



Statika s pasivními odpory – smykové tření

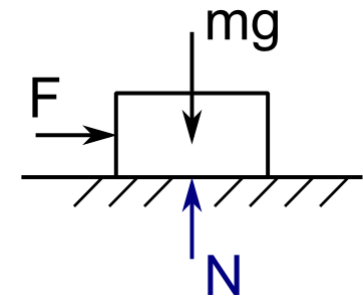
Petr Šidlof



Ideální a reálná posuvná vazba

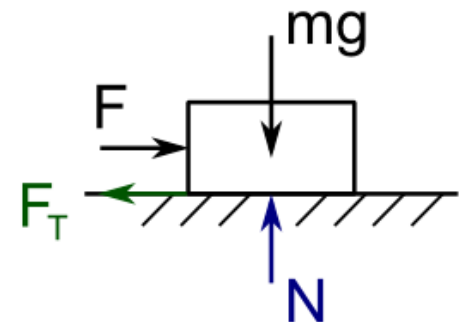
Ideální vazba:

- povrchy těles dokonale hladké
- reakce – směr společné normály k povrchům



Reálná vazba

- povrchy těles nejsou dokonalé, mají tendenci bránit vzájemnému posunu ploch
- reakce má i tečnou složku



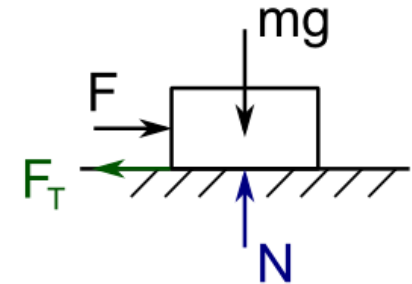
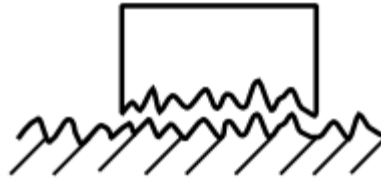
Nauka o tření (tribologie) – na rozhraní mezi statikou a kinematikou



Smykové (suché, Coulombovské) tření

- třecí síly působí **proti** tendenci ploch proklouznout
- suché tření fyzikálně způsobeno

a) nerovnostmi povrchů



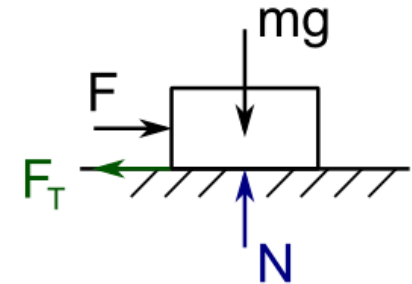
b) adhezí povrchových atomů (výrazně se projevuje u čistých kovů ve vakuu)

Postupné zvyšování síly F

- Třecí síla F_T postupně roste ($F_T = F$), až dosáhne maximální hodnoty

$$F_T = N f_s$$

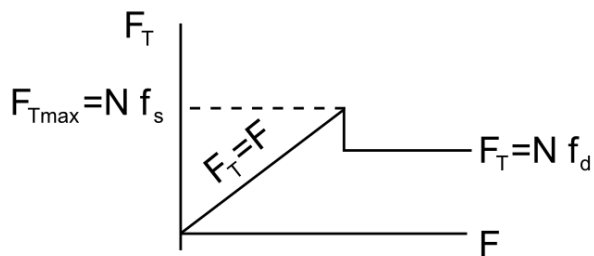
f_s .. statický koeficient smykového tření



- Další zvyšování F : F_T nemůže dosáhnout vyšších hodnot, těleso se dá do pohybu. Při pohybu platí

$$F_T = N f_d$$

f_d .. dynamický koeficient smykového tření



Poznámky

- f_d je obvykle menší než f_s (20-25%)
- „utrnutí tělesa“
- ABS



Velikost koeficientu smykového tření

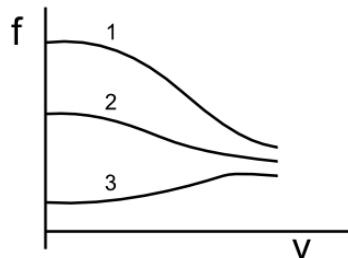
Velikost f je ovlivněna těmito faktory:

A. Materiál těles

B. Vlastnosti styčných ploch:

- drsnost
- oxidace, povrchové vrstvy
- mazání

C. Relativní rychlost



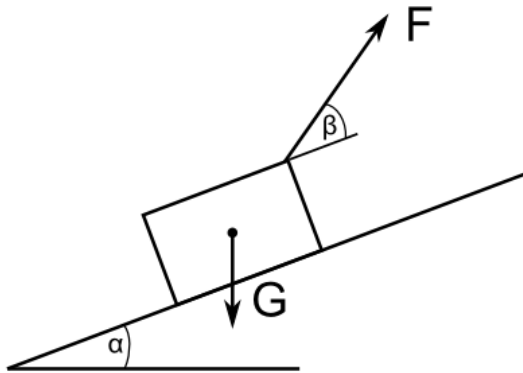
1. nemazáno
2. částečně mazáno
3. dobře mazáno

Materiál styčných ploch		Stav styčných ploch					
		suché	mokrý	mazané	suché	mokrý	mazané
		f_0			f		
ocel	ocel	0,15		0,12-0,11	0,09		0,009
	litina, bronz	0,18		0,1	0,16		0,01
	fosfor. bronz	0,11		0,098	0,105		0,092
	hr. pískovec leď	0,027	0,027- -0,014		0,29 0,014		
měkká ocel	dubové dřevo podél vláken		0,65	0,11	0,5-0,4	0,26	0,08
	měkká ocel	0,13		0,11			0,1-0,08
	litina, bronz	0,19			0,18-0,17		0,08-0,07
	pískovec vápenec	0,49-0,42			0,46-0,41 0,29-0,24		
litina	dubové dřevo podél vláken		0,65		0,5-0,3	0,22	0,19
	litina			0,16		0,31	0,1-0,08
	hr. pískovec				0,24-0,21		
bronz	dubové dřevo litina	0,62		0,11	0,3 0,2	0,1	0,06
dřevo	dřevo	0,65	0,7	0,2	0,4-0,2	0,25	0,16-0,04
kůže	dubové dřevo	0,6-0,5			0,5-0,3		
	litina	0,5-0,3	0,6-0,4	0,12	0,56	0,36	0,15
konopné lano	hrubé dřevo hlazené dřevo	0,8-0,5 0,33			0,5		
kámen	kámen	0,75-0,40					
	cihla	0,75-0,60					

J. Kunz: Technická mechanika, skripta FJFI ČVUT, 1993

D. Tlak ve styčné ploše, teplota, ..

Příklad 1



Jaká je minimální a maximální síla F , pro kterou zůstane těleso na nakloněné rovině v rovnováze?

$$G = 100\text{N}$$

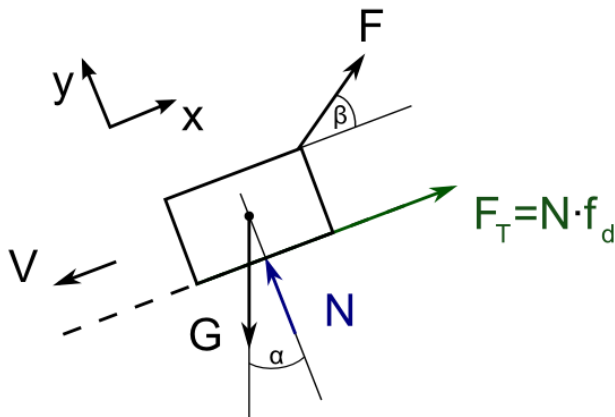
$$f_s = 0.2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$f_d = 0.15$$

$$\beta = 30^\circ$$

1. Pohyb dolů rychlostí $v = \text{konst.}$:



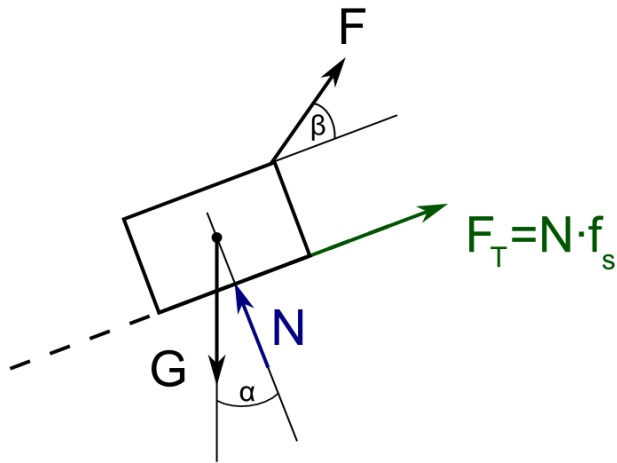
$$\rightarrow x: F \cos \beta + \underbrace{N f_d}_{F_T} - G \sin \alpha = 0$$

$$\nwarrow y: F \sin \beta + N - G \cos \alpha = 0$$

$$F = G \frac{\sin \alpha - f_d \cos \alpha}{\cos \beta - f_d \sin \beta} = 76\text{N}$$



2. Těleso v klidu, min. F, aby nesjelo dolů:

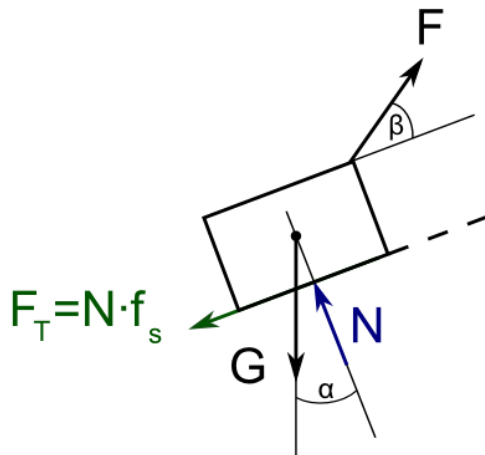


$$\rightarrow x: F \cos \beta + N f_s - G \sin \alpha = 0$$

$$\nwarrow y: F \sin \beta + N - G \cos \alpha = 0$$

$$F = G \frac{\sin \alpha - f_s \cos \alpha}{\cos \beta - f_s \sin \beta} = 73 \text{ N}$$

3. Těleso v klidu, max. F, aby se neposunulo nahoru:



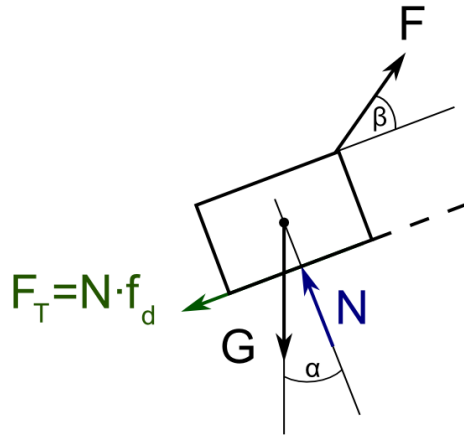
$$\rightarrow x: F \cos \beta - N f_s - G \sin \alpha = 0$$

$$\nwarrow y: F \sin \beta + N - G \cos \alpha = 0$$

$$F = G \frac{\sin \alpha + f_s \cos \alpha}{\cos \beta + f_s \sin \beta} = 87 \text{ N}$$



4. Pohyb nahoru rychlostí $v = \text{konst.}$



$$\rightarrow x: F \cos \beta - N f_d - G \sin \alpha = 0$$

$$\nwarrow y: F \sin \beta + N - G \cos \alpha = 0$$

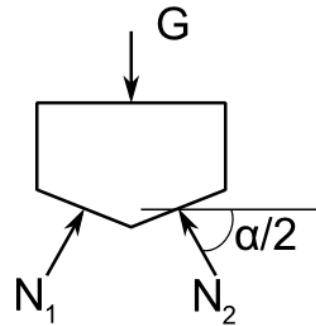
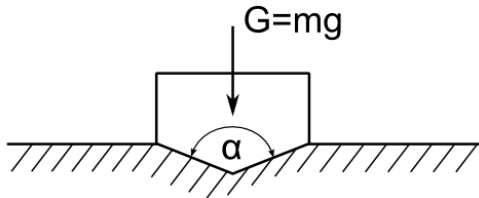
$$F = G \frac{\sin \alpha + f_d \cos \alpha}{\cos \beta + f_d \sin \beta} = 86 \text{ N}$$

Shrnutí

1. Dolů $v = \text{konst.}$: 76 N;
2. Klid – min F: 73 N;
3. Klid – max F: 87 N;
4. Nahoru $v = \text{konst.}$: 86 N

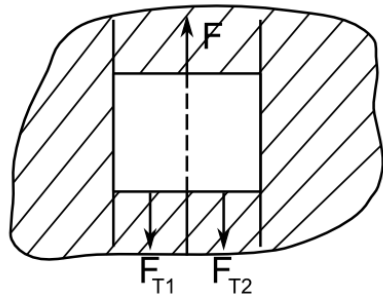
Příklad 2: těleso v klínové drážce

Jaká je třecí síla a efektivní koeficient tření pro těleso v klínové drážce?



$$\begin{aligned} \rightarrow x: N_1 &= N_2 = N \\ \uparrow y: 2 N \sin(\alpha/2) &= G \end{aligned}$$

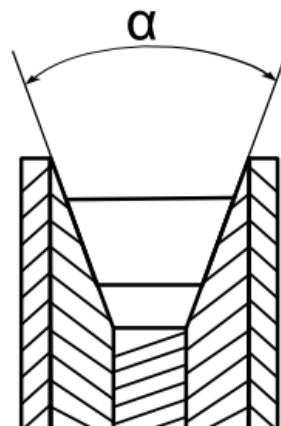
$$\Rightarrow N = \frac{G}{2 \sin(\alpha/2)}$$



$$\Rightarrow F_T = F_{T1} + F_{T2} = 2 N f = G \left(\frac{f}{\sin(\alpha/2)} \right)$$

f_{ef}

Klínové řemeny:



α	$1/\sin(\alpha/2)$
60°	2
40°	2.9
38°	3.07
36°	3.23



Příklad 3: těleso ve dvou vedeních

Jaká síla F je třeba k vysunutí ohnuté tyče z dvojitého vedení?

$$a = 5, 10, 20 \text{ cm}; \quad b = 10 \text{ cm}; \quad Q = 10 \text{ N}; \quad f_s = 0.4$$

$$\rightarrow x: F - f_s N_1 - f_s N_2 - Q = 0$$

$$\uparrow y: -N_1 + N_2 = 0$$

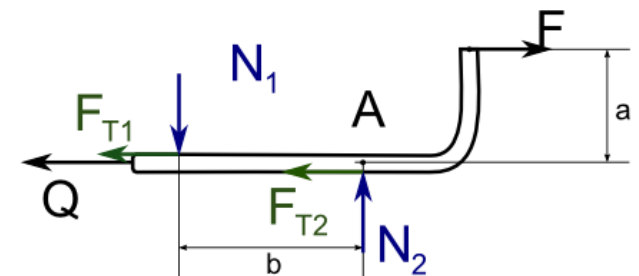
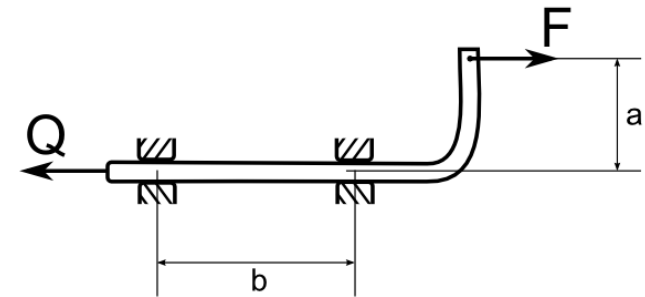
$$\curvearrow A: -Fa + N_1 b = 0$$

$$\Rightarrow F = Q \frac{b}{b - 2f_s a}$$

$$a = 5 \text{ cm} \dots\dots F = 16 \text{ N}$$

$$a = 10 \text{ cm} \dots\dots F = 50 \text{ N}$$

$$a > a_{\text{crit}} = \frac{b}{2f_s} = 12.5 \text{ cm} \Rightarrow \text{jakkoliv veliká síla } F \text{ nestačí ... } \mathbf{\textit{samosvornost}}$$





Statika s pasivními odpory – čepové tření

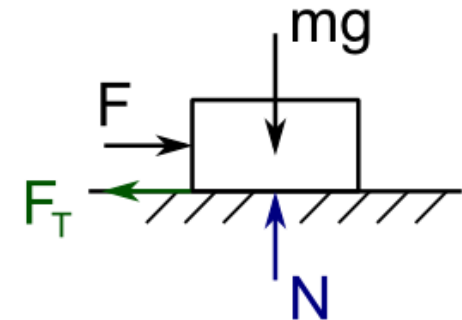
Petr Šidlof



Úvod

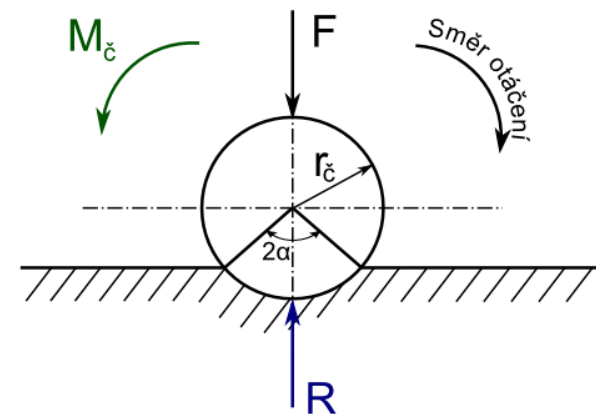
Smykové tření:

- v posuvné vazbě
- třecí síla – snaží se zabránit posunu tělesa



Čepové tření:

- v rotační vazbě – radiální čep, kluzné ložisko
- čepové tření – snaží se zabránit otáčení tělesa – vyvolá moment působící proti směru otáčení



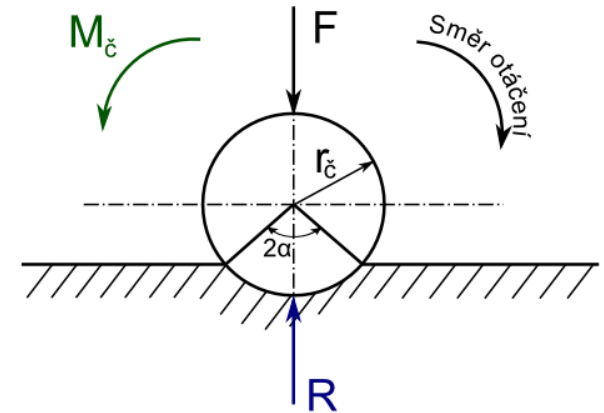
$M_{\check{c}}$.. čepové tření



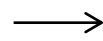
Velikost čepového tření

Nezaběhaný čep: $M_{\check{c}} = r_{\check{c}} f \frac{\alpha}{\sin \alpha} R$

Zaběhaný čep: $M_{\check{c}} = r_{\check{c}} f \frac{2 \sin \alpha}{\alpha + \sin \alpha \cos \alpha} R$



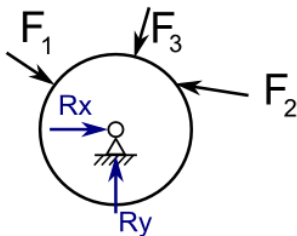
často $\alpha = \pi/2$



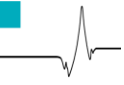
$$M_{\check{c}} = r_{\check{c}} f_{\check{c}} R$$

$$f_{\check{c}} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} f & \text{(nezaběhaný)} \\ \frac{4}{\pi} f & \text{(zaběhaný)} \end{cases}$$

Obecně orientované síly:



$$M_{\check{c}} = r_{\check{c}} f_{\check{c}} \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

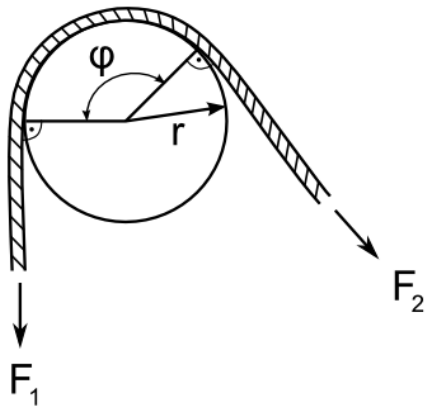


Statika s pasivními odpory – pásové tření

Petr Šidlof

Úvod

Předpoklad: dokonale ohebné lano



Bez tření:

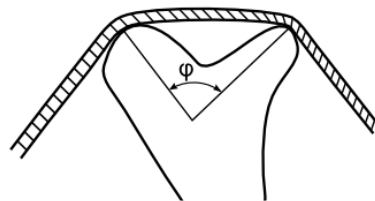
$$F_1 = F_2$$

Smykové tření s koeficientem f:

$$F_2 = F_1 e^{f\phi}$$

Poznámky

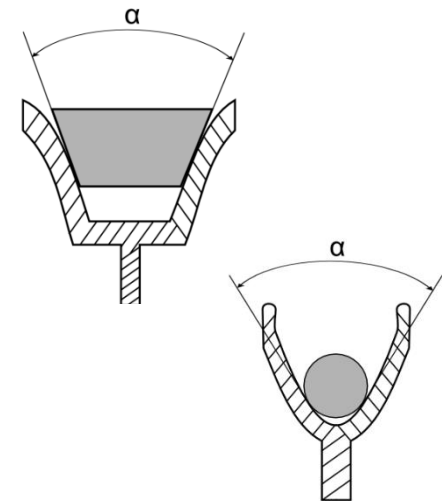
- nezávisí na r
- lano nemusí být celý úsek v kontaktu



- klínový řemen, klínová drážka

$$\rightarrow F_2 = F_1 e^{f_k \phi}$$

$$\left(f_k = \frac{f}{\sin(\alpha/2)} \right)$$





Statika s pasivními odpory – valivé tření

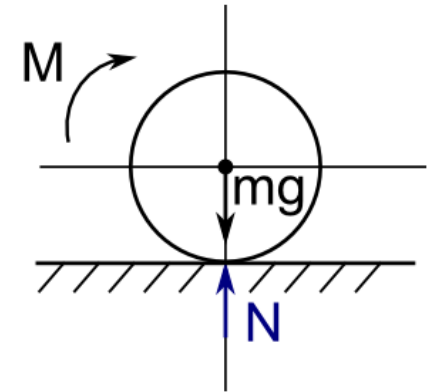
Petr Šidlof



Úvod

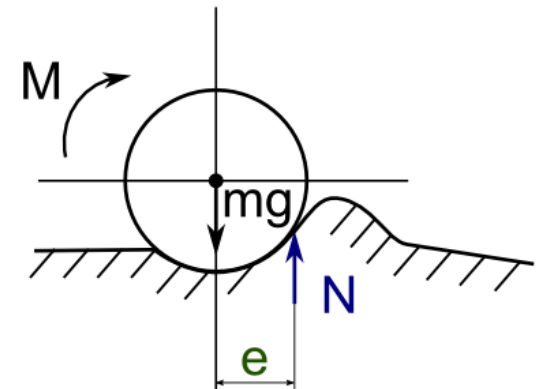
Ideálně tuhý váleček:

- kontaktní plocha je přímka
- normálová reakce N leží v místě dotyku
- stačí libovolně malý moment M , aby došlo k valení (žádný moment nebrání otáčení)



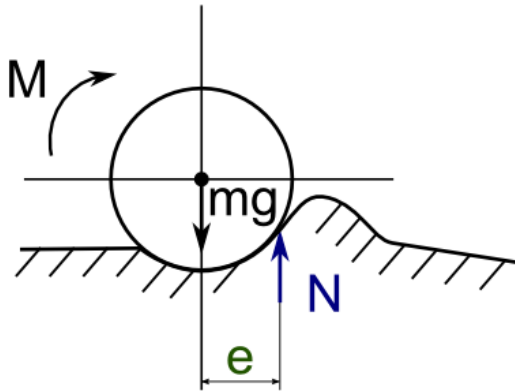
Reálná situace

- každý materiál se deformuje → normálová reakce se posouvá vpřed (ve směru valení)
- vzniká moment $N \cdot e$ působící *proti* pohybu





Postupné zvyšování momentu



$M = 0$... působíště N přímo pod mg

zvyšování M ... rameno roste, až dosáhne mezní hodnoty e

e ... rameno valivého odporu

- konstanta závislá zejména na materiálech
- značný rozptyl hodnot v literatuře
- $[e] = \text{mm}$
- nekoreluje s koeficientem smykového tření f

materiál	e [mm]
kalená ocel – kalená ocel (ložiskové kuličky, válečky)	0.01
železniční kolo na kolejnici	0.5
dřevo – dřevo	0.5 – 1.5
pneumatika – asfalt	5 – 15
pneumatika – prašná cesta	20 - 40

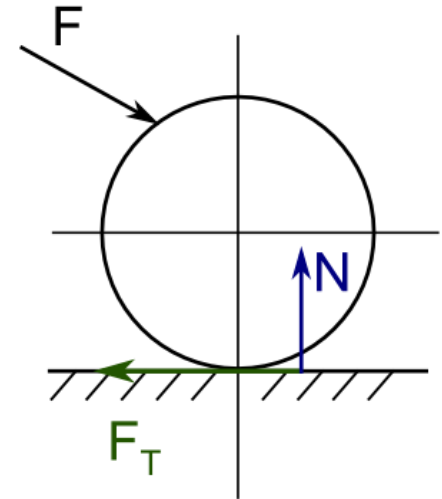


Statická podmínka valení

Na styčné ploše ve skutečnosti vzniká nejen odpor proti valení (moment), ale i smykové tření:

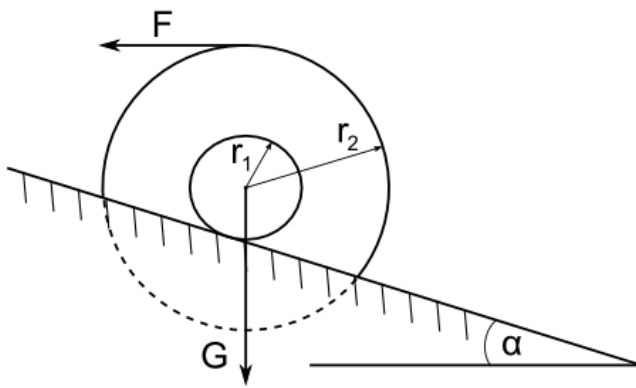
→ při výpočtu valivého odporu je nutné ověřit statickou podmínku valení:

$$F_T \leq N \cdot f$$



Není-li statická podmínka valení splněna, dochází k prokluzu !

Příklad



Určete velikost síly F takovou, aby se dva sousedé válce odvalovaly konstantní rychlostí vzhůru po nakloněné rovině. Zkontrolujte, zda při této velikosti síly nedojde k prokluzu.

$$f = 0.2$$

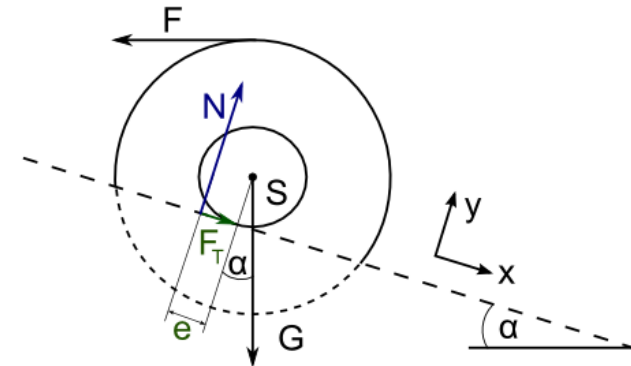
$$\alpha = 15^\circ$$

$$r_1 = 0.2 \text{ m}$$

$$G = 100 \text{ N}$$

$$r_2 = 0.3 \text{ m}$$

$$e = 4 \text{ mm}$$

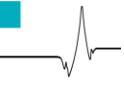


Řešení

Rovnováha ve směru x , y , momentová rovnice ke středu válce ..

$$F = G \frac{r_1 \sin \alpha + e \cos \alpha}{r_1 \cos \alpha - e \sin \alpha + r_2} = 11.3 \text{ N}$$

$$F_T = -14.9 \text{ N}, N = 99.5 \text{ N} \quad \dots \quad \text{OK}$$



Statika s pasivními odpory – aerodynamické odpory

Petr Šidlof



Aerodynamická odporová síla

$$F_D = \frac{1}{2} c_D S \rho U^2$$

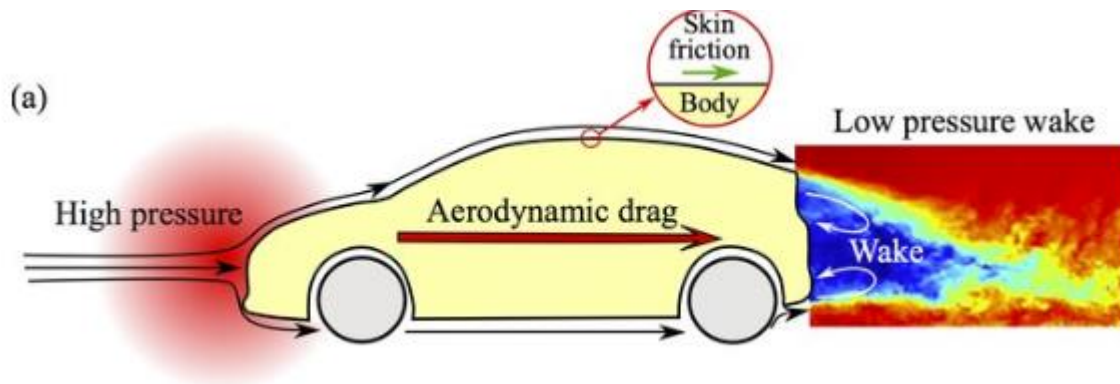
S .. čelní plocha

ρ .. hustota kapaliny

U .. rychlost proudění

c_D .. aerodynamický odporový koeficient (drag coefficient)

Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09





Vliv režimu proudění

Reynoldsovo číslo Re

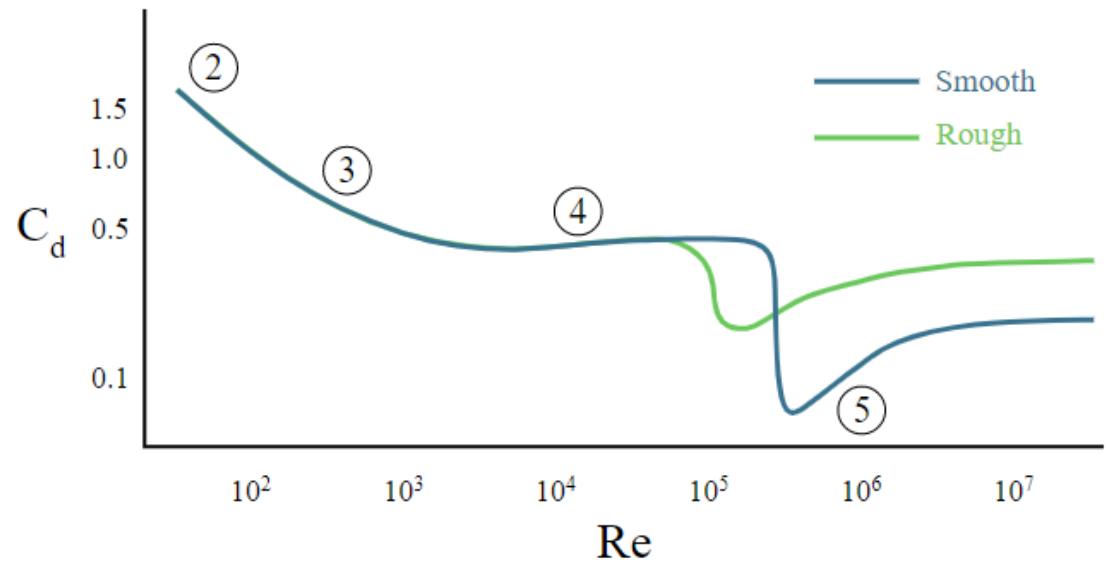
$$Re = \frac{U D}{\nu}$$

U .. rychlost proudění

D .. charakteristický rozměr

ν .. kinematická vazkost (viskozita)

- $Re < 10^5$: laminární mezní vrstva
- $Re > 10^5$: turbulentní mezní vrstva



Poznámky

golfové míčky – snížení aerodynamického odporu

