

MAT

$1/4$

$1/8$

$1/2$

$1/16$

$1/4$



MATEMÁTICA Y MÚSICA

...

Marilina Carena

el ritmo de las *fracciones*

$1/4$

$1/8$

$1/2$

$1/16$

$1/4$





**UNIVERSIDAD
NACIONAL
DEL LITORAL**

Rector **Enrique Mammarella**

Director de Planeamiento y Gestión Académica **Daniel Comba**

Directora Ediciones UNL **Ivana Tosti**

.....

Carena, Marilina

El ritmo de las fracciones / Marilina Carena.

- 1a ed. - Santa Fe : Ediciones UNL, 2019.

Libro digital, EPUB - (Ediciones especiales ; 1)

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-749-157-9

1. Matemática. 2. Matemática para Niños. I. Título.

CDD 372.7

.....

© Marilina Carena, 2020.

© Ilustraciones: Alina Hill, 2020.

© ediciones  UNL, 2020

Coordinación editorial

María Alejandra Sedrán

Coordinación diseño

Alina Hill

Producción general

Ediciones UNL

—

editorial@unl.edu.ar

www.unl.edu.ar/editorial

.....



hdl.handle.net/11185/5540

Marilina Carena

el ritmo
de las
fracciones



COLECCIÓN
CÁTEDRA

Dedicado a Franco

Índice

CONSIDERACIONES PRELIMINARES

1 LAS FIGURAS / 7

2 LAS NOTAS / 12

3 EL COMPÁS / 14

4 LIGADURA Y PUNTILLO / 16

5 RESPUESTAS A PREGUNTAS Y CONSIGNAS / 21

6 SOLUCIONES / 23



Consideraciones preliminares

En la actualidad no existen dudas sobre la importancia de la enseñanza desde la interdisciplinariedad. Se ha comprobado que la integración de conocimientos pertenecientes a dos o más disciplinas favorece los procesos comprensivos de los alumnos. En este sentido, es imposible dejar de lado las conexiones que existen entre la Música y la Matemática, entre las que se destaca, quizás la más básica, la que se refiere al vínculo entre figuras musicales y fracciones.

Las fracciones pueden ser interpretadas de diferentes formas, y una de ellas es como relación parte-todo. Esta noción se produce cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes iguales. Un ejemplo de esto surge cuando el todo corresponde a una determinada figura musical.

Este libro tiene como objetivo guiar al alumno para trabajar en forma conjunta en las áreas de Matemática y Música y ejercitar la operatoria entre fracciones a través de figuras musicales. En particular, se trabajarán fracciones cuyo denominador es una potencia de 2, para lo que se abordarán primero, de manera no rigurosa, todos los conceptos musicales necesarios.

Es importante mencionar que la complejidad que presentan algunos de los pentagramas de este texto puede no coincidir con lo que es frecuente o «agradable» musicalmente, incluso algunos pueden resultar casi imposibles de reproducir. Sin embargo, los mismos sí resultan adecuados desde el punto de vista puramente matemático para ejercitar la operatoria entre fracciones pensadas como expresiones que vinculan partes con el todo.



Las figuras

1



Las figuras son símbolos que expresan la duración de un sonido. Las **figuras musicales** son, en orden de mayor a menor duración, las siguientes: la **redonda**, la **blanca**, la **negra**, la **corchea**, la **semicorchea**, la **fusa** y la **semifusa**.

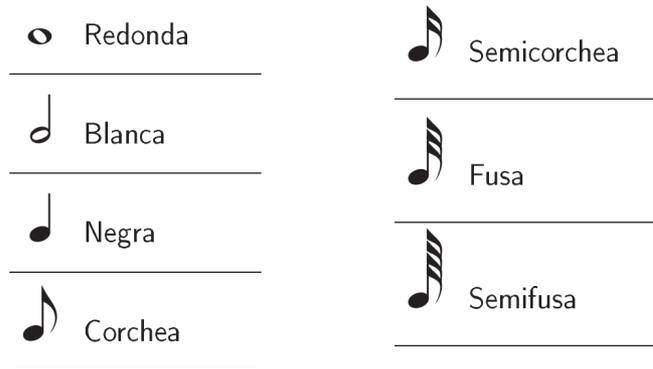


IMAGEN 1.
NOMBRES Y
FORMAS DE
LAS FIGURAS
MUSICALES

En este orden, cada figura dura la mitad de la anterior. Es decir, siempre la redonda valdrá el doble de la blanca, la blanca el doble de la negra, la negra el doble de la corchea, la corchea el doble de la semicorchea, y así. La siguiente imagen ilustra esta relación entre las figuras:

 Redonda	Vale el doble de una blanca
 Blanca	Vale el doble de una negra, o la mitad de una redonda
 Negra	Vale el doble de una corchea, o la mitad de una blanca
 Corchea	Vale el doble de una semicorchea, o la mitad de una negra
 Semicorchea	Vale el doble de una fusa, o la mitad de una corchea
 Fusa	Vale el doble de una semifusa, o la mitad de una semicorchea
 Semifusa	Vale la mitad de una fusa

IMAGEN 2.
RELACIÓN
ENTRE FIGURAS

Si observamos la Imagen 2, encontramos que la duración de una redonda equivale a la de dos blancas juntas:

$$\circ = \text{♩} + \text{♩}$$

Además, cada blanca vale lo mismo que dos negras:

$$\text{♩} = \text{♪} + \text{♪}$$

Entonces tenemos que una redonda, que equivalía a dos blancas juntas, equivale también a 4 negras, como puede verse en la siguiente imagen:

$$\circ = \text{♩} + \text{♩} = \text{♪} + \text{♪} + \text{♪} + \text{♪}$$

Siguiendo de esta forma, se tiene que una redonda vale lo mismo que 8 corcheas, las que a su vez son 16 semicorcheas:

♩															
♩								♩							
♪				♪				♪				♪			
♫		♫		♫		♫		♫		♫		♫		♫	
♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬	♬





Ejercicio 1

¿Cuántas de cada figura caben en una redonda?



Completar el siguiente cuadro:

1	2					



Ejercicio 2

¿Cuántas de cada figura caben en una blanca?



Completar el siguiente cuadro:

$\frac{1}{2}$	1					



Ejercicio 3

¿Cuántas de cada figura caben en una negra?



Completar el siguiente cuadro:

		1		4		



Ejercicio 4

¿Cuántas de cada figura caben en una corchea?



Completar el siguiente cuadro:

$\frac{1}{8}$			1			



Ejercicio 5

¿Cuántas de cada figura caben en una semicorchea?



Completar el siguiente cuadro:

				1		4



Ejercicio 6

¿Cuántas de cada figura caben en una fusa?



Completar el siguiente cuadro:

	$\frac{1}{16}$				1	



Ejercicio 7

¿Cuántas de cada figura caben en una semifusa?



Completar el siguiente cuadro:

$\frac{1}{64}$						1





Para facilitar la escritura de las figuras es necesario conocer sus partes, las que pueden ser tres: **cabeza**, **plica** y **corchete**. Estas partes se indican en la siguiente imagen:

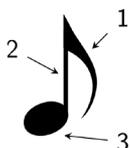


IMAGEN 3.
1: CORCHETE
2: PLICA
3: CABEZA

Cuando varias corcheas están cerca una de la otra, los corchetes se reemplazan por una línea que las une para agilizar el dibujo de las mismas. Por ejemplo, podemos escribir 4 corcheas juntas de la siguiente forma:



En el caso de las semicorcheas unidas, se utiliza una línea doble. De la misma forma, la línea es triple para las fusas, y para las semifusas son 4 líneas. Así, por ejemplo, podemos escribir:



Cada figura musical tiene asociado un **silencio** que dura el mismo tiempo que la figura, pero, como su nombre lo indica, sin sonido. La siguiente imagen contiene los silencios correspondientes a cada figura:

	Silencio de redonda
	Silencio de blanca
	Silencio de negra
	Silencio de corchea
	Silencio de semicorchea
	Silencio de fusa
	Silencio de semifusa

IMAGEN 4.
SILENCIOS





Las notas

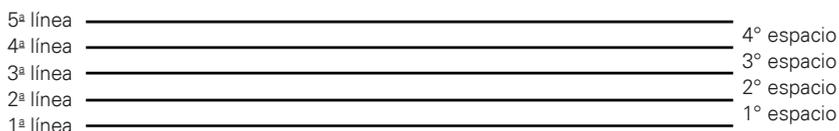
2

Las **notas** son las encargadas de expresar los diferentes sonidos. Ellas son 7:

do - re - mi - fa - sol - la - si

Las notas y otros signos musicales se escriben en un **pentagrama**, el cual se compone de 5 líneas paralelas e igualmente separadas entre sí. Estas 5 líneas forman 4 espacios entre ellas. Las líneas y los espacios se cuentan desde abajo hacia arriba, como lo indica la siguiente imagen.

IMAGEN 5.
PENTAGRAMA



Los sonidos más graves se escriben en la parte más baja del pentagrama. Conforme un sonido musical se va haciendo más agudo, su nota va ascendiendo a través del pentagrama. Algunas veces las notas exceden el ámbito del pentagrama por ser muy graves o muy agudas, por eso es necesario el uso de estas líneas adicionales, las cuales permiten añadir más líneas y espacios.

IMAGEN 6.
LÍNEAS Y
ESPACIOS
ADICIONALES



¿Cómo se conectan las figuras con las notas? Una figura colocada en el pentagrama no tiene un nombre determinado hasta que se coloca al inicio del pentagrama una **clave**, que es un símbolo que permite relacionar cada nota musical con su ubicación en el mismo. La más popular es la **clave de sol**, cuyo inicio está en la segunda línea del pentagrama, allí donde se ubica la nota *sol*:

IMAGEN 7.
CLAVE DE SOL





Esta clave le da el nombre de *sol* a la segunda línea y, en consecuencia, le hace corresponder a las demás notas sus lugares, siguiendo con el orden de las mismas.



IMAGEN 8.
NOTAS
MUSICALES

Utilizamos las figuras para darle a cada nota la duración deseada. Sin embargo, hay que tener cuidado al colocar figuras en un pentagrama, ya que su «forma» cambia según su posición en el mismo. Hay que seguir las siguientes reglas para las figuras que llevan plicas:

- | | | | |
|--|---|---|---|
| <p>1.
Las notas que se escriben por debajo de la tercera línea tienen que tener la plica a la derecha y hacia arriba.</p> | <p>2.
Las notas que se escriben por encima de la tercera línea tienen que tener la plica a la izquierda y hacia abajo.</p> | <p>3.
En las notas que se encuentran en la tercera línea las plicas se pueden poner independientemente hacia arriba o hacia abajo.</p> | <p>4.
Cuando las figuras van agrupadas no siempre se cumplen estas normas.</p> |
|--|---|---|---|

Para las reglas anteriores, puede ser útil recordar que la forma correcta de colocar las plicas hace que las notas parezcan una letra «d» o una «p» pero nunca una «b» o una «q».



IMAGEN 9.
POSICIÓN
CORRECTA
DE LA PLICA

Los silencios también tienen una ubicación precisa en el pentagrama. Los silencios de la redonda y de la blanca ocupan una línea específica en el pentagrama: el de la redonda está por debajo de la cuarta línea, mientras que el de la blanca está por encima de la tercera. Podemos ver la ubicación de todos ellos en la siguiente imagen.

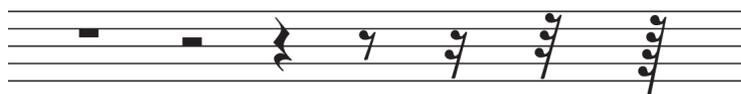


IMAGEN 10.
SILENCIOS EN EL
PENTAGRAMA





El compás

3

El **pulso** es como el latido de la música, y se emplea como unidad para medir el tiempo. Percibir el pulso es una habilidad auditiva básica, que suele acompañarse de una respuesta física, como marcarlo con el pie o con las manos. Un **compás** se compone por varias unidades de tiempo (pulsos) dados mediante las figuras musicales. En el pentagrama, los compases se dividen por líneas verticales.

La forma en la que se compone cada compás se indica mediante una fracción al comienzo del pentagrama luego de la clave. El número que está abajo (denominador) indica qué figura es la que vale un tiempo dentro del compás: si hay un 4, es la negra; si hay un 8 es la corchea. Esta asignación tiene una explicación proveniente del orden de las figuras, la cual no expondremos aquí pero tomaremos como regla. El número de arriba (numerador) nos dice cuántos tiempos hay en cada compás. Por ejemplo, el caso (a) de la siguiente imagen indica que debemos llenar cada compás con 4 negras, o algo equivalente.



(a)



(b)



(c)

En el caso (b) de la imagen anterior, cada compás debe contener el valor de 3 negras, y en el (c) debe ser el de 6 corcheas. ¿Pero 6 corcheas no equivalen acaso a 3 negras? Sí, son equivalentes, así que en los casos (b) y (c) cada compás contiene la misma cantidad de unidades de tiempo. Escribirlo de dos maneras diferentes no es para complicar las cosas, sino que tiene que ver con cuáles de esos tiempos se «acentúan». No vamos a detenernos en esto aquí, pero el acento es, al igual que en las palabras, la parte de la música que suena más fuerte.

Lo más usual es que nos encontremos con los casos (a) o (b), y también con un 2/4. Es decir que es frecuente que la figura que vale una unidad sea la negra. Entonces en dicho caso, una blanca vale 2 tiempos y una redonda vale 4, mientras que una corchea vale 1/2, una semicorchea vale 1/4 y una fusa vale 1/8.

1. Siguiendo con lo anterior, ¿cuánto vale una semifusa cuando la negra vale un tiempo?



Veamos algunos ejemplos en los que, para no mezclar los conceptos y poder así afianzar el de compás, trabajaremos siempre con una misma nota: *la*. Utilizaremos también los silencios.



En el ejemplo anterior la fracción 4/4 nos indica que cada compás debe contener 4 negras o un valor equivalente. Como mencionamos antes, si la negra es la que vale una unidad de tiempo, entonces la blanca valdrá 2 unidades, la corchea valdrá 1/2, y así. Reemplazando por los valores correspondientes a cada figura, podemos verificar si el ejemplo anterior es correcto:

$$1^{\circ} \text{ compás: } 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + 1 + 1 = 4 \quad \checkmark$$

$$2^{\circ} \text{ compás: } 1 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 + 2 + 1 = 4 \quad \checkmark$$

$$3^{\circ} \text{ compás: } 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 1 + 2 + 1 = 4 \quad \checkmark$$

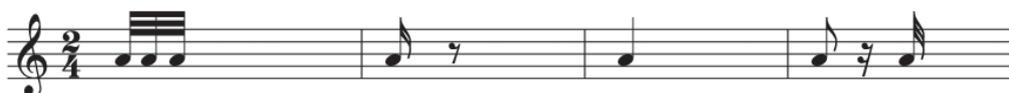
$$4^{\circ} \text{ compás: } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2 + 2 = 4 \quad \checkmark$$

$$5^{\circ} \text{ compás: } 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + 2 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 2 = 1 + 1 + 2 = 4 \quad \checkmark$$

Ejercicio 8



Completar cada uno de los compases teniendo en cuenta la fracción al comienzo del pentagrama. Colocar los valores correspondientes debajo de cada figura y verificar que la suma sea la correcta en cada caso. Intentar utilizar tanto figuras como silencios.





Ligadura y puntillo

4

La **ligadura** es un signo con forma de línea curva que conecta las cabezas de dos notas iguales consecutivas, aunque no necesariamente del mismo valor. Este signo sirve para unir la duración de las figuras ligadas. Indica que se van a reproducir como una sola nota (es decir, sin tocarla dos veces), pero que su duración va a ser igual a la suma de los valores de las figuras ligadas. Por ejemplo, en la siguiente imagen la ligadura de una blanca con una negra nos indica que tocaremos una sola vez la nota con una duración de 3 tiempos, que es la suma de 2 más 1.



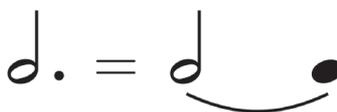
En el caso de la segunda ligadura en la imagen anterior, la nota tendrá una duración de un tiempo y medio, que es la suma de la duración de la negra más la de la corchea.

2. Observa la siguiente imagen e indica la duración de cada nota que aparece ligada. Coloca una **x** debajo de las notas que no deben tocarse de nuevo, por estar ligadas con una anterior.



El **puntillo** es un signo que se coloca a la derecha de una figura o silencio, y se usa para aumentar su duración la mitad de su valor. Por ejemplo, una blanca con puntillo (como en la siguiente imagen) tiene la duración de una blanca ligada con una negra.

IMAGEN 11.
BLANCA CON
PUNTILLO



Una redonda con puntillo equivale entonces a una redonda ligada a una blanca, una negra con puntillo equivale a una negra ligada a una corchea, y así una figura con puntillo dura lo mismo que dicha figura ligada a la que vale la mitad de su valor.

3. Utiliza la ligadura como en la Imagen 11 para representar la duración de una negra con puntillo, y luego una corchea con puntillo.

4. ¿Es posible representar mediante ligadura como en la Imagen 11 la duración de una semifusa con puntillo? ¿Por qué? Sin embargo, aunque no pueda representarse mediante ligaduras, la semifusa con puntillo también se usa.

Como mencionamos antes, los signos de puntillo se dibujan a la derecha de la figura a la que acompañan. Si la figura que lleva el puntillo se encuentra en un espacio del pentagrama, el puntillo también se dibujará en el espacio. Pero si la figura se sitúa en una línea, el puntillo se representará en el espacio que haya por encima. En el caso de los silencios los puntillos se colocan siempre en el tercer espacio del pentagrama.

Ejercicio 9.

 Colocar debajo de cada nota su duración. Realizar la suma para verificar que cada compás contenga el equivalente a 4 negras.



Ejercicio 10.

 Completar cada uno de los compases teniendo en cuenta la fracción al comienzo del pentagrama. Colocar los valores correspondientes debajo de cada figura y verificar que la suma sea la correcta en cada caso. Intentar utilizar figuras, silencios y puntillos.



Una nota con **doble puntillo** es una nota con dos pequeños puntos dibujados a su derecha. El doble puntillo aumenta la duración de esa nota de la siguiente manera: el primer puntillo agrega a la duración de la nota la mitad de su valor original, mientras que el segundo agrega además la mitad del valor del primer puntillo. Es decir, cada puntillo agrega a la duración de una nota la mitad del valor de lo que está a su izquierda, ya sea una figura u otro puntillo. El mismo efecto producen al ser colocados a la derecha de un silencio.



Por ejemplo, como podemos ver en la siguiente imagen, una blanca con puntillo equivale a una blanca ligada a una negra, la cual a su vez está ligada a una corchea.

IMAGEN 12.
BLANCA CON
DOBLE PUNTILO



En otras palabras, el doble puntillo aumenta la duración original de la nota o silencio, multiplicando su valor original por $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$ (ver nota al pie de página para esta notación para fracciones). La siguiente imagen, en la que supondremos que la negra vale un tiempo, puede ayudar a comprender esto.

$$\text{♩} = 1 \quad \text{♩.} = 1 + \frac{1}{2} \quad \text{♩..} = 1\frac{3}{4}$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{matrix}$

5. Utiliza ligaduras como en la Imagen 12 para representar la duración de una redonda, una negra y una corchea, todas con doble puntillo.

6. ¿Es posible representar mediante ligaduras como en la Imagen 12 la duración de una fusa o de una semifusa con doble puntillo? ¿Por qué? Sin embargo, recuerda que la fusa y la semifusa con doble puntillo también se usan.

Ejercicio 11.



Colocar debajo de cada nota su duración. Realizar la suma para verificar que cada compás contenga el equivalente a 4 negras.

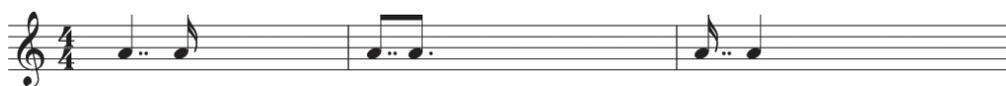


* Para facilitar el trabajo con compases, representaremos cada fracción impropia como un **número mixto**, es decir, en forma de un número entero seguido por una fracción propia. Por ejemplo, utilizamos la notación $1\frac{3}{4}$ para indicar la fracción impropia $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

Ejercicio 12.



Completar cada uno de los compases teniendo en cuenta la fracción al comienzo del pentagrama. Colocar los valores correspondientes debajo de cada figura y verificar que la suma sea la correcta en cada caso. Intentar utilizar figuras, silencios y puntillos.



Una nota con **triple puntillo** es una nota con tres pequeños puntos dibujados a su derecha. Como antes, cada puntillo agrega a la duración de una nota la mitad del valor de lo que está a su izquierda, ya sea una figura u otro puntillo. El mismo efecto producen al ser colocados a la derecha de un silencio. Observemos la siguiente imagen para comprender esto.

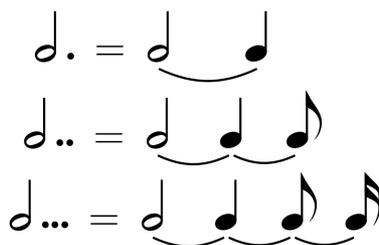


IMAGEN 13.
BLANCA CON
TRIPLE PUNTILLO

Luego, el triple puntillo multiplica la duración original de una nota o silencio por

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1\frac{7}{8}$$

7. ¿Qué figuras con triple puntillo podemos representar mediante ligaduras como en la Imagen 13, y cuáles no? ¿Por qué?



Ejercicio 13.

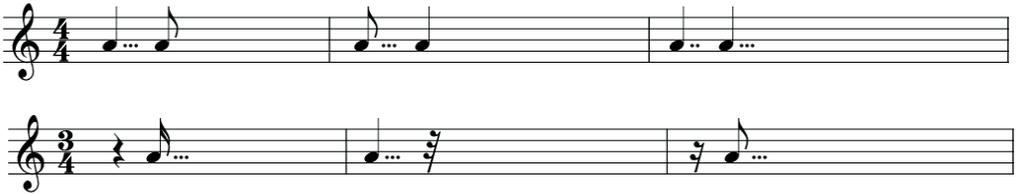
Colocar debajo de cada nota su duración. Realizar la suma para verificar que cada compás contenga el equivalente a 4 negras.



Ejercicio 14.



Completar cada uno de los compases teniendo en cuenta la fracción al comienzo del pentagrama. Colocar los valores correspondientes debajo de cada figura y verificar que la suma sea la correcta en cada caso. Intentar utilizar figuras, silencios y puntillos.

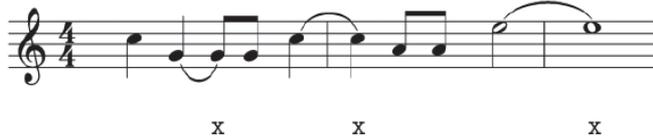


Respuestas a preguntas y consignas

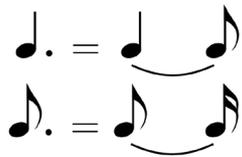
5

1. Cuando la negra vale un tiempo, la semifusa vale 1/16.

2. La negra ligada a la corchea tendrá una duración de un tiempo y medio, la negra ligada con otra negra durará 2 tiempos, mientras que la blanca ligada a la redonda tendrá una duración de 6 tiempos.

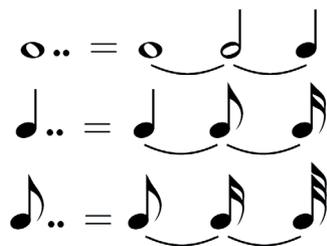


3.



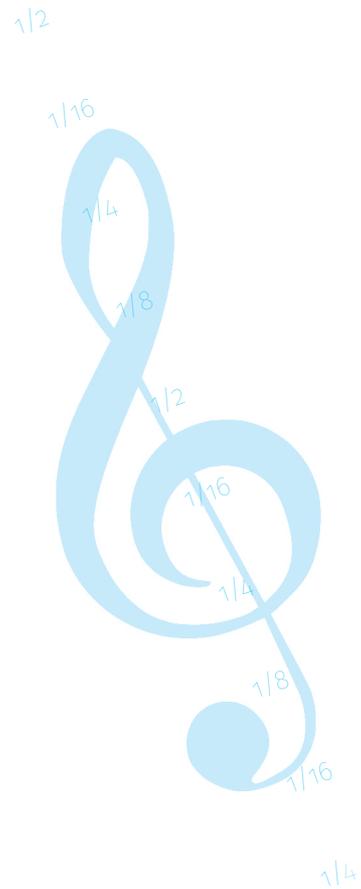
4. No es posible, porque debería ligarla con una figura que valga la mitad de la semifusa. Podemos representar mediante ligadura hasta la fusa con puntillo.

5.



6. No, no es posible, porque necesitaría figuras con menor duración que la semifusa para ligar, en ambos casos. Lo anterior puede realizarse solamente hasta la semicorchea.

7. Las figuras con triple puntillo que podemos representar mediante ligaduras son la redonda, la blanca, la negra y la corchea. Para representar las restantes deberíamos contar en todos los casos con figuras de menor duración que la semifusa para ligar.





Ejercicio 1.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una redonda.

1	2	4	8	16	32	64

Ejercicio 2.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una blanca.

$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32

Ejercicio 3.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una negra.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16



Ejercicio 4.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una corchea.

						
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

Ejercicio 5.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una semicorchea.

						
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

Ejercicio 6.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una fusa.

						
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2

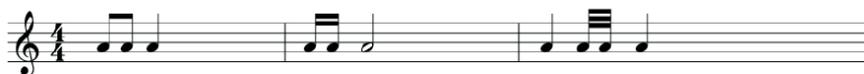
Ejercicio 7.

El siguiente cuadro indica cuántas de cada figura caben en una semifusa.

						
$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1



Ejercicio 8.



- 1° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 2$ tiempos, faltan 2
- 2° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2 = 2\frac{1}{2}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{2}$
- 3° compás: hay $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 1 = 2\frac{1}{4}$ tiempos, faltan $1\frac{3}{4}$



- 1° compás: hay $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 2 = 2\frac{1}{2}$ tiempos, falta $\frac{1}{2}$
- 2° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ tiempos, falta 1
- 3° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{8} = 1\frac{5}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{3}{8}$



- 1° compás: hay $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{5}{8}$
- 2° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{4}$
- 3° compás: hay 1 tiempo, falta 1
- 4° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ de tiempo, faltan $1\frac{1}{8}$

Ejercicio 9.



- 1° compás: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 4$ ✓
- 2° compás: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4$ ✓
- 3° compás: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + 2 = 4$ ✓
- 4° compás: $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$ ✓

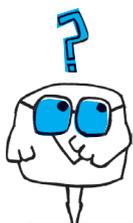
Ejercicio 10.



- 1° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 2\frac{1}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{7}{8}$
- 2° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{2}$
- 3° compás: hay $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 1 = 1\frac{7}{16}$ tiempos, faltan $2\frac{9}{16}$



- 1° compás: hay 3 tiempos, no falta nada!
- 2° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{2}$
- 3° compás: hay $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$ tiempos, faltan $2\frac{9}{16}$
- 4° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{7}{8}$



Ejercicio 11.



1° compás: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4$ ✓

2° compás: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4$ ✓

3° compás: $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 2 = 4$ ✓

4° compás: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4$ ✓

Ejercicio 12.



1° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2$ tiempos, faltan 2

2° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{5}{8}$ tiempos, faltan $2\frac{3}{8}$

3° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 1 = 1\frac{7}{16}$ tiempos, faltan $2\frac{9}{16}$



1° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 1 = 1\frac{7}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{8}$

2° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1\frac{5}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{3}{8}$

3° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$ tiempos, faltan $1\frac{1}{4}$

Ejercicio 13.



1° compás: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 4$ ✓

2° compás: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1 = 4$ ✓

3° compás: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 4$ ✓

4° compás: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 4$ ✓

Ejercicio 14.



1° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = 2\frac{3}{8}$ tiempos, faltan $1\frac{5}{8}$

2° compás: hay $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + 1 = 1\frac{15}{16}$ tiempos, faltan $2\frac{1}{16}$

3° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 3\frac{5}{8}$ tiempos, faltan $\frac{3}{8}$



1° compás: hay $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = 1\frac{15}{32}$ tiempos, faltan $1\frac{17}{32}$

2° compás: hay $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 2$ tiempos, falta 1

3° compás: hay $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 1\frac{13}{16}$ tiempos, faltan $1\frac{3}{16}$

