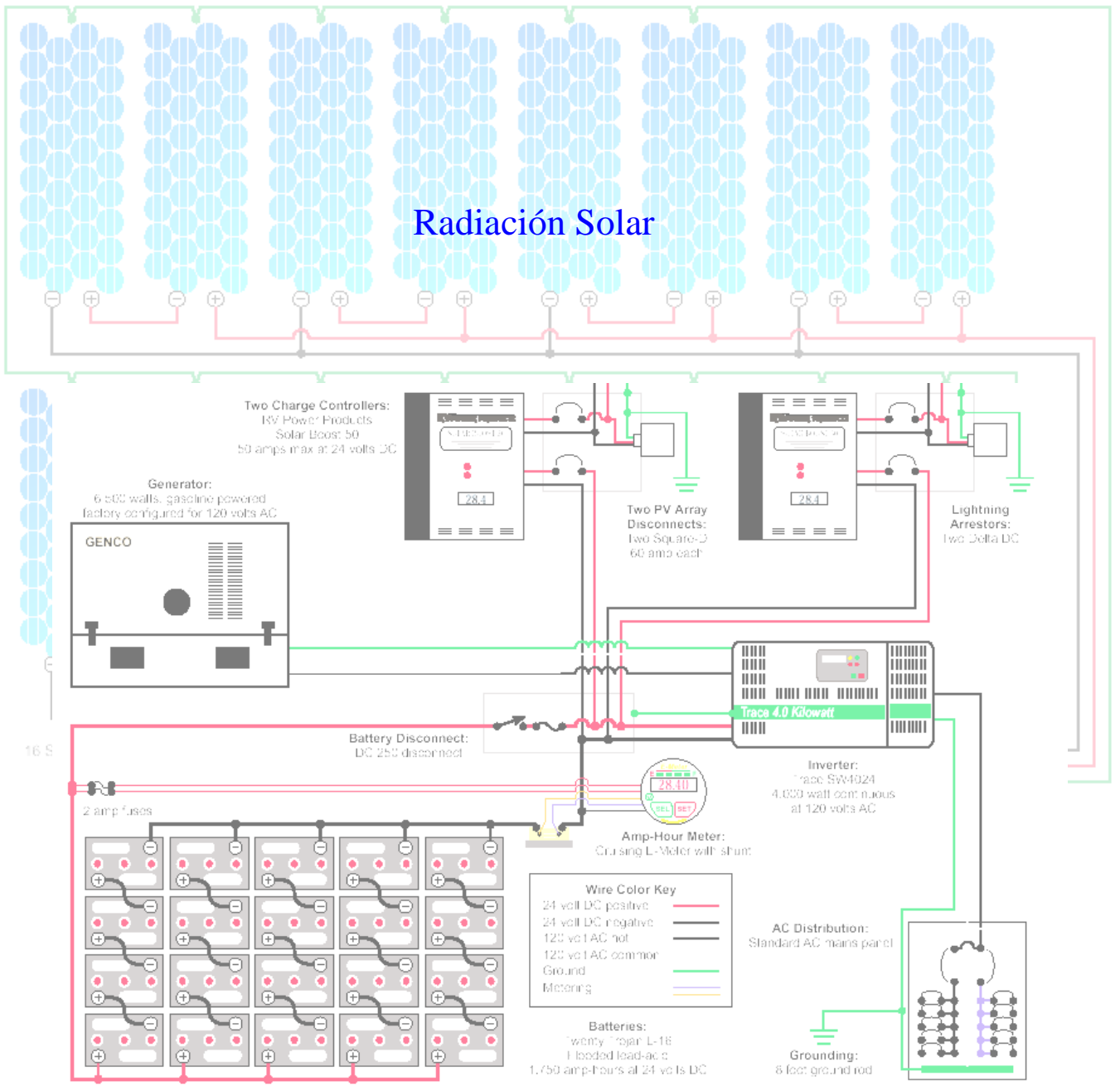


Radiación Solar



Radiación Solar

1. EL SOL Y LA TIERRA

1.1. Movimiento orbital de la Tierra alrededor del Sol

La Tierra, al igual que el resto de los planetas, de acuerdo con la primera ley de Kepler, gira en torno al Sol describiendo una órbita elíptica con el Sol situado en uno de sus focos. El eje mayor de la elipse se llama **línea de los ápsides**, siendo sus extremos el **perihelio**, o punto más próximo al Sol, y el **afelio**, o punto más alejado del Sol. El plano que contiene la órbita de la Tierra se denomina **plano de la eclíptica**.

La distancia media de la Tierra al Sol, r_0 viene dada por el semieje mayor de la órbita terrestre y se utiliza para definir una unidad de longitud denominada **unidad astronómica**, UA, cuyo valor es

$$r_0 = 1,496 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ UA} \quad [1]$$

La excentricidad de la elipse, es decir, la relación entre la distancia del centro de la elipse a un foco y el semieje mayor, es igual aproximadamente a 0.017. Esta excentricidad es tan pequeña, que la órbita terrestre puede asimilarse a una circunferencia de radio r_0 . No obstante, la distancia de la Tierra al Sol, r , varía apreciablemente entre un mínimo de 0.983 UA en el paso por el perihelio, aproximadamente el día 3 de enero, y un máximo de 1.017 UA en el paso por el afelio, aproximadamente el 4 de julio. Estas variaciones originan una oscilación anual de un $\pm 3\%$ en la cantidad de radiación solar recibida por la Tierra. La ecuación [2] describe la variación energética en función del **día del año d_n** , que varía entre 1 para el día 1 de enero y 365 para el día 31 de diciembre.

$$E_o = 1 + 0,033 \cos \frac{2\pi d_n}{365} \quad [2]$$

El período de revolución de la Tierra o intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos por el mismo punto de la elipse, define el denominado **año sidéreo**, con una duración de 365.2422 días.

El movimiento orbital de la Tierra no es uniforme. La velocidad lineal media es de unos 29.8 km/s, siendo máxima en el perihelio y mínima en el afelio. Este movimiento viene determinado por la segunda ley de Kepler o ley de las áreas, según la cual el radio vector que une el Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales (velocidad areolar constante).

Simultáneamente a este movimiento de traslación, nuestro planeta gira sobre un eje que pasa por los polos en un movimiento de rotación, que puede suponerse perfectamente uniforme. El período de rotación de la Tierra, es decir, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa o día sidéreo, es ligeramente inferior a 24 horas, exactamente 23h 56m 4.099s. El plano normal al eje de rotación que pasa por el centro de masas de la Tierra se denomina **plano ecuatorial** o **plano del ecuador**.

El eje de rotación de la Tierra no es perpendicular al plano de la eclíptica, lo que origina las estaciones del año -invierno, primavera, verano y otoño- y la desigual duración de los días y las noches. Durante su movimiento de traslación alrededor del Sol, el eje de rotación de la Tierra se desplaza paralelamente a sí mismo, conservando prácticamente invariable su dirección en el espacio y formando siempre el mismo ángulo ε con la normal al plano de la eclíptica. Este ángulo ε se denomina **oblicuidad de la eclíptica** y su valor es $\varepsilon = 23^\circ 27'$.

Esta oblicuidad permite definir sobre la órbita terrestre algunos puntos singulares. Para ello, consideremos un plano que pasando por el centro del Sol sea normal al eje de rotación de la Tierra. La intersección de este plano, paralelo al del ecuador, con el plano de la eclíptica recibe el nombre de **línea de los equinoccios** y determina sobre la órbita terrestre dos puntos conocidos como **equinoccio de primavera** y **equinoccio de otoño**. Análogamente, la perpendicular trazada en el plano de la eclíptica por el centro del Sol a la línea de los equinoccios se llama **línea de los solsticios** y corta a la órbita terrestre en otros dos puntos denominados **solsticio de invierno** y **solsticio de verano**. El equinoccio de primavera, también denominado **punto vernal**, se utiliza frecuentemente en astronomía como punto de referencia, ya que su posición puede determinarse con gran precisión.

Cuando la Tierra está situada sobre los equinoccios (véase figura 1.2), lo que ocurre aproximadamente los días 21 de marzo y 22 de septiembre, el Sol se encuentra sobre el plano del ecuador y, por consiguiente el número de horas de sol es igual al de horas de obscuridad en todos los lugares de la Tierra. Hacia el día 21 de junio, fecha del solsticio de verano, el Sol ilumina más directamente el hemisferio norte de la Tierra, donde el Sol alcanza su máxima inclinación respecto al plano del ecuador. Seis meses más tarde, hacia el 22 de diciembre, fecha del solsticio de invierno, la situación anterior se ha invertido. En los solsticios la diferencia entre el número de horas de sol y de obscuridad es máxima.

Con objeto de caracterizar la localización solar respecto a la Tierra, se define el ángulo declinación solar como ángulo que forman los rayos solares con respecto al plano ecuatorial. Para su cálculo se puede utilizar, con suficiente aproximación la ecuación dada por Cooper [3]

$$\delta = 23,45 \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi(d_n - 284)}{365} \right] \quad [3]$$

Si bien, una estimación más precisa se alcanza con la expresión [4], ecuación que utiliza el valor del ángulo diario Γ , definido en la ecuación [5].

$$\delta = 0,3963 - 22,9132 \cos \Gamma + 4,0254 \operatorname{sen} \Gamma - 0,3872 \cos 2\Gamma + 0,0519 \operatorname{sen} 2\Gamma - 0,1545 \cos 3\Gamma + 0,0847 \operatorname{sen} 3\Gamma \quad [4]$$

$$\Gamma = \frac{2\pi(d_n - 1)}{365} \quad [5]$$

La figura 1 muestra la evolución de la declinación a lo largo del año

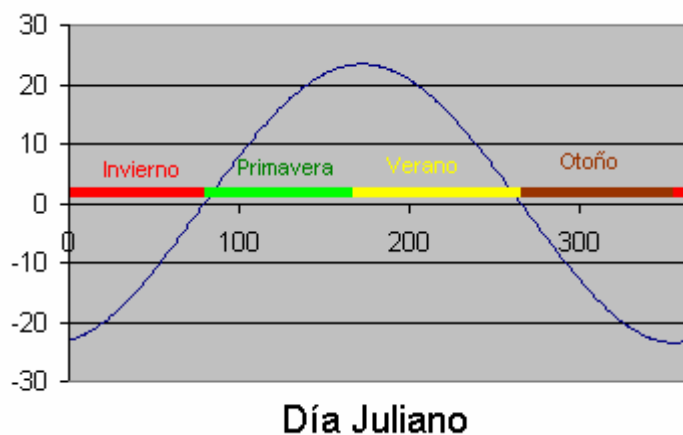


Figura 1. Evolución de la declinación

En la caracterización del movimiento Sol-Tierra se asumen como hipótesis:

Los años duran 365 días, prescindiendo sin más del día 29 de febrero, que es ignorado. Este método conlleva un pequeño error, que sin embargo este resulta despreciable en los balances meteorológicos pero tiene la ventaja de considerar todos los años idénticos, en lo que a posición y distancia solar se refiere.

Se considera durante un determinado día del año la declinación solar es constante⁶, de modo que la trayectoria recorrida por el Sol ese día sea exactamente un arco de paralelo celeste.

1.2. Movimiento del Sol respecto al observador terrestre.

La localización de un observador situado sobre la superficie terrestre vendrá dada por sus coordenadas geográficas, esto es **Latitud** y **Longitud**.

Por Latitud se define el ángulo formado por la plomada en el lugar con el plano del Ecuador. Por Longitud se define como el ángulo diedro formado por el plano meridiano del lugar y el que pasa por Greenwich.

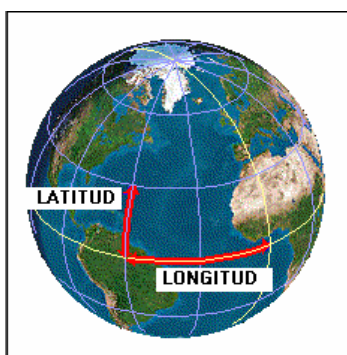


Figura.2. Visualización de la Latitud y la Longitud de un punto situado en el Océano Atlántico.

Para caracterizar el movimiento solar respecto a un observador situado en la superficie terrestre, consideraremos el movimiento del Sol respecto a un sistema de referencia solidario con la Tierra. Consideraremos el sistema cartesiano cuyo plano OXY coincida con el plano ecuatorial, por tanto el eje Oz con el de rotación, y tal que el plano OZY con el plano meridiano del lugar.

La posición solar en un instante determinado viene dada, en coordenadas horarias, por el ángulo horario ω y la declinación δ del centro del Sol. El ángulo horario es evidentemente

$$\omega = \Omega t \quad [6]$$

donde t se refiere al tiempo solar y Ω la velocidad angular de giro de la Tierra, que viene dada por la expresión [7]. Como se refleja en la figura 3, en el tiempo solar el instante $t=0h$ hace referencia al momento en que el Sol pasa por el plano meridiano del lugar o medio día solar. Por tanto valores positivos hacen referencia a momentos posteriores al mediodía mientras que los negativos hacen referencia a momentos anteriores.

$$\Omega = \frac{2\pi}{24} \text{ rad/h} \quad [7]$$

Se define **vector de posición solar, PS** como aquel vector libre, adimensional y unitario que permanentemente se encuentre dirigido hacia el Sol.

Respecto al sistema de referencia anteriormente descrito, el vector de posición solar rotará en sentido levógiro alrededor del eje Oz, manteniéndose constante e igual a la declinación el ángulo formado con el plano OXY.

$$\overline{PS} = \text{sen } \Omega t \cos \delta \vec{i} + \cos \Omega t \cos \delta \vec{j} + \text{sen } \delta \vec{k} \quad [8]$$

$$\overline{PS} = (\text{sen } \Omega t \cos \delta \quad \cos \Omega t \cos \delta t \quad \text{sen } \delta) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad [9]$$

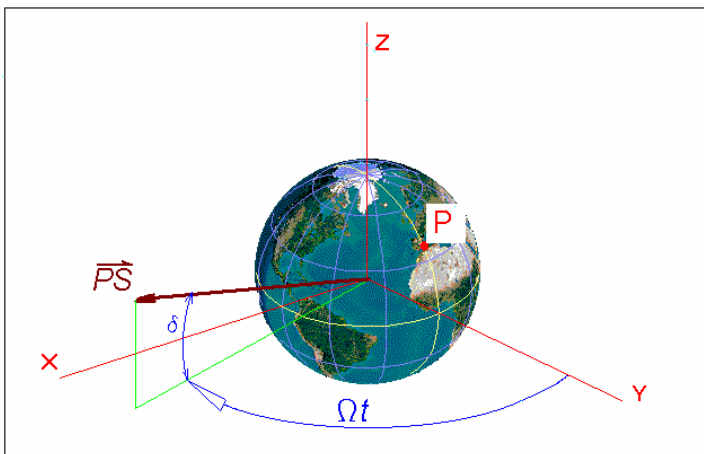


Figura.3. Visualización del vector de posición solar respecto de un sistema ecuatorial.

El observador situado en la superficie terrestre preferirá utilizar un sistema de referencia $Ox'y'z'$, como se representa en la figura 4 en el que los ejes vengán dados por:

Ox' : Dirección Oeste,
 Oy' : Dirección Sur,
 Oz' : Dirección cenital.

Los respectivos versores asociados, vendrán dados por

$$\vec{i}' = \vec{i} \quad [10]$$

$$\vec{j}' = \text{sen } L \vec{j} - \text{cos } L \vec{k} \quad [11]$$

$$\vec{k}' = \text{cos } L \vec{j} + \text{sen } L \vec{k} \quad [12]$$

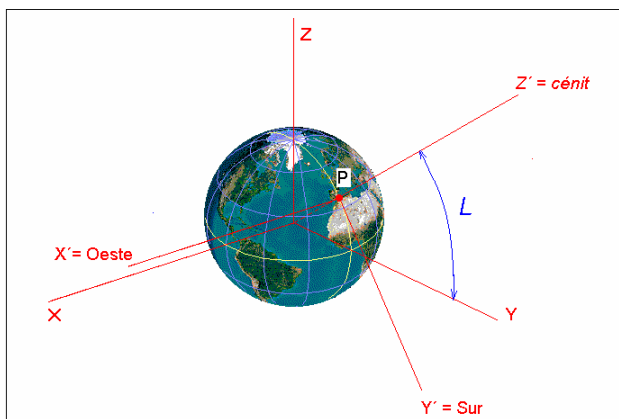


Figura 4. Sistemas de ejes ecuatorial y horizontal.

Las ecuaciones [10], [11] y [12] en notación matricial equivalen a

$$\begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen } L & -\text{cos } L \\ 0 & \text{cos } L & \text{sen } L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \quad [13]$$

o bien,

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen } L & \text{cos } L \\ 0 & -\text{cos } L & \text{sen } L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad [14]$$

Teniendo en cuenta las expresiones [5], y [14] resulta

$$\overline{PS} = (\sin \Omega t \cos \delta \quad \cos \Omega t \cos \delta \quad \sin \delta) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin L & \cos L \\ 0 & -\cos L & \sin L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \quad [15]$$

Y esta será equivalente a:

$$\begin{aligned} \overline{PS} = & \sin \Omega t \cos \delta \vec{i}' + (\cos \Omega t \cos \delta \sin L - \sin \delta \cos L) \vec{j}' \\ & + (\cos \Omega t \cos \delta \cos L + \sin \delta \sin L) \vec{k}' \end{aligned} \quad [16]$$

La expresión [16] muestra de ser de gran utilidad en todos los cálculos relacionados con la astronomía solar. Los siguientes epígrafes muestran

1.2.2. Número de horas de sol de un día

A la vista de la expresión del vector de posición solar resulta fácil discriminar, para un lugar los momentos del día y de la noche. Será de día siempre que el sol se encuentre por encima del plano de horizonte, y por tanto la componente z del vector de posición sea positiva. Esto es lo que se expresa en la ecuación [17]

$$\cos \Omega t \cos \delta \cos L + \sin \delta \sin L > 0 \quad [17]$$

Y esta desigualdad se cumple siempre que

$$t \in \left(-\frac{1}{\Omega} \arccos(-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L), \frac{1}{\Omega} \arccos(-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L) \right) \quad [18]$$

Lo que implica que el instante de *orto*, t_o en el que amanece en un determinado día y t_s , correspondiente al *ocaso* o instante en el que anochece, se pueden determinar mediante las expresiones [19] y [20].

$$t_o = -\frac{1}{\Omega} \arccos(-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L) \quad [19]$$

$$t_s = \frac{1}{\Omega} \arccos(-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L) \quad [20]$$

Es evidente la imposibilidad de aplicar [19] y [20] en los casos en que $|\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L| > 1$, estos casos corresponden a días polares o a noches polares, en ambos casos de 24 horas de duración. Podemos afirmar que $\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L > 1$ corresponde a días polares y $\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} L < -1$ corresponde a noches polares.

1.2.3. Cálculo del azimut y altura solar.

La figura 5 muestra la representación de los mencionados ángulos y nos permite recordar su definición.

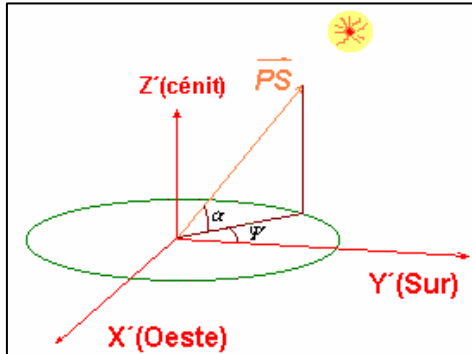


Figura 5. Representación del azimut Ψ y de la altura solar α .

De este modo definimos:

Azimut (ψ): ángulo determinado la proyección del vector solar sobre el plano horizontal y la dirección Sur. El azimut crece en la dirección Este. Por tanto, tendremos valores positivos del azimut en los momentos anteriores al medio día solar, y negativos tras el medio día solar. Equivale al ángulo que forma la sombra de un posteo vertical con la dirección Norte.

Altura solar (α): ángulo que forman los rayos solares con el plano horizontal

La expresión obtenida en [16] para el vector solar permite obtener expresiones analíticas para los ángulos azimutal ψ y de altura α .

$$\psi = \arctg \left[-\frac{\cos \Omega t \cos \delta \operatorname{sen} L - \operatorname{sen} \delta \cos L}{\operatorname{sen} \Omega t \cos \delta} \right] \quad [21]$$

$$\alpha = \operatorname{arcsen} (\cos \Omega t \cos \delta \cos L + \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} L) \quad [22]$$

- Ejemplo 1 -

Determinese el vector de posición del Sol en Córdoba (Lat=37,85°N; Lon=4,48°W) el día 16 de mayo. Deducir a partir de la expresión obtenida la duración de éste día.

Solución:

El día 16 de mayo ($d_n = 31+28+31+30+16 = 136$). Aplicando [5] y posteriormente [4] obtenemos $\delta = 19,11^\circ$.

Conocida la declinación y la latitud estamos en condiciones de aplicar [16] para obtener

$$\overline{PS} = 0,9448 \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{1440} \vec{i}' + \left(0,5796 \cos \frac{2\pi t}{1440} - 0,2585 \right) \vec{j}' + \left(0,4760 \cos \frac{2\pi t}{1440} + 0,2009 \right) \vec{k}'$$

Igualando la componente en z a cero se obtiene

$$\left(0,4760 \cos \frac{2\pi t}{1440} + 0,2009 \right) = 0$$

Por lo que: $t_0 = -420,93$ min (Amanece) y $t_s = 420,93$ min (Anochece). El día dura 841,84 min = 14h 1 min

1.2.4 Posición relativa del Sol respecto a una superficie plana.

Es evidente que en numerosas ocasiones interesará conocer el ángulo con que los rayos solares inciden sobre una superficie plana con una orientación arbitraria. Con este objeto utilizaremos la expresión del vector solar dada en [16] así como la expresión del vector \vec{n} , unitario y perpendicular a la superficie. Este último puede ser expresado en función de los ángulos γ (orientación azimutal de la superficie) y β (inclinación), representados en la figura 6, tal como indica la expresión [23].

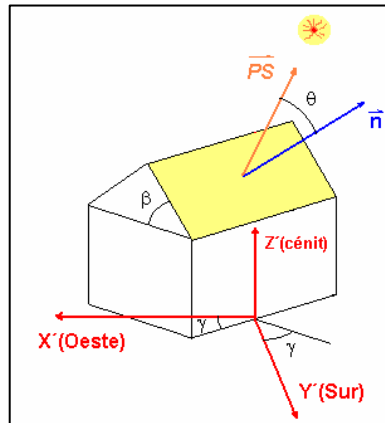


Figura 6. Representación de los ángulos γ (orientación azimutal de la superficie) y β (inclinación).

$$\vec{n} = -\text{sen } \beta \text{ sen } \gamma \vec{i}' + \text{sen } \beta \text{ cos } \gamma \vec{j}' + \text{cos } \beta \vec{k}' \quad [23]$$

A partir de la ecuación [24], donde se realiza el producto escalar de los vectores unitarios \vec{n} y \vec{PS} , podemos obtener el valor del ángulo θ . Es evidente que para que se dé insolación sobre la superficie, es necesario que el mencionado producto escalar sea positivo, pues esto implicará que θ está comprendido entre 0° y 90° .

$$\text{cos } \theta = \vec{PS} \cdot \vec{n} \quad [24]$$

$$\begin{aligned} \text{cos } \theta = & -\text{sen } \Omega t \text{ cos } \delta \text{ sen } \beta \text{ sen } \gamma + \text{cos } \Omega t \text{ cos } \delta \text{ sen } L \text{ sen } \beta \text{ cos } \gamma \\ & -\text{sen } \delta \text{ cos } L \text{ sen } \beta \text{ cos } \gamma + \text{cos } \Omega t \text{ cos } \delta \text{ cos } L \text{ cos } \beta + \text{sen } \delta \text{ sen } L \text{ cos } \beta \end{aligned} \quad [25]$$

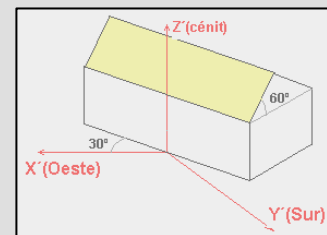
- Ejemplo 2 -

Dermínese para el edificio situado en Córdoba (Latitud: $L=37,85^\circ\text{N}$), que se representa en la figura anexa, el intervalo horario del día 16 de mayo durante el cual el sol incidirá en la cubierta

Solución:

La aplicación de [23] con $\gamma=-30^\circ$ y $\beta=60^\circ$, nos lleva a

$$\vec{n} = \text{sen } 60 \text{ sen } 30 \vec{i}' + \text{sen } 60 \text{ cos } 30 \vec{j}' + \text{cos } 60 \vec{k}'$$



$$\vec{n} = 0,433 \vec{i}' + 0,75 \vec{j}' + 0,5 \vec{k}'$$

y tomando la expresión del vector solar del ejemplo 1,

$$\overline{PS} = 0,9448 \sin \frac{2\pi t}{1440} \vec{i}' + \left(0,5796 \cos \frac{2\pi t}{1440} - 0,2585 \right) \vec{j}' + \left(0,4760 \cos \frac{2\pi t}{1440} + 0,2009 \right) \vec{k}'$$

y aplicando [24] y [25], obtenemos

$$\cos \mathcal{G} = \overline{PS} \bullet \vec{n} = 0,4090 \sin \frac{2\pi t}{1440} + 0,8077 \cos \frac{2\pi t}{1440} - 0,0934$$

igualando esta expresión a cero, obtendremos los tiempos correspondientes a los instantes en que el vector solar forma 90° con el vector normal a la superficie, esto es, los momentos en que amanece y anochece para dicha superficie. Estos valores son:

$$t = -228 \text{ min (comienzo) y } t = 440 \text{ min (cese)}$$

En el ejemplo 1 se comprobó que el 16 de mayo en Córdoba anochece 420,93 minutos después del medio día, por lo que el instante $t = 440$ min (cese) corresponde a la noche. De esta manera el intervalo de insolación será [-228; 420,93] minutos.

1.2.5. Visualización de la posición solar

En la práctica resulta útil disponer de la representación plana de las trayectorias solares. A este efecto, normalmente se utilizan las representaciones cilíndricas de la bóveda celeste así como las estereográficas.

En la representación cilíndrica se representa la evolución del azimut en el eje horizontal frente a las elevaciones en el eje vertical para diferentes días del año.

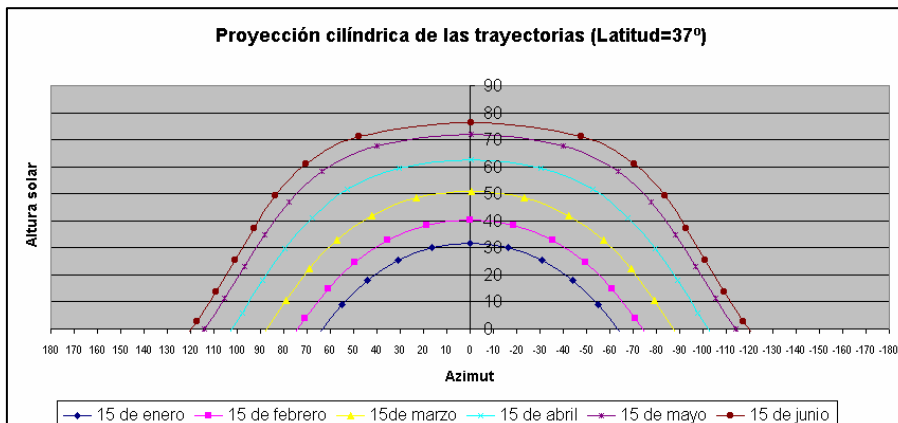


Figura 7. Representación cilíndrica de las trayectorias solares en Córdoba para los días medios de los seis primeros meses del año.

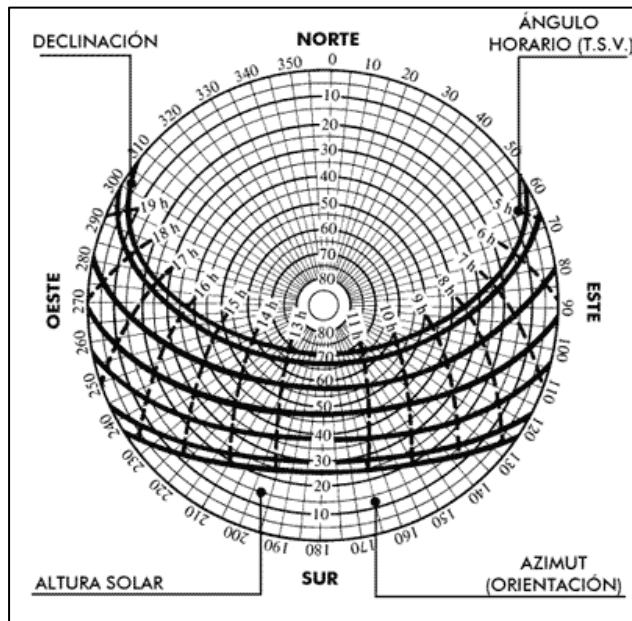


Figura 8. Representación estereográfica de las trayectorias solares en Córdoba para los días medios de los seis primeros meses del año.

1.3. Relación entre la hora solar verdadera y la hora legal.

En la expresión [16] se utiliza el tiempo referido al momento en que el sol pasa por el meridiano del lugar. A esta forma de referir el tiempo es la que conocemos como **Tiempo Solar Verdadero (TSV)**. Es evidente la necesidad de poder conocer este tiempo a partir del **Tiempo Legal**, que leemos habitualmente en nuestros relojes de pulsera.

La duración del día solar verdadero, es decir, el tiempo transcurrido entre pasos del disco solar por el meridiano (o tiempo transcurrido entre dos medio días solares consecutivo) no es constante, sino que varía con el día juliano. Este efecto de variación es debido a la excentricidad de la órbita terrestre así como a la variación de velocidad conforme se describe dicha órbita (segunda Ley de Kepler). Para salvar la dificultad que supone la variabilidad en la duración de los días, pues, al no ser periodos uniformes no pueden ser usados como unidad de medida, se define el **Tiempo Solar Medio (TSM)**. El Tiempo Solar Medio utiliza el sol medio y éste no es sino un astro ficticio correspondiente a la visión del sol que tendríamos si la Tierra siguiese en su movimiento anual una circunferencia y, consecuentemente, esta se recorriese siguiendo un movimiento circular uniforme. De esta manera la duración del Día Solar Medio no es sino una ponderación de las duraciones de los días solares verdaderos del año. El día solar medio es de duración uniforme e igual a 24 horas. Así, el año puede ser descrito mediante una sucesión de días solares verdaderos, de duración variable, o bien, mediante una sucesión de días solares medios, como se representa en la figura 9, donde se han señalado con M_i el momento del mediodía solar correspondiente al día i y con M'_i el momento del mediodía en el tiempo medio. Es evidente, que existe un desfase entre instantes verdaderos y medios. Llamaremos Ecuación del Tiempo a este desfase. Este desfase lo expresaremos en función de la hora solar verdadera (recordemos que esta está referida a M_i) y de la hora del tiempo medio (referida al momento M'_i). Es evidente que se debe cumplir

$$E_i = TSV - TSM \quad [26]$$

De este modo un valor positivo de E_i indica que el medio día solar ocurre antes que el del día medio. La figura 10 muestra la evolución de la ecuación del tiempo y la expresión [27] muestra su expresión analítica a partir del ángulo diario Γ , definido en la ecuación [5].

$$E_i (\text{min}) = 229,18(0,000075 + 0,001868 \cos \Gamma - 0,032077 \sin \Gamma - 0,014615 \cos 2\Gamma - 0,04089 \sin 2\Gamma) \quad [27]$$

En la escala de tiempos que hemos utilizado queda implícito que a los instantes anteriores al mediodía se hace alusión mediante valores negativos. Para eliminar esta dificultad se define el Tiempo Civil Local que es igual al Tiempo Medio más doce horas. Así, podremos decir que las doce horas (**Tiempo Civil Medio**) corresponde con el instante 0 horas en Tiempo Medio y a su vez, este instante corresponde con el medio día Medio.

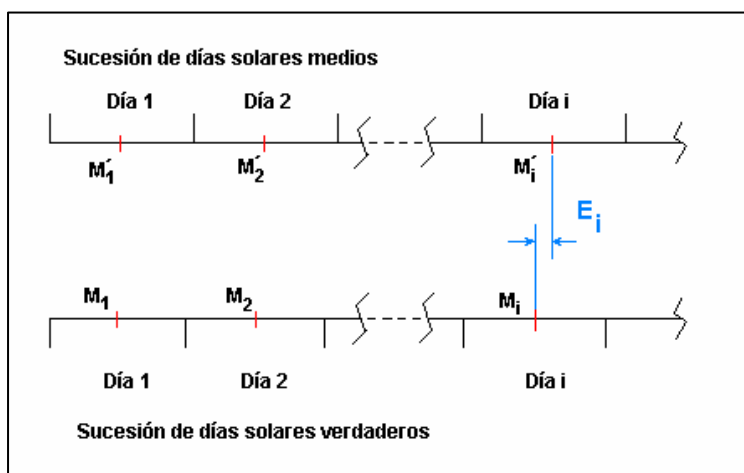


Figura 9. Representación temporal de una sucesión de días y de los medio días correspondientes.

Por convección llamamos **tiempo Universal** al Tiempo Civil Local en el meridiano que pasa por Greenwich y frecuentemente se hace referencia a él mediante la abreviatura **GMT** (Greenwich Mean Time). El Tiempo Universal sirve de base para el establecimiento del **Tiempo Legal**. Cada país en función del huso horario donde se ubica, establece su tiempo Legal. Así, si tenemos en cuenta que el meridiano de Greenwich pasa por Castellón a España le correspondería un Tiempo Legal igual al GMT. Sin embargo España adoptó un Tiempo Legal igual al Universal más hora (GMT+1), en verano, por motivos de ahorro energético, el desfase es de dos horas.

Con las ecuaciones dadas hasta ahora resulta fácil determinar el Tiempo Solar Verdadero en Greenwich. Para ello basta tener en cuenta

$$TSV_{Greenwich} = GMT - 12h + Ei \quad [28]$$

Y como en España la hora Legal se encuentra desfasada una hora de GMT en invierno y dos en verano, podremos escribir

$$TSV_{Greenwich} = (TL - 1h) - 12h + Ei \quad (\text{en horario de invierno}) \quad [29]$$

$$TSV_{Greenwich} = (TL - 2h) - 12h + Ei \quad (\text{en horario de verano}) \quad [30]$$

El valor del $TSV_{Greenwich}$ lo podemos relacionar con el Tiempo Solar verdadero de la localidad que nos interese, para ello basta tener en cuenta que dichos tiempos se encuentran relacionados mediante el desfase longitudinal, pues el reloj solar de un lugar situado al Oeste de Greenwich se encuentra retrasado respecto al reloj solar de Greenwich. Este retraso es consecuencia del movimiento terrestre de rotación. De modo que podemos establecer el desfase entre el Tiempo Solar Verdadero de una localidad (TSV) y $TSV_{Greenwich}$ mediante:

$$(TSV_{Greenwich} - TSV) (min) = 4 Longitud (^{\circ}W) \quad [31]$$

La aplicación conjunta de [31], y [29]-[30] nos lleva a

$$TSV = (TL-1h)-12h - 4L_e + Ei \text{ (en horario de invierno)} \quad [31]$$

$$TSV = (TL-2h)-12h - 4L_e + Ei \text{ (en horario de verano)} \quad [32]$$

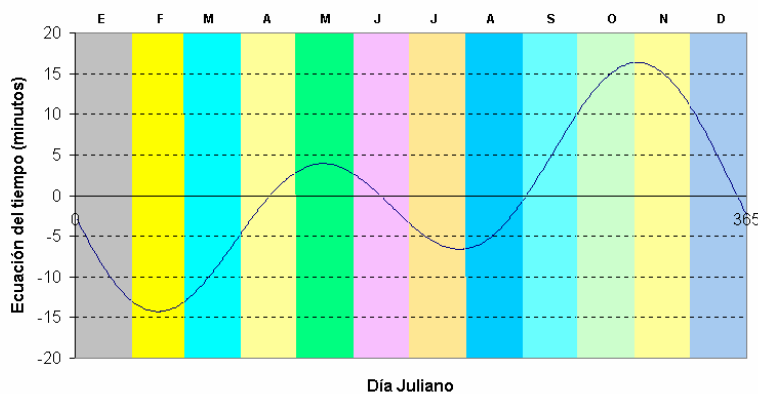


Figura 10. Evolución de la Ecuación del tiempo durante el año.

- Ejemplo 2 -

Determinése la relación entre el Tiempo solar Verdadero y el Tiempo Legal en Córdoba (Longitud $L_e=4,48^{\circ}W$), para el día 13 de marzo

El día 13 de marzo corresponde al día juliano $d_n = 31 + 28 + 13 = 72$.

$$\Gamma = 2\pi \frac{72 - 1}{365} = 1,2222 \text{ rd}$$

Aplicando [27] resulta $E_T = -10,19 \text{ min}$

Y aplicando [31]

$$TSV = [TL - 13h] - 4(L_e) + E_i$$

$$TSV = (TL - 13h) - 4(4,48) - 10,19 = TL - 13h - 28,11 \text{ min}$$

Lo que nos permite afirmar que las 12h 0min (TL) se corresponde con -1h 28 min (TSV). Y que el mediodía solar ocurre a las 0h 0min (TSV) esto es 13h 28min (TL).

2. RADIACIÓN Y ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO.

Se define la radiación como el modo de transmisión de energía en el espacio sin soporte de material. Esta característica distingue la radiación de la conducción molecular y turbulenta, de la convección y de la advección, procesos todos que requieren el concurso de un medio material.

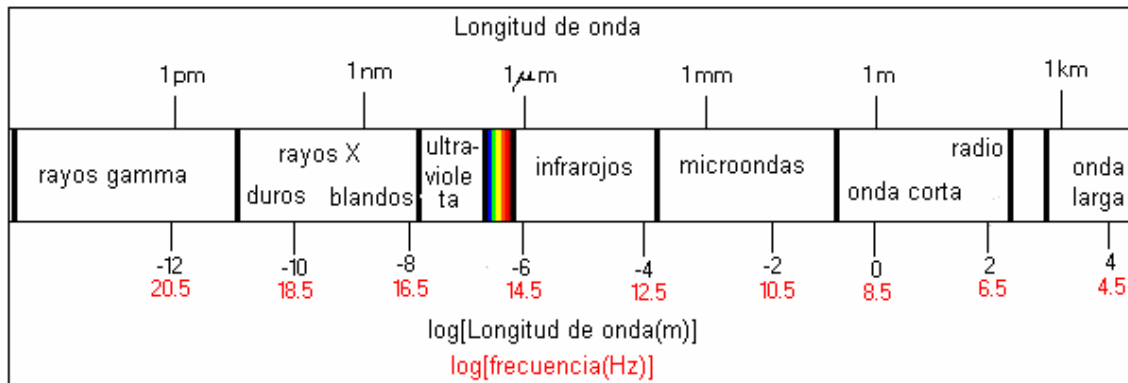


Figura 11. Espectro electromagnético.

La energía radiante es, como se sabe, de naturaleza electromagnética, y la diferencia entre los efectos producidos por distintas clases de radiaciones estriba en sus diversas longitudes de onda. Para referencia, se da en la figura 11 un esquema del espectro electromagnético. Estas ondas se propagan a la velocidad de la luz c y se caracterizan por su longitud de onda λ y la frecuencia ν , estando ambas magnitudes relacionadas por la ecuación [33]

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad [33]$$

2.1. Definición de magnitudes referentes a la radiación.

Para la formulación cuantitativa de las leyes de la radiación es preciso definir ciertas magnitudes pertinentes. No existe uniformidad en la notación ni nomenclatura. En lo que sigue se han adoptado las normas de la OMN y la UIFPA. Se definen:

Flujo radiante ϕ . Es la potencia emitida por una fuente, transportada por un haz o recibida por una superficie.

$$\phi = \frac{dW}{dt} \quad [34]$$

En el Sistema Internacional se mide en vatios (W). No obstante, en trabajos de radiación solar es aún frecuente encontrar medidas de ϕ expresadas en cal/min.

Densidad de flujo radiante. Es el flujo por unidad de superficie, o bien la densidad de energía radiante por unidad de tiempo. Cuando se considera la densidad de flujo radiante recibida por una superficie, se llama **irradiancia E** ; si se trata de la emitida por una superficie, recibe el nombre de **emitancia M** . Se tiene:

$$E = \frac{d\phi}{ds} \quad [35] \quad ; \quad M = \frac{d\phi}{ds} \quad [36]$$

Se mide en $W m^{-2}$, pero aún es frecuente encontrarlo en langley (ly) por minuto ($1 ly = 1 cal cm^{-2}$).

La energía radiante recibida por unidad de superficie durante un tiempo dado se llama **irradiación H**. Será:

$$H = \int E dt \quad [37]$$

y se mide en $J m^{-2}$.

Magnitudes monocromáticas. Muestra la experiencia que las magnitudes anteriormente definidas reciben distintas contribuciones de las diferentes longitudes de onda, es decir, no son constantes en todo el espectro. Para precisar la contribución de cada componente espectral se definen las magnitudes monocromáticas homólogas a veces llamadas densidades espectrales, en la forma:

$$E_{\lambda} = \frac{dE}{d\lambda} \quad [38] \quad M_{\lambda} = \frac{dM}{d\lambda} \quad [39]$$

Con estas definiciones se cumple; evidentemente:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda \quad [40] \quad M = \int_0^{\infty} M_{\lambda} d\lambda \quad [41]$$

La absorbancia o poder absorbente, $\alpha = d\phi_a/d\phi$ es la relación entre el flujo radiante ϕ_a absorbido por el cuerpo y el que llega a la superficie del mismo; es pues, un número adimensional inferior a la unidad. Si se considera el flujo, tanto el absorbido como el que llega en un intervalo espectral $\lambda, \lambda + d\lambda$ podemos definir la absorbancia monocromática α_{λ} . La reflectancia o poder reflector, $\rho = d\phi_r/d\phi$, es la relación entre el flujo radiante ϕ_r reflejado por la superficie de un cuerpo y el que llega a la misma. Es un número adimensional que cumple, $\rho < 1$.

La transmitancia o poder transmisor $\tau = d\phi_t/d\phi$, es la relación entre el flujo radiante ϕ_t que se transmite a través de un cuerpo y el que incide sobre el mismo.

2.2. Ley de Kirchhoff

La emitancia monocromática M_{λ} y la absorbancia monocromática α_{λ} dependen de la temperatura, de la superficie del cuerpo y de la longitud de ondas. En 1859, Gustav Kirchhoff, por consideraciones teóricas demostró que la relación entre la emitancia monocromática y la absorbancia es igual a la radiancia monocromática. O sea,

$$\frac{M_{\lambda}}{\alpha_{\lambda}} = E_{\lambda} \quad [42]$$

3. EL RADIADOR PERFECTO Y SUS PROPIEDADES

Las magnitudes características de la radiación, dependen además de la longitud de onda y de la temperatura, de la naturaleza de la superficie emisora (o receptora) del cuerpo radiante emisor (o absorbente). Con objeto de simplificar el estudio de las leyes de radiación o absorción, podemos imaginar un cuerpo ideal, al que llamamos cuerpo negro, que presenta determinadas propiedades. Puede definirse como el cuerpo que absorbe plenamente todo el flujo de energía que llega a su superficie, por tanto $(\alpha_\lambda)_n=1$, y teniendo en cuenta la ley de Kirchhoff, resulta

$$(M_\lambda)_n = E_\lambda \quad [43]$$

La emitancia del cuerpo negro es igual a la radiancia. Teniendo simultáneamente en cuenta las ecuaciones [42] y [43], podremos relacionar la emitancia de cualquier cuerpo con la del cuerpo negro del modo:

$$\frac{M_\lambda}{\alpha_\lambda} = (M_\lambda)_n \quad [44]$$

3.1. Ley de Planck

El problema de la distribución de energía radiante en función de la longitud de onda para un cuerpo negro fue resuelto por Planck, quien en 1899 obtuvo su ahora conocida expresión mediante razonamientos que entrañan el concepto de cuantificación de la energía. La concordancia entre los resultados teóricos y los obtenidos experimentalmente permite, a nuestros efectos, formular la ley de Planck como postulado, es decir:

$$M_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \quad [45]$$

donde los valores de las respectivas constantes son

$$c_1 = 3,742 \times 10^{-16} \text{ W / m}^2 \\ c_2 = 1,4385 \times 10^{-2} \text{ mK.}$$

La figura 12 muestra curvas resultantes para distintas temperaturas se observa que la longitud de onda correspondiente a la radiancia máxima va disminuyendo a medida que la temperatura aumenta.

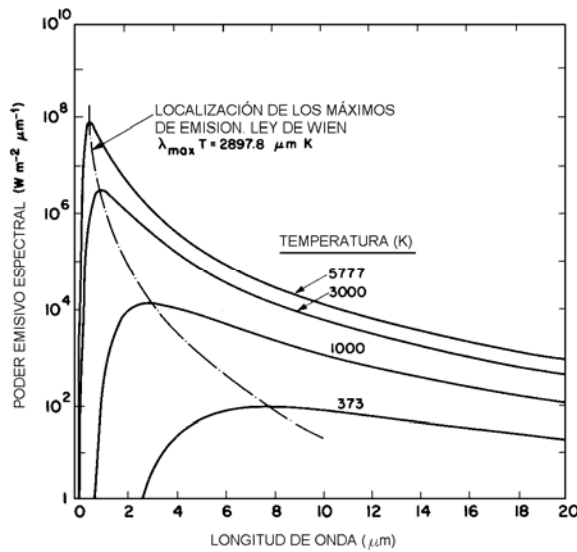


Figura 12. Espectro del poder emisor del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

3.2. Ley de desplazamiento de Wien

La longitud de onda λ_m correspondiente a la radiancia máxima se va desplazando hacia valores menores al aumentar la temperatura (fig. 12). Imponiendo la condición de máximo en [45] resulta:

$$\lambda_m T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ mK} \quad [46]$$

Midiendo con un planímetro el área encerrada entre la curva y el eje de abscisas, se comprueba que :

- a) Para $\lambda < 0.5\lambda_m$ la energía radiada es menor del 1% del total.
- b) Para $\lambda > 8\lambda_m$, la energía radiada es nuevamente del orden del 1% del total.

Por tanto, fijada la temperatura, se admite que el cuerpo negro emite la mayor parte de su energía entre $0.5 \lambda_m$ y $8\lambda_m$, cometiéndose un error algo inferior al 2%.

3.3. Ley de Stefan-Boltzmann.

La emitancia de un radiador perfecto es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Integrando [45] para todas las longitudes de onda

$$M = \int_0^{\infty} \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda = \sigma T^4 \quad [47]$$

ley de Stefan- Boltzmann, en la que la constante vale $\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

4. RADIACIÓN SOLAR. CONSTANTE SOLAR.

La distribución espectral de la radiación incidente sobre la atmósfera terrestre influye en gran medida sobre la mayoría de procesos que en ésta, al igual que en la biosfera, tienen lugar. Su medición, por métodos indirectos basados en medidas terrestres, fue abordada desde principios del siglo XX. Sin embargo, no fue hasta la llegada de la era espacial cuando se dispuso de medidas fiables. La figura 13 muestra el espectro adoptado por la Organización Meteorológica Mundial en 1981 para una distancia Sol-Tierra igual a una Unidad Astronómica. El área subtendida por dicho espectro, se corresponderá, en concordancia con la ecuación [40], con la radiancia global media incidente sobre la atmósfera I_{SC} , magnitud que se define como **constante solar**. Su valor viene dado por

$$I_{SC} = 1.367 \text{ W/m}^2$$

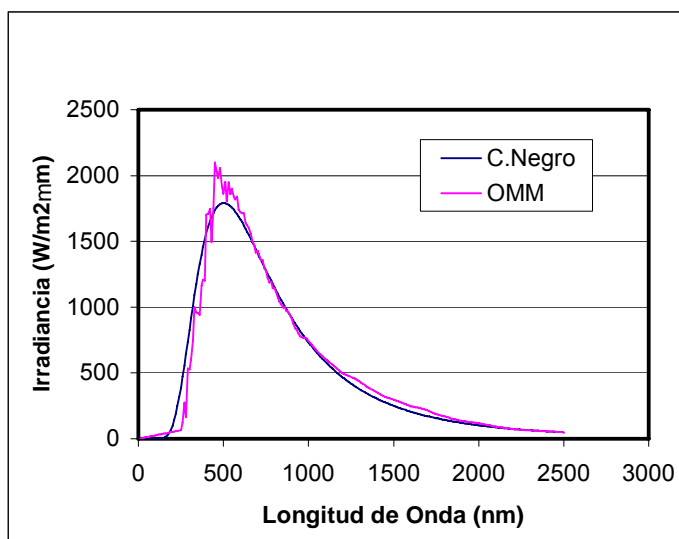


Figura 13. Espectro de la irradiancia solar incidente en la atmósfera correspondiente a una UA y su comparación con la que se recibiría si el Sol fuese un cuerpo negro a 5777 K.

La irradiancia sobre un plano horizontal y situado en el límite superior de la atmósfera vendrá dada por

$$I_o = I_{sc} E_o \cos \theta \quad [48]$$

Ecuación en la que θ , representa el ángulo formado por los rayos solares con el plano horizontal y teniendo en cuenta [16], se deduce que $\cos \theta$ es igual a la componente vertical del vector de posición solar. De donde

$$I_o = I_{SC} E_o (\cos \Omega t \cos \delta \cos L + \text{sen } \delta \text{ sen } L) \quad [49]$$

La irradiación global extraterrestre H_o , o cantidad total de energía recibida durante un periodo de tiempo $[t_1, t_2]$, se obtiene integrando la irradiancia para ese periodo. Para integrar [49], consideraremos, para cada día del año el intervalo expresado en [18],

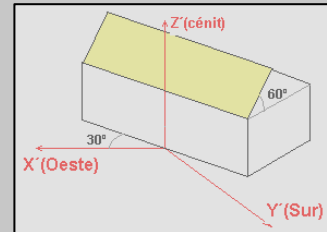
$$H_o = \int_{orto}^{ocaso} I_{SC} E_o (\cos \Omega t \cos \delta \cos L + \text{sen } \delta \text{ sen } L) dt \quad [50]$$

De donde se obtiene

$$H_o = \frac{I_{sc} E_o}{\Omega} [(\Omega t_2 - \Omega t_1) \text{sen } \delta \text{sen } L + (\text{sen } \Omega t_1 - \text{sen } \Omega t_2) \text{cos } \delta \text{cos } L] \quad [51]$$

- Ejemplo 4 -

Determinese la radiación solar extraterrestre para día 16 de mayo en Córdoba (Latitud: $L=37,85^\circ\text{N}$), tanto para el plano horizontal como para la superficie de la cubierta del edificio situado, que se representa en la figura anexa



Solución:

Aplicando [48] en combinación con [2], resulta:

$$I_{ns} = 1367 \left(1 + \cos \frac{2\pi d_n}{365} \right) = 1334 \text{ W/m}^2$$

Aplicando [50] resulta

$$H_o = \int_{-420}^{420} 1334 \left(0,4760 \cos \frac{2\pi t}{1440} + 0,2009 \right) 60 dt$$

De donde

$$H_o = 40\,000\,000 \text{ J/m}^2$$

Para determinar la radiación extraterrestre sobre el plano de la cubierta, tendremos en cuenta

$$H_{0\beta=60^\circ;\gamma=-30^\circ} = \int_{t_o}^{t_s} E_o I_{sc} \cos \theta dt$$

Donde $\cos \theta$ y el horario de incidencia solar se han calculado en el ejemplo 2.

$$H_{0\beta=60^\circ;\gamma=-30^\circ} = \int_{-228}^{420} 1334 \left(0,4090 \text{sen} \frac{2\pi t}{1440} + 0,8077 \text{cos} \frac{2\pi t}{1440} - 0,0934 \right) 60 dt$$

$$H_{0\beta=60^\circ;\gamma=-30^\circ} = 28027360 \text{ J/m}^2$$

De este modo podemos definir el factor geométrico $R_{B \beta = 60^\circ; \gamma = -30^\circ}$ que representa para el lugar

bajo estudio y el día bajo estudio la relación entre las radiación solar extraterrestre en el plano inclinado frente a la del plano horizontal

$$R_{B \beta = 60^\circ; \gamma = -30^\circ} = \frac{H_{0\beta=60^\circ;\gamma=-30^\circ}}{H_o} = \frac{28027360}{40000000} = 0,70$$

5. ATENUACIÓN DE LA RADIACIÓN SOLAR POR LA ATMÓSFERA.

5.1. Absorción.

Es sabido que la energía radiante se debilita al atravesar medios materiales, en particular la atmósfera. El poder transmisor τ depende de la naturaleza del medio atravesado y también de la longitud del camino recorrido por el rayo. Para su determinación, puede definirse un coeficiente másico monocromático de absorción $k(\lambda)$ dependiente sólo de la naturaleza y estado físico del medio atravesado y de la longitud de onda, así como un espesor óptico atravesado m . La ecuación [2.38] describe la dependencia del poder transmisor respecto las variables consideradas.

$$\tau = e^{-k(\lambda)m} \quad [52]$$

Para la caracterización de la opacidad atmosférica, se consideran tres tipos de agentes absorbentes: Absorción debida al Ozono iónosférico, Absorción debida a gases absorbentes ($\text{CO}_2, \text{O}_3, \text{N}_2\text{O}, \text{CO}, \text{O}_2, \text{CH}_4$) y Absorción debida al vapor de agua. Las figuras 14, 15 y 16 muestran los respectivos poderes transmisores espectrales τ_{Ozono} , τ_{Gases} y τ_{Agua} , estimados para la atmósfera de Almería, en noviembre, y cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° .

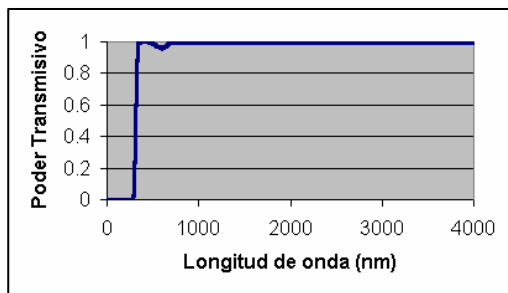


Figura 14. Poder transmisor τ_{Ozono} , espectral debido a la absorción del O_3 atmósfera de Almería, en noviembre, y cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° (gráfico generado con EXCEL-SOL).

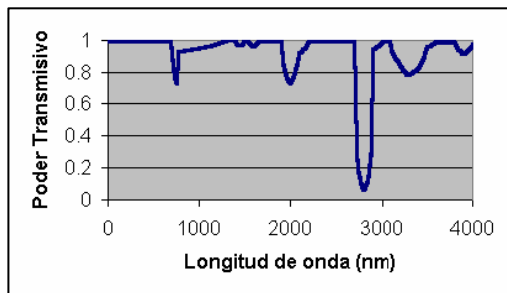


Figura 15. Poder transmisor espectral debido a la absorción de los gases atmosféricos τ_{Gases} ($\text{CO}_2, \text{O}_3, \text{N}_2\text{O}, \text{CO}, \text{O}_2, \text{CH}_4$) en Almería, en noviembre, y cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° (gráfico generado con EXCEL-SOL).

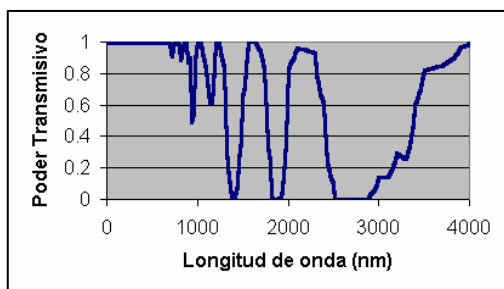


Figura 16. Poder transmisor espectral debido a la absorción del vapor de agua τ_{Agua} en Almería, en noviembre, con humedad relativa del 80% y cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° (gráfico generado con EXCEL-SOL).

5.2. Difusión de Rayleigh y de Mie.

La difusión es un proceso físicamente distinto de la absorción, ya que no transforma energía radiante en otras formas (en último término calor), pero la interacción entre el haz incidente y la partícula difusora, al cambiar la dirección de parte del haz incidente, da por resultado una disminución de la intensidad específica monocromática en la dirección original.

Las partículas difusoras pueden ser moléculas gaseosas (difusión molecular o de Rayleigh) u otras partículas presentes en la atmósfera (polvo atmosférico, gotas de nube o niebla, cristales de hielo, humos, aerosoles). Las figuras 17 y 18 muestran los poderes transmisores debidos τ_{Rayleigh} y τ_{Mie} en la dirección de propagación de los rayos solares.

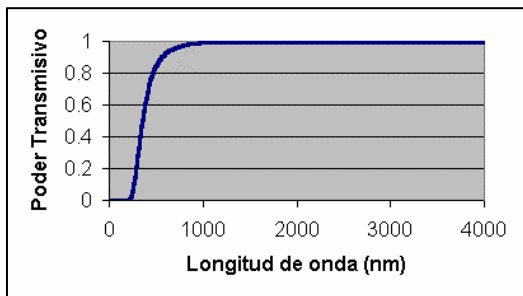


Figura 17. Poder transmisor τ_{Rayleigh} en la dirección de propagación de los rayos procedentes desde el Sol en función de la longitud de onda debido al efecto de difusión de Rayleigh cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° (gráfico generado con EXCEL-SOL).

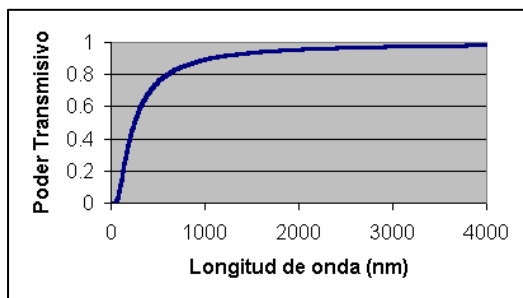


Figura 18. Poder transmisor τ_{Mie} en la dirección de propagación de los rayos procedentes desde el Sol en función de la longitud de onda debido al efecto de difusión de Mie cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° , y la visibilidad es de 20 km (gráfico generado con EXCEL-SOL).

La superposición de todos los efectos de absorción y difusión mediante la ecuación [53] da lugar a la transmisión global a la radiación en la dirección directa, que se representa en la figura 19. La figura 20 representa la irradiancia espectral directa en la superficie terrestre así como la incidente en las capas altas de la atmósfera.

$$\tau = \tau_{\text{Ozono}} \tau_{\text{Gases}} \tau_{\text{Agua}} \tau_{\text{Rayleigh}} \tau_{\text{Mie}} \quad [53]$$

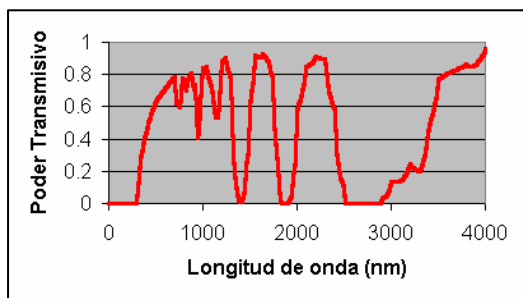


Figura 19. Poder transmisor en la dirección de propagación de los rayos procedentes desde el Sol en función de la longitud de onda en Almería, en noviembre, cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° , y la visibilidad es de 20 km (gráfico generado con EXCEL-SOL).

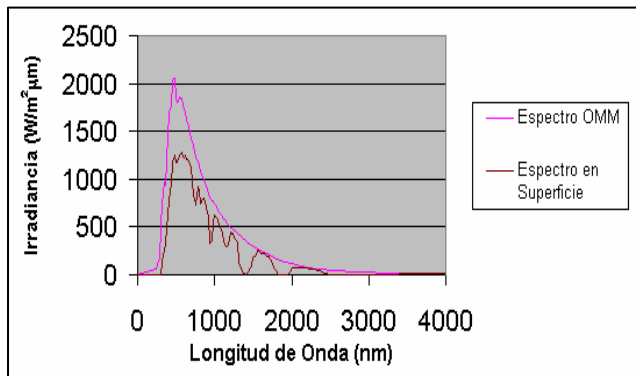


Figura 20. Irradiancia espectral directa estimada para la superficie terrestre en Almería, en noviembre, y cuando los rayos solares inciden con un ángulo cenital de 60° , la humedad relativa es 80% y la visibilidad de 20 km (gráfico generado con EXCEL-SOL).

6. INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE RADIACIÓN SOLAR.

Los sensores de radiación están basados en diferentes efectos, pudiendo ser:

- *Calorimétricos*. Miden el incremento térmico de una placa metálica de alta conductividad térmica, recubierta de un absorbente no selectivo.
- *Termoeléctricos*. Están basadas en la medición de la fuerza electromotriz generada entre dos puntos de soldadura entre diferentes metales, cuando éstos puntos están sometidos a distinta temperatura.¹
- *Bimetálicos*. Su sensor es un grupo de tiras bimetálicas de las que unas están pintadas de negro absorbente y otras de blanco reflector. La dilatación diferencial de las tiras se convierte en movimiento de una palanca que acciona una aguja inscriptora. El registro mecánico y las dimensiones del sensor hacen este tipo menos preciso y estable. En el lenguaje corriente es frecuente llamar solarímetros a los piranómetros.
- *Fotoeléctricos*. Basados en la medición de la intensidad de cortocircuito que se genera al exponer una unión p-n a la radiación solar.

Al considerar el tipo de radiación que miden surge la división:

Piranómetros. Son instrumentos para la medida de la radiación solar y difusa procedente de la totalidad de la bóveda celeste. En general se instalan con la superficie sensora horizontal.

Pirheliómetros: Son instrumentos para la medida de la intensidad de la radiación solar a incidencia normal. Ello se consigue colocando el sensor normalmente al haz solar, bien manualmente o sobre un montaje ecuatorial.

7. IRRADIACIÓN GLOBAL Y DIFUSA SOBRE SUPERFICIES HORIZONTALES

La claridad atmosférica se encuentra fuertemente influenciada por el grado de cobertura de las nubes sobre la tierra. Ésta es una variable aleatoria de difícil caracterización, por lo que las ecuaciones para caracterizar el paso de la radiación a través de la atmósferas nubosas no son sino ajustes estadísticos, y por tanto su valor no es sino el de estimaciones que caben esperar en situaciones medias.

$$H = H_b + H_d \quad [54]$$

En este contexto, la caracterización del fraccionamiento radiativo en irradiación global directa diaria H_b y global difusa diaria H_d resulta de interés. Partiendo de [54], podemos considerar el índice de claridad K_T que viene definido por la ecuación [55].

$$K_T = \frac{H}{H_o} \quad [55]$$

La figura 21 muestra la correlación propuesta por Collares y Pereira , que relaciona el ratio $\frac{H_d}{H}$ frente al índice de claridad.

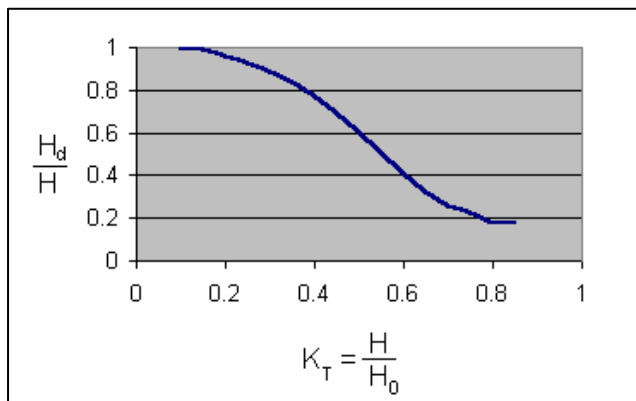


Figura 21. Fracción irradiación difusa/Global frente al índice de claridad (gráfico generado con EXCEL-SOL).

Analíticamente, este modelo se expresa en [56]

$$\frac{H_d}{H} = 0,99 \quad \text{si} \quad K_T < 0,17$$

$$\frac{H_d}{H} = 1,188 - 2,272 K_T + 9,473 K_T^2 - 21,856 K_T^3 + 14,648 K_T^4 \quad \text{si} \quad K_T \in [0,17 ; 0,8] \quad [56]$$

$$\frac{H_d}{H} = 0,2 \quad \text{si} \quad K_T > 0,8$$

Este modelo nos permite estimar el fraccionamiento en radiación difusa y directa para días determinados.

- Ejemplo 5 -

Estimar la radiación directa y difusa que incidió en Córdoba el día 14 de abril de 1996 sabiendo que en ese día se registró una radiación incidente global de 21 180 000 J/m²

Cálculo de radiación sobre superficies inclinadas

$$H_0 = 34\,851\,200 \text{ J/m}^2$$

Lo que significa un índice de claridad

$$K_T = \frac{21\,180\,000}{34\,851\,200} = 0,61$$

Aplicando el modelo de Collares-Pereira se obtiene

$$\frac{H_d}{H} = 0,398$$

Lo que nos permite afirmar que ese día , aproximadamente el 40% de la energía incidente en el plano horizontal, lo hizo en modo difuso. De esta manera, nuestra estimación será.

$$H_d = 8\,437\,241 \text{ J/m}^2$$

$$H_b = H - H_d = 12\,742\,760 \text{ J/m}^2$$

8. RADIACIÓN GLOBAL SOBRE SUPERFICIES INCLINADAS

Por lo general, la radiación global será el resultado de tres componentes: la directa del Sol sobre la superficie, la difusa procedente del resto del cielo visible desde la superficie y la reflejada por el suelo. Así pues, la irradiancia global que incide sobre una superficie plana situada con una orientación γ y una inclinación β sobre la horizontal viene dada por

$$H_{\beta\gamma} = H_{b,\beta\gamma} + H_{d,\beta\gamma} + H_{r,\beta\gamma} \quad [57]$$

Expresión que también es válida para la irradiación, aún si el periodo de integración no es el diario.

No obstante, existen diversos modelos que calculan directamente la radiación global. Gordon y Zarmi (1982) proponen un método para el cálculo de la radiación media anual incidente en varios tipos de colectores solares, teniendo en cuenta el efecto sombra que se produce entre ellos, utilizando como dato la variación anual de la radiación diaria en un día medio, o *equinoccial*, que se caracteriza por tener declinación solar media anual nula y doce horas de luz solar, considerando la duración de ésta como el período de tiempo en que la radiación diaria excede de 200 W/m^2 (Sherry y Justus 1984).

Kasten y Czeplak (1980), por otra parte, calculan la radiación global, además de la radiación difusa y la radiación atmosférica, en función de la cantidad y el tipo de nubes. La radiación directa se obtiene como la diferencia entre la primera y las últimas.

La nubosidad se puede medir de dos formas: *espacial*, estudiando la porción de cielo cubierto por las nubes N_T respecto del total, utilizándose el okta como unidad de medida y siendo 8 oktas el valor correspondiente a un cielo totalmente cubierto; y *temporal*, calculando el porcentaje de horas de Sol respecto de las posibles $(1 - n/N)$, dándose valores similares para promedios largos de tiempo. Kasten y Czeplak (1980) utilizan la primera, midiendo la cantidad de nubes entre 0 –para cielos poco nubosos– y 8 okta –para cielos totalmente cubiertos–. En la Figura 22 se observa que la proporción de la irradiancia global considerando la cantidad total de nubes respecto de la global para un cielo limpio $H_{\beta\gamma}(N_T) / H_{\beta\gamma}(N_T = 0)$, aumenta ligeramente desde el caso menos nuboso, para disminuir, posteriormente de manera continua hasta cielos totalmente cubiertos.

Por otro lado, en la Figura 23 comprobamos que los valores absolutos de irradiancia global $H_{\beta\gamma}$ son ligeramente mayores en los meses de invierno y primavera, posiblemente debidos a una menor turbidez y a la reflexión múltiple que se puede producir entre la atmósfera y un suelo cubierto de nieve, ya que el modelo se desarrolló en Hamburgo, donde este fenómeno puede ocurrir frecuentemente.

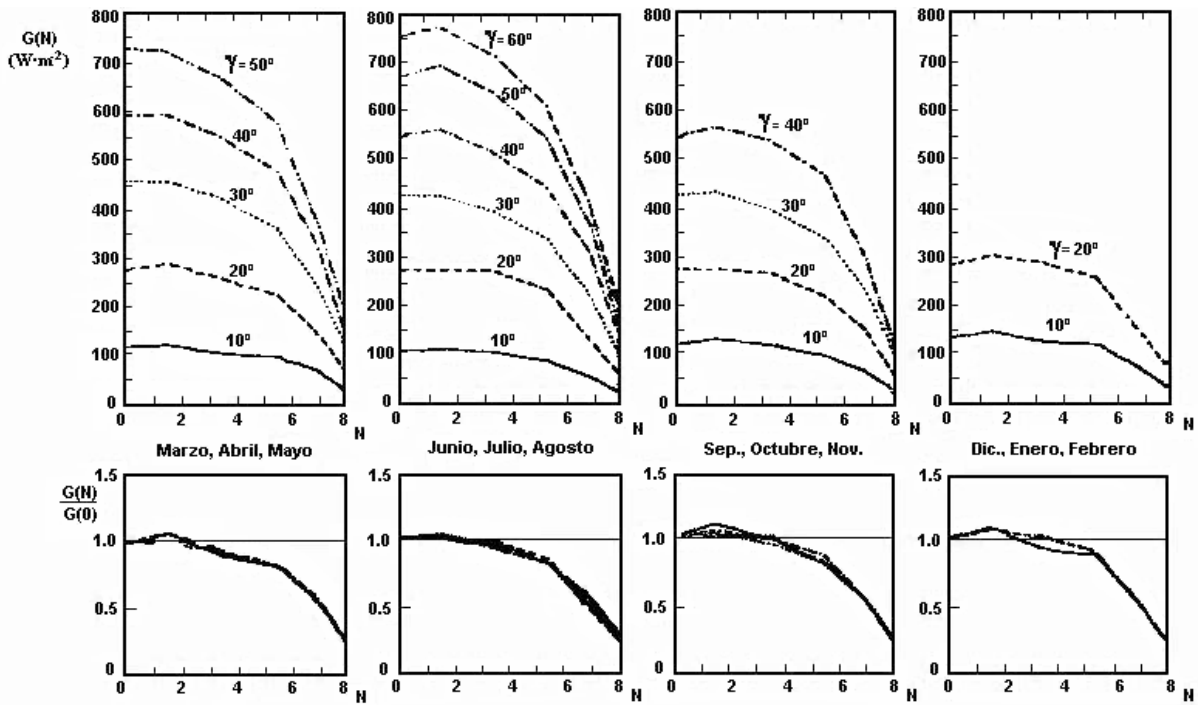


Figura 22.- Radiación global en función de la cantidad de nubes N para diferentes elevaciones solares a lo largo del año. Datos tomados en Hamburgo (Alemania) [1964-1973] (Kasten y Czeplak 1980).

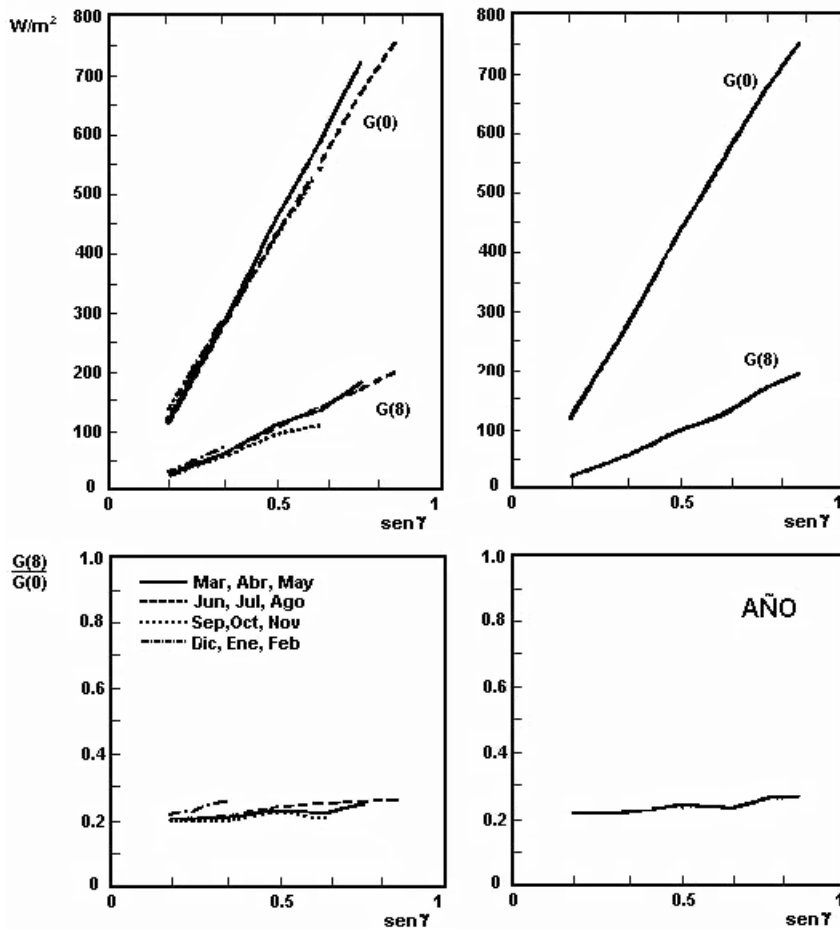


Figura 23.- Irradiancia global como función del seno de la elevación solar en cielos poco nublados $G(0)$ y cielos totalmente cubiertos $G(8)$ (Kasten y Czeplak 1980).

8.1. Radiación Directa

Algunos autores calculan la radiación global y la difusa, obteniendo la directa como la diferencia entre ambas. Otros lo hacen teniendo en cuenta diferentes variables: *parámetros atmosféricos* (el agua precipitable, el polvo, la masa de aire y las nubes) utilizados por Barbaro *et al.* (1979) para definir la irradiancia directa instantánea y la irradiancia directa diaria considerando a la superficie colectora como horizontal; las *transmisividades* que poseen los distintos constituyentes de la atmósfera (ozono, gases atmosféricos, dispersión Rayleigh y dispersión Mie) y el camino recorrido por los rayos solares (Hatfield *et al.* 1981); o las diferentes condiciones de nubes (Sherry y Justus 1984).

El modelo más aceptado para la estimación de radiación directa diaria sobre una superficie inclinada es el que se realiza en función de la posición geométrica del Sol y del colector y se basa en la hipótesis de proporcionalidad entre fracciones directas de radiación y extraterrestres:

$$\begin{aligned}H_{d,\beta\gamma} &\rightarrow H_d \\H_{0,\beta\gamma} &\rightarrow H_0\end{aligned}$$

El establecimiento esta proporcionalidad implica [58]

$$H_{b,\beta\gamma} = \left(\frac{H_{0,\beta\gamma}}{H_0} \right) H_b = \left(\frac{\int_{t_{sr}}^{t_{ss}} \cos \theta \cdot dt}{\int_{-t_s}^{t_s} \cos \theta_z \cdot dt} \right) \cdot H_b \quad [58]$$

Donde t_{sr} y t_{ss} son los instantes correspondientes al orto y del ocaso del Sol vistos desde la superficie. En el caso de una superficie orientada hacia el sur $t_{sr} = -t_{ss}$. Donde θ es el ángulo de incidencia, definido en [24] y [25] θ_z , el ángulo cenital.

8.2. Radiación reflejada por el suelo e incidente en una superficie inclinada

Se suele suponer que el suelo se comporta como una superficie horizontal e infinita que refleja de forma isotrópica la radiación que sobre él incide, de manera que se tiene

$$H_{r,\beta\gamma} = \rho \cdot \frac{1 - \cos \beta}{2} \cdot (H_b + H_d) \quad [59]$$

Donde ρ es el albedo del suelo, el cual presenta una gran variabilidad, siendo función de la naturaleza del suelo. Cuando su valor no está disponible, se recomienda $\rho = 0.2$. La tabla I . muestra los valores de albedo para diferentes tipos de superficies.

8.3 Radiación Difusa

Para el cálculo de la radiación difusa existen tres tipos generales de modelos: el circunsolar, el isotrópico y los anisotrópicos. El primero consideran que la radiación difusa incidente procede exclusivamente del disco solar y de su aureola; los segundos parten de la asunción simplista de que la distribución de dicha radiación difusa es independiente del azimut y el ángulo cenital, teniendo la misma intensidad, la radiación que parte de cualquier punto del hemisferio celeste, mientras que los últimos la diferencian según la posición en dicho hemisferio. Por todo ello, éstos últimos, por lo general, dan mejores resultados, debido a que tienen en cuenta la distribución de dicha radiación, que cada autor la realizan basándose en distintas hipótesis, siendo los errores cometidos, generalmente, inferiores al 5%.

8.3.1. Modelo Circunsolar

Calcula la radiación difusa diaria incidente sobre una superficie inclinada $D(\beta, \alpha)$ mediante:

$$H_{d, \beta\gamma} = \left(\frac{H_{0, \beta\gamma}}{H_0} \right) H_d = \left(\frac{\int_{t_{sr}}^{t_{ss}} \cos \theta \cdot dt}{\int_{-t_s}^{t_s} \cos \theta_z \cdot dt} \right) \cdot H_d \quad [60]$$

Donde H_d es la radiación difusa diaria incidente sobre una superficie horizontal.

La radiación circunsolar decrece fuertemente con el incremento de la distancia al Sol. Aunque presenta la ventaja de su sencillez, sólo es aplicable a cielos claros y siempre sobreestima la radiación difusa recibida por la superficie.

El estimar la radiación circunsolar en este modelo y en posteriores más completos resulta de interés debido a que el área circundante de la apertura del receptor en el caso de sistemas focales es irradiada por la radiación circunsolar, que puede llegar a ser muy intensa, y producir una alta carga térmica del material. Por otro lado, hay propuestas para usar a radiación circunsolar mediante la instalación de células fotovoltaicas alrededor de la apertura del receptor (Thomalla *et al.* 1983).

8.3.2 Modelo Isotrópico De Liu Y Jordan (1960)

Modelo que calcula la radiación difusa incidente sobre una superficie inclinada $D(\beta, \alpha)$ mediante:

$$H_{d, \beta\gamma} = \frac{1 + \cos \beta}{2} \cdot H_d \quad [61]$$

8.3.3. Modelos Anisotrópicos

El estudio de la radiación difusa considerando su naturaleza anisotrópica es, hoy en día, uno de los principales puntos de interés de los investigadores sobre energía solar. Existen una gran diversidad de líneas de investigación ya sea en función de la inclinación de la superficie captadora, en función de los parámetros atmosféricos, o en función de los parámetros de la localización del lugar.

Bajo la primera línea investigadora se incluye los modelos de Barbaro *et al.* (1978), Steven y Unsworth (1980), y Sherry y Justus (1984). El primero calcula la irradiación difusa horizontal como suma de la dispersión simple y la dispersión múltiple, asumiendo que la absorción atmosférica ocurre con anterioridad, mientras que los dos últimos en función de la nubosidad. El descrito por Steven y Unsworth (1980) no es aplicable para cielos despejados, mientras que Sherry y Justus (1984) dividen en función de la nubosidad existente al hemisferio celeste en tres partes (la sin nubes, los cirrus y las porciones de nubes restantes existentes) para el cálculo de la radiación solar recibida sobre una superficie horizontal.

Hatfield *et al.* (1981) para el cálculo de la radiación difusa, consideran por un lado, una atmósfera homogénea definida por una gran cantidad de parámetros, meteorológicos y de localización, y por otro lado, el efecto sombra existente entre colectores. Conciben el flujo difuso como la suma de dos componentes: el de radiación difusa que no ha sido reflejada directamente desde otras superficies y el de la que sí es reflejada e incide en la superficie receptora. Por otra parte, asumen el flujo de radiación que vuelve a la atmósfera desde la superficie como isotrópica, que será bien absorbida por el ozono, bien dispersada por partículas Rayleigh, o bien transmitida al espacio. La dispersión Mie no la consideramos, ya que, como vimos anteriormente, la mayor parte de ella se realiza fundamentalmente hacia delante, volviendo, en este caso, al espacio. Este modelo predice todas las componentes de manera aceptable, con una precisión con un error menor al 5%. Además de ser fácil de usar a pesar de incorporar un gran número de parámetros locales, tiene la ventaja de ser útil para diferentes lugares.

Como expusimos con anterioridad en el apartado 8. donde se describía el cálculo de la radiación global, Kasten y Czeplak (1980) consideran la cantidad y el tipo de nubes junto con sus transmitancias, para el cálculo de la irradiancia difusa del cielo $H_{\beta\gamma}(N_T)$ en Hamburgo (Alemania). Dicho modelo no depende de la latitud, pudiendo ser utilizado en localizaciones con el mismo clima. A diferencia de la irradiancia global H , la irradiancia difusa aumenta cuando lo hace la cantidad de nubes hasta un máximo para una cantidad total de nubes $N_T = 6$ okta, desde donde las curvas caen bruscamente a niveles más bajos que en el caso menos nuboso (Figura 22).

Obviamente, la reflexión entre las caras de las nubes es la responsable de estos valores altos de radiación difusa. No obstante, dicho incremento es menos pronunciado a elevaciones solares γ bajas, ya que en estos casos, una gran parte de la radiación solar entrante es difusa. Pero para elevaciones solares mayores de 20° , la proporción $H_{d, \beta\gamma}(N_T)/H_{d, \beta\gamma}(N_T=0)$ coincide y tiene un pico en $N_T = 6$ okta, entonces la curva decrece bruscamente hasta un valor de 0.8 para $N_T = 8$.

Una expresión que puede ser usada para estimar la cantidad total de nubes N_T a partir de datos simultáneos de difusa y global:

$$\frac{H_{d,\beta\gamma}(N_T)}{H_{\beta\gamma}(N_T)} = 0.3 + 0.7 \cdot \left(\frac{N_T}{8}\right)^2 \quad [62]$$

De la Figura 24 deducimos que a bajas elevaciones solares, una proporción apreciable de la radiación solar incidente en la parte superior de la cubierta de nubes es reflejada, con la consiguiente pérdida de radiación difusa que emerge desde la parte inferior de la nube al suelo.

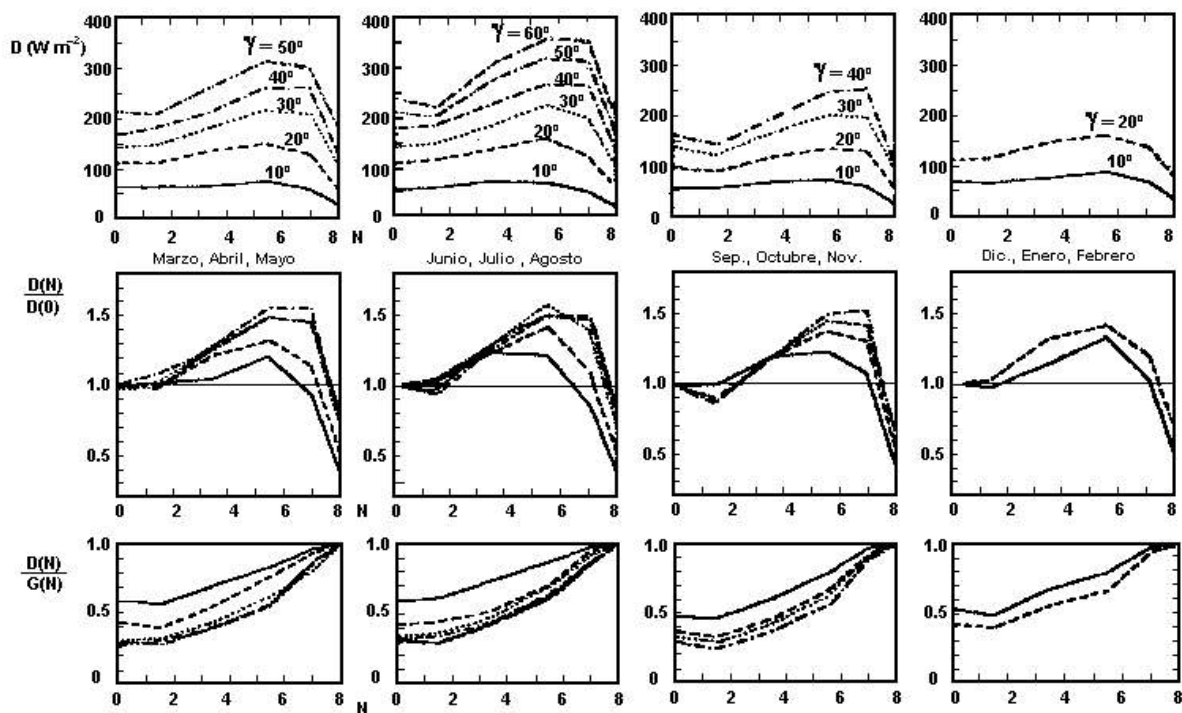


Figura 24. Radiación difusa en función de la cantidad de nubes N para diferentes elevaciones solares a lo largo del año. Datos tomados en Hamburgo (Alemania) [1964-1973] (Kasten y Czeplak 1980).

El estudio del cálculo de la radiación difusa está influenciado por gran cantidad de causas como lo demuestran LeBaron *et al.* (1980), los cuales desarrollaron un modelo orientado al cálculo de las contribuciones, tanto isotrópicas como anisotrópicas, de las bandas de sombra utilizadas para ocultar el piranómetro destinado a medir la radiación difusa incidente en una superficie horizontal, que, más tarde, LeBaron *et al.* (1990) perfeccionarían.

Los modelos anisotrópicos más difundidos son los que dividen al hemisferio celeste en diferentes regiones. A continuación exponemos los más conocidos.

8.3.3.1. Modelo anisotrópico de Hay

Este modelo considera una distribución anisotrópica del cielo al que divide para su estudio en dos regiones: una circunsolar y otra correspondiente al resto de la bóveda celeste. Estas dos componentes son ponderadas en función de un índice de isotropía. Los coeficientes de ponderación son: $\frac{H_b}{H_0}$ para la circunsolar y $\left(1 - \frac{H_b}{H_0}\right)$ para la procedente de la bóveda. De esta manera se obtiene [63]

$$H_{d,\beta\gamma} = \left\{ \frac{H_{0\beta\gamma}}{H_0} \cdot \left[\frac{H_b}{H_0} \right] + \frac{1 + \cos \beta}{2} \cdot \left[1 - \frac{H_b}{H_0} \right] \right\} H_d \quad [63]$$

- Ejemplo 6 -

Estimar la radiación incidente en un plano de 2 m² de superficie inclinado 35° y orientado al Sur en el día 13 de marzo de 1996, sabiendo que ese día se registró H=14 500 kJ/m²

Realizando la descomposición en directa y difusa diaria resulta

$$H_b = 6\,312\,989 \quad J/m^2$$

$$H_d = 8\,187\,011 \quad J/m^2$$

Aplicando

$$H_{b,\beta\gamma} = \left[\frac{H_{0\beta\gamma}}{H_0} \right] H_b = 1,34 \cdot 6\,312\,989 \quad J/m^2$$

Donde se ha aplicado

$$R_b = \frac{H_{0\beta\gamma}}{H_0} = \frac{37\,341\,825}{27\,847\,790} = 1,34$$

$$H_{d,\beta\gamma} = \frac{1 + \cos \beta}{2} H_d = \frac{1 + \cos 35}{2} 8\,187\,011 = 7\,446\,709 \quad J/m^2$$

$$H_{r,\beta\gamma} = \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} (H_b + H_d) = 0,2 \frac{1 - \cos 35}{2} 14\,500\,000 = 262\,229 \quad J/m^2$$

$$H_{\beta\gamma} = H_{b,\beta\gamma} + H_{d,\beta\gamma} + H_{r,\beta\gamma} = 16\,174\,190 \quad J/m^2$$

9. ESTIMACIÓN DE LA RADIACIÓN HORARIA A PARTIR DE LA RADIACIÓN DIARIA

En ocasiones no nos basta con conocer el valor de la radiación total a lo largo de un día sobre superficie horizontal, sino que nos interesa también el fraccionamiento, aún sea estimado, de la misma a lo largo del día.

Autores como Liu y Jordan, Hottel y Whiller estudiaron las relaciones entre la radiación horaria media mensual y la diaria media mensual, en función de la duración del día y la hora en cuestión. La aproximación alcanzada por estos gráficos es alta en días despejados, disminuyendo en aquellos cubiertos.

La elaboración de estas expresiones se basan en estudios estadísticos. Así, considerando la radiación horaria media mensual \bar{I} , esto es, energía incidente por unidad de superficie horizontal que cabe esperar en un determinado intervalo horario de los días de ese mes. Podremos establecer:

$$\bar{I} = \bar{I}_b + \bar{I}_d \quad [64]$$

Podremos establecer una relación entre los valores horarios medios mensuales y los diarios medios mensuales, que cumplirán

$$\bar{H} = \bar{H}_b + \bar{H}_d \quad [65]$$

Así, mediante [66] podemos definir el factor r_g y determinararlo mediante [67], [68] y [69], ecuaciones en las que T representa la duración del día ($T=24h$), Ω se encuentra definida en [7] y t_s en [20].

$$\bar{I} = r_g \bar{H} \quad [66]$$

$$r_g = \frac{\pi}{T} (a + b \cos \Omega t) \left[\frac{\cos \Omega t - \cos \Omega t_s}{\Omega t_s \cos \Omega t_s - \text{sen } \Omega t_s} \right] \quad [67]$$

$$a = 0,409 - 0,5016 \text{ sen}(\Omega t_s + 1,047) \quad [68]$$

$$b = 0,6609 - 0,4767 \text{ sen}(\Omega t_s + 1,047) \quad [69]$$

Para determinar \bar{I}_d , seguiremos una pauta muy similar utilizando las ecuaciones [70] y [71]

$$I_d = r_d H_d \quad [70]$$

$$r_d = \frac{\pi}{T} \left[\frac{\cos \Omega t - \cos \Omega t_s}{\Omega t_s \cos \Omega t_s - \text{sen } \Omega t_s} \right] \quad [71]$$