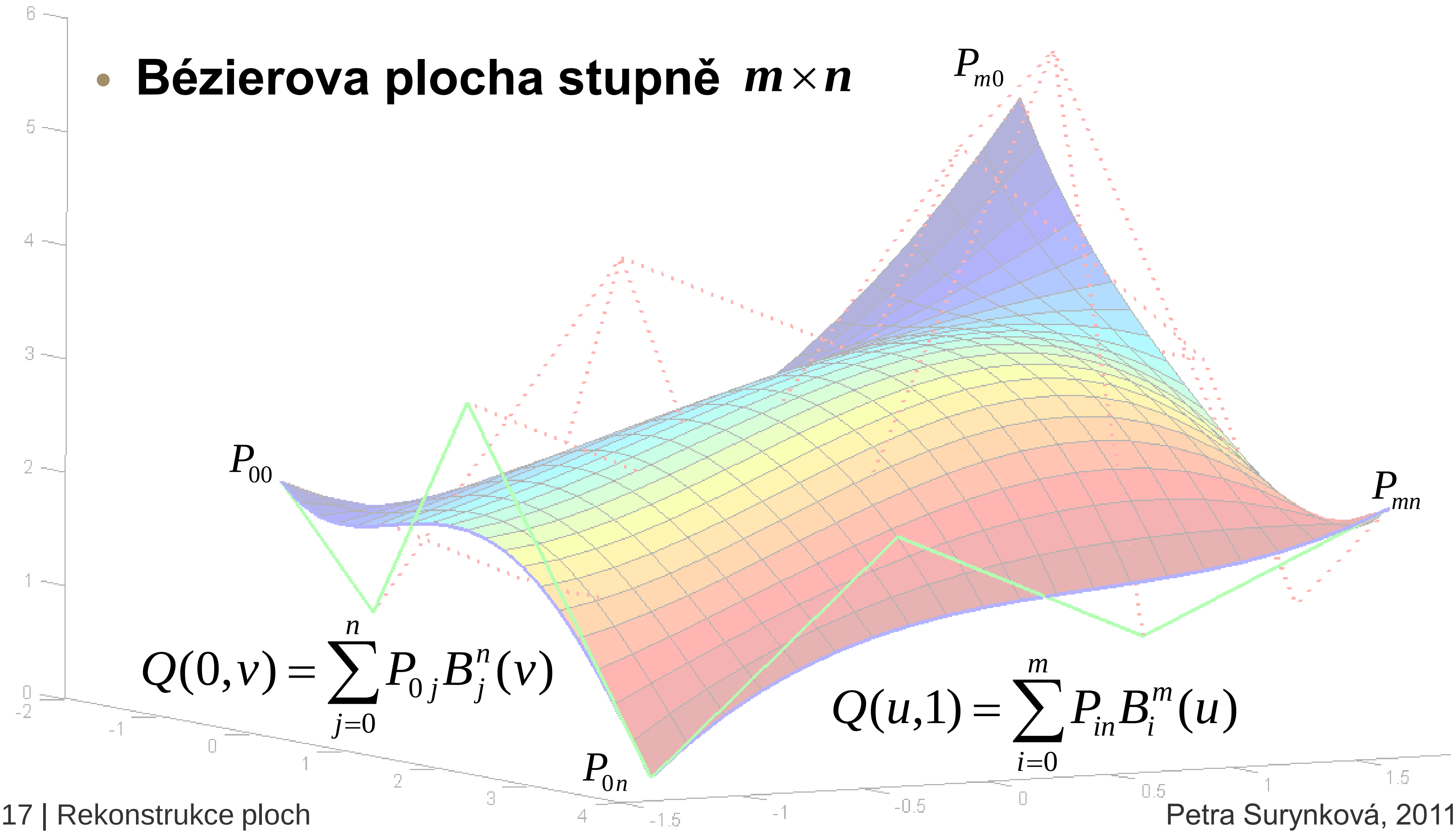
Bézierovy plochy (3)

- **Bézierova plocha stupně** $m \times n$



Bézierovy plochy (4)

- **Bézierova plocha stupně $m \times n$**



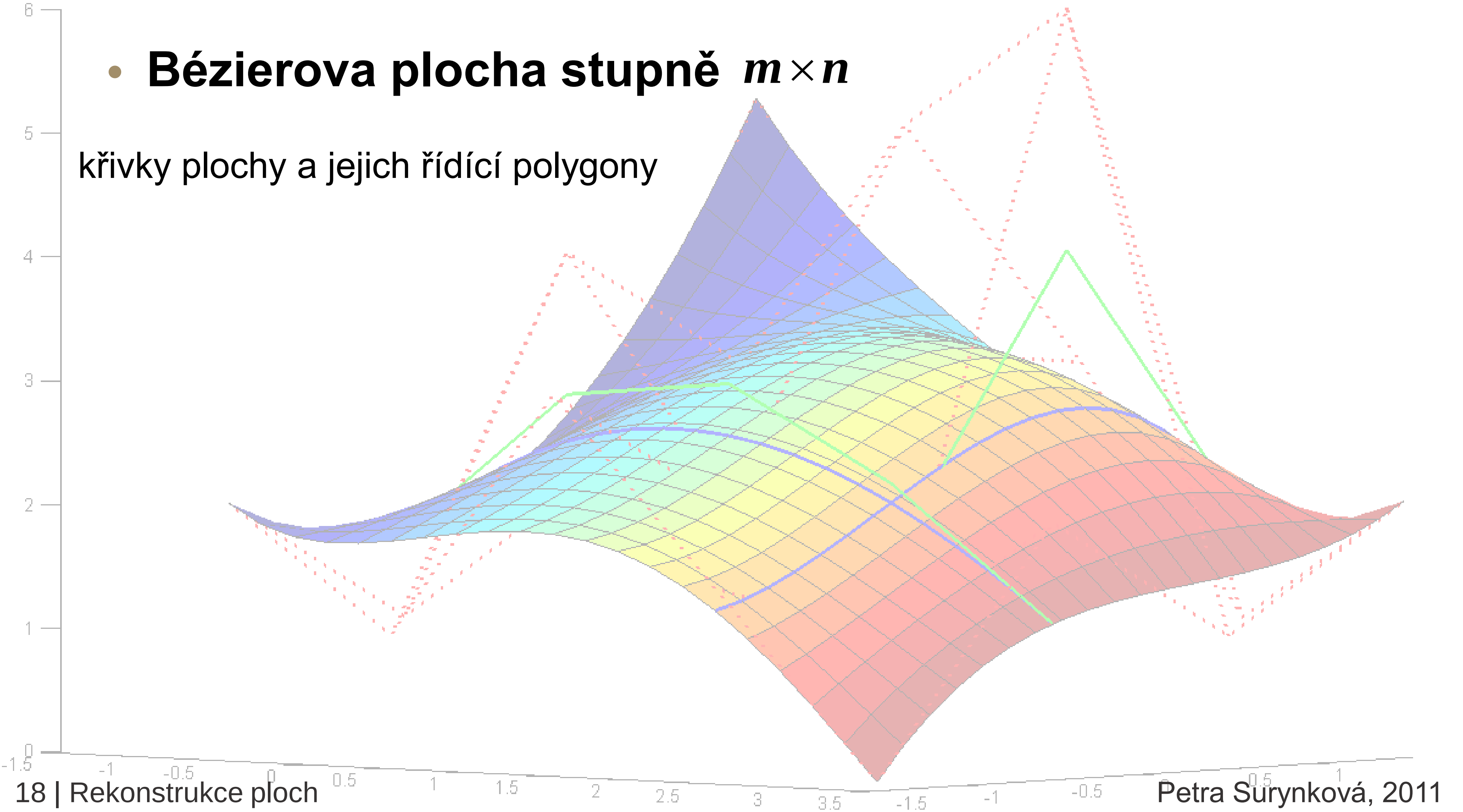
$$Q(0,v) = \sum_{j=0}^{n} P_{0j} B_j^n(v)$$

$$Q(u,1) = \sum_{i=0}^{m} P_{in} B_i^m(u)$$

Bézierovy plochy (5)

- **Bézierova plocha stupně** $m \times n$

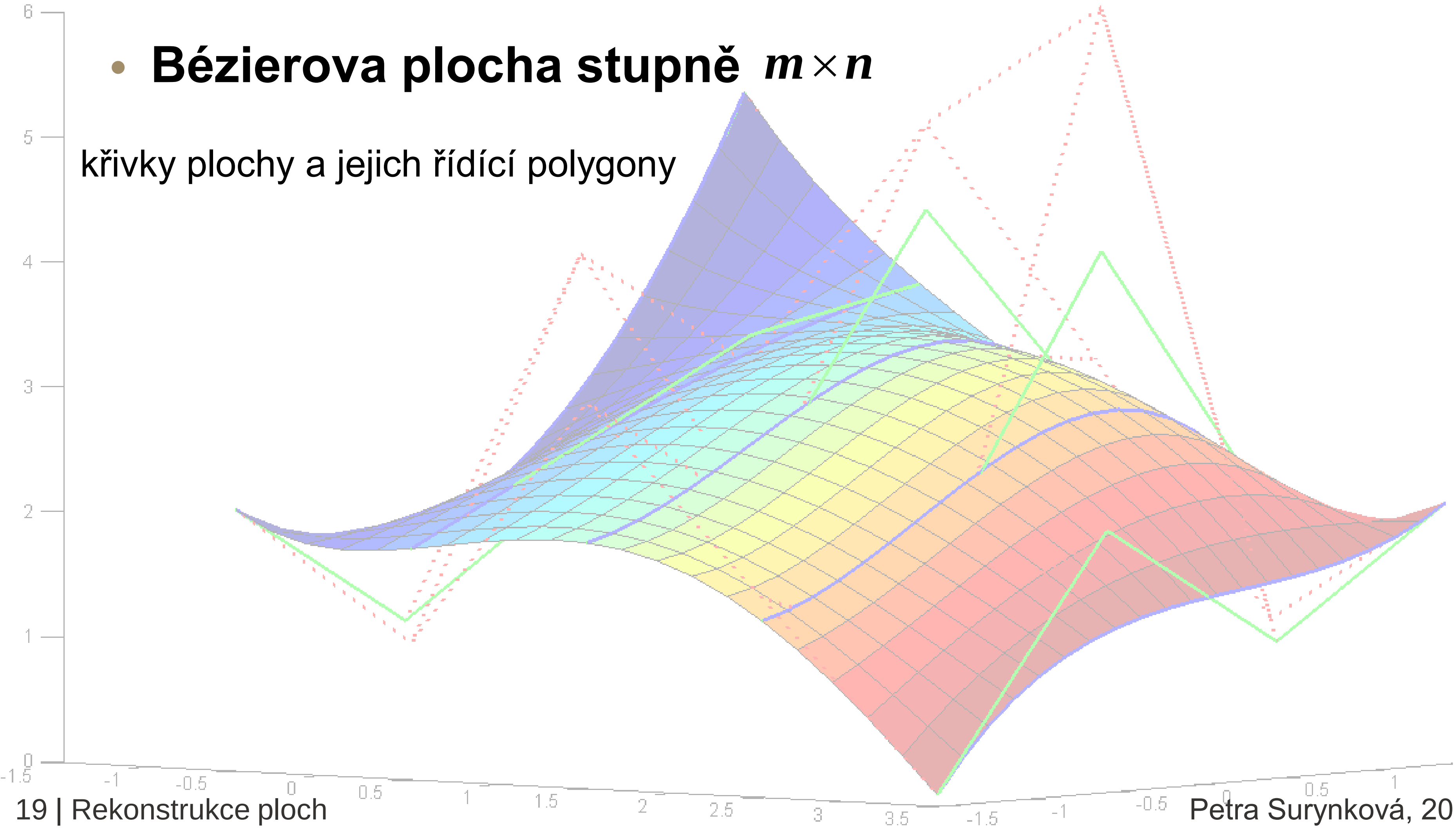
křivky plochy a jejich řídící polygony



Bézierovy plochy (6)

- **Bézierova plocha stupně** $m \times n$

křivky plochy a jejich řídící polygony



Bézierovy plochy (7)

- **Bézierova bikubická plocha** $\boldsymbol{m}=3,\boldsymbol{n}=3$

$$Q(u,v)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}P_{ij}B_i^3(u)B_j^3(v), u\in\langle 0,1\rangle, v\in\langle 0,1\rangle$$

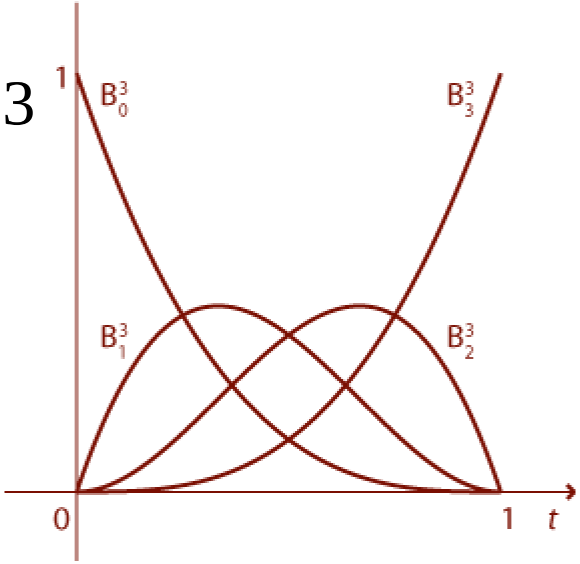
$$B_0^3(t)=(1-t)^3$$
$$B_1^3(t)=3t(1-t)^2$$
$$B_2^3(t)=3t^2(1-t)$$
$$B_3^3(t)=t^3$$

$$M_B=\begin{pmatrix}-1 & 3 & -3 & 1\\ 3 & -6 & 3 & 0\\ -3 & 3 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad P=\begin{pmatrix}P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03}\\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13}\\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23}\\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33}\end{pmatrix}$$

$$Q(u,v)=UM_BPM_B^TV^T=\begin{pmatrix}u^3 & u^2 & u & 1\end{pmatrix}M_BPM_B^T\begin{pmatrix}v^3\\ v^2\\ v\\ 1\end{pmatrix}$$

Bézierovy plochy (8)

- **Bézierova bikubická plocha** $m=3, n=3$
  - v Matlabu nepočítáme se symbolickými proměnnými
  - plně využíváme podporu počítání s maticemi
  - určujeme **matici kořenů Bernsteinových polynomů**
  - určujeme **matici koeficientů Bernsteinových polynomů** M_B
    - z kořenů Bernsteinových polynomů umíme zpětně určit koeficienty polynomů
  - dále vyhodnocujeme Bernsteinovy polynomy v hodnotách parametrů *u* a *v*
    - *u*, *v* reprezentovány jako vektory, vyhodnocení Bern. pol. ukládáme do matic



$$M_B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bézierovy plochy (9)

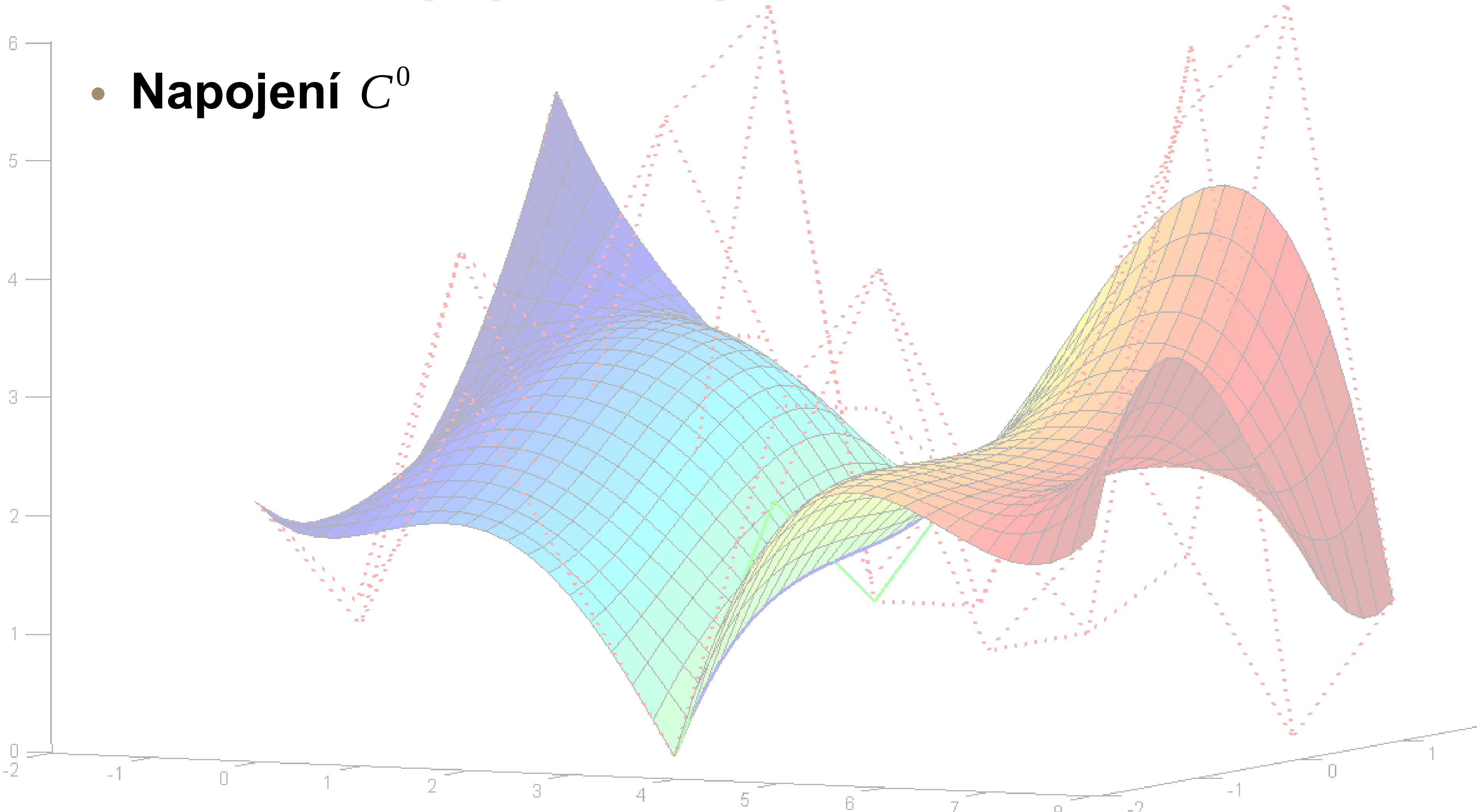
- **Plátování**
  - mějme dva Bézierovy pláty Q, R
  - první z nich je určen sítí řídících bodů $Q_{ij}, i = 0,\ldots,s;\ j = 0,\ldots,n$
  - druhý je určen sítí řídících bodů $R_{ij}, i = 0,\ldots,t;\ j = 0,\ldots,n$
    - počet bodů ve směru *v* je stejný pro oba pláty a je roven *n*
  - pláty navazujeme ve směru *u*

- **Napojení** C^0
  - **pláty mají společnou stranu**, tj. $Q(u,1) = R(0,v)$, toho docílíme ztotožněním řídících bodů, které určují příslušnou stranu
    - tj. pláty mají společnou hraniční lomenou čáru a různé příčné tečné vektory

$$Q_{sj} = R_{0j},\ j = 0,\ldots,n$$

Bézierovy plochy (10)

- **Napojení** C^0



Bézierovy plochy (11)

- **Napojení** C^1
  - **pokud společná strana plátů je** C^1 **spojitá** a jsou-li **identické příčné tečné vektory** ve směru *u* podél této strany
  - **tj. shoda** C^1 **spojité strany a splnění následující vztahu** pro body řídících polygonů obou plátů

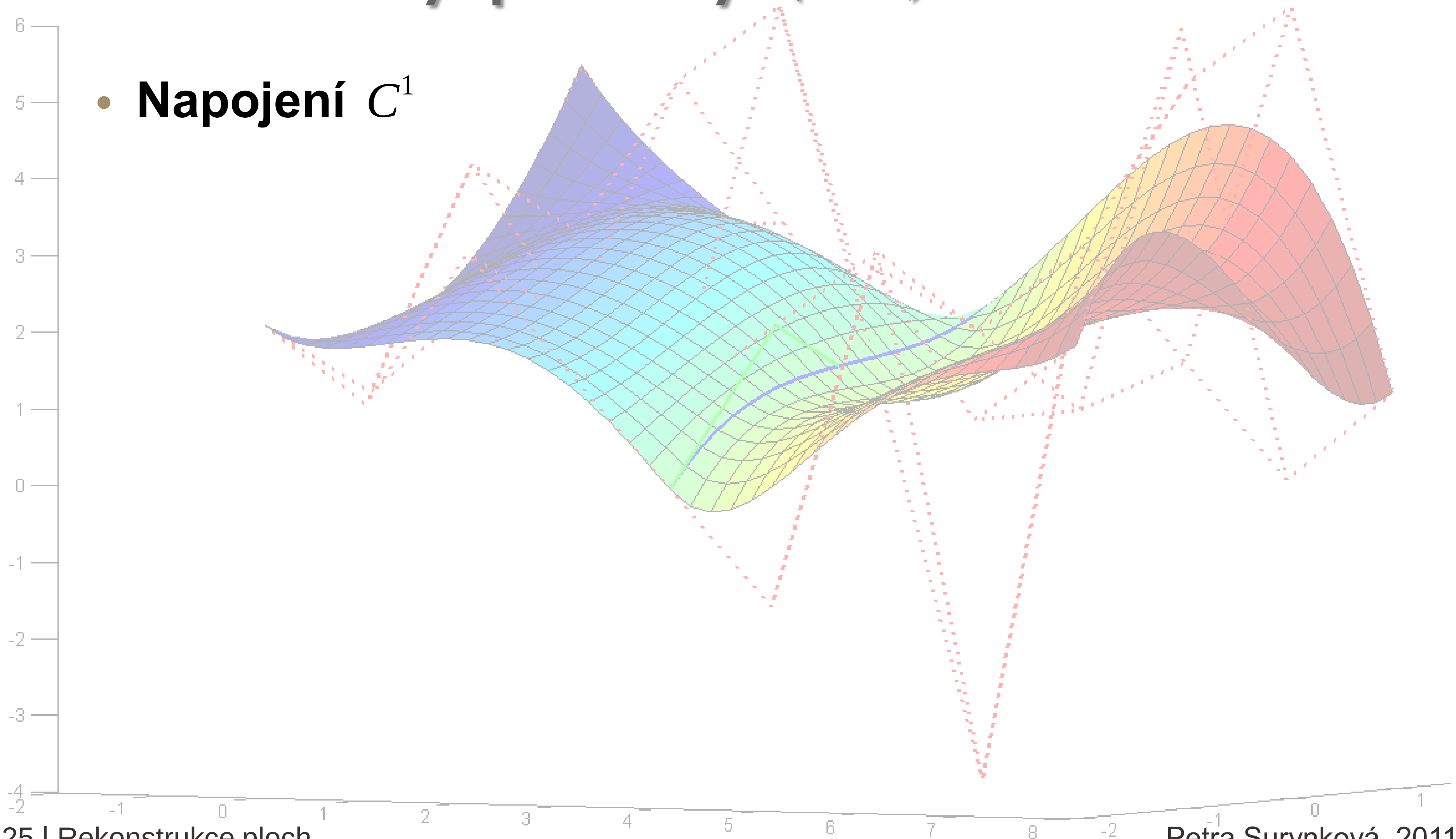
$$Q_{sj} - Q_{s-1\,j} = R_{1\,j} - R_{0\,j},\ j = 0, \dots, n$$

  - **řídící body společné strany plátů** leží ve **středu úseček**, které spojují vždy předposlední bod řídícího polygonu plátu R ve směru *u* s druhým bodem plátu Q ve stejném směru
    - G^1 spojitost pokud je splněna lineární závislost s koeficientem *k>0*

$$Q_{sj} - Q_{s-1\,j} = k\left(R_{1\,j} - R_{0\,j}\right),\ j = 0, \dots, n$$

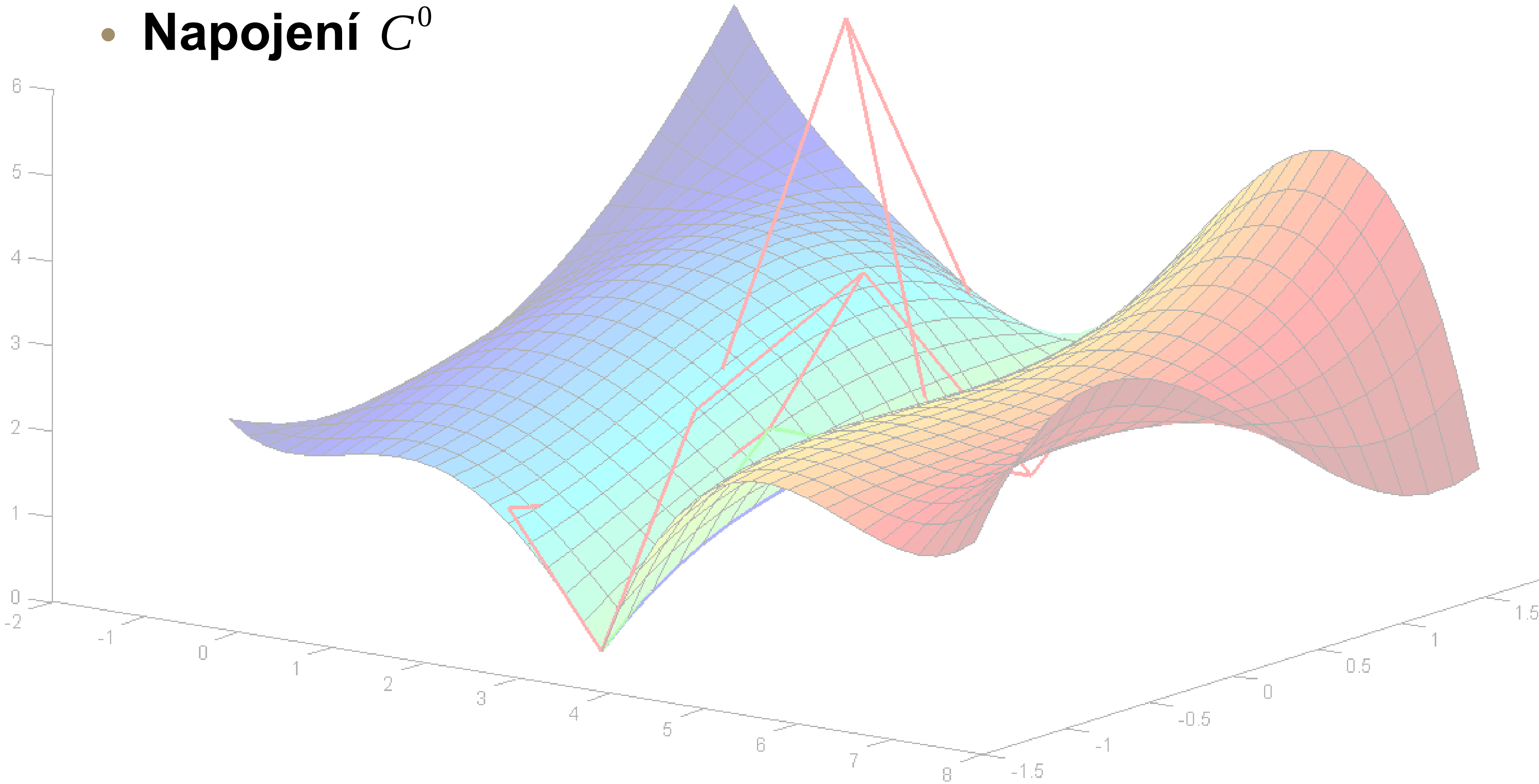
Bézierovy plochy (12)

- **Napojení** C^1



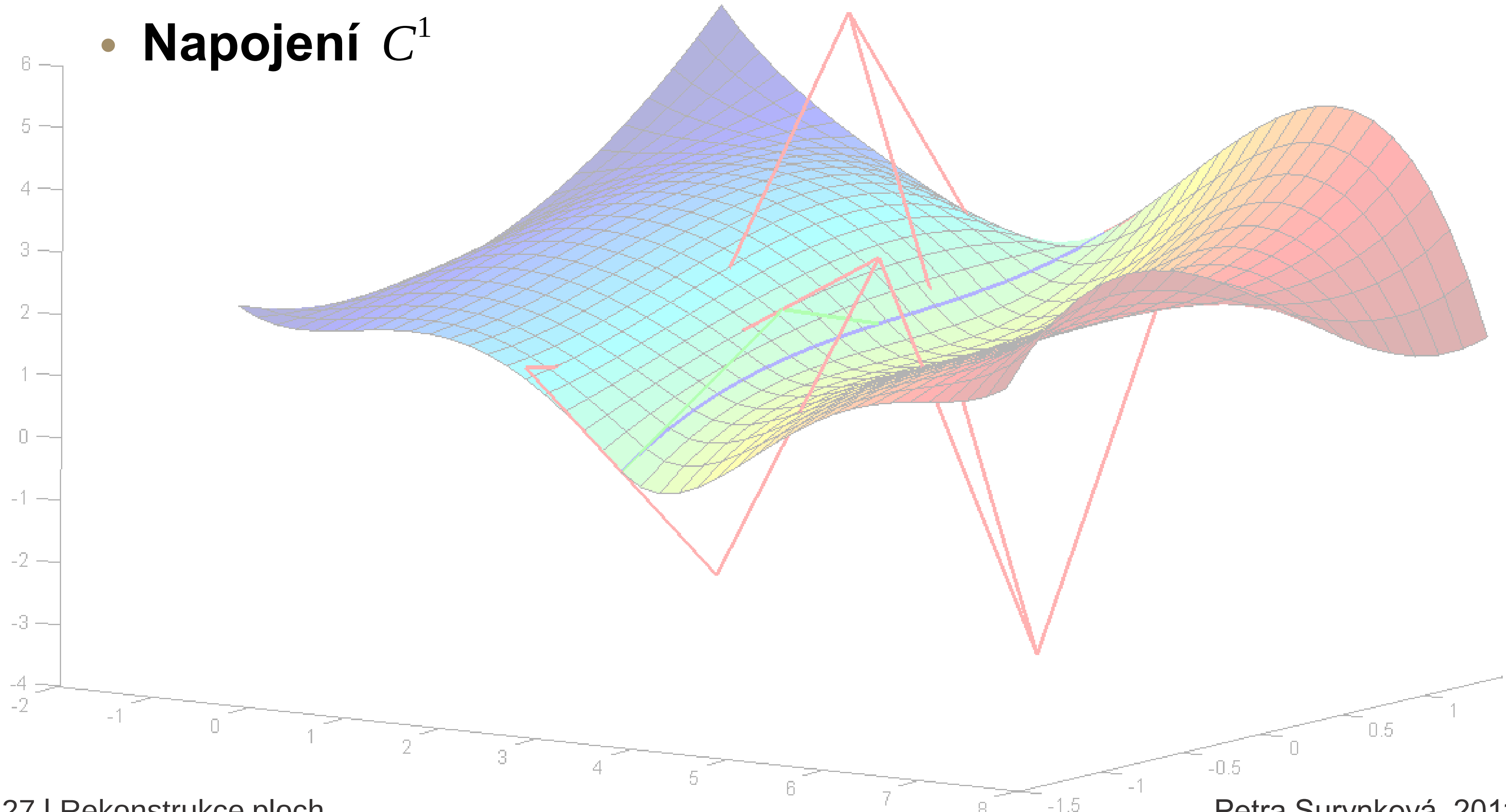
Bézierovy plochy (13)

- **Napojení** C^0



Bézierovy plochy (14)

- **Napojení** C^1

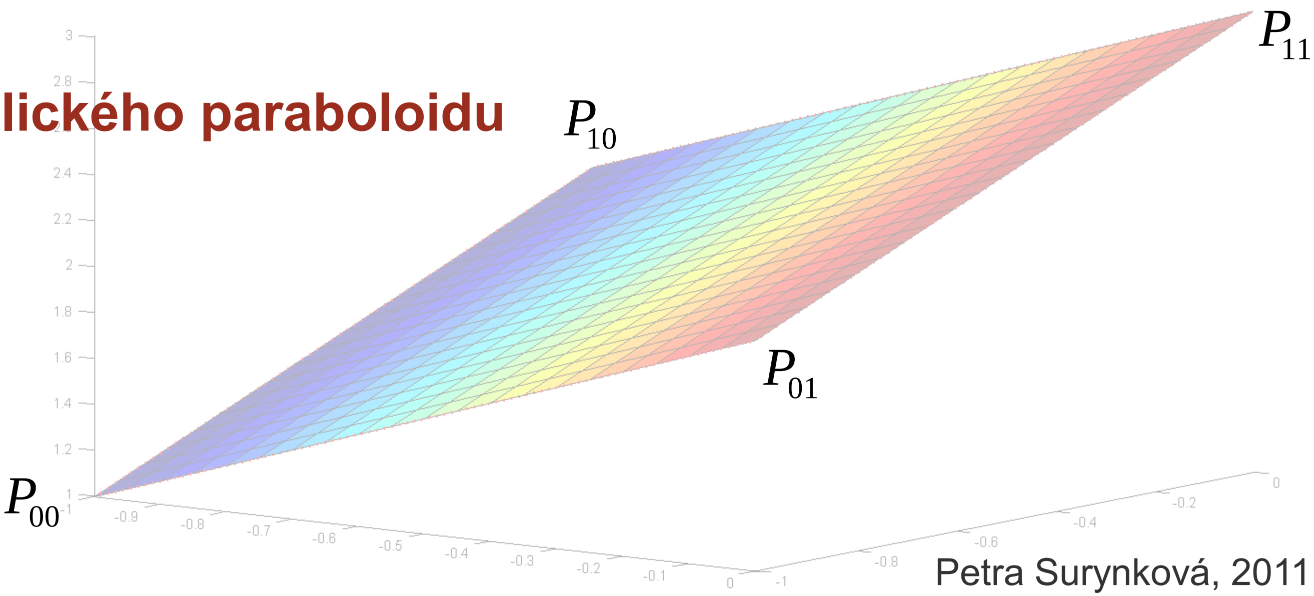


Bézierovy plochy (15)

- **Speciální příklady Bézierových ploch**
  - **bilineární Bézierova plocha** – tj. $m = 1, n = 1$
    - je určena *2x2* řídícími body
    - *u-křivky* a *v-křivky* jsou pouze úsečky
  - výpočtem lze dokázat, že tímto způsobem lze nadefinovat pouze **část roviny** (pokud řídící body leží v jedné rovině)

nebo

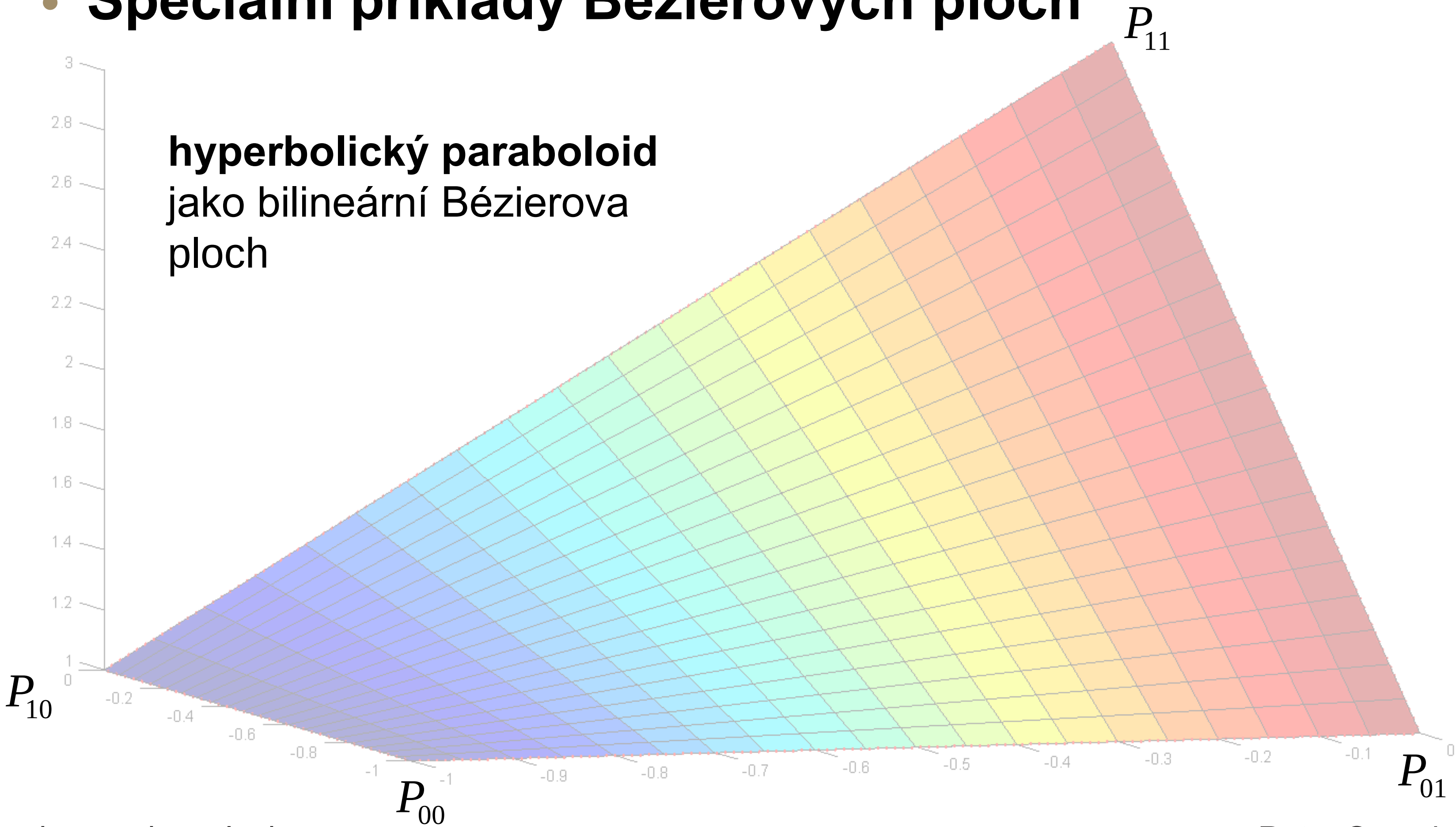
část hyperbolického paraboloidu



Bézierovy plochy (16)

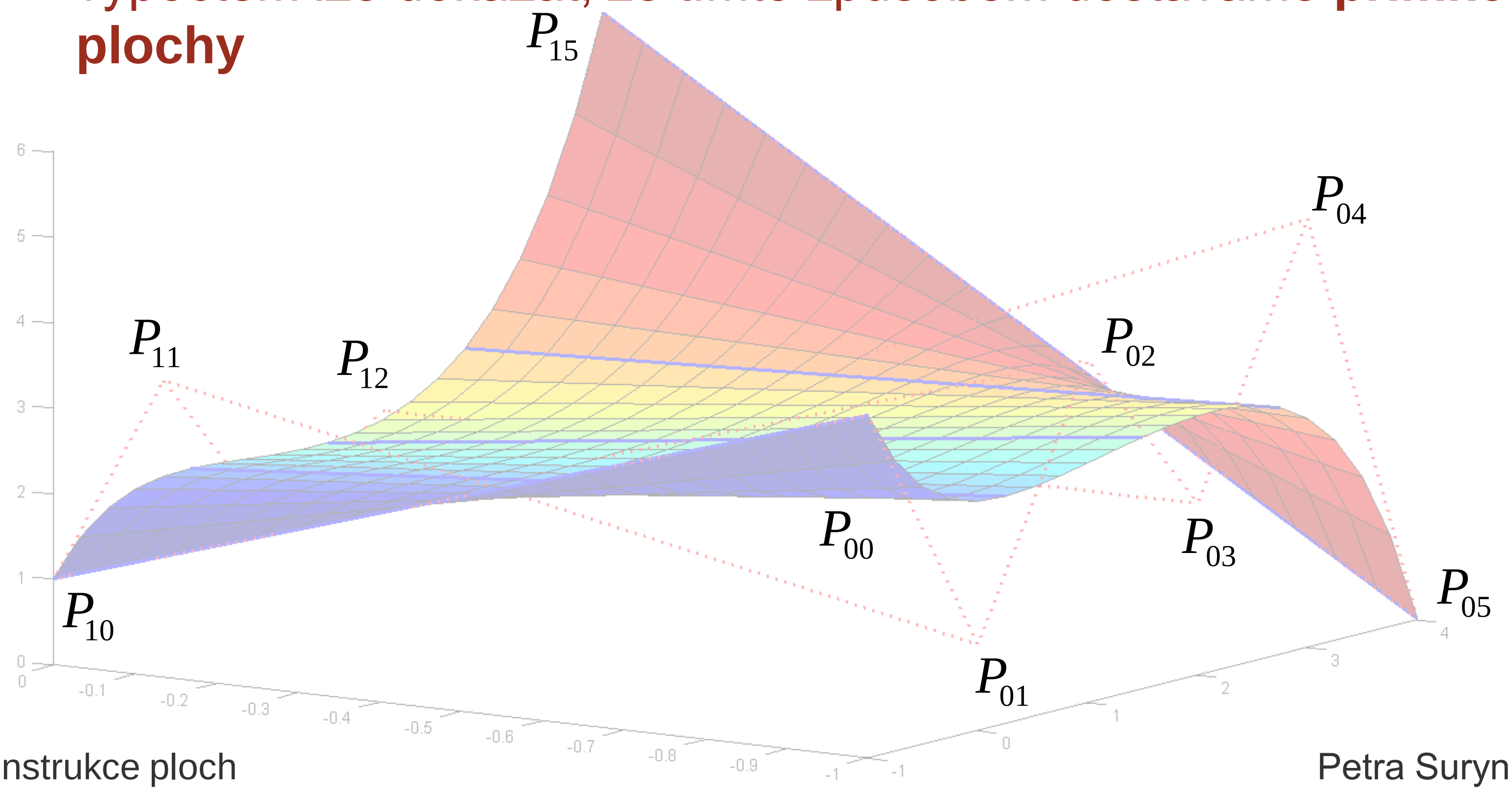
- **Speciální příklady Bézierových ploch**

hyperbolický paraboloid jako bilineární Bézierova ploch



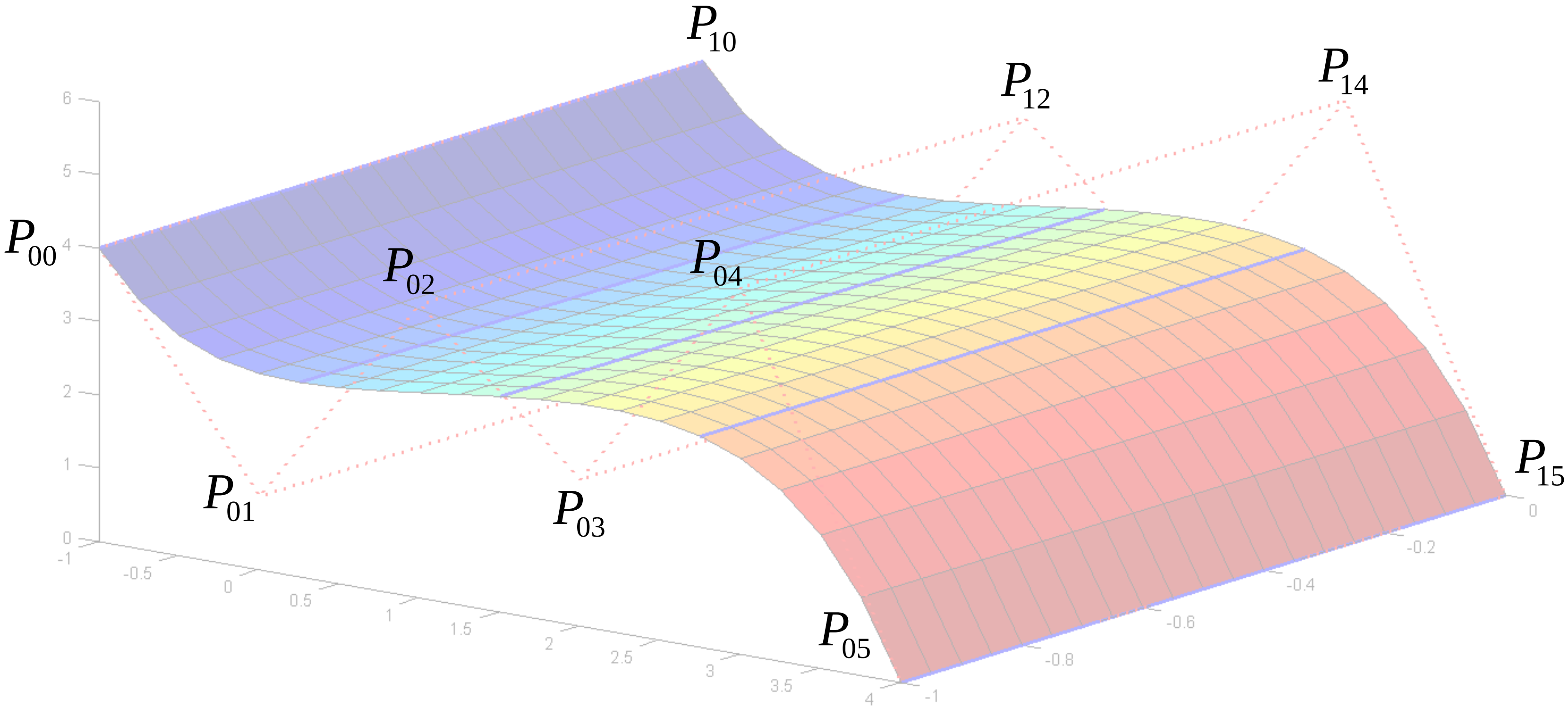
Bézierovy plochy (17)

- **Speciální příklady Bézierových ploch**
  - **Bézierova plocha $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$**, kde $m = 1$
  - výpočtem lze dokázat, že tímto způsobem dostáváme **přímkové plochy**



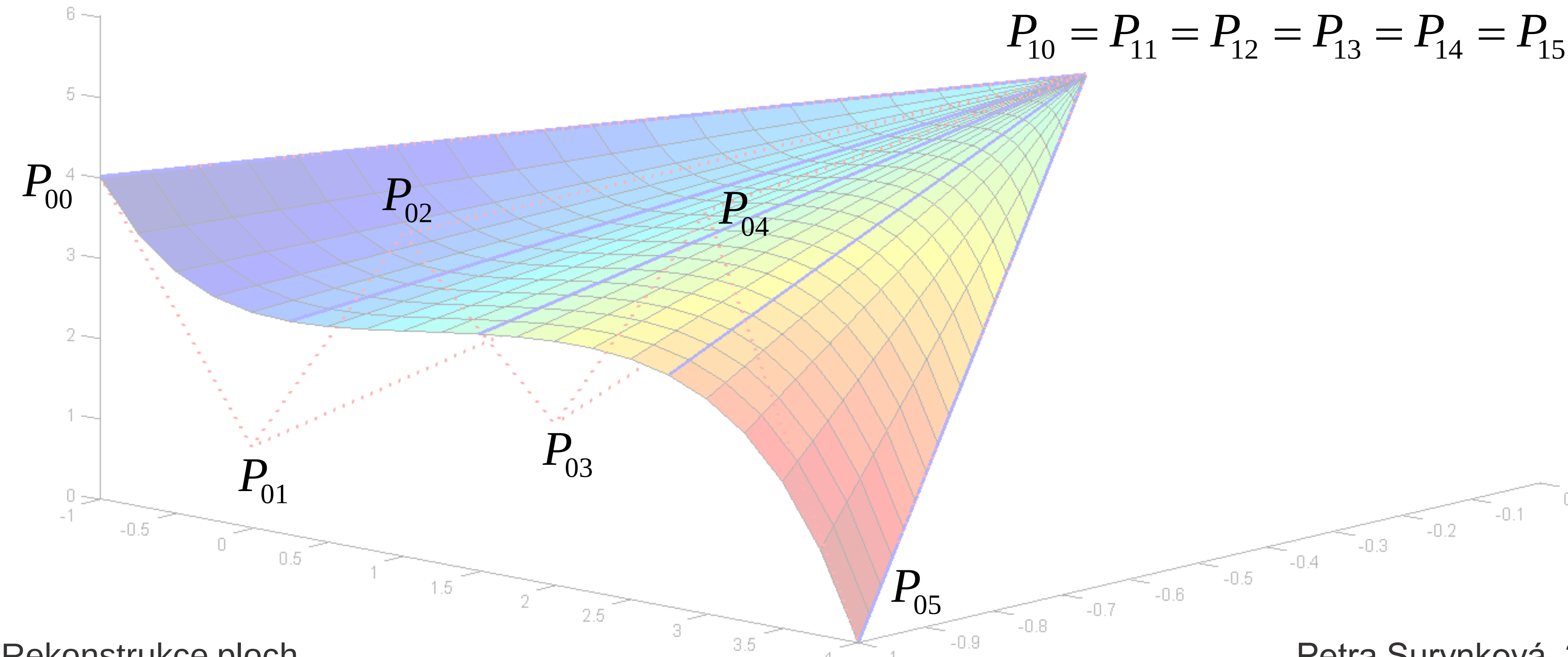
Bézierovy plochy (18)

- **Speciální příklady Bézierových ploch**
  - **Bézierova plocha $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$**, kde $m=1$
  - při speciální volbě řídících bodů – **válcová plocha**



Bézierovy plochy (19)

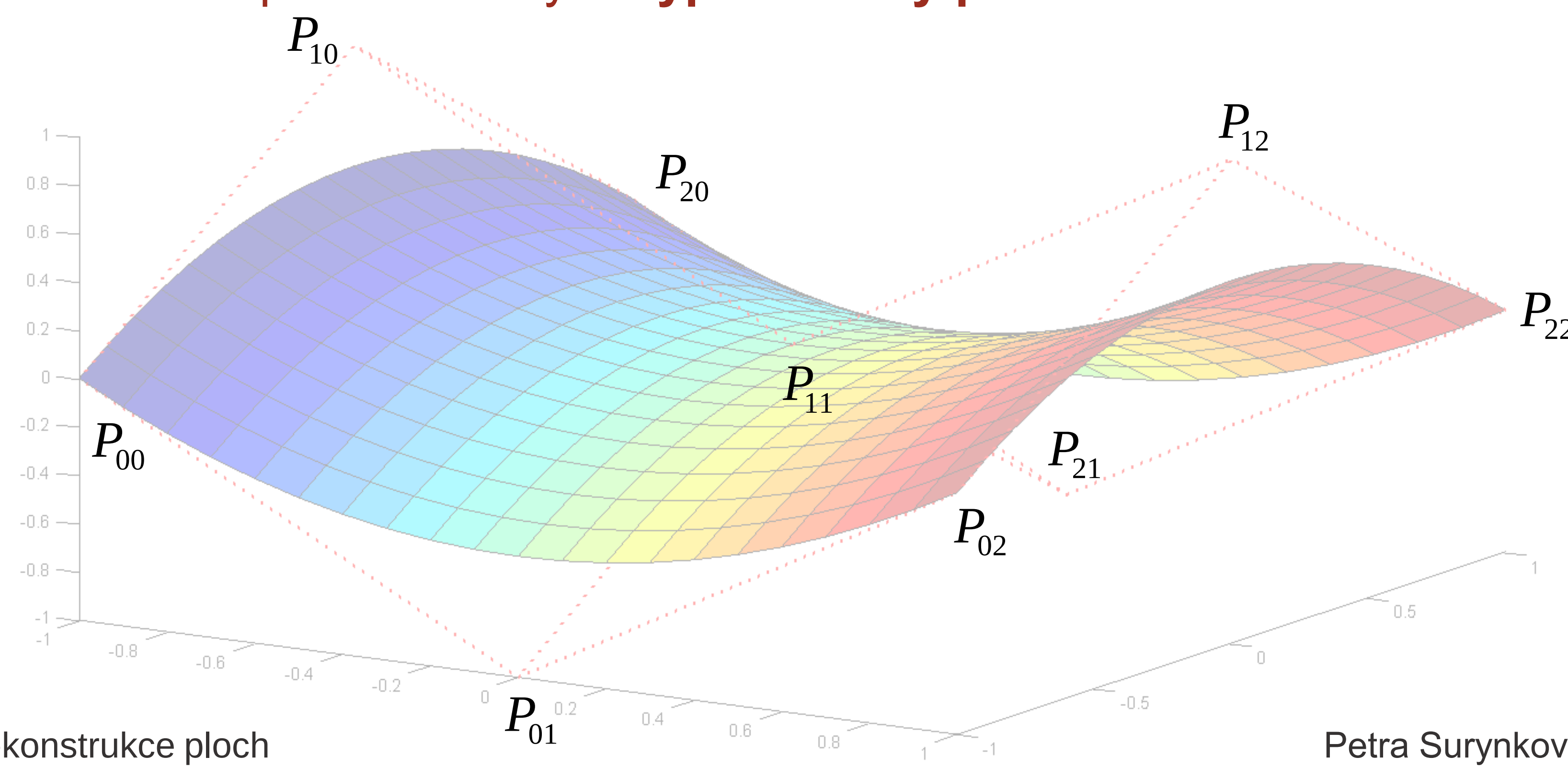
- **Speciální příklady Bézierových ploch**
  - **Bézierova plocha $\boldsymbol{m \times n}$**, kde $m = 1$
  - při speciální volbě řídících bodů – **kuželová plocha**



 Petra Surynková, 2011

Bézierovy plochy (20)

- **Speciální příklady Bézierových ploch**
  - **Bézierova plocha $m \times n$**, kde $m = 2, n = 2$
  - další speciální volby – **hyperbolický paraboloid**



 Petra Surynková, 2011

Racionální Bézierovy plochy (1)

- K řídícím bodům jsou přiřazeny tzv. **váhy** w_{ij}
  - jestliže jsou všechny váhy rovny jedné, přechází racionální Bézierova plocha v Bézierovu plochu
    - racionální Bézierovy plochy jsou zobecněním Bézierových ploch
    - **dovolují přesný popis kvadrik, lze popsat více speciálních ploch**
      - vychází z toho, že kromě paraboly nelze Bézierovými křivkami popsat kuželosečky
    - **pro modelování k dispozici další parametry, měníme tvar plochy bez změny řídících bodů**

$$Q(u,v)=\frac{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} w_{ij}P_{ij}B_i^m(u)B_j^n(v)}{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} w_{ij}B_i^m(u)B_j^n(v)}$$

$$u\in\langle 0,1\rangle, v\in\langle 0,1\rangle$$

Racionální Bézierovy plochy (2)

- **Speciální příklady racionálních Bézierových ploch**
  - př. ¼ **rotační válcové plochy**

$$P_{00} = [r,0,0] \quad w_{00} = 1$$

$$P_{10} = [r,0,v] \quad w_{10} = 1$$

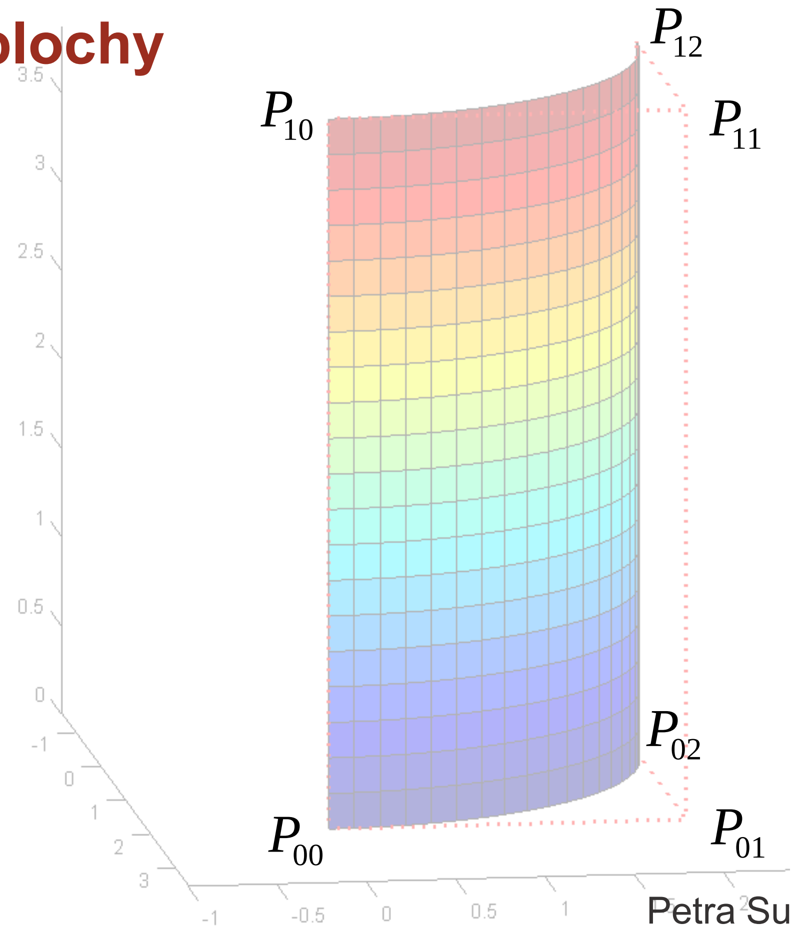
$$P_{01} = [r,r,0] \quad w_{01} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{11} = [r,r,v] \quad w_{11} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{02} = [0,r,0] \quad w_{02} = 1$$

$$P_{12} = [0,r,v] \quad w_{12} = 1$$

v – výška, *r* – poloměr válce

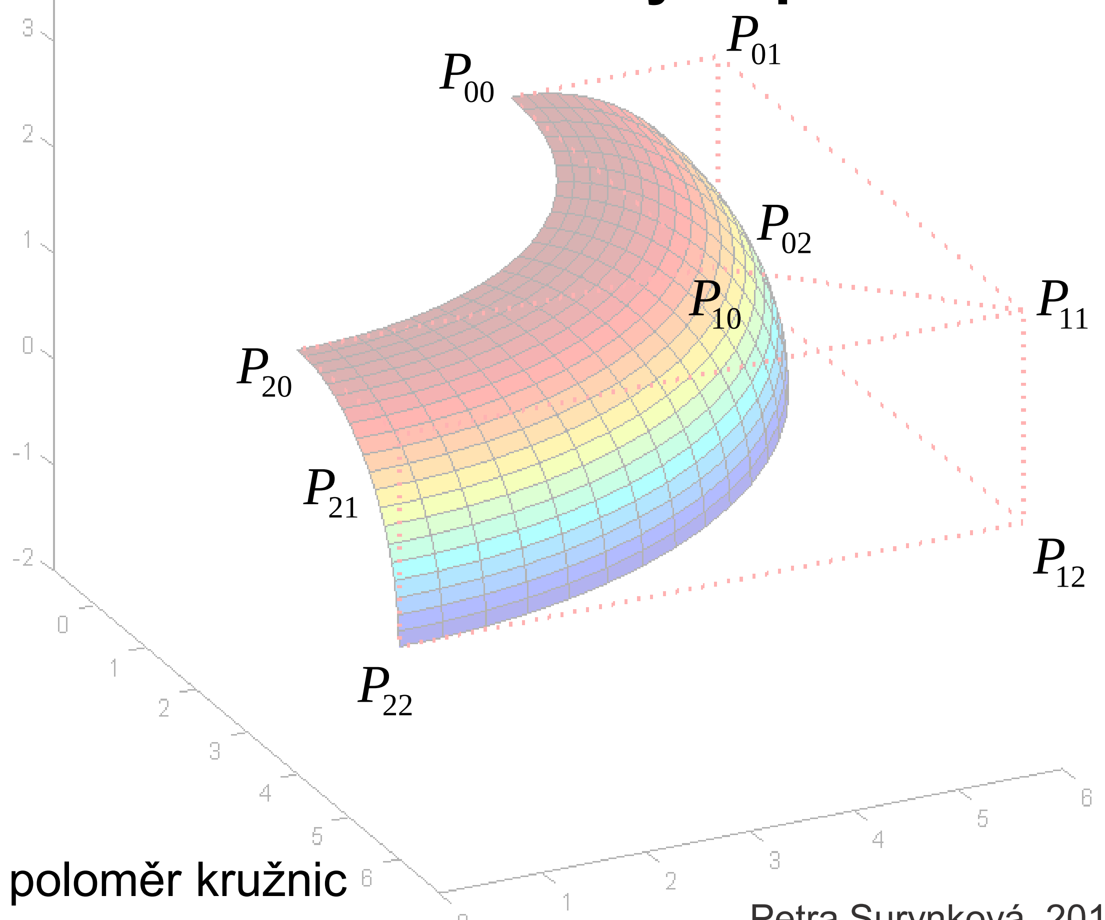


 Petra Surynková, 2011

Racionální Bézierovy plochy (3)

- **Speciální příklady racionálních Bézierových ploch**
  - př. **1/16 anuloidu**

$$P_{00} = [0, R, r] \qquad w_{00} = 1$$
$$P_{10} = [R, R, r] \qquad w_{10} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{20} = [R, 0, r] \qquad w_{20} = 1$$
$$P_{01} = [0, R+r, r] \qquad w_{01} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{11} = [R+r, R+r, r] \qquad w_{11} = \tfrac{1}{2}$$
$$P_{21} = [R+r, 0, r] \qquad w_{21} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{02} = [0, R+r, 0] \qquad w_{02} = 1$$
$$P_{12} = [R+r, R+r, 0] \qquad w_{12} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{22} = [R+r, 0, 0] \qquad w_{22} = 1$$

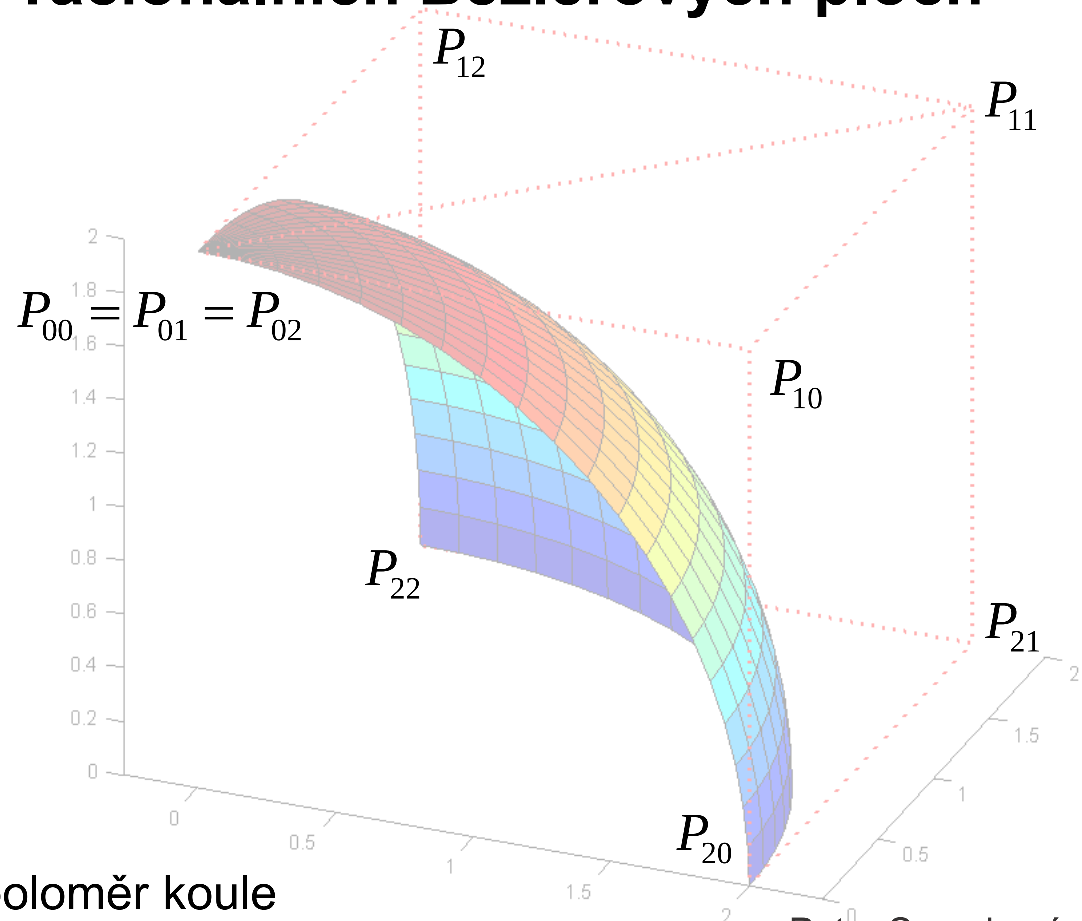


r, R – poloměr kružnic

Racionální Bézierovy plochy (4)

- **Speciální příklady racionálních Bézierových ploch**
  - př. **1/8 koule**

$$P_{00} = [0,0,r] \qquad w_{00} = 1$$
$$P_{10} = [r,0,r] \qquad w_{10} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{20} = [r,0,0] \qquad w_{20} = 1$$
$$P_{01} = [0,0,r] \qquad w_{01} = 1$$
$$P_{11} = [r,r,r] \qquad w_{11} = \tfrac{1}{2}$$
$$P_{21} = [r,r,0] \qquad w_{21} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{02} = [0,0,r] \qquad w_{02} = 1$$
$$P_{12} = [0,r,r] \qquad w_{12} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$
$$P_{22} = [0,r,0] \qquad w_{22} = 1$$



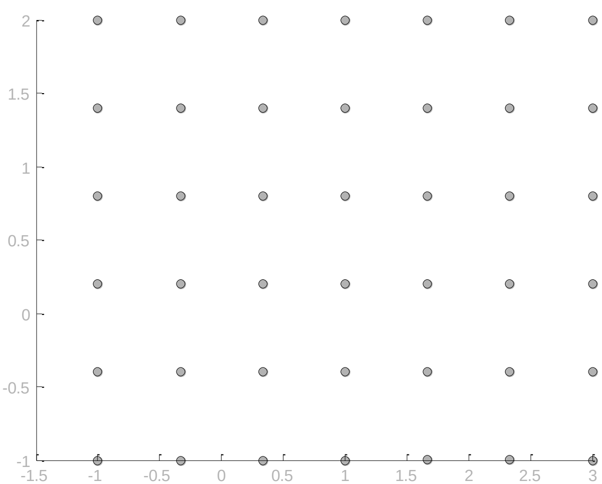
r - poloměr koule

Programová demonstrace

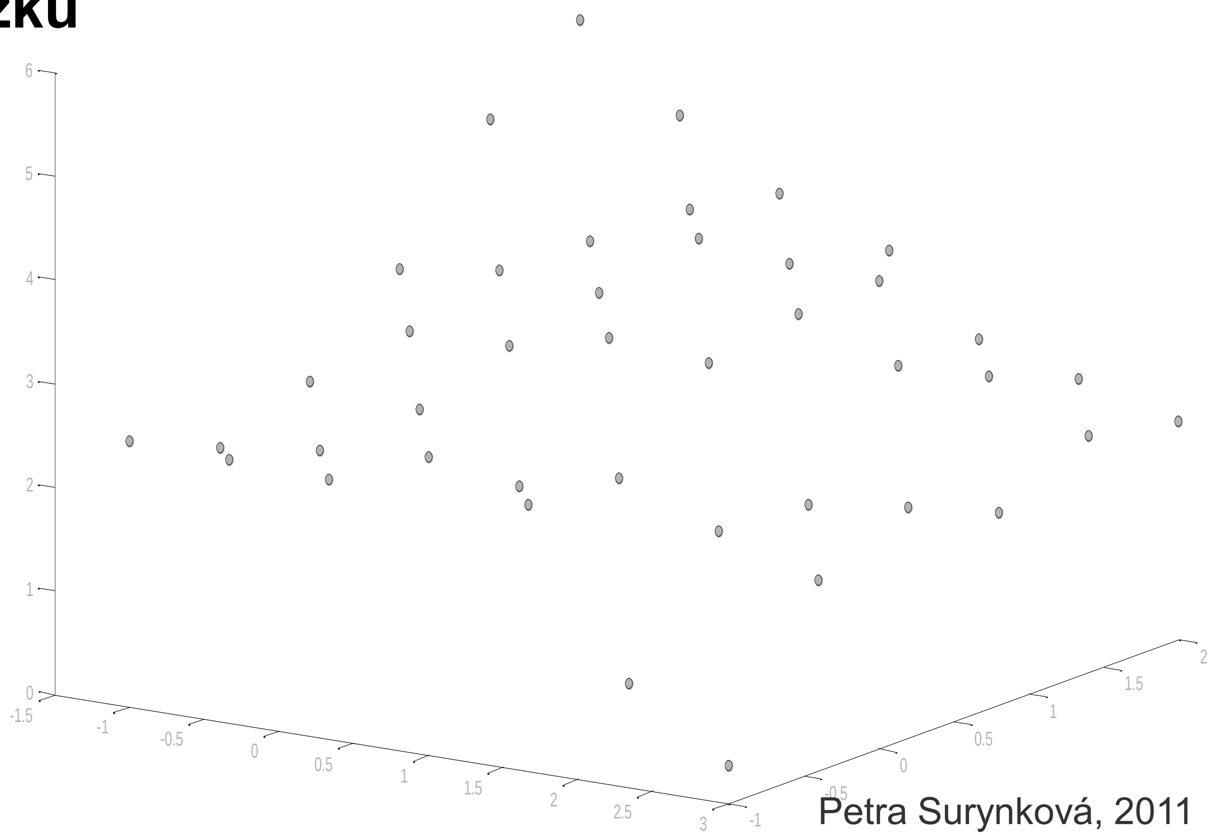
Ukázka obecných racionálních Bézierových plátů v prostředí Matlab

Aproximace ploch Bézierovými pláty (1)

- Vstupní množina – **body v prostoru**, známe pouze souřadnice
- Zjednodušení – **body tvoří v půdoryse pravidelnou obdélníkovou mřížku**



7×6



Aproximace ploch Bézierovými pláty (2)

- Vstupní množina – **body v prostoru**, známe pouze souřadnice
- Zjednodušení – **body tvoří v půdoryse pravidelnou obdélníkovou mřížku**

$$X(u,v) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} P_{ij} B_i^m(u) B_j^n(v), u \in \langle 0,1 \rangle, v \in \langle 0,1 \rangle$$

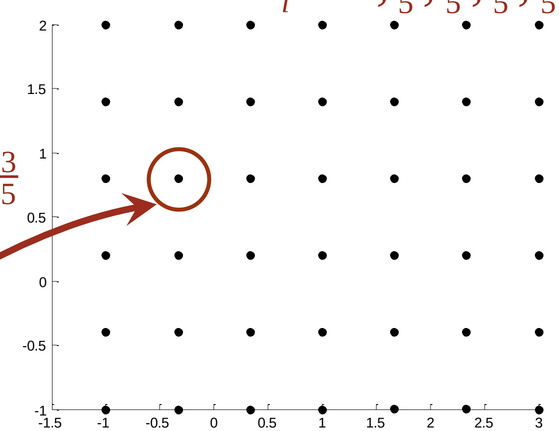
známe

hledáme

$$u_k = 0, \tfrac{1}{6}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{5}{6}, 1$$

$$v_l = 0, \tfrac{1}{5}, \tfrac{2}{5}, \tfrac{3}{5}, \tfrac{4}{5}, 1$$

$\frac{1}{6}, \frac{3}{5}$



- bodům přiřadíme parametry podle mřížky
  - tj. $X(u_k, v_l) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} P_{ij} B_i^m(u_k) B_j^n(v_l)$

Aproximace ploch Bézierovými pláty (3)

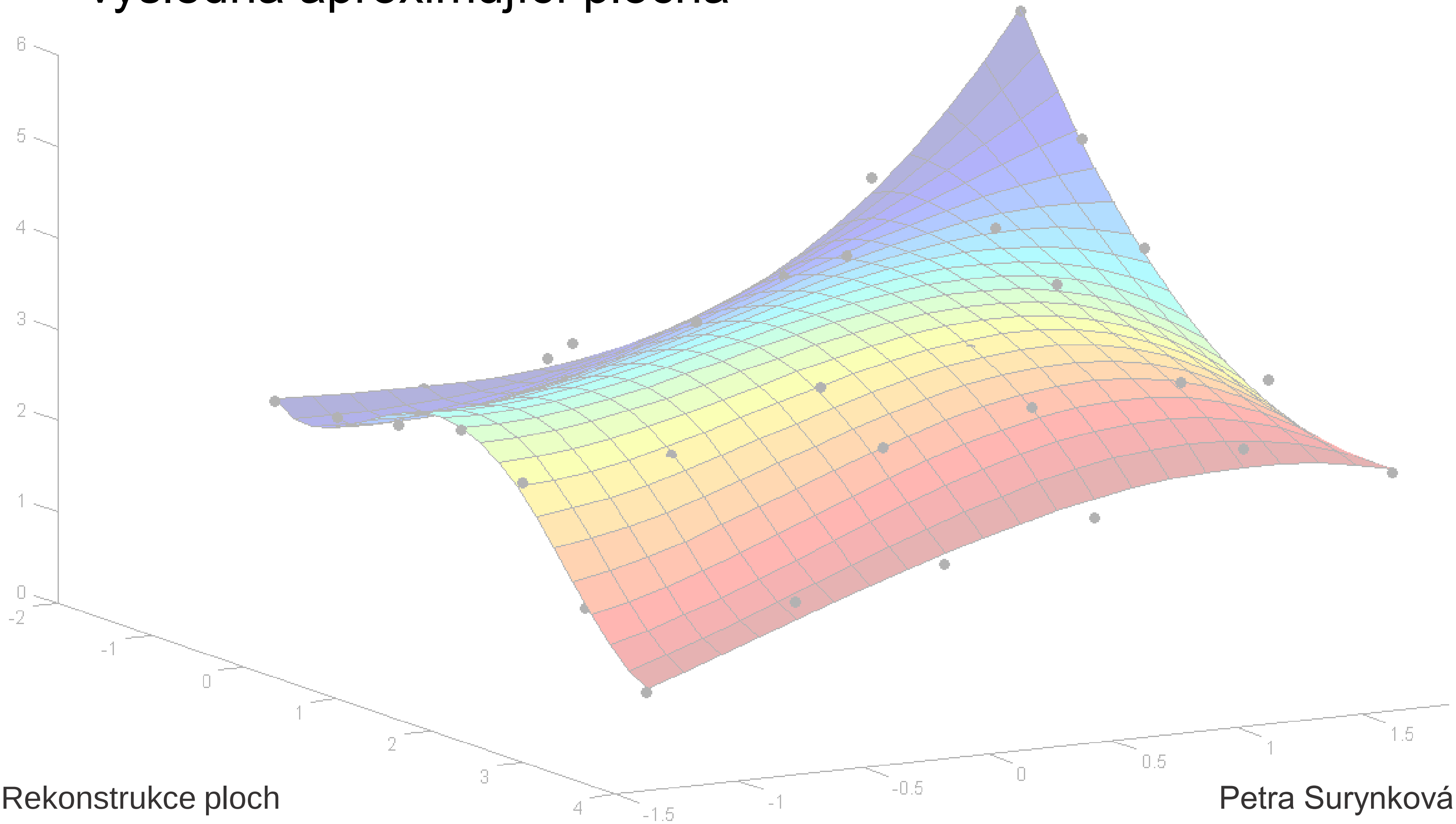
- **stupeň plochy** $m \times n$ volíme
  - podle toho, zda chceme plochu interpolovat nebo aproximovat
  - pokud máme o ploše další informace – např. jde o body klenby, můžeme předpokládat nízký stupeň plochy, nebo stupeň dokonce známe
- hledáme **řídící body** P_{ij} **ve smyslu metody nejmenších čtverců**
  - využíváme funkcí Matlabu k řešení přeurčené soustavy rovnic

- **jedna rovnice soustavy**

$$X(u_k, v_l) = \left(B_0^m(u_k), B_1^m(u_k), \ldots, B_m^m(u_k)\right) P \left(B_0^n(v_l), B_1^n(v_l), \ldots, B_n^n(v_l)\right)^{\mathrm{T}}$$

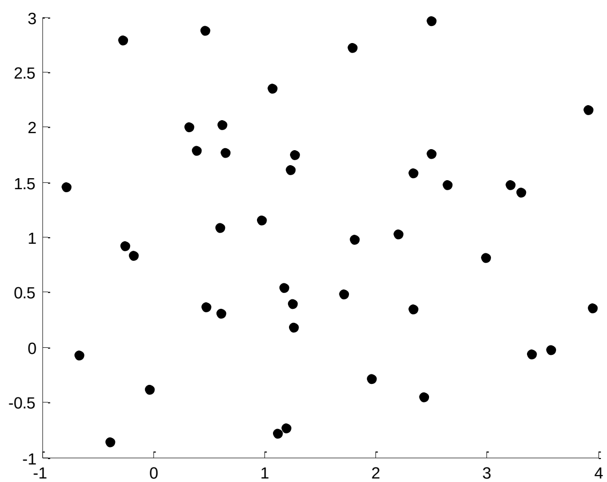
Aproximace ploch Bézierovými pláty (4)

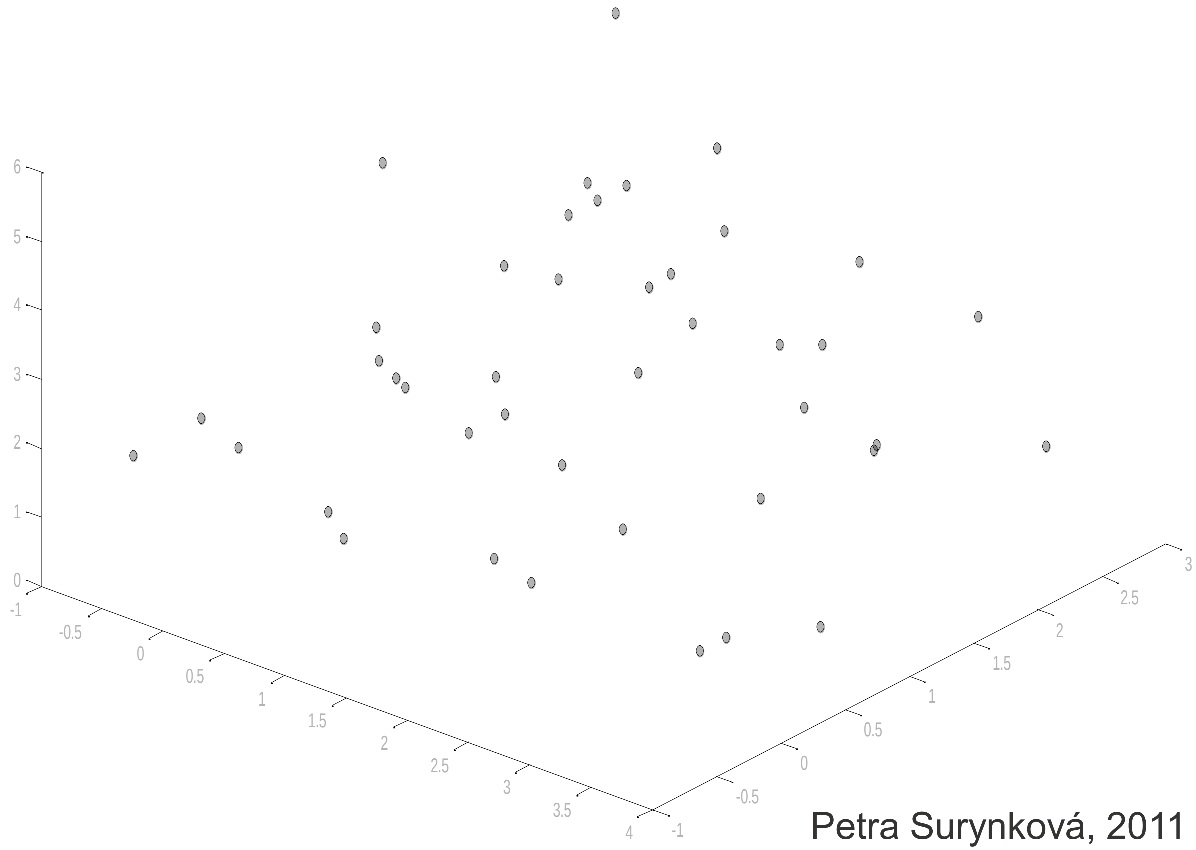
- výsledná aproximující plocha



Aproximace ploch Bézierovými pláty (5)

- Vstupní množina – **body v prostoru**, známe pouze souřadnice
- Obecné – **body netvoří v půdoryse pravidelnou mřížku**





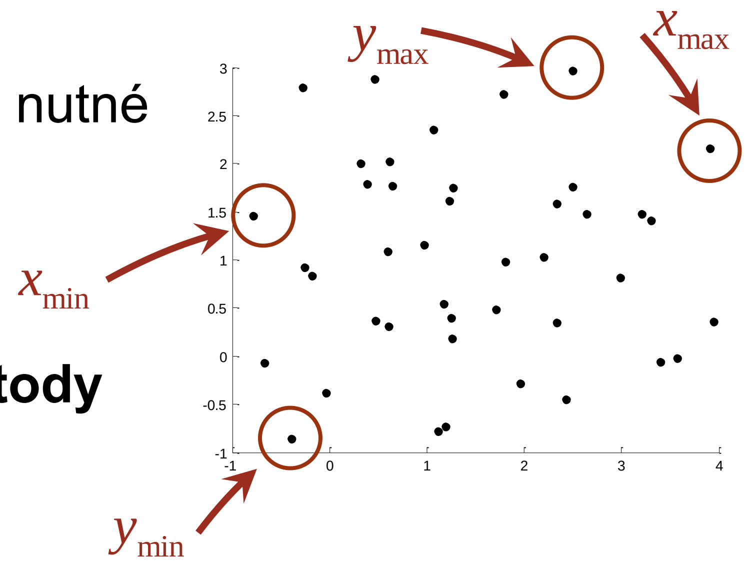
Aproximace ploch Bézierovými pláty (6)

- Vstupní množina – **body v prostoru**, známe pouze souřadnice
- Obecné – **body netvoří v půdoryse pravidelnou mřížku**

- bodům přiřadíme parametry podle přeškálování
  - určujeme body s minimální a maximální *x*-ovou a *y*-ovou souřadnicí

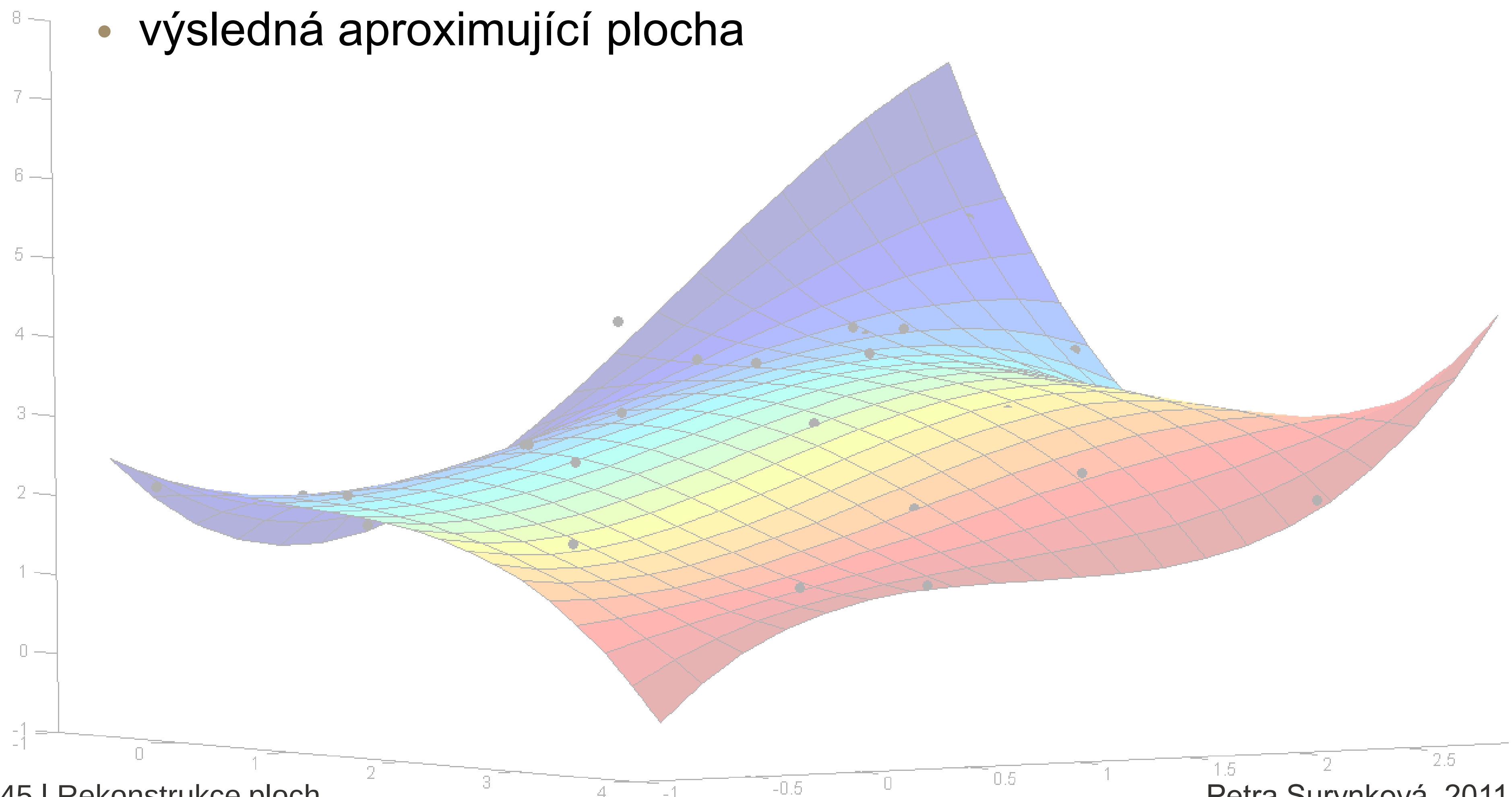
- kvůli nepravidelnosti vstupní množiny je nutné body přeuspořádat do matic
- opět **stupeň plochy** $m \times n$ volíme

- hledáme **řídící body** P_{ij} **ve smyslu metody nejmenších čtverců**



Aproximace ploch Bézierovými pláty (7)

- výsledná aproximující plocha



Programová demonstrace

Ukázka aproximace Bézierovými pláty v prostředí Matlab

Další vylepšování tvaru (1)

- Pojem postupného vylepšování tvaru vysvětlíme na křivkách
  - ukázka **evoluce uzavřených a otevřených B-spline křivek**
- Cílem je vhodně aproximovat zadanou množinu bodů v rovině daným typem křivky
    - zvolená metoda je evoluce

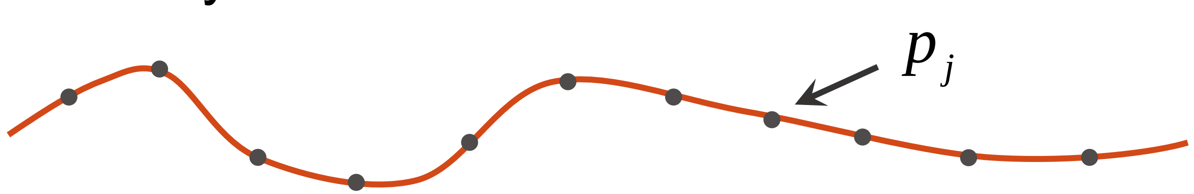
- **Podstata evoluce**
  - postupný vývoj křivky od jistého počátečního tvaru a polohy
  - křivka je tomuto procesu podrobena do té doby, dokud nesplňuje nějaké předem dané kritérium
  - zde, dokud **neprochází body vstupní množiny**

Další vylepšování tvaru (2)

- **dána množina bodů** $\left\{p_j\right\}_{j=1..N}$ **v rovině**
- cílem je proložit tyto body křivkou
- výslednou křivku hledáme tak, aby byla splněna podmínka

$$\sum_{j=1}^{N} \min_{x_j \in c} \left\| p_j - x_j \right\|^2 \to \min,$$

kde x_j značí body na křivce



Další vylepšování tvaru (3)

- mějme **parametricky popsanou křivku**

$$c(u) = \sum_{i=0}^{m} B_i(u) \cdot V_i$$

$$u \in [a, b]$$

u **parametr křivky**

V_i **řídící body** křivky

B_i **bázové funkce**

- označme $c_s(u) := c(s, u)$
  - v reprezentaci křivky se objevují dva rozdílné parametry

vektor parametrů

$$s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$$

$$s \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j=1}^{N} \min_{u_j} \left\| p_j - c_s(u_j) \right\|^2 \to \min$$

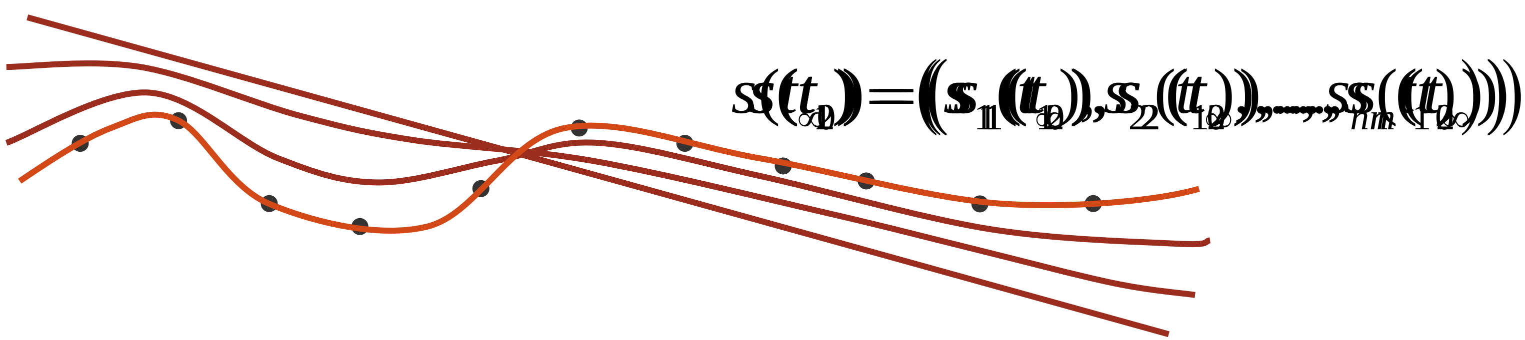
- s_j jsou x-ové a y-ové souřadnice řídících bodů

Další vylepšování tvaru (4)

- hledáme vektor parametrů $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$, který definuje křivku
- nechť vektor parametrů závisí na dalším parametru *t* – **evoluční parametr**
  - parametr *t* můžeme chápat jako čas

$$\Rightarrow \quad s(t) = \left(s_1(t), s_2(t), \ldots, s_n(t)\right)$$

  - tyto **parametry** jsou v čase **modifikovány** tak, že se počáteční **křivka mění a pohybuje** stále **blíž k daným bodům**



Programová demonstrace

Ukázka evoluce uzavřených a otevřených B-spline křivek v prostředí Matlab

Další vylepšování tvaru (5)

- Princip postupného vývoje tvaru bude **analogický pro plochy**
  - jde o mnohem komplikovanější problém
  - to je také důvod, proč počáteční polohu a tvar plochy nevolíme zcela libovolně, ale **vycházíme z prvotní aproximace**

- Aproximace je sama o sobě velmi spolehlivou metodou
  - protože vycházíme z aproximace metodou nejmenších čtverců, **nelze již plochu v tomto směru vylepšovat**
    - **plocha v lokálním minimu**
  - volíme **jiné funkční závislosti**
    - vylepšujeme tvar plochy tak, aby lépe aproximovala danou množinu bodů

Další vylepšování tvaru (6)

- K daným bodům množiny se plochou přibližujeme minimalizací **chybové funkce**
  - chybová funkce např. vyjadřuje součet vzdáleností bodů vstupní množiny od **nejbližších bodů na ploše**
  - lze použít i jiné funkce
    - např. radiální bázové funkce – spojité, diferencovatelné

- Minimalizace **chybové funkce**
  - **výpočet parciálních derivací**
  - **aktualizace řídících bodů plochy**

$$P_x\_akt = P_x\_poc - \varepsilon \frac{1}{parc\_der\_x}$$

Další vylepšování tvaru (7)

- **Jiný přístup**
  - po aproximaci Bézierovou plochou přecházíme **k racionální parametrizaci**
- **Další tvar plochy vylepšujeme změnou vah řídících bodů**
  - **minimalizujeme opět chybovou funkci**, ale tentokrát aktualizujeme váhy řídících bodů
  - **řídící body zůstávají na místě**
  - **nemění se stupeň plochy**
  - **modifikuje se tvar plochy**
- **Použití jak pro funkci vzdáleností tak pro radiální funkce**

Petra Surynková, 2011

Programová demonstrace

Ukázka postupného vylepšování tvaru Bézierovy plochy v prostředí Matlab

Petra Surynková, 2011

Závěr a budoucí práce

- V budoucí práci se zaměříme na použití **dalších typů ploch k rekonstrukci povrchů**
  - **B-spline a NURBS plochy**
    - Bézierovy plochy – nevýhodné při změně řídícího bodu, změna celé plochy, proto použití racionálních Bézierových ploch
    - jejich implementace, použití k aproximaci

- **Další vylepšování tvaru plochy**
  - použití jiných chybových funkcí
    - další radiální bázové funkce
  - interaktivní přístup – **možnost vybrat, ke kterým bodům se přiblížíme**

Závěr a budoucí práce

- **Další vylepšování tvaru plochy**
  - **přidání vah k bodům mračna** – tj. vybírání důležitých bodů
  - **po aproximaci přejít k racionální parametrizaci a k plátování**
    - racionální parametrizace - hotové
  - zvýšení stupně plochy
    - ne vždy výhodné, může vzniknout nežádoucí vlnění

- Další zpracování **dat z 3D skenerů**
- **Vizualizace výsledků v programu Rhinoceros**