

Ottica fisiologica (1): sorgenti e radiometria



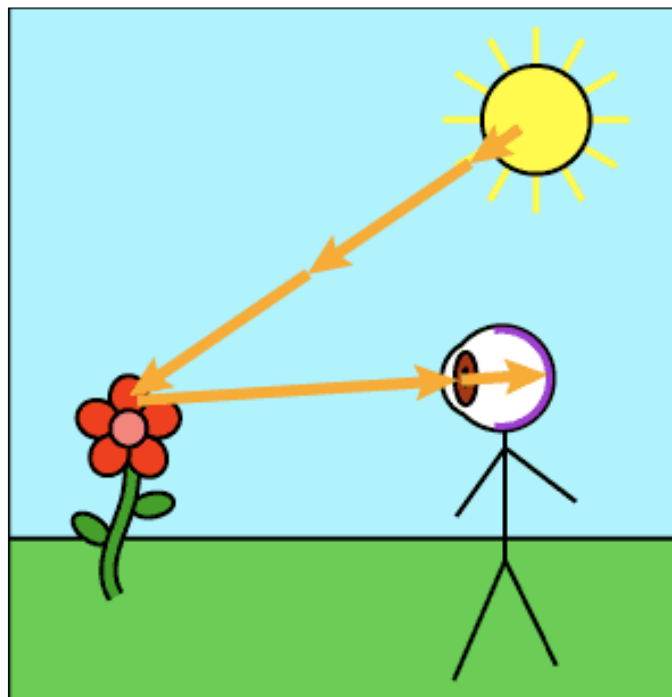
Corso di Principi e Modelli della Percezione

Prof. Giuseppe Boccignone

Dipartimento di Scienze dell'Informazione
Università di Milano

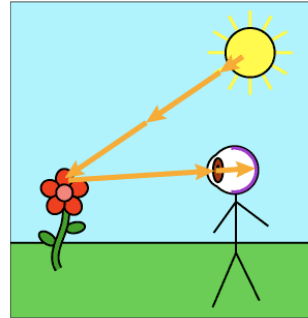
boccignone@dsi.unimi.it
http://homes.dsi.unimi.it/~boccignone/GiuseppeBoccignone_webpage/Modelli_Percezione.html

L'occhio che vede luce



L'occhio che vede luce

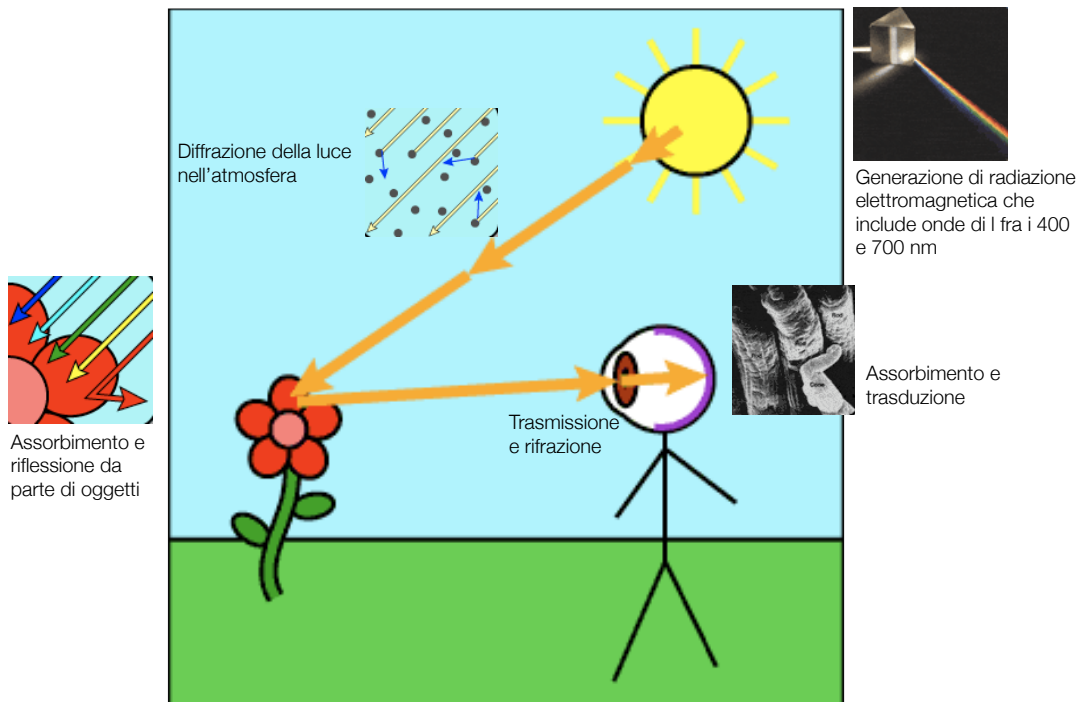
- Come vedremo uno degli aspetti fondamentali del processo di imaging è che la fisica della riflettanza, che determina i valori di intensità dell'immagine, dipende da
 - caratteristiche intrinseche della radiazione elettromagnetica e dei materiali che l'assorbono/riflettono
 - geometria di sorgenti di luce, superfici e osservatori
- Le caratteristiche di interesse della radiazione elettromagnetiche possono essere definite in termini radiometrici



L'occhio che vede luce



L'occhio che vede luce

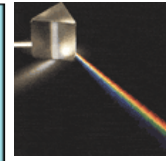
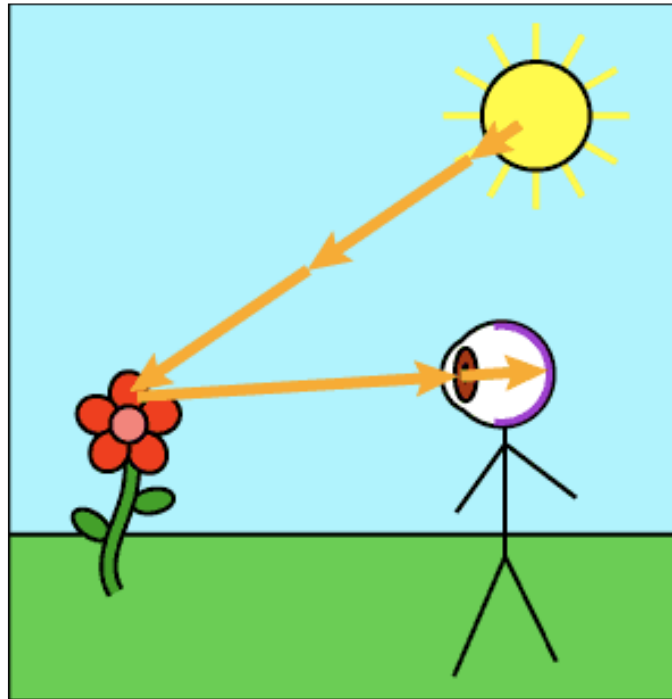


Ottica

- FISICA:
 - luce e sue caratteristiche
- GEOMETRICA:
 - leggi elementari della riflessione e rifrazione
- FISIOLGICA:
 - fenomeni ottici che si verificano nel funzionamento dell'occhio

Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica



Generazione di radiazione elettromagnetica che include onde di lunghezza d'onda fra i 400 e 700 nm

Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica

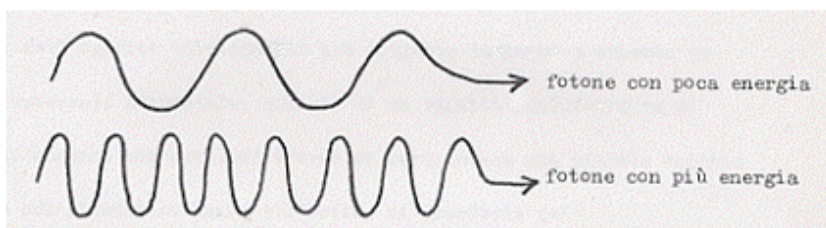
Rappresentazione quantistica: un flusso di fotoni, piccolissime particelle che trasportano un QUANTO di energia

l'energia e la quantità di moto dipendono esclusivamente dalla frequenza ν :

$$E = \hbar\omega = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

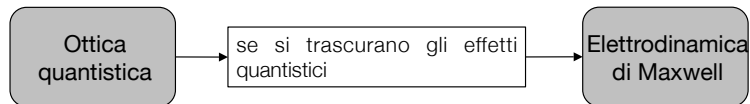
$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k},$$

dove \mathbf{k} è il vettore d'onda di modulo $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi\nu$ la [frequenza angolare](#) e $\hbar = h/2\pi$ la [costante di Planck](#) ridotta



Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica



Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica

Rappresentazione ondulatoria della radiazione elettromagnetica: sovrapposizione dei due campi oscillanti, il campo elettrico ed il campo magnetico, introdotta da James Clerk Maxwell.

Nome	Forma differenziale	Forma integrale
Teorema del flusso per il campo elettrico	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho \, dV$
Teorema del flusso per il campo magnetico	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$
Legge di Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_{B,S}}{\partial t}$
Legge di Ampère	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_S + \frac{\partial \Phi_{D,S}}{\partial t}$

Il campo elettrico è tanto più intenso quanto maggiore è la densità di carica

Non esistono cariche magnetiche

Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico

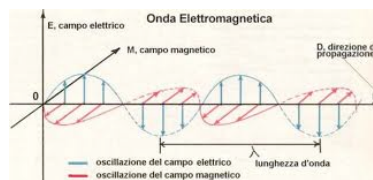
Un campo elettrico variabile (corrente elettrica) genera un campo magnetico

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

D (induzione elettrica) **P** (polarizzazione)

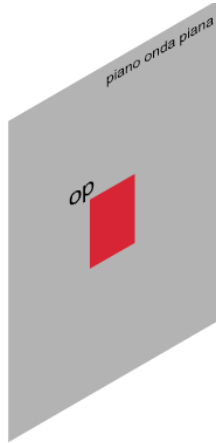
$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

H (campo magnetico) **M** (magnetizzazione)



Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica: il raggio di luce



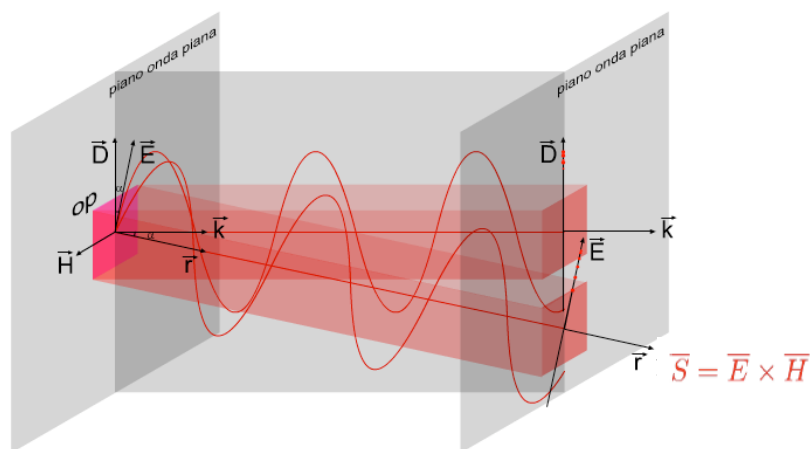
L'onda piana è il luogo dei punti dove si compiono le vibrazioni del vettore spostamento elettrico \vec{D} che, di conseguenza, si propaga secondo la normale d'onda. Il raggio è la retta luogo dei punti perpendicolarmente alla quale vibra il vettore campo elettrico \vec{E} . Nei mezzi isotropi raggio e normale d'onda coincidono e, di conseguenza \vec{E} e \vec{D} sono paralleli. Al contrario, nei mezzi anisotropi, \vec{E} e \vec{D} non sono, in generale, vettori paralleli (ma lo sono soltanto in direzioni particolari).

Il raggio contrassegna la direzione di propagazione dell'energia luminosa: questa propagazione viene indicata con un vettore chiamato 'vettore di Poynting' simboleggiato con

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

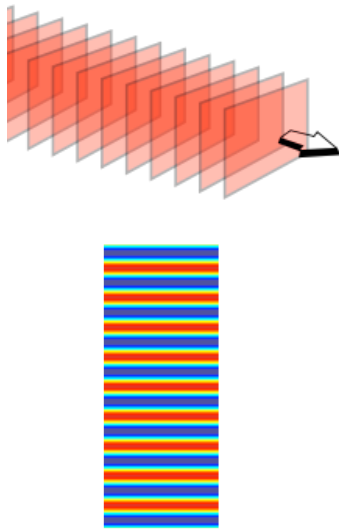
Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica: il raggio di luce



Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



Onda piana elettromagnetica

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

caso particolare di

Equazione di d'Alembert

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



Equazione di d'Alembert

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

La soluzione dell'equazione ci dà la funzione di propagazione dell'onda: è la combinazione lineare di due soluzioni:

$$f(x,t) = af_1(x - vt) + bf_2(x + vt)$$

Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



descrizione unidimensionale

$$f(x, t) = af_1(x - vt) + bf_2(x + vt)$$

		<p>Onda trasversale</p> <p>Asse y: direzione dello spostamento del punto</p> <p>Asse x: direzione di propagazione</p>
<p>Ad un certo istante l'onda è descritta da una funzione $y = f(x)$; un certo punto dell'onda (y_M) abbia coordinata x_0</p>	<p>Dopo un tempo t l'onda si è spostata di $v t$, e l'ampiezza massima si trova nel punto $x_1 = x_0 + v t$, quindi si ha \rightarrow</p>	<p>$y_M = f(x_0) = f(x_1 - v t)$</p>
<p>La funzione che descrive in generale l'onda propagante in direzione $+x$ è \rightarrow</p>	<p>$y = f(x - v t)$</p>	<p>Se l'onda si propaga in direzione x negativa si ha,</p> <p>$y = f(x + v t)$</p>

Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



$$f(x, t) = af_1(x - vt) + bf_2(x + vt)$$

Assumendo che l'onda:

- si propaghi nella direzione positiva delle x
- la fase ad un tempo fissato t è costante in ogni piano perpendicolare alla direzione di propagazione,

si ottiene l'onda **piana**, una funzione armonica rispetto al tempo:

$$f(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

\mathbf{k} vettore d'onda, direzione di prop.
 ω frequenza angolare
 A ampiezza

In 3D

$$f(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cdot e^{j \cdot (\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \longleftrightarrow \boxed{f(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)}$$

Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



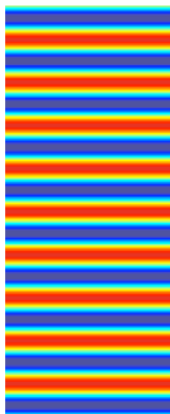
$$f(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)$$

Descrizione dell'onda sinusoidale (caso 1D)

<p>Forma generale con costante k (detta numero d'onda) (dim. rad/m) \rightarrow</p>	<p>$y = A \sin(k(x - vt))$ A è l'ampiezza massima dell'onda V è la velocità di propagazione</p>
<p>Introducendo la pulsazione $\omega = vk$ (rad/s) si ha la forma più usata $y = A \cdot \sin(kx - \omega t)$</p>	<p>$(kx - \omega t)$ è la fase dell'onda (argomento della funzione seno)</p>
<p>Più in generale: $y = A \cdot \sin(kx - \omega t + \phi)$ dove la costante di fase ϕ specifica le condizioni iniziali dell'onda</p>	
<p>La distanza Δx tra due punti equivalenti dell'onda definisce la lunghezza d'onda λ che corrisponde ad una variazione di fase di un angolo giro \rightarrow</p>	<p>grafico a t fissato: si osserva la periodicità spaziale</p> $k \cdot \Delta x = k \cdot \lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$

Ottica fisica: cos'è la luce

//il raggio di luce: fronti d'onda piana



$$f(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)$$

Descrizione dell'onda sinusoidale (caso 1D)

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \text{velocità di fase}$$

$$\nu = \frac{1}{T} \quad \text{frequenza}$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad \text{pulsazione}$$

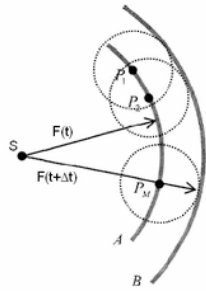
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{numero d'onda, } |\mathbf{k}|$$

Ottica fisica: cos'è la luce

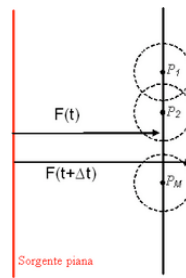
//Principio di Huygens

- Tutti i punti di un fronte e raggio $F(t)$ possono essere considerati sorgenti puntiformi di onde sferiche secondarie aventi la stessa frequenza dell'onda principale. Dopo un tempo Δt la nuova posizione del fronte $F(t + \Delta t)$ sarà la superficie di involuppo di queste onde secondarie

- onda sferica



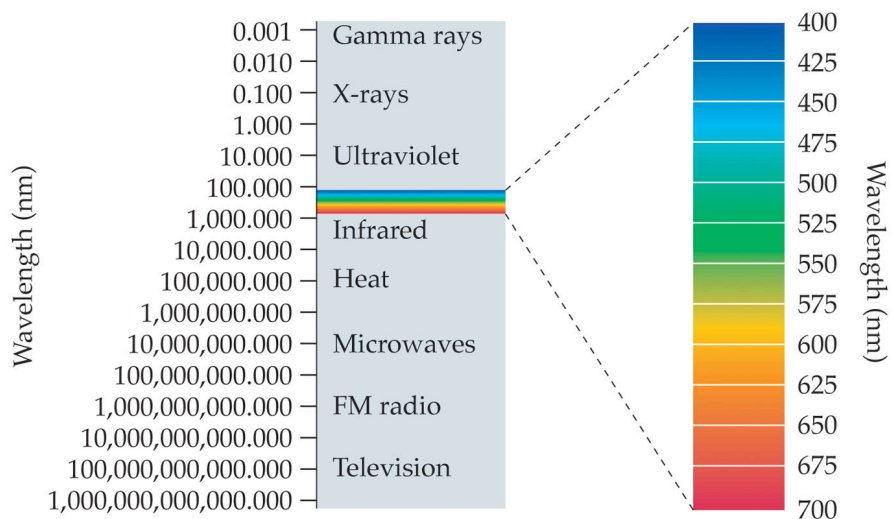
- onda piana



- spiega riflessione, rifrazione e diffrazione

Ottica fisica: cos'è la luce

//radiazione elettromagnetica: lo spettro visibile

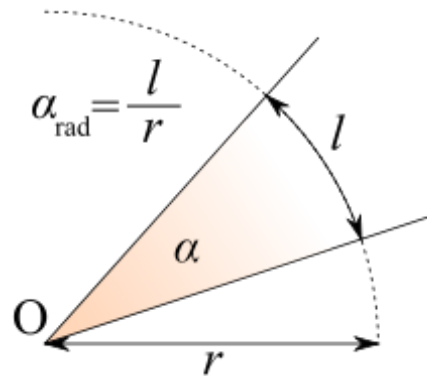


Ottica fisica: radiometria

//Un po' di geometria

- Radiante (simbolo rad): è l'unità di misura degli angoli del Sistema Internazionale di unità di misura .
- Tale misura rappresenta il rapporto tra la lunghezza di un arco di circonferenza spezzato dall'angolo, e la lunghezza del raggio di tale circonferenza

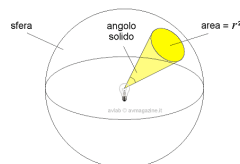
- cerchio = 2π rad



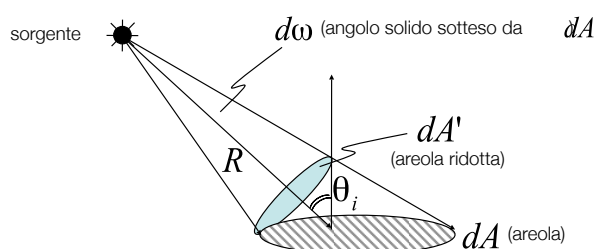
Ottica fisica: radiometria

//Un po' di geometria

- steradiante (simbolo sr): l'unità di misura del Sistema Internazionale per l'angolo solido, il corrispondente tridimensionale del radiante.
- Lo steradiante è definito come l'angolo solido, con vertice al centro di una sfera di raggio R , che sottende una calotta sferica di area pari a quella di un quadrato di lato R .



- area di una sfera = $4\pi R^2$, area della calotta sottesa dall'unità di angolo solido = R^2 , l'intera sfera sarà sottesa da un angolo solido di misura 4π sr.



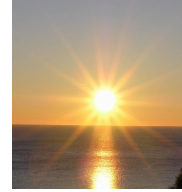
$$d\omega = \frac{dA'}{R^2} = \frac{dA \cos \theta_i}{R^2}$$

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche

- **Energia radiante** (radiant energy): è l'energia trasportata da un qualunque campo di radiazione elettromagnetica

- viene indicata con $Q_e = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)$
equamente ripartita tra E e H
- l'unità di misura nel SI è il joule (J)



- **Flusso radiante** (radiant flux): è la potenza della radiazione (cioè l'energia radiante per unità di tempo). È una grandezza associata alla posizione e alla direzione; è considerata la grandezza radiometrica fondamentale, sulla base della quale sono definite tutte le grandezze successive

- viene indicato con P_e o con $\Phi = \langle S(r, t) \rangle = \langle E_\theta H_\phi \cos^2(\omega t - kr) \rangle = \frac{1}{2} E_\theta H_\phi = \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{2(4\pi)^2 \epsilon_0 c^3 r^2}$
- l'unità di misura nel SI è il watt (W)

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche

- **Densità di energia radiante spettrale** (spectral radiant energy): l'energia radiante per unità di intervallo di lunghezza d'onda

$$Q_\lambda = dQ/d\lambda$$

- l'unità di misura nel SI è il joule x nanometro

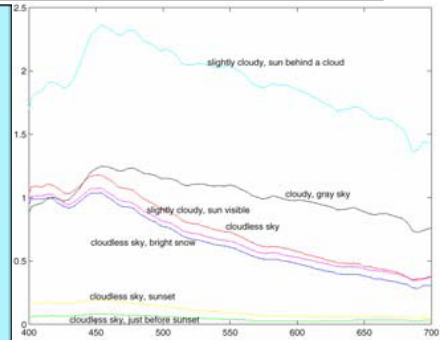
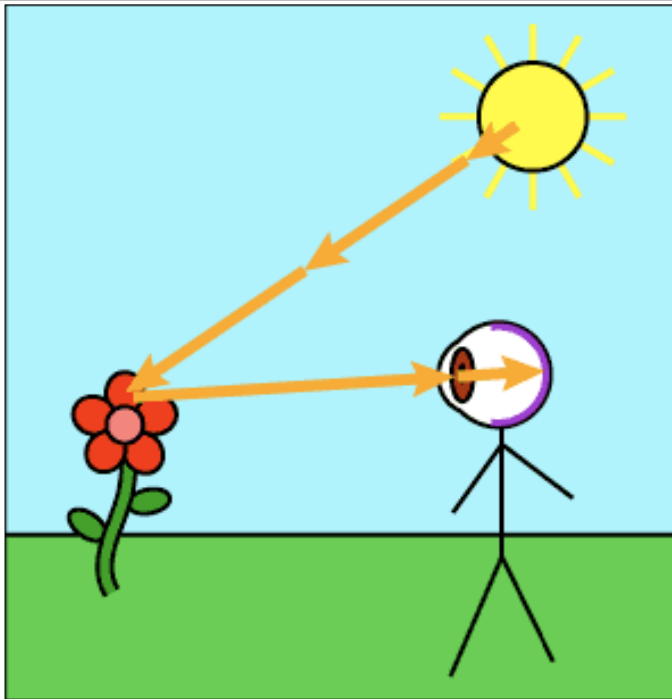
- **Densità di flusso radiante spettrale** (spectral radiant flux): è il flusso radiante per unità di intervallo di lunghezza d'onda

$$\Phi_\lambda = d\Phi/d\lambda$$

- l'unità di misura nel SI è il watt x nanometro

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche



Distribuzione spettrale della luce del sole

$$\{Q(\lambda)d\lambda\}$$

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche

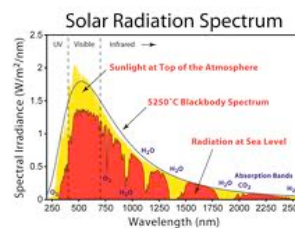
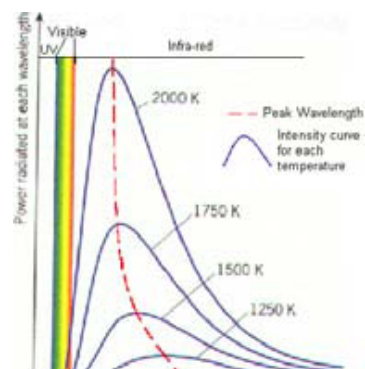
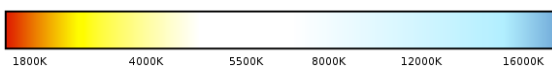
Corpo nero: un oggetto (ideale) che assorbe tutta la radiazione elettromagnetica incidente e quindi non ne riflette né trasmette alcuna energia apparendo in prima approssimazione nero

Non riflettendo assorbe dunque tutta l'energia incidente e, per la conservazione dell'energia, re-irradia tutta la quantità di energia assorbita (coefficiente di emissività uguale a quello di assorbività e pari ad uno)

Lo spettro (intensità o densità della radiazione emessa in funzione della lunghezza d'onda) di un corpo nero è uno spettro dalla caratteristica forma a 'campana' (più o meno asimmetrica e più o meno schiacciata) dipendente unicamente dalla sua temperatura T

$$I(\lambda) \propto \left(\frac{1}{\lambda^5}\right) \left(\frac{1}{\exp(hc/k\lambda T) - 1}\right)$$

temperatura di colore, di una certa radiazione luminosa, la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero affinché la radiazione luminosa emessa da quest'ultimo appaia cromaticamente più vicina possibile alla radiazione considerata



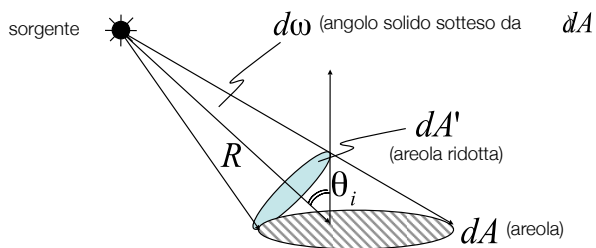
Distribuzione spettrale della luce del sole in termini di radiazione di corpo nero (5000 K circa)

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche: Intensità radiante

- **Intensità radiante alla sorgente** (radiant intensity): è il flusso radiante emesso da una sorgente puntiforme in una certa direzione per unità di angolo solido

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (\text{watts / steradian})$$



Ottica fisica: radiometria

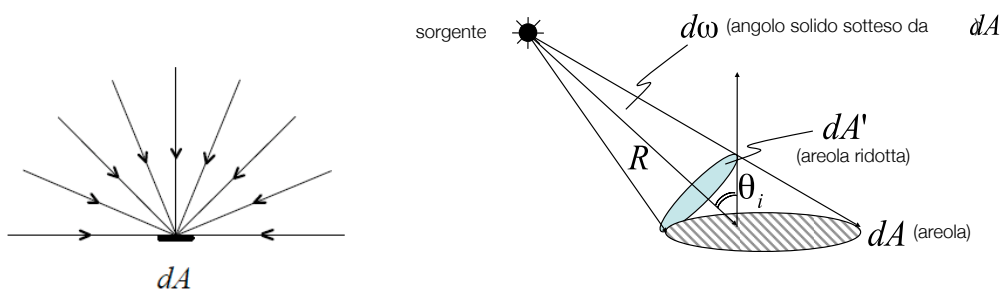
//Grandezze radiometriche: Irradianza

- **Irradianza o irradiazione o densità di flusso/potenza radiante** (irradiance): è il flusso radiante incidente su una superficie per unità di area, ovvero la potenza di una radiazione ricevuta

- l'unità di misura nel SI è il watt al metro quadrato (W/m^2)

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \quad (\text{watts / m}^2)$$

$$E_\lambda = dE/d\lambda \quad \text{irradianza spettrale}$$

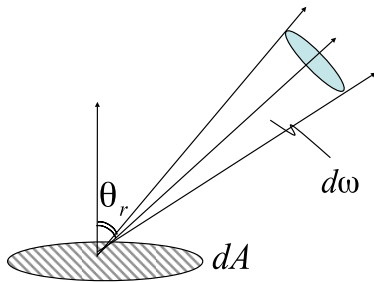


Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche: Radianza

- **Radianza** (surface radiance): è il flusso radiante emesso da una sorgente estesa per unità di angolo solido e per unità di area proiettata su un piano normale alla direzione considerata

- l'unità di misura nel SI è il watt allo steradiano per metro quadrato ($W/(sr\ m^2)$)



$$L = \frac{d^2\Phi}{(dA \cos \theta_r) d\omega} \quad (\text{watts} / \text{m}^2 \text{ steradian})$$

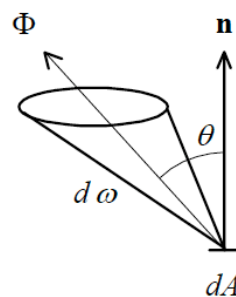
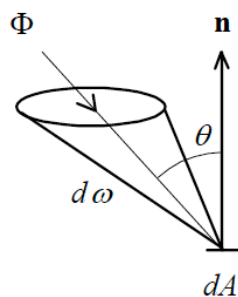
- L è la radianza ($W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$);
- Φ è la **potenza** (W);
- θ è l'**angolo** compreso tra la **normale alla superficie** e la direzione specificata;
- A è la **superficie** emittente (m^2);
- Ω è l'**angolo solido** (sr).

- Dipende dalla direzione e dalle proprietà di riflettanza della superficie

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche: Radianza

- La radianza è particolarmente utile per quantificare la quantità di luce emessa o riflessa



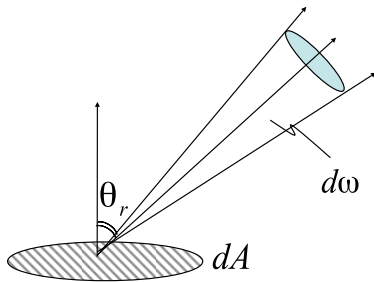
$$L_\lambda = d^3\Phi / [dA(d\omega \cos \theta)d\lambda]$$

radianza
spettrale

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche: Radianza

- La radianza è particolarmente utile per quantificare la quantità di luce emessa o riflessa da una sorgente che verrà ricevuta da un dato sistema ottico rivolto verso la sorgente e caratterizzato da un determinato diametro angolare;
 - l'angolo solido considerato equivale all'apertura del sistema ottico.



$$L = \frac{d^2\Phi}{(dA \cos \theta_r) d\omega} \quad (\text{watts} / \text{m}^2 \text{ steradian})$$

- L è la radianza ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$);
- Φ è la potenza (W);
- θ è l'angolo compreso tra la normale alla superficie e la direzione specificata;
- A è la superficie emittente (m^2);
- Ω è l'angolo solido (sr).

- Essendo l'occhio un sistema ottico, la radianza fornisce una buona stima della luminosità apparente di un oggetto.

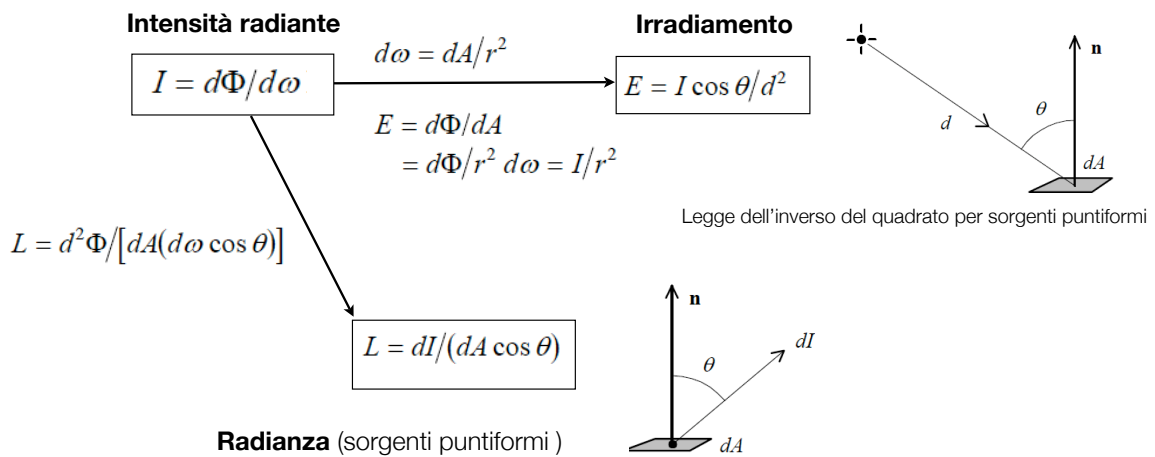
Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche

- Per lo studio della percezione della luce e del colore, le grandezze radiometriche più importanti sono l'irradianza e la radianza. La radianza è importante per i seguenti motivi:
 - viene conservata nella propagazione nei sistemi ottici, a meno di perdite per assorbimento;
 - è indipendente dalla distanza;
 - è correlata alle modalità di collezione della luce da parte dell'occhio umano, degli strumenti ottici (radiometri, esposimetri, luminanzimetri) delle telecamere e delle fotocamere. Infatti

Luminanza \propto Irradiamento immagine \propto Radianza scena

Intensità radiante, irradiazione e radianza



Ottica fisica: radiometria

// Grandezze radiometriche spettrali

- Come visto sopra, ognuna di queste grandezze può essere considerata anche spettralmente, cioè lunghezza d'onda per lunghezza d'onda.
- Esempio: Radianza spettrale $L_e(\lambda)$ [Watt·sr⁻¹·m⁻³]
- Radianza $L_e = \int_{\lambda} L_e(\lambda) d\lambda$ [Watt·sr⁻¹·m⁻²]
- In tal caso all'unità di misura va aggiunta l'unità di misura della lunghezza d'onda.
 - per esempio, se si sceglie come unità di lunghezza il nanometro (nm) l'irradianza spettrale ha unità di misura W/m² nm, oppure se si sceglie come unità il metro, W/m³.

Ottica fisica: radiometria

//Grandezze radiometriche in sintesi

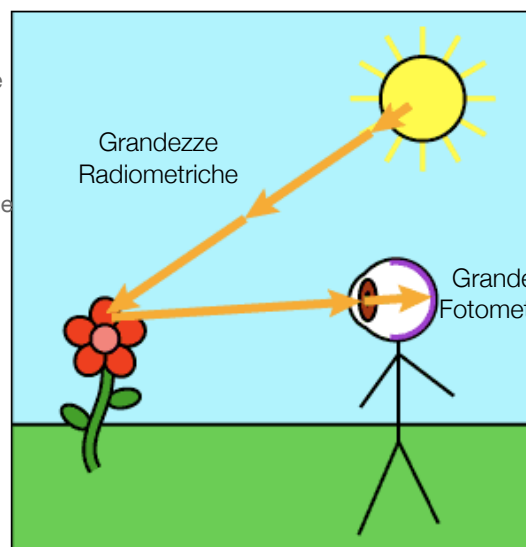
SI radiometry units

Quantity	Symbol	SI unit	Abbr.	Notes
Radiant energy	Q	joule	J	energy
Radiant flux	Φ	watt	W	radiant energy per unit time, also called <i>radiant power</i>
Radiant intensity	I	watt per steradian	$W \cdot sr^{-1}$	power per unit solid angle
Radiance	L	watt per steradian per square metre	$W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2}$	power per unit solid angle per unit <i>projected</i> source area. called <i>intensity</i> in some other fields of study.
Irradiance	E, I	watt per square metre	$W \cdot m^{-2}$	power incident on a surface. sometimes confusingly called "intensity".
Radiant exitance / Radiant emittance	M	watt per square metre	$W \cdot m^{-2}$	power emitted from a surface.
Radiosity	J or J_λ	watt per square metre	$W \cdot m^{-2}$	emitted plus reflected power leaving a surface
Spectral radiance	L_λ	watt per steradian per metre ³	$W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-3}$	commonly measured in $W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2} \cdot nm^{-1}$
	or L_ν	watt per steradian per square metre per hertz	$W \cdot sr^{-1} \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}$	
Spectral irradiance	E_λ	watt per metre ³	$W \cdot m^{-3}$	commonly measured in $W \cdot m^{-2} \cdot nm^{-1}$
	or E_ν	watt per square metre per hertz	$W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}$	

Ottica fisica:

//Radiometria e fotometria

- Energia radiante
- Flusso radiante
- Intensità radiante
- Irradimento
- Radianza



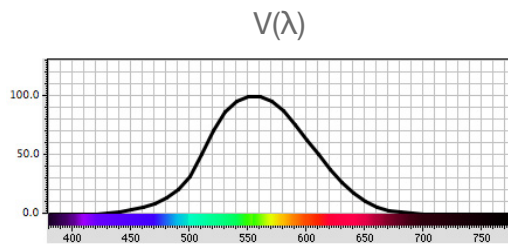
- Energia luminosa (lumen/sec)
- Flusso luminoso (lumen)
- Intensità luminosa
- Illuminamento ($lux = lumen \cdot m^{-2}$)
- Luminanza ($candele \cdot m^{-2}$)

Ottica fisica: //Radiometria e fotometria

- Ad ogni grandezza radiometrica corrisponderà una grandezza fotometrica che è la rispettiva grandezza radiometrica valutata secondo la risposta del sistema visivo umano.

Radiometria

- Energia radiante
- Flusso radiante
- Intensità radiante
- Irraggiamento
- Radianza



La funzione di efficienza luminosa fotopica spettrale relativa

Fotometria

- Energia luminosa (lumen/sec)
- Flusso luminoso (lumen)
- Intensità luminosa
- Illuminamento (lux = lumen m²)
- Luminanza (candele m²)

ne discuteremo più avanti....

Ottica fisica: radiometria //Grandezze radiometriche vs fotometriche

SI photometry units

Quantity	Symbol	SI unit	Abbr.	Notes
Luminous energy	Q_v	lumen second	lm·s	units are sometimes called <i>talbots</i>
Luminous flux	F	lumen (= cd·sr)	lm	also called <i>luminous power</i>
Luminous intensity	I_v	candela (= lm/sr)	cd	an SI base unit
Luminance	L_v	candela per square metre	cd/m ²	units are sometimes called "nits"
Illuminance	E_v	lux (= lm/m ²)	lx	Used for light <i>incident</i> on a surface
Luminous emittance	M_v	lux (= lm/m ²)	lx	Used for light emitted from a surface
Luminous efficacy		lumen per watt	lm/W	ratio of luminous flux to radiant flux
See also SI · Photometry · Radiometry				