



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse III - Paul Sabatier  
Discipline ou spécialité : *Acoustique Physique*

---

Présentée et soutenue par Gary JACQUS  
*Le 29 Mars 2011*

Titre

***Etude des caractéristiques acoustiques des matériaux alvéolaires  
utilisés pour la construction de parois dans le bâtiment***

---

### JURY

<b>Jean-Louis GUYADER</b>	<i>Professeur de l'INSA de Lyon, président du jury</i>
<b>Vincent GIBIAT</b>	<i>Professeur de l'Université Paul Sabatier Toulouse III, directeur de thèse</i>
<b>Philippe JEAN</b>	<i>Docteur Ingénieur HDR, CSTB Grenoble, co-directeur de thèse</i>
<b>Mabrouk BEN TAHAR</b>	<i>Professeur de l'Université de Technologie de Compiègne, rapporteur</i>
<b>Claude DEPOLLIER</b>	<i>Professeur de l'Université du Maine, rapporteur</i>
<b>Olivier DUPONT</b>	<i>Architecte DPLG, CTMNC, examinateur</i>
<b>Sylvain BERGER</b>	<i>Docteur Ingénieur, Saint-Gobain Isolation, invité</i>

---

**Ecole doctorale :** *Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés*

**Unité de recherche :** *Laboratoire PHASE*

**Directeur(s) de Thèse :** *Vincent GIBIAT et Philippe JEAN*



<b>CHAPITRE I</b>	<b>ETAT DE L'ART</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>QUELQUES CARACTERISTIQUES GENERALES DES PAROIS ALVEOLAIRES DE TERRE CUITE</b>	<b>9</b>
1.1	A L'ECHELLE DE LA TERRE CUITE	9
1.2	A L'ECHELLE DE LA BRIQUE	10
1.3	A L'ECHELLE DE LA PAROI MAÇONNEE	11
1.3.1.	Description du problème	11
1.3.2.	Analyse qualitative de quelques résultats d'essais.	11
<b>2</b>	<b>NOTION D'INDICE D'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE</b>	<b>12</b>
2.1	GENERALITES	12
2.2	CARACTERISATION EXPERIMENTALE DE L'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE D'UNE STRUCTURE	13
2.2.1.	Les différents chemins de transmission du son	13
2.2.2.	Principe de la mesure	14
2.2.3.	Problèmes liés à la mesure	16
<b>3</b>	<b>LES MODELES COURAMMENT UTILISES EN ACOUSTIQUE DU BATIMENT POUR LA PREDICTION DES PERTES EN TRANSMISSION DE PAROIS</b>	<b>17</b>
3.1	BREF HISTORIQUE	17
3.2	A PROPOS DES MODELES UTILISES	18
3.2.1.	Modèle de plaque épaisse	18
3.2.2.	Le modèle de plaque mince infinie	20
3.2.3.	Théorie modale des plaques minces finies	22
<b>4</b>	<b>COMPORTEMENT VIBRO-ACOUSTIQUE DES MURS DE BRIQUES ALVEOLAIRES : ETAT DE L'ART</b>	<b>23</b>
4.1	INTRODUCTION	23
4.2	DU POINT DE VUE DE LA MODELISATION	23
4.2.1.	Les approches « semi-analytiques »	23
4.2.2.	Les approches numériques	25
4.3	POINT SUR LES TRAVAUX EXPERIMENTAUX	29
<b>5</b>	<b>BILAN</b>	<b>32</b>
<b>CHAPITRE II</b>	<b>UNE APPROCHE SIMPLIFIEE DESTINEE AU CALCUL DE LA TRANSMISSION ACOUSTIQUE AU TRAVERS D'UNE PAROI ALVEOLAIRE</b>	<b>33</b>
<b>1</b>	<b>MODELISATION DES PERTES PAR TRANSMISSION</b>	<b>33</b>
1.1	INTRODUCTION	33
1.2	AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE D'UNE PAROI EPAISSE, HOMOGENE, ORTHOTROPE ET DE DIMENSIONS FINIES	35
1.2.1.	Cas d'une paroi infinie	35
1.2.2.	Prise en compte des dimensions finies de la paroi	39
1.2.3.	Bilan provisoire	41
<b>2</b>	<b>PROCESSUS D'HOMOGENEISATION DU MILIEU ALVEOLAIRE</b>	<b>41</b>
2.1	TOUR D'HORIZON ET LIMITATIONS DES TECHNIQUES EXISTANTES	41
2.2	APPLICATION D'UNE TECHNIQUE D'HOMOGENEISATION ADAPTEE AUX BRIQUES ALVEOLAIRES	43
2.2.1.	Principe de la méthode	43
2.2.2.	Mise en oeuvre	44
2.2.3.	Implémentation et premières applications	48
2.2.4.	Conclusion	50
<b>3</b>	<b>COMPARAISON ENTRE AFFAIBLISSEMENTS ACOUSTIQUES MESURES ET SIMULES DANS LE CADRE DU MODELE DE PLAQUE EPAISSE ORTHOTROPE FENETREE HOMOGENEISEE</b>	<b>50</b>

3.1	INTRODUCTION	50
3.2	RESULTATS OBTENUS	51
3.2.1.	Cas d'une paroi de briques de 20cm d'épaisseur à perforations verticales	51
3.2.2.	Etude d'une seconde paroi alvéolaire de 20cm d'épaisseur à perforations verticales	57
3.2.3.	Etude d'un mur de briques de 20cm d'épaisseur à perforations horizontales	59
3.2.4.	Cas d'un mur de briques de 37.5cm d'épaisseur	61
3.3	ORIGINE(S) DES ECARTS OBSERVES AUX « BASSES FREQUENCES »	64
3.3.1.	Position du problème	64
3.3.2.	Influence des locaux de mesure	64
3.3.3.	Influence des propriétés physiques du mur	66
3.3.4.	Application à la prédiction des pertes par transmission de parois alvéolaires en « basses fréquences »	67
3.4	CONCLUSION	67
<b>CHAPITRE III INVESTIGATIONS EXPERIMENTALES ET NUMERIQUES</b>		<b>69</b>
<b>1</b>	<b>ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE D'UNE PAROI ALVEOLAIRE DE TERRE CUITE</b>	<b>69</b>
1.1	INTRODUCTION	69
1.2	ESSAIS VIBRATOIRES SUR MUR	70
1.2.1.	Résultats expérimentaux	70
1.2.2.	Résultats numériques	72
1.2.3.	Bilan	76
1.3	APPLICATION DE L'HOLOGRAPHIE DE CHAMP PROCHE A L'ETUDE DU RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UN MUR DE BRIQUES	77
1.3.1.	Contexte	77
1.3.2.	Rappels sur les principes et limitations de la méthode	77
1.3.3.	Résultats obtenus sur une paroi alvéolaire	79
1.3.4.	Discussion des résultats dans le cadre du modèle de plaque épaisse orthotrope	83
1.3.5.	Conclusion	84
<b>2</b>	<b>ANALYSE DES HYPOTHESES INHERENTES AU MODELE VIBRATOIRE HOMOGENEISE</b>	<b>89</b>
2.1	INFLUENCE DE L'AIR EMPRISONNE DANS LES CAVITES D'UNE PAROI ALVEOLAIRE	89
2.1.1.	Position du problème	89
2.1.2.	Mise en équation du problème	91
2.1.3.	Simulation du couplage fluide-structure sous NASTRAN® et application aux parois alvéolaires	94
2.1.4.	Conclusion	99
2.2	DOMAINE DE VALIDITE DE L'HOMOGENEISATION DANS LE CAS DE PAROIS ALVEOLAIRES DE TERRE CUITE	100
2.2.1.	Introduction	100
2.2.2.	Première validation sur un cas test	100
2.2.3.	Influence des inhomogénéités sur le comportement acoustique d'une paroi alvéolaire en moyennes et hautes fréquences.	104
2.2.4.	Conclusion	111
2.3	DE LA BRIQUE HOMOGENEISEE AU MUR HOMOGENEISE	112
2.3.1.	L'homogénéisation de la brique seule suffit-elle ?	112
2.3.2.	Influence des joints	112
2.3.3.	Rôle du montage alterné des briques	115
2.4	CONCLUSION	117

<b>CHAPITRE IV</b>	<b><u>VERS UNE OPTIMISATION DES PROPRIETES ACOUSTIQUES D'UNE PAROI ALVEOLAIRE</u></b>	<b>119</b>
<b>1</b>	<b>OPTIMISATION BASEE SUR LE MODELE DE PLAQUE EPAISSE ORTHOTROPE</b>	<b>119</b>
1.1	INFLUENCE DES PARAMETRES MECANQUES DU TESSON	119
1.2	INFLUENCE DES PARAMETRES MECANQUES A L'ECHELLE DE LA BRIQUE	121
1.2.1.	Etude de sensibilité	122
1.2.2.	Quelques applications	123
1.2.3.	Conclusion	127
<b>2</b>	<b>ETUDE DE PAROIS ALVEOLAIRES A STRUCTURES IRREGULIERES</b>	<b>127</b>
2.1	POSITION DU PROBLEME	127
2.1.1.	Historique	127
2.1.2.	Objectifs	129
2.2	PROPRIETES ACOUSTIQUES D'UN MUR DE BRIQUES AUTO-SIMILAIRES	129
2.2.1.	Quelques définitions	129
2.2.2.	Analyse des paramètres effectifs	130
2.2.3.	Pertes par transmission de parois alvéolaires auto-similaires	132
2.3	INTERET DU PHENOMENE DE PIEGEAGE DU POINT DE VUE DE L'OPTIMISATION ACOUSTIQUE : MISE EN EVIDENCE SUR UN EXEMPLE	140
2.3.1.	Choix du profil alvéolaire et analyse préliminaire	140
2.3.2.	Discussion autour des pertes par transmission calculées	141
2.3.3.	A propos du phénomène de localisation à 3D	145
2.3.4.	Conclusion	147
<b>3</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>148</b>



## *Remerciements*

Mes premiers remerciements vont vers Vincent Gibiat, mon directeur de thèse, pour avoir accepté de diriger ce travail. Son accueil chaleureux au sein du laboratoire PHASE de Toulouse m'a permis d'évoluer dans un cadre de travail agréable. J'en profite pour remercier tous les membres du laboratoire pour la bonne ambiance qu'ils y font régner et pour les discussions enrichissantes que nous avons pu partager.

J'associe à ces remerciements Philippe Jean, mon co-directeur de thèse, pour son soutien, son sens de l'humour et sa précieuse aide tout au long de mon travail. Merci également à Michel Villot pour ses nombreux conseils, toujours bienveillants. J'en profite pour saluer Catherine Guigou ainsi que Pascal Ducruet du CSTB Grenoble pour m'avoir accordé de leur temps quand j'en avais besoin.

J'ai une pensée toute particulière pour Sylvain Berger, à l'origine de cette thèse, et cela pour beaucoup de raisons ! Tout d'abord, j'ai apprécié (et j'apprécie encore maintenant !) ton ouverture d'esprit qui a toujours fait de nos discussions un réel plaisir pour moi. Ta constance et tes nombreux conseils m'ont toujours été fort utiles. Merci pour tes nombreux encouragements, en particulier dans les moments difficiles qui ont ponctué ces 3 ans de thèse. Sylvain, une fois de plus, je te dis un GRAND MERCI !

Merci à Claude Depollier et Mabrouk Ben Tahar d'avoir accepté la tâche de rapporteur sur mon travail de thèse. Je remercie Jean-Louis Guyader de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de thèse. Merci également à Olivier Dupont d'avoir participé au jury et de m'avoir fait confiance tout au long de notre collaboration pour organiser mon temps entre Toulouse, Grenoble et Clamart. J'en profite pour remercier le CTMNC d'avoir financé cette thèse.

Courage pour mes compagnons de route qui sont encore en thèse au moment où j'écris ces lignes (Alain, Perrine, Marie-Fraise, Didier, Pierre de Grenoble notamment). Je voudrais terminer en remerciant ma famille qui m'est chère et que j'aime tant. Une pensée pour mes amis (Titi, Tayeb, Quentin, Arnold, Merhnoush, Romain) pour leur soutien et les bons moments passés en leur compagnie.





# INTRODUCTION

De nos jours, les contraintes imposées aux matériaux utilisés pour la construction de bâtiments sont multiples. Les ouvrages doivent respecter des réglementations nombreuses : sismique, incendie, environnementale, thermique et acoustique...

Par ailleurs, le secteur du bâtiment, qui englobe la fabrication des produits, la construction des bâtiments et leur consommation en usage, est le premier consommateur d'énergie devant les transports et l'industrie, en France comme en Europe. Il est également responsable de plus de 20% des émissions totales de CO<sub>2</sub><sup>1</sup>. La réduction des impacts énergétiques est donc un enjeu environnemental et économique majeur pour ce secteur. Dans ce contexte, les industriels de la terre cuite<sup>2</sup> cherchent à concevoir des matériaux de construction aptes à répondre à des réglementations thermiques toujours plus fortes en terme d'isolation.

Les matériaux alvéolaires en terre cuite (voir exemples ci-dessous) ont été développés, entre autres, pour répondre à ces exigences énergétiques.



Ils peuvent assurer à la fois la tenue mécanique du mur ainsi que son isolation thermique. Par rapport aux matériaux existants, certaines solutions ont même l'avantage de n'utiliser que l'air comme isolant, augmentant la durée de vie du produit et réduisant ses impacts sur l'environnement (isolation répartie).

Du fait de leur épaisseur, de leur inhomogénéité et de leur anisotropie, les lois physiques couramment utilisées dans le domaine de l'acoustique du bâtiment pour évaluer la performance acoustique des parois ne s'appliquent pas de manière satisfaisante aux murs maçonnés avec ces matériaux. Il est donc nécessaire de faire appel à d'autres approches pour comprendre la réponse du mur à une sollicitation acoustique.

<sup>1</sup> Chiffres donnés par le ministère de l'écologie, de l'énergie et du développement durable (cf. <http://www.logement.equipement.gouv.fr>).

<sup>2</sup> Le Centre Technique de Matériaux Naturels de Construction (CTMNC) représente la profession pour mener à bien diverses études (recherche et développement, essais, normalisation,...).

Ce travail de recherche, issu d'une collaboration entre le CTMNC, le CSTB et le laboratoire PHASE, a précisément pour objet de contribuer à la modélisation du comportement vibro-acoustique d'une paroi alvéolaire en terre cuite pour pouvoir, à terme, en améliorer les performances.

La modélisation de la propagation du son dans les matériaux inhomogènes est d'un grand intérêt dans de nombreux domaines : en sismique pour étudier la composition des roches, en aéronautique pour contrôler l'intégrité des matériaux composites...

Dans tous les cas, pouvoir relier les longueurs d'ondes mises en jeu à la taille caractéristique des inhomogénéités est essentiel pour analyser le comportement du milieu. Les théories d'homogénéisation sont un outil puissant pour appréhender les propriétés acoustiques de tels milieux. Partant d'une hypothèse « grandes longueurs d'ondes », elles décrivent la propagation au moyen de grandeurs macroscopiques qui intègrent les informations utiles sur la nature microscopique du système.

Dans une paroi maçonnée avec des briques alvéolaires, les sources d'inhomogénéités sont multiples. La présence de cavités d'air à l'échelle de la brique et de couches de joints ou d'enduits à l'échelle du mur rend le problème global d'autant plus délicat à traiter.

Nous exposons dans ce travail une approche simplifiée destinée au calcul de la transmission acoustique et basée sur un modèle vibratoire homogénéisé. L'un des enjeux sera de préciser et de valider les différentes hypothèses faites pour parvenir à une solution approchée du problème. Pour cela, plusieurs approches « théoriques » et expérimentales seront présentées et employées.

Ce mémoire s'articule en quatre parties. Le premier chapitre fait le point sur nos connaissances actuelles relatives aux propriétés d'une paroi alvéolaire et à la modélisation du comportement acoustique de structures complexes en général. On rappelle aussi la notion de pertes par transmission (et de sa mesure in situ) ainsi que les modèles simples utilisés en acoustique du bâtiment pour sa prédiction.

Le chapitre 2 présente le modèle vibro-acoustique retenu pour décrire les pertes par transmission d'un mur de briques alvéolaires. Une méthode hybride, couplant un calcul analytique pour la transmission et un processus numérique d'homogénéisation du matériau alvéolaire, est développée puis comparée à certains résultats de mesure. Le chapitre 3 propose une étude approfondie visant à valider les approximations faites au cours du chapitre 2. Diverses investigations sont menées et analysées. Le dernier chapitre (chapitre 4) propose quelques voies d'amélioration du comportement acoustique d'une paroi alvéolaire en terre cuite.

# Chapitre I ETAT DE L'ART

L'objet de cette première partie est de présenter les caractéristiques d'une paroi maçonnée avec des briques alvéolaires de terre cuite. On insiste sur les éléments qui la distinguent des parois rencontrées usuellement dans le bâtiment.

Nous rappelons ensuite un certain nombre de notions liées à la caractérisation expérimentale des pertes par transmission de structures (aussi appelées affaiblissements acoustiques). Dans le contexte de l'acoustique du bâtiment, c'est souvent la grandeur retenue pour évaluer les performances acoustiques d'une paroi.

La complexité d'un mur de briques alvéolaires se reflète sur les affaiblissements acoustiques mesurés en laboratoire. L'analyse de ces résultats expérimentaux nous conduira finalement à faire un état des lieux relatif à la modélisation des propriétés acoustiques d'une paroi alvéolaire de terre cuite.

## **1 Quelques caractéristiques générales des parois alvéolaires de terre cuite**

### ***1.1 A l'échelle de la terre cuite***

Il s'agit de l'échelle de base dans l'analyse plus globale du comportement acoustique d'un mur de briques. La terre cuite, aussi dite tesson de terre cuite, est issue de la cuisson d'un mélange (propre à chaque usine de fabrication) composé en grande partie d'argile [5].

Ce matériau présente une porosité complexe :

- Une première, dite ouverte (ie avec un réseau interconnecté de pores dans lequel l'air peut s'écouler), dont la répartition porométrique est généralement comprise entre  $0.01\mu\text{m}$  et quelques  $\mu\text{m}$ .
- La seconde est une porosité fermée. Elle peut être d'origine « naturelle » ou « artificielle ». Dans ce dernier cas, des substances porogènes (pâtes à papier, billes de polystyrène expansé, sciure,...) sont utilisées afin d'alléger le tesson (lors de la cuisson) et donc réduire sa conductivité thermique<sup>1</sup>.

A l'échelle macroscopique, cette source d'inhomogénéité est implicitement prise en compte lors de l'évaluation de ses propriétés physiques (masse volumique et modules élastiques). Enfin, puisque l'argile dépend de la nature des sols (variables d'une région à une autre) et que chaque site de fabrication dispose d'un procédé de fabrication qui lui est propre (mélange argileux, températures de cuisson et temps de cuisson peuvent fluctuer), on s'attend assez naturellement à observer une dispersion des paramètres physiques du tesson. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe A (paragraphe 2) pour une discussion détaillée de la dispersion observée.

---

<sup>1</sup> Ses performances d'isolation thermique s'en trouvent de fait améliorées.

## 1.2 A l'échelle de la brique

L'air étant un très bon isolant thermique naturel<sup>1</sup>, disposer d'une brique ayant une structure alvéolée permet d'améliorer simplement ses propriétés thermiques. Le mode de fabrication de ces briques, illustré Figure I.1, repose sur le procédé d'extrusion : il consiste à faire passer sous pression la terre crue dans une filière qui correspond au négatif du profil recherché. Les blocs sont ensuite débités à la longueur désirée avant d'être séchés puis cuits.

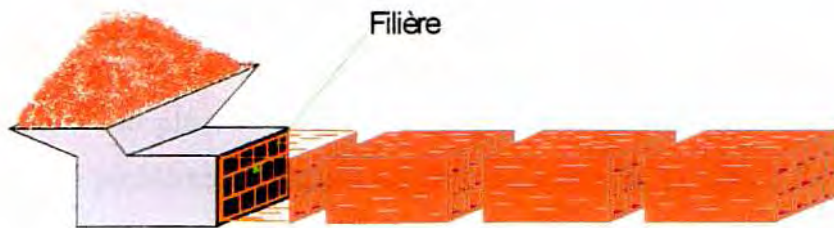


Figure I.1 Procédé de fabrication des briques alvéolaires.

Ce mode de fabrication n'est pas sans effet sur le tesson de terre cuite : l'extrusion induit une orientation préférentielle des feuillets d'argile selon une direction (celle d'extrusion). A l'échelle macroscopique, cela conduit à une anisotropie des propriétés physiques du tesson [5,6].

Les briques alvéolaires mises sur le marché présentent quatre caractéristiques majeures :

- Elles sont fortement inhomogènes de part la présence d'alvéoles d'air emprisonnées dans la structure. Cette hétérogénéité se caractérise par une taille typique de quelques cm.
- La répartition spatiale de ces inhomogénéités dans la brique obéit fréquemment à une loi périodique ou quasi-périodique (cf. Figure I.2).
- Le profil alvéolaire induit des propriétés mécaniques différentes de la brique selon la direction considérée. Un bloc alvéolaire est donc anisotrope.
- Il s'agit de structures dont l'épaisseur peut varier de 20 à 50cm<sup>2</sup>.



Figure I.2 Exemples de briques creuses rencontrées dans le bâtiment.

<sup>1</sup> A condition d'être immobile (sans convection).

<sup>2</sup> 2 types de briques existent sur le marché : la brique « de structure », utilisée pour maçonner un mur porteur, et la brique dite « de cloison » qui sert à séparer 2 locaux adjacents. Notre travail s'est focalisé sur les briques de structure.

## 1.3 A l'échelle de la paroi maçonnée

### 1.3.1. Description du problème

Les propriétés d'un mur de briques se distinguent de celle d'un bloc seul à plusieurs égards :

- Premièrement, les bords verticaux et horizontaux de chaque brique sont recouverts d'une couche plus ou moins épaisse de joints<sup>1</sup> afin d'assurer la stabilité mécanique de la paroi.
- En outre, une paroi alvéolaire de grandes dimensions (une dizaine de m<sup>2</sup> typiquement) peut être considérée avec une bonne approximation<sup>2</sup> comme une structure quasi périodique du fait du réseau alvéolaire lui-même (cf. 1.2).
- Des couches d'enduits (de quelques cm d'épaisseur) recouvrent toujours au moins l'une des faces du mur (pour des raisons d'étanchéité et d'esthétique notamment).

Les différents aspects du problème sont synthétisés Figure I.3.



Figure I.3 Illustration du caractère multi-échelle d'un mur alvéolaire.

En définitive, les propriétés acoustiques d'un mur de briques creuses sont a priori complexes car il s'agit de structures épaisses, inhomogènes, anisotropes et multicouches.

### 1.3.2. Analyse qualitative de quelques résultats d'essais.

Quelques exemples de pertes par transmission mesurées en laboratoire (cf. 2.2.2) sont reportés Figure I.4.

<sup>1</sup> On distingue usuellement deux types de montage. Le premier, dit à « joint traditionnel », consiste à appliquer une couche d'environ 1cm d'un joint de type mortier (dense et rigide). Le second, dit à « joint mince », utilise au contraire une très fine couche de colle (qui n'excède pas 2mm) comme liant entre blocs. De nos jours, la tendance est au montage à « joint mince » car ce dernier permet de limiter les ponts thermiques entre les deux faces du mur.

<sup>2</sup> En théorie une structure périodique est illimitée. Dans les faits, c'est une approximation pertinente dès que le nombre de périodes spatiales (associé aux inhomogénéités) est assez grand.

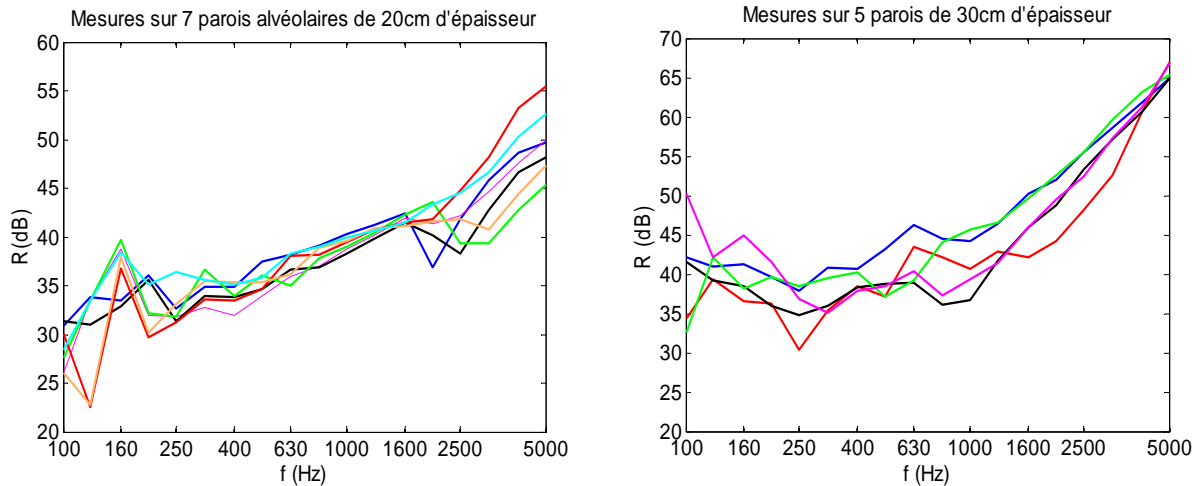


Figure I.4 Affaiblissements acoustiques expérimentaux (toutes les parois sont enduites sur une face). Représentation en 1/3 octave.

De nombreux accidents, globalement répartis sur l'ensemble du spectre audible [100Hz-5kHz] apparaissent. Entre 100Hz et 400Hz environ, on constate dans tous les cas un comportement chahuté. Plus haut en fréquence émergent des résonances situées dans des plages fréquentielles différentes selon le type de mur.

Les parois de 20cm d'épaisseur présentent un pic de transmission situé entre les 1/3 octave 2000Hz et 3000Hz. Il est intéressant de noter que les parois testées d'épaisseur plus importante présentent également une zone de résonances localisées à des fréquences plus basses, typiquement entre les 1/3 octave 800Hz et 1600Hz.

Ces courbes mettent en évidence un comportement vibro-acoustique complexe que nous essaierons d'expliquer au travers de ce travail.

## 2 Notion d'indice d'affaiblissement acoustique

### 2.1 Généralités

Le coefficient de transmission (énergétique)  $\tau$  d'une structure vibrante est défini comme le rapport entre la puissance rayonnée par la face « aval » de la paroi et la puissance de l'onde incidente « amont ». En acoustique du bâtiment, on choisit souvent d'introduire l'indice d'affaiblissement acoustique R :

$$R_{dB} = -10 \log(\tau), \tau = \frac{W_{tr}}{W_{inc}} \quad \text{éq. I.1}$$

Cette expression est valable quelque soit le type d'excitation. En pratique, la mesure de cette grandeur est souvent réalisée à partir de champs acoustiques assimilés à des champs diffus<sup>1</sup>. Dans ce cas, la puissance incidente prend la forme suivante :

<sup>1</sup> C'est-à-dire un champ résultant de la superposition d'ondes planes de même intensité, non corrélées et de directions équiprobables.

$$W_{inc}^d = \iint_{\Omega} I_{inc}(\theta, \varphi) \vec{u}_{inc} \cdot \vec{n} dS d\Omega = I.S \iint_{\Omega} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi = \pi.I.S \quad \text{éq. I.2}$$

Où  $\vec{n}$  est la normale à la paroi de surface  $S$ , la sommation portant sur l'angle solide  $\Omega(\theta, \varphi)$  (cf. Figure I.5).

Par définition, la puissance transmise s'écrit :

$$W_{tr}^d = \tau_d W_{inc}^d = I.S \iint_{\Omega} \tau_{OP}(f, \theta, \varphi) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad \text{éq. I.3}$$

$\tau_{OP}$  étant le coefficient de transmission de la paroi pour une onde plane incidente et  $f$  la fréquence d'excitation.

De là vient l'expression de l'affaiblissement acoustique d'une paroi quelconque soumise à un champ diffus :

$$R_d = -10 \log(\tau_d), \quad \tau_d = \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \tau_{OP}(f, \theta, \varphi) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad \text{éq. I.4}$$

Dans les faits, il est fréquent de limiter la borne d'intégration de l'angle  $\theta$  à un angle limite  $\theta_{max}$  inférieur à  $90^\circ$ <sup>1</sup> afin de mieux corrélérer prédictions et mesures dans les basses fréquences. Cet « artifice » tient compte du fait qu'en réalité une onde en incidence rasante parfaite n'existe pas<sup>2</sup>.

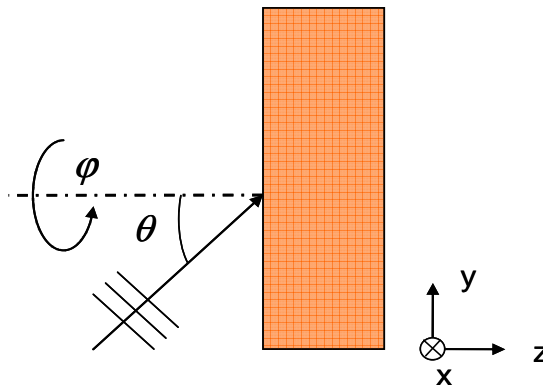


Figure I.5 Paroi soumise à une excitation de type champ diffus, avec  $0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \theta_{max}$

## 2.2 Caractérisation expérimentale de l'affaiblissement acoustique d'une structure

### 2.2.1. Les différents chemins de transmission du son

<sup>1</sup> Souvent pris voisin de  $80^\circ$ , voir la référence [2] par exemple.

<sup>2</sup> La relation (éq. I.4) s'écrit alors :  $\tau_d = \frac{2}{\pi(1 - \cos(2\theta_{max}))} \iint_{\Omega} \tau_{OP}(f, \theta, \varphi) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi$

En principe, l’affaiblissement acoustique est une grandeur intrinsèque à la paroi testée. Expérimentalement, une paroi est souvent un élément d’une structure plus globale, ce qui a pour conséquence d’augmenter les chemins de transmission des vibrations. On distingue ainsi les transmissions directes des transmissions latérales (cf. Figure I.6).

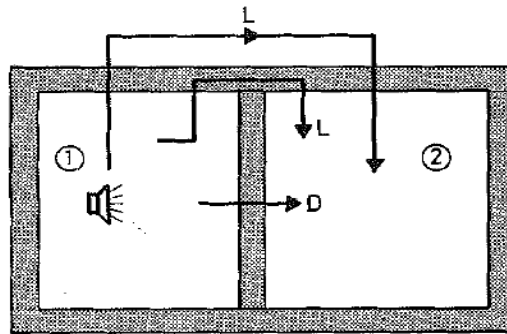


Figure I.6 Distinction entre transmissions directe (D) et latérale (L) (extrait de [12]).

Mesurer les pertes par transmission (directes) d’une structure nécessite donc de la « désolidariser » de son environnement.

### 2.2.2. Principe de la mesure

Dans cette étude, le principe de la mesure des pertes par transmission sur mur est standardisé et suit une norme [94]. Rappelons-en brièvement les fondements.

Une situation particulièrement favorable pour la caractérisation de puissances sonores est réunie lorsque le champ de pression est diffus<sup>1</sup>. L’usage de salles dites réverbérantes est un moyen commode pour obtenir de tels champs acoustiques. Dans un espace clos, il existe en effet une certaine fréquence à partir de laquelle la pression y est sensiblement homogène en tout point [4]. Ceci est bien évidemment lié à l’augmentation de la densité de modes excités dans le local.

En pratique, la paroi à caractériser est placée entre deux salles réverbérantes, comme indiqué Figure I.7.

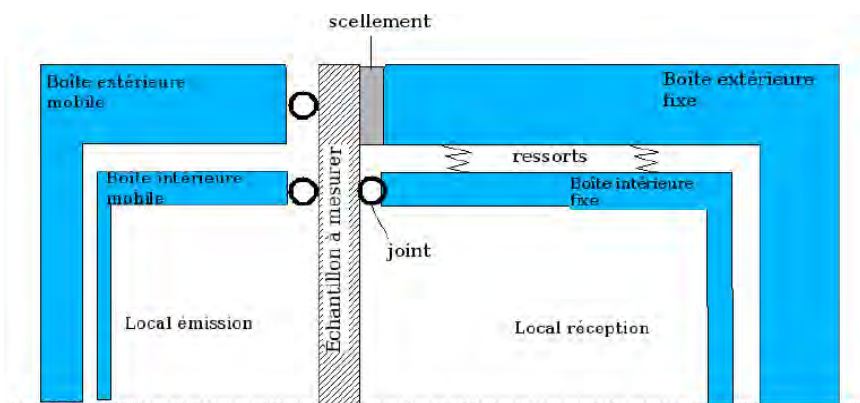


Figure I.7 Exemple de dispositif expérimental permettant de caractériser les pertes en transmission (directe) d’une paroi.

<sup>1</sup> Il existe alors une relation simple liant intensité acoustique et pression efficace :  $I = \frac{\langle p^2 \rangle_t}{4\rho_{\text{air}}c_{\text{air}}}$



Sachant que les mesures effectuées sont le plus souvent de type « microphonique », les pressions mesurées sont des pressions quadratiques moyennes<sup>1</sup>. Sous l'hypothèse de champ diffus, la puissance incidente dans le local d'émission s'écrit simplement :

$$W_{\text{inc}} = \frac{\langle p_1^2 \rangle_t}{4\rho_{\text{air}}c_{\text{air}}} S_1 \quad \text{éq. I.5}$$

$\rho_{\text{air}}c_{\text{air}}$  étant l'impédance de l'air et  $S_1$  la surface de la paroi (les indices 1 et 2 se réfèrent respectivement aux salles d'émission et de réception).

En régime établi, la puissance émise par la paroi dans le local récepteur est égale à la puissance dissipée par les parois, d'où :

$$W_{\text{tr}} = \frac{\langle p_2^2 \rangle_t A}{4\rho_{\text{air}}c_{\text{air}}} \quad \text{éq. I.6}$$

A étant l'aire d'absorption de la salle de réception, souvent déterminée par des mesures classiques de temps de réverbération [4]. Finalement, l'expression (éq. I.1) de l'affaiblissement acoustique devient :

$$R_{\text{mesuré}}^d = L_1 - L_2 + 10 \log \left( \frac{S_1}{S_2 \alpha_2} \right), L_1 - L_2 = 10 \log \left( \frac{\langle p_1^2 \rangle_t}{\langle p_2^2 \rangle_t} \right) \quad \text{éq. I.7}$$

*Remarque* : il est courant, en acoustique du bâtiment, de voir des grandeurs telles que l'affaiblissement acoustique représentées par bandes de fréquences discrètes<sup>2</sup> (usuellement le 1/3 octave). Après avoir décomposé le spectre en bandes fréquentielles prédéfinies<sup>3</sup>, on procède à une sommation énergétique de toutes les composantes contenues dans chaque bande.

Mathématiquement, cette opération de filtrage se traduit par :

$$\tau_{1/3} = \frac{\int_{\delta f} W_{\text{tr}} \delta f}{\int_{\delta f} W_{\text{inc}} \delta f} = \frac{1}{\delta f} \int_{\delta f} \frac{W_{\text{tr}}}{W_{\text{inc}}} \delta f = \frac{1}{\delta f} \int_{\delta f} \tau \delta f \quad \text{éq. I.8}$$

Où l'on a supposé que la puissance incidente correspondait à un champ diffus,  $\delta f$  étant la largeur de chaque bande et  $\tau$  le coefficient de transmission en bandes fines.

<sup>1</sup> Chaque microphone est fixé sur un bras tournant effectuant une rotation complète au cours de chaque mesure. La pression efficace mesurée s'écrit alors  $\langle p^2 \rangle_t = \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt$ ,  $T$  étant la période de rotation du bras tournant.

<sup>2</sup> Essentiellement pour des raisons d'analyse de résultats.

<sup>3</sup> Chaque bande se caractérise par sa fréquence centrale  $f_0$  et sa largeur  $\delta f = f_{\text{max}} - f_{\text{min}} = (2^{1/6} - 2^{-1/6})f_0$ .

La Figure I.8 représente un exemple d’affaiblissement acoustique simulé en « bandes fines » (pas fréquentiel de 1Hz) et en 1/3 octave. Cette dernière représentation permet de faire émerger de façon lisible un comportement fréquentiel moyen. Le passage d’une réponse fréquentielle fine à une réponse moyennée induit néanmoins une perte d’information importante [1].

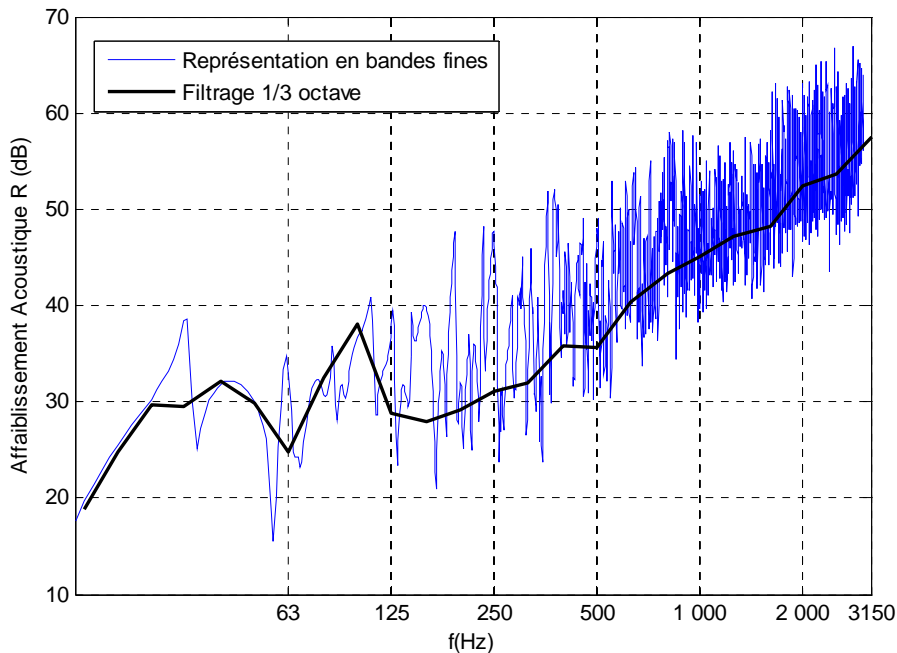


Figure I.8 Différentes représentations de l’affaiblissement acoustique R d’une paroi.

Ces représentations seront toutes deux largement utilisées au cours de cette étude.

### 2.2.3. Problèmes liés à la mesure

L’hypothèse majeure repose sur la diffusivité des champs acoustiques dans les locaux de mesure.

Pour que la réponse fréquentielle d’une salle soit « continue », il est nécessaire que la distance (en fréquence) séparant deux modes successifs, notée  $\Delta f_m$ , soit nettement inférieure à la largeur de bande de chaque mode propre.

Plaçons-nous dans le cadre de la théorie de Sabine [4] et supposons connue la densité modale de la salle<sup>1</sup>. On montre que l’hypothèse de champ diffus est pertinente au dessus d’une certaine fréquence, connue sous le nom de fréquence de Schroeder en acoustique des salles :

$$f_s = c_{\text{air}} \sqrt{\frac{3}{A}} \cong 4.32 c_{\text{air}} \sqrt{\frac{T_R}{V}} \quad \text{éq. I.9}$$

<sup>1</sup> Pour une salle rectangulaire de volume assez grand, on en déduit ainsi l’espacement moyen entre 2

modes :  $\Delta f_m \approx \frac{c_{\text{air}}^3}{4\pi f^2 V}$  (cf. [12]).

Le  $T_R$  étant le temps de réverbération de la salle (temps nécessaire à l'intensité acoustique émise pour décroître de 60dB après extinction de la source).

Pour avoir un ordre d'idée, les locaux de mesure normalisés ont un volume voisin de  $80\text{m}^3$  pour un temps de réverbération de l'ordre de la seconde, soit une fréquence de Schroeder proche de 160Hz !

Ce constat doit malgré tout être tempéré car de nombreuses précautions sont généralement prises pour améliorer la diffusivité des champs acoustiques dans cette gamme de fréquences (augmentation du nombre de sources et choix judicieux de leur position dans la salle émettrice, mise en place de panneaux diffuseurs afin d'atténuer les premiers modes de locaux...). La Figure I.9 illustre ce point.

Une autre source d'incertitude tient au mode de fixation de la paroi aux bords du cadre séparant les deux locaux. D'un essai à l'autre, les conditions aux limites sont en effet susceptibles de varier, ce qui peut se traduire par une mauvaise répétabilité de la mesure en « basses fréquences ».



Figure I.9 Photographies du dispositif expérimental dans les locaux d'émission (b) et de réception (a).

### **3 Les modèles couramment utilisés en acoustique du bâtiment pour la prédiction des pertes en transmission de parois**

#### ***3.1 Bref historique***

Les modèles vibro-acoustiques utilisés en acoustique du bâtiment pour évaluer l'affaiblissement acoustique d'une paroi reposent très souvent sur une hypothèse majeure : l'homogénéité de la structure, qui peut alors être définie au moyen de paramètres usuels simples (masse volumique, module d'Young, etc...).

Rayleigh (1878) fut le premier à traiter le cas le plus simple, à savoir la transmission d'une onde incidente par une couche fluide. Dans le cas d'une incidence normale, le résultat établi par Rayleigh s'applique également au cas d'une plaque solide isotrope

puisque cette dernière n'est le siège que d'ondes de volume longitudinales. A suffisamment basses fréquences, le coefficient de transmission se réduit à la loi de masse : la transmission ne dépend plus que de l'impédance du fluide environnant, de la masse volumique de la plaque et de la fréquence d'excitation [7] (Berger, 1911).

Le cas d'une plaque isotrope d'épaisseur quelconque a été résolu par Reissner en 1938 [8]. En 1942, Cremer [9] montre que le formalisme se réduit notablement dans la limite des grandes longueurs d'ondes, la vibration de la plaque étant alors gouvernée par des ondes de flexion. C'est à cette occasion qu'il découvre l'important phénomène de coïncidence : il n'y a pas de perte par transmission lorsque la projection de la longueur d'onde de flexion sur la direction de l'onde incidente est égale à la longueur d'onde dans l'air. Notons que cette propriété, essentielle en pratique pour bon nombre de parois, résulte de la nature dispersive des ondes de flexion.

50 ans plus tard, Skelton & James [10] résolvent le problème de la transmission au travers d'une paroi dont l'épaisseur et l'anisotropie sont quelconques.

A partir de la seconde moitié du 20<sup>ème</sup> siècle les premiers travaux portant sur l'influence des dimensions finies de parois minces sur la transmission apparaissent [11-13] (Spronck, 1971 ; Lesueur & Guyader, 1975, 1988).

Aujourd'hui encore, seul le cas de géométries et conditions aux limites simples permet un traitement analytique complet. Les cas plus complexes sont traités de façon approchée [14] ou numériquement [15].

Nous exposons au paragraphe suivant ces différentes approches en partant du modèle général de la plaque épaisse pour aboutir au cas particulier de la plaque mince en flexion.

## 3.2 A propos des modèles utilisés

### 3.2.1. Modèle de plaque épaisse

Considérons une paroi d'épaisseur  $h$ , immergée dans l'air. Par souci de simplicité, on suppose pour l'instant la paroi isotrope (caractérisée par son module d'Young  $E$  et son coefficient de Poisson  $\nu$ ). Si une onde plane incidente arrive sur la paroi, l'expression du facteur de transmission est [4] :

$$\tau(f, \theta) = \left| \frac{2Z}{(M_{11} + M_{22})Z + M_{21} + M_{12}Z^2} \right|^2, Z = \frac{Z_{\text{air}}}{\cos(\theta)} \quad \text{éq. 1.10}$$

où  $M_{ij}$ ,  $i,j=1,2$  sont les éléments de la matrice reliant vitesse et contrainte normale à l'entrée et à la sortie de la plaque,  $Z_{\text{air}} = \rho_a c_a$  et  $f$  la fréquence.

En incidence normale, cette expression présente des maxima pour une série discrète de fréquences  $f_n = n c_L / 2h$  ( $n$  entier positif),  $c_L$  étant la célérité des ondes longitudinales dans la plaque : la transmission résulte des résonances des ondes de volume  $L$  dans la plaque.

La nature de la transmission change radicalement si maintenant l'incidence est quelconque. On sait en effet qu'au dessus des angles critiques associés aux ondes

longitudinale et de cisaillement<sup>1</sup>, l'onde transmise dans la paroi est une onde de surface. Lamb, en 1918, montre que l'interaction de ces ondes de surfaces (ondes de Rayleigh) entre les deux bords de la plaque conduit à un ensemble discret de modes dispersifs : les modes de Lamb [16].

Dans le cas fréquent où le fluide environnant est l'air, ces modes de plaque jouent un rôle majeur dans la transmission du son car les angles critiques n'excèdent pas quelques degrés pour la plupart des parois utilisées dans le bâtiment<sup>2</sup>. Ceci est d'autant plus vrai qu'en pratique le champ incident est un champ diffus, c'est-à-dire une superposition d'ondes planes ayant des incidences aléatoires.

La Figure I.10 représente l'affaiblissement acoustique d'une paroi isotrope de 20cm lorsque celle-ci est soumise à une onde plane en incidence normale ou à un champ diffus. En incidence normale, nous observons les deux premières résonances de l'onde L (localisées à environ 7.05kHz et 14.1kHz).

Dans une situation de champ diffus, l'interprétation nécessite d'analyser les courbes de dispersion des ondes de Lamb [17].

En basses fréquences, on montre qu'il existe 2 modes sans fréquence de coupure : le mode antisymétrique noté  $A_0$  et le mode symétrique  $S_0$ . Seul le mode  $A_0$  est susceptible de rayonner car à ce mode est associée une large déflexion normale (au plan de la paroi). Comme nous allons le voir, la chute observée vers 130Hz correspond au phénomène de coïncidence mis en évidence par Cremer [9]. Notons que cet accident n'apparaît pas en incidence normale, signe que la nature des ondes se propageant dans la paroi diffère selon l'excitation acoustique.

L'analyse des déformées associées aux modes de Lamb d'ordres supérieurs montre que seuls les modes symétriques  $S_n$  ( $n$  un entier impair) et antisymétriques  $A_n$  (avec  $n$  entier pair) peuvent rayonner dans l'air [17] à partir de leurs fréquences de coupures respectives :

$$f_{S_{n \text{ impair}}, A_{n \text{ pair}}}^{\text{coup}} = \frac{n}{2h} c_L, n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{éq. I.11}$$

<sup>1</sup> La généralisation à une plaque anisotrope est immédiate : il n'y a plus d'onde de volume transmise dès que  $\theta > \theta_i^c = \arcsin\left(\frac{c_{\text{air}}}{c_i}\right)$ ,  $c_i$  étant la vitesse de propagation du mode quasi-longitudinal et des 2 modes quasi-transverses.

<sup>2</sup> Pour une paroi en béton (par exemple), on a  $\theta_c^{\text{long}} \approx 5^\circ$  et  $\theta_c^{\text{cis}} \approx 8^\circ$ .

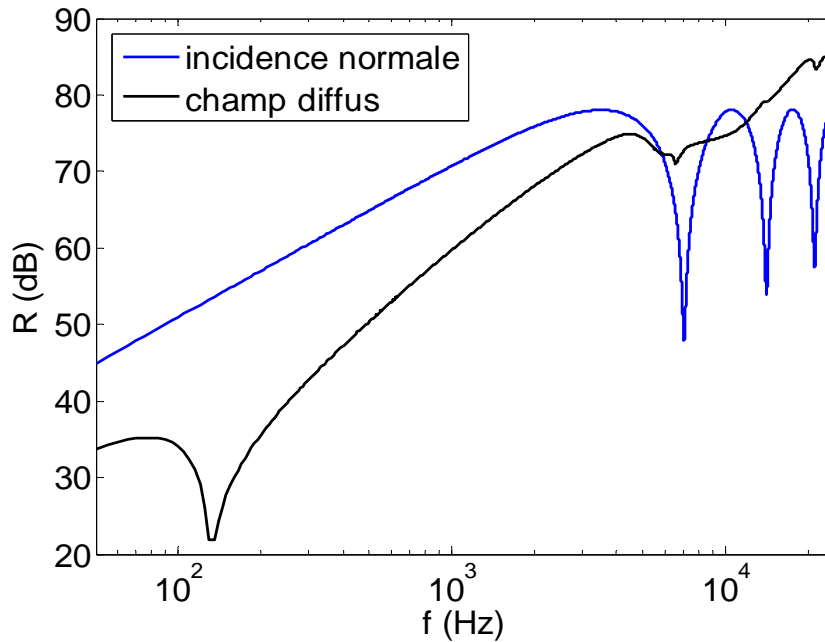


Figure I.10 Influence du champ excitateur sur les pertes par transmission d'une paroi ( $h=20\text{cm}$ ,  $E=13.6\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\rho=2300\text{kg/m}^3$ ).

Avec une vitesse de propagation des ondes L de 2821m/s pour la paroi étudiée, on visualise effectivement Figure I.10 la résonance associée au premier mode d'épaisseur  $S_1$  aux environs de 7.05kHz ainsi que celles des modes  $A_2$  et  $S_3$  vers 14.1kHz et 21.1kHz. Il apparaît clairement que le facteur de rayonnement d'un mode dépend grandement de la fréquence.

### 3.2.2. Le modèle de plaque mince infinie

Lorsque la longueur d'onde des vibrations est grande devant l'épaisseur de la plaque, l'équation de dispersion relative au mode de Lamb  $A_0$  se réduit à [17,18] :

$$\omega^2 \cong \frac{k^4 h^2}{12} \frac{E}{\rho(1-\nu^2)} \quad \text{éq. I.12}$$

$k$  étant le vecteur d'onde associé à ce mode.

Dans le domaine de Fourier, une multiplication par  $i\omega$  correspond à une dérivation temporelle et une multiplication par  $ik$  est une dérivation par rapport aux coordonnées spatiales. Il s'ensuit que l'expression (éq. I.12) est formellement identique à l'équation de flexion d'une plaque mince :

$$\left( B\Delta^2 + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_z(x, y, t) = 0 \quad \text{éq. I.13}$$

où le déplacement transversal et le module de rigidité en flexion sont respectivement  $u_z$  et  $B=Eh^3/12(1-\nu^2)$ .

Nous retrouvons donc bien que le mode  $A_0$  s'identifie au mode de flexion des plaques minces dans la limite des basses fréquences. L'intérêt d'un modèle approché de plaque

mince est sa simplicité. En champ diffus, la transparence de la structure prend la forme [12]:

$$\tau(\omega) = \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)d\theta d\varphi}{\left(1 + \frac{\omega^3 \rho_s \eta \cos(\theta)}{2\omega_{\text{coinc}}^2 Z_{\text{air}}}\right)^2 + \left(\frac{\cos(\theta)\omega \rho_s}{2Z_{\text{air}}}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{coinc}}}\right)^2\right)^2} \quad \text{éq. I.14}$$

$\rho_s$  étant la masse surfacique de la paroi,  $\eta$  son facteur de perte (cf. annexe C) et  $\omega_{\text{coinc}}$  la pulsation de coïncidence associée à une onde plane d’incidence  $\theta$ . Cette expression est également valable pour une paroi anisotrope à condition de considérer un module de rigidité en flexion fonction de l’angle  $\varphi$  (cf. Figure I.5) [19].

Afin d’apprécier le domaine de validité de la théorie des plaques minces, comparons pour la structure étudiée plus haut les d’affaiblissement acoustique calculés via ce modèle simplifié et celui de plaque épaisse (cf. Figure I.11). Comme prévu, on observe dans les deux cas le phénomène de coïncidence localisé à la fréquence critique (vers 125Hz dans le cas présent) [12] :

$$f_c = \frac{c_{\text{air}}^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} \quad \text{éq. I.15}$$

Nous voyons sur cet exemple que tenir compte uniquement du mode de flexion dans le rayonnement est une bonne approximation sur une large partie du spectre d’intérêt. Un décrochage du modèle de plaque mince émerge néanmoins dès 2kHz. Au-delà, seul le modèle complet permet de rendre compte du comportement du mur, en particulier du rayonnement des modes de Lamb d’ordres supérieurs ( $S_1, \dots$ ).

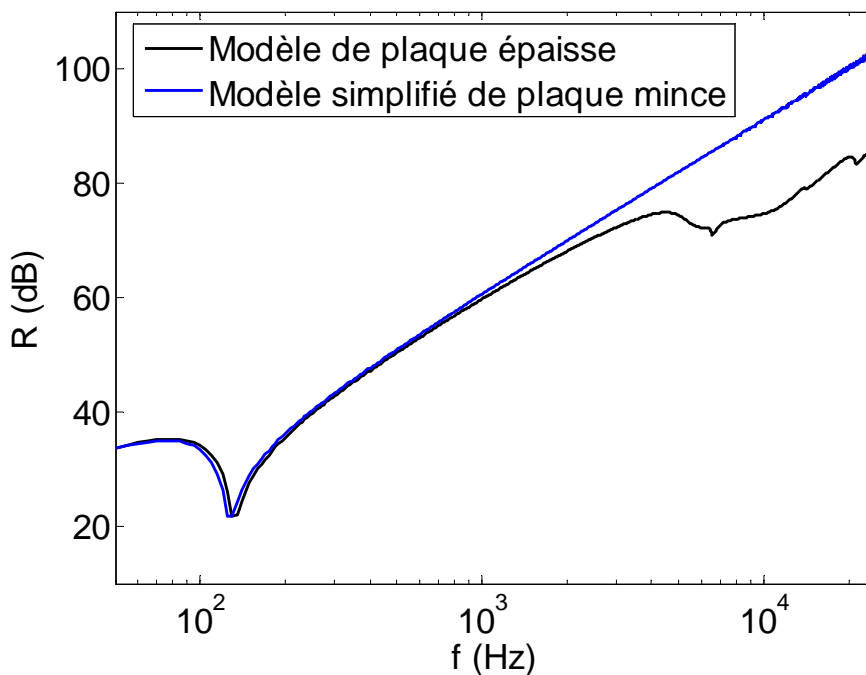


Figure I.11 Domaine de validité du modèle de plaque mince : mise en évidence sur un exemple.

En définitive, une analyse préliminaire du produit fréquence par épaisseur de la plaque ainsi que de ses propriétés physiques (densité et coefficients élastiques) est nécessaire afin d'utiliser le modèle de transmission adapté.

### 3.2.3. Théorie modale des plaques minces finies

Un autre élément à considérer est le comportement modal d'une paroi lorsque les longueurs d'ondes mises en jeu sont du même ordre de grandeur que ses dimensions. En supposant la plaque (de surface  $S=L_x \times L_y$ ) simplement appuyée à ses bords, il est possible d'exprimer analytiquement son coefficient de transmission [12] :

$$\tau(\omega) = \frac{16\pi Z_{\text{air}}^2 \omega^2}{S^2} \iint_{\Omega} \sum_{m,n} \frac{|F(u_{mn})|^2}{|i(2\omega Z_{\text{air}} + \eta \rho_s \omega_{mn}^2) - \rho_s (\omega^2 - \omega_{mn}^2)|^2} \sin(\theta) d\theta d\phi \quad \text{éq. I.16}$$

$$F(u_{mn}) = \frac{2}{\sqrt{S}} \int_0^{L_x} \sin\left(\frac{m\pi x_0}{L_x}\right) e^{i\frac{\omega}{c_{\text{air}}} \sin(\theta) \cos(\phi) x_0} dx_0 \int_0^{L_y} \sin\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right) e^{i\frac{\omega}{c_{\text{air}}} \sin(\theta) \sin(\phi) y_0} dy_0$$

Cette expression est valable que la paroi soit isotrope ou non, à condition de considérer le « bon » ensemble de pulsations propres  $\omega_{mn}$  de la plaque.

Lesueur et Guyader [13] montrent que la fréquence critique s'interprète ici en terme de coïncidence fréquentielle (réponse vibratoire forte au voisinage d'une fréquence propre de la plaque) et bi-spatiale (ondes incidente et stationnaire dans la plaque qui ont des déformées géométriques proches) entre l'onde incidente et les modes dans la structure. L' éq. I.16 est utilisée pour simuler l'affaiblissement acoustique d'un vitrage de dimensions  $2.4 \times 1.2 \times 0.0062 \text{m}^3$  (cf. Figure I.12). On retrouve notamment une chute à la fréquence critique de la plaque, située vers 1860Hz.

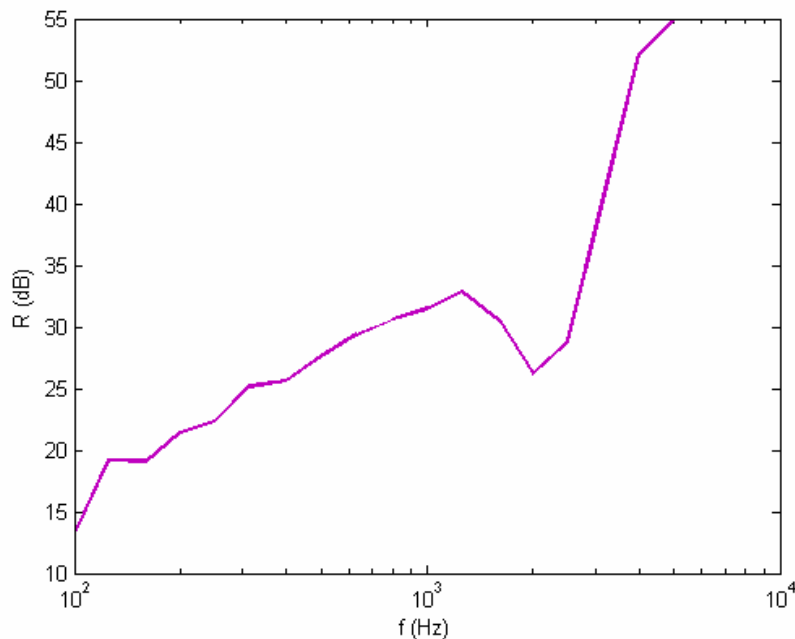


Figure I.12 Pertes par transmission (en 1/3 octave) d'une paroi de verre de 6.2mm ( $E=69\text{GPa}$ ,  $\nu=0.1$ ,  $\rho=2500\text{kg/m}^3$  et  $\eta=2\%$ ).



## 4 Comportement vibro-acoustique des murs de briques alvéolaires : Etat de l’art

### 4.1 Introduction

Les modèles « simples » exposés ci-dessus sont basés sur plusieurs hypothèses : homogénéité du milieu de propagation, géométries et conditions aux limites simples. Dans le cas d’une paroi alvéolaire en terre cuite, ces hypothèses ne sont pas vérifiées (cf. paragraphe 1). Des approches plus complexes doivent donc être considérées.

### 4.2 Du point de vue de la modélisation

#### 4.2.1. Les approches « semi-analytiques »<sup>1</sup>

Un mur de brique peut être assimilé à une structure plane périodique dans un plan et inhomogène dans la direction perpendiculaire (à ce plan). A notre connaissance, seules des versions très simplifiées de ce problème ont pu être traitées [25-26].

Dans un contexte d’acoustique du bâtiment, une exception notable est donnée par Maysenholder et Haberken [27] qui traitent du problème général de la transmission au travers d’une paroi périodique et inhomogène. Nous en rappelons ici les principaux résultats.

La périodicité 2D de la paroi est décrite par la structure de la cellule de base. Cette dernière étant définie par deux vecteurs primitifs  $\vec{a}_x$  et  $\vec{a}_y$ , on introduit un ensemble de vecteurs notés  $\vec{g}^n$  permettant d’engendrer le réseau :

$$\vec{g}^n = n_x \vec{a}_x + n_y \vec{a}_y, \mathbf{n} \equiv \vec{n} = (n_x, n_y) \quad \text{éq. I.17}$$

Dans le cas d’un mur maçonné avec des briques creuses, une solution possible serait d’associer un premier vecteur primitif à la taille d’une alvéole et le second à une hauteur (ou largeur) de brique pour modéliser les joints (cf. Figure I.3).

Toute grandeur physique  $M(\vec{r})$  ayant la périodicité du réseau peut se développer en série de Fourier :

$$M(\vec{r}) = M(\vec{r} + \vec{g}^n) = \sum_{n_x, n_y} M^n \exp(i \vec{G}^n \cdot \vec{r}) \quad \text{éq. I.18}$$

Ce développement fait apparaître une somme d’ondes planes caractérisées par des vecteurs d’ondes  $\vec{G}^n$  appelés vecteurs du réseau réciproque ( $\delta_{ij}$  étant le symbole de Kronecker) [15] :

$$\begin{aligned} \vec{G}^n &= n_x \vec{A}_x + n_y \vec{A}_y \\ \vec{A}_i \cdot \vec{a}_j &= 2\pi \delta_{ij} \end{aligned} \quad \text{éq. I.19}$$

<sup>1</sup> Modéliser un problème complexe aboutit le plus souvent à des expressions formelles nécessitant une implémentation numérique. C’est pourquoi nous préférons parler d’approche « semi-analytique ».

Le calcul de la transmission nécessite de connaître le champ de déplacement dans le mur. En général, ce champ doit satisfaire à l'équation du mouvement dans un solide inhomogène ainsi qu'aux relations de continuité aux interfaces avec l'air.

Une représentation sous la forme d'une superposition d'ondes usuelles (type ondes planes ou ondes de Bloch dans le cas périodique) n'étant plus pertinente a priori, on pose :

$$\begin{aligned} u(\vec{r}) &= \bar{A}(\vec{r}) \exp(\vec{k}_{inc} \cdot \vec{r}) \\ \bar{A}(\vec{r}) &= \bar{A}(\vec{r} + \vec{g}^n) = \sum_{\mathbf{m}} \bar{A}^{\mathbf{m}}(z) \exp(i\vec{G}^{\mathbf{m}} \cdot \vec{r}) \\ \bar{A}^{\mathbf{m}}(z) &= \sum_{\mu} \bar{A}^{\mathbf{m}\mu} \xi^{\mu}(z) \Rightarrow u(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{m}\mu} \bar{A}^{\mathbf{m}\mu} \exp[i(\vec{G}^{\mathbf{m}} + \vec{k}_{inc}) \cdot \vec{r}] \xi^{\mu}(z) \end{aligned} \quad \text{éq. I.20}$$

Dans le plan  $(x,y)$ , cette représentation est bien compatible avec la condition de périodicité de la plaque. Un développement sur une base de fonctions  $\xi^{\mu}$  tenant compte des inhomogénéités selon l'épaisseur est également introduit. Dans le cas d'une paroi de briques, cette fonction doit par exemple modéliser l'inhomogénéité du profil alvéolaire (dans l'épaisseur) ainsi que la présence d'enduit(s).

Physiquement, la paroi se comporte comme un réseau diffractant et chaque onde diffractée d'ordre  $\mathbf{m}^1$  est caractérisée par un coefficient de transmission  $T^{\mathbf{m}}$ .

On montre que l'indice d'affaiblissement acoustique (en champ diffus) d'une paroi d'épaisseur  $h$ , périodique dans le plan  $(x,y)$  et inhomogène selon l'épaisseur s'écrit :

$$\begin{aligned} R^d &= -10 \log \left( \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \sum_{m_x=0}^{2a_x/\lambda_{air}} \sum_{m_y=0}^{2a_y/\lambda_{air}} \cos(\theta^{\mathbf{m}}) |T^{\mathbf{m}}|^2 d\Omega \right), \\ T^{\mathbf{m}} &= \exp(-i\gamma^{\mathbf{m}}h) \frac{\omega^2 \rho_{air}}{i P_{inc} \gamma^{\mathbf{m}}} \sum_{\nu} A_3^{\mathbf{m}\nu} \xi^{\nu}(z=h), \\ \cos(\theta^{\mathbf{m}}) &= +\sqrt{1 - \left( \mathbf{m} \frac{\lambda_{air}}{\mathbf{a}} + \sin(\theta_{inc}) \right)^2}, \quad \mathbf{a} = (a_x, a_y), \quad \mathbf{m} = (m_x, m_y) \end{aligned} \quad \text{éq. I.21}$$

où  $P_{inc}$  est l'amplitude du champ de pression incident,  $\gamma^{\mathbf{m}}$  le vecteur d'onde selon  $z$  associé à chaque onde diffractée,  $\omega$  la pulsation et  $A_3 = \bar{A} \cdot \vec{u}_z$ .

Ce formalisme a l'avantage de tenir compte précisément de la périodicité de la paroi et ne fait pas d'hypothèses sur le type d'inhomogénéité dans l'épaisseur du mur. En se restreignant à des cas simples, les auteurs mettent en évidence l'apparition dans la transmission d'accidents additionnels liés aux ondes diffractées par les hétérogénéités.

Malheureusement, l'application à des structures réalistes (comme un mur de briques alvéolaires) pose plusieurs problèmes :

- ✓ Le choix d'une fonction  $\xi^{\mu}$  pour modéliser les hétérogénéités dans l'épaisseur n'est pas évident a priori.

<sup>1</sup> Dans une paroi homogène, seul l'ordre  $\mathbf{m}=(0,0)$  donne lieu à des ondes propagatives : il s'agit des ondes réfléchies et transmises par le mur.

- ✓ La résolution numérique du système (éq. I.21) conduit à des temps de calcul prohibitifs dans des situations réalistes. C'est l'inconvénient majeur de cette approche.

#### 4.2.2. Les approches numériques

Les problèmes de transmission acoustique dans des structures complexes peuvent également se traiter numériquement.

Une modélisation complète du problème peut se faire en utilisant la méthode des éléments finis (éventuellement couplée à la méthode des éléments de frontière) [28]. En pratique, le coût en termes de temps de calcul devient vite rédhibitoire car les volumes et la paroi à discrétiser conduisent à des maillages très lourds. A moins de disposer de stations de calculs dédiées, une telle approche est donc limitée aux domaines des basses fréquences. Une alternative possible est proposée par Gagliardini & al. [29] qui développent une méthode modale couplée pour le calcul de la transmission au travers de deux locaux rectangulaires. Cette technique ne s'applique néanmoins qu'à des plaques simples ou multiples (type double plaque) supposées être en appui simple aux limites du mur.

Une simplification majeure consiste à remarquer qu'une approche couplée n'est pas nécessaire lorsque la surface vibrante ne représente qu'une faible portion du volume total à modéliser<sup>1</sup>. Partant de ce constat, Jean [30] a montré que le champ de pression rayonné par une structure plane vibrante peut se mettre sous la forme d'une généralisation de l'intégrale de Rayleigh<sup>2</sup> (initialement obtenue pour une paroi bafflée) :

$$P(M) = -i\omega \iint_{S_v} V(Q) G(M, Q) dS(Q) \quad \text{éq. I.22}$$

où  $S_v$  est la surface vibrante,  $V(Q)$  sa vitesse rayonnante et  $G(M, Q)$  la pression créée en  $M$  par une source unitaire placée en  $Q$  si l'on suppose la paroi rigide. Cette relation est a priori couplée ( $P$  et  $V$  sont interdépendants) mais si l'on suppose que la vitesse de la structure n'est que peu affectée par la pression environnante, alors le calcul de la pression se résume à une simple intégration en considérant la vitesse  $V(Q)$  connue indépendamment de  $P$ . Cette hypothèse de découplage a été validée dans différents domaines (acoustique du bâtiment, bruits routiers et acoustique en milieu urbain) [30-33].

Selon la nature du problème vibro-acoustique, le calcul de la fonction de Green se fait de différentes façons [34]. Pour une problématique liée à la transmission entre deux espaces clos, une approche géométrique (type tracé de rayons [35] ou méthode des sources images [36]) ou modale sont bien adaptées.

Dans le cas de locaux rectangulaires, une approche modale analytique [34] permet des calculs acoustiques avec des temps de calculs réduits. En notant  $L_x \times L_y \times L_z$  le volume  $V$  du local, le champ de pression s'écrit :

<sup>1</sup> A l'inverse, le couplage est essentiel dans le cas de faibles volumes. Un exemple bien connu est la modélisation d'une lame d'air située entre deux vitrages.

<sup>2</sup> On se place en régime harmonique et la convention en  $e^{i\omega t}$  est adoptée.

$$G_V(M, Q) = \sum_{lmn} \frac{L_{lmn}(M)L_{lmn}(Q)}{N_{lmn}((k_{air}^2 - k_{lmn}^2) + i\sigma_{lmn})}$$

$$N_{lmn} = \varepsilon_l \varepsilon_m \varepsilon_n \frac{V}{8} \text{ avec } \varepsilon_i = 2 \text{ si } i = 0 \text{ et } 1 \text{ sinon}$$

$$\sigma_{lmn} = \frac{\omega}{2c_{air}} \left( \frac{\alpha_x}{L_x \varepsilon_l} + \frac{\alpha_y}{L_y \varepsilon_m} + \frac{\alpha_z}{L_z \varepsilon_n} \right) \quad \text{éq. I.23}$$

$$L_{lmn}(M) = \cos\left(\frac{l\pi x_M}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_M}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z_M}{L_z}\right)$$

Les fonctions de Green ainsi calculées tiennent donc compte des réflexions sur les faces des volumes (via le terme  $L_{lmn}$ ) ainsi que de leurs coefficients d'absorption ( $\alpha_i, i=x,y,z$ ). Un autre avantage majeur de cette approche tient au fait que le domaine à discrétiser se borne à la paroi, ce qui autorise la modélisation de structures complexes dans toute leur finesse.

Nous renvoyons le lecteur à la référence [32] pour une analyse détaillée de la procédure permettant d'adapter le logiciel d'éléments finis NASTRAN à la prédiction de l'affaiblissement acoustique de parois. La Figure I.13 résume la méthode. Il s'agit d'un calcul séquentiel composé, dans ses grandes lignes, de 6 étapes :

- Calcul des sollicitations : un calcul par analyse modale [34] permet de connaître la répartition spatiale de la pression acoustique (créée par une ou plusieurs sources ponctuelles) en tout point d'un maillage sur la face excitée du séparatif et pour le spectre de fréquences choisi (fichier PRESS).
- Un maillage éléments finis de la structure est créé et un logiciel (créé en interne) permet d'insérer dans le fichier résultant le champ de pression du fichier PRESS.
- Le logiciel NASTRAN est lancé et donne accès à la valeur des vitesses à tous les nœuds de sortie et à toutes les fréquences de calcul demandées. Mentionnons qu'il s'agit là aussi d'un calcul découplé car on suppose que le champ de pression sollicitant la paroi est indépendant des vibrations de celle-ci (cf. Figure I.13).
- Un programme (écrit en langage FORTRAN) permet d'extraire les vitesses calculées côté rayonnant.
- Ces vitesses sont alors utilisées pour calculer la pression en tout point du volume récepteur selon l'expression (éq. I.22). L'hypothèse de découplage est donc à nouveau faite (on suppose que la vitesse de la paroi n'est pas affectée par la pression côté réception).
- Indice d'affaiblissement : connaissant les pressions quadratiques moyennes dans les locaux d'émission et de réception, les puissances incidentes et rayonnées sont calculées en faisant l'hypothèse de champ diffus. L'affaiblissement acoustique de la paroi modélisée s'obtient selon (éq. I.7).

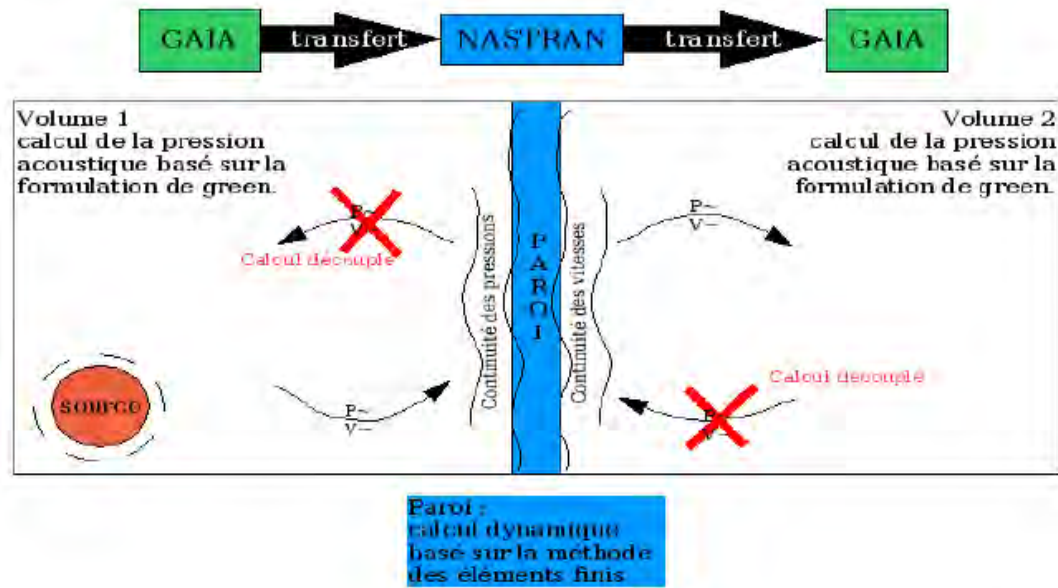


Figure I.13 Schéma descriptif du modèle vibro-acoustique découplé.

Cette méthode a déjà été validée pour des parois homogènes et des dalles alvéolées par comparaison avec des essais expérimentaux [32].

Son application aux parois alvéolaires a aussi fait l'objet d'une étude préliminaire [37]. Celle-ci a montré la faisabilité de l'approche dans la gamme [100Hz-1kHz] et pour des tailles réalistes de parois à condition que le nombre d'alvéoles présentes dans l'épaisseur du profil reste limité. Dans le cas contraire, les maillages associés deviennent très lourds et les temps de calcul deviennent vite de l'ordre de plusieurs jours sur des ordinateurs de bureau « standards ».

Illustrons ce dernier point en considérant deux exemples.

Le premier concerne une brique de 20cm d'épaisseur ayant 4 cloisons dans l'épaisseur. Les maillages d'une brique et d'une paroi XY de  $4.18 \times 2.4 \text{ m}^2$  sont représentés Figure I.14. Sur une machine équipée d'un processeur 2.3GHz équipée de 2Go de mémoire, le temps de calcul nécessaire pour l'obtention de l'affaiblissement acoustique de ce mur reste raisonnable, de l'ordre de 3h.

Le second exemple est une paroi de briques maçonnée avec des blocs de 37.5cm d'épaisseur. Comme l'illustre la Figure I.15, chaque brique possède 29 cloisons dans l'épaisseur, ce qui revient à modéliser 31 parois de quelques mm d'épaisseur. En considérant le maillage minimum (un élément par cloison dans l'épaisseur) et en se limitant à un mur plus petit ( $2 \times 2.2 \text{ m}^2$ ), le nombre d'inconnues (degrés de liberté) s'élève à 1.239.000 avec un temps de calcul de l'ordre du jour pour une plage de fréquence limitée à 1kHz. Notons au passage que le temps de calcul acoustique (calcul des pressions incidentes et rayonnées) est relativement insignifiant<sup>1</sup> (quelques dizaines de minutes typiquement) devant le temps de calcul par éléments finis.

Il semble donc que l'on soit à la limite du calcul par éléments finis, même en faisant usage de l'approche découplée décrite ici. Deux éléments renforcent ce constat :

<sup>1</sup> Au-delà de 1500Hz, ce n'est plus vrai à cause du nombre élevé de modes dans les locaux. Néanmoins, une approche énergétique type SEA permet de réduire le temps de calcul. Dans le cadre d'une telle approche [26], la puissance transmise s'écrit :  $W_{tr} = \rho_{air} c_{air} S \langle v^2 \rangle$  en prenant un facteur de rayonnement égal à 1 (S étant la surface rayonnante).

- la plage fréquentielle qui nous intéresse s'étend jusqu'à 5kHz.
- la prise en compte de l'air emprisonné dans les cavités ne peut qu'alourdir encore plus les maillages et donc les temps de calcul.

*Remarque* : une modélisation allégée, toujours basée sur cette approche découplée, consiste à discrétiser la paroi alvéolaire à deux dimensions. En négligeant la dimension parallèle à celle d'extrusion (cf. 1.2), il est possible de modéliser finement les alvéoles dans l'épaisseur du mur. 2 questions se posent alors :

- Quel est l'impact de la répartition spatiale du champ incident sur la réponse vibratoire du mur ? Le champ de pression incident ainsi modélisé diffère en effet de son homologue à 3D (il n'y a plus d'incidence selon l'angle  $\varphi$ ).
- Quelle est l'erreur commise en négligeant une dimension du mur ?

Ces questions seront abordées plus loin dans le manuscrit (cf. Chapitre3).

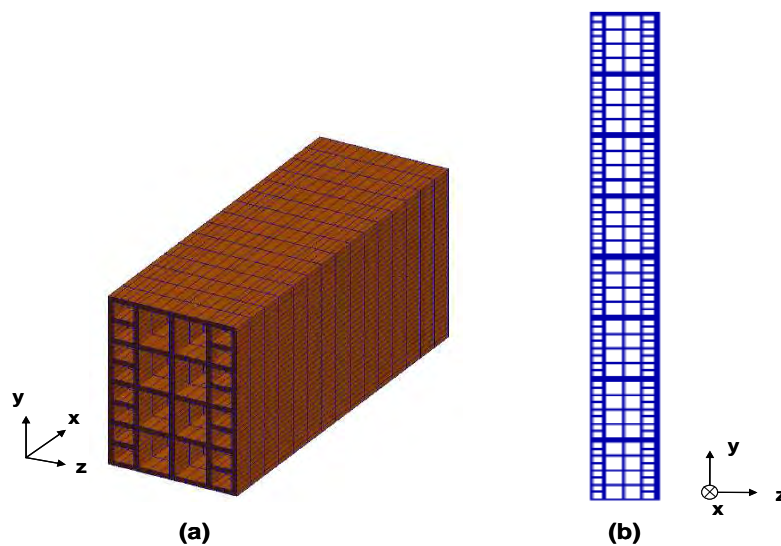


Figure I.14 (a) : brique de dimensions ( $L_x=57\text{cm}$ ,  $L_y=30\text{cm}$ ,  $L_z=20\text{cm}$ ) maillée avec des éléments HEXA (7232 nœuds soit 21696 ddl), (b) : Paroi modélisée (éléments HEXA, 42250 nœuds soit 126750 ddl).

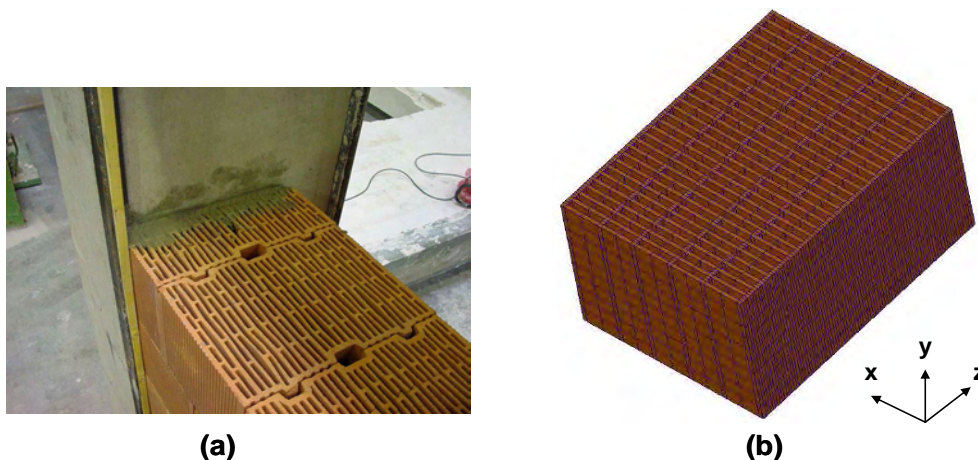


Figure I.15 (a) : Photo de la paroi maçonnée ; (b) : Gros plan à l'échelle de la brique discrétisée ( $L_x=25\text{cm}$ ,  $L_y=27\text{cm}$ ,  $L_z=37.5\text{cm}$ ).

### 4.3 Point sur les travaux expérimentaux

Les études expérimentales peuvent se classer en deux types, selon l'échelle considérée (cf. 1).

A l'échelle de la brique, Weber & Buckle [20] ont mené une analyse modale sur différents profils alvéolaires. L'analyse des réponses vibratoires permet de distinguer trois zones : une première (« basses fréquences ») où le comportement semble guidé par la masse de la brique, une seconde où apparaît une première résonance mécanique et enfin une dernière phase (« hautes fréquences ») où la brique présente un comportement modal complexe.

En comparant les réponses de deux blocs de même épaisseur et de masse comparable mais dont la géométrie varie, ils montrent que cette première résonance mécanique est décalée vers les hautes fréquences lorsque le profil alvéolaire est rigidifié dans le sens de l'épaisseur (cf. Figure I.16).

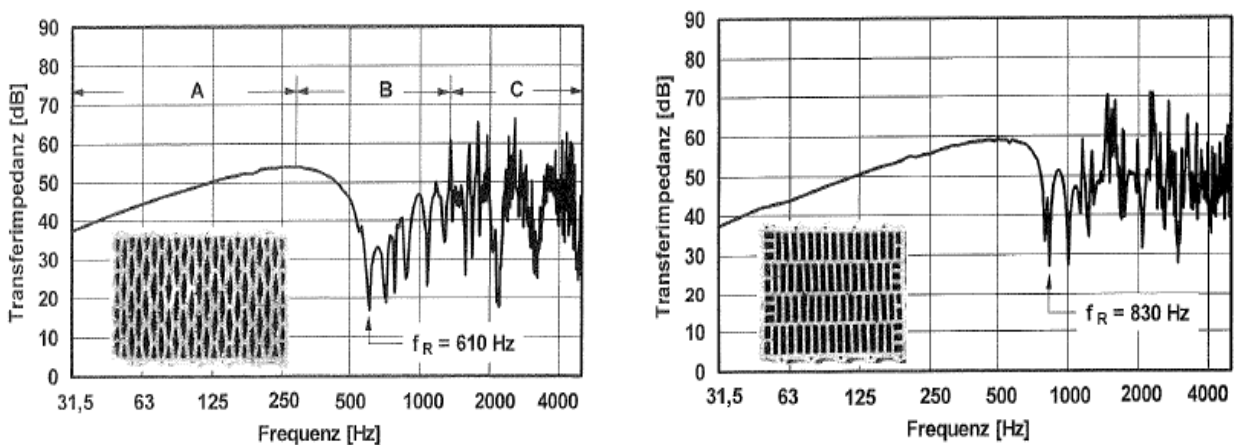


Figure I.16 Fonctions de transfert mesurées sur deux briques alvéolaires de 30cm d'épaisseur [20]. La première résonance mécanique est notée  $f_R$ .

Ils étudient enfin l'influence des conditions aux limites en maçonner un muret constitué d'une dizaine de briques et sur lequel les mêmes mesures sont réalisées. Cette expérience les conduit à faire un parallèle entre la première résonance mécanique à l'échelle du muret et la chute observée dans l'affaiblissement acoustique de cette même paroi en « moyennes fréquences ».

A l'échelle du mur, mentionnons l'important travail de synthèse de Scholl & Weber [21] qui ont étudié l'influence de nombreux paramètres sur l'affaiblissement acoustique (mesuré) de la structure. On retiendra notamment :

- ❖ L'influence du profil alvéolaire : ils observent qu'un profil alvéolaire rigidifié (selon l'épaisseur) permet d'améliorer le comportement acoustique en moyennes et hautes fréquences (cf. Figure I.17).

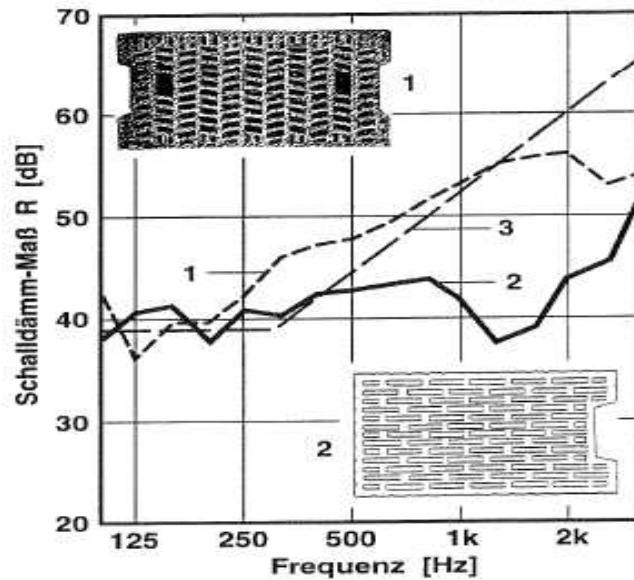


Figure I.17 Influence de la géométrie sur l'affaiblissement acoustique mesuré (la courbe intitulée « 3 » correspond à une loi de masse de  $300\text{kg/m}^2$ ).

- ❖ L'influence des conditions de montage : comme illustré Figure I.18, la présence d'enduit ainsi que le type de joint ont un impact non négligeable sur les pertes par transmission. Concernant les joints, on constate que plus ce dernier est dense et rigide, plus le creux mesuré aux environs de 1250Hz est décalé vers les hautes fréquences. L'effet de l'enduit s'observe sur l'ensemble du spectre avec une influence plus marquée au niveau du pic de transmission en moyennes fréquences. Ce résultat semble indiquer que la présence d'enduit permet d'augmenter les pertes structurales, ce qui est d'ailleurs confirmé par d'autres études expérimentales [22].

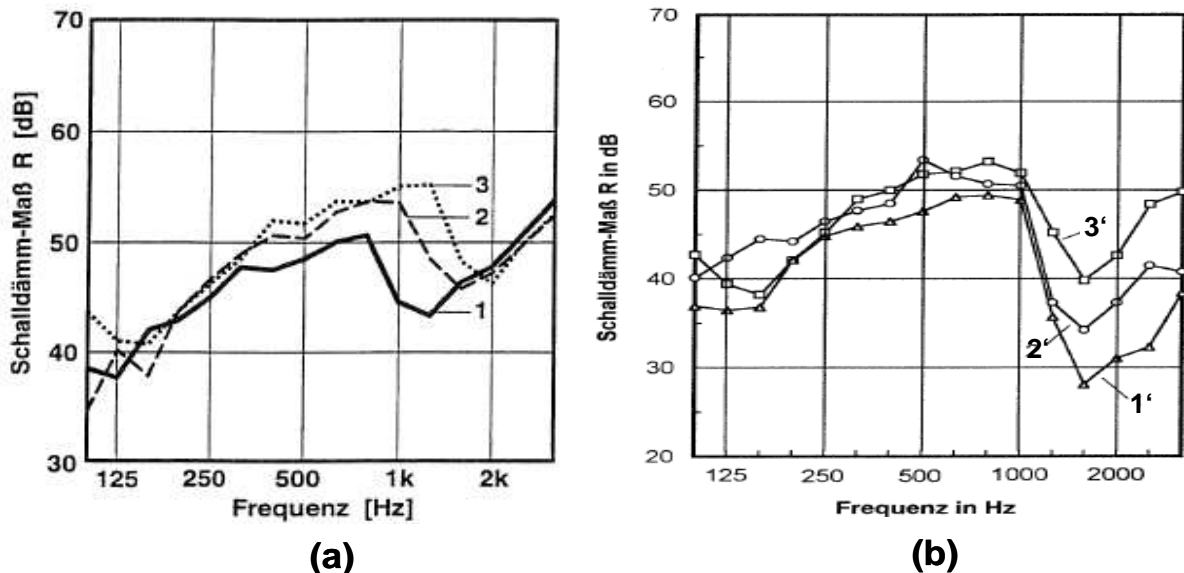


Figure I.18 Influence : (a) du type de joint (1 : joint mince, 2 : joint traditionnel horizontal et 3 : joint traditionnel horizontal et vertical), (b) de l'enduit (1' : mur non enduit, 2' : mur enduit une face et 3' : mur enduit 2 faces) [21].

- ❖ Le rôle de l'épaisseur du mur : les auteurs considèrent deux briques ayant le même profil mais dont l'épaisseur varie. La Figure I.19 présente les résultats



obtenus. Le comportement du mur est modifié sur l'ensemble du spectre mais un élément particulièrement intéressant est l'évolution de la fréquence de l'accident caractéristique de cette paroi (localisé vers 1250Hz). Il apparaît que celle-ci décroît avec l'épaisseur de la paroi, toute chose étant égale par ailleurs.

Enfin, Schneider & Fisher [23,24] ont abordé la question de l'optimisation des performances acoustiques des briques creuses. Partant d'une simulation par éléments finis d'un mur, ils identifient deux types de vibrations : un premier, semblable à une vibration de flexion et un second type où le mur semble vibrer en opposition de phase. En remplissant les alvéoles des briques par un matériau isolant (laine de roches, perlite), ils montrent que le facteur de perte structural ainsi que l'affaiblissement acoustique résultant sont améliorés au-delà de 500Hz (cf. Figure I.20).

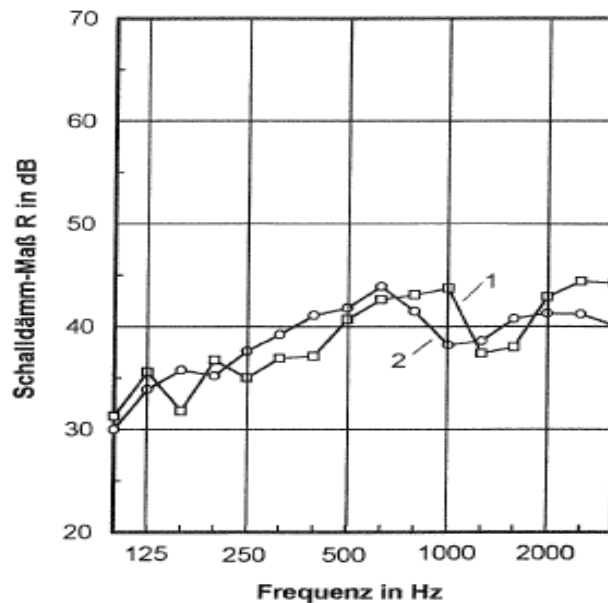


Figure I.19 Influence de l'épaisseur du mur. (1) : Paroi de 30cm d'épaisseur, (2) : Mur de 36.5cm d'épaisseur [21].

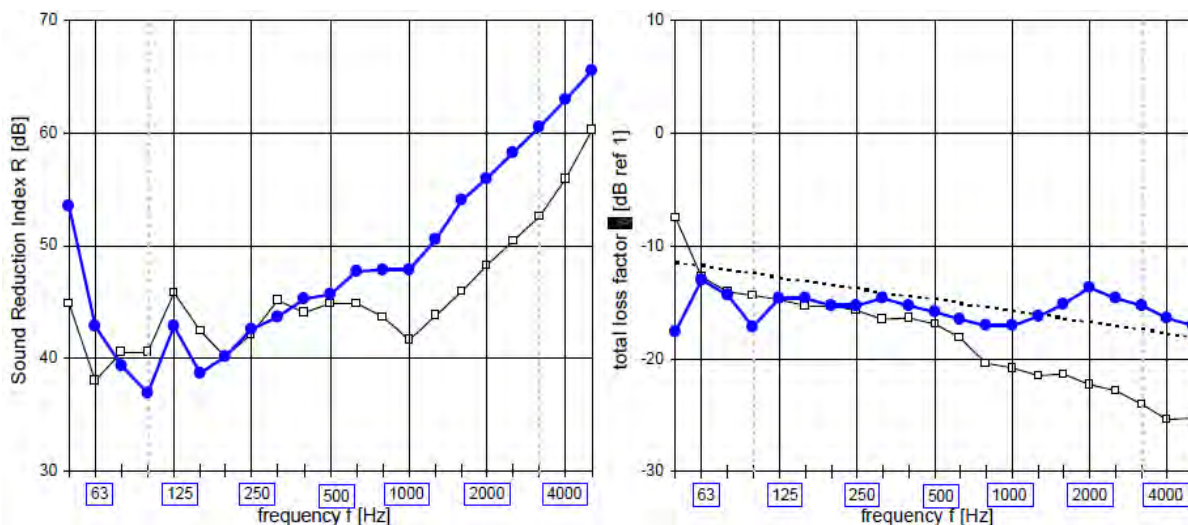


Figure I.20 Indice R (à gauche) et facteur de perte total (à droite) mesurés sur une paroi alvéolaire dont les alvéoles sont remplies (bleu) ou non (noir) de laine minérale [23].

Ces différentes investigations expérimentales montrent l'influence particulière de certains paramètres (profil de la brique, conditions de montage, épaisseur du mur).

## **5 Bilan**

Cette première partie a permis d'introduire la problématique dans laquelle ce travail s'inscrit. On a dans un premier temps insisté sur la méthode de mesure de l'indice d'affaiblissement de parois. Les comparaisons à venir entre résultats expérimentaux et théoriques se feront à la lumière de cette première analyse.

Nous avons par la suite étudié les différentes spécificités des murs de briques alvéolaires (hétérogène, anisotropie, caractère multi-échelle etc...).

La littérature relative au comportement vibratoire de ces matériaux a mis en évidence deux choses :

- Les travaux expérimentaux réalisés sont essentiellement qualitatifs.
- Les approches de modélisation existent mais nécessitent des temps de calcul très élevés lorsque le réseau alvéolaire est complexe.

Nous détaillons dans la suite de cette thèse une modélisation adaptée aux parois alvéolaires. Elle est fondée sur un modèle vibratoire homogénéisé qui tient compte des multiples spécificités de ces parois.

# *Chapitre II UNE APPROCHE SIMPLIFIEE DESTINEE AU CALCUL DE LA TRANSMISSION ACOUSTIQUE AU TRAVERS D'UNE PAROI ALVEOLAIRE*

Le premier chapitre a mis en lumière le besoin d'une modélisation adaptée aux parois maçonnées avec des briques alvéolaires de terre cuite. La forte inhomogénéité de ces structures constitue l'un des principaux obstacles visant à la prédiction de leurs propriétés acoustiques.

D'une manière générale en acoustique, la description de la propagation d'une onde dans un milieu inhomogène dépend du rapport entre la longueur d'onde des vibrations sur la taille typique des inhomogénéités. Dans ce chapitre, nous exposons un modèle vibro-acoustique fondé sur l'hypothèse que le milieu alvéolaire est homogénéisable, c'est-à-dire qu'il est possible de le remplacer par un milieu homogène équivalent.

Tout d'abord, nous choisissons de modéliser une paroi de briques comme une plaque épaisse orthotrope multicouche. Le choix d'une telle approche est motivé au cours de l'exposé. La question des dimensions latérales du mur est ensuite posée et on montre qu'il est possible de disposer d'un formalisme analytique approché permettant de calculer les pertes par transmission d'une paroi épaisse finie et orthotrope.

Dans une seconde partie, on aborde les moyens d'obtention des paramètres physiques effectifs, étape clef puisqu'il s'agit des paramètres d'entrée nécessaires au calcul de l'affaiblissement acoustique. Un processus numérique d'homogénéisation, exploitant la technique des éléments finis, est utilisé afin de déterminer les constantes élastiques effectives d'une brique alvéolaire. Nous illustrons ensuite les avantages offerts par cette méthode, en la comparant notamment à d'autres techniques existantes.

Dans une dernière partie, après caractérisation des constantes élastiques du tessou et des pertes structurales du mur, nous évaluons la démarche proposée sur 4 exemples de géométries de briques différentes.

## **1 Modélisation des pertes par transmission**

### ***1.1 Introduction***

Nous supposons ici qu'un mur de briques peut, en première approximation, s'assimiler à une paroi épaisse homogène et orthotrope. Analysons la signification de chacun de ces termes.

Une approche de type plaque mince repose sur deux hypothèses : l'épaisseur de la paroi est supposée « faible » (au regard des longueurs d'ondes mises en jeu) et les vitesses de propagation des ondes dans le milieu doivent être élevées (cf. éq. I.11).

Qualitativement, ces deux critères peuvent ne pas être satisfaits dans le cas de parois alvéolaires pour les 2 raisons suivantes :

- Les épaisseurs de ces matériaux peuvent atteindre 50cm (ce sont les parois les plus épaisses rencontrées dans le bâtiment<sup>1</sup>).
- La vitesse de propagation d'une onde dans un milieu dépend grandement de sa rigidité [17]. Or il est clair que dans le cas de structures alvéolées, le défaut de matière induit une chute importante de cette rigidité comparée au même milieu homogène.

D'autre part, ces géométries alvéolaires conduisent inévitablement à des matériaux qui sont anisotropes. Une simplification notable est possible en remarquant qu'une anisotropie modérée, de type orthotropie, suffit généralement pour modéliser le comportement mécanique de la structure. On constate Figure II.1 qu'il est possible de définir 3 plans de symétrie orthogonaux des propriétés mécaniques d'une brique. Les normales à ces plans définissent alors les trois directions principales d'orthotropie, notées ici  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Une dernière simplification provient de l'hypothèse d'homogénéité de la paroi. On suppose donc dans la suite que le mur de briques possède une masse volumique et des propriétés mécaniques équivalentes. Nous reviendrons en détail sur la validité de cette hypothèse au chapitre 3.

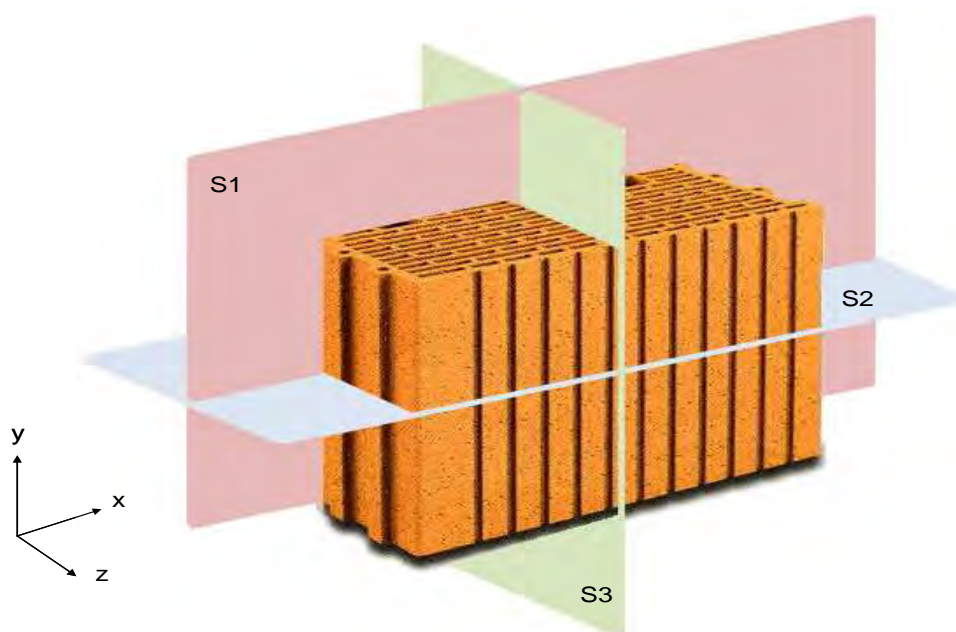


Figure II.1 Définition des axes principaux d'une brique creuse.

<sup>1</sup> Ces larges épaisseurs, associées aux propriétés d'isolation thermique des briques alvéolaires, permettent de maçonner le mur sans ajout d'isolants thermiques additionnels. On parle d'isolation répartie par opposition à l'isolation rapportée.

## 1.2 Affaiblissement acoustique d'une paroi épaisse, homogène, orthotrope et de dimensions finies

### 1.2.1. Cas d'une paroi infinie

Dans leur article de 1992, Skelton & James [10] établissent une relation matricielle reliant les composantes du tenseur des contraintes et du vecteur déplacement à l'entrée et à la sortie de la lame solide. La connaissance de la « matrice de passage » suffit pour évaluer le coefficient de transmission de la paroi.

Le repère  $(x,y,z)$  coïncide avec les axes principaux du mur orthotrope, ce dernier étant illimité dans le plan  $(x,y)$  et d'épaisseur  $h$  selon  $z$ .

En régime harmonique, l'équation d'onde dans un solide homogène anisotrope s'écrit<sup>1</sup> :

$$-\rho\omega^2 u_i = C_{ijkl} u_{l,jk}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad \text{éq. II.1}$$

où  $u_i$  est la composante selon  $i$  du champ de déplacement,  $\omega$  la pulsation,  $\rho$  la densité du solide et  $C_{ijkl}$  ses composantes du tenseur des rigidités, réduites au nombre de 9 dans le cas orthotrope.

Dans le domaine spatial, cette expression est complexe car elle fait intervenir des dérivées spatiales dans les trois directions. Pour en faciliter sa résolution, on considère son équivalent dans l'espace réciproque des vecteurs d'ondes. On définit pour cela les déplacements particuliers dans l'espace de Fourier :

$$\hat{u}_\alpha(k_x, k_y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\mathfrak{R}^2} u_\alpha(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad \alpha = x, y, z \quad \text{éq. II.2}$$

Dans ce cas, l'équation de propagation peut se mettre sous une forme matricielle :

$$\left( \bar{Z} - i\bar{Y} \frac{\partial}{\partial z} - \bar{X} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y, z) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, z) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, z) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{éq. II.3}$$

où  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  sont des matrices  $3 \times 3$  dont les éléments sont explicités dans [10].

L'intérêt du passage dans l'espace réciproque est de se ramener à une équation différentielle simple ne faisant intervenir que la coordonnée  $z$  du problème. Cherchons-en une solution de la forme :

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y, z) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, z) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y) \end{pmatrix} \exp(i\gamma z) \quad \text{éq. II.4}$$

Par substitution dans l'expression (éq. II.3), il vient :

<sup>1</sup> La convention d'Einstein est adoptée (sommation sur les indices répétés).

$$\bar{D}(k_x, k_y, \gamma) \begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y) \end{pmatrix} = 0, \bar{D}(k_x, k_y, \gamma) = \begin{pmatrix} A + C_{55}\gamma^2 & B & \gamma C \\ B & D + C_{44}\gamma^2 & \gamma E \\ \gamma C & \gamma E & F + C_{33}\gamma^2 \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.5}$$

où :

$$\begin{cases} A = k_x^2 C_{11} + k_y^2 C_{66} - \rho\omega^2, B = k_x k_y (C_{12} + C_{66}), C = k_x (C_{13} + C_{55}) \\ D = k_x^2 C_{66} + k_y^2 C_{22} - \rho\omega^2, E = k_y (C_{23} + C_{44}), F = k_x^2 C_{55} + k_y^2 C_{44} - \rho\omega^2 \end{cases} \quad \text{éq. II.6}$$

L'expression (éq. II.5) admet des solutions non triviales seulement si le déterminant de la matrice D s'annule, ce qui implique l'annulation d'un polynôme d'ordre 3 en  $\gamma^2$ . Ce système admet donc trois solutions  $z_1^2, z_2^2$  et  $z_3^2$  à partir desquelles on déduit les 6 racines  $\gamma$  :  $\gamma_1 = z_1, \gamma_2 = -z_1, \gamma_3 = z_2, \gamma_4 = -z_2, \gamma_5 = z_3, \gamma_6 = -z_3$ .

En remplaçant ces solutions dans la relation de compatibilité (éq. II.5), on extrait les composantes des vecteurs déplacements (non normés) associés à chacune des 6 racines :

$$\begin{pmatrix} W_{xj} \\ W_{yj} \\ W_{zj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (F + C_{33}\gamma_j^2)(D + C_{44}\gamma_j^2) - E^2\gamma_j^2 \\ EC\gamma_j^2 - (F + C_{33}\gamma_j^2)B \\ EB\gamma_j - C\gamma_j(D + C_{44}\gamma_j^2) \end{pmatrix}, j = [1,6] \quad \text{éq. II.7}$$

La solution générale exprimant les déplacements particuliers dans la paroi est obtenue par combinaison linéaire de ces vecteurs :

$$\hat{u}_\alpha(k_x, k_y, z) = \sum_{j=1}^6 A_j W_{\alpha j} \exp(i\gamma_j z), \alpha = x, y, z \quad \text{éq. II.8}$$

Comme prévu, nous retrouvons par la théorie qu'il existe bien 6 ondes (3 montantes et 3 descendantes) dans la plaque, et ce à cause du couplage des 3 modes de propagation dans un solide anisotrope [17].

Ecrivons cette dernière relation aux deux interfaces avec l'air, en  $z=0$  et  $z=h$ . On en sort :

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_x(k_x, k_y, 0) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, 0) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, 0) \end{pmatrix} = \bar{R}(k_x, k_y) \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.9}$$

les éléments de la matrice  $6 \times 6$   $\bar{R}$  sont rappelés dans l'annexe B.

Pour exprimer les éléments de contraintes  $\hat{T}_{xz}(k_x, k_y, z), \hat{T}_{yz}(k_x, k_y, z)$  et  $\hat{T}_{zz}(k_x, k_y, z)$  on injecte la solution (éq. II.8) dans la loi de comportement du solide et on utilise la relation reliant le tenseur des déformations et le vecteur déplacement [17].

En spécifiant le système obtenu en  $z=0$  et  $z=h$ , une seconde relation matricielle apparaît :

$$\begin{pmatrix} \hat{T}_{zx}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zy}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zz}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zx}(k_x, k_y, 0) \\ \hat{T}_{zy}(k_x, k_y, 0) \\ \hat{T}_{zz}(k_x, k_y, 0) \end{pmatrix} = \bar{P}(k_x, k_y) \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.10}$$

$\bar{P}$  étant aussi une matrice  $6 \times 6$  dont les éléments sont connus (cf. annexe B).

La matrice liant contraintes et déplacements particulières à l'entrée et à la sortie de la lame solide s'obtient finalement par simple élimination de la matrice de constantes  $A_i$  :

$$\begin{pmatrix} \hat{T}_{zx}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zy}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zz}(k_x, k_y, h) \\ \hat{T}_{zx}(k_x, k_y, 0) \\ \hat{T}_{zy}(k_x, k_y, 0) \\ \hat{T}_{zz}(k_x, k_y, 0) \end{pmatrix} = \bar{S}(k_x, k_y) \begin{pmatrix} \hat{u}_x(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, h) \\ \hat{u}_x(k_x, k_y, 0) \\ \hat{u}_y(k_x, k_y, 0) \\ \hat{u}_z(k_x, k_y, 0) \end{pmatrix}, \quad \bar{S} = \bar{P}\bar{R}^{-1} \quad \text{éq. II.11}$$

Pour exprimer le coefficient de transmission de la plaque, on réécrit ce système en tenant compte du fait que le fluide environnant la paroi (l'air) est considéré comme parfait, ce qui implique la nullité des contraintes  $\hat{T}_{xz}$  et  $\hat{T}_{yz}$  en  $z=0$  et  $z=h$ .

Cette condition permet d'éliminer les déplacements tangentiels  $\hat{u}_x$  et  $\hat{u}_y$  (inconnus du problème si l'on néglige la viscosité de l'air) au profit des déplacements normaux  $\hat{u}_z$  à l'entrée et à la sortie de la plaque.

En réinjectant les relations obtenues dans le système (éq. II.11), on aboutit à un système matriciel  $2 \times 2$  liant uniquement contraintes normales et vitesses normales à l'entrée et à la sortie du solide :

$$\begin{pmatrix} \hat{T}_{zz}(z=h) \\ \hat{T}_{zz}(z=0) \end{pmatrix} = \bar{L} \begin{pmatrix} \hat{v}_z(z=h) \\ \hat{v}_z(z=0) \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.12}$$

$\bar{L}$  étant alors une matrice  $2 \times 2$  dont les éléments dépendent uniquement de ceux de la matrice  $6 \times 6$   $\bar{S}$ .

Ces deux grandeurs étant continues à l'interface entre l'air et la paroi, les relations de continuité s'écrivent :

$$\begin{cases} T_{zz}(z = h) = -p_a^{\text{air}}(z = h) = -i\rho_{\text{air}}\omega(\phi_i + \phi_r) \\ T_{zz}(z = 0) = -p_a^{\text{air}}(0) = -i\rho_{\text{air}}\omega\phi_t \\ v_z(z = h) = v_z^{\text{air}}(h) = i\frac{\omega}{c_{\text{air}}}\cos(\theta)(\phi_r - \phi_i) \\ v_z(z = 0) = v_z^{\text{air}}(0) = -i\frac{\omega}{c_{\text{air}}}\cos(\theta)\phi_t \end{cases} \quad \text{éq. II.13}$$

$\phi_i$ ,  $\phi_r$  et  $\phi_t$  étant respectivement les potentiels de vitesse associés aux ondes planes incidente, réfléchi et transmise.

Le coefficient de transmission de la plaque s'écrit finalement :

$$\tau(\omega, \theta, \varphi) = \left| \frac{2ZL_{21}}{L_{12}L_{21} - (L_{11} + Z)(L_{22} - Z)} \right|^2, \quad Z = \frac{Z_{\text{air}}}{\cos(\theta)} \quad \text{éq. II.14}$$

Alors que l'affaiblissement acoustique en champ diffus s'obtient conformément à l'expression (éq. I.4).

Une paroi maçonnée est généralement composée de plusieurs couches de matériaux. C'est par exemple le cas des murs de briques qui sont recouverts d'une couche d'enduit et, selon les cas, d'une seconde couche (de quelques cm d'épaisseur typiquement) d'isolant thermique.

Le formalisme des matrices de transfert, initialement développé par Munjal [38], permet de résoudre le problème de la transmission au travers d'un système multicouche.

On définit un vecteur d'état  $\psi^p = (T_{xz} \ T_{yz} \ T_{zz} \ u_x \ u_y \ u_z)^T$  propre à la couche  $p$  et continu si l'on suppose une adhérence parfaite entre couches. L'application des relations de continuité aux interfaces permet, de proche en proche, d'établir une relation matricielle globale reliant le vecteur d'état de la surface supérieure du multicouche à celui de la surface inférieure :

$$\Psi_{\text{entrée}} \equiv \begin{pmatrix} T_{xz} \\ T_{yz} \\ T_{zz} \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}_{\text{entrée}} = \bar{M}_{\text{tot}} \begin{pmatrix} T_{xz} \\ T_{yz} \\ T_{zz} \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}_{\text{sortie}} \equiv \prod_p \bar{M}_p \Psi_{\text{sortie}} \quad \text{éq. II.15}$$

où  $\bar{M}_{\text{tot}}$  est une matrice  $6 \times 6$  appelée matrice de transfert du multicouche, et qui s'obtient donc par simple multiplication des matrices de transfert de chaque couche.

Le calcul des pertes par transmission s'effectue alors en deux étapes. Une première manipulation matricielle permet, connaissant la matrice  $\bar{S}$  d'une couche (cf. éq. II.11), d'évaluer sa matrice de transfert (voir l'annexe B pour plus de détails). Une fois connue la matrice de transfert globale, une seconde manipulation matricielle permet de remonter à la matrice  $\bar{S}_{\text{tot}}$  du multicouche. Le coefficient de transmission résultant se déduit de l'éq. II.14.



### 1.2.2. Prise en compte des dimensions finies de la paroi

L'inconvénient majeur de l'approche précédente tient au fait qu'elle néglige le comportement modal de la structure, important dans le domaine des « basses fréquences » (typiquement compris entre 50Hz et 400Hz pour les parois usuellement utilisées dans le bâtiment). A moins de faire usage d'outils numériques (type éléments finis par exemple), on sait qu'une théorie modale exacte n'est possible qu'à deux conditions : les conditions aux limites doivent être simples et la paroi mince (cf. Chapitre I3.2.2). A notre connaissance, il n'a pas été établi de modèle analytique « exact » de plaque épaisse finie.

En revanche, certaines approches ont vu le jour afin de tenir compte, au moins partiellement, des dimensions latérales d'une paroi. Villot & al. [39] ont développé une technique de fenêtrage spatial dans le domaine des vecteurs d'ondes, bien adaptée au formalisme des matrices de transfert. Plus récemment, Atalla & al. [40], [41] ont proposé de remplacer le facteur de rayonnement de la paroi infinie par celui d'une structure plane bafflée. Ce dernier est alors évalué via l'intégrale de rayonnement de Rayleigh.

Dans ce travail, nous avons utilisé la technique du fenêtrage spatial, la mieux adaptée au formalisme exposé plus haut puisqu'elle se place elle aussi dans le domaine réciproque. Rappelons les fondements de cette méthode.

L'idée consiste à multiplier la vitesse vibratoire de la paroi infinie par une fonction porte 2D dont les dimensions correspondent aux dimensions XY du mur. Physiquement, on peut évoquer une analogie avec la théorie de la diffraction des ondes lumineuses par un diaphragme [42].

Dans le domaine des vecteurs d'ondes, cette opération de filtrage revient à convoluer la vitesse de la plaque infinie  $\hat{V}_{\text{inf}}(\vec{k})$  par un sinus cardinal 2D dont la largeur est inversement proportionnelle aux dimensions du mur :

$$\hat{V}(k_x, k_y) = \text{TF}[V_{\text{inf}}(x, y)\Pi_{2D}] = \hat{V}_{\text{inf}}(k_x, k_y) * \text{sinc}\left(\frac{k_x L_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_y L_y}{2}\right)$$

$$\Pi_{2D} = \begin{cases} 1 & \text{si } |x, y| \leq \frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

*éq. II.16*

Le filtrage spatial étant intrinsèquement une correction « basses fréquences », il est possible de ne traiter que les ondes de flexion dans la paroi (cf. Chapitre I3.2.2). Dans ce cas, l'expression (éq. II.16) se simplifie :

$$\hat{V}(k_x, k_y) = \delta(k_{px} - k_x, k_{py} - k_y) * \text{sinc}\left(\frac{k_x L_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_y L_y}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \hat{V}(k_x, k_y) = V_0 \text{sinc}\left(\frac{(k_x - k_{px})L_x}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{(k_y - k_{py})L_y}{2}\right)$$

*éq. II.17*

Avec  $V_0$  une constante,  $k_{px}=k_p \cos(\varphi)$  et  $k_{py}=k_p \sin(\varphi)$  les vecteurs d'ondes de la plaque dans la direction x et y (respectivement).

La Figure II.2 représente l'allure du carré du module de la vitesse dans la direction x.

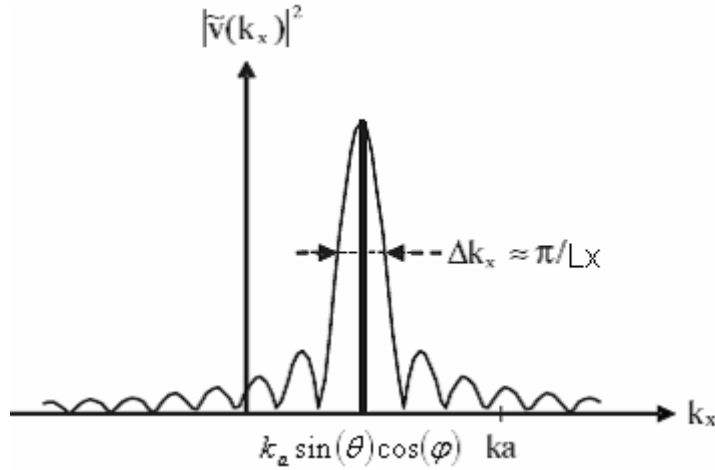


Figure II.2 Spectre du champ de vitesse après fenêtrage spatial ( $k_p = k_a \sin(\theta)$ ) (figure extraite de [39]).

Afin de mettre en évidence l'intérêt de cette approche, considérons la théorie modale unidimensionnelle d'une plaque supposée être en appui simple. Il est ainsi possible d'évaluer analytiquement le champ de vitesse dans l'espace des vecteurs d'ondes [2]. Comme en témoigne la Figure II.3, on constate dans les deux cas que les spectres ont la même allure ainsi que la même largeur  $\Delta k_x$ .

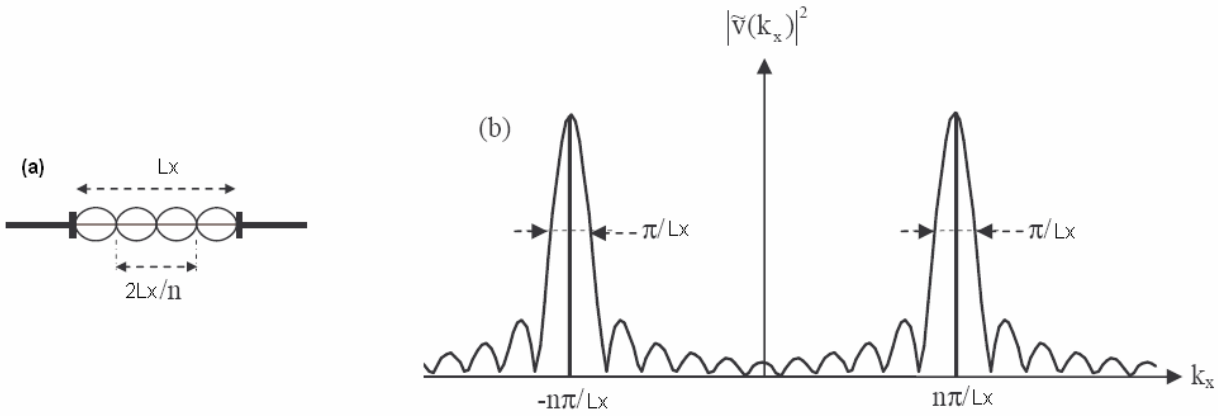


Figure II.3 (a) : Mode  $n$  d'une plaque finie placée dans un baffle (a) et (b) : Spectre de la vitesse associée dans le domaine des vecteurs d'ondes.[2].

Néanmoins, la théorie modale prédit des pics localisés à des valeurs discrètes de vecteurs d'ondes  $k_x = n\pi/L_x$ . Avec fenêtrage, ces vecteurs d'ondes sont quelconques : seuls les effets de diffraction lié à la taille finie du mur sont modélisés.

Du point de vue de la transmission, on montre que le coefficient de transmission de la paroi fenêtrée s'écrit [39]:

$$\tau(f, \theta, \varphi, L_x, L_y) = \tau_{inf}(f, \theta, \varphi) \sigma(f, \theta, \varphi, L_x, L_y) \cos(\theta)$$

$$\sigma = \frac{L_x L_y}{\pi^2} \int_0^{k_a} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos((k_r \cos \xi - k_a \sin \theta \cos \varphi) L_x)}{[(k_r \cos \xi - k_a \sin \theta \cos \varphi) L_x]^2} \frac{1 - \cos((k_r \sin \xi - k_a \sin \theta \sin \varphi) L_y)}{[(k_r \sin \xi - k_a \sin \theta \sin \varphi) L_y]^2} \frac{k_a k_r}{\sqrt{k_a^2 - k_r^2}} d\xi dk_r \quad \text{ég.}$$

II.18

La fonction  $\sigma$  correspondant au facteur de rayonnement du champ de vitesse fenêtré. Bien qu'approximative, cette technique s'est révélée pertinente pour mieux reproduire les niveaux d'atténuation mesurés dans les « basses fréquences » sur plusieurs types de parois (double plaque, multicouche...).

### 1.2.3. Bilan provisoire

Nous disposons à présent d'un modèle analytique couplant un calcul de transmission acoustique adapté à une paroi homogène, orthotrope, composée d'une ou plusieurs couches, d'épaisseur quelconque avec une technique de filtrage spatial tenant compte de l'extension finie du mur.

Son application aux murs de briques alvéolaires pose la question des paramètres physiques de la paroi (masse volumique et coefficients élastiques), dont la connaissance est requise pour le calcul de l'affaiblissement acoustique<sup>1</sup>.

Nous sommes donc ramenés à la détermination des propriétés physiques « équivalentes » d'un mur alvéolaire. Généralement, la résolution de ce type de problème fait appel aux théories d'homogénéisation. La suite de ce chapitre est consacrée à l'étude d'une méthode d'homogénéisation adaptée aux spécificités des matériaux alvéolaires.

## 2 **Processus d'homogénéisation du milieu alvéolaire**

### ***2.1 Tour d'horizon et limitations des techniques existantes***

Le principe d'une théorie d'homogénéisation est d'évaluer, en intégrant les propriétés physiques de la microstructure du système, le comportement global d'un milieu homogène équivalent à celui de départ (complexe) [43], [44].

Cette approche est bien entendu approximative car de l'information sur le système est inévitablement « perdue » lors du passage au milieu homogénéisé. En acoustique par exemple, l'usage de ces théories repose sur l'hypothèse d'un régime de « grandes longueurs d'ondes » : les inhomogénéités sont supposées être de très petite taille devant la longueur d'onde des vibrations se propageant dans le milieu<sup>2</sup> [45].

Historiquement, les travaux pionniers de Palencia (1971) [46] l'ont amené à mettre au point une technique d'homogénéisation basée sur la méthode des « développements asymptotiques ». Elle consiste à chercher un développement de la solution du problème avec des coefficients qui « séparent » l'échelle fortement oscillante de celle « lente ». Il montra ainsi que la loi dite « de Darcy » pour les milieux poreux était en fait une version homogénéisée des équations de Navier Stokes régissant le mouvement lent d'un fluide visqueux à travers une matrice rigide.

---

<sup>1</sup> Ces paramètres interviennent dans l'expression (éq. II.14) au travers des éléments de matrice  $L_{ij}$

<sup>2</sup> En pratique, établir une limite quantitative de l'homogénéisation n'est pas une affaire simple. Nous reviendrons largement sur ce point au moment d'examiner la pertinence de l'homogénéisation dans le cas de géométries alvéolaires (cf. Chapitre 3).

Plus récemment, Olny et Boutin [47] ont utilisé cette approche pour étudier les propriétés acoustiques de milieux ayant plusieurs échelles de porosités (aussi dits matériaux « à double porosité »).

L'homogénéisation d'un milieu multicouche et périodique a été abordé par Behrens [48]. Cette étude se restreint néanmoins au cas d'une périodicité unidimensionnelle des paramètres physiques (densité et coefficients élastiques) et à une géométrie précise. Norris traite le même genre de problèmes au moyen d'une approche purement statique [49].

A notre connaissance, Maysenholder fut le seul à résoudre de façon exacte le problème du comportement « basses fréquences » d'une paroi inhomogène et périodique [50]. Rappelons les grandes lignes de cette méthode.

Le point de départ pour traiter de la propagation dans un milieu inhomogène est l'équation d'onde généralisée [51] :

$$\rho(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial C_{ijkl}(\mathbf{r})}{\partial x_j} \frac{\partial u_k(\mathbf{r}, t)}{\partial x_l} + C_{ijkl}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 u_k(\mathbf{r}, t)}{\partial x_l \partial x_j} \quad \text{éq. II.19}$$

où  $C_{ijkl}(\mathbf{r})$ ,  $\rho(\mathbf{r})$  et  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  sont respectivement le tenseur des rigidités, la masse volumique et le champ de déplacement en tout point du milieu. En supposant la paroi périodique dans les 3 directions de l'espace, les variables physiques sont développées en séries de Fourier (cf. Chapitre I4.2.1) :

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}) &= \sum_{\mathbf{n}} \rho^n \exp(i\vec{G}^n \cdot \vec{r}) \\ C_{ijkl}(\vec{r}) &= \sum_{\mathbf{n}} C_{ijkl}^n \exp(i\vec{G}^n \cdot \vec{r}) \\ \bar{u}(\vec{r}) &= \bar{p}(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = \bar{p}(\vec{r} + \vec{g}^n) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) = \sum_{\mathbf{n}} \bar{p}^n \exp(i(\vec{G}^n + \vec{k}) \cdot \vec{r}) \end{aligned} \quad \text{éq. II.20}$$

En régime harmonique, l'équation d'onde prend la forme suivante<sup>1</sup> :

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{n}} (\omega^2 \rho^{l-n} \delta_{ik} - V_{ik}^{ln}) p_k^n &= 0 \\ V_{ik}^{ln} &= C_{ijkl}^{l-n} (\mathbf{k}_j + \mathbf{G}_j^l) (\mathbf{k}_l + \mathbf{G}_l^n) \end{aligned} \quad \text{éq. II.21}$$

Dans la limite des « grandes longueurs d'ondes », on cherche des solutions sous la forme d'ondes de Bloch sans dispersion, c'est-à-dire des ondes planes dont la vitesse de phase ne dépend plus de la fréquence :  $c = \omega(\mathbf{k})/k = c(\mathbf{e})$  avec  $\mathbf{e} = \mathbf{k}/k$ .

Ces vitesses de phase ne sont donc plus fonction que de la direction de propagation  $\mathbf{e}$  et des propriétés du milieu. On peut montrer que l'expression (éq. II.21) se réduit à une forme indépendante du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  :

<sup>1</sup> La convention d'Einstein (sommation sur les indices répétés) est adoptée. Distinguez les indices vectoriels (en gras) des indices cartésiens (qui apparaissent en bas des grandeurs). De plus, les coefficients de Fourier vérifient :  $C_{ijkl}^{l-n} \equiv \hat{C}_{ijkl}(\vec{G}^l - \vec{G}^n) = \hat{C}_{ijkl}(\vec{G}^{l-n})$  (idem pour la masse volumique).

$$\left( \rho^0 c^2 - v_{ik}^{00} - \sum_{n \neq 0} v_{ij}^{0n} s_{jk}^n \right) p_k^0 = 0$$

$$v_{ik}^{00} = C_{ijkl}^0 e_j e_l \quad \text{éq. II.22}$$

$$v_{ik}^{0n} = C_{ijkl}^{-n} G_l^n e_j, \mathbf{n} \neq \mathbf{0}$$

$$\rho^0 \equiv \hat{\rho}(\bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{0}}) = \langle \rho(\bar{\mathbf{r}}) \rangle_{\text{maille élémentaire}}$$

Il s'agit d'une relation analogue à l'équation de Christoffel [17] décrivant la propagation des ondes élastiques dans un solide homogène : la résolution de ce système conduit à 3 valeurs propres (les vitesses de phase des ondes de Bloch « basses fréquences ») ainsi qu'à 3 vecteurs propres (les vecteurs polarisation<sup>1</sup>  $\mathbf{p}^0$ ). On note au passage que la variation spatiale de la masse volumique n'a pas d'effet direct sur ces ondes « basses fréquences »; seule sa moyenne spatiale intervient dans l'expression<sup>2</sup> (éq. II.22).

Selon la symétrie de la maille élémentaire (fonction de la géométrie du problème), la connaissance de ces vitesses dans certaines directions [50] suffit en principe pour calculer le tenseur élastique  $\langle C_{ijkl} \rangle$  du milieu anisotrope homogénéisé.

Dans les faits, cette démarche nécessite au préalable d'évaluer les matrices  $3 \times 3 \hat{s}^n$  (cf. éq. II.22). De part leur définition (cf. [50]), leur obtention fait appel à un processus numérique d'itérations. Malheureusement, la vitesse de convergence du schéma itératif dépend de la nature du problème et il peut arriver, dans certains cas, que la technique diverge [52].

Ce formalisme, intéressant du point de vue académique, est finalement assez lourd à mettre en œuvre. De plus, il suppose le milieu infini et périodique dans les 3 directions de l'espace. D'éventuels effets de taille, dus par exemple à l'épaisseur finie du mur, ne sont donc pas pris en compte.

Tous ces éléments nous ont conduits à considérer une méthode d'homogénéisation alternative adaptée aux briques alvéolaires. Elle présente l'avantage d'être simple à mettre en œuvre et bénéficie de temps de calcul réduits.

## **2.2 Application d'une technique d'homogénéisation adaptée aux briques alvéolaires**

### **2.2.1. Principe de la méthode**

Une démarche complémentaire à celles évoquées plus haut consiste à adopter le point de vue « mécanicien » des paramètres élastiques.

Si l'on applique des chargements mécaniques statiques sur une brique alvéolaire, il est possible d'en extraire des informations sur la valeur de ses modules effectifs [53]. En pratique, ce type d'essais est couramment utilisé pour déterminer expérimentalement

<sup>1</sup> Ces vecteurs polarisation correspondent à la moyenne spatiale (sur une maille élémentaire du réseau) des vecteurs polarisation des ondes de Bloch.

<sup>2</sup> Physiquement, les coefficients élastiques effectifs « mesurent » l'énergie potentielle statique du milieu, grandeur indépendante de la masse volumique du système [52].

certains paramètres mécaniques de matériaux de construction<sup>1</sup> (bois, brique alvéolaire, béton, etc...). L'approche expérimentale est toutefois limitée car elle demande des moyens de mesure conséquents et ne permet de générer que des essais mécaniques simples.

L'approche développée dans la suite consiste à simuler, par éléments finis, plusieurs essais statiques<sup>2</sup> sur une brique alvéolaire afin d'évaluer les propriétés du bloc anisotrope homogénéisé. Conformément aux hypothèses faites Chapitre II.1.1, la brique équivalente est décrite par neuf constantes mécaniques : 3 modules d'Young, 3 modules de cisaillement (dans les trois directions d'orthotropie) ainsi que 3 coefficients de Poisson (dans les trois plans associés).

Des chargements mécaniques de compression pure et de cisaillement pur permettent de déterminer l'ensemble de ces paramètres, et donc le tenseur des rigidités du milieu alvéolaire homogénéisé.

### 2.2.2. Mise en oeuvre

#### a. Obtention des différents modules d'Young et coefficients de Poisson

Considérons un essai de compression (numérique) selon l'axe X et schématisé Figure II.4. Le chargement mécanique appliqué à la brique creuse est défini par le jeu de conditions aux limites suivant (on note  $\mathbf{U} = (U_x, U_y, U_z)^T$  le champ de déplacement) :

$$\begin{cases} U_x(x=0, y, z) = U_y(x, y=0, z) = U_z(x, y, z=0) = 0 \\ U_x(x=l_x, y, z) = -1 \end{cases} \quad \text{éq. II.23}$$

La déformation et la contrainte apparentes selon X sont donc :

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{1}{l_x}, T_{xx} = \frac{R_x}{S} = \frac{R_x}{l_y l_z} \quad \text{éq. II.24}$$

où  $l_x, l_y, l_z$  sont les dimensions de la brique dans les trois directions X,Y,Z et  $R_x$  est la réaction totale au niveau de la face  $X=l_x$ , c'est-à-dire la force nécessaire pour appliquer le déplacement prescrit. Notons que cette force est obtenue numériquement.

Par définition, le module d'Young effectif selon X s'écrit alors :

$$E_x \equiv \frac{T_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = -\frac{R_x l_x}{l_y l_z} \quad \text{éq. II.25}$$

<sup>1</sup> Des essais de compression, réalisés à l'aide d'une presse, permettent l'obtention des modules d'Young et coefficients de Poisson du milieu testé [54].

<sup>2</sup> Ces essais sont réalisés grâce au logiciel commercial d'éléments finis NASTRAN®.

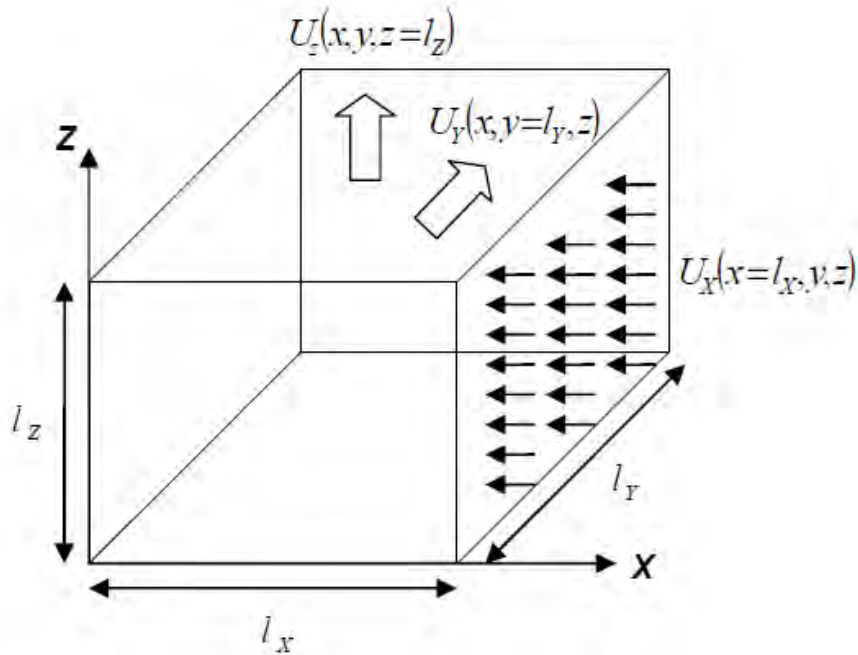


Figure II.4 Champ de déplacement imposé pour caractériser le module d'Young  $E_x$  ainsi que les coefficients de Poisson  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{xz}$ .

Lors de ce même essai, les faces ( $Y=l_y$ ) et ( $Z=l_z$ ) se déplacent suivant les axes Y et Z par effet Poisson de quantités  $U_y(x,y=l_y,z)$  et  $U_z(x,y,z=l_z)$ . Ces grandeurs sont là aussi déterminées numériquement.

Les coefficients de Poisson associés au plan XY et YZ s'écrivent donc :

$$\nu_{xy} \equiv -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{U_y(x,y=l_y,z)l_x}{l_y}, \nu_{xz} \equiv -\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{U_z(x,y,z=l_z)l_x}{l_z} \quad \text{éq. II.26}$$

En répétant ce type d'essais dans les directions Y et Z, nous caractérisons six des neuf coefficients élastiques de la brique orthotrope : ses trois modules d'Young ainsi que ses trois coefficients de Poisson indépendants<sup>1</sup>  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{xz}$  et  $\nu_{yz}$ .

### b. Calcul des modules de cisaillement

Déterminer un module de cisaillement est plus complexe car il faut réaliser un essai de cisaillement pur. Cela signifie que l'on doit trouver un jeu de conditions aux limites ne générant que des contraintes de cisaillement dans les éléments associés au maillage. Dans le plan XZ, la brique alvéolaire est soumise au champ de déplacement suivant :

$$\begin{cases} U_x(x,y,z=0) = 0, U_z(x,y,z=0) = x \\ U_x(x,y,z=l_z) = l_z, U_z(x,y,z=l_z) = U_z(x,y,z=0) \\ U_z(x=0,y,z) = 0, U_x(x=0,y,z) = z \\ U_z(x=l_x,y,z) = l_x, U_x(x=l_x,y,z) = U_x(x=0,y,z) \\ U_y(x,y=0,z) = 0 \end{cases} \quad \text{éq. II.27}$$

<sup>1</sup> La symétrie du tenseur élastique impose l'égalité  $\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i$ ,  $i, j = X, Y, Z$ .

Comme illustré Figure II.5, ce chargement mécanique est en fait un essai de bi-cisaillement. Il présente l'avantage de fournir une expression simplifiée du module de cisaillement dans le plan XZ, noté  $G_{XZ}$ .

Par définition de cette grandeur, on a :

$$G_{XZ} \equiv \frac{T_{XZ}}{\gamma_{XZ}} \quad \text{éq. II.28}$$

où  $T_{XZ}$  est la contrainte de cisaillement apparente (obtenue par le calcul) et  $\gamma_{XZ}$  l'angle de distorsion induit par l'essai de cisaillement. Or, avec ce jeu de conditions aux limites (cf. éq. II.27), cet angle de distorsion devient :

$$\begin{aligned} \gamma_{XZ} &\equiv 2\varepsilon_{XZ} = \frac{\partial U_X}{\partial z} + \frac{\partial U_Z}{\partial x} = \alpha + \beta \\ \alpha &\equiv \tan(\alpha) = \frac{U_X(z=l_z)}{l_z} = \frac{U_Z(x=l_x)}{l_x} = \tan(\beta) \equiv \beta = 1 \end{aligned} \quad \text{éq. II.29}$$

En définitive, le chargement mécanique considéré permet d'exprimer très simplement le module effectif  $G_{XZ}$  d'une brique creuse :

$$G_{XZ} = \frac{T_{XZ}}{2} \quad \text{éq. II.30}$$

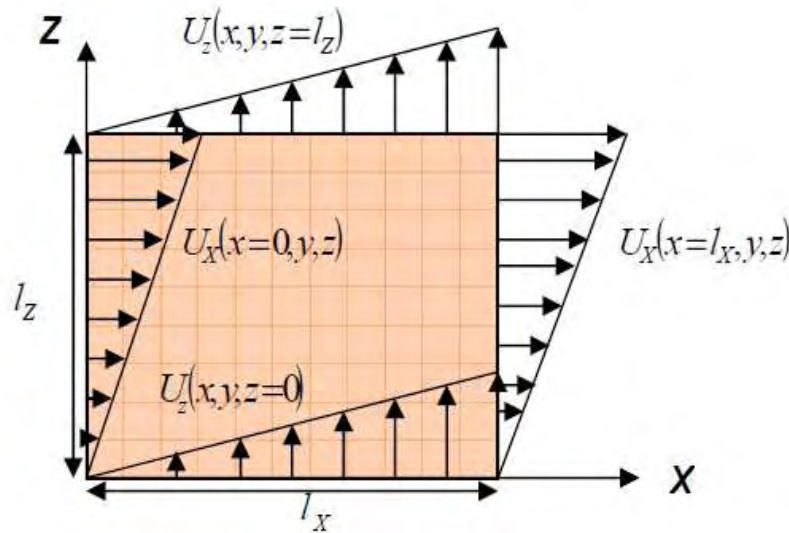


Figure II.5 Essai numérique de cisaillement dans le plan XZ.

*Remarque* : signalons que le calcul numérique est effectué dans le cadre de la théorie de l'élasticité linéaire en petites déformations<sup>1</sup>. Ceci justifie les hypothèses faites plus haut (éq. II.29) : approximer les tangentes aux angles eux-mêmes alors que les déplacements imposés peuvent être très grands reste cohérent avec les hypothèses du calcul. Autrement dit, la solution numérique est évaluée comme si les déplacements

<sup>1</sup> Il s'agit du solveur 101 du logiciel NASTRAN®, voir la référence [55] pour plus de détails.



étaient très petits et en gardant la géométrie initiale comme référence (calcul Lagrangien).

Le même raisonnement appliqué aux plans XY et YZ fournit les deux derniers modules de cisaillement  $G_{XY}$  et  $G_{YZ}$ .

Les deux types d'essais numériques développés donnent donc accès au tenseur effectif  $\langle \bar{\bar{H}} \rangle$  liant déformations  $\bar{\bar{\varepsilon}}$  et contraintes  $\bar{\bar{T}}$  [56] :

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \langle \bar{\bar{H}} \rangle \bar{\bar{T}}, \langle \bar{\bar{H}} \rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.31}$$

En pratique, ce sont les composantes du tenseur des rigidités  $\langle \bar{\bar{C}} \rangle$  qui interviennent pour le calcul de la transmission acoustique d'une paroi anisotrope (cf. éq. II.1). L'inversion de la relation tensorielle (éq. II.31) donne<sup>1</sup> :

$$\langle \bar{\bar{C}} \rangle = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \quad \text{éq. II.32}$$

avec :

$$\begin{cases} C_{11} = E_x(-1 + \nu_{yz}\nu_{zy})\Delta \\ C_{22} = E_y(-1 + \nu_{xz}\nu_{zx})\Delta \\ C_{33} = E_z(-1 + \nu_{xy}\nu_{yx})\Delta \\ C_{12} = -E_y(\nu_{xy} + \nu_{zy}\nu_{xz})\Delta \\ C_{13} = -E_z(\nu_{xz} + \nu_{xy}\nu_{yz})\Delta \\ C_{23} = -E_z(\nu_{yz} + \nu_{yx}\nu_{xz})\Delta \\ C_{44} = G_{yz} \\ C_{55} = G_{xz} \\ C_{66} = G_{xy} \\ \Delta = (-1 + \nu_{zy}\nu_{yz} + \nu_{yx}\nu_{xy} + \nu_{zx}\nu_{xz} + \nu_{yx}\nu_{zy}\nu_{xz} + \nu_{zx}\nu_{xy}\nu_{yz})^{-1} \end{cases} \quad \text{éq. II.33}$$

<sup>1</sup> Par définition,  $\bar{\bar{T}} = \langle \bar{\bar{C}} \rangle \bar{\bar{\varepsilon}} \Rightarrow \langle \bar{\bar{C}} \rangle = \langle \bar{\bar{H}} \rangle^{-1}$ .

Nous détaillons au prochain paragraphe la procédure de calcul des paramètres homogénéisés qui est ensuite illustrée sur un exemple de brique alvéolaire.

### 2.2.3. Implémentation et premières applications

Les outils et étapes des calculs comportent :

- Le maillage de la brique creuse, soit avec PATRAN® (logiciel d'interface graphique avec NASTRAN®), soit avec un mailleur cartésien développé en interne. Ce dernier ne modélise que des géométries dont les arêtes sont dirigées selon X Y ou Z mais présente l'intérêt d'être rapide. Le fichier d'entrée à NASTRAN® est un fichier de type bdf.
- Génération de plusieurs fichiers d'entrée à NASTRAN® pour reproduire les différents cas de charges décrits précédemment (déplacements imposés). Un programme dénommé MODIF\_BDF (créé en interne) permet d'introduire facilement ces conditions aux limites.
- Lancement des calculs éléments finis. Chaque calcul donne en sortie un fichier ascii de type f06. Un programme dédié (VIT\_NASTRAN) a été écrit pour effectuer les dépouillements nécessaires aux post-traitements demandés (récupération de réactions et déplacements sur différentes faces).
- Une procédure a été écrite (en langage PYTHON®) afin d'automatiser toutes ces tâches.

Dans un premier temps, on calcule les paramètres mécaniques d'un cube homogène isotrope : la procédure donne bien les modules attendus (ceux de la terre cuite dans notre cas).

Considérons ensuite la brique alvéolaire représentée Figure II.6 dont on suppose connus les paramètres mécaniques du tesson (pris comme un milieu isotrope pour le moment :  $E=7\text{GPa}$ ,  $\nu=0.2$  et  $\rho=1800\text{kgm}^{-3}$ . Ces valeurs sont typiques de celles rencontrées dans la littérature [5]).

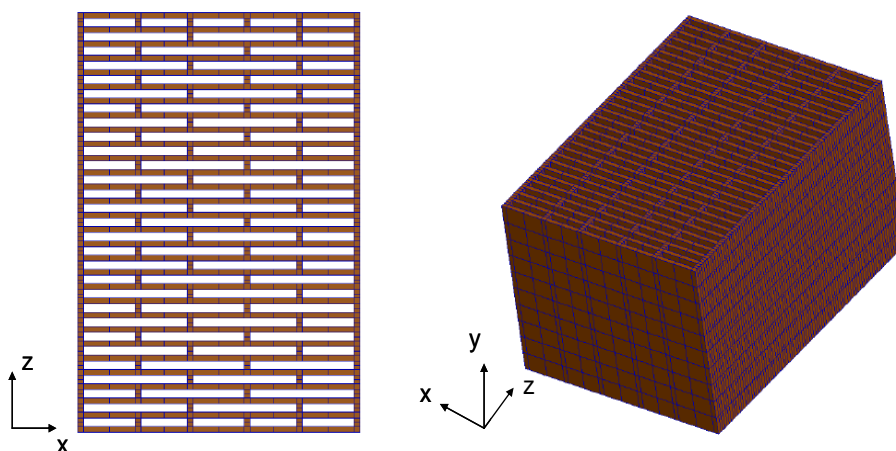


Figure II.6 Maillage d'une brique creuse de 37,5cm d'épaisseur (selon z), 21cm de hauteur (selon y) et 27cm de largeur.

La discrétisation est effectuée au moyen d'éléments (volumiques) hexaédriques. Le maillage est caractérisé par un nombre de ddl égal à 41580. L'application de la méthode d'homogénéisation est illustrée Figure II.7. Les modules effectifs associés à cette brique sont rapportés Tableau 1 :

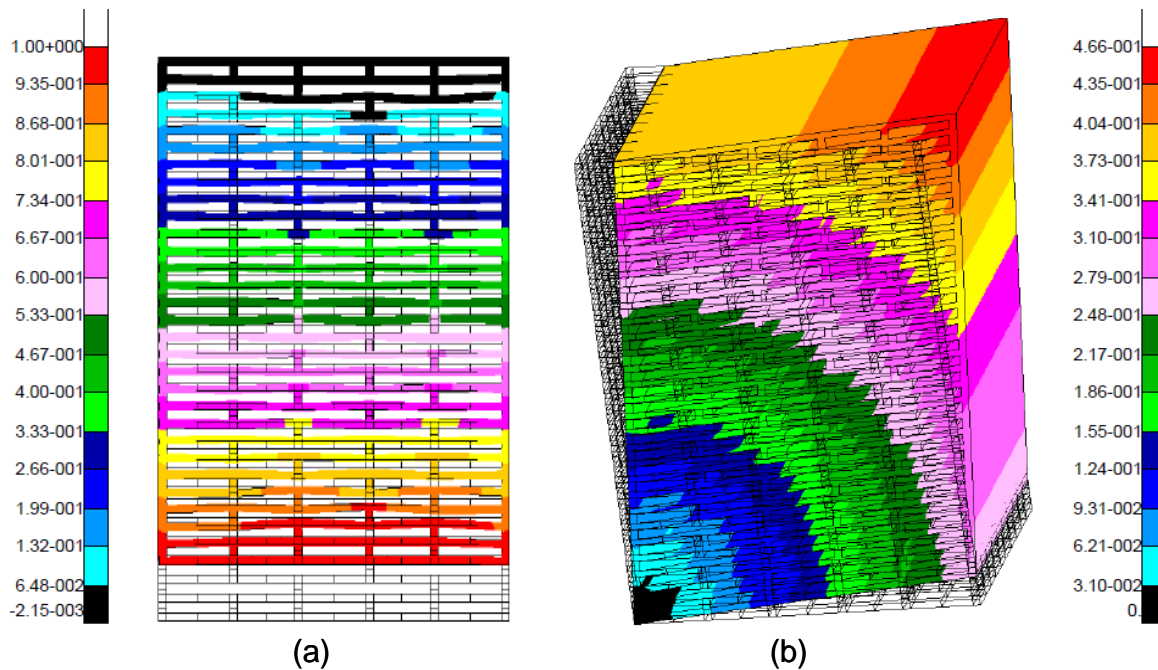


Figure II.7 (a) : Déplacement imposé lors d'un essai de compression selon l'épaisseur, (b) : Obtention de la constante  $G_{xz}$  (l'amplitude du déplacement imposé est représentée).

$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$E_z$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$G_{yz}$ (GPa)	$G_{xz}$ (GPa)	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{zx}$
2.8	3.2	0.35	1.2	0.45	0.17	0.18	0.2	0.01

Tableau 1 Exemple de paramètres mécaniques homogénéisés d'une brique alvéolaire.

Nous vérifions a posteriori la pertinence d'une des hypothèses de base faites en début de chapitre : la description du comportement mécanique d'une brique par un bloc effectif orthotrope. Les constantes homogénéisées simulées font en effet apparaître des propriétés élastiques fortement anisotropes.

Ceci étant, les valeurs de ces modules effectifs sont en accord avec la géométrie étudiée :

- ✓ Le module d'Young selon Y est le plus élevé. Dans cette direction, le module équivalent de la brique est directement relié à celui du tessou ainsi qu'au rapport entre la surface apparente (totale) et la surface « réelle » du tessou<sup>1</sup>.
- ✓ La très faible rigidité du profil selon l'épaisseur se traduit par un très faible module dans cette direction, une très faible résistance au cisaillement dans le plan XZ et un faible coefficient de Poisson  $\nu_{zx}$ .

<sup>1</sup>  $E_y = \Lambda E_{\text{tesson}}$  où  $\Lambda = S_{\text{tesson}}/S_{\text{app}}$ . Ici,  $\Lambda \approx 0.5$ .

### 2.2.4. Conclusion

Dans cette partie, un processus d'homogénéisation permettant d'obtenir les constantes élastiques homogénéisées d'une brique alvéolaire a été présenté.

Par rapport aux techniques existantes, l'approche étudiée possède plusieurs avantages :

- Elle est « simple » à mettre en œuvre et permet d'obtenir le jeu de paramètres avec des temps de calculs faibles, de l'ordre de quelques minutes pour des géométries « classiques ». La brique seule étant discrétisée, les maillages restent « raisonnables », même pour des géométries complexes. Elle est en outre inconditionnellement stable contrairement aux méthodes « semi-analytiques » (cf. 2.1).
- L'usage d'une approche numérique type « éléments finis » est très flexible : elle permet de considérer simplement des réseaux alvéolaires plus ou moins complexes.
- Enfin, la méthode permet de modéliser finement le comportement mécanique du tesson. Il est notamment possible d'introduire simplement une éventuelle anisotropie du tesson. En pratique, c'est un élément essentiel pour correctement prédire les propriétés mécaniques de la brique (voir le prochain paragraphe).

Nous disposons donc désormais d'un modèle vibratoire homogénéisé associant :

- un calcul analytique approché pour simuler les pertes par transmission d'une paroi anisotrope multicouche finie.
- A un processus numérique d'homogénéisation permettant de connaître le tenseur élastique effectif du milieu alvéolaire.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous comparons résultats de calculs et mesures sur 4 exemples de parois alvéolaires.

## **3 Comparaison entre affaiblissements acoustiques mesurés et simulés dans le cadre du modèle de plaque épaisse orthotrope fenêtrée homogénéisée**

### ***3.1 Introduction***

Pour calculer les pertes par transmission d'une paroi alvéolaire de terre cuite, on doit d'abord connaître plusieurs « paramètres d'entrée ». Dans le cadre de l'approche développée dans ce travail, ces paramètres sont au nombre de deux si l'on suppose connue la géométrie de la brique.

Il y a tout d'abord les propriétés physiques de la matière première, c'est-à-dire celles du tesson de terre cuite. Nous l'avons déjà souligné au chapitre d'introduction, ce dernier étant propre à chaque usine de fabrication, ses propriétés peuvent présenter une large plage de variation. Ceci explique qu'en pratique une comparaison quantitative avec un

résultat de mesure passe par la caractérisation du tesson en question (voir l'annexe A, paragraphe A.2 pour plus de détails).

Ce dernier ayant un comportement mécanique complexe [6], nous discutons également dans cette annexe (paragraphe 1) des moyens utilisés pour mesurer ses constantes élastiques. Pour chaque paroi étudiée, nous nous contenterons dans la suite de rappeler la valeur de ces différents paramètres.

Le second aspect à prendre en considération concerne les pertes structurales de la paroi. Elles traduisent différents types de dissipations : les pertes dites « internes » (liées à la dissipation dans la paroi), mais aussi les pertes par rayonnement [2] et celles liées aux conditions de montage du mur. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe C pour une analyse de ces différents termes ainsi que de la détermination expérimentale des pertes « structurales » d'une paroi maçonnée (cf. C.2).

Comme l'ont montré Fringuellino & al [22], cette grandeur est très variable d'un mur à l'autre. Elle a donc été mesurée dans chacune des situations traitées ici.

En toute rigueur, une autre source d'incertitude est liée à la couche d'enduit. Intuitivement, sa faible épaisseur laisse supposer qu'une modélisation « précise » est probablement moins critique qu'auparavant. Dans tout ce qui suit, la l'enduit est assimilé à un solide isotrope avec des paramètres représentatifs de ceux trouvés dans la littérature [5] :  $E=7\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$  et  $\rho=1700\text{kg/m}^3$ .

### 3.2 Résultats obtenus

#### 3.2.1. Cas d'une paroi de briques de 20cm d'épaisseur à perforations verticales

##### a. Analyse des indices d'affaiblissement acoustique

Il s'agit d'un mur monté à joint mince horizontal, de dimensions XYZ  $4.18 \times 2.47 \times 0.21\text{m}^3$  et dont la masse surfacique totale est d'environ  $125\text{kg/m}^2$ . Celui-ci est recouvert d'un enduit d'environ 1cm d'épaisseur. Les paramètres mesurés à l'échelle du tesson et du mur sont regroupés Figure II.8.

Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}=C_{33}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$C_{55}$ (GPa)
$1860 \pm 5$	$3.7 \pm 0.3$	$11 \pm 0.5$	$3.9 \pm 0.4$	$2 \pm 0.2$

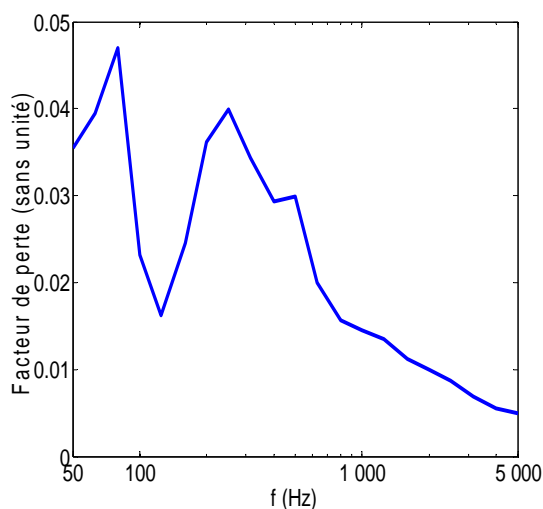


Figure II.8 Caractérisation (ultrasonore) des constantes élastiques du tesson (à gauche) et pertes structurales du mur mesurées en fonction de la fréquence (à droite).

Le tesson a un comportement semblable à celui d'un solide transverse isotrope : il se caractérise par un plan d'isotropie (noté yz dans le repère local associé au tesson) et une direction perpendiculaire à ce plan (notée x) où sa rigidité est visiblement très faible ( $C_{11} \ll C_{22}$ ). La faible constante de cisaillement mesurée dans le plan xz reflète également cette anisotropie mécanique<sup>1</sup>.

A l'échelle du mur, il est intéressant de relever le comportement fréquentiel du facteur de pertes structurales. En « basses fréquences », typiquement entre 50Hz et 400Hz, il présente plusieurs accidents probablement liés au comportement modal du mur.

Cette grandeur tend globalement à décroître avec la fréquence. Qualitativement, ce résultat traduit l'importance des conditions aux limites (et donc des pertes associées aux conditions de montage) tant que les longueurs d'ondes sont de l'ordre de grandeur de la taille du mur. Plus haut en fréquence, le facteur de perte structural tend vers le facteur de pertes internes.

Ces 2 paramètres étant connus, nous pouvons appliquer l'approche mise au point dans ce chapitre : le calcul des modules élastiques effectifs de la structure alvéolaire (cf. Figure II.9) utilisés comme données d'entrée pour le modèle de transmission acoustique.

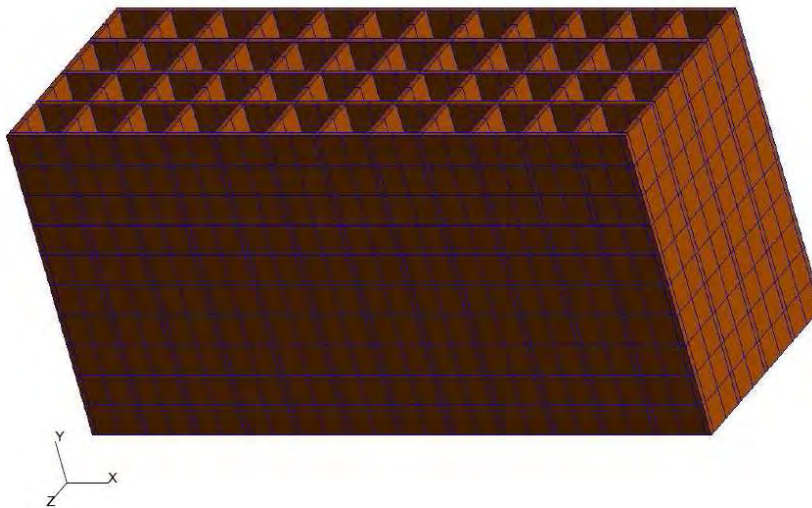


Figure II.9 Brique alvéolaire de 20cm d'épaisseur, 56cm de largeur et 27cm de hauteur (discrétisation avec éléments HEXA, ddl=15972).

L'homogénéisation conduit aux valeurs suivantes :

$$\langle \bar{C} \rangle = \begin{pmatrix} 0.52 & 0.28 & 0.02 & 0 & 0 & 0 \\ 0.28 & 2.35 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.09 & 0.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.42 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.30 \end{pmatrix}_{\text{GPa}}, \langle \rho \rangle = 590 \text{kg/m}^3 \quad \text{éq. II.34}$$

Les paramètres simulés sont en accord avec cette géométrie alvéolaire.

<sup>1</sup> Une explication sur l'origine de cette anisotropie est proposée en annexe A.

Comme auparavant (cf. Chapitre II.2.3), la constante de rigidité  $C_{22}$  est la plus élevée car dans la direction Y, seules les cloisons verticales travaillent en compression. Cette direction coïncide en outre avec celle où le tesson présente un maximum de rigidité (il s'agit de la direction d'extrusion, cf. annexe A.1.3.2).

Le fait que  $C_{11} \approx C_{33}$  est conforme avec la quasi isotropie du profil dans le plan XZ. La brique étant plus souple dans ce plan, le module de cisaillement  $C_{55} = G_{XZ}$  est bien le plus faible.

Des essais statiques sur cette brique ont été menés pour valider les paramètres calculés. Les moyennes, réalisées sur 10 essais, fournissent les valeurs suivantes :  $E_x = 435 \text{MPa}$  (à comparer à  $490 \text{MPa}$ ),  $E_y = 1960 \text{MPa}$  (à comparer à  $2180 \text{MPa}$ ) et  $E_z = 402 \text{MPa}$  (à comparer à  $445 \text{MPa}$ ). L'accord entre les rigidités mesurées et simulées est donc bon même si les modules expérimentaux sont légèrement plus faibles : en pratique, une brique présente des défauts (microfissures, inhomogénéités, etc...) non pris en compte lors du processus d'homogénéisation.

La comparaison entre simulations et mesure est illustrée Figure II.10.

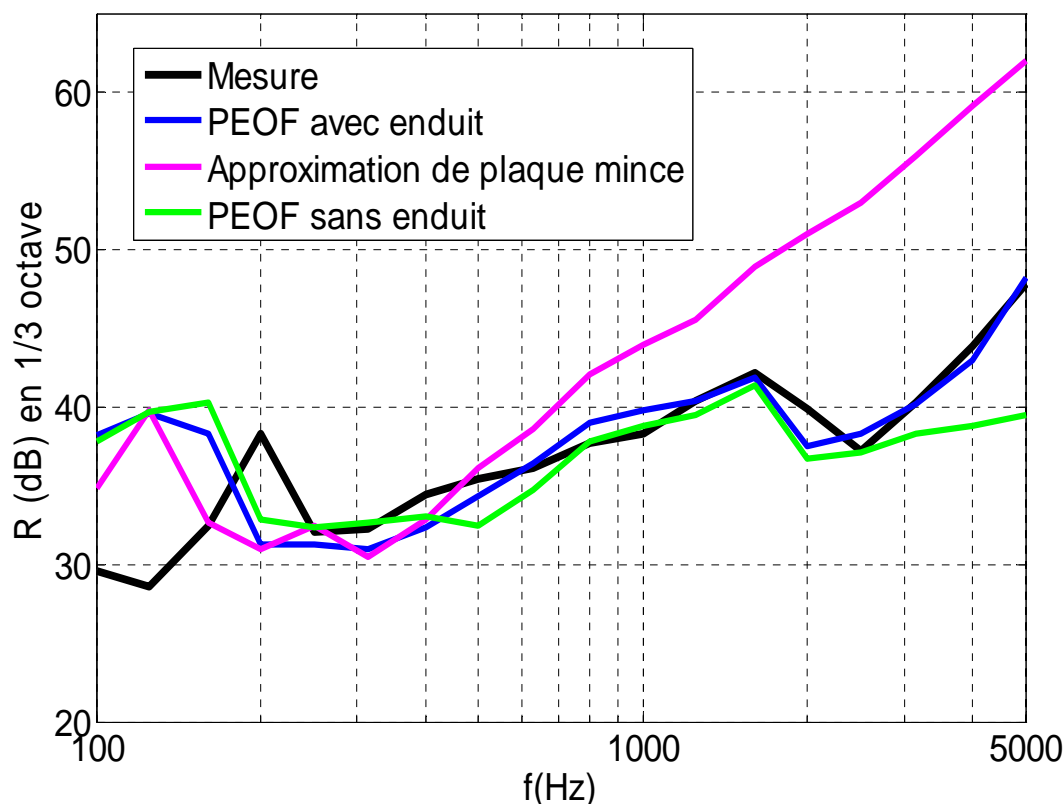


Figure II.10 Affaiblissement acoustique d'une paroi alvéolaire de 20cm d'épaisseur mesuré et prédit via différents modèles (PEOF : Plaque Epaisse Orthotrope Fenêtrée).

Trois calculs de transmission sont confrontés. Le premier (en bleu) correspond à un multicouche composé d'une couche orthotrope de 20cm et d'une seconde isotrope d'1cm (l'enduit).

Le second est une simulation monocouche où l'enduit n'est pas « réellement » pris en compte : supposant les paramètres mécaniques du mur peu affectés par sa présence, on évalue l'affaiblissement d'une paroi orthotrope de 21cm et de masse surfacique égale à celle du mur avec enduit ( $125 \text{kg/m}^2$ ).

Enfin, les pertes par transmission sont simulées via un modèle de plaque mince orthotrope (en rose) : l'éq. I.14 est utilisée avec un module de rigidité en flexion  $B$  fonction de l'angle d'incidence  $\varphi$  pour évaluer l'indice  $R$ .

Hormis aux environs de 100Hz où il existe un désaccord significatif entre mesures et calculs<sup>1</sup>, les 3 simulations s'accordent jusqu'à environ 600Hz. Le rayonnement d'un mur homogénéisé résulte des ondes de flexion en régime de « grandes longueurs d'ondes » (cf. Figure I.11).

Le bon accord obtenu avec la mesure permet d'attribuer le creux observé aux environs de 200Hz-300Hz au phénomène de coïncidence traduisant l'égalité entre la vitesse des ondes de flexion et la vitesse du son dans l'air.

Pour une plaque orthotrope, cette « zone critique » est délimitée par les deux fréquences suivantes [19] :

$$f_{cX} = \frac{c_a^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B_X}} \text{ et } f_{cY} = \frac{c_a^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B_Y}} \quad \text{éq. II.35}$$

où  $B_X = \frac{h^3}{12} C_{11}$ ,  $B_Y = \frac{h^3}{12} C_{22}$  désignent les rigidités en flexion du mur orthotrope équivalent dans les directions  $X$  et  $Y$ ,  $\rho_s$  étant sa masse surfacique.

L'usage de la relation (éq. II.35) fixe les fréquences critiques à environ 160Hz et 350Hz pour la paroi étudiée.

Au-delà de 600Hz les prédictions faites via l'approximation de plaque mince deviennent clairement erronées. En particulier, cette approche ne modélise pas le creux additionnel observé aux environs de 2kHz alors que le modèle de plaque épaisse en rend fidèlement compte. Comme nous le montrons au prochain paragraphe, l'interprétation de cet accident passe par le tracé des équations de dispersion<sup>2</sup> d'une plaque épaisse orthotrope.

On sait que certains modes de Lamb peuvent rayonner à partir de leurs fréquences de coupures, selon le type de vibrations mises en jeu [17]. Le premier mode de plaque épaisse dans ce cas est un mode symétrique noté  $S_1$ , l'appellation « symétrique » faisant référence au fait que les faces du mur vibrent en opposition de phase.

Sa fréquence de coupure est donnée par [61] :

$$f_c^{S1} = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_{33}}{h\rho_s}} \quad \text{éq. II.36}$$

Les paramètres effectifs du mur étudié étant connus, la fréquence de coupure du mode  $S_1$  équivalent est localisée vers 2200Hz, précisément dans la zone où l'indice  $R$  décroît.

Nous voyons ici qu'un mur de briques alvéolaires en terre cuite a un comportement similaire à celui d'une plaque « épaisse » dans le domaine audible [100Hz, 5kHz].

Discutons pour finir de l'influence de l'enduit :

<sup>1</sup> Nous reviendrons plus loin sur les causes possibles de ces écarts dans les basses fréquences.

<sup>2</sup> C'est-à-dire la nature (vitesse ou longueur d'onde) des différents modes guidés dans le mur en fonction de la fréquence.



- Un premier effet, visible en « basses fréquences », se traduit par une zone critique légèrement plus étroite (comparer les courbes en vert et en bleu). Par effet de « moyennage », l'enduit réduit l'anisotropie globale du mur [50].
- Une seconde manifestation émerge en « hautes fréquences », typiquement au-delà de la première résonance d'épaisseur du mur (mode  $S_1$ ). Du fait des faibles modules élastiques du mur de briques, l'enduit rigidifie la paroi, ce qui se traduit par une pente plus élevée de l'affaiblissement acoustique.

Il semble donc que l'enduit, malgré sa faible épaisseur, a un effet non négligeable sur la transmission du son au travers du mur. On en tiendra donc compte systématiquement dans les exemples traités.

*b. Tracé des courbes de dispersion des ondes de Lamb dans le mur homogénéisé*

Leur étude est simplifiée par la présence d'air comme fluide environnant le mur. De part sa très faible impédance devant celle de la paroi, les vibrations structurales ne sont quasiment pas affectées par ce dernier.

Nous étudions ici la propagation des ondes de Lamb selon les axes principaux X et Y du mur. Il y a donc un découplage entre les modes de Lamb à proprement parlé (ie les modes couplés QP et QSV) des modes QSH (SH pour « Shear Horizontal ») [61].

Dans ce cas, Nayfey & al. [62] ont montré que l'annulation des contraintes normales en bords de plaque conduit au système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n}) \sin\left(\frac{\pi fh}{v_{S_n}} \Phi(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n})\right) \cos\left(\frac{\pi fh}{v_{S_n}} \Xi(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n})\right) - G(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n}) \sin\left(\frac{\pi fh}{v_{S_n}} \Xi(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n})\right) \cos\left(\frac{\pi fh}{v_{S_n}} \Phi(\rho, C_{ijkl}, v_{S_n})\right) = 0 \\ F(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n}) \sin\left(\frac{\pi fh}{v_{A_n}} \Xi(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n})\right) \cos\left(\frac{\pi fh}{v_{A_n}} \Phi(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n})\right) - G(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n}) \sin\left(\frac{\pi fh}{v_{A_n}} \Phi(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n})\right) \cos\left(\frac{\pi fh}{v_{A_n}} \Xi(\rho, C_{ijkl}, v_{A_n})\right) = 0 \\ \cos(\Omega(\rho, C_{ijkl}, v_{SH_n}, f)h) \sin(\Omega(\rho, C_{ijkl}, v_{SH_n}, f)h) = 0 \Rightarrow v_{SH_n}(f) = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho - C_{44} \left(\frac{n}{2fh}\right)^2}}, n = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right.$$

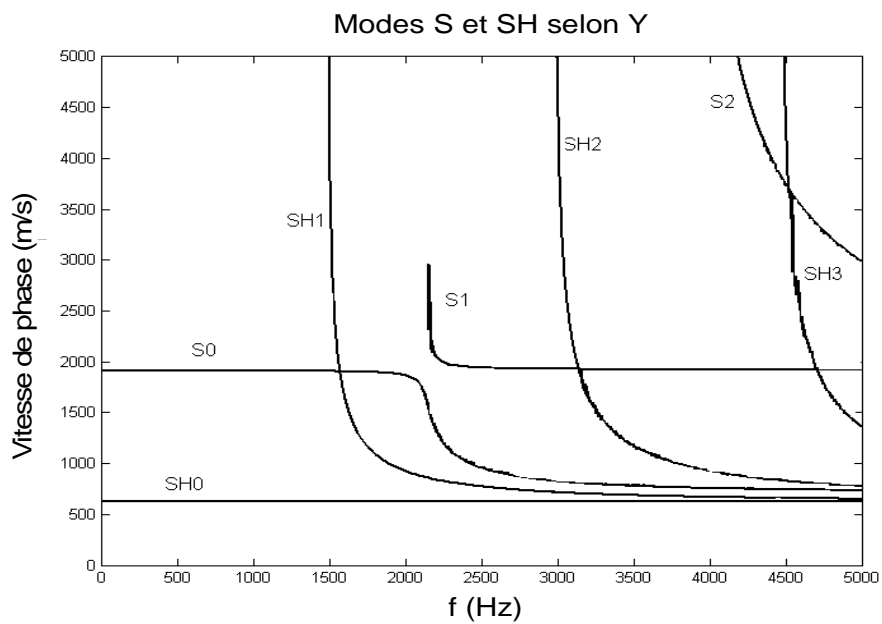
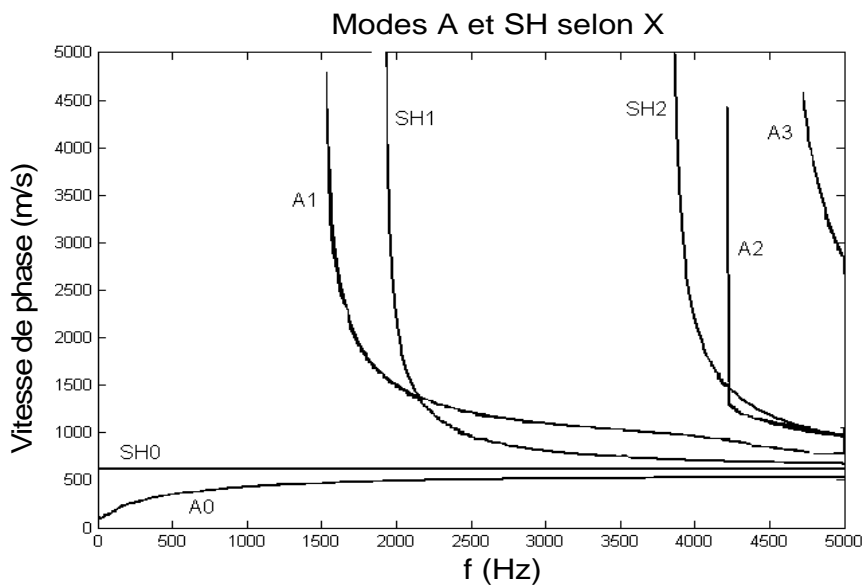
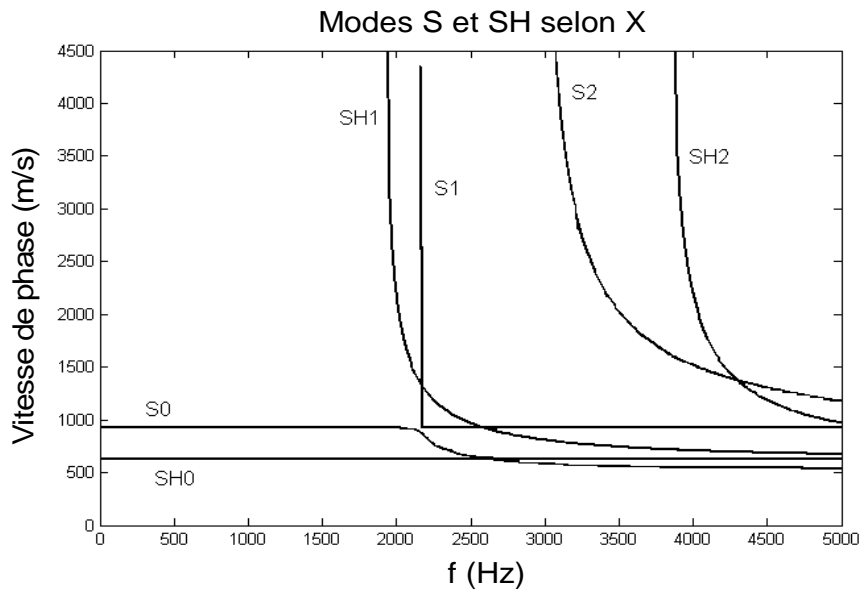
*éq. II.37*

où  $v_{A_n}$ ,  $v_{S_n}$  et  $v_{SH_n}$  sont les vitesses de phase des différents modes de plaques et  $F$ ,  $G$ ,  $\Omega$ ,  $\Xi$ ,  $\Phi$  des fonctions qui dépendent des paramètres de la paroi et de ces vitesses (cf. [62] pour plus de détails).

Ce système est résolu numériquement dans le cas du mur envisagé plus haut. Les courbes obtenues (cf. Figure II.11) correspondent à une plaque monocouche orthotrope ( $h=21$  cm,  $\rho_s=125\text{kg/m}^2$ ) dont le tenseur élastique est donné par l'éq. II.34.

On retrouve bien la présence de 2 modes sans fréquences de coupures en basses fréquences : le mode  $A_0$  (assimilable à un mode de flexion<sup>1</sup>) et le mode  $S_0$ . Ce dernier n'a pas (ou peu) d'influence sur la transmission car sa polarisation est quasi-longitudinale [17].

<sup>1</sup> Dans cette zone, la vitesse du mode  $A_0$  suit une loi du type  $v_{A_0} \propto f^{1/2}$  (cf. éq. I.12).



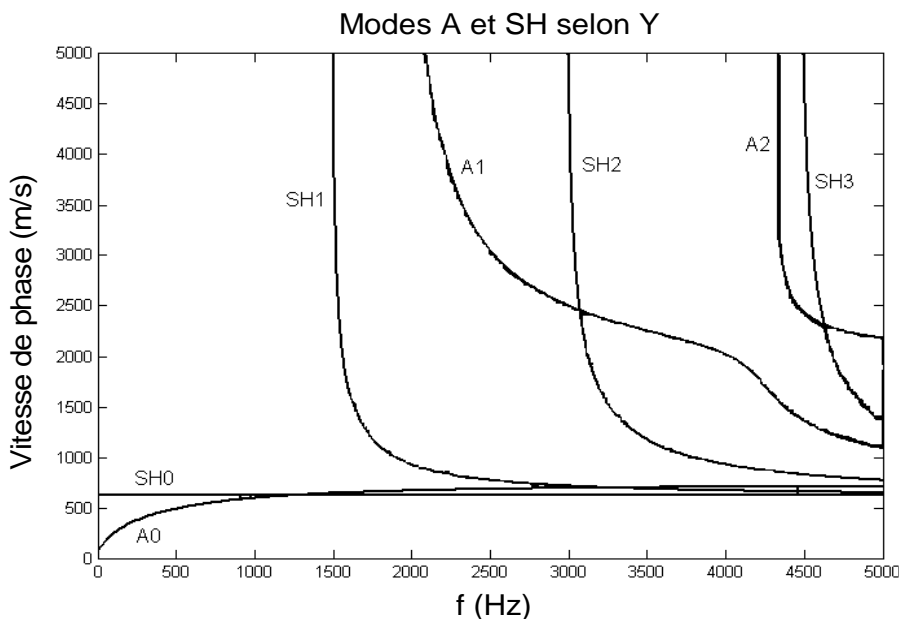


Figure II.11 Courbes de dispersion des ondes se propageant dans la paroi alvéolaire homogénéisée.

On observe aussi la présence du mode  $S_1$  et du mode  $A_2$  à partir de leurs fréquences respectives, à savoir 2200Hz et 4400Hz (environ). Contrairement à d'autres modes guidés<sup>1</sup>, ces fréquences ne dépendent pas de la direction de propagation dans le mur : la constante élastique  $C_{33}$  est invariante par rotation autour de l'axe Z (épaisseur). Cela signifie que même dans une situation de « champ diffus », le rayonnement de ces modes de Lamb se manifestera dans le spectre qu'à des fréquences bien définies<sup>2</sup> et données par :

$$f_n = \frac{n}{2h} \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, n = 1,2,3,\dots \quad \text{éq. II.38}$$

### 3.2.2. Etude d'une seconde paroi alvéolaire de 20cm d'épaisseur à perforations verticales

Le second cas envisagé est un mur monté dans les mêmes conditions que précédemment (joint mince horizontal, mêmes dimensions, enduit 1cm) mais dont la géométrie alvéolaire est modifiée (avec une masse surfacique totale d'environ 115kg/m<sup>2</sup>) (cf. Figure II.12).

Les données d'entrée relatives à cette paroi sont regroupées Tableau 2. L'analyse de ces résultats expérimentaux est analogue à celle faite ci-dessus.

Le calcul des propriétés effectives de cette brique creuse donne :

<sup>1</sup> Les modes  $S_n$  avec n pair et  $A_n$  avec n impair.

<sup>2</sup> Le mode  $A_2$  n'est pas visualisé dans la Figure II.10 probablement à cause du filtrage en 1/3 octave et car sa fréquence de coupure est en limite de spectre.

$$\langle \bar{C} \rangle = \begin{pmatrix} 0.63 & 0.37 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0.37 & 2.72 & 0.12 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.12 & 0.40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.55 \end{pmatrix}_{\text{GPa}}, \langle \rho \rangle = 540 \text{kg/m}^3 \quad \text{éq. II.39}$$

Là encore, ces modules sont en accord avec le profil alvéolaire de la Figure II.12.

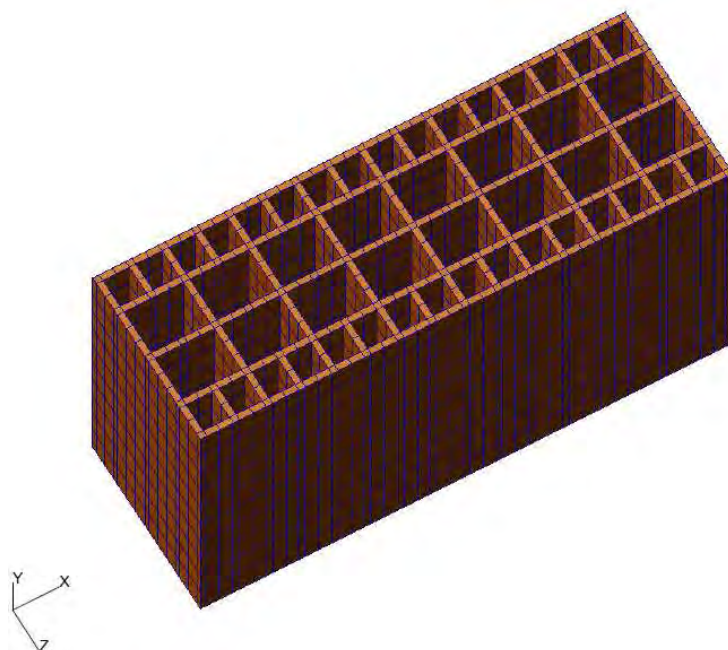


Figure II.12 Réseau alvéolaire de la brique ( $L_x=57\text{cm}$ ,  $L_y=31.4\text{cm}$ ,  $L_z=20\text{cm}$ ).

Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}=C_{33}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$C_{55}$ (GPa)
$1880 \pm 7$	$3.2 \pm 0.2$	$9 \pm 0.4$	$4 \pm 0.5$	$2.7 \pm 0.2$

Tableau 2 Constantes élastiques mesurées sur le tesson de terre cuite.

Les pertes par transmission expérimentales sont comparées aux simulations Figure II.13.

En basses fréquences émerge la zone critique du mur orthotrope effectif entre 140Hz et 280 Hz environ. A nouveau, seul le modèle « complet », c'est-à-dire tenant compte de l'ensemble des modes de Lamb dans la paroi homogénéisée, permet de prédire le comportement du mur en moyennes et hautes fréquences. En particulier, le creux observé aux environs de 2kHz est bien modélisé : il correspond à la fréquence de coupure du mode  $S_1$  du mur équivalent ( $f_{\text{coup}} \approx 2100\text{Hz}$ ).

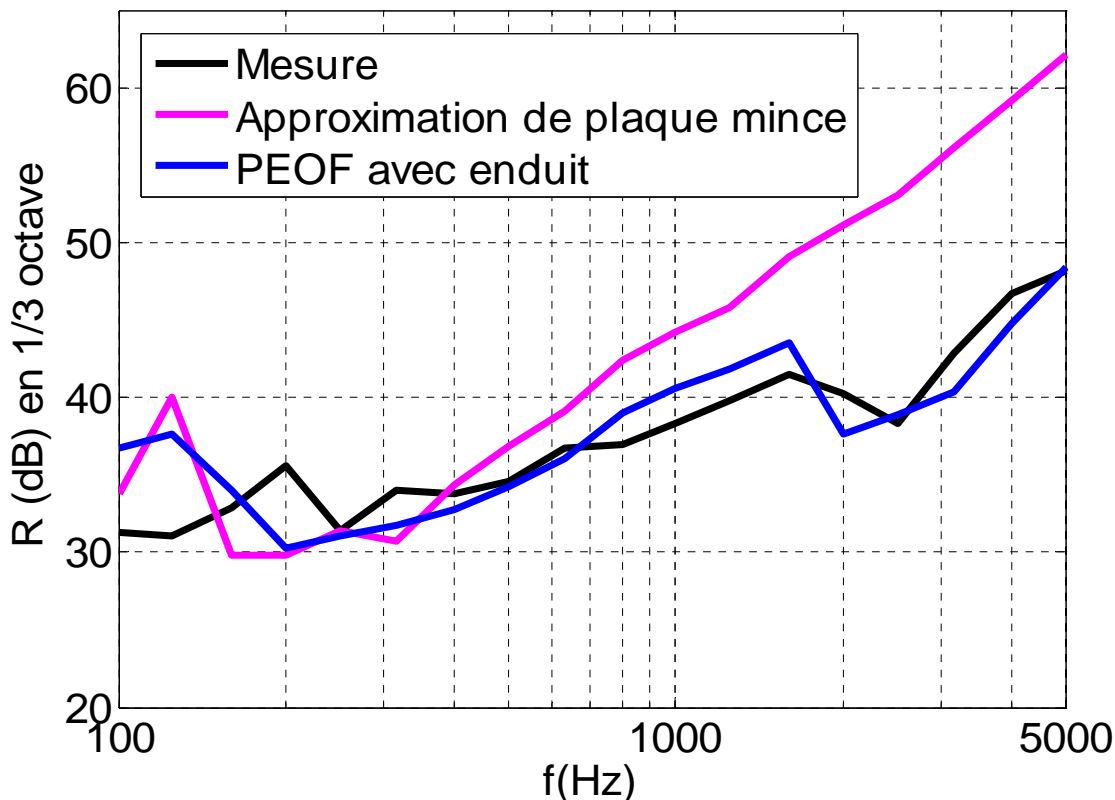


Figure II.13 Comparaison entre indices R obtenus par calcul et mesure.

### 3.2.3. Etude d'un mur de briques de 20cm d'épaisseur à perforations horizontales

Nous passons à présent au cas d'une paroi de briques montée à joint horizontal traditionnel, enduite sur une face et dont la masse surfacique totale (briques+enduit+joints) est de 130kg/m<sup>2</sup>.

Comme le schématise la Figure II.14, ce mur se distingue des précédents de part la présence d'un réseau d'alvéoles orientées selon l'horizontale X.

Les résultats issus de la phase de caractérisation du mur sont rapportés Figure II.15.

Après homogénéisation de la brique, on obtient les propriétés effectives suivantes :

$$\langle C \rangle = \begin{pmatrix} 4.18 & 0.14 & 0.38 & 0 & 0 & 0 \\ 0.14 & 0.63 & 0.03 & 0 & 0 & 0 \\ 0.38 & 0.03 & 0.51 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.79 \end{pmatrix}_{\text{GPa}}, \langle \rho \rangle = 605 \text{kg/m}^3 \quad \text{éq. II.40}$$

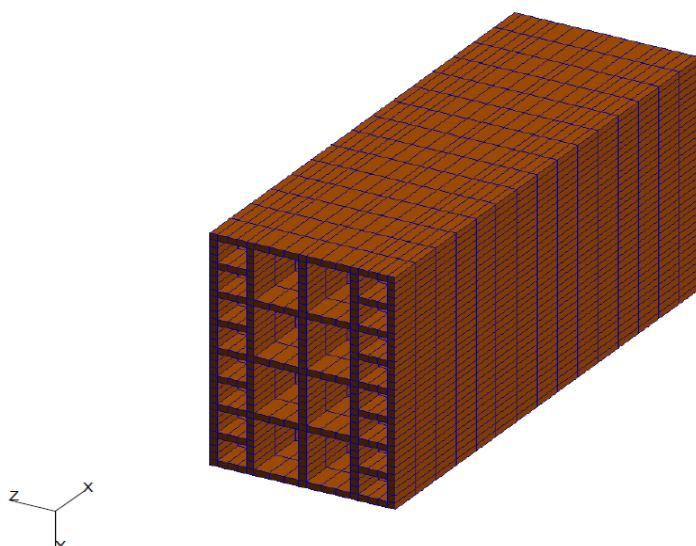


Figure II.14 Brique creuse à perforations horizontales ( $L_x=57\text{cm}$ ,  $L_y=30\text{cm}$  et  $L_z=20\text{cm}$ ).

Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}=C_{33}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$C_{55}$ (GPa)
$1820 \pm 5$	$3.3 \pm 0.2$	$13 \pm 0.6$	$5.3 \pm 0.6$	$2.9 \pm 0.5$

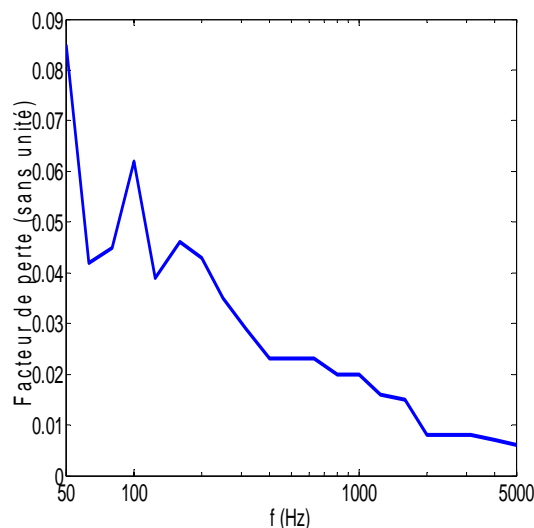


Figure II.15 Mesure des propriétés mécaniques à l'échelle du tessou (à gauche) et vibratoires à l'échelle du mur (à droite).

La Figure II.16 compare l'affaiblissement acoustique mesuré et celui issu du modèle de plaque épaisse orthotrope fenêtrée. Nous visualisons entre 120Hz et 300Hz la zone critique de la paroi orthotrope effective. Comme précédemment, on relève des écarts significatifs aux environs du tiers d'octave 100Hz.

Le comportement en hautes fréquences est principalement marqué par un pic de transmission centré vers 2kHz. Le modèle homogénéisé permet d'interpréter cet accident comme la première résonance d'épaisseur de la paroi ( $f_c \approx 2160\text{Hz}$ ).

Soulignons la pertinence d'une homogénéisation appliquée à un bloc seul malgré la présence de joints « épais ». Ceci suggère que tenir compte du joint au travers de la masse et des pertes structurales du mur maçonné constitue une bonne approximation<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Nous reviendrons sur ce point au Chapitre III.2.3.

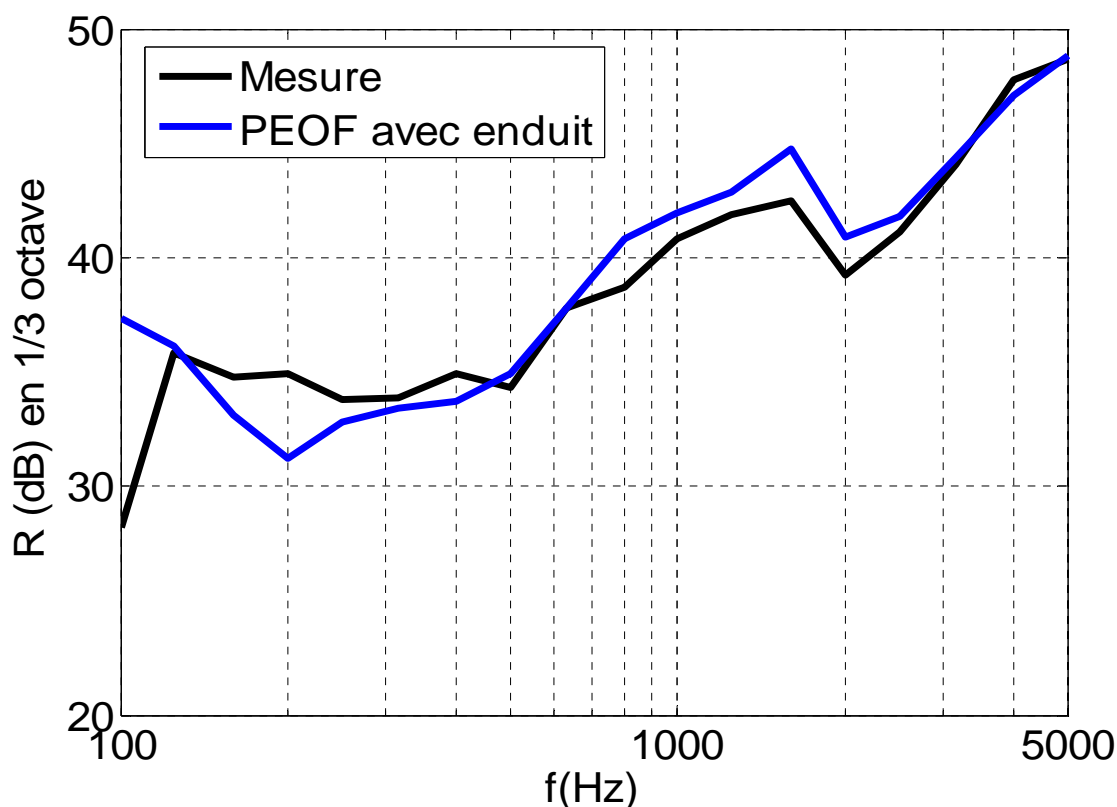


Figure II.16 Comparaison entre prédiction et mesure.

### 3.2.4. Cas d'un mur de briques de 37.5cm d'épaisseur

La dernière paroi se distingue des précédentes par deux aspects : il s'agit d'un mur alvéolaire de 37.5cm d'épaisseur et son profil possède un nombre élevé de cloisons selon l'épaisseur (cf. Figure II.17). Il s'agit donc d'une paroi « optimisée » du point de vue de ses propriétés thermiques, les chemins de transmission de la chaleur ayant été réduit au minimum.

La masse surfacique (totale) du mur monté à joint mince horizontal avec un enduit d'1.5cm est d'environ 400kg/m<sup>2</sup>. La même méthodologie est employée pour étudier ce mur : les données d'entrée nécessaires au calcul de l'affaiblissement acoustique sont d'abord déterminées expérimentalement (cf. Figure II.18).



Figure II.17 Paroi alvéolaire disposant d'une 30<sup>aine</sup> d'alvéoles dans l'épaisseur. Chaque bloc a les dimensions suivantes :  $L_z=37.5\text{cm}$ ,  $L_x=27.5\text{cm}$  et  $L_y=21\text{cm}$ .

Densité (kg/m <sup>3</sup> )	C <sub>11</sub> (GPa)	C <sub>22</sub> =C <sub>33</sub> (GPa)	C <sub>44</sub> (GPa)	C <sub>55</sub> (GPa)
1780±3	5.2 ±0.4	15.7 ±0.8	6.5 ±0.7	3.2 ±0.4

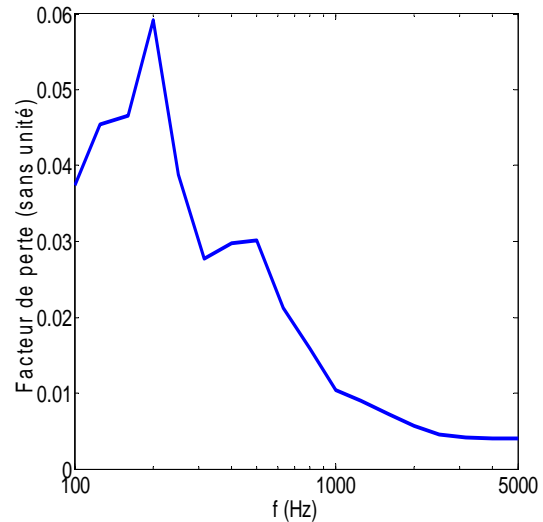


Figure II.18 Caractérisation expérimentale des données d'entrée du modèle.

La phase de caractérisation met en évidence un traitement particulier de ce tesson de terre cuite : sa densité apparente est en moyenne plus faible que celles mesurées jusqu'ici. Qualitativement, ceci résulte de traitements destinés à améliorer les propriétés thermiques du tesson en l'allégeant (cf. Chapitre I1.1). Les constantes de rigidités mesurées indiquent néanmoins le même type d'anisotropie. (voir annexe A.1.4.2).

L'homogénéisation appliquée à ce profil creux donne les valeurs suivantes :

$$\langle \bar{C} \rangle = \begin{pmatrix} 2.34 & 1.33 & 0.02 & 0 & 0 & 0 \\ 1.33 & 7.53 & 0.03 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.03 & 0.13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.06 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.82 \end{pmatrix}_{\text{GPa}}, \langle \rho \rangle = 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \text{éq. II.41}$$

La densité élevée de cloisons explique la (relative) grande masse volumique de la brique effective. De même, les propriétés mécaniques relevées dans le plan XZ reflètent les spécificités du réseau alvéolaire : une très faible rigidité dans le sens de l'épaisseur ( $C_{33} \ll C_{11}, C_{22}$ ) ainsi qu'une très faible résistance au cisaillement dans ce même plan ( $C_{55} \ll C_{44}, C_{55}$ ).

*Remarque* : Simuler les pertes par transmission relatives à ce mur a posé quelques difficultés. Bien que l'algorithme implémenté soit une extension de la méthode des matrices de transfert au cas de multicouches anisotropes finis, il souffre des mêmes limitations [63] : des instabilités numériques qui se manifestent pour des couches de matériau dont le produit fréquence par épaisseur est grand.

Qualitativement, à chaque onde partielle se propageant dans une couche (d'épaisseur  $h$ ) est associé un terme progressif de la forme  $e^{ik_z h}$  ( $k_z$  est le vecteur d'onde selon l'épaisseur). Si l'excitation acoustique est de type « champ diffus », cette expression devient évanescence au-delà des différents angles critiques (cf. Chapitre I3.2.1).



La présence de tels termes dans les éléments de matrices décrivant chaque couche (cf. éq. II.11) conduit à des instabilités d'autant plus grandes que le produit  $f \times h$  et le nombre de milieux à traiter sont élevés.

Pour résoudre ce problème, la solution proposée par Rokhlin & al. [64] a été retenue. Elle repose sur un tri des différentes ondes partielles suivant leur direction de propagation dans le milieu et une formulation récursive évitant la multiplication directe des matrices de transfert des différentes couches (cf. éq. II.15).

Les résultats obtenus sur ce mur alvéolaire sont représentés Figure II.19. L'évolution fréquentielle de l'affaiblissement acoustique diffère grandement de celles décrites jusqu'ici.

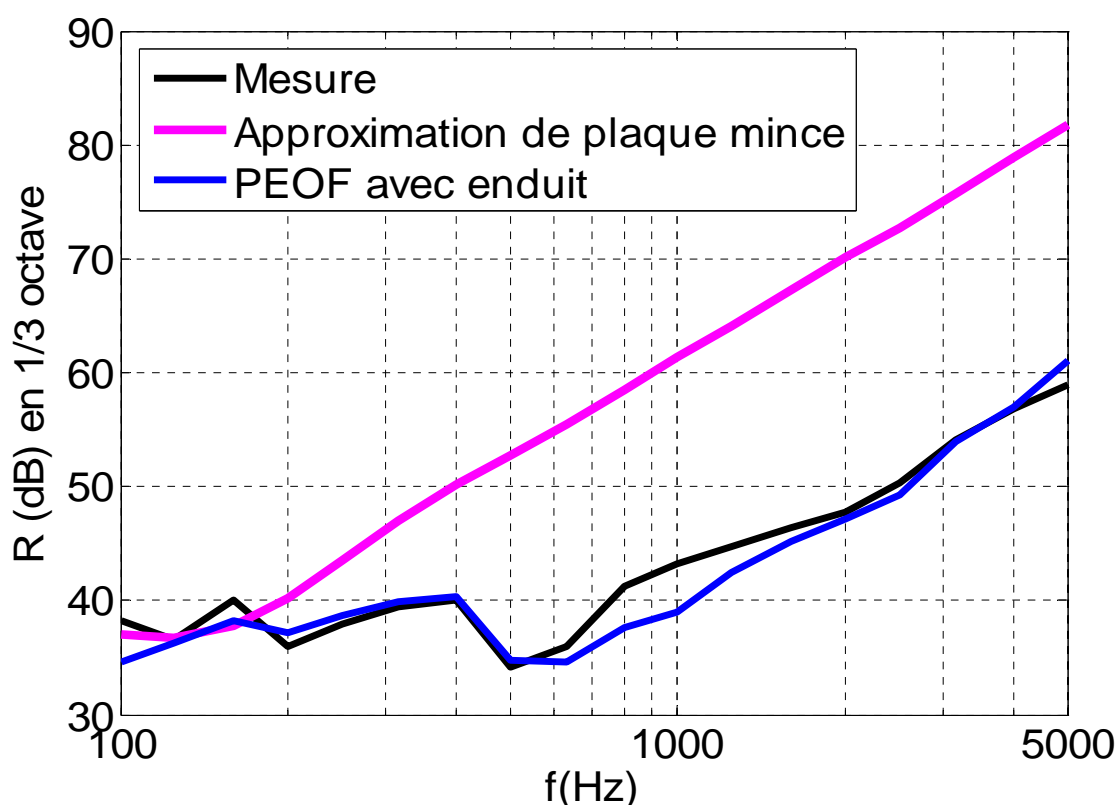


Figure II.19 Pertes par transmission d'une paroi alvéolaire de 39cm d'épaisseur.

Premièrement, la zone critique du mur orthotrope équivalent s'étend de 60Hz à 110Hz. Elle se retrouve décalée plus « bas » dans le spectre principalement à cause de la large épaisseur de paroi (39cm au total). Les écarts visualisés dès 300Hz entre mesure et modèle de plaque mince homogène illustre la limite d'une telle approche pour le mur envisagé ici.

A l'inverse, une modélisation de type plaque épaisse orthotrope prédit assez finement le comportement acoustique sur l'ensemble du spectre. La chute d'isolation vers 500Hz est en particulier bien reproduite. Dans le cadre du modèle proposé, cette chute est associée à la résonance du premier mode de Lamb  $S_1$  du mur épais équivalent (le calcul donne  $f_{S1} \approx 460$ Hz).

Physiquement, une large épaisseur associée à un profil « souple » selon l'épaisseur du mur induisent des vibrations « de plaque épaisse » qui dégradent les propriétés acoustiques de la paroi.

### **3.3 Origine(s) des écarts observés aux « basses fréquences »**

#### *3.3.1. Position du problème*

A plusieurs reprises, des écarts notables entre prédictions et mesures sont apparus aux environs de 100Hz. On cherche ici à expliquer cette mauvaise corrélation.

Remarquons que le modèle vibro-acoustique utilisé néglige deux éléments connus pour être particulièrement influents dans ce domaine de « grandes longueurs d'ondes » :

- Les conditions aux limites aux bords du mur (cf. Chapitre I3.2.3).
- Le comportement modal des salles réverbérantes (cf. Chapitre I2.2.3).

Examinons l'impact de ces deux paramètres sur l'affaiblissement acoustique d'un mur de briques homogénéisées. Tous les calculs effectués dans cette partie sont basés sur l'approche modale/éléments finis découplée [32] (cf. Chapitre I4.2.2).

#### *3.3.2. Influence des locaux de mesure*

Une paroi homogénéisée de dimensions fixes ( $4.22 \times 2.47 \times 0.21 \text{m}^3$ ) est placée entre deux locaux rectangulaires de volumes croissants :

- Cas1 : le volume d'émission est de  $4.22 \times 3.35 \times 5.56 \text{m}^3$  et celui en réception de  $4.22 \times 2.5 \times 5.92 \text{m}^3$ .
- Cas2 : les deux locaux ont le même volume  $V = 7 \times 6 \times 8 \text{m}^3$ .
- Cas3 : même chose avec un volume de  $10 \times 8 \times 13 \text{m}^3$ .

Un coefficient d'absorption (arbitraire) de 5% est affecté aux différentes parois des salles. Les aires d'absorptions équivalentes mais aussi les temps de réverbération associés sont donc connus<sup>1</sup> ( $T_R \approx 0.16V/A$ ) : 1.77s et 1.54s dans le premier cas, 2.98s dans le second et 4.2s dans le dernier.

Nous représentons Figure II.20 la puissance incidente sur le mur dans les trois situations. Le comportement modal lié aux premiers modes du local<sup>2</sup> est visible en « basses fréquences », typiquement jusqu'à la fréquence de Schrüeder qui lui est associée (180Hz dans le cas 1, 130Hz dans le second et 90Hz pour le dernier).

Les paramètres physiques du mur étant connus, son affaiblissement acoustique est simulé dans chacune des configurations précédentes (cf. Figure II.21).

Dans les très basses fréquences, typiquement de 20Hz à 80Hz, l'affaiblissement acoustique est très sensible aux dimensions des locaux.

En revanche, à partir de 100Hz, cette grandeur semble être une propriété « intrinsèque » au mur : les accidents simulés vers les 1/3 octave 125Hz et 250Hz (et au-delà) ne varient quasiment pas avec la taille des salles.

Le creux vers 125Hz est certes plus prononcé dans les cas 2 et 3 mais ceci est lié au fait que l'aire d'absorption du local de réception augmente avec le volume de ce dernier<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> En pratique, l'aire d'absorption dépend de la fréquence. La mesure du  $T_R$  de la salle sur l'ensemble du spectre fréquentiel donne accès à cette grandeur.

<sup>2</sup> Leurs fréquences de coupures sont approximativement données par  $f_i \approx c_{\text{air}}/2l_i$  ( $i=x,y,z$ ).

<sup>3</sup> L'indice R s'en trouve abaissé car  $R = L_2 - L_1 + 10 \log(S/A)$  (cf. éq. I.7).

En pratique, cette analyse paramétrique permet de comprendre pourquoi les mesures standardisées ne sont généralement « certifiées » qu'au delà du 1/3 octave 100Hz (à ce sujet, consultez par exemple la référence [65]).

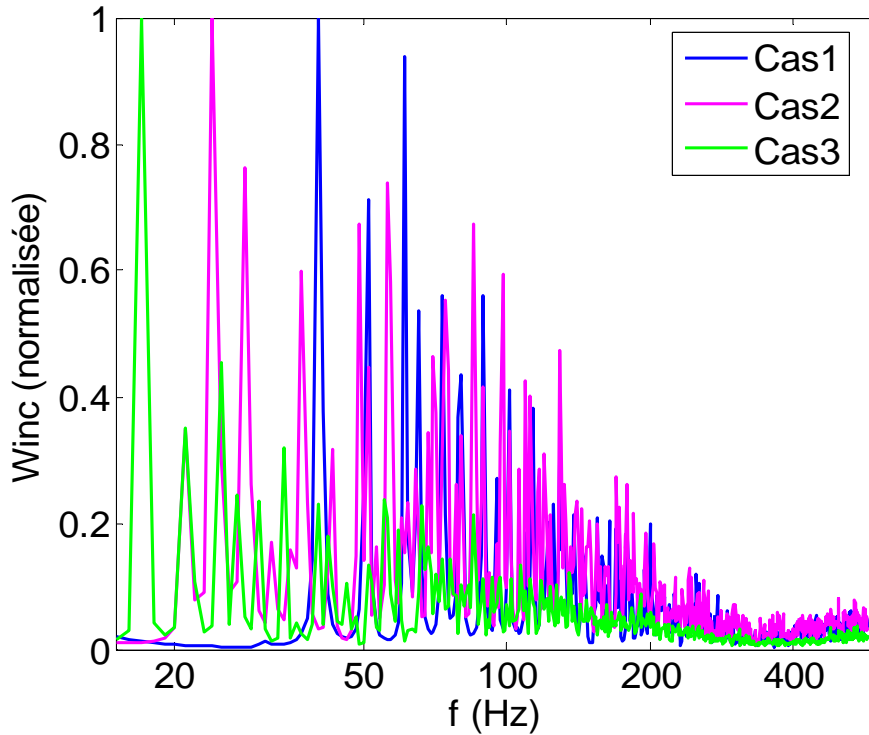


Figure II.20 Puissance incidente en fonction de la taille de la salle d'émission.

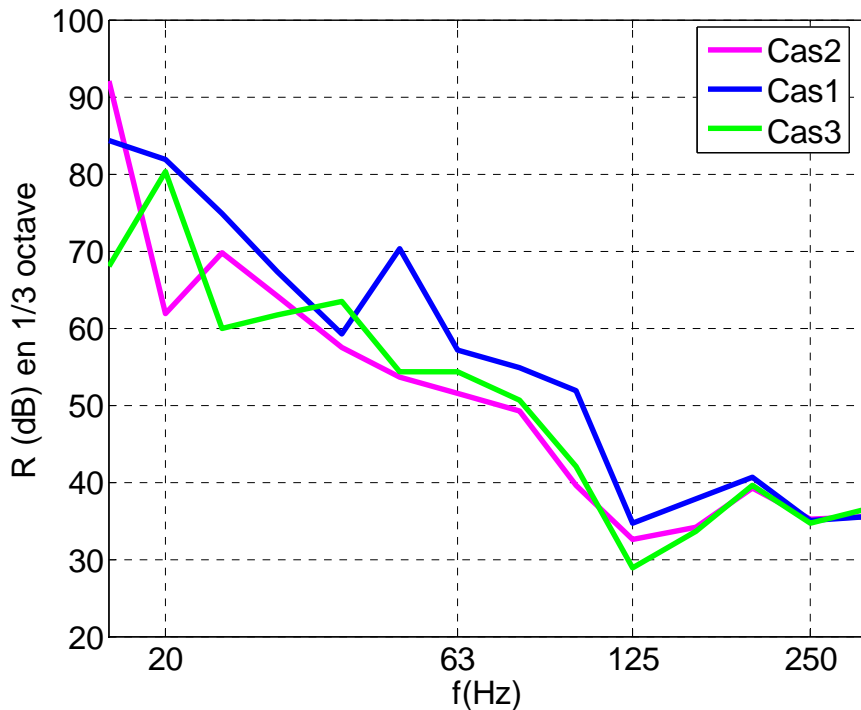


Figure II.21 Impact des locaux de mesures sur l'affaiblissement acoustique d'une paroi de briques homogénéisée de 39cm d'épaisseur (encastrée aux bords).

### 3.3.3. Influence des propriétés physiques du mur

La paroi précédente est à présent soumise à diverses variations de ses paramètres physiques<sup>1</sup> :

- Mur XYZ de  $4.22 \times 2.47 \times 0.21 \text{m}^3$ , encastrée aux bords (référence).
- Même mur mais dont la masse volumique effective est doublée (elle passe de  $10^3 \text{kg/m}^3$  à  $2.10^3 \text{kg/m}^3$ ).
- Par rapport au premier cas, les dimensions XY de la paroi sont abaissées (elles passent de  $4.22 \times 2.47 \text{m}^2$  à  $2.65 \times 1.52 \text{m}^2$ ).

Les différents affaiblissements acoustiques associés sont représentés Figure II.22. Le comportement modal du mur est clairement un paramètre clef en basses et moyennes fréquences ( $f \leq 500 \text{Hz}$  typiquement).

Considérons d'abord le cas2, où la densité du mur est augmentée. Cette variation induit un décalage important des accidents observés dans l'indice R du mur<sup>2</sup>.

De même, la structure modale est fortement corrélée à la surface  $L_x \times L_y$  de la paroi : les premiers modes de résonance apparaissent d'autant plus dans les « basses fréquences » que ses dimensions sont grandes [12].

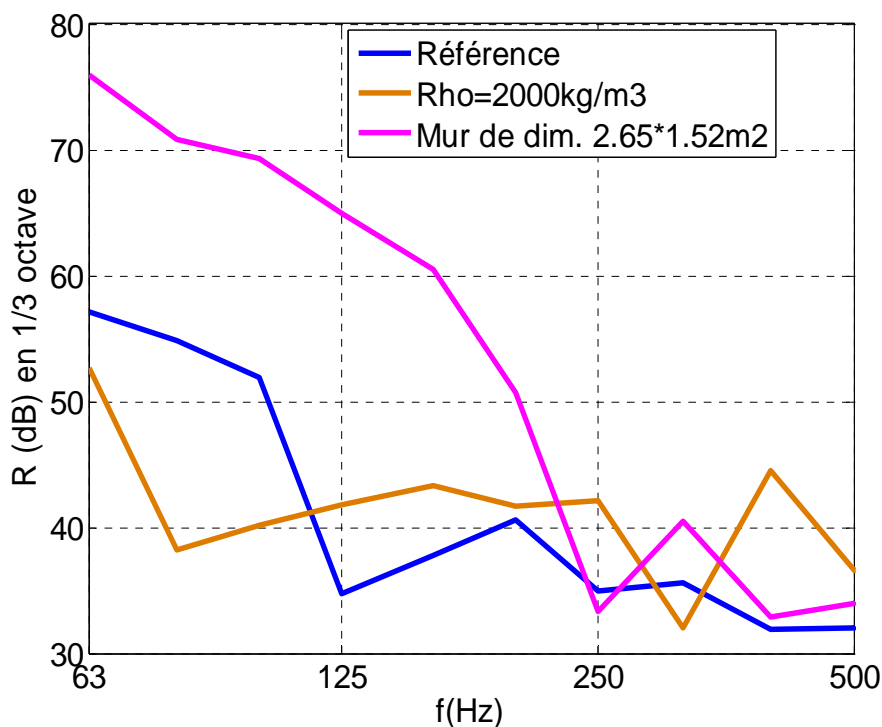


Figure II.22 Impact des propriétés physiques du mur sur ses pertes par transmission.

Au-delà de 100Hz, l'affaiblissement acoustique d'une paroi de dimensions « standards » semble donc plus dépendre de ses propriétés physiques (conditions aux limites, paramètres mécaniques, etc...) que de son environnement de mesure.

<sup>1</sup> Les salles d'émission et de réception étant fixées (cf. cas1 du paragraphe précédent).

<sup>2</sup> Les fréquences propres d'une paroi encastrée sont de la forme  $f \propto \rho^\alpha$  avec  $\alpha < 0$  (cf. [14]).

### 3.3.4. Application à la prédiction des pertes par transmission de parois alvéolaires en « basses fréquences »

Illustrons nos propos en essayant d'améliorer l'accord entre prédictions et mesures aux basses fréquences (cf. Figure II.10, Figure II.13, Figure II.16 et Figure II.19).

Pour cela, chaque paroi homogénéisée est discrétisée en une plaque finie (encastrée)  $XY^1$  de  $4.22 \times 2.47 \text{m}^2$ , placée entre deux locaux de dimensions  $4.22 \times 3.35 \times 5.56 \text{m}^3$  et  $4.22 \times 2.5 \times 5.92 \text{m}^3$ .

Les affaiblissements acoustiques simulés sont donnés Figure II.23. La prise en compte du comportement modal des murs fait apparaître des écarts notables par rapport au calcul simplifié avec fenêtrage spatial. Ce constat est surtout flagrant vers les 1/3 octave 100Hz/125Hz.

Partant des conclusions faites plus haut, ces différences sont en grande partie dues aux premiers modes de plaques finies. Ceci étant, le calcul par éléments finis et la mesure présentent, selon les cas, des variations importantes.

Ce dernier point reprend la remarque faite au chapitre d'introduction (cf. Chapitre I2.2.3) sur les difficultés liées à la mesure en basses fréquences :

- ✓ Notre connaissance sur la nature des conditions aux limites aux bords de la paroi est imprécise<sup>2</sup>.
- ✓ D'un essai à l'autre, ces conditions aux limites peuvent fluctuer à cause des incertitudes sur la fixation du mur entre les salles de mesure.

Pour conclure, il semble que cette mauvaise corrélation entre théorie et expérience ne soit pas propre à la modélisation des parois alvéolaires : le comportement basses fréquences du mur dépend grandement de ses détails géométriques.

## 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé une méthode destinée au calcul de l'affaiblissement acoustique d'une paroi alvéolaire de terre cuite.

En assimilant le mur de briques à une paroi orthotrope épaisse mais homogène, nous avons montré qu'il était possible d'établir un modèle analytique simplifié permettant de prédire le comportement d'une paroi multicouche orthotrope finie.

On s'est ensuite attaché à mettre en œuvre une technique d'homogénéisation en vue de déterminer les propriétés physiques effectives d'une brique alvéolaire. L'outil de modélisation ainsi obtenu présente l'avantage d'être flexible tout en conservant des temps de calcul faibles, facilitant ainsi les études paramétriques ultérieures (cf. Chapitre 4). Enfin, l'application de ce modèle vibratoire homogénéisé à l'étude des propriétés acoustiques d'un mur de briques a permis d'identifier les phénomènes mis en jeu dans le spectre [100Hz-5kHz].

---

<sup>1</sup> Il s'agit des dimensions utilisées lors des mesures (cf. [65]).

<sup>2</sup> La conclusion est la même avec des conditions aux limites type « appui simple » (nullité de la vitesse normale).

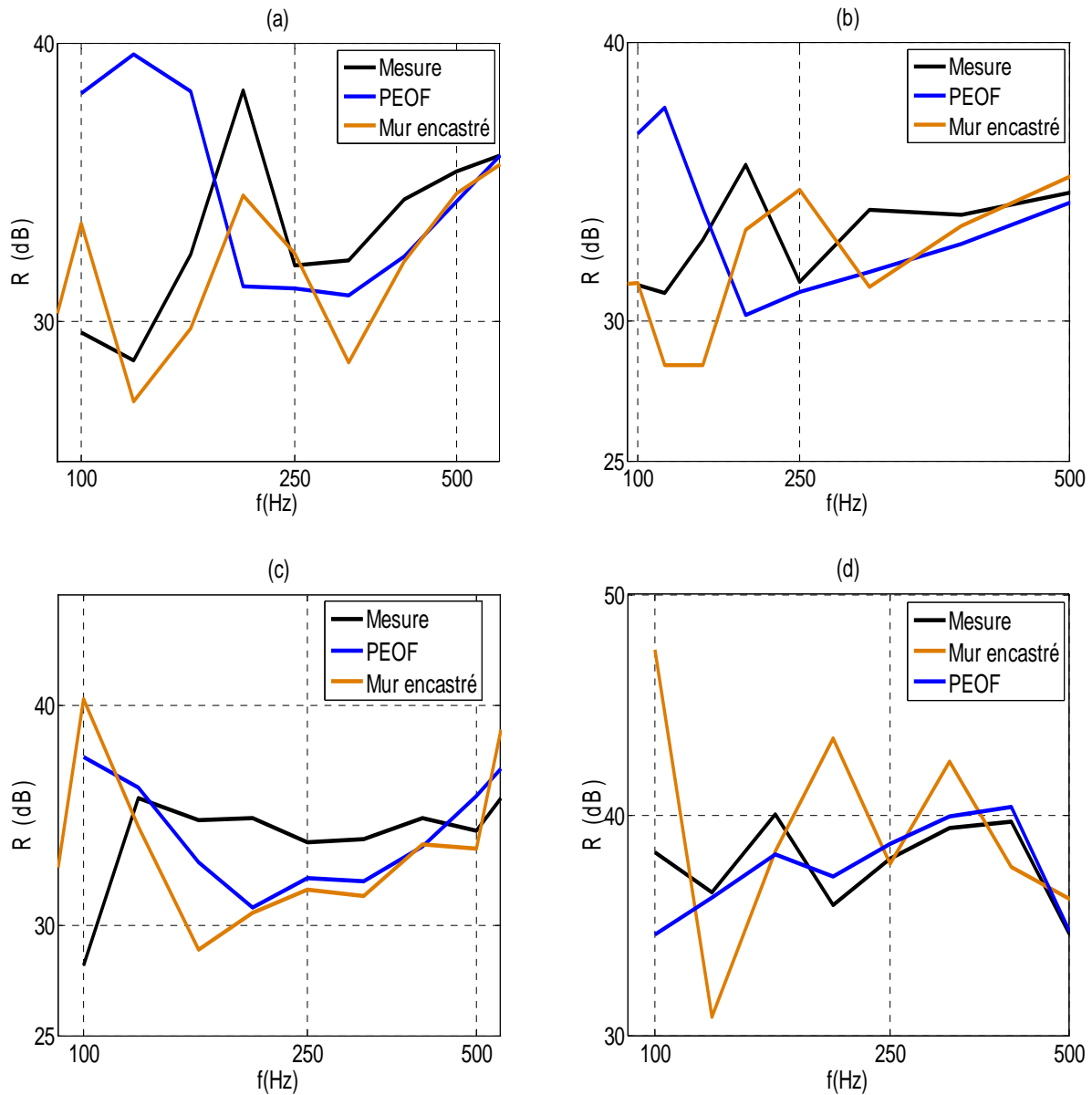


Figure II.23 Pertes par transmission de parois alvéolaires en 1/3 octave ((a) et (b) : murs de 21cm d'épaisseur à perforations verticales, (c) : paroi de 21cm d'épaisseur à perforations horizontales, (d) : mur de 39cm d'épaisseur).

# *Chapitre III INVESTIGATIONS EXPERIMENTALES ET NUMERIQUES*

En nous basant sur une comparaison des pertes par transmission mesurées et simulées sur plusieurs parois alvéolaires, nous avons proposé un cadre cohérent permettant d'interpréter les phénomènes observés.

Ce chapitre vise en premier lieu à confirmer les prédictions faites. Pour ce faire, diverses investigations sont proposées.

Une étude vibratoire simple est menée sur un mur de briques soumis à une excitation mécanique. L'analyse des signaux issus d'accéléromètres placés sur la paroi nous permettra de mettre en évidence plusieurs comportements. Les résultats obtenus et ceux issus d'une modélisation numérique du problème seront expliqués à la lumière des courbes d'isolation acoustique de ces parois.

La technique d'holographie acoustique de champ proche est ensuite mise en œuvre sur cette même paroi. Nous verrons que l'analyse, dans l'espace des vecteurs d'ondes, du rayonnement de cette structure fournit des informations précises sur la nature des vibrations en jeu.

Dans une dernière partie, on analyse la pertinence des hypothèses faites pour aboutir au modèle vibratoire homogénéisé. Après avoir discuté de l'influence de l'air emprisonné dans les alvéoles, nous précisons le domaine de validité du modèle « grandes longueurs d'ondes » en le comparant à un calcul tenant compte explicitement des inhomogénéités. Pour des parois alvéolaires usuelles, c'est-à-dire ayant des tailles d'alvéoles « raisonnables » (de l'ordre de quelques cm), on montre que la démarche proposée est adaptée sur une large plage fréquentielle.

Enfin, on vérifie que l'homogénéisation appliquée à une brique creuse seule suffit, dans la plupart des cas, pour prédire le comportement vibratoire global du mur.

## **1 Etude expérimentale du comportement vibratoire d'une paroi alvéolaire de terre cuite**

### ***1.1 Introduction***

La théorie des ondes de Lamb dans les plaques homogènes est connue depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle [16].

Au cours du chapitre précédent, le bon accord entre résultats de calculs et mesures nous a permis d'associer les phénomènes observés aux modes de Lamb se propageant dans un mur de briques homogénéisé.

Pour vérifier l'existence de ces modes de vibrations dans le cas d'une paroi alvéolaire, plusieurs expériences sont proposées.

## 1.2 Essais vibratoires sur mur

### 1.2.1. Résultats expérimentaux

Une paroi alvéolaire XYZ de  $2.98 \times 3.78 \times 0.21 \text{m}^3$  est maçonnée à joint mince horizontal (cf. Figure III.1). Les paramètres homogénéisés associés à ce mur sont connus (cf. Figure II.9 et éq. II.34).



Figure III.1 Mur de briques de 21cm d'épaisseur à perforations verticales.

Une brique de ce mur est excitée au moyen d'un pot vibrant (type B&K 4809) délivrant un « bruit blanc » dans l'intervalle [50Hz,5kHz]. Différentes paires d'accéléromètres sont disposées symétriquement de part et d'autre de la paroi comme indiqué ci-dessous (cf. Figure III.2).

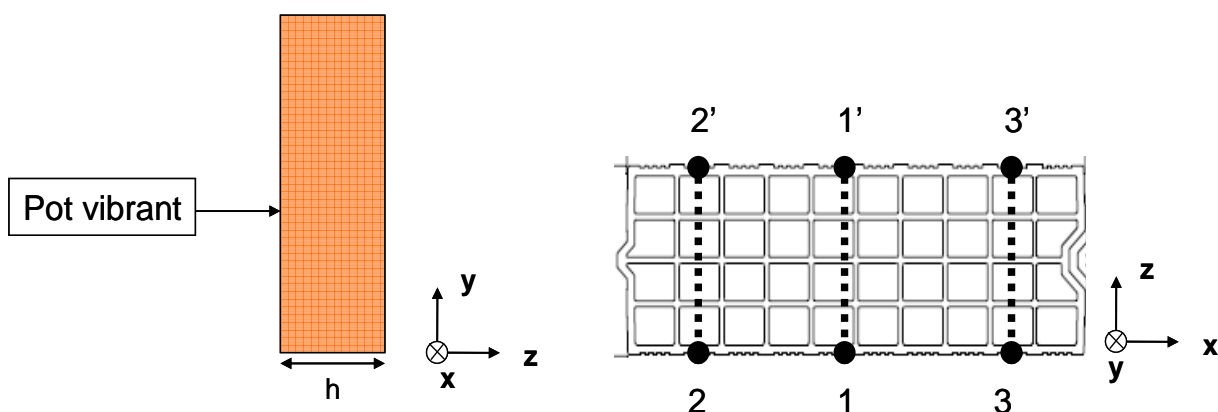


Figure III.2 Schémas du dispositif expérimental. A droite, on a une vue de haut illustrant la position des paires d'accéléromètres  $(k, k')$  (avec  $k, k' = 1, 2, 3$ ).

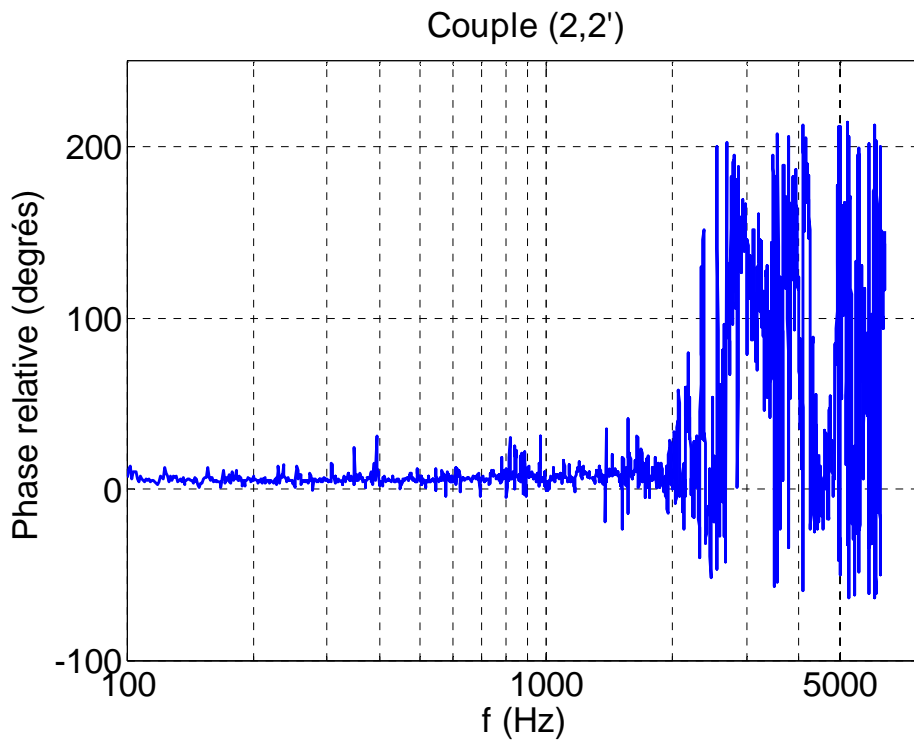
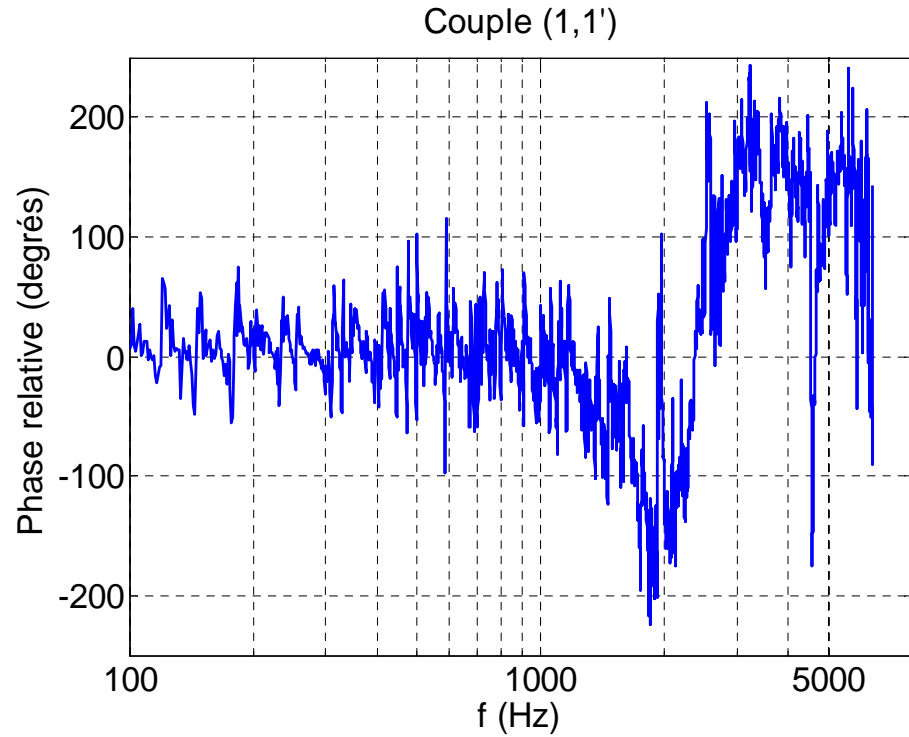
La réponse vibratoire de la structure est analysée via la fonction de transfert H entre l'accélération mesurée côté « réception » et celle côté « émission ». Un intérêt particulier a été porté à la phase, notée  $\Delta\psi$  :



$$\Delta\psi_{k,k'} = \arctan(H) = \arctan\left[10 \log\left(\frac{a_z^{k'}}{a_z^k}\right)\right] = \psi_{k'} - \psi_k \quad \text{éq. III.1}$$

où  $a_z^k$  et  $a_z^{k'}$  sont les accélérations normales mesurées par le couple  $(k,k')$  et  $\Delta\psi_{k,k'}$  la phase relative entre les capteurs  $k$  et  $k'$ .

Les différents signaux enregistrés sont rapportés Figure III.3.



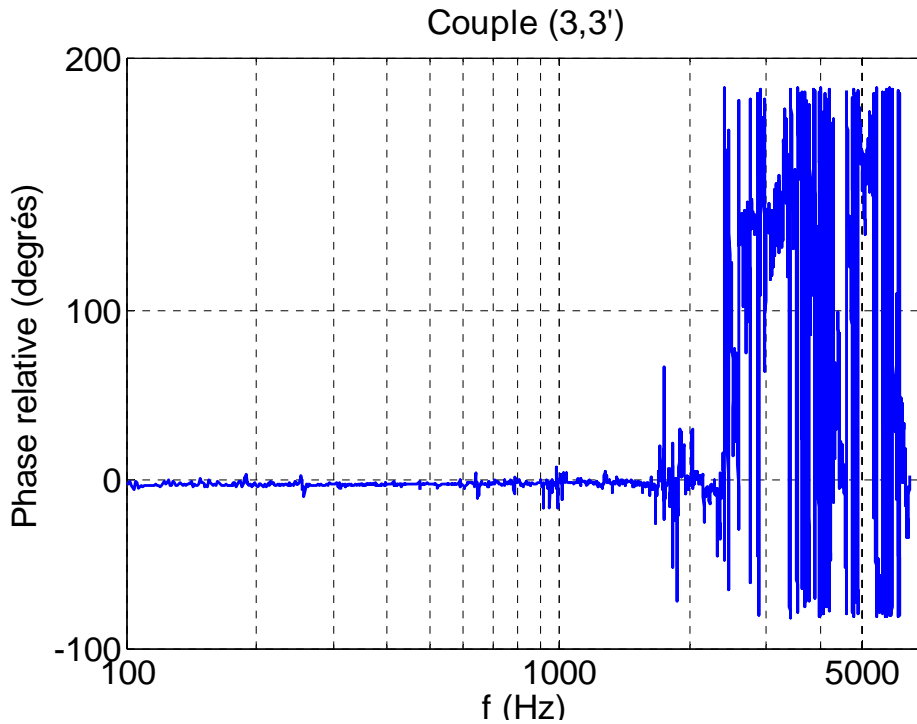


Figure III.3 Différence de phase entre les différents couples d'accéléromètres.

On distingue essentiellement deux zones :

- Une première, qui s'étend de 100Hz à 2kHz environ, où cette différence de phase est en moyenne nulle. Physiquement, cela signifie que les deux faces du mur vibrent en phase, ce qui est cohérent avec une vibration de type flexion.
- Une seconde qui se manifeste à partir de 2kHz-2.5kHz pour laquelle les faces du mur vibrent en opposition de phase.

Cette rupture de phase se produit précisément dans la gamme de fréquences associée à la résonance du premier mode de Lamb  $S_1$  homogénéisé (cf. éq. II.36).

Notons que ce type de comportement avait déjà été mis en évidence par Schneider & al. [23],[24]. Nous montrons ici que l'homogénéisation du milieu alvéolaire permet d'interpréter ces phénomènes en terme de modes de Lamb.

### 1.2.2. Résultats numériques

Nous simulons l'expérience précédente grâce à une discrétisation numérique allégée<sup>1</sup> d'un mur de briques : un calcul éléments finis à  $2D^2$  d'une paroi alvéolaire soumise à une excitation ponctuelle (cf. Chapitre I4.2.2). Puisqu'elle tient compte finement du profil alvéolaire dans l'épaisseur du mur, cette approche peut nous informer sur la nature de ses modes de vibration.

Le premier exemple reprend le mur étudié expérimentalement.

<sup>1</sup> Les maillages associés restent faibles en terme de nombre d'inconnues (ddl) à résoudre.

<sup>2</sup> La discrétisation est effectuée avec des éléments de coque à 4 nœuds en déformation plane (cf. [55]). Chaque nœud a donc 2ddl (de translation).

Comme indiqué Figure III.4, les joints minces horizontaux<sup>1</sup> (2mm d'épaisseur, en noir sur la figure) ainsi que l'enduit sont pris en compte (en vert sur la figure) alors que le mur est supposé encasté aux bords. Le maillage associé possède 19201 nœuds soit 38402 ddl.

Une analyse modale<sup>2</sup> de ce mur soumis à une excitation mécanique (constante) donne accès aux vitesses en chaque nœud du maillage à différentes fréquences. De façon analogue à ce qui a été fait plus haut, nous analysons les valeurs obtenues au niveau de paires de nœuds placés symétriquement de part et d'autre du mur.

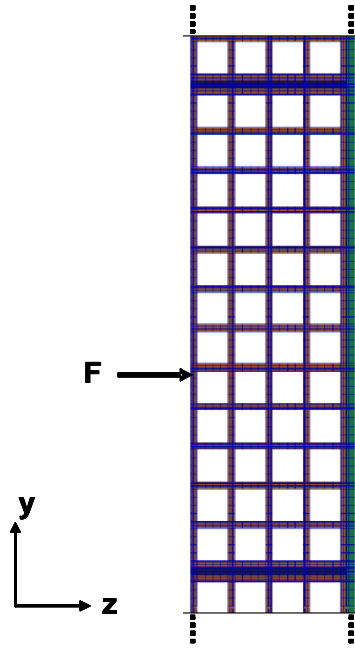


Figure III.4 Zoom sur une paroi alvéolaire YZ de  $2.84 \times 0.21 \text{ m}^2$  excitée mécaniquement par une force  $F$ . Discretisation avec des éléments 2D type QUAD4.

Les résultats de simulation sont donnés Figure III.5. Comme prévu, la différence de phase relative à chaque couple est quasiment nulle entre 50Hz et 2kHz. Autour de la fréquence de coupure du mode  $S_1$  apparaît une rupture de phase entre les deux faces du mur : ce dernier est le siège de vibrations « symétriques ».

Pour confirmer ce point, analysons les déformées modales de la structure dans ces deux gammes de fréquences (cf. Figure III.6).

A 450Hz et 1450Hz, on visualise des modes de flexion pour lesquels les deux faces du mur vibrent en phase. Dans cette zone, le mur de briques se comporte donc comme une plaque mince homogène.

Les déformées à 2200Hz et 2500Hz indiquent un comportement de « plaque épaisse », conformément aux prédictions faites au Chapitre II3.2.1.a : le mouvement des deux faces du mur est déphasé de  $180^\circ$  avec une vibration qui s'apparente au mode de Lamb  $S_1$ .

Considérons à présent la paroi alvéolaire de 39cm d'épaisseur étudiée au Chapitre II3.2.4). Celle-ci est discrétisée à 2D avec un nombre de ddl qui s'élève à 41602. La géométrie du mur est rappelée Figure III.7.

<sup>1</sup> Pris comme un milieu isotrope avec  $E=5\text{GPa}$ ,  $\nu=0.2$  et  $\rho=1300\text{kg/m}^3$ .

<sup>2</sup> Le solveur 111 de NASTRAN® est utilisé.

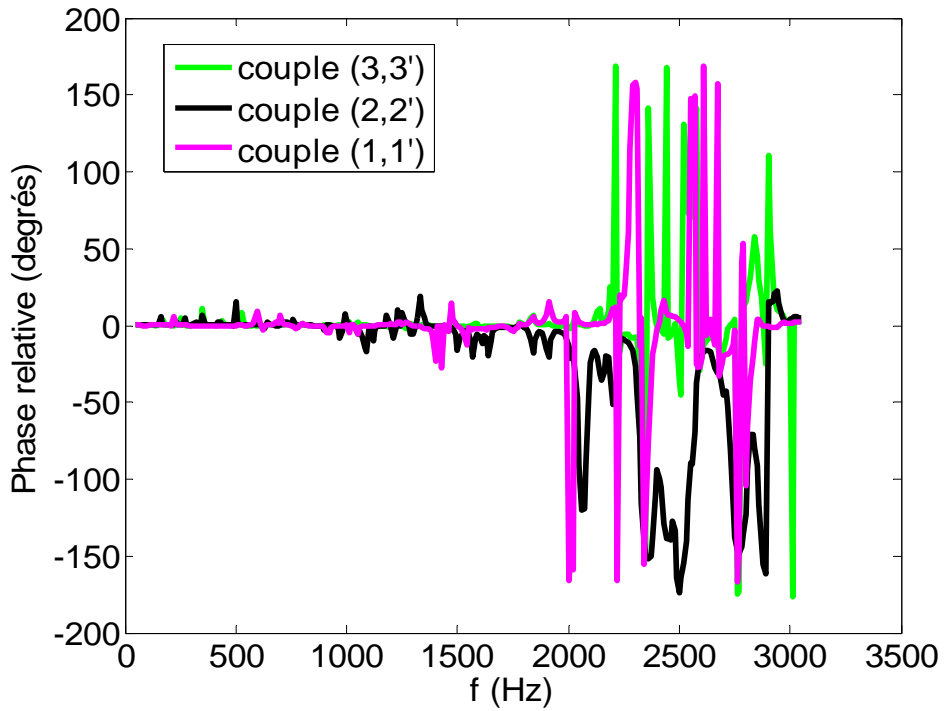


Figure III.5 Différence de phase simulée pour différentes paires de nœuds du maillage.

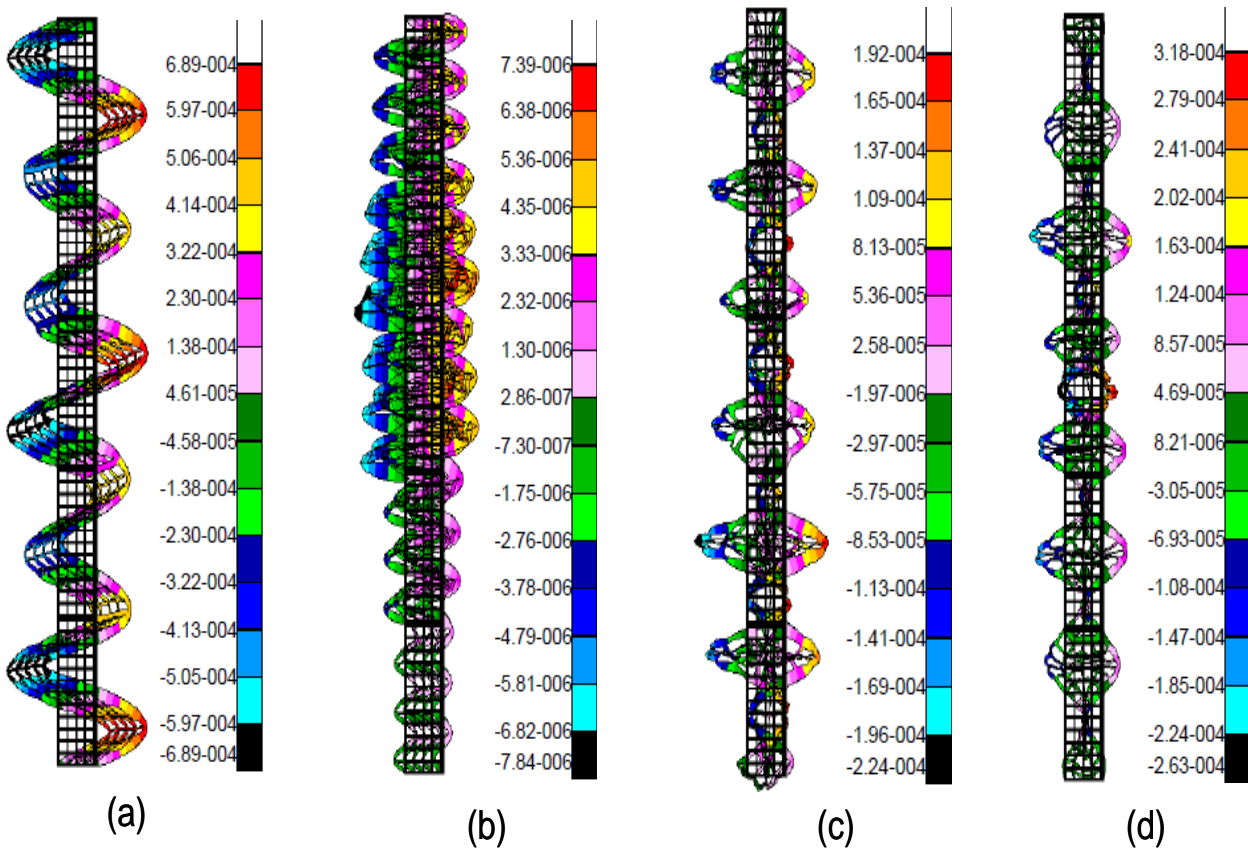


Figure III.6 Vitesses normales  $V_z(Y,Z)$  à : (a) :450Hz, (b) :1450Hz, (c) :2200Hz et (d) :2500Hz.

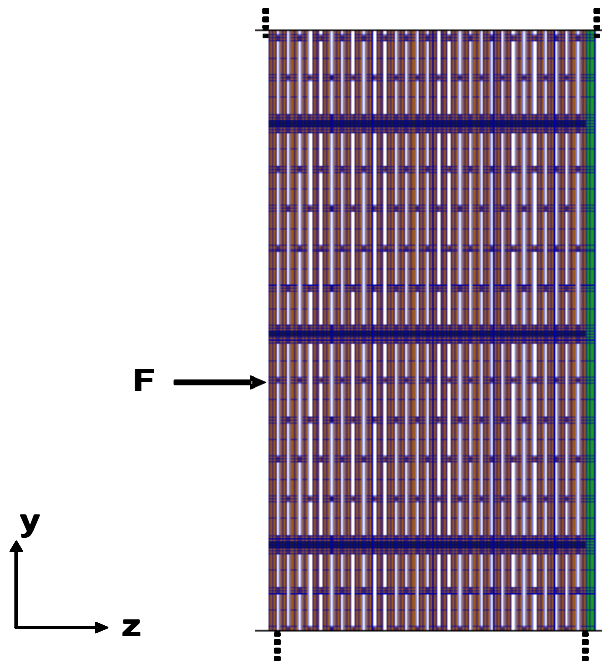


Figure III.7 Gros plan sur un mur YZ de  $2.27 \times 0.39 \text{m}^2$ .

Comme précédemment, on s'intéresse à la phase relative au niveau de plusieurs couples de nœuds du maillage (cf. Figure III.8).

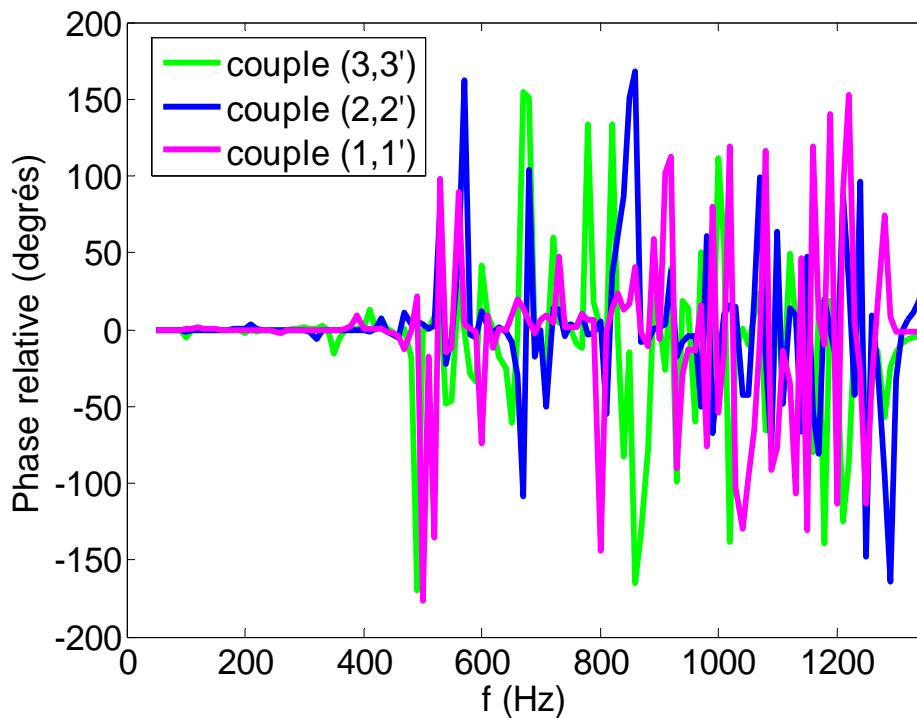


Figure III.8 Phase relative en fonction de la fréquence.

Ces courbes sont cohérentes avec l'analyse des pertes par transmission de ce mur (cf. Chapitre II3.2.4) : entre 100Hz et 450Hz environ, la différence de phase entre les deux faces de la paroi est (en moyenne) nulle. Au-delà de la fréquence de coupure du premier mode d'épaisseur du mur équivalent ( $\approx 460\text{Hz}$ ), une rupture de phase est visible, ce qui traduit une vibration symétrique de la paroi.

Les déformées de cette paroi à différentes fréquences sont rapportées Figure III.9. En « basses fréquences » (100Hz et 350Hz par exemple), on retrouve des modes de flexion du mur. A partir de 500Hz environ, le mur est le siège d'ondes de Lamb d'ordre supérieur (le mode  $S_1$ ).

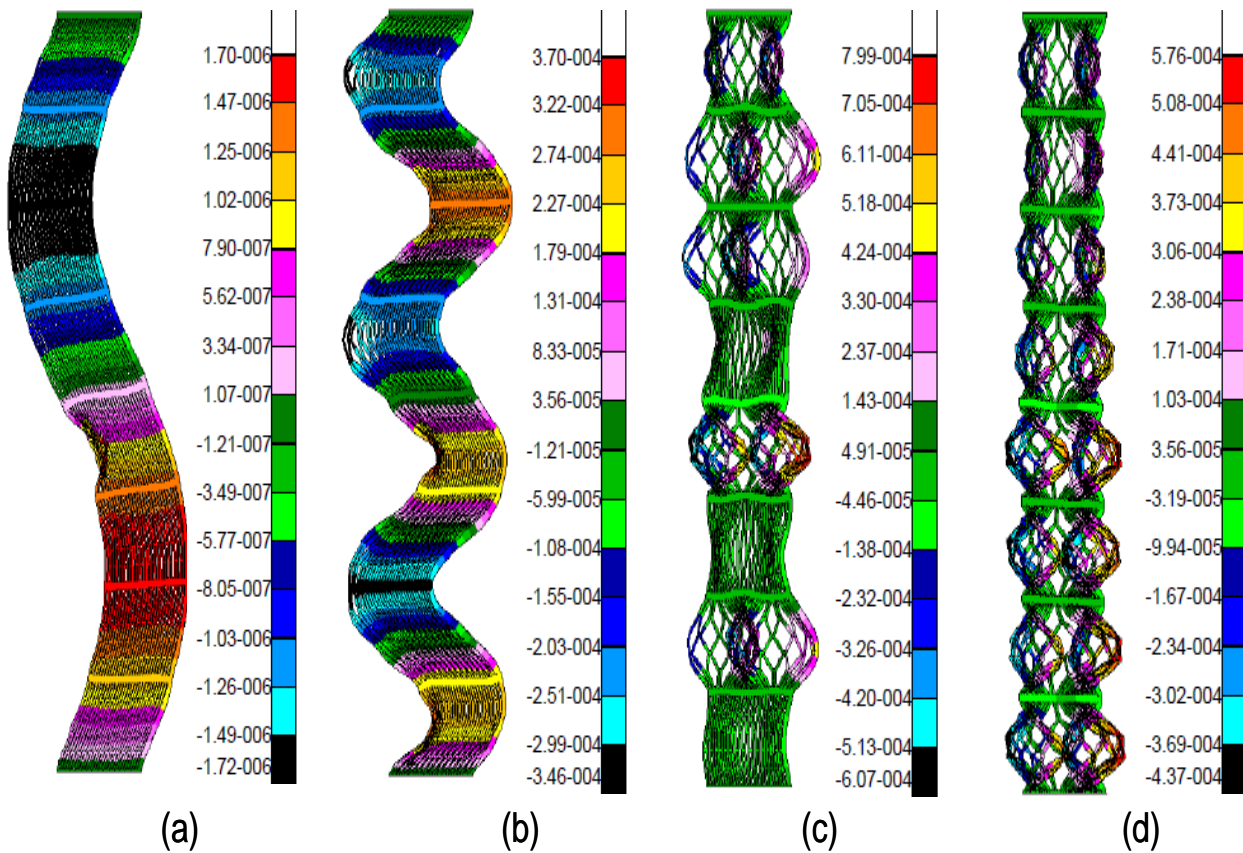


Figure III.9 Vitesses normales d'une paroi alvéolaire de 39cm d'épaisseur à 100Hz (a), 350Hz (b), 500Hz (c) et 620Hz (d).

### 1.2.3. Bilan

Des mesures vibratoires simples sur mur ont été réalisées afin d'étudier le comportement dynamique d'une paroi creuse. L'analyse des résultats expérimentaux indique un comportement de type « plaque mince » pour des fréquences inférieures à celle de résonance du mode de Lamb  $S_1$  effectif. Au-delà, les faces du mur vibrent en opposition de phase : la paroi a un comportement analogue à celui « une plaque épaisse » homogénéisée.

Une simulation par éléments finis 2D corrobore l'analyse faite en termes de phase relative entre les 2 faces d'un mur alvéolaire. L'étude des déformées associées à deux parois d'épaisseurs différentes valide l'interprétation faite des courbes de pertes par transmission (cf. Chapitre II.3.2).

## **1.3 Application de l'holographie de champ proche à l'étude du rayonnement acoustique d'un mur de briques**

### *1.3.1. Contexte*

Etudier les propriétés vibratoires d'un mur de briques (parois planes) peut également se faire en analysant le champ de pression (ou de vitesses) rayonné par ce dernier.

Un outil particulièrement adapté à cette problématique est l'holographie acoustique de champ proche, initialement développée dans les années 1980 [66],[67].

Cette méthode permet à partir d'une mesure de pression sur l'hologramme<sup>1</sup> d'obtenir par l'intermédiaire d'une décomposition en onde plane, les champs de pression, de vitesse et d'intensité dans l'espace spatial comme dans celui des vecteurs d'ondes sur la surface du système testé. Cette technique sert par exemple à identifier et localiser les sources ou encore à déterminer les éléments les plus bruyants d'une structure complexe.

Dans ce travail, nous avons utilisé cette méthode pour étudier le champ de vitesse pariétale rayonné par un mur de briques dans l'espace des vecteurs d'ondes.

En se plaçant dans le domaine réciproque, il est en effet possible de connaître la distribution des longueurs d'ondes associées aux vibrations présentes dans la paroi en fonction de la fréquence. Nous envisageons donc cette technique comme un outil supplémentaire destiné à identifier les modes de vibrations d'une paroi alvéolaire.

Sous sa forme originelle, l'holographie de champ proche suppose que la source sonore (la paroi) rayonne en champ libre. Dans le contexte de l'acoustique du bâtiment où les parois rayonnent le plus souvent dans des espaces clos, l'application de cette approche pose donc problème.

Le paragraphe qui suit rappelle brièvement les principes d'une technique particulière d'holographie en champ proche (mise au point au CSTB) modifiée pour pouvoir être utilisée en espace confiné : la « phonoscopie ».

### *1.3.2. Rappels sur les principes et limitations de la méthode*

Nous renvoyons le lecteur à la référence [68] pour un exposé détaillé de la méthode.

On considère le cas où l'élément à tester est placé entre deux locaux. Le local de réception est transformé en conduit semi-infini par ajout d'un matériau absorbant placé sur le mur opposé à la paroi testée (cf. Figure III.10).

Dans une telle situation, le champ de pression est perturbé par les réflexions successives induites par la présence des murs latéraux. « L'astuce » consiste à remarquer que le champ rayonné dans le local de réception est équivalent à celui rayonné (en champ libre) par le mur seul plus une « infinité » d'images périodiques de ce dernier.

La méthodologie de l'holographie peut ainsi être appliquée à cette pression équivalente  $p_{eq}$  évaluée au niveau de l'hologramme :

- ❖ Le champ de pression  $p_{eq}(x,y,z_h)$  est décomposé en série de Fourier (signal périodique).

---

<sup>1</sup> Il s'agit d'un plan de mesure parallèle à la paroi et généralement situé à quelques cm de celle-ci (2-3cm typiquement).

- ❖ Dans l'espace réciproque, la pression et la vitesse normale au niveau de la source s'obtiennent par rétro-propagation :

$$\hat{p}(k_x, k_y, z_p) = \hat{p}_{eq}(k_x, k_y, z_h) e^{-ik_z(z_p - z_h)}$$

$$\hat{v}_z(k_x, k_y, z_p) = \hat{p}(k_x, k_y, z_p) \frac{k_z}{\rho_{air} \omega} \quad \text{éq. III.2}$$

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_a}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}$$

- ❖ Le champ de pression et la vitesse normale dans l'espace réel sont obtenus par transformées de Fourier inverses des signaux  $\hat{p}(k_x, k_y, z_p)$  et  $\hat{v}_z(k_x, k_y, z_p)$ .

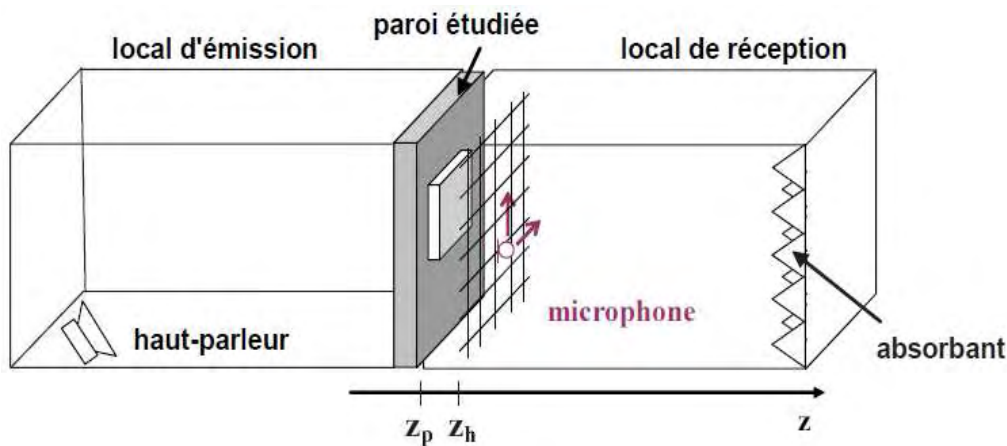


Figure III.10 Schéma du dispositif de phonoscopie (figure extraite de [3]).

En pratique, les limitations de cette technique sont de deux ordres.

La première est une gamme d'utilisation restreinte en basses et hautes fréquences. En effet, la résolution dans l'espace réciproque ( $\Delta k$ ) ainsi que la valeur de  $k$  maximale ( $k_{max}$ ) sont fixées par les dimensions de l'hologramme et le pas de mesure ( $\Delta x$  et  $\Delta y$ ) :  $\Delta k_{x,y} = \pi/L_{x,y}$  et  $k_{xmax,ymax} = \pi/\Delta x,y$ . On en déduit que :

- En « basses fréquences », la résolution est limitée par la taille de la paroi. Pour un mur de dimensions standards ( $\approx 10m^2$ ), cette limite se situe aux environs de 250Hz.
- En « hautes fréquences », la fréquence maximale d'analyse est donnée par  $f_{max} = c_a k_{max} / 2\pi$ . Diminuer les pas de mesure permet donc d'augmenter la limite haute fréquence d'utilisation<sup>1</sup>.

La seconde précaution à prendre est relative au traitement des ondes évanescentes lors de l'étape de rétro-propagation. Dans sa thèse, E. Julliard [69] a montré la nécessité d'utiliser un filtre dans le domaine des vecteurs d'ondes. Physiquement, l'amplification des ondes évanescentes peut conduire à une pollution importante du signal causée par divers biais expérimentaux (erreurs de positionnement et de calibration des microphones, différences de phase pouvant exister entre les voies de mesures, etc...).

<sup>1</sup> Mais au prix d'un temps de mesure lui-même augmenté.



Du point de vue du rayonnement, rappelons que seules les ondes planes dont les composantes  $(k_x, k_y)$  sont situées à l'intérieur du cercle de rayonnement<sup>1</sup> peuvent effectivement contribuer à la transmission du son [2].

Pour notre propos<sup>2</sup>, les hautes fréquences « spatiales » ne seront donc pas prépondérantes dans l'analyse des phénomènes responsables du rayonnement acoustique d'un mur de briques.

### 1.3.3. Résultats obtenus sur une paroi alvéolaire

Les mesures ont été effectuées sur un mur de briques<sup>3</sup> enduit sur une face et de dimensions XYZ 2.98×3.78×0.21m<sup>3</sup>.

L'excitation est de type structurale et réalisée par un pot vibrant directement monté sur la paroi (à la position X=1.58m et Y=1.26m). Le signal d'excitation est un sinus glissant de 89 à 4000Hz d'une durée de 1.2s généré par un analyseur OROS bi-voie.

L'hologramme est situé à une distance d'environ 2-3cm de la paroi et la résolution spatiale du microphone de mesure est de 5cm dans les deux directions (soit 4425 points de mesure au total).

Ces paramètres fixent : la résolution spatiale dans l'espace des vecteurs d'ondes à  $\Delta k_x=1.05\text{m}^{-1}$  et  $\Delta k_y=0.83\text{m}^{-1}$ , le domaine exploitable de vecteurs d'onde à  $60\text{m}^{-1}$  et la fréquence maximale d'utilisation vers 3000Hz.

Les figures ci-dessous montrent pour quelques tiers d'octave allant de 100Hz à 2500Hz, la pression mesurée sur l'hologramme (échelle dB référencée à  $20\mu\text{Pa}$ ) et le spectre en vecteurs d'ondes de la vitesse rétro-propagée de 1cm (échelle dB référencée à  $5.10^{-8}\text{m/s}$ ). L'ensemble des résultats est rapporté en Annexe D.

D'une manière générale, on notera que :

- Pour les tiers d'octave jusqu'à 250Hz, les cartes de vitesses sont peu lisibles à cause de la résolution limitée dans l'espace des vecteurs d'ondes.
- Pour les tiers d'octave allant jusqu'à 800Hz, la pression mesurée fait apparaître le comportement modal du mur.
- A partir du tiers d'octave 400Hz, les spectres de vitesses ont une allure elliptique, caractéristique d'une paroi anisotrope dans le plan XY.
- Les niveaux de vitesses rétro-propagées pour  $k_x=0$  et  $k_y=0$  semblent sur-estimés par rapport aux autres points des cartes. Ce problème, déjà mis en évidence par C. Brutel dans sa thèse [3], résulte du fait que les ondes associées à ces modes ne se réfléchissent pas sur les 4 murs du local, comme c'est le cas pour un mode de local quelconque (m,n). Or le post-traitement de la phonoscopie est identique pour tous les modes.

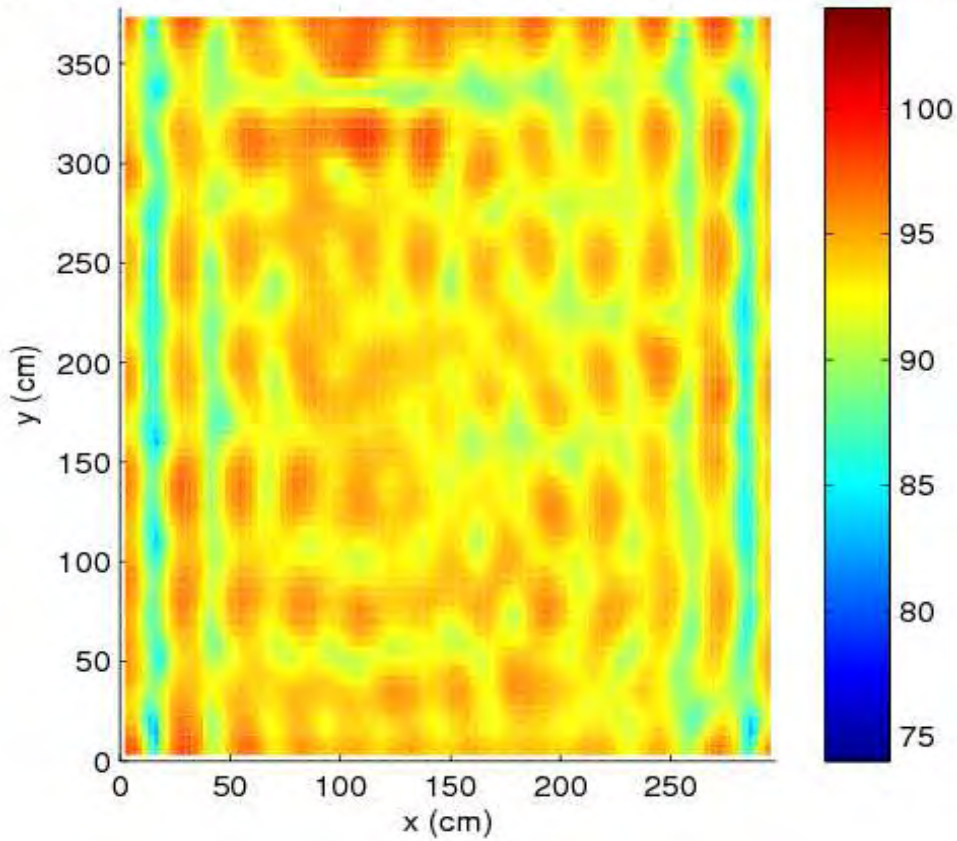
Un autre élément intéressant apparaît en hautes fréquences. A partir du tiers d'octave 2000Hz, les spectres de vitesses se caractérisent par une branche elliptique additionnelle située à l'intérieur de celle présente à toutes les fréquences (le mode de Lamb  $A_0$  du mur équivalent, comme nous allons le voir).

<sup>1</sup> Défini par l'ensemble  $(k_x, k_y)$  tel que  $k_{\text{air}}^2 > k_x^2 + k_y^2$

<sup>2</sup> En revanche, tout l'intérêt de l'holographie de champ proche pour la localisation de sources est le gain en résolution apporté par ces ondes évanescentes.

<sup>3</sup> Il s'agit de la même paroi étudiée lors des mesures accélérométriques (cf. Chapitre III1.2.1).

Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 630.0 Hz



Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 630.0 Hz

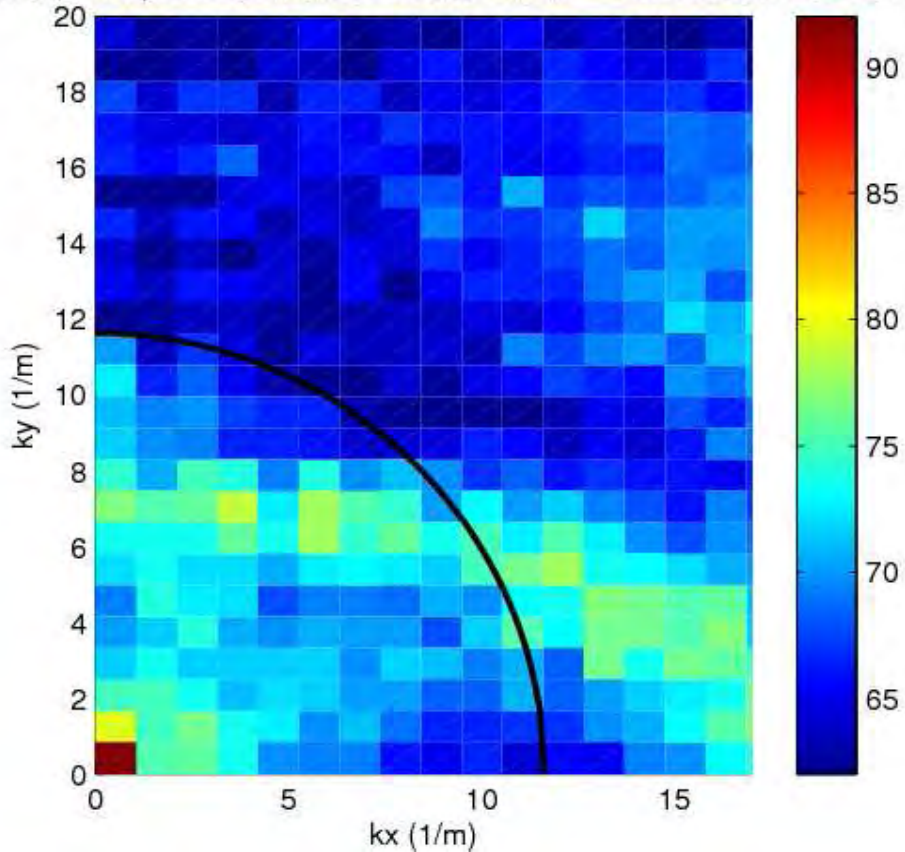
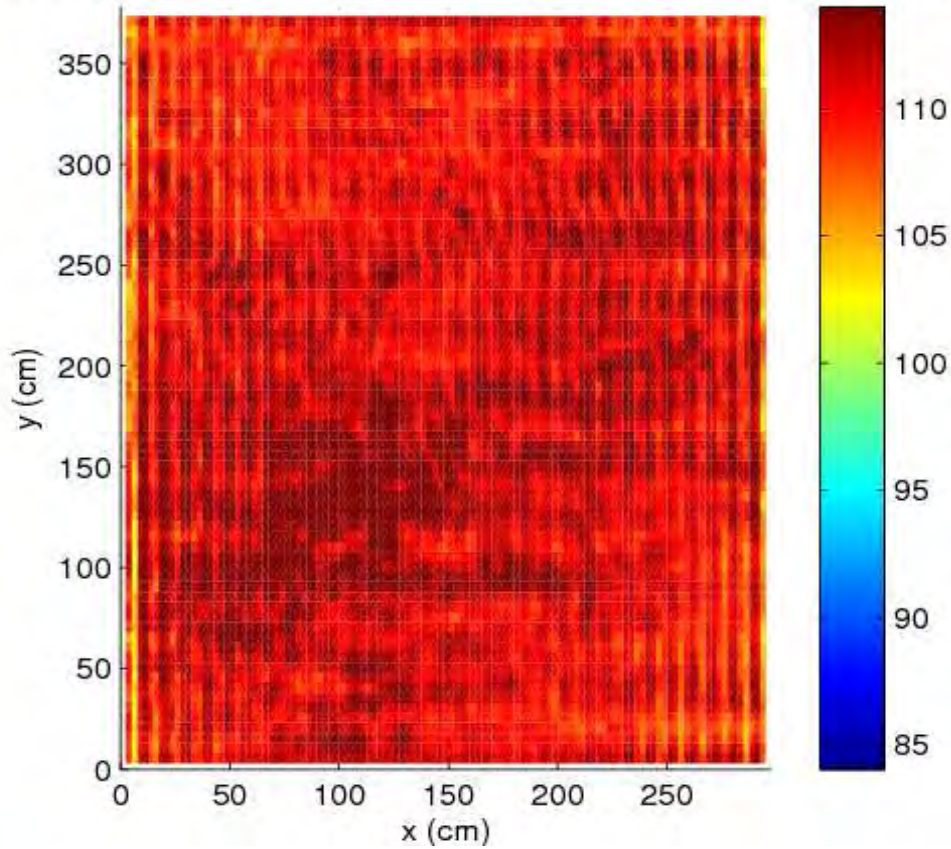


Figure III.11 Pression sur l'hologramme et spectre de la vitesse en vecteurs d'ondes au tiers d'octave 630Hz. En noir est représenté le cercle de rayonnement ( $k_{air}=11.6m^{-1}$ ).

Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 2000.0 Hz



Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 2000.0 Hz

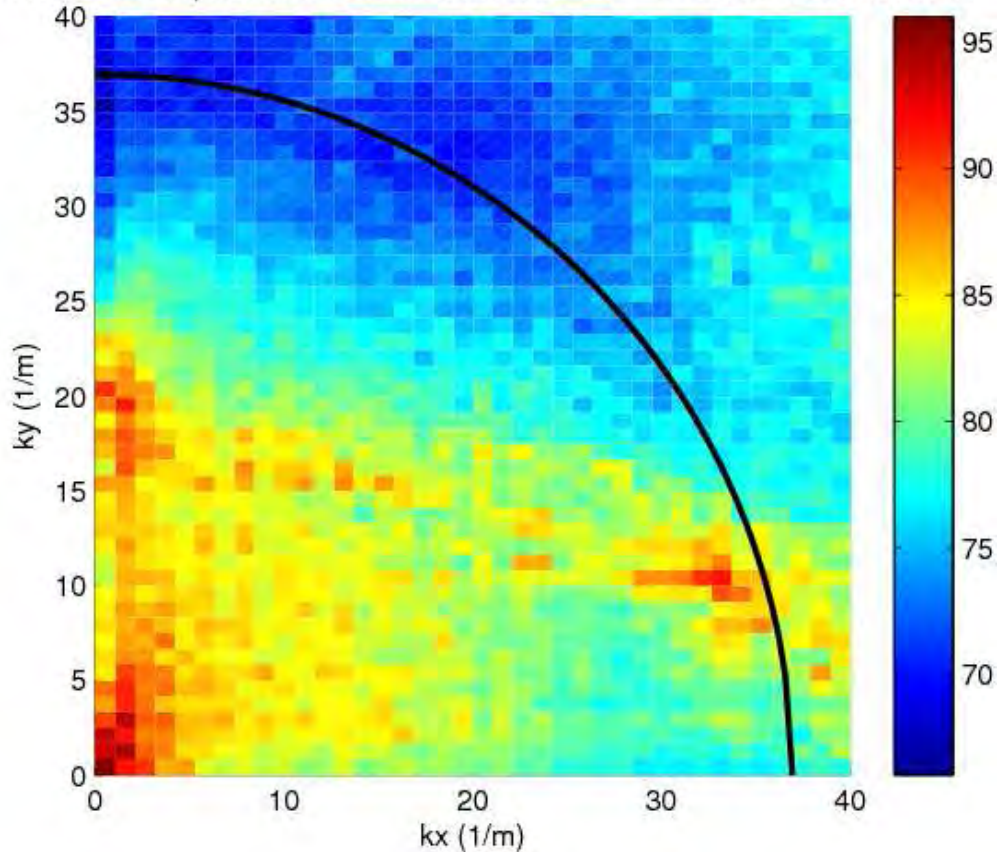
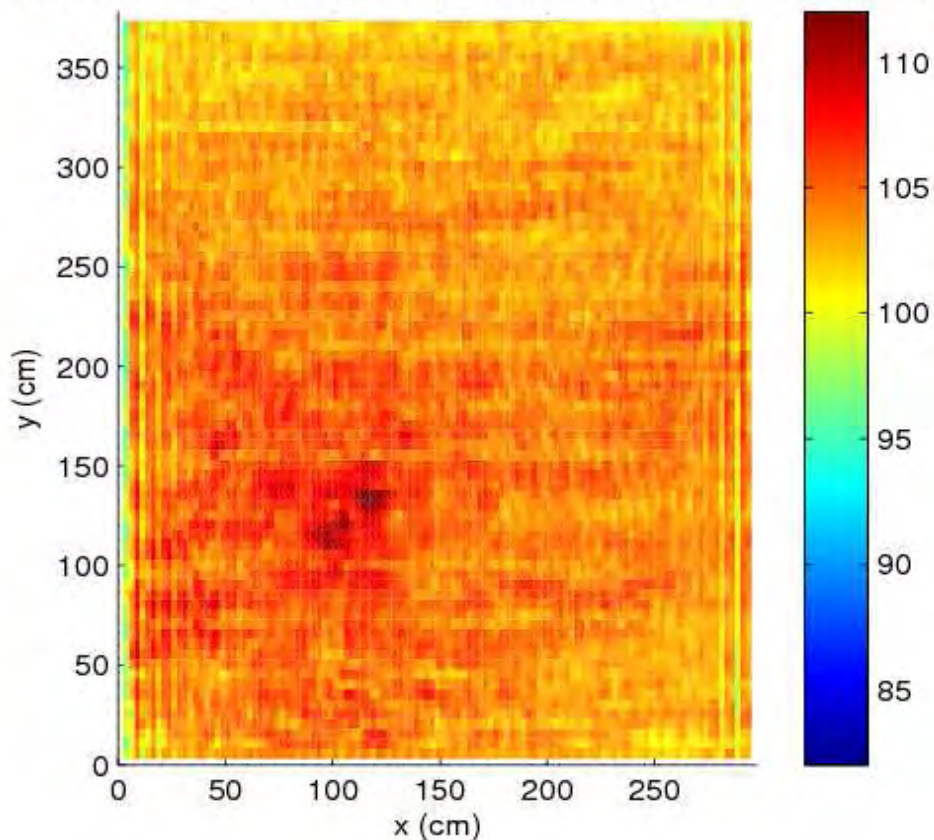


Figure III.12 Pression sur l'hologramme et spectre de la vitesse en vecteurs d'ondes au tiers d'octave 2000Hz. En noir est représenté le cercle de rayonnement ( $k_{air}=37.0m^{-1}$ ).

Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 2500.0 Hz



Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 2500.0 Hz

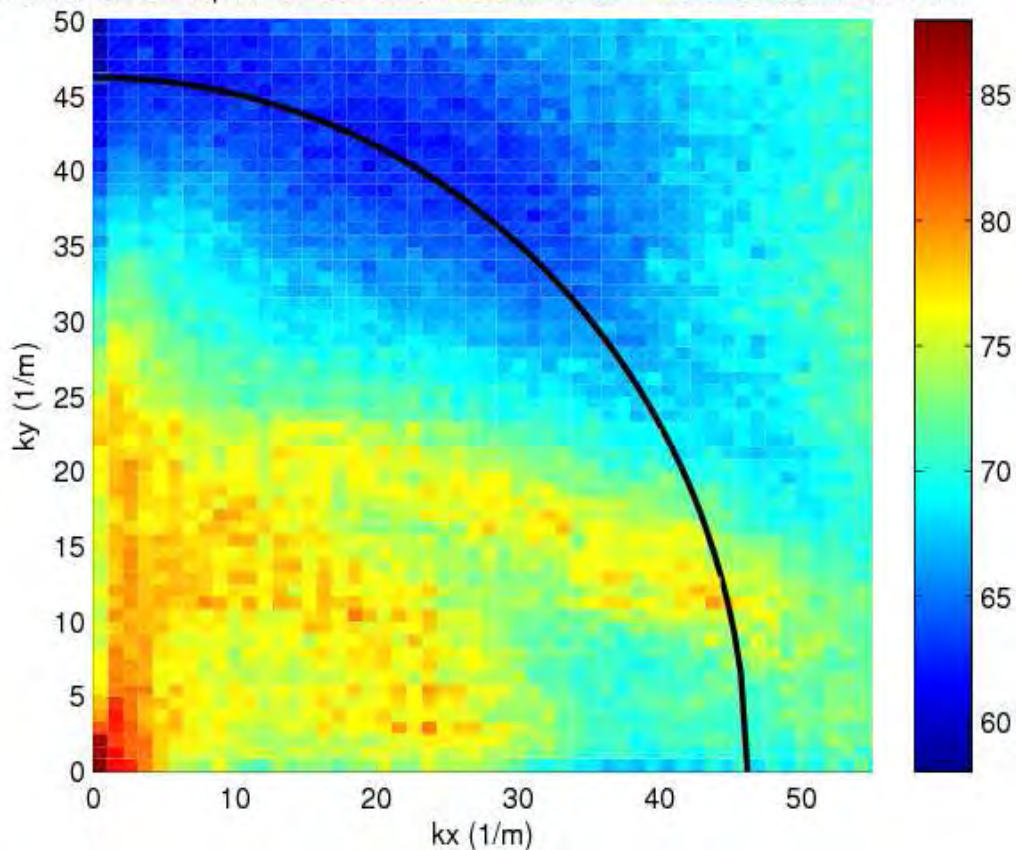


Figure III.13 Pression sur l'hologramme et spectre de la vitesse en vecteurs d'ondes au tiers d'octave 2500Hz. En noir est représenté le cercle de rayonnement ( $k_{air}=46.2m^{-1}$ ).

### 1.3.4. Discussion des résultats dans le cadre du modèle de plaque épaisse orthotrope

Le mur de briques est modélisé comme une plaque épaisse orthotrope de dimensions latérales infinies et dont les paramètres effectifs sont connus (cf. éq. II.34).

Supposons qu'une force ponctuelle (surfacique) située en  $(x_0, y_0)$  excite la paroi côté émission. On a donc :  $\mathbf{F} = F_0 \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \mathbf{u}_z$ .

La vitesse côté réception, exprimée dans le domaine réciproque, s'obtient à partir du système matriciel (éq. II.12.) :

$$\hat{v}_z(z=h, k_x, k_y) = \left( L_{22} - \frac{L_{12}L_{21}}{L_{11}} \right)^{-1} \left[ \hat{T}_{zz}(z=h, k_x, k_y) - \frac{L_{21}}{L_{11}} \hat{T}_{zz}(z=0, k_x, k_y) \right] \quad \text{éq. III.3}$$

La transformée de Fourier associée à cette excitation structurale étant une onde plane, il vient (on note  $\omega$  la pulsation) :

$$\begin{aligned} \hat{T}_{zz}(z=0, k_x, k_y) &= \text{TF}[F_z]_{k_x, k_y} = F_0 e^{-i(k_x x_0 + k_y y_0)} \\ \hat{T}_{zz}(z=h, k_x, k_y) &= \frac{\rho_{\text{air}} \omega}{\sqrt{k_{\text{air}}^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} \hat{v}_z(z=h, k_x, k_y) \end{aligned} \quad \text{éq. III.4}$$

Le second terme, décrivant la contrainte normale en réception, est obtenu via une décomposition en onde plane (cf. éq. III.2) et en utilisant la continuité des vitesses normales entre l'air et le mur en  $z=h$ .

Nous en déduisons l'expression de la vitesse  $\hat{v}_z(z=h, k_x, k_y)$  :

$$\hat{v}_z(z=h, k_x, k_y) = L_{21} F_0 e^{-i(k_x x_0 + k_y y_0)} \frac{1}{\frac{\rho_{\text{air}} \omega}{\sqrt{k_{\text{air}}^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} L_{11} - \det \bar{L}} \quad \text{éq. III.5}$$

où  $\det \bar{L}$  est le déterminant de la matrice  $2 \times 2$   $\bar{L}$ .

Les figures ci-dessous confrontent, dans l'espace réciproque, les vitesses simulées et celles rétro propagées (expérimentalement) à différentes fréquences.

D'une façon générale, l'accord entre théorie et mesures est satisfaisant bien que les cartes de vitesses expérimentales apparaissent plus bruitées. Une explication possible tient au fait que le modèle ne tient pas compte des dimensions finies du mur. Or le comportement modal peut justement introduire un certain flou dans le domaine réciproque en comparaison d'une paroi illimitée [3].

Pour les tiers d'octave 630Hz et 1kHz, les constantes de propagation pour les couples  $(k_x=0, k_y)$  et  $(k_x, k_y=0)$  sont très différentes : elles valent respectivement  $9\text{m}^{-1}$  et  $17\text{m}^{-1}$  à 630Hz puis  $11\text{m}^{-1}$  et  $22\text{m}^{-1}$  à 1kHz. Ce constat reflète le fait que la vitesse de propagation des ondes dans le mur est fonction de la direction : la paroi étant plus

rigide selon Y (la hauteur) que selon l'horizontale X (cf. éq. II.34), les ondes se propagent avec une vitesse plus élevée dans le sens de la hauteur du mur. Dans cette gamme de fréquences, le rayonnement résulte du mode de Lamb  $A_0$ <sup>1</sup> et la paroi a un comportement de plaque mince orthotrope.

A partir du tiers d'octave 2kHz, on met en évidence l'apparition d'une seconde branche située à l'intérieur de celle du mode  $A_0$  : il s'agit donc d'un mode de vibrations « rapide » et rayonnant en champ lointain puisque localisé à l'intérieur du cercle de rayonnement (cf. Figure III.16 et Figure III.17).

Le modèle vibro-acoustique homogénéisé conduit à attribuer ce mode de vibration additionnel au mode de Lamb  $S_1$  du mur équivalent :

- Son apparition coïncide avec la fréquence de coupure qui lui est associée (vers 2200Hz).
- Sa position dans les spectres de vitesses est cohérente avec les courbes de dispersion des ondes de Lamb dans la paroi effective : le mode  $S_1$  se caractérise effectivement par des vitesses de propagation plus élevées que le mode  $A_0$  (cf. Figure II.11).

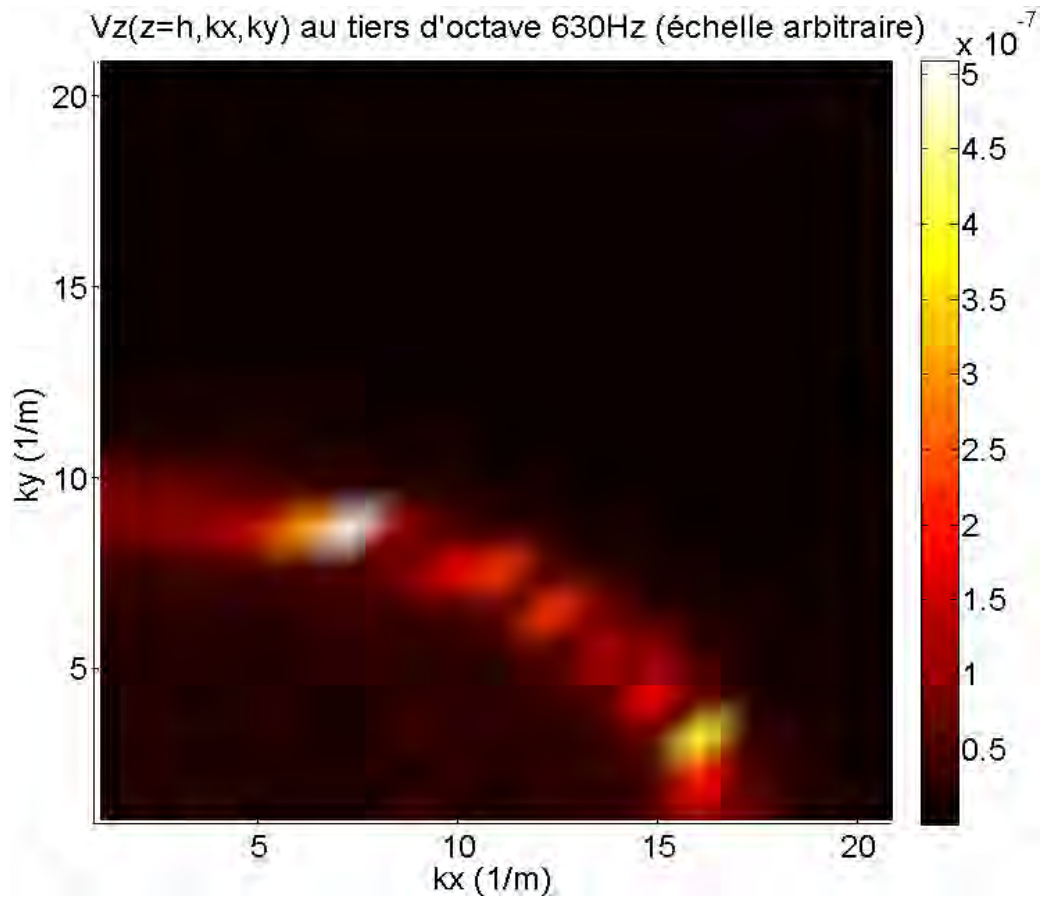
### 1.3.5. Conclusion

L'holographie acoustique en champ proche, modifiée pour être utilisable en espace confiné, a été appliquée à l'étude du champ vibratoire d'un mur de briques alvéolaires. L'analyse dans l'espace des vecteurs d'ondes a permis de mettre en évidence différents comportements du mur en fonction de la fréquence.

La réponse de la structure soumise à une excitation structurale a ensuite été simulée via le modèle de plaque épaisse orthotrope. La confrontation entre simulations et mesures a permis d'identifier le mode de « flexion » du mur orthotrope équivalent ainsi qu'un mode d'épaisseur ( $S_1$ ) en hautes fréquences, caractéristique des plaques épaisses. La position de ce dernier dans les spectres de vitesses confirme son importance du point de vue de la transmission du son au travers d'une paroi alvéolaire.

---

<sup>1</sup> La présence de cette branche elliptique à toutes les fréquences est cohérente avec le fait que ce mode est sans fréquence de coupure.



Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 630.0 Hz

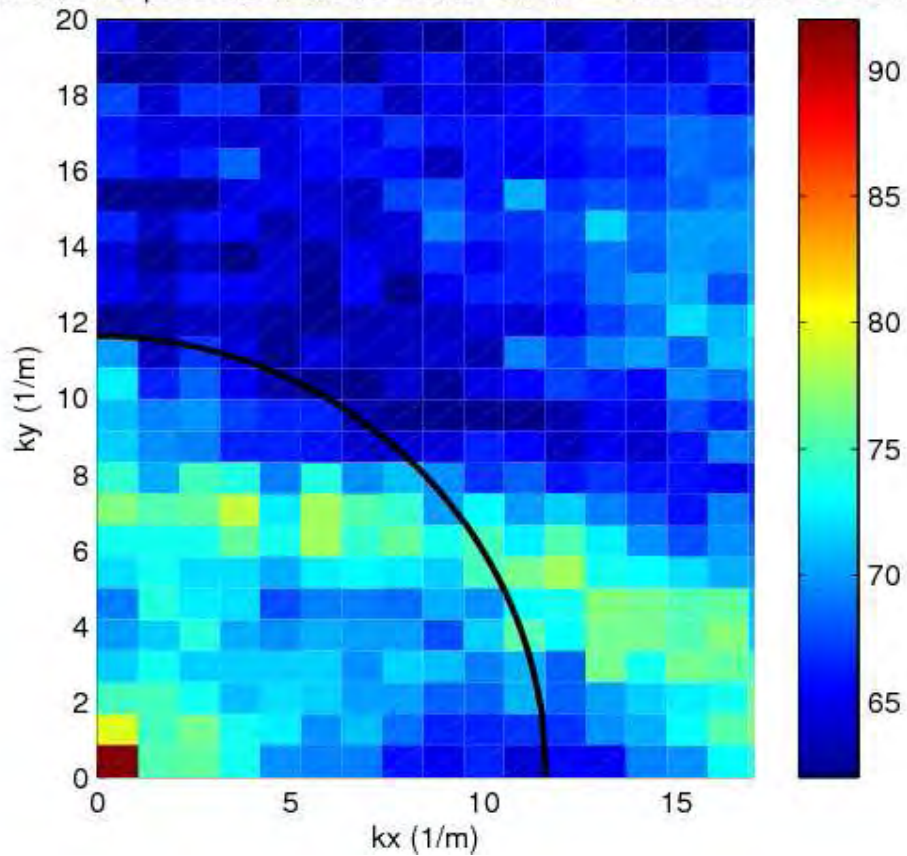


Figure III.14 Comparaison entre théorie (en haut) et expérience (en bas) au tiers d'octave 630Hz.

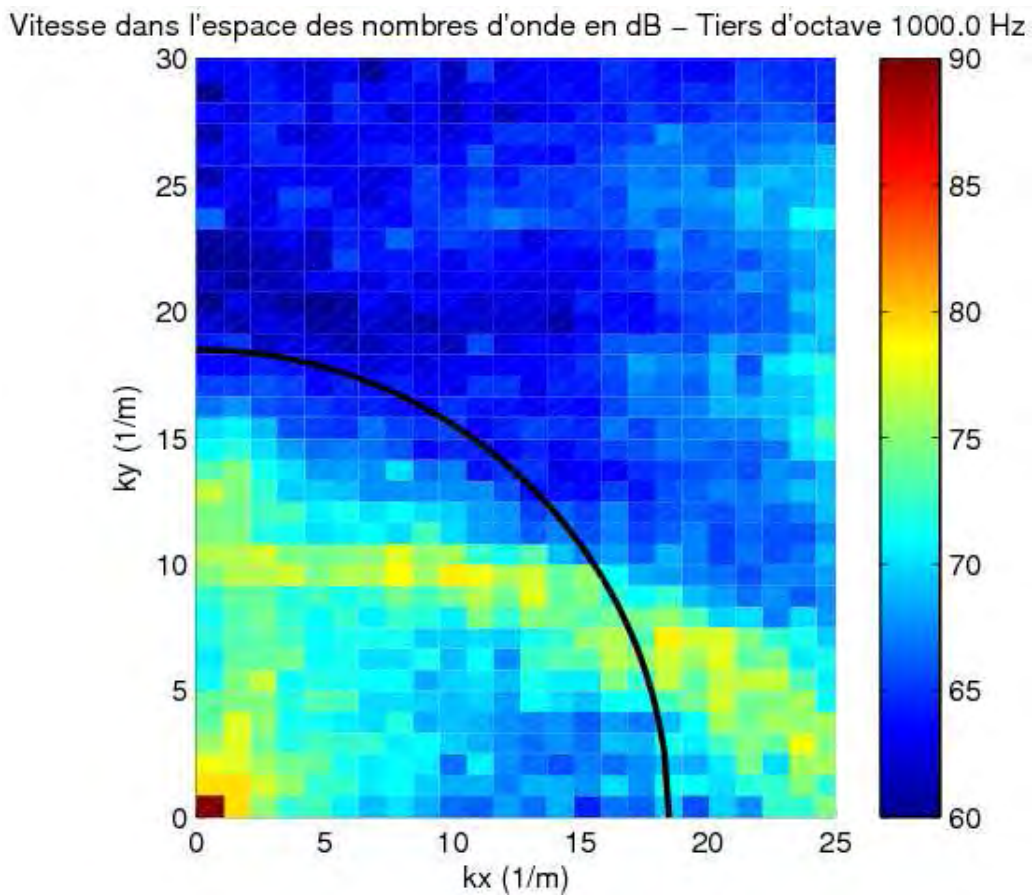
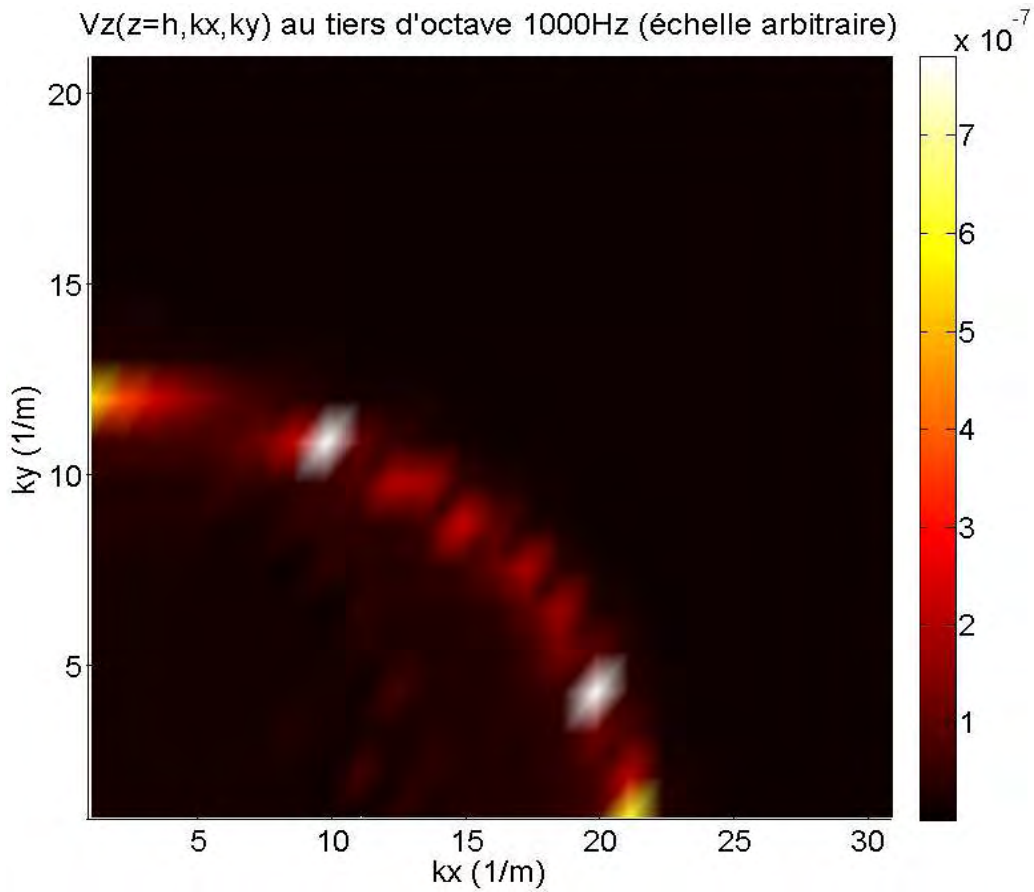


Figure III.15 Confrontation entre théorie (en haut) et expérience (en bas) au tiers d'octave 1kHz.



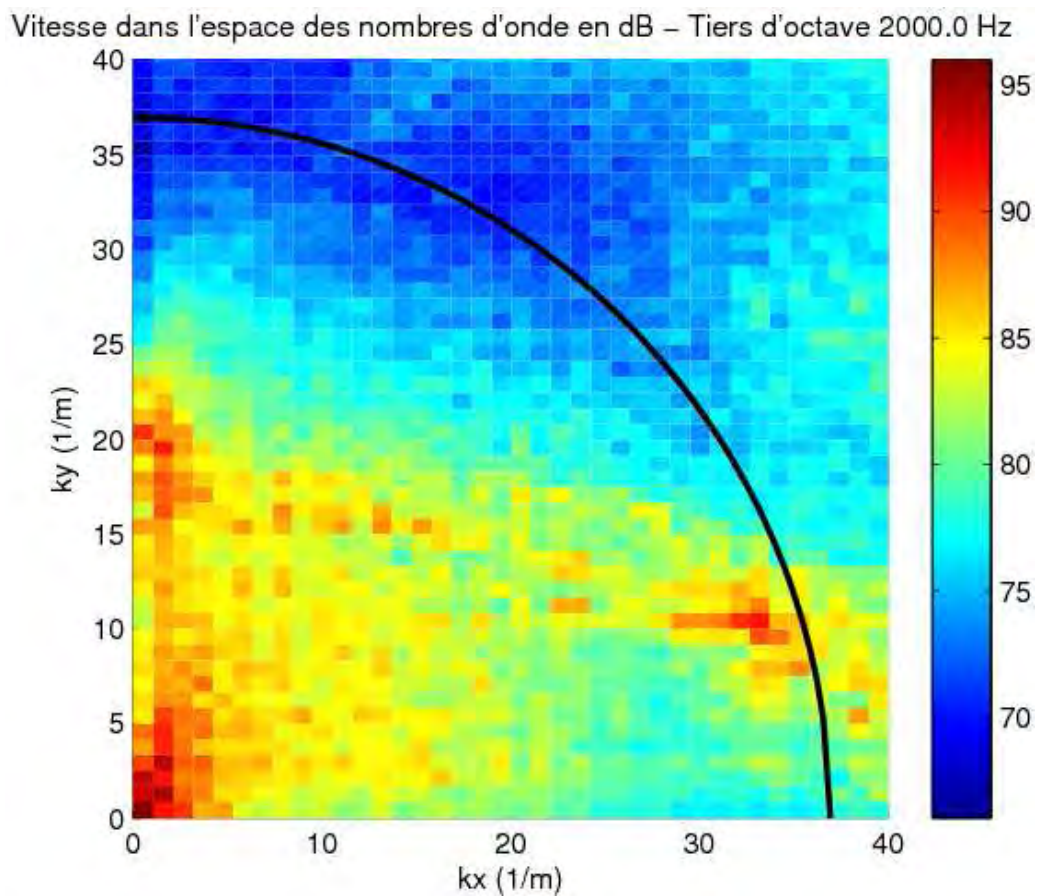
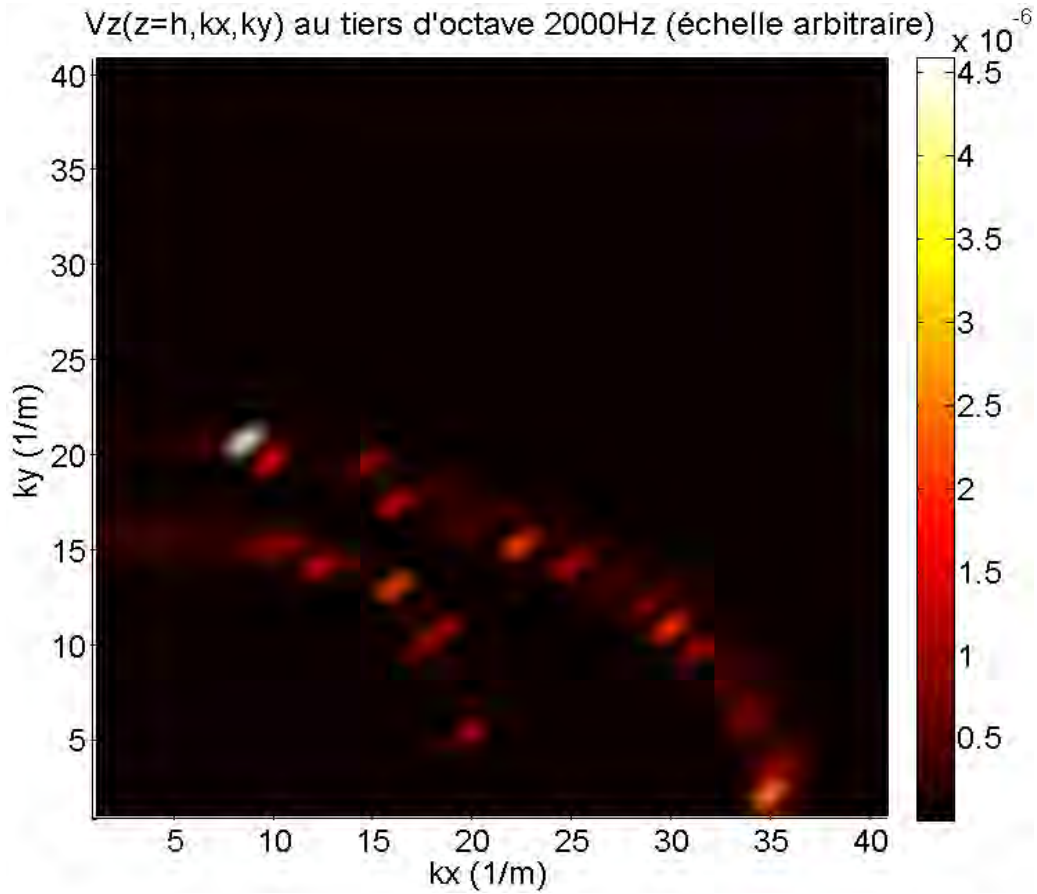


Figure III.16 Comparaison entre théorie (en haut) et expérience (en bas) au tiers d'octave 2kHz.

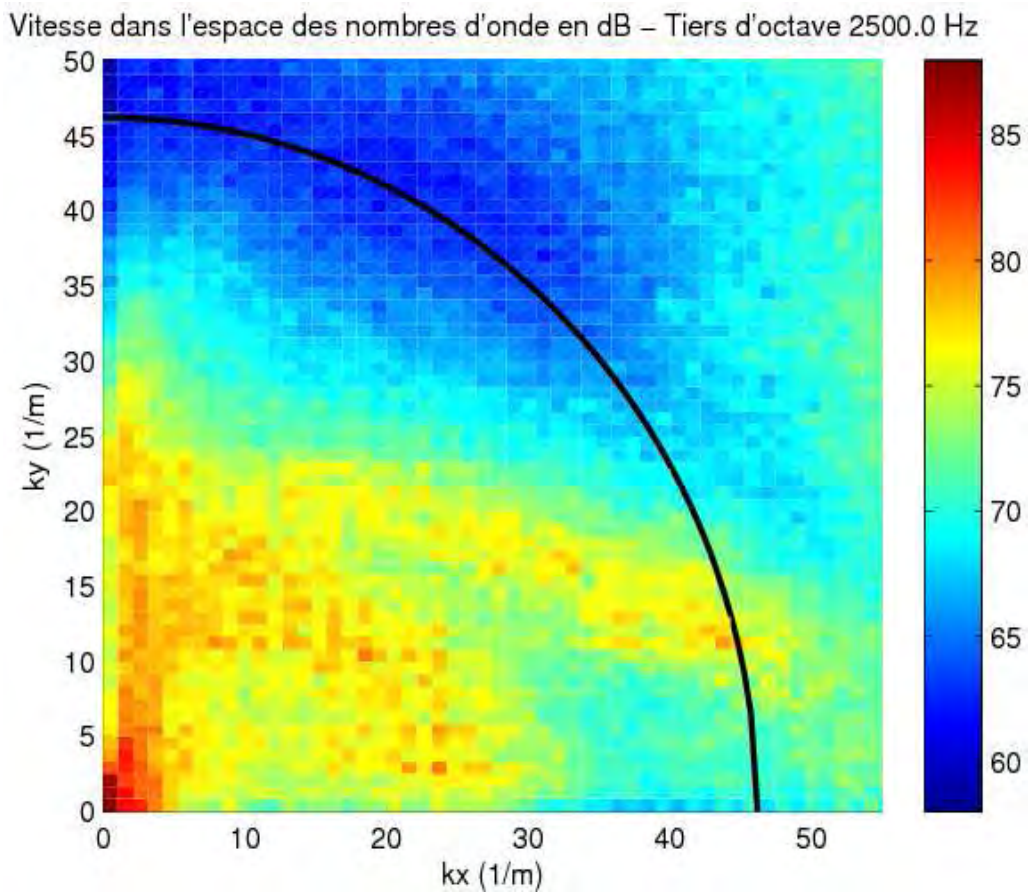
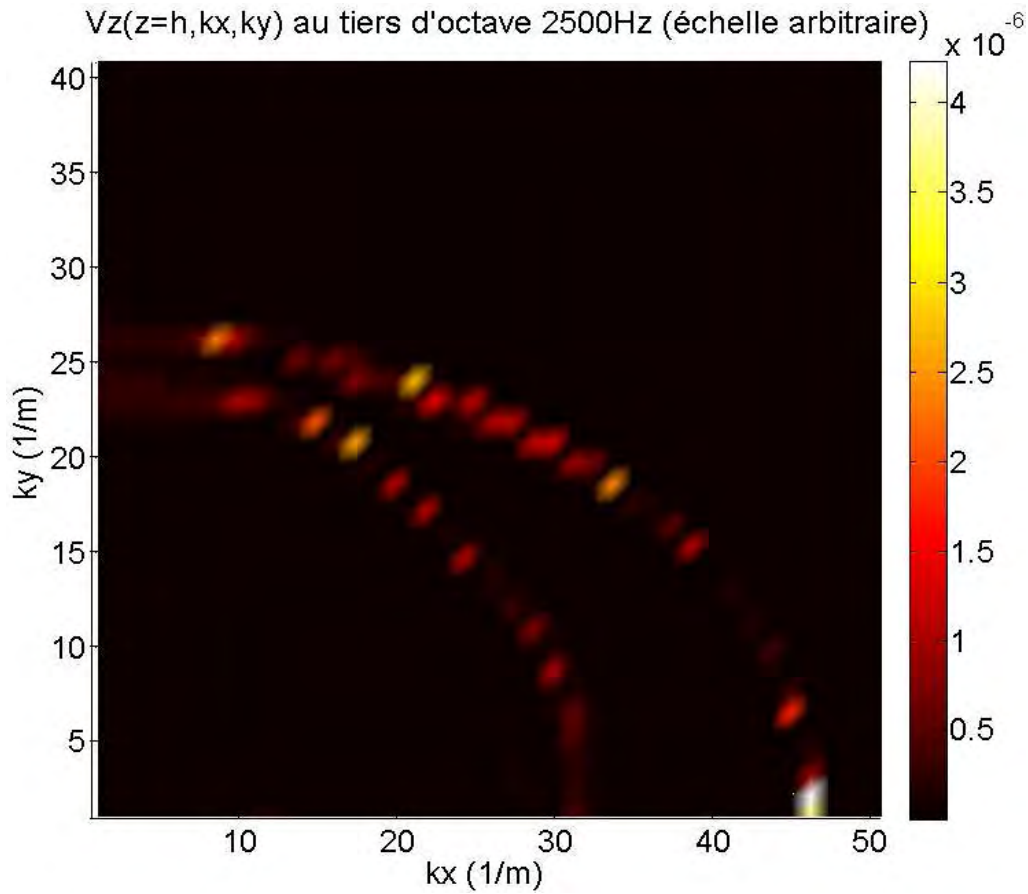


Figure III.17 Confrontation entre théorie (en haut) et expérience (en bas) au tiers d'octave 2.5kHz.

## **2 Analyse des hypothèses inhérentes au modèle vibratoire homogénéisé**

Les hypothèses associées à l'approche proposée dans ce travail sont discutées et les limitations du modèle présentées.

### ***2.1 Influence de l'air emprisonné dans les cavités d'une paroi alvéolaire***

#### ***2.1.1. Position du problème***

Le premier élément négligé dans l'analyse est relatif à la présence du fluide confiné dans les cavités d'une paroi alvéolaire : l'air. L'objet de cette partie est d'examiner la pertinence de cette approximation.

2 aspects du problème doivent être distingués :

- Le régime « statique » : il s'agit de justifier l'hypothèse selon laquelle l'air captif peut être négligé lors de l'homogénéisation du milieu alvéolaire. Du fait de la très grande compressibilité de l'air (gaz) devant celle du tesson de terre cuite (solide), les paramètres mécaniques statiques sont surtout fonction de la géométrie des alvéoles et du tesson.
- Le régime « dynamique » : le comportement vibratoire du mur est-il influencé par la présence d'air dans les alvéoles ?

C'est ce second aspect qui nous intéresse ici. Là aussi 2 effets liés à la présence d'un fluide environnant peuvent exister.

Il y a tout d'abord l'aspect « charge fluide », qui s'exprime par une modification de l'amortissement (par rayonnement) et des fréquences propres de la structure (dû à l'ajout de masse du fluide) [2]. L'approximation de « fluide léger » [12], largement justifiée dans le cas de l'air, permet de négliger cette contribution dans notre cas d'étude.

Dans un mur de briques, l'air captif des alvéoles est confiné spatialement.

Il possède donc un spectre de fréquences de résonances susceptible d'interagir avec les modes de vibrations de la structure (et vice-versa) : on parle couramment d'interaction « fluide-structure » pour désigner le couplage entre les modes « acoustiques » et « structuraux ».

Avant d'exposer un formalisme permettant de traiter le problème couplé, nous illustrons cette notion sur un exemple simple tiré de l'acoustique musicale.

Un moyen couramment utilisé pour favoriser le rayonnement « basses fréquences » des instruments à cordes (guitare, violon, etc...) consiste à coupler la table d'harmonie de l'instrument<sup>1</sup> avec une cavité munie d'une (ou plusieurs) ouverture(s) [57] [58].

---

<sup>1</sup> Partie de l'instrument qui reçoit la vibration à amplifier.

Pour modéliser un tel système, plusieurs hypothèses simplificatrices sont adoptées :

- Modélisation 1D et « basses fréquences » : les dimensions de la table et de la cavité sont très faibles devant la longueur d'onde acoustique.
- Seules les premières résonances de la structure et de la cavité sont modélisées. La table est assimilée à une plaque élastique de raideur  $k_p$ , masse  $m_p$ , surface  $S_p$  et dont tous les points sont supposés vibrer en phase avec une amplitude moyenne  $x_p$ . La cavité est assimilée à un piston d'air de masse  $m_h$ , volume  $V$ , section  $S_h$  et dont le déplacement est noté  $x_h$ .

Les équations régissant le système s'écrivent alors :

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p = -k_p x_p + S_p \delta P - R_p \dot{x}_p + F \\ m_h \ddot{x}_h = S_h \delta P - R_h \dot{x}_h \\ \delta P = -\frac{\rho_a c_a^2}{V} (S_p x_p + S_h x_h) = -\mu (S_p x_p + S_h x_h) \end{cases} \quad \text{éq. III.6}$$

où  $R_p$  et  $R_h$  désignent des termes d'amortissement (frottement type « fluide »),  $F$  étant la force excitant la plaque.

Le système (éq. III.6) est couplé par l'intermédiaire du terme  $\delta P$  traduisant la variation de pression dans la cavité du fait de la vibration de la plaque et du piston d'air. En régime harmonique, les pulsations propres du système sont :

$$\begin{cases} \omega_{\pm}^2 \cong \frac{1}{2} (\omega_p^2 + \omega_h^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_p^2 - \omega_h^2)^2 + 4\omega_{ph}^4} \\ \omega_h = \sqrt{\frac{\mu S_h^2}{m_h}}, \omega_p = \sqrt{\frac{k_p + \mu S_p^2}{m_p}} \text{ et } \omega_{ph} = \sqrt{\omega_p (k_p = 0)} \omega_h \end{cases} \quad \text{éq. III.7}$$

On remarque en particulier que les deux pulsations du système (plaque+cavité), notées  $\omega_+$  et  $\omega_-$ , sont reliées aux pulsations découplées  $\omega_p$  et  $\omega_h$  :

$$\omega_+^2 + \omega_-^2 = \omega_p^2 + \omega_h^2 \quad \text{éq. III.8}$$

Autrement dit, l'interaction entre la première résonance mécanique de la plaque et la résonance d'Helmholtz de la cavité a pour effet d'écarter le spectre de fréquences propres du système couplé. En supposant l'approximation monopolaire valable (réaliste en basses fréquences), on montre que le champ de pression rayonné présente des maxima pour  $\omega_{\pm}$  : le couplage de la plaque avec la cavité permet d'élargir la courbe de réponse en pression de l'instrument vers les basses fréquences.

Cet exemple, bien que très simplifié, montre que la présence d'un fluide confiné spatialement peut significativement modifier la réponse vibratoire d'une structure. Il nous a semblé pertinent d'examiner ce qu'il en est dans le cas d'un mur de briques alvéolaires.

### 2.1.2. Mise en équation du problème

Nous étudions ici la dynamique d'un système couplé composé d'un volume fluide  $V$  (de densité  $\rho$  et de vitesse du son  $c$ ) délimité par une frontière de surface  $S$  capable de vibrer mécaniquement. Soit  $p(\mathbf{r},t)$  le champ de pression en tout point de ce volume et  $\mathbf{u}(\mathbf{r}_s,t)$  le champ de déplacement de cette frontière.

L'écriture des équations couplées reposent sur une formulation modale proposée par Fahy [2]. Cette méthode consiste à développer les champs de pression et de déplacement sur les bases des fonctions propres découplées<sup>1</sup> (dites « in vacuo »).

Les équations de l'acoustique linéaire régissant le comportement du fluide s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p(\mathbf{r},t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 2\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}_s,t)}{\partial t^2} \delta(\xi - \zeta_0) - \rho \frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t}, \forall \mathbf{r} \in V \text{ et } \forall \mathbf{r}_s \in S \\ p(\mathbf{r},t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \Psi_n(\mathbf{r}) \quad \forall \mathbf{r} \in V \\ \Delta \Psi_n(\mathbf{r}) + \frac{\omega_n^2}{c^2} \Psi_n(\mathbf{r}) = 0 \end{array} \right. \quad \text{éq.}$$

#### III.9

Analysons le membre de droite de la première équation du système (éq. III.9), qui n'est autre que l'équation d'onde classique avec termes sources. Le premier traduit l'influence de la vibration de la frontière sur le champ de pression acoustique (présence d'une accélération normale à  $S$ ). L'usage de la distribution de Dirac permet simplement de représenter ce terme de couplage comme une source volumique. Le second terme correspond aux distributions de sources autres que celles dues à la vibration de la frontière.

En substituant la seconde et la dernière équation dans la première, en intégrant sur le volume  $V$  et en faisant usage de la relation d'orthogonalité<sup>2</sup>, les composantes temporelles  $p_n(t)$  du développement (éq. III.9) vérifient :

$$\begin{aligned} \Lambda_n \frac{\omega_n^2}{c^2} p_n(t) + \frac{\Lambda_n}{c^2} \ddot{p}_n(t) &= -2\rho \int_V \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}_s,t)}{\partial t^2} \delta(\xi - \zeta_0) \Psi_n(\mathbf{r}) dV + \rho \int_V \Psi_n(\mathbf{r}) \frac{\partial q(\mathbf{r},t)}{\partial t} dV \\ \Rightarrow \omega_n^2 p_n(t) + \ddot{p}_n(t) &= -\frac{\rho c^2}{\Lambda_n} \int_S \Psi_n(\mathbf{r}_s) \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}_s,t)}{\partial t^2} dS + \frac{\rho c^2}{\Lambda_n} \dot{Q}_n, \quad Q_n = \int_V \Psi_n(\mathbf{r}) q(\mathbf{r},t) dV \end{aligned} \quad \text{éq.}$$

#### III.10

Considérons à présent les relations gouvernant le comportement mécanique de la structure. Si  $\mathbf{u}(\mathbf{r}_s,t)$  est la composante normale du déplacement vibratoire, cette dernière est telle que :

<sup>1</sup> L'ensemble des modes découplés (acoustiques et structuraux) forme des bases orthogonales sur lesquelles toute fonction peut a priori se développer.

<sup>2</sup>  $\int_V \Psi_m \Psi_n dV = \begin{cases} 0 & \text{si } m \neq n \\ \Lambda_n & \text{si } m = n \end{cases}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{S}(u(\mathbf{r}_s, t)) + m(\mathbf{r}_s) \frac{\partial^2 u(\mathbf{r}_s, t)}{\partial t^2} = f(\mathbf{r}_s, t) + p(\mathbf{r}_s, t), \forall \mathbf{r}_s \in S \\ u(\mathbf{r}_s, t) = \sum_{p=0}^{\infty} u_p(t) \Phi_p(\mathbf{r}_s) \quad \forall \mathbf{r}_s \in S \\ \mathfrak{S}(\Phi_p(\mathbf{r}_s)) = \omega_p^2 m(\mathbf{r}_s) \Phi_p(\mathbf{r}_s) \end{array} \right. \quad \text{éq. III.11}$$

où  $\mathfrak{S}$  est un opérateur gouvernant l'élasticité de la structure,  $m(\mathbf{r}_s)$  étant sa masse surfacique et  $f(\mathbf{r}_s, t)$  la distribution des forces mécaniques (surfiques) appliquée. Comme précédemment, on voit apparaître un terme de couplage  $p(\mathbf{r}_s, t)$  qui traduit la distribution des pressions (acoustiques) agissant sur la structure.

L'intégration sur la surface  $S$  et l'emploi de la relation d'orthogonalité des modes « in-vacuo » fournit à nouveau un système couplé d'équations différentielles pour les composantes temporelles  $u_p(t)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{u}_p(t) + \omega_p^2 u_p(t) = \frac{S}{\Lambda_p} \sum_n p_n(t) C_{np} + \frac{F_p}{\Lambda_p} \\ F_p = \int_S f(\mathbf{r}_s, t) \Phi_p(\mathbf{r}_s) dS \quad \text{et} \quad \Lambda_p = \int_S m(\mathbf{r}_s) \Phi_p(\mathbf{r}_s) dS \\ C_{np} = S^{-1} \int_S \Psi_n(\mathbf{r}_s) \Phi_p(\mathbf{r}_s) dS \end{array} \right. \quad \text{éq. III.12}$$

Considérant le potentiel de vitesse  $\phi$  plutôt que le champ de pression, on aboutit finalement à un système symétrique d'oscillateurs couplés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{u}_p(t) + \omega_p^2 u_p(t) = -\frac{\rho S}{\Lambda_p} \sum_n \dot{\phi}_n(t) C_{np} + \frac{F_p}{\Lambda_p} \\ \ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = -\frac{c^2 S}{\Lambda_n} \sum_p \dot{u}_p(t) C_{np} - \frac{c^2 Q_n}{\Lambda_n} \end{array} \right. \quad \text{éq. III.13}$$

Le cas académique d'un système couplé dont chaque sous-système (fluide et structure) ne possède qu'une seule fréquence propre découplée est instructif.

En régime harmonique, l'étude du régime libre ( $F_p=Q_n=0$ ) conduit aux deux pulsations couplées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\omega_{\pm}^2 = (\omega_p^2 + \omega_n^2) + K_{np} G_{np} \pm \sqrt{(\omega_p^2 - \omega_n^2)^2 + 2K_{np} G_{np} (\omega_p^2 + \omega_n^2) + (K_{np} G_{np})^2} \\ K_{np} G_{np} = \frac{\rho c^2 S^2 C_{np}^2}{\Lambda_n \Lambda_p} \geq 0 \quad \forall n, \forall p \end{array} \right. \quad \text{éq. III.14}$$

On distingue deux situations :

- $\omega_p = \omega_n$  : il s'ensuit qu'une des deux nouvelles fréquences propres du système couplé est supérieure à  $\omega_n$  et l'autre inférieure à  $\omega_n$ . Il s'agit d'un phénomène classique (« frequency-splitting » [2]) rencontré lors de l'interaction entre oscillateurs couplés ayant les mêmes fréquences propres « in-vacuo ».

- $\omega_n > \omega_p$  (ou vice-versa) : dans ce cas, les pulsations couplées sont telles que  $\omega_+^2 < \omega_-^2$  avec  $\omega_-^2 \approx \omega_n^2 + K_{np}G_{np}$ .

Dans tous les cas, le premier effet de l'interaction fluide-structure est une modification des fréquences propres du système couplé. L'écart par rapport aux fréquences découplées est toujours directement lié au terme de couplage  $K_{np}G_{np}$  (donné par l'éq. III.14). Une analyse dimensionnelle de ce terme permet d'extraire des informations relatives à « l'intensité » du couplage entre la structure alvéolaire et l'air captif :

- Le module de compression  $B = \rho c^2$  du fluide joue (logiquement) un rôle majeur dans le couplage. Cette contribution est a priori « faible » pour un gaz comme l'air.
- D'après les définitions (éq. III.12) et (éq. III.14),  $K_{np}G_{np} \propto S/V$ . Il s'agit d'une contribution « géométrique » indiquant un couplage optimal lorsque le volume fluide possède une dimension beaucoup plus petite que les deux autres. Dans un mur de briques, la communication entre les alvéoles des différentes briques nous permet d'assimiler les volumes fluides à des résonateurs ayant au contraire une dimension beaucoup plus grande que les deux autres. En approximant les alvéoles par des cavités rectangulaires de section  $S = a_x \times a_y$  et de hauteur  $a_z$ , on aura par exemple  $K_{np}G_{np} \propto 1/a_z$  avec  $a_z \gg a_x, a_y$ <sup>1</sup>.
- Enfin, ce terme est proportionnel à  $C_{np}^2$ . D'après l'éq. III.12, ce coefficient quantifie le degré de corrélation spatiale entre les déformées des modes acoustiques et structuraux au niveau de l'interface fluide/structure. En se restreignant à des géométries rectangulaires simples, on peut montrer [2] que ce coefficient ne prend de valeurs notables qu'au dessus de la fréquence critique de la structure<sup>2</sup>.

En définitive, nous nous attendons à un couplage « faible » entre l'air et la structure d'un mur de briques : les fréquences propres de l'air et de la structure alvéolaire sont supposées être peu modifiées par l'interaction fluide-structure. Cette hypothèse, que nous vérifierons au prochain paragraphe, a été validée par Roozen [59] dans un contexte aéronautique. En étudiant numériquement le couplage entre une carlingue d'avion et l'air contenu dans ce volume, il montra par calcul que les écarts fréquentiels entre les premiers modes couplés (situés dans la gamme [80Hz-200Hz]) et « in-vacuo » n'excédaient pas quelques pourcents.

Généralement, une seconde manifestation de l'interaction fluide-structure est une modification du champ vibratoire de la structure causée par la présence du fluide<sup>3</sup>.

Supposons pour fixer les idées que le volume fluide soit excité par une source  $Q_n$ . Dans le cas d'un système faiblement couplé ( $(K_{np}G_{np})^{1/2} \ll \omega_{p,n}$ ), le système (éq. III.13) se

<sup>1</sup> Selon le type de briques (à perforations verticales ou horizontales),  $a_z$  vaut la hauteur (ou la largeur) du mur (plusieurs mètres en général) alors que la section d'une alvéole est de l'ordre de quelques  $\text{cm}^2$  typiquement.

<sup>2</sup> Pour fixer les idées, une cloison de terre cuite de 8mm d'épaisseur a une fréquence critique de l'ordre de 4 à 5kHz.

<sup>3</sup> Et inversement, le champ de pression dans le fluide est influencé par la vibration de la surface.

réduit à (on se place en régime harmonique et on introduit de façon *ad hoc* des pertes modales acoustiques  $\eta_n$  et structurales  $\eta_p$ ) :

$$\begin{cases} (-\omega^2 + i\omega\omega_n\eta_n + \omega_n^2)\phi_{n0} \cong -\frac{c^2 Q_n}{\Lambda_n} \\ (-\omega^2 + i\omega\omega_p\eta_p + \omega_p^2)u_{p0} = -\frac{i\omega\rho S}{\Lambda_p} \sum_n \phi_{n0}(\omega)C_{np} \end{cases} \quad \text{éq. III.15}$$

Ce qui conduit au champ vibratoire suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{r}_s, t) = e^{i\omega t} \sum_p u_{p0}(\omega)\Phi_p(\mathbf{r}_s) \quad \forall \mathbf{r}_s \in S \\ u_{p0} \cong \frac{i\omega\rho c^2 S}{(-\omega^2 + i\omega\omega_p\eta_p + \omega_p^2)\Lambda_p} \sum_n \frac{C_{np} Q_n}{(-\omega^2 + i\omega\omega_n\eta_n + \omega_n^2)} \end{cases} \quad \text{éq. III.16}$$

Les maxima de la réponse fréquentielle en déplacement ne se produisent plus uniquement aux fréquences propres mécaniques : la réponse acoustique du fluide, corrigée du facteur  $C_{np}$ , apparaît également. La Figure III.18 illustre ce phénomène dans le cas d'un système faiblement couplé à deux fréquences propres.

En pratique, il est clair que la résolution d'un problème couplé dans une situation complexe (système ayant un grand nombre de modes propres et de géométrie complexe) nécessite le recours à des outils numériques.

### 2.1.3. Simulation du couplage fluide-structure sous NASTRAN® et application aux parois alvéolaires

Nous renvoyons le lecteur aux références [55] et [59] pour une analyse relative à l'implémentation numérique du couplage sous NASTRAN®. Ce dernier dispose de 2 solveurs permettant de traiter le problème.

Le premier, dit solveur direct, discrétise et résout les équations couplées sans approximations. Il est donc précis mais demande des temps de calculs souvent importants<sup>1</sup>.

Le logiciel dispose également d'un solveur modal<sup>2</sup>, basé sur la discrétisation du système (éq. III.13), permettant de modéliser la présence d'un fluide via des éléments volumiques de type HEXA (carte MAT10). Les paramètres d'entrée constitutifs du fluide sont sa masse volumique et sa vitesse du son  $c$ .

C'est ce dernier qui a été utilisé pour modéliser le couplage dans une paroi alvéolaire.

<sup>1</sup> A titre indicatif, l'analyse modale d'une brique alvéolaire complète (air+réseau) entre [100H, 1kHz] a nécessité près de 6h sur une machine dotée d'un processeur 2GHz et de 3Go de mémoire.

<sup>2</sup> Il s'agit du solveur 111 (cf. [55]).



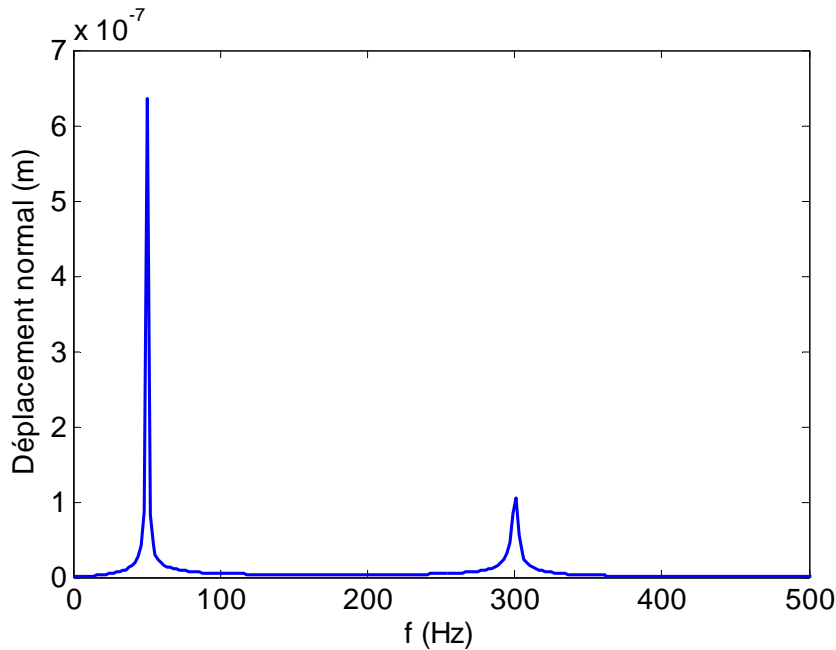


Figure III.18 Evolution fréquentielle du déplacement normal  $u_{p0}$  pour un système faiblement couplé à deux degrés de liberté ( $f_p=50\text{Hz}$ ,  $f_n=300\text{Hz}$ ,  $C_{np}=10^{-2}$ ,  $\eta_n = \eta_p = 1\%$ ).

Afin d'étudier l'influence de l'air sur l'isolation acoustique d'une paroi alvéolaire, plusieurs situations de complexité croissante sont modélisées (cf. Figure III.19) :

- ✓ 2 parois de tesson de terre cuite<sup>1</sup> de 8mm d'épaisseur sans lien mécanique, distantes de 19.4cm et de dimensions XY 4.22×2.5m<sup>2</sup>.
- ✓ Les extrémités horizontales sont reliées par 8mm de tesson (2 liaisons).
- ✓ 2 liaisons verticales sont ajoutées pour former le cadre complet (liaison mécanique sur toute la périphérie du mur).
- ✓ On ajoute à présent une liaison verticale centrale (cadre + 1 liaison verticale).
- ✓ On ajoute 2 montants (cadre + 3 liaisons verticales).
- ✓ On ajoute 4 montants (cadre + 7 liaisons verticales).

Dans chacune de ces 6 situations l'approche numérique [32] (rappelée au Chapitre I4.2.2) est utilisée pour prédire l'affaiblissement acoustique des différentes parois (supposées être en appui simple aux bords et placées entre deux salles XYZ de 4.22×3.35×5.56m<sup>3</sup> et 4.22×2.50×5.92m<sup>3</sup>).

Les résultats présentés ici sont limités à la gamme [50Hz-1kHz] afin de conserver des temps de calcul « raisonnables » (quelques heures typiquement). Cette restriction tient principalement à la finesse du maillage requis pour correctement simuler la propagation dans l'air<sup>2</sup>.

Les caractéristiques des différents maillages ainsi que les temps de calcul sont regroupés dans le Tableau 3 ci-dessous. Les résultats de simulation sont quant à eux représentés Figure III.20.

<sup>1</sup> Assimilé à un matériau isotrope avec  $E=10\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\rho=1800\text{kgm}^{-3}$  et un facteur de perte structural de 1%.

<sup>2</sup> A cause de la faible vitesse du son dans l'air, un critère d'au moins six nœuds par longueur d'onde conduit à une discrétisation spatiale de l'ordre de 6cm pour une analyse jusqu'à 1kHz.

Excepté dans le cas 1 où la transmission est nécessairement aérienne, chaque cas a donné lieu à deux variantes : une première où l'air confiné dans les cavités est modélisé puis une seconde où le fluide est remplacé par du vide.

Propriétés du maillage	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Nombre de ddl (avec air/ sans air)	53664/ NA	66048/ 39216	74976/ 48144	76992/ 50784	87168/ 59712	107520/ 77568
Temps CPU total (avec air/ sans air)	35min/ NA	46min/ 19min	1h2min/ 25min	1h15min/ 30min	1h45min/ 39min	2h20min/ 50min

Tableau 3 Caractéristiques des maillages associés aux différents cas (calculs effectués sur une machine dotée d'un processeur 2GHz et de 3Go de mémoire).

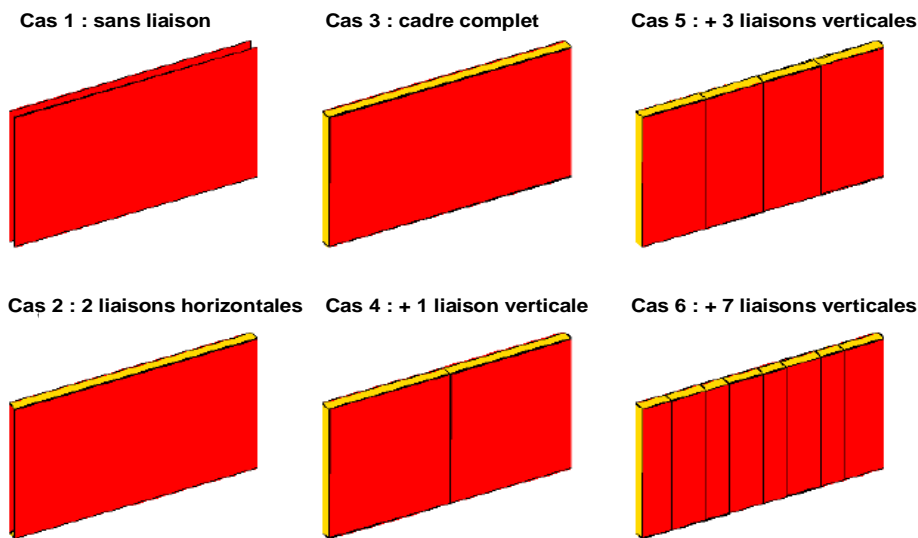
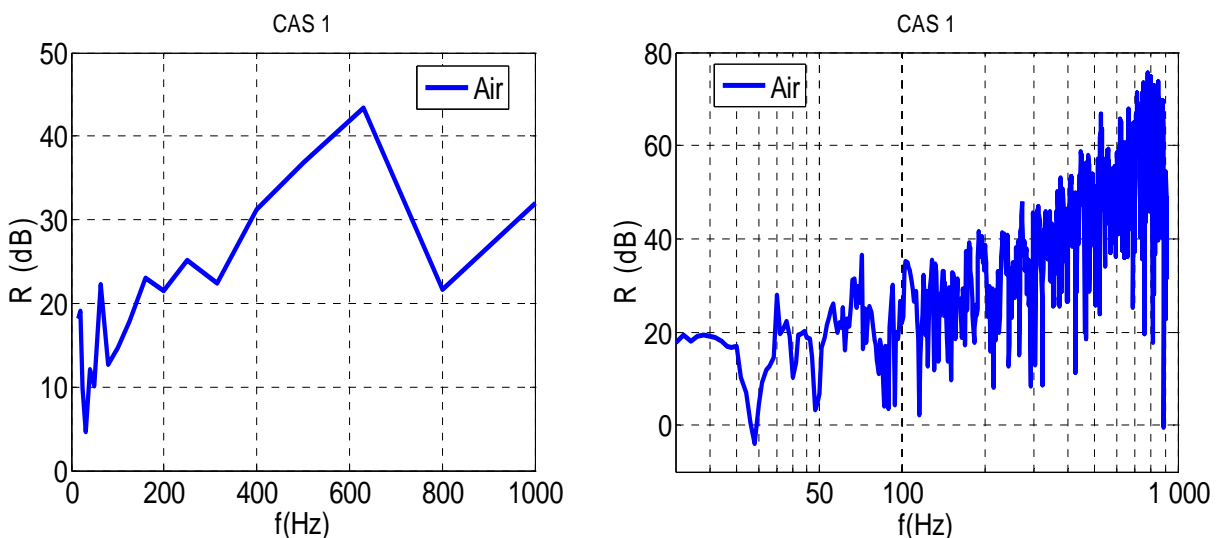
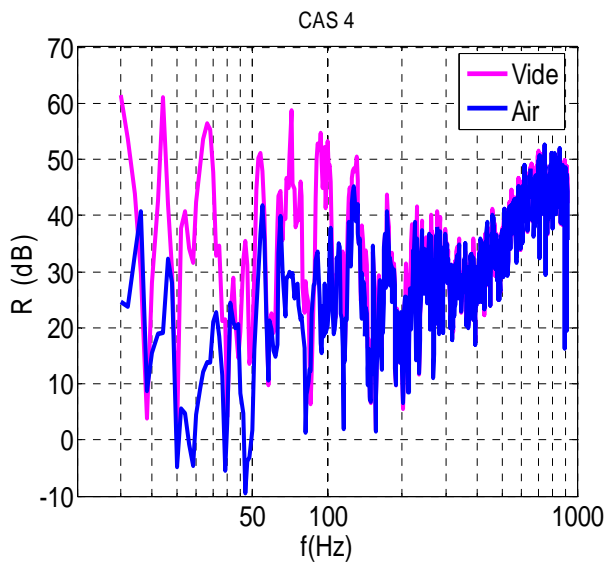
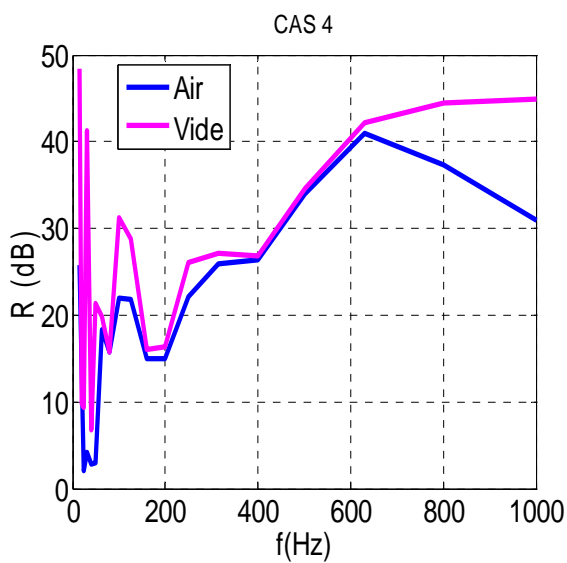
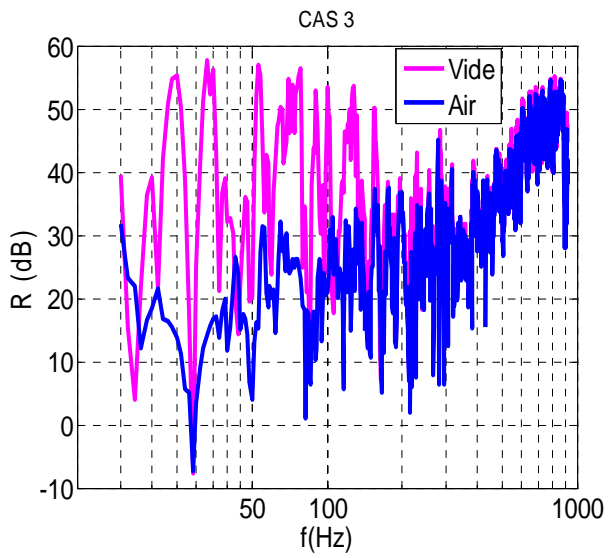
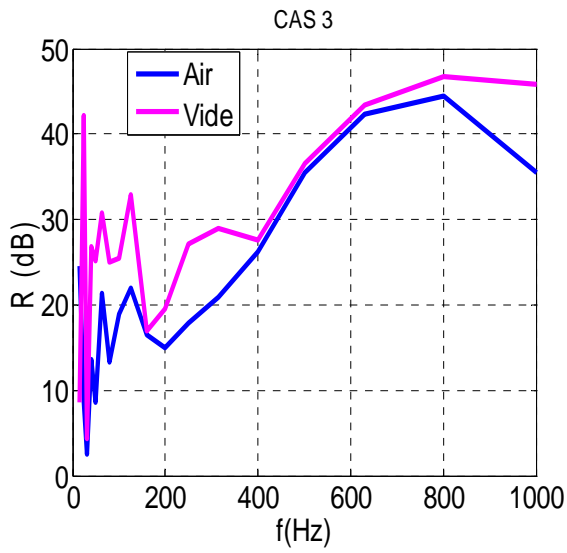
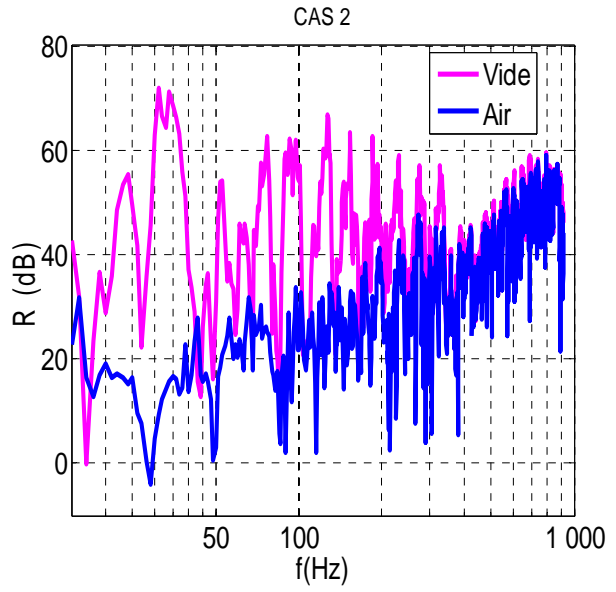
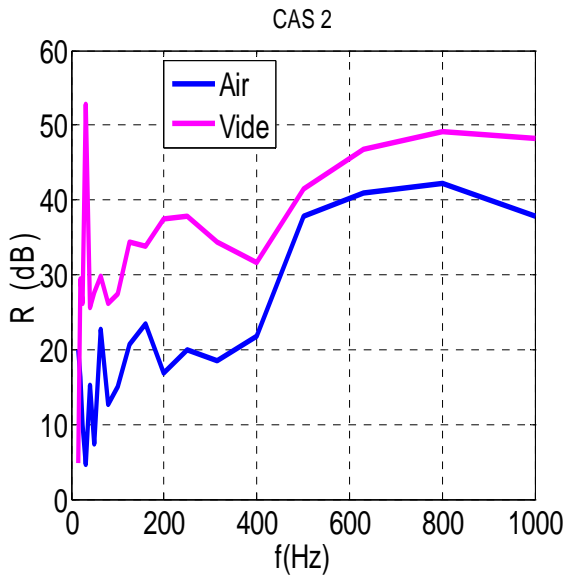


Figure III.19 Les six configurations testées. En rouge sont représentées les deux parois initiales de tesson et en jaune les liaisons ajoutées progressivement.





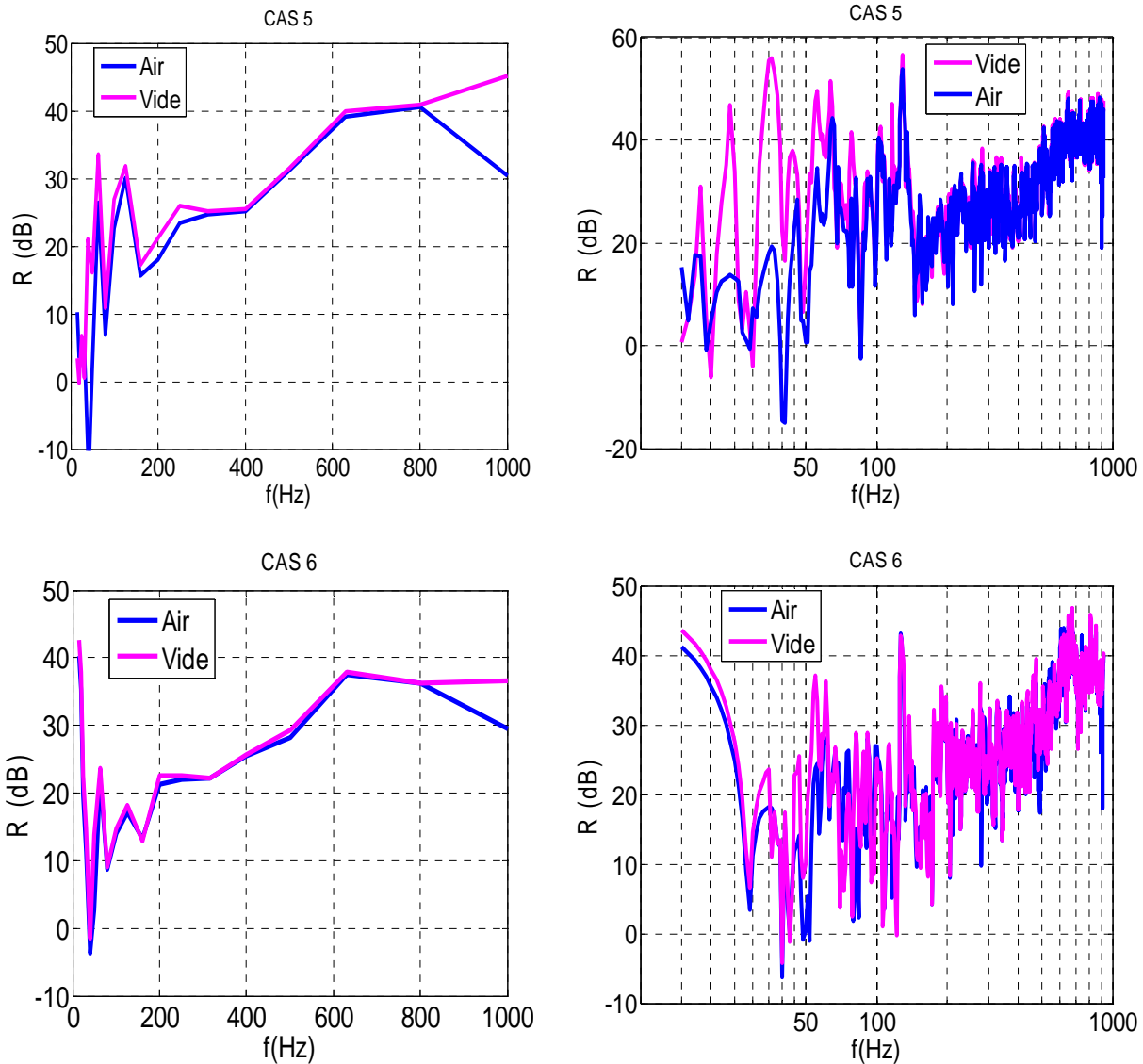


Figure III.20 Effet de l'air selon le nombre de liaisons solidiennes (les courbes de gauche sont en 1/3 octave, celles de droite sont leurs analogues en bandes fines avec un pas fréquentiel de 1Hz).

Commençons par analyser les résultats obtenus sur le premier cas test, pour lequel les phénomènes physiques sont a priori bien connus [12]. On retrouve, conformément à la théorie<sup>1</sup>, un creux aux environs de 50Hz associé au phénomène de respiration de la double plaque. Les premiers modes de locaux<sup>2</sup> expliquent également les accidents observés dans cette gamme fréquentielle.

Plus haut en fréquence, une chute importante de l'indice R est visible vers 900Hz. Elle constitue une première validation du modèle de couplage fluide structure utilisé.

Cette fréquence correspond en effet à la première résonance acoustique (selon Z) de la lame d'air séparant les deux cloisons ( $f_{\text{théo}} \approx 340/2 \times 0.194 \approx 880\text{Hz}$ ).

Les autres indices R simulés appellent plusieurs commentaires :

<sup>1</sup>  $f_{\text{resp}} = (2\pi)^{-1} \sqrt{\frac{K_{\text{eq}}}{M_{\text{eq}}}}$  avec  $K_{\text{eq}} \approx 7.21 \times 10^5 \text{N/m}^3$  et  $M_{\text{eq}} \approx 7.84 \text{kg/m}^2$ .

<sup>2</sup> Leurs fréquences de coupures sont données par  $f_i \approx c_a/2l_i$ ,  $i=x,y,z$ .

- Un creux persiste au voisinage de la première résonance « d'épaisseur » des cavités d'air (vers 900Hz). Ceci résulte du fait que seules les dimensions des alvéoles dans le plan XY varient d'un cas à l'autre, pas leur épaisseur (19.4cm).
- La transmission est, en première approximation, favorisée par la présence d'air dans les alvéoles. Cet effet étant visible sur l'ensemble du spectre (mais particulièrement marqué en « basses fréquences »), nous l'attribuons au mode plan acoustique. Intuitivement, la présence d'air dans les cavités constitue un « chemin » de transmission supplémentaire entre les faces du mur. Cet effet s'atténue quand le nombre de liaisons mécaniques augmente.
- L'influence de l'air sur l'isolation acoustique est d'autant plus faible que le nombre de liaisons mécaniques est grand.  
Dans le cas le plus rigide (cadre +7 montants verticaux), l'effet de l'air captif est quasiment imperceptible, sauf au voisinage de la première résonance d'épaisseur des différentes lames d'air. Le filtrage en 1/3 octave montre que le comportement accidenté des courbes dans la gamme [100Hz-400Hz] est principalement dû aux modes structuraux du mur. On vérifie en outre (et a posteriori) l'hypothèse de couplage faible faite en 2.1.2 : la position fréquentielle des accidents visualisés est peu modifiée par la présence de l'air.

En pratique, un mur de briques alvéolaires possède un nombre de liaisons mécaniques beaucoup plus grand que celui envisagé ici.

Cette étude met en évidence un faible impact de l'air sur le comportement vibratoire du mur, excepté au voisinage des résonances acoustiques « d'épaisseur ». Qualitativement, ces résonances de cavités affectent directement la composante normale du champ vibratoire et donc les pertes par transmission de la paroi.

Dans les faits, une telle manifestation de l'air captif ne s'exprime pas dans le domaine [100Hz,5kHz] du fait des faibles dimensions des alvéoles<sup>1</sup>.

#### 2.1.4. Conclusion

Cette partie avait pour objectif d'étudier l'influence de l'air captif dans les alvéoles d'un mur de briques. Une analyse préliminaire semi-qualitative a permis d'émettre l'hypothèse d'une interaction fluide structure faible.

Les investigations numériques menées ensuite ont confirmé ce point. Les résultats obtenus sont en accord avec les prédictions de Woodhouse & al [60] qui ont mis en évidence la faible influence de l'air contenu dans les cavités d'une double paroi raidie périodiquement. Notons pour terminer que s'affranchir de l'air présent dans une paroi de briques permet d'alléger le problème de la transmission acoustique au travers d'une telle structure.

---

<sup>1</sup> L'épaisseur (selon Z) d'une alvéole n'excède pas 3 à 4cm pour la plupart des briques.

## 2.2 Domaine de validité de l'homogénéisation dans le cas de parois alvéolaires de terre cuite

### 2.2.1. Introduction

Le modèle vibro-acoustique proposé repose sur l'hypothèse centrale selon laquelle le comportement d'une brique alvéolaire est assimilable à celui d'une brique effective homogène et orthotrope.

Ce régime « non-dispersif »<sup>1</sup> suppose que les hétérogénéités se manifestent uniquement au travers des paramètres effectifs du milieu. Du fait du mode d'assemblage d'une paroi alvéolaire, il semble naturel d'approximer la distribution spatiale des hétérogénéités par une loi (quasi) périodique (cf. Chapitre I1.3.1).

Dans une telle situation, la limite théorique de l'homogénéisation est donnée par [50] :

$$\lambda \gg \frac{2\pi}{\|\vec{G}^{n \neq 0}\|} \Leftrightarrow f \ll \frac{G_{\min} c_{\min}}{2\pi} \quad \text{éq. III.17}$$

où  $\|\vec{G}^{n \neq 0}\| \equiv G_{\min}$  est la norme du plus petit vecteur du réseau réciproque (cf. éq. I.19) alors que  $c_{\min}$  correspond au mode « basses fréquences » ayant la vitesse de propagation la plus faible.

En pratique, quantifier ce domaine de validité est complexe : le paramètre  $G_{\min}$  est certes facilement exprimable une fois connue la géométrie mais il n'y a pas de moyen simple pour évaluer la célérité  $c_{\min}$ . Qualitativement, cette vitesse dépend à la fois de la géométrie du système ainsi que des paramètres physiques le constituant. Dans notre cas, cette grandeur dépend notamment de la géométrie alvéolaire mais aussi des propriétés du tesson lui-même.

Pour contourner cette difficulté, notre démarche consiste à comparer sur différents cas les résultats de pertes par transmission obtenues dans le cadre du modèle vibratoire homogénéisé et celles calculées en tenant compte de façon « précise » des hétérogénéités (les alvéoles). Nous aurons ainsi l'occasion de porter un regard critique sur les différents modèles employés et notamment de juger de la pertinence de l'approche développée ici.

### 2.2.2. Première validation sur un cas test

Le premier cas est celui d'un mur de briques sans joints<sup>2</sup>. Les briques sont des cubes de  $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$  et forment une paroi XYZ de  $3.0 \times 2.6 \times 0.2 \text{ m}^3$ .

Chaque bloc comporte un réseau de  $3 \times 3$  alvéoles orientées selon l'horizontale X comme illustré Figure III.21. Les paramètres physiques du tesson sont fixés à :  $E=10 \text{ GPa}$ ,  $\rho=1800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu=0.2$  et  $\eta = 5\%$ .

<sup>1</sup> Cette appellation fait référence au fait que les vitesses de propagation des ondes dans ce domaine sont indépendantes de la fréquence, cf. Chapitre II2.1.

<sup>2</sup> L'influence des joints sera discutée à la fin du chapitre.

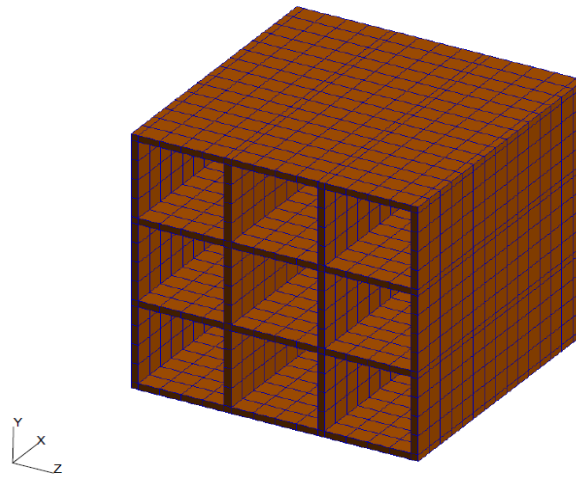


Figure III.21 Brique creuse à 9 alvéoles (l'épaisseur des cloisons est de 5mm).

Le processus d'homogénéisation conduit aux propriétés effectives suivantes (dans le repère des axes principaux) :

$$\langle \bar{\mathbf{C}} \rangle = \begin{pmatrix} 1.98 & 0.23 & 0.23 & 0 & 0 & 0 \\ 0.23 & 1.09 & 0.07 & 0 & 0 & 0 \\ 0.23 & 0.07 & 1.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.32 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.52 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.63 \end{pmatrix}_{\text{GPa}}, \langle \rho \rangle = 342 \text{kg/m}^3 \quad \text{éq. III.18}$$

Pour calculer l'affaiblissement acoustique de cette paroi, nous utilisons trois modèles distincts :

- Un premier calcul éléments finis de « référence ». Le mur est discrétisé en 3D, placé entre deux locaux de dimensions  $3 \times 2.6 \times 4 \text{m}^3$  et  $3 \times 2.6 \times 3 \text{m}^3$  et supposé encastré aux bords du cadre (modèle 1).
- L'approche hybride mise au point au chapitre 2, basée sur un calcul de plaque épaisse orthotrope fenêtrée couplée à une d'homogénéisation numérique du milieu alvéolaire (modèle 2).
- Un calcul numérique éléments finis<sup>1</sup> à 3D sur une plaque orthotrope homogène finie (encastrée aux bords) dont les paramètres mécaniques proviennent de ce même processus d'homogénéisation (modèle 3).

L'emploi de ces différentes approches vise à :

- Comparer l'homogénéisation (modèles 2 et 3) à la prise en compte précise<sup>2</sup> de la géométrie (modèle 1).
- Evaluer la pertinence du fenêtrage (modèle 2) par rapport à une modélisation des conditions aux limites et des dimensions des parois (modèles 1 et 3).

Les caractéristiques des maillages ainsi que les temps de calcul sont résumés dans le tableau ci-après.

<sup>1</sup> Toutes les simulations par éléments finis s'appuient sur l'approche modale découplée [32].

<sup>2</sup> Sans prise en compte de l'air captif, conformément aux conclusions faites en 2.1.4.

Modèle employé	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
Nombre de ddl (éléments HEXA)	495000	NA	44352
Temps CPU total	3h20min	13min	1h10min

Tableau 4 Taille de maillage et temps de calcul relatifs aux méthodes employées.

Les temps de calcul affichés correspondent à un affaiblissement acoustique évalué dans une plage fréquentielle limitée à 1kHz. Cette limitation provient, là encore, de temps de calcul importants si l'on veut une solution fiable<sup>1</sup> en moyennes et hautes fréquences. Cet inconvénient disparaît si l'on fait appel au modèle 2 qui bénéficie de temps de calcul réduits, même en hautes fréquences<sup>2</sup>.

La Figure III.22 représente l'affaiblissement acoustique simulé via les 3 modèles exposés ci-dessus.

On observe premièrement un bon accord global entre les résultats issus de l'homogénéisation et celui provenant d'une modélisation « fine » de la paroi alvéolaire (modèle 1). Le premier accident visualisé entre 100Hz et 200Hz correspond à la zone critique du mur orthotrope homogénéisé : la relation (éq. II.35) fixe les fréquences critiques vers 130Hz et 190Hz, conformément aux résultats de simulation.

De plus, l'intérêt du fenêtrage spatial apparaît clairement. Il permet de mieux modéliser les niveaux d'atténuation obtenus quand on prend en compte explicitement les conditions aux limites et les tailles finies des murs (comparer les courbes noires et bleues de la Figure III.22).

Le comportement modal n'est cependant pas modélisé via cette approche et des différences apparaissent dans la gamme [250Hz, 400Hz].

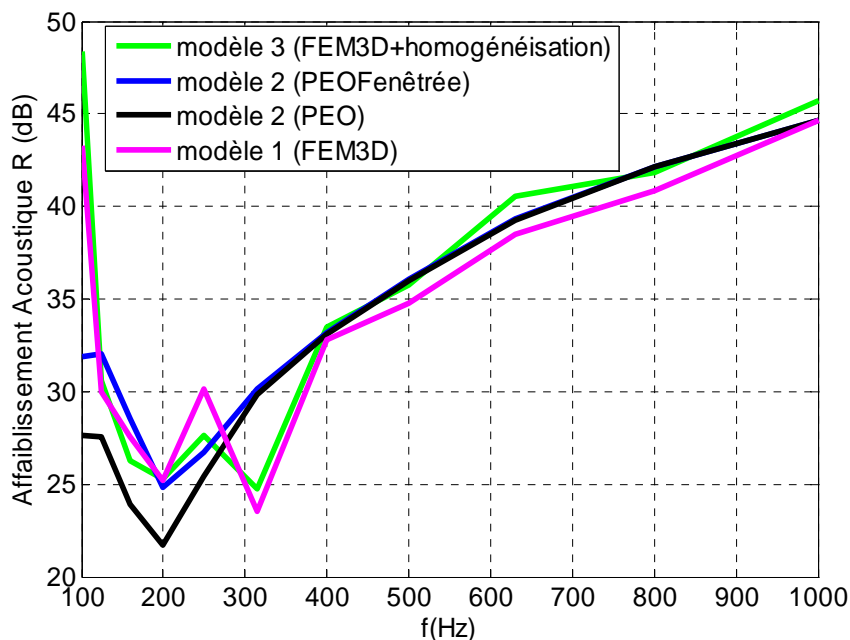


Figure III.22 Résultats obtenus sur une paroi alvéolaire de 20cm d'épaisseur (représentation en 1/3 octave).

<sup>1</sup> En termes de convergence de maillage notamment.

<sup>2</sup> Le calcul des pertes par transmission sur l'ensemble du spectre [100Hz,5kHz] nécessite environ 40min sur une machine dotée d'un processeur 2GHz et de 3Go de mémoire.



Cette première comparaison a l'inconvénient de se borner à un domaine fréquentiel limité. Afin d'explorer les phénomènes mis en jeu en moyennes et hautes fréquences du spectre, on envisage une modélisation à deux dimensions de la paroi.

Cette approche « allégée » permet de discrétiser dans toute sa finesse le profil selon l'épaisseur et la hauteur du mur. Nous avons voulu évaluer la pertinence de ce modèle 2D<sup>1</sup> par rapport aux approches 3D détaillées plus haut.

Rappelons que dans ce cas, le maillage de la paroi se fait au moyen d'éléments quadratiques type QUAD4. Le mur ainsi discrétisé se compose de 37352 ddl et l'obtention de l'indice R a nécessité environ 30min pour une analyse limitée à 1kHz.

Des écarts assez nets apparaissent en basses fréquences (cf. Figure III.23).

Un mur discrétisé à 2D possède une densité modale plus faible que son homologue à 3D, ce qui est particulièrement discriminant en basses fréquences. Malgré tout, on identifie clairement une zone critique vers 150Hz associée ici au phénomène de coïncidence avec les ondes de flexion se propageant dans la hauteur du mur. De même, le comportement acoustique global de la paroi, en termes de pentes notamment, est correctement retranscrit via cette modélisation simplifiée.

Nous en ferons donc usage au paragraphe suivant pour étudier le comportement vibratoire d'un mur de briques dans le régime homogénéisé et au-delà.

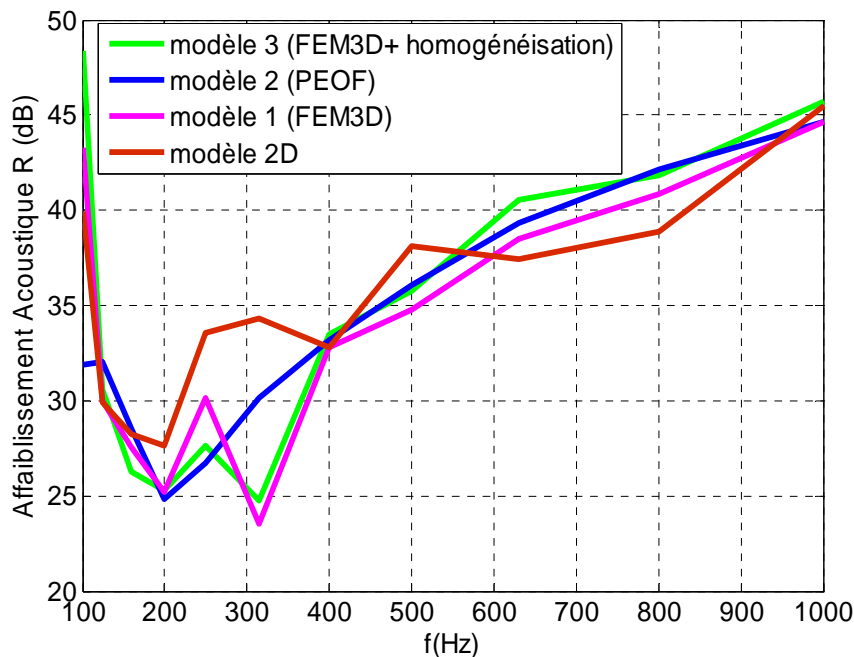


Figure III.23 Affaiblissements acoustiques (1/3 octave) simulés dans le cadre d'un modèle vibro-acoustique 2D et plusieurs modèles 3D.

*Remarque :* Bien que réputée précise dans les basses fréquences, la technique des éléments finis prédit souvent un comportement modal de parois plus marqué que celui observé lors de la mesure. L'une des causes pouvant expliquer ce désaccord est notre imprécision sur la prise en compte des conditions aux limites (cf. Chapitre II3.3.4 et Chapitre I2.2.3).

<sup>1</sup> Ici aussi, les conditions aux limites sont de type encastrement aux bords de la paroi.

### 2.2.3. Influence des inhomogénéités sur le comportement acoustique d'une paroi alvéolaire en moyennes et hautes fréquences.

Pour mettre en lumière les limites du calcul homogénéisé 6 parois inhomogènes de 20cm d'épaisseur et 2.6m de hauteur sont modélisées :

- La première est un mur type double plaque rendue inhomogène par l'ajout de liaisons horizontales (raidisseurs) distribuées périodiquement dans la direction de la hauteur. Soit  $d$  l'espacement entre ces raidisseurs ( $d=19\text{cm}$  dans le cas présent).
- On conserve la même paroi mais en densifiant le nombre de raidisseurs, ce qui revient à diminuer l'espacement  $d$  ( $d=6\text{cm}$ ).
- On réduit à nouveau l'espacement entre liaisons ( $d=3.5\text{cm}$ ).
- Des liaisons verticales sont introduites pour se rapprocher d'une paroi de briques alvéolaires. Leurs nombres et l'espacement  $d$  étant inchangés par rapport au cas précédent, les alvéoles sont donc de section carrée ( $d_z=d_y=3.5\text{cm}$ ).
- On reprend la paroi précédente sur laquelle on évide de la matière pour faire apparaître une seconde distribution (périodique) d'alvéoles de section carrée plus grande ( $d'=7.3\text{cm}$ ).
- De la même façon, la taille (selon  $y$ ) des « grosses alvéoles » est augmentée : elles deviennent donc rectangulaires ( $d'_x=7.3\text{cm}$  et  $d'_y=11.2\text{cm}$ ).

Les profils alvéolaires associés sont schématisés Figure III.24. Les cloisons de terre cuite sont de 5mm d'épaisseur et les propriétés physiques du tessou sont les mêmes qu'au paragraphe précédent.

Le Tableau 5 réunit les informations relatives aux paramètres effectifs ainsi qu'aux propriétés des maillages des différents murs.

Cas	Paramètres effectifs										Calcul éléments finis 2D	
	$E_y$	$E_x$	$E_z$	$G_{xy}$	$G_{xz}$	$G_{yz}$	$\nu_{yx}$	$\nu_{xz}$	$\nu_{zy}$	$\rho$	Nombre de ddl	Temps CPU
1	0.51	0.97	0.51	0.25	0.36	0.34	0.11	0.19	0.14	175	12008	50min
2	0.52	1.45	1.01	0.26	0.58	0.33	0.08	0.19	0.12	261	23800	1h13min
3	0.53	1.92	1.54	0.27	0.79	0.29	0.06	0.19	0.13	346	35916	1h35min
4	1.59	2.77	1.59	0.71	0.80	0.33	0.11	0.19	0.04	500	84120	2h20min
5	1.33	2.59	1.34	0.66	0.78	0.33	0.10	0.18	0.05	468	79310	2h11min
6	1.31	2.41	1.07	0.64	0.76	0.33	0.09	0.19	0.04	443	75540	2h04min

Tableau 5 Ensemble des caractéristiques relatives à chaque situation traitée (les modules élastiques sont en GPa et les masses volumiques en  $\text{kg/m}^3$ ).

On vérifie que les coefficients homogénéisés obtenus sont cohérents avec les géométries mises en jeu. La question des paramètres d'entrée nécessaires au calcul homogénéisé étant résolue, nous calculons les pertes par transmission de ces parois dans la gamme [100Hz-3kHz]. Dans tous les cas, les temps de calcul restent raisonnables, y compris sur un ordinateur de bureau standard (cf. Tableau 5).

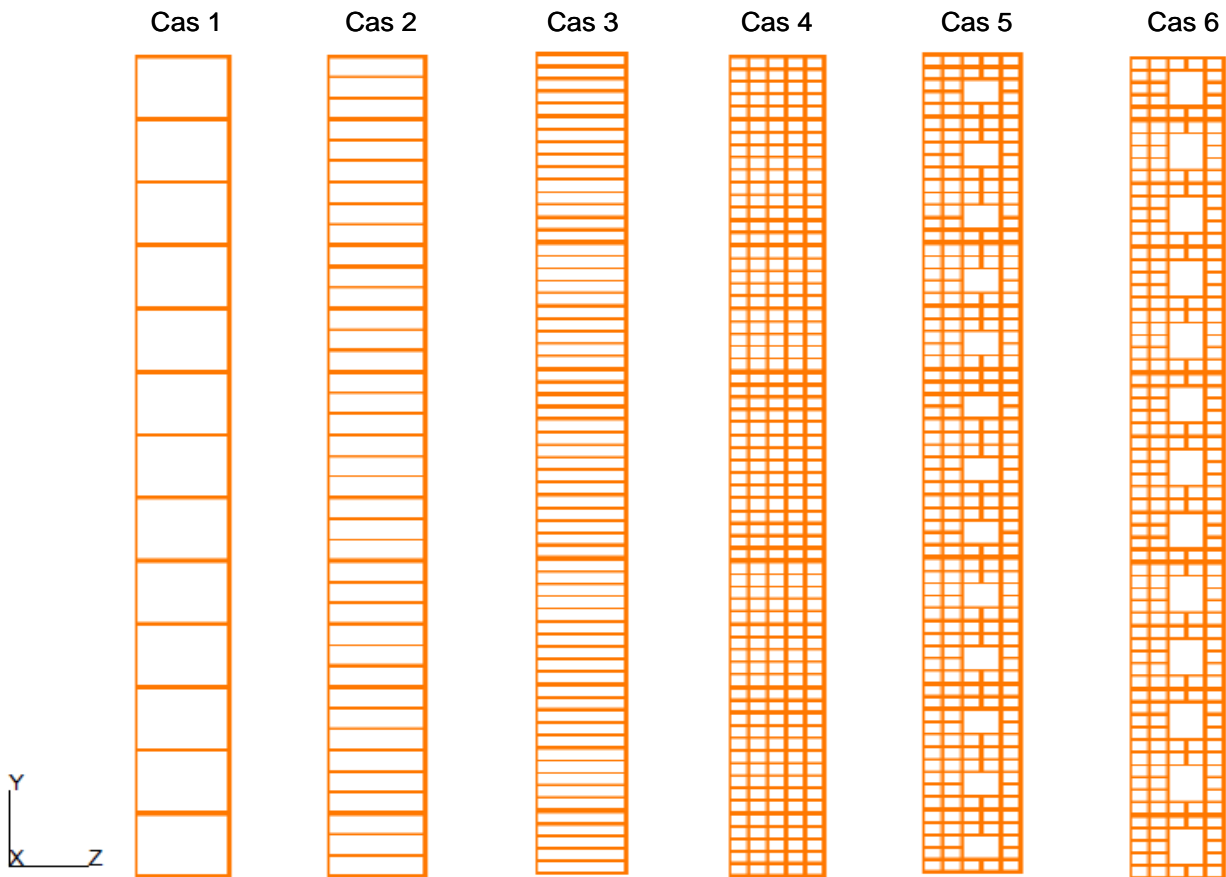
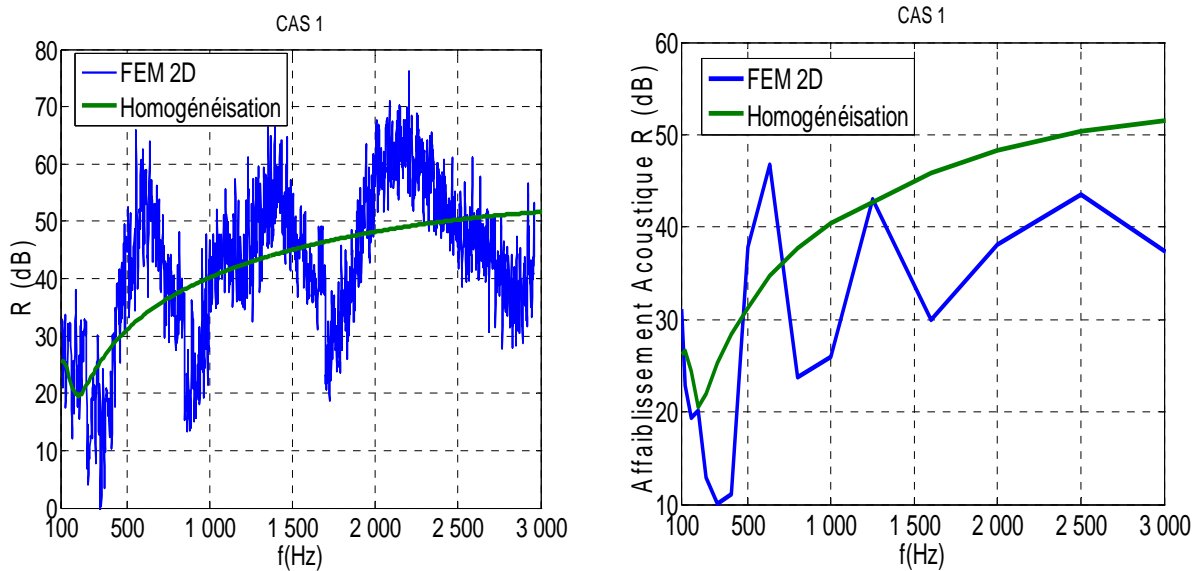
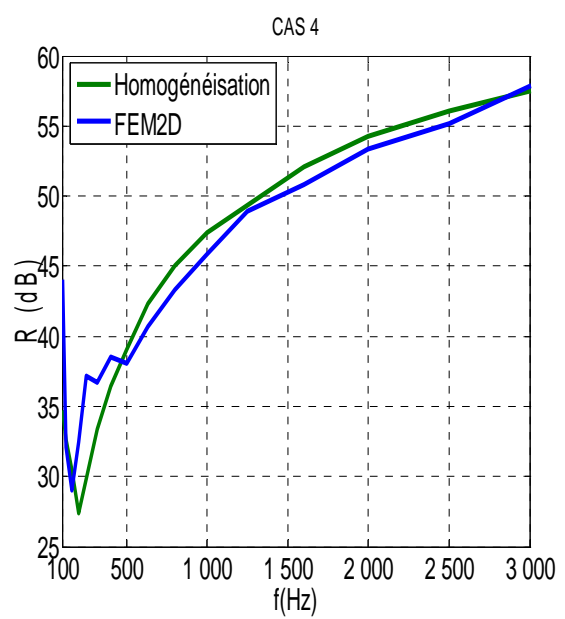
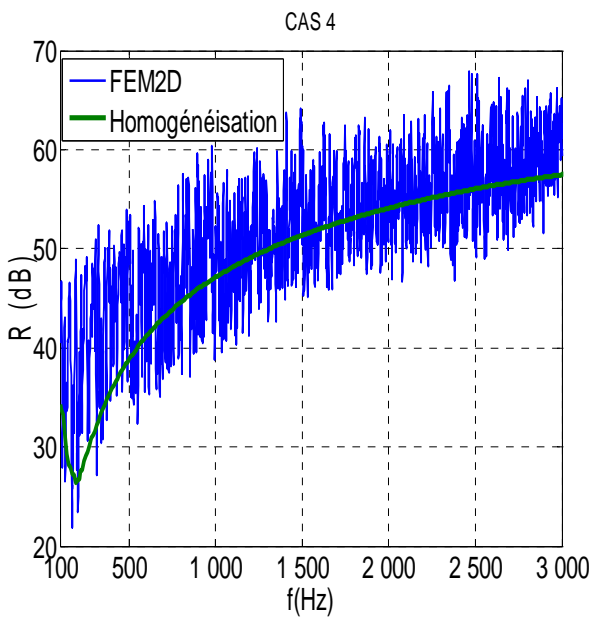
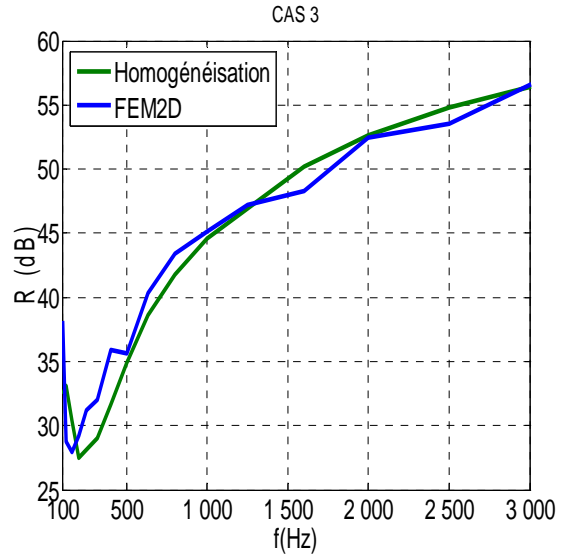
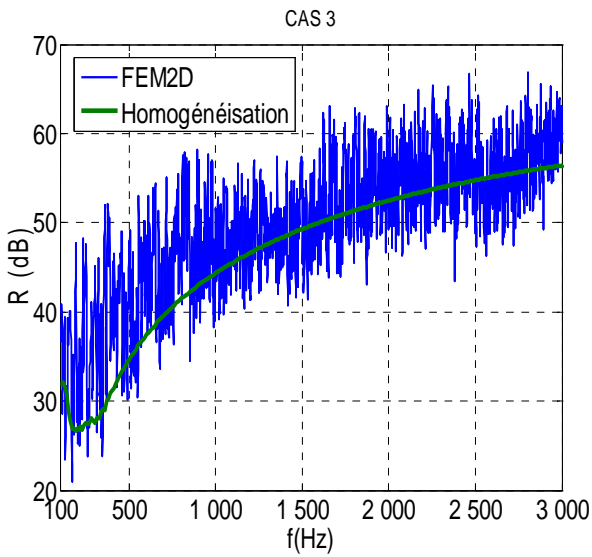
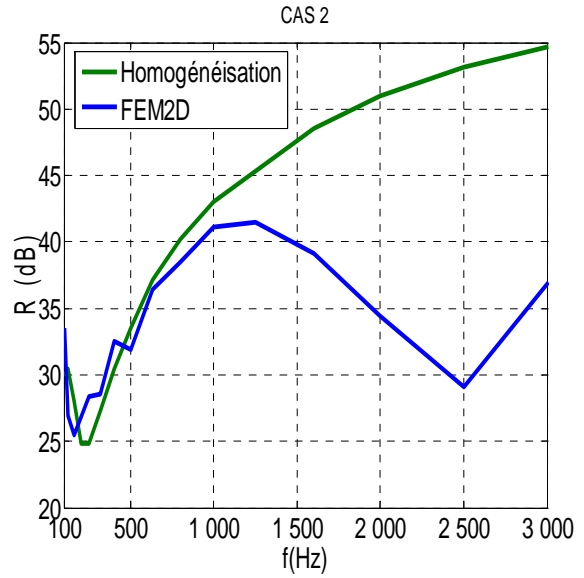
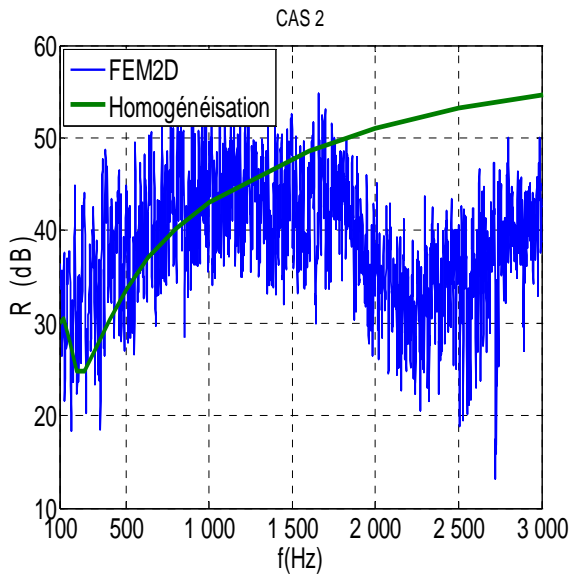


Figure III.24 Modélisation à 2D de parois ayant des distributions et/ou des tailles d'inhomogénéités variées.

Les résultats issus de l'homogénéisation (modèle 2 du paragraphe 2.2.2) et du calcul par éléments finis sont confrontés Figure III.25.





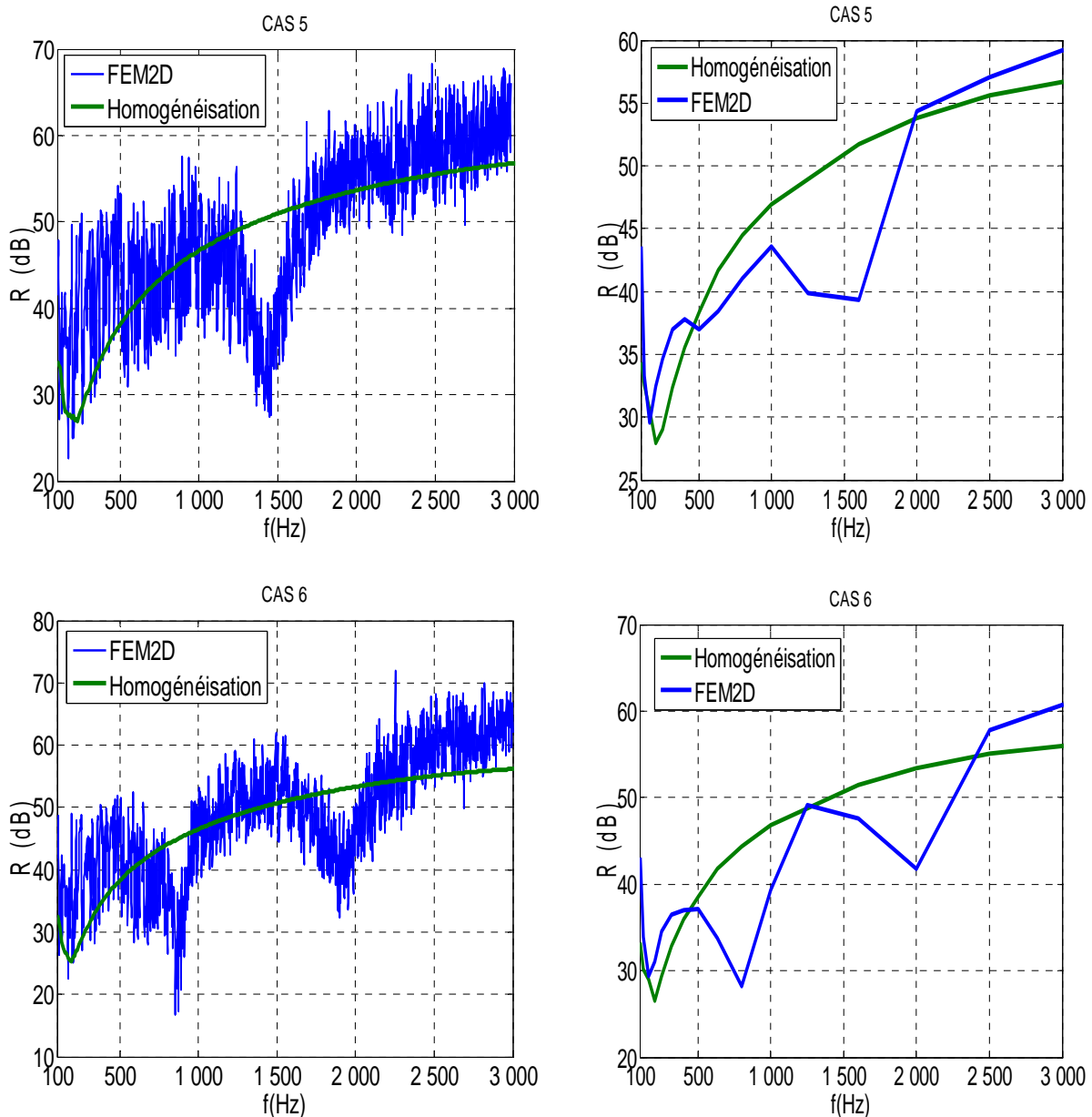


Figure III.25 Pertes par transmission de parois hétérogènes obtenues dans le cadre d'un calcul homogénéisé et d'une approche purement numérique (les courbes de gauche sont en bandes fines avec  $\delta f = 1 \text{ Hz}$  et celles de droite en 1/3 octave).

Remarquons que les 3 premiers cas relèvent en fait du même type de problème, à savoir la transmission au travers de doubles parois raidies périodiquement. Dans leur article de 2004, Woodhouse & al. [60] ont proposé deux approches analytiques adaptées à ce type de structure.

Le premier modèle est basé sur une approche homogénéisée : il consiste à substituer la structure discrète et périodique des raidisseurs par une distribution uniforme de ressorts équivalents. Le second modèle, plus réaliste, tient compte précisément de la répartition spatiale de ces liaisons mécaniques.

Les auteurs mettent en évidence un premier résultat conforme aux attentes : l'homogénéisation est pertinente tant que l'espacement inter-raideurs est « faible ». Ce résultat est confirmé par les trois premières situations simulées ici.

Nous voyons par exemple que dans le cas 3 (pour lequel  $d$  vaut 3.5cm) le modèle homogénéisé développé et le calcul numérique donnent sensiblement le même résultat. Il n'en va pas de même dans les cas 1 et 2 où des écarts significatifs apparaissent dès 400Hz et 2kHz (respectivement).

Pour comprendre l'origine des accidents additionnels visualisés dans les courbes, analysons les déformées modales des parois à différentes fréquences. Quelques exemples de champ de vitesses (normales) de la paroi 1 sont représentés Figure III.26.

A 349Hz, on observe une vibration symétrique de la paroi (les deux faces vibrent en opposition de phase) avec des maxima centrés au niveau de l'espacement séparant deux raidisseurs. A cette fréquence et d'autres (886Hz, 1600Hz, etc...), on montre que les pics de transmission obtenus traduisent un phénomène de coïncidence entre le champ incident (dans l'air) et les vibrations symétriques du mur [60]. Celle-ci possédant une « structure de bandes »<sup>1</sup>, il y a une coïncidence par bande passante, d'où l'apparition d'un ou plusieurs pics de transmission selon la valeur de  $d$ .

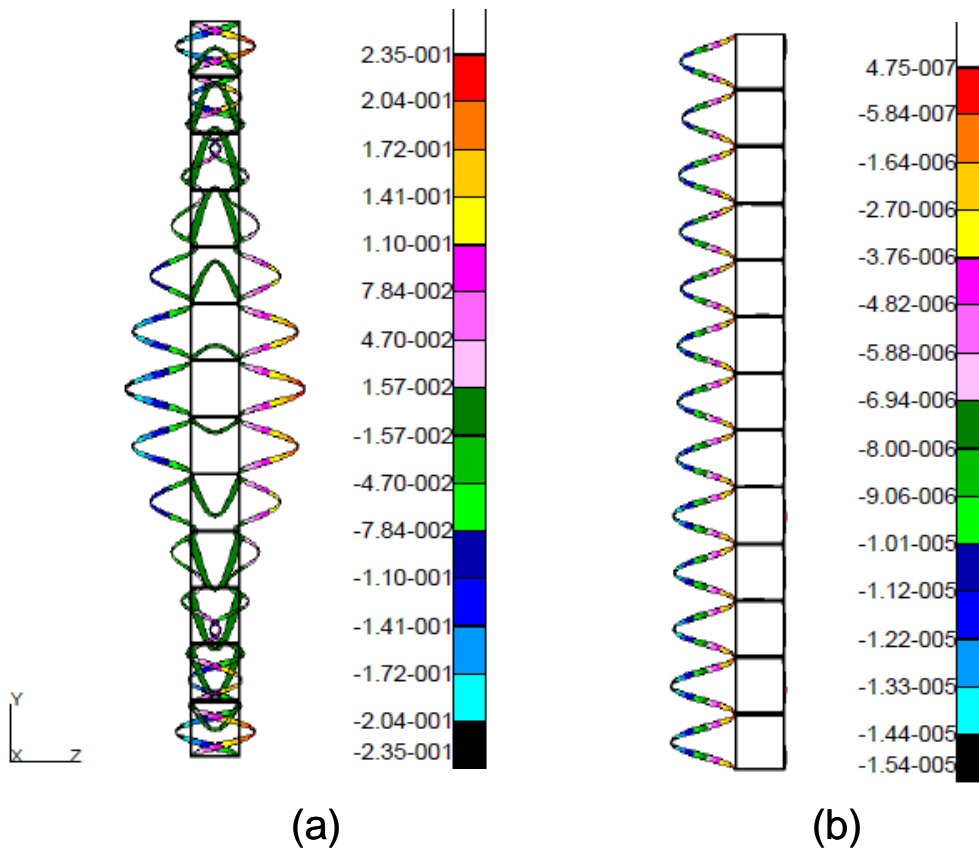


Figure III.26 Vitesses normales de la double paroi raidie (cas 1,  $d=19\text{cm}$ ) à 349Hz (a) et 637Hz (b).

A l'inverse, la paroi se comporte comme un réflecteur « quasi-parfait » vers 600Hz. Il s'agit à nouveau d'une manifestation de la structure périodique de la paroi liée cette fois à la première bande interdite du système. Il est d'ailleurs possible d'exprimer analytiquement le déplacement normal de la face excitée (située en  $z=0$ ) aux fréquences associées aux différentes bandes interdites (637Hz, 1390Hz, etc...) [60] :

<sup>1</sup> C'est-à-dire une alternance de bandes passantes et de bandes interdites.

$$u_z(y, z = 0, t) = \phi_{inc} i \omega e^{i(\omega t - k_y y)} \left[ \frac{1 - e^{-\frac{2iN\pi y}{d}}}{Bk_y^4 - \rho_s \omega^2} \right], N = 1, 2, \dots \quad \text{éq. III.19}$$

où  $\phi_{inc}$ , désigne l'amplitude du champ aérien incident, B la rigidité en flexion de la cloison (en  $z=0$ ),  $\rho_s$  sa masse surfacique et  $k_y$  le vecteur d'onde dans la direction y. Des nœuds de déplacement apparaissent donc au niveau de chaque raidisseur ( $y=d, 2d, \dots$ ), ce qui explique l'absence de vibrations transmises à l'autre face du mur. C'est bien ce que nous visualisons Figure III.26b.

Comme en témoigne la Figure III.27, le même comportement est observé pour la paroi 2 dans une gamme de fréquences plus élevées car l'espacement d est plus faible. En « basses fréquences », on retrouve par contre un comportement usuel de plaque mince avec des vibrations de type flexion.

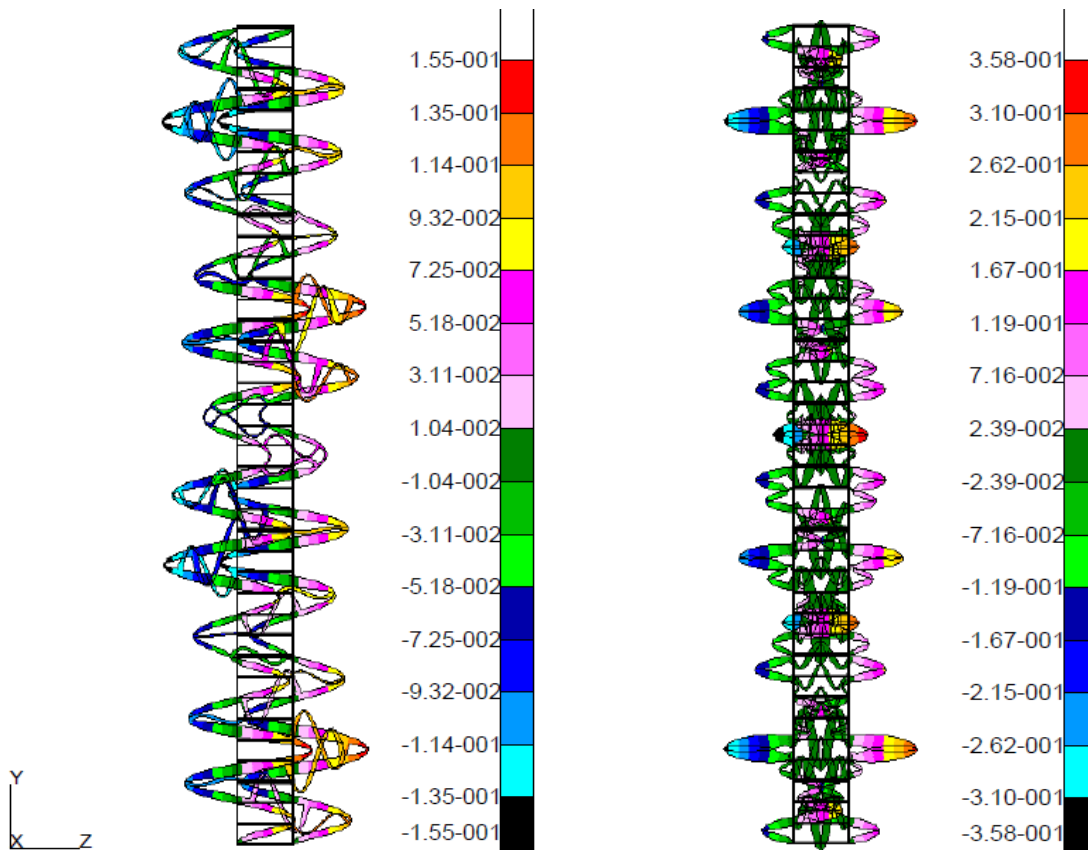


Figure III.27 Vitesses normales associées à la paroi 2. A basses fréquences (à gauche), la vibration s'apparente à un mode de flexion. A 2331Hz (à droite), l'influence des inhomogénéités explique l'apparition du pic de transmission observé dans cette zone (cf. Figure III.25).

Passons à présent aux 3 derniers cas. Notons que l'homogénéisation et le calcul éléments finis sont en très bon accord dans le cas 4, c'est-à-dire pour la paroi creuse ayant des dimensions d'alvéoles faibles ( $d=3.5\text{cm}$ ).

Ceci signifie que ce mur se comporte essentiellement comme une plaque finie anisotrope mais homogène sur l'ensemble du spectre. L'étude des modes vibratoires associés (cf. Figure III.28) corrobore cette analyse.

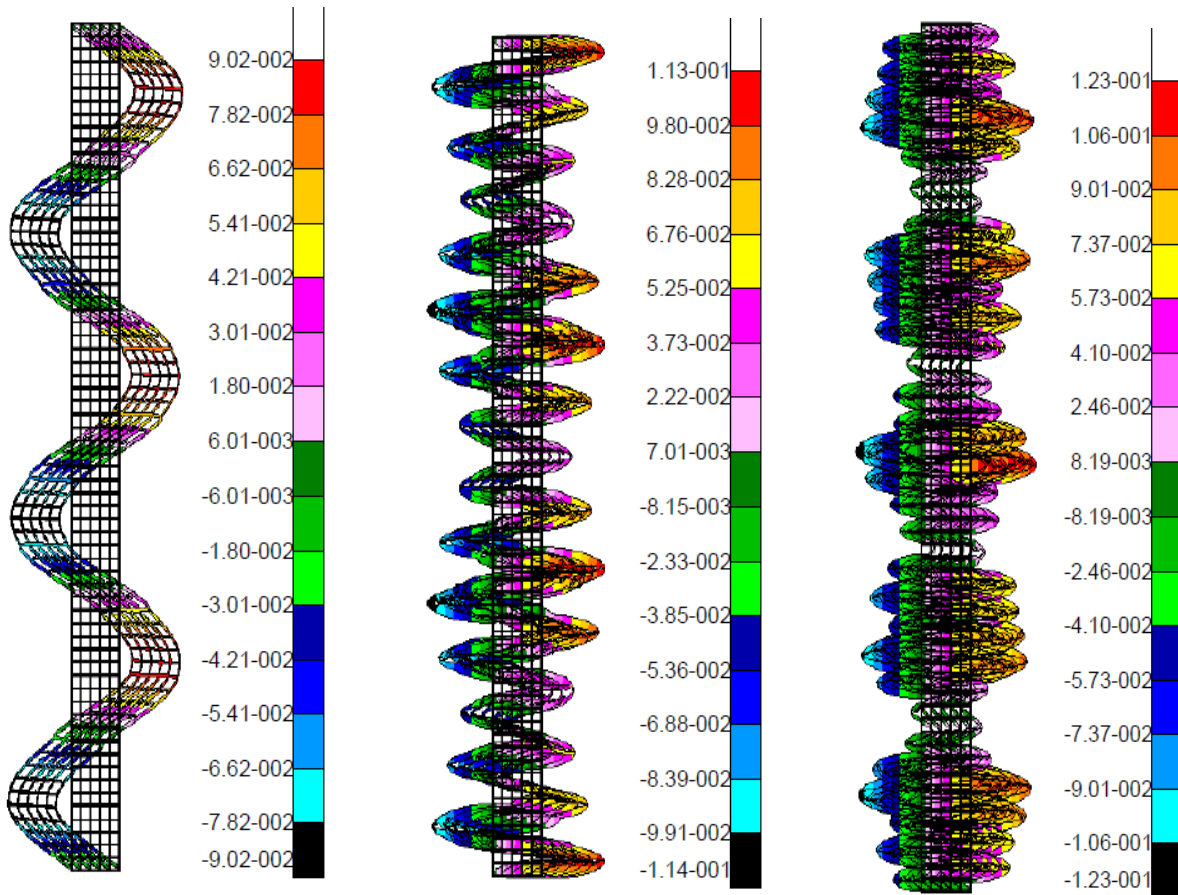


Figure III.28 Vitesses normales simulées pour la paroi 4. A 199Hz (à gauche), 1104Hz (au centre) ou encore 2303Hz (à droite), le mur est le siège d’ondes de flexion.

Le comportement du mur est modifié dès lors que des alvéoles de taille plus importante sont introduites. C’est ce qui est observé dans les deux dernières situations où l’homogénéisation et le calcul éléments finis 2D cessent d’être en accord au-delà de 1kHz et 500Hz (environ).

A ces fréquences respectives, la simulation numérique prédit des creux dans l’isolation acoustique que l’on identifie via les déformées modales associées (cf. Figure III.29).

De façon analogue à ce qui a été mis en évidence pour les doubles parois raidies, on retrouve à ces différentes fréquences (1433Hz dans le cas 5 puis 867Hz et 1908Hz dans le cas 6) des vibrations symétriques localisées au niveau des « grosses hétérogénéités ». Il s’agit à nouveau d’une manifestation de la structure de bandes associée aux ondes se propageant dans un milieu (quasi) périodique.



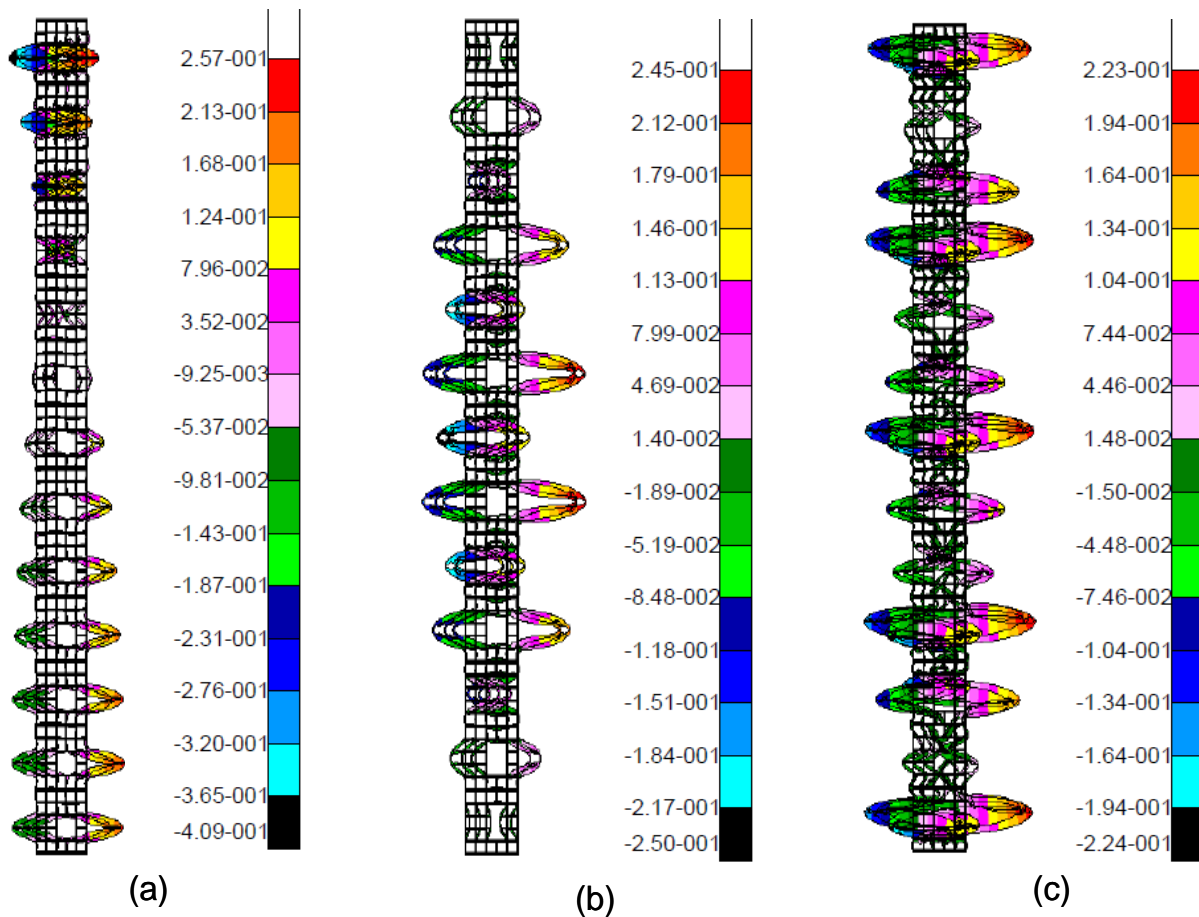


Figure III.29 Vitesses normales des parois 5 et 6 à différentes fréquences.  
 (a) : Déformée de la paroi 5 à 1433Hz, (b) et (c) : Vitesses normales de la paroi 6 à 867Hz et 1908Hz.

### 2.2.4. Conclusion

Le modèle hybride destiné au calcul des pertes par transmission d'un mur de briques a été confronté à une solution numérique tenant compte du profil creux dans toute sa complexité.

On a dans un premier temps montré l'intérêt d'une modélisation allégée. Une validation du modèle homogénéisé en « basses fréquences » a mis en évidence des temps de calcul très faibles offerts par cette approche. Bien que simplifié, le modèle s'est révélé pertinent pour prédire le comportement vibro-acoustique d'une paroi alvéolaire.

L'étude du régime moyennes et hautes fréquences a ensuite été envisagé grâce à une simulation numérique elle-même allégée (calcul 2D). Au travers des diverses situations traitées, on a vérifié que l'homogénéisation s'avère tout aussi intéressante tant que les tailles d'inhomogénéités restent « faibles » (quelques cm typiquement).

Lorsque cette hypothèse cesse d'être valable, nous avons vu que la structure de bandes associée au réseau périodique d'alvéoles peut se traduire par des accidents additionnels dans les pertes par transmission du mur.

Rappelons que cette hypothèse de régime « non dispersif » a été validée au chapitre précédent pour plusieurs parois alvéolaires disponibles sur le marché.

## 2.3 De la brique homogénéisée au mur homogénéisé

### 2.3.1. L'homogénéisation de la brique seule suffit-elle ?

Au cours du chapitre d'introduction, nous avons insisté sur le caractère multi-échelle d'un mur de briques.

En pratique, une paroi alvéolaire est constituée d'un assemblage de briques dont la cohésion est assurée au moyen de joints (cf. Figure I.3) d'épaisseur variable (de quelques mm d'épaisseur à un cm tout au plus).

En outre, le montage des briques se fait de façon alternée, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de continuité du joint vertical le long du mur.

Ces deux paramètres n'étant pas pris en compte via une homogénéisation de la brique seule, nous souhaitons quantifier leurs possibles impacts respectifs sur le comportement acoustique global d'un mur alvéolaire.

### 2.3.2. Influence des joints

On part d'une paroi XYZ de  $4.18 \times 2.47 \times 0.2 \text{ m}^3$  constituée de briques orthotropes homogénéisées.

Différents types de montage sont étudiés :

- La paroi est supposée être sans joints. Le mur se ramène alors à une plaque orthotrope homogène dont les paramètres effectifs sont ceux de la brique homogénéisée.
- On simule la présence de joints horizontaux (supposés isotropes avec  $E=15\text{GPa}$ ,  $\rho=1500\text{kg/m}^3$  et  $\nu=0.2$ ) d'épaisseur 1cm. La Figure III.30 schématise la paroi discrétisée.

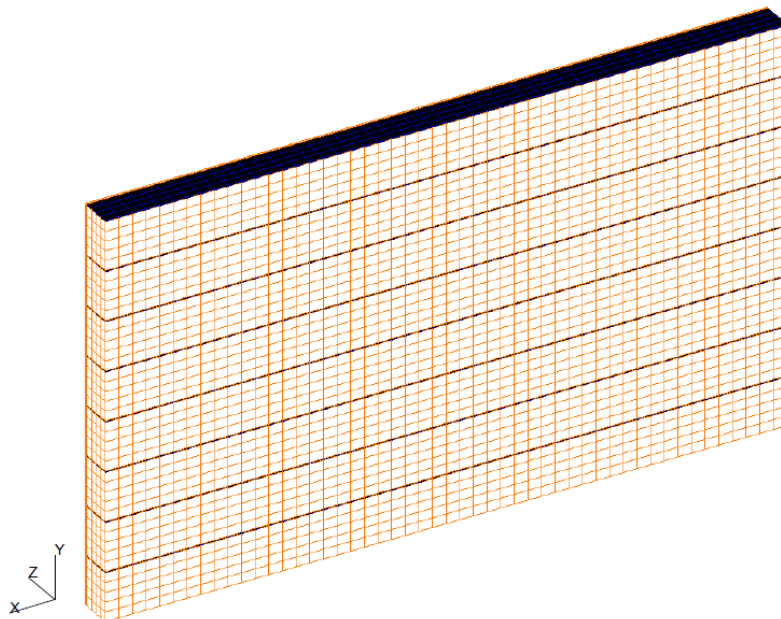


Figure III.30 Mur monté à joint « traditionnel » horizontal (en beige est représentée la brique et en noir le joint). Maillage avec éléments HEXA (ddl=44982).

- Le joint horizontal est de type « joint mince » avec une épaisseur réduite à 2mm.

- La paroi est maçonnée avec joints horizontaux et verticaux minces.

L'étude des pertes par transmission se fait grâce à un modèle éléments finis à 3D [32], dans une plage fréquentielle limitée à 1kHz (pour des raisons de temps de calcul...). Les résultats de calculs sont réunis Figure III.31.

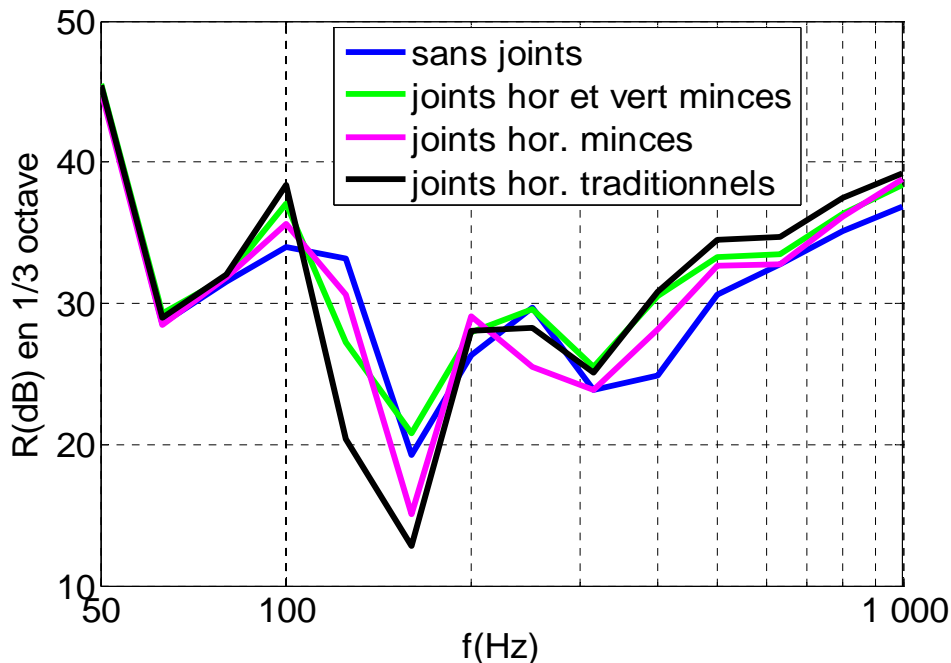


Figure III.31 Impact des joints sur les pertes par transmission du mur.

Globalement, les joints ont un impact modéré sur le comportement acoustique du mur. En particulier, les accidents observés vers 160Hz et 300Hz sont peu affectés par leur présence, signe que les modes de vibrations associés sont sensiblement les mêmes. Entre 100Hz et 200Hz, le creux observé est d'autant plus marqué que l'épaisseur du joint est grande. Au-delà, les pentes des courbes sont d'autant plus fortes que l'épaisseur du joint est importante. Ce résultat assez intuitif traduit une légère rigidification du mur par les joints.

Afin d'interpréter ces résultats, homogénéisons non plus une brique mais un muret constitué d'un ensemble de 4 briques avec joints (cf. Figure III.32). Les coefficients élastiques effectifs de la brique et du muret sont rapportés dans le Tableau 6 ci-dessous.

Système homogénéisé	Paramètres effectifs								
	$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$E_z$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$G_{xz}$ (GPa)	$G_{yz}$ (GPa)	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{zx}$
Brique	0.48	2.10	0.45	0.23	0.21	0.35	0.12	0.19	0.01
Muret avec joints	0.52	2.25	0.49	0.39	0.25	0.39	0.12	0.19	0.01

Tableau 6 Influence des joints sur les modules élastiques effectifs.

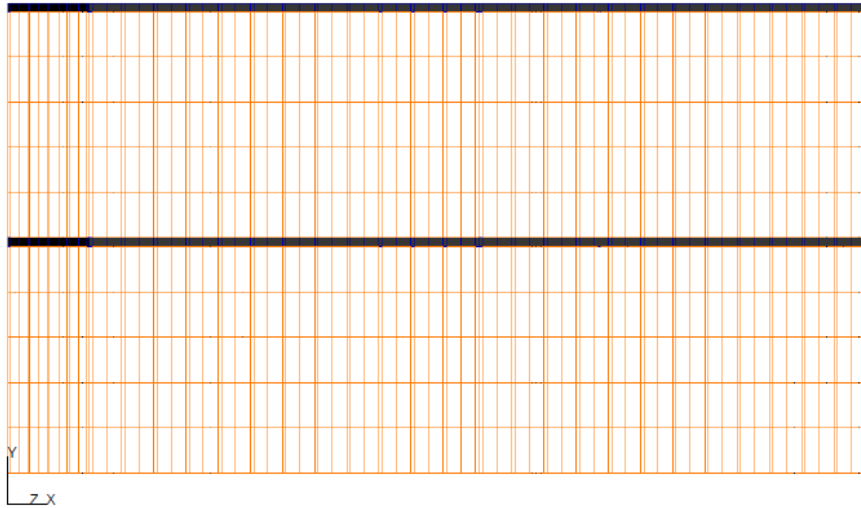


Figure III.32 Muret formé de 4 briques (en beige) avec joints horizontaux épais (en noir).

La présence des joints entraîne bien une rigidification de la structure, notamment dans le plan XY où les écarts sont les plus nets. Pour quantifier l'impact de ces écarts sur l'affaiblissement acoustique, nous utilisons le modèle vibratoire homogénéisé.

Comme le montre la Figure III.33, on retrouve le même type de comportement que celui obtenu numériquement : la rigidification de la structure dans le plan XY induit un creux plus marqué au niveau de la zone critique. De même, les niveaux d'atténuation en moyennes et hautes fréquences sont plus grands avec les joints.

En hautes fréquences, l'apparition de creux à partir de 2kHz est associée au rayonnement des premiers modes de Lamb d'ordres supérieurs ( $S_1$ ,  $A_2$ ).

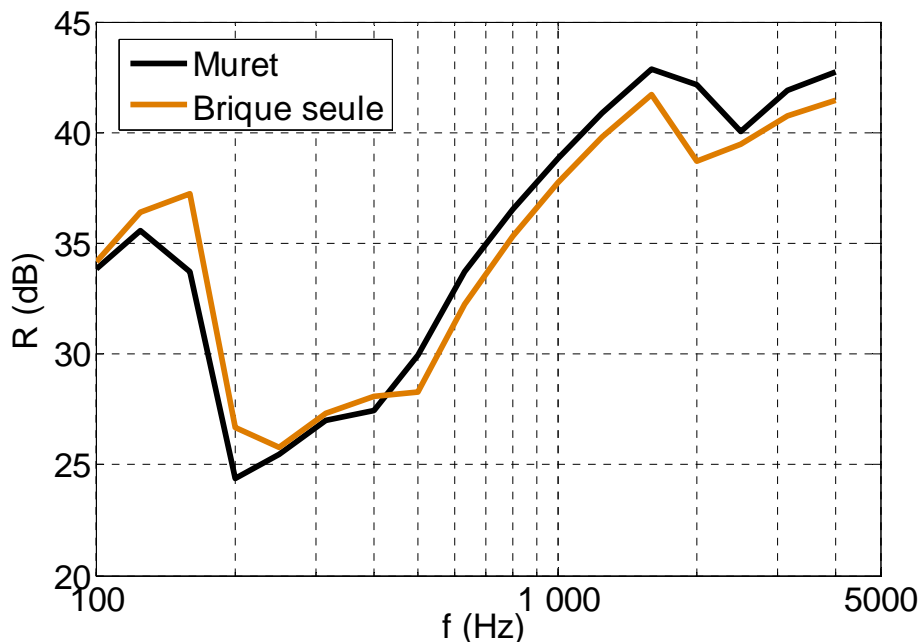


Figure III.33 Impact des joints prédit par le modèle de plaque épaisse orthotrope fenêtrée.

L'étude expérimentale de Scholl & al. [21] (cf. Figure I.18), ainsi que la Figure III.34 ne corroborent que partiellement notre analyse : l'impact des joints y apparaît plus marqué.

Notons néanmoins que nos simulations supposent constant le facteur de perte structural alors qu'en pratique les joints influent également sur ce paramètre.

La tendance actuelle étant par ailleurs à l'usage de joints minces<sup>1</sup>, nous en concluons qu'une homogénéisation limitée à la brique alvéolaire est suffisante pour prédire le comportement acoustique du mur.

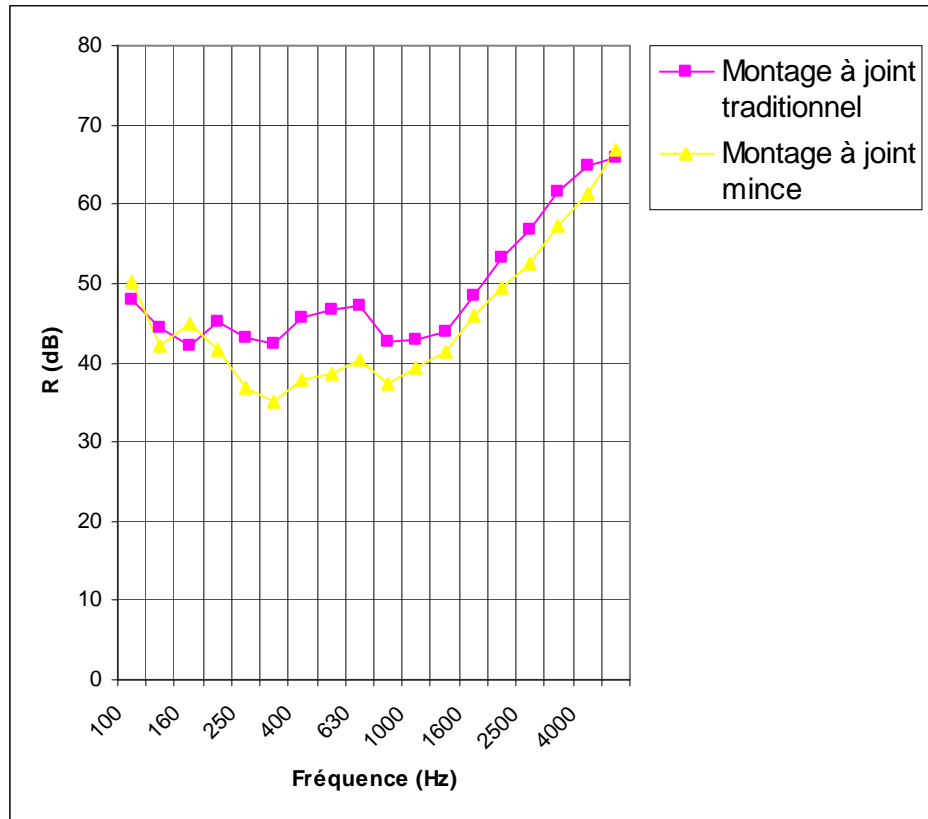


Figure III.34 Influence du type de joint sur l'affaiblissement acoustique mesuré sur 2 murs maçonnés à partir des mêmes briques alvéolaires (de 30cm d'épaisseur).

### 2.3.3. Rôle du montage alterné des briques

Les murs de briques, comme la plupart des parois maçonnées dans le bâtiment, sont montées avec un décalage des briques d'un rang à l'autre. La principale raison en est une stabilité accrue de l'ouvrage en cas de fissures ou de ruptures locales.

Quelle est l'influence de cette « subtilité » de montage sur le rayonnement acoustique du mur ?

Comme précédemment, 2 parois de dimensions  $4.18 \times 2.47 \times 0.2 \text{ m}^3$  ont été étudiées. La première est montée à joint mince horizontal et vertical sans décalage et la seconde est le même mur avec montage alterné des blocs.

La Figure III.35 illustre les deux types de montage. Le calcul de l'affaiblissement acoustique est effectué, ici aussi, au moyen d'une discrétisation à 3D du mur et les résultats obtenus sont donnés Figure III.36.

<sup>1</sup> Pour limiter les ponts thermiques et la facilité de pose notamment.

Le décalage des briques n'a quasiment pas d'effet sur les pertes par transmission du mur. Intuitivement, le montage alterné joue un rôle notable lorsqu'on se situe dans le « domaine fragile » de la loi de comportement du mur<sup>1</sup>. En revanche, dans le domaine élastique linéaire qui nous intéresse ici, les paramètres mécaniques du mur n'ont pas de raison d'être modifiés significativement.

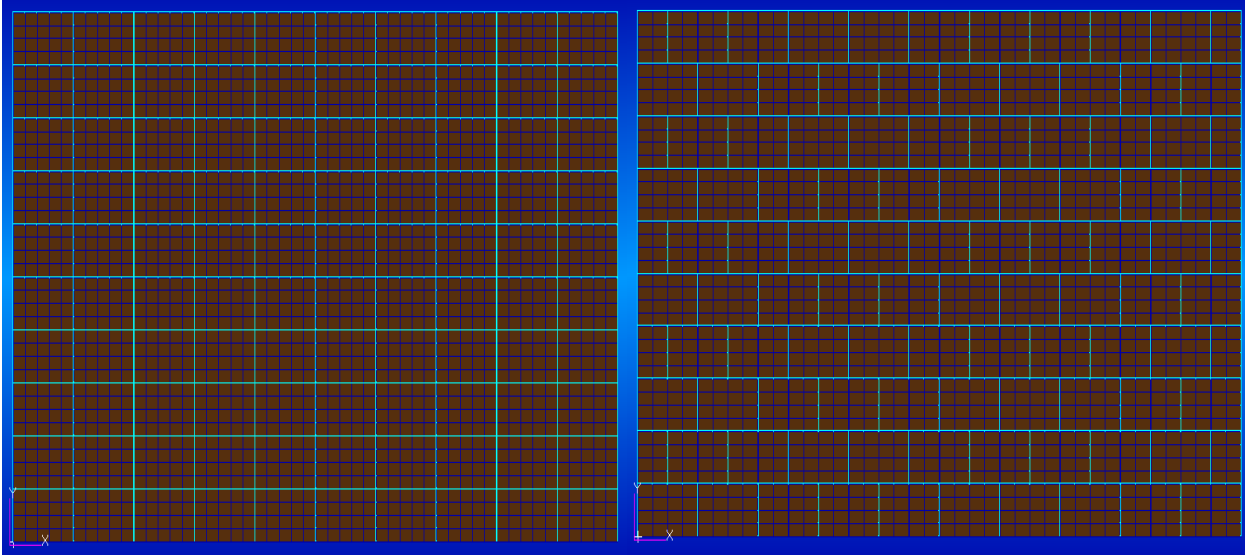


Figure III.35 Représentation dans le plan XY des deux parois testées (à gauche le mur sans décalage et à droite la même paroi avec décalage d'un demi rang).

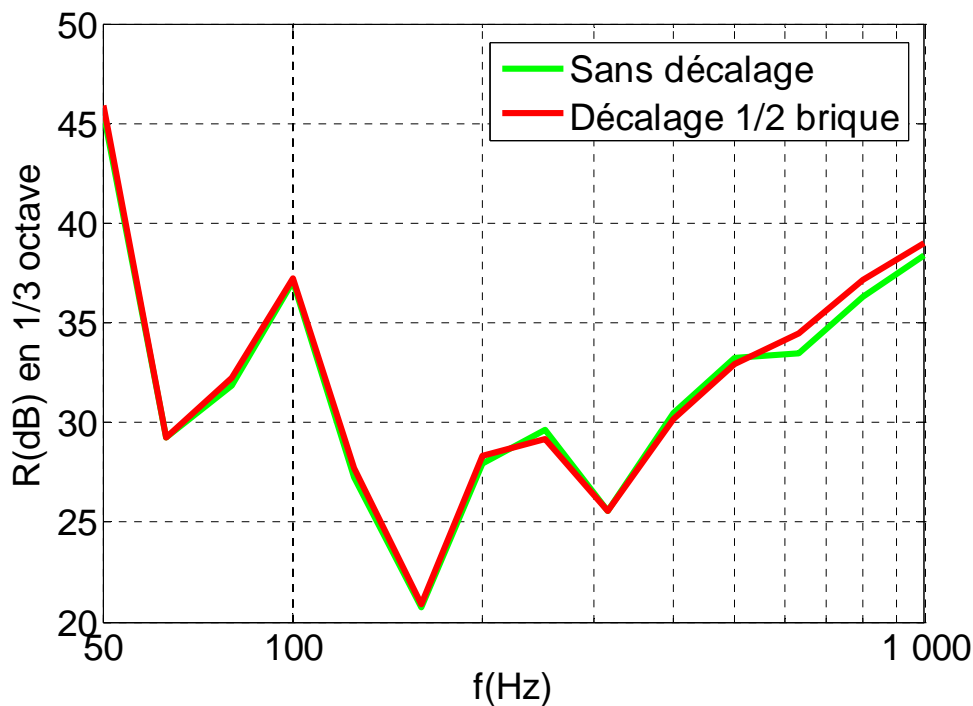


Figure III.36 Effet du montage alterné sur l'affaiblissement acoustique.

<sup>1</sup> C'est par exemple le cas d'une paroi soumise à une excitation « extrême » de type feu.

## **2.4 Conclusion**

Le comportement vibratoire d'une paroi alvéolaire de terre cuite a été étudié expérimentalement. Des mesures vibratoires simples associées à une analyse du champ pariétal rayonné par un maçonnerie ont permis de confirmer les prédictions faites à la fin du chapitre 2.

Afin de mieux cerner le cadre d'application du modèle d'homogénéisation, nous sommes ensuite revenus sur les hypothèses sous-jacentes à l'approche : faible effet de l'air emprisonné dans les alvéoles, description d'une brique creuse au moyen de ses paramètres effectifs, pertinence d'une homogénéisation appliquée à la brique seule.

Ces diverses investigations nous permettent à présent d'envisager quelques pistes visant à améliorer le comportement acoustique des murs de briques. Le dernier chapitre de cette thèse est dédié à cette problématique.





# *Chapitre IV VERS UNE OPTIMISATION DES PROPRIETES ACOUSTIQUES D'UNE PAROI ALVEOLAIRE*

Ce chapitre vise à apporter des pistes susceptibles d'améliorer les performances acoustiques des parois alvéolaires.

Dans la première partie, nous menons une étude paramétrique destinée à faire émerger les paramètres influant sur la transmission du son. A partir du modèle d'homogénéisation développé, nous étudions l'impact des paramètres physiques à l'échelle du tesson puis de la brique sur l'affaiblissement acoustique de la paroi.

Cette étude préliminaire est ensuite mise à profit pour concevoir des géométries alvéolaires aux propriétés acoustiques « optimisées ». Les arguments avancés sont ensuite partiellement validés par une étude comparative des pertes par transmission mesurées sur plusieurs murs.

La seconde partie du chapitre est consacrée à l'étude de modèles de géométries alvéolaires dans lesquels la répartition spatiale des hétérogénéités (alvéoles) est désordonnée. Sous certaines conditions, l'irrégularité géométrique d'un système se traduit par un amortissement accru de ses vibrations. Le mur « anti-bruit » développé par l'équipe de Bernard Sapoval pour lutter contre le bruit routier en est un exemple (brevet WO03078740, 2003). En utilisant les démarches de calcul (homogénéisation et calcul par éléments finis) présentées dans les chapitres précédents, nous étudierons dans quelle mesure l'irrégularité peut contribuer à favoriser l'isolation acoustique d'un mur de briques.

## **1 Optimisation basée sur le modèle de plaque épaisse orthotrope**

Le calcul des pertes par transmission d'une paroi alvéolaire nécessite la connaissance de paramètres d'entrée : les propriétés physiques du tesson et la géométrie de la brique. L'étude de sensibilité distingue logiquement ces deux échelles spatiales.

### ***1.1 Influence des paramètres mécaniques du tesson***

Le tesson de terre cuite est assimilable à un solide transverse isotrope. Il se caractérise donc par 5 constantes élastiques indépendantes (en plus de sa densité) : deux modules d'Young, un module de cisaillement et deux coefficients de Poisson. On note (LR) le plan d'isotropie et T la direction perpendiculaire à ce plan (voir la Figure A. 2 de l'annexe A pour plus de détails).

Une variation de l'une de ces constantes a un impact sur les propriétés effectives de la brique orthotrope et donc sur les pertes par transmission à l'échelle du mur.

Pour quantifier cet effet, nous considérons une brique de 20cm d'épaisseur à réseau alvéolaire carré (cf. Figure IV.1) pour laquelle les paramètres du tesson ont été mesurés :  $E_L=9.6\text{GPa}$  ( $=E_R$ ),  $E_T=2.5\text{GPa}$ ,  $G_{LT}=1.5\text{GPa}$ ,  $\nu_{LR}=0.37$  et  $\nu_{LT}=0.1$ . Dans le repère XYZ des axes principaux de la brique, l'homogénéisation conduit aux 9 paramètres suivants :  $E_X=0.48\text{GPa}$ ,  $E_Y=2.1\text{GPa}$ ,  $E_Z=0.44\text{GPa}$ ,  $G_{YZ}=0.35\text{GPa}$ ,  $G_{XZ}=0.21\text{GPa}$ ,  $G_{XY}=0.23\text{GPa}$ ,  $\nu_{XY}=0.12$ ,  $\nu_{YZ}=0.19$  et  $\nu_{ZX}=0.01$ .

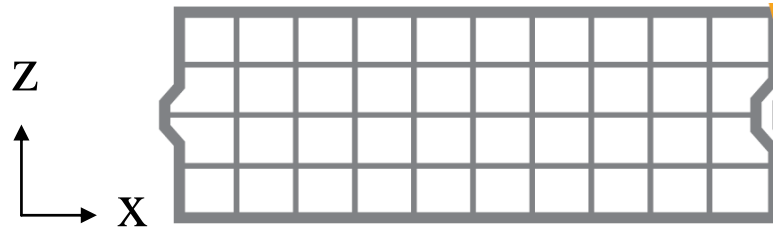


Figure IV.1 Vue dans le plan XZ de la brique creuse de 20cm d'épaisseur.

Chaque constante mécanique du tesson est soumise à une variation arbitraire. L'influence des coefficients de Poisson sur les paramètres effectifs de la brique étant négligeable, elle n'est pas représentée ici.

Le Tableau 7 regroupe les résultats obtenus. Selon les cas, l'effet du tesson apparaît de façon plus ou moins nette sur les modules effectifs :

- ✓ Une variation du module d'Young hors plan  $E_T$  entraîne une modification importante des modules  $E_X$  et  $E_Z$  ( $E_Y$  est inchangé car Y correspond à la direction d'extrusion, contenue dans le plan LR).
- ✓ A l'inverse, une variation du couple  $(E_L, G_{LR})^1$  a un impact modéré sur les modules effectifs (hormis la constante  $E_Y$  qui est directement reliée à  $E_L$ , cf. Chapitre II.2.3).

Variation de $(C_{ijkl})_{\text{Tesson}}$	$E_X$	$E_Y$	$E_Z$	$G_{YZ}$	$G_{XZ}$	$G_{XY}$
$E_T=(1.5,3.5)$	(0.31,0.69)	2.1	(0.2,0.6)	0.35	(0.2,0.23)	0.28
$E_L=(7.7,11.5)$ ; $G_{LR}=(2.8,4.3)$	(0.48,0.49)	(1.75,2.57)	0.44	(0.31,0.38)	(0.2,0.21)	(0.22,0.23)
$G_{LT}=(2,3)$	0.48	2.1	0.44	(0.41,0.52)	(0.22,0.23)	(0.29,0.42)

Tableau 7 Influence des paramètres mécaniques du tesson sur le comportement mécanique à l'échelle de la brique (les modules sont en GPa).

A l'échelle du mur, l'influence du tesson est illustrée Figure IV.2.

Une variation du paramètre  $E_T$  a deux effets :

- en basses fréquences, la zone critique est modifiée (rôle joué par le paramètre  $E_X$ ).
- en moyennes et hautes fréquences, le comportement de plaque épaisse est principalement influencé par la rigidité  $E_Z$  du mur.

L'impact du couple  $(E_L, G_{LR})$  se manifeste aussi sur l'ensemble du spectre avec une variation des pentes (rôle joué par le module  $G_{YZ}$ ) et un effet en basses fréquences (influence de  $E_Y$ ). Son rôle à l'échelle du mur apparaît néanmoins plus modéré.

<sup>1</sup> Les modules  $E_L$  et  $G_{LR}$  ne sont pas indépendants :  $G_{LR}=E_L/2(1+\nu_{LR})$ .

Enfin, le module  $G_{LT}$  modifie légèrement les pentes mais ne change pas les fréquences critiques ni la fréquence de résonance  $S_1$  de la paroi.

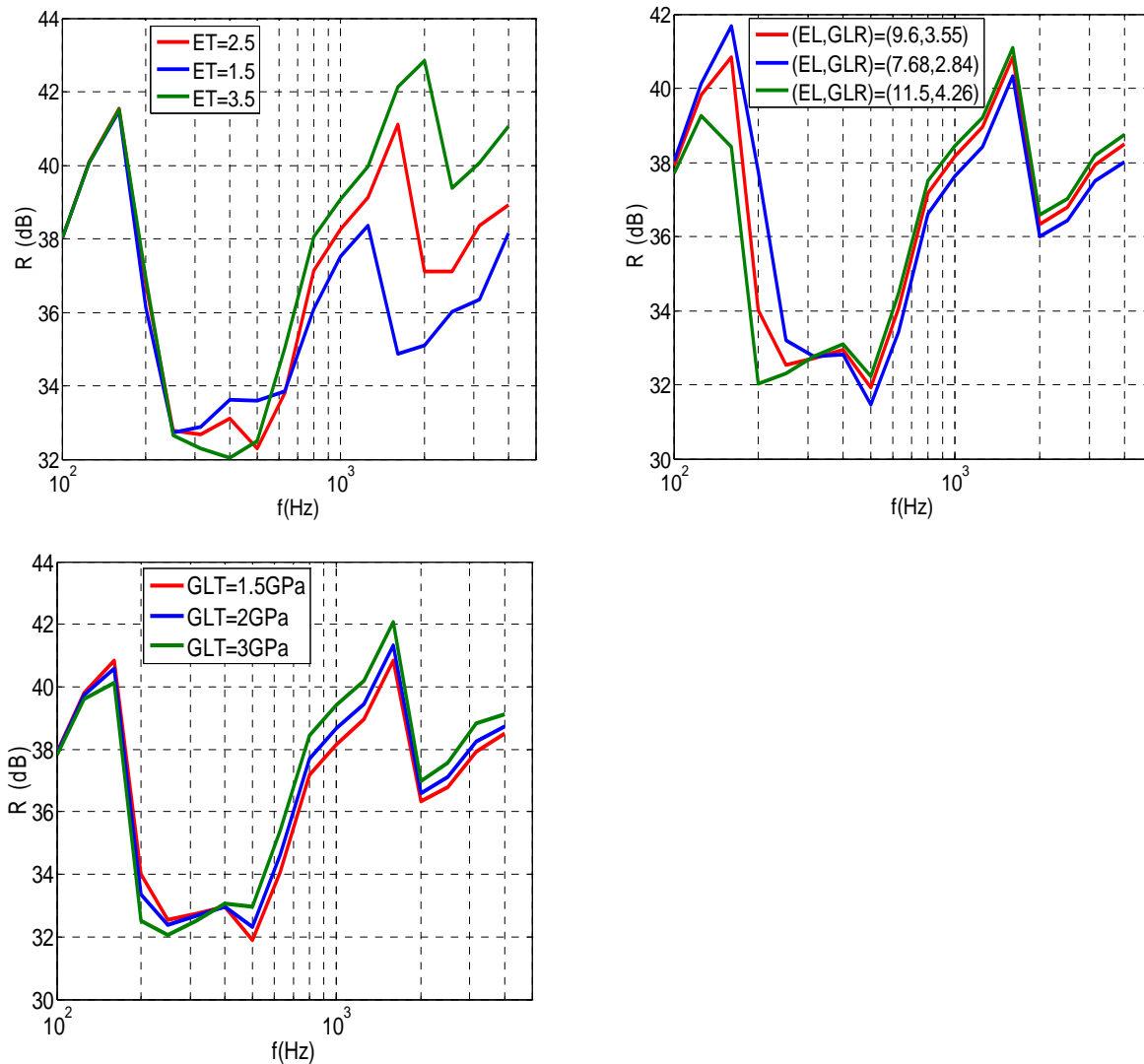


Figure IV.2 Influence des paramètres élastiques du tessou sur l'affaiblissement acoustique du mur (facteur de perte pris égal à 2%).

## 1.2 Influence des paramètres mécaniques à l'échelle de la brique

En pratique, les paramètres mécaniques du tessou sont des données difficiles à maîtriser : nature de l'argile, température de cuisson... sont autant de facteurs qui vont influencer sur la valeur de ses propriétés physiques.

A l'échelle de la brique en revanche, nous disposons de beaucoup plus de flexibilité en jouant sur la géométrie alvéolaire et donc sur les propriétés acoustiques du mur.

L'influence de la géométrie est quantifiée par une étude de sensibilité portant sur ses 9 constantes élastiques équivalentes.

### 1.2.1. Etude de sensibilité

Analysons l'impact des constantes effectives de la brique sur les pertes par transmission d'un mur : une variation de 50% est appliquée à chaque paramètre.

La brique étudiée est celle modélisée plus haut, avec un tessou dont les propriétés sont fixées. Les résultats de simulation sont représentés ci-dessous (Figure IV.3).

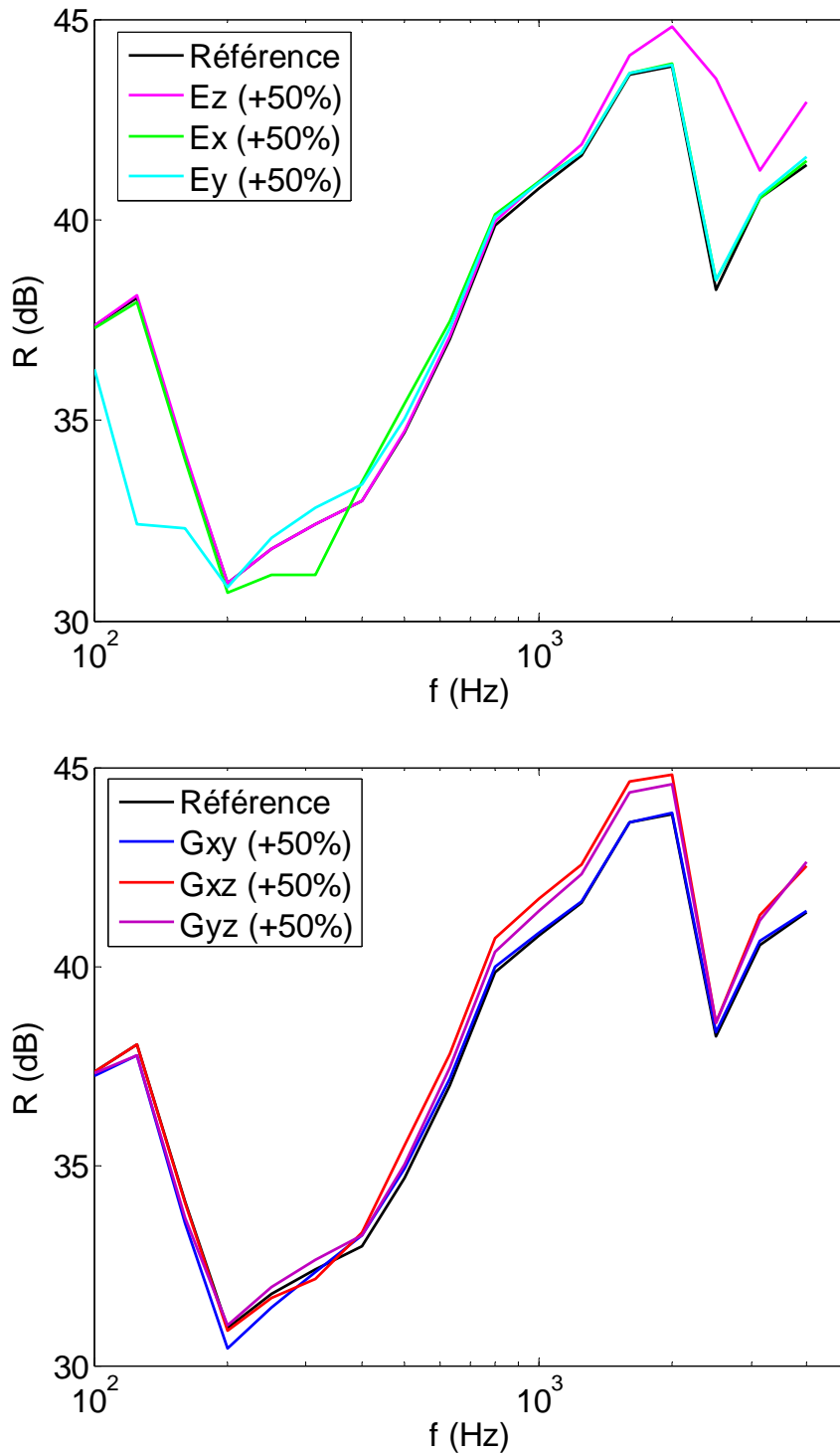


Figure IV.3 Influence des modules d'Young (en haut) et de cisaillement (en bas) effectifs sur l'affaiblissement acoustique du mur (en 1/3 octave).

Les modules d'Young dans le plan du mur ( $E_x$  et  $E_y$ ) influencent le comportement du mur dans les « basses fréquences », surtout au niveau de la zone de critique ([150Hz, 350Hz] typiquement). Il est possible de jouer sur la largeur de cette zone en modifiant ces paramètres, ce qui peut être favorable du point de vue de la transmission [19]. De même, le module de cisaillement dans le plan XY n'a d'effet qu'en basses fréquences : comme prévu, les 3 constantes  $E_x$ ,  $E_y$  et  $G_{xy}$  sont caractéristiques d'une « plaque mince en flexion ».

A l'inverse, la rigidité dans le sens de l'épaisseur ainsi que les cisaillements « hors plan » sont responsables du comportement acoustique en moyennes et hautes fréquences :

- La valeur de  $E_z$  détermine la chute d'isolation liée à la première résonance d'épaisseur (le mode de Lamb  $S_1$ ).
- Une hausse des modules  $G_{yz}$  et  $G_{xz}$  permet un gain en terme de pentes.

Ces tendances vont nous servir au prochain paragraphe pour aborder le problème « inverse » : quelle géométrie conduit au jeu de constantes élastiques optimal du point de vue de la transmission acoustique ?

### 1.2.2. Quelques applications

#### a. Influence du réseau alvéolaire et de la contrainte thermique

Les géométries actuelles sont principalement conçues pour optimiser les propriétés thermiques de la paroi. Afin de mettre en évidence l'impact de cette « contrainte thermique » sur les propriétés acoustiques d'un mur de briques, trois profils alvéolaires sont étudiés (cf. Figure IV.4) :

- Le premier est un réseau alvéolaire carré simple, dont la masse volumique effective est de  $751\text{kgm}^{-3}$ .
- Le second reprend le précédent mais possède moins de liaisons mécaniques selon l'épaisseur ( $\rho_{eq}=684\text{kg m}^{-3}$ ).
- Le dernier est obtenu en réduisant au minimum le nombre de ponts thermiques entre les faces  $z=0$  et  $z=h$  de la brique ( $\rho_{eq}=629\text{kg m}^{-3}$ ).

L'homogénéisation de ces différentes briques creuses conduit aux propriétés mécaniques suivantes :

Brique considérée	$E_x$	$E_y$	$E_z$	$G_{yz}$	$G_{xz}$	$G_{xy}$
Référence	1.39	2	1.29	0.56	0.39	0.64
Cas 2	1.36	1.9	0.78	0.62	0.37	0.54
Cas 3	1.33	1.74	0.3	0.44	0.37	0.53

Tableau 8 Constantes homogénéisées (en GPa) associées aux différentes briques alvéolaires (les coefficients de Poisson ne sont pas représentés ici).

La diminution progressive du nombre de liaisons mécaniques s'accompagne globalement d'une baisse de la valeur des modules effectifs.

Ce constat est particulièrement flagrant pour le module  $E_z$  dont la valeur décroît de 77% entre le premier et le dernier cas. L'impact sur les pertes par transmission est illustré Figure IV.5.

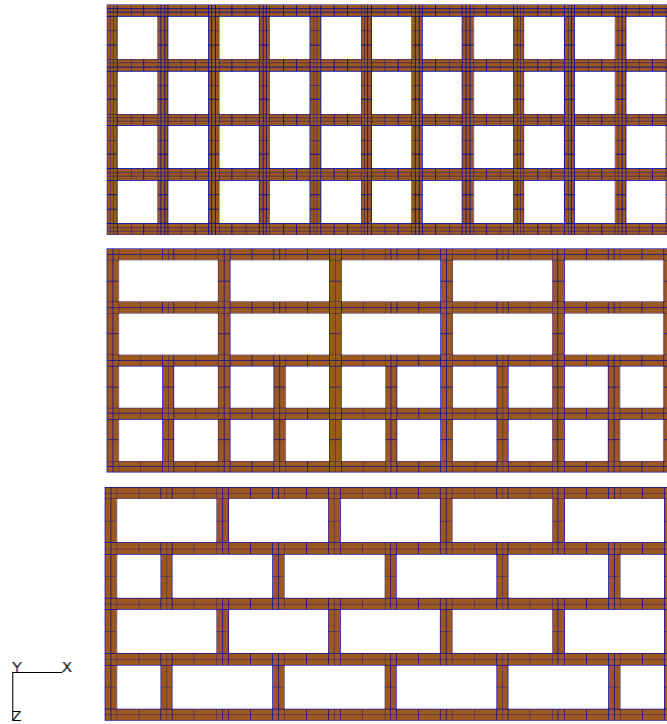


Figure IV.4 Briques alvéolaires de dimensions ( $L_x=53\text{cm}, L_y=27\text{cm}, h=20\text{cm}$ ) avec en haut la géométrie de « référence », au milieu (cas 2) et en bas (cas 3) une réduction progressive des liaisons mécaniques de façon à réduire les ponts thermiques.

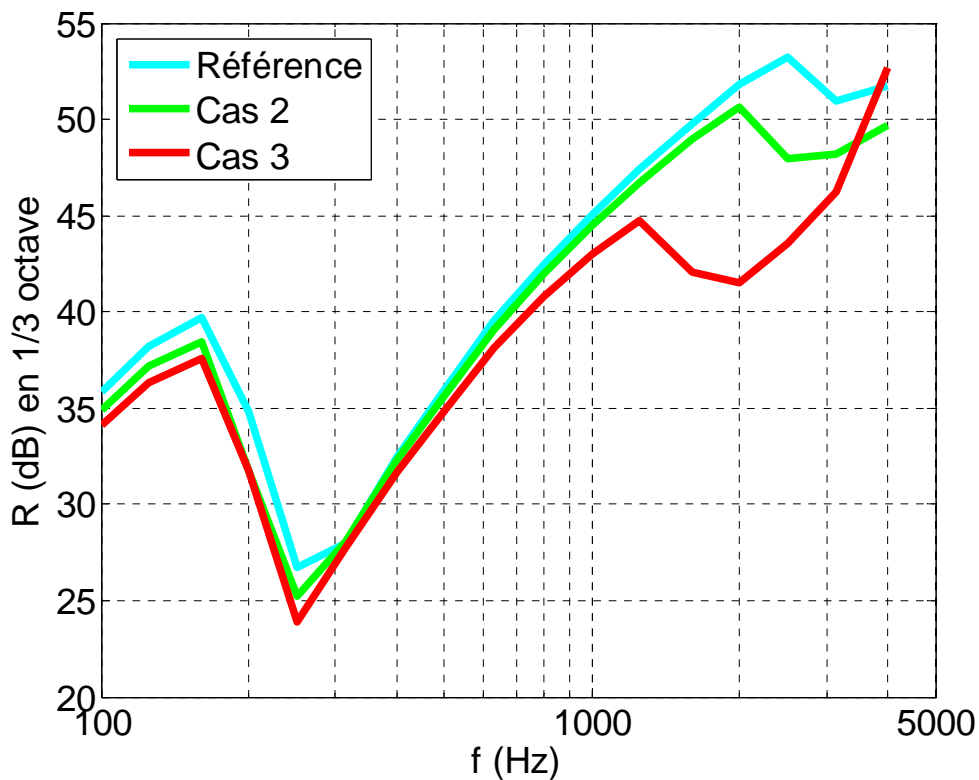


Figure IV.5 Influence de la contrainte thermique sur l'affaiblissement acoustique d'une paroi alvéolaire (calculs effectués avec un tesson supposé isotrope  $E=6\text{GPa}, \nu=0.31$  et un facteur de perte arbitraire de 2%).

Le comportement en moyennes et hautes fréquences (au delà de 1kHz environ) se dégrade avec la prise en compte de « l'aspect thermique » : la forte chute de rigidité dans le sens de l'épaisseur induit l'apparition de résonances dues aux modes de Lamb d'ordres supérieurs (le mode  $S_1$  en particulier).

Ce résultat de simulation est à rapprocher des travaux de Scholl & Weber [21]. Ces derniers ont en effet montré (par la mesure) que la chute de rigidité du profil selon Z pouvait se traduire par une chute d'isolation de plus de 10dB à l'échelle du mur (voir la Figure I.17).

Il faut donc s'interroger sur les compromis possibles entre « impératifs » acoustiques et thermiques. Si l'on s'en tient à la réduction seule des ponts thermiques (paramètre déterminant la résistance thermique de la brique), ce compromis semble difficile à réaliser. Dans sa thèse [70], Vincent Sambou a néanmoins montré qu'une optimisation thermique complète<sup>1</sup> conduit à des géométries alvéolaires dont la répartition de masse doit être asymétrique.

Considérons par exemple le cas 2 étudié ci-dessus. Bien que sa résistance thermique soit nettement plus faible que dans le cas 3, ses performances thermiques « globales » peuvent être du même ordre de grandeur tout en conservant des propriétés acoustiques peu dégradées<sup>2</sup>.

De telles idées, encore qualitatives à ce jour, mériteraient d'être plus approfondies.

### *b. Influence du profil alvéolaire (suite)*

L'exemple traité ici est une application de l'étude de sensibilité menée à l'échelle de la brique alvéolaire (cf. Figure IV.3).

Nous avons mesuré les affaiblissements acoustiques de 3 murs issus du même fabricant, montés dans les mêmes conditions mais dont les géométries diffèrent (cf. Figure IV.6). On souhaite répondre à la question suivante : la géométrie peut-elle à elle seule expliquer les tendances observées ?

Supposons dans un premier temps que seule la géométrie varie : le facteur de perte ainsi que les paramètres du tesson sont pris constants dans chaque cas ( $\eta=2\%$ ,  $E=6\text{GPa}$ ,  $\nu=0.31$ ).

Les paramètres mécaniques effectifs de ces différentes parois sont rappelés Tableau 9.

Paroi étudiée	$E_x$	$E_y$	$E_z$	$G_{yz}$	$G_{xz}$	$G_{xy}$
Paroi 1	1.5	1.9	0.7	0.44	0.26	0.58
Paroi 2	1	1.65	0.66	0.35	0.25	0.48
Paroi 3	0.97	1.57	0.76	0.42	0.24	0.37

Tableau 9 Modules élastiques homogénéisés des 3 murs de briques (en GPa).

La Figure IV.7 représente les différents indices R simulés.

A partir de 300Hz, on retrouve qualitativement les mêmes allures, notamment en terme de pentes. D'autre part, les chutes prédites aux environs de 2kHz sont conformes avec la mesure : la fréquence de résonance du mode  $S_1$  associée à la paroi 3 est plus élevée

<sup>1</sup> C'est-à-dire tenant compte de la résistance thermique mais aussi de la capacité thermique (aptitude de la brique à amortir et déphaser le signal thermique, aussi appelée inertie thermique).

<sup>2</sup> Par rapport au cas de référence.

(7 liaisons selon Z au lieu de 6 pour les autres parois+ densité plus faible) alors que celles des murs 1 et 2 sont approximativement les mêmes.

La paroi 2 apparaît néanmoins plus amortie en hautes fréquences : la chute vers 2kHz est moins prononcée et la courbe présente une pente plus grande que celle prévue par calcul.

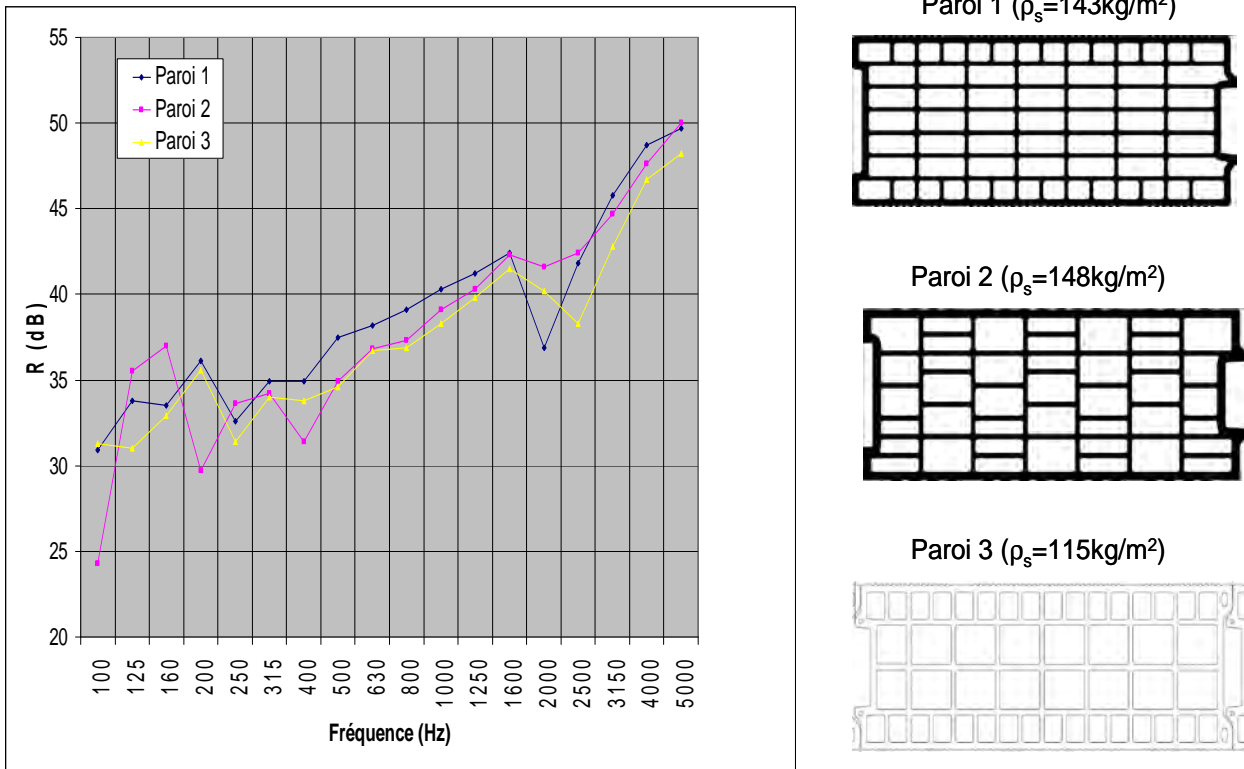


Figure IV.6 Affaiblissements acoustiques mesurés sur 3 parois de dimensions XYZ  $4.18 \times 2.47 \times 0.21\text{m}^3$  (à gauche) et leurs profils associés dans le plan XZ (à droite).

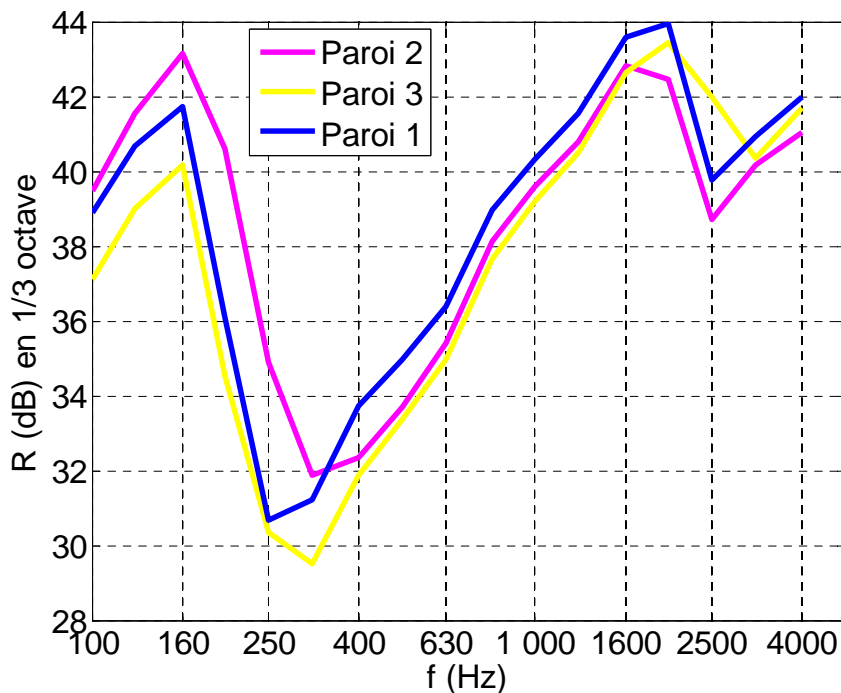


Figure IV.7 Affaiblissements acoustiques des 3 parois obtenus par calcul.



Cet exemple montre que la géométrie joue un rôle important dans les courbes d'isolation des murs alvéolaires.

Nous voyons malgré tout qu'une comparaison quantitative avec la mesure passe par la caractérisation des autres données d'entrée (tesson et pertes structurales du mur).

### 1.2.3. Conclusion

Une étude de sensibilité sur les paramètres mécaniques à l'échelle du tesson et de la brique homogénéisée a permis d'identifier les grandeurs physiques influentes à l'échelle du mur. Le comportement basses fréquences est principalement guidé par les rigidités dans le plan XY. En moyennes et hautes fréquences, une paroi alvéolaire a un comportement de type « plaque épaisse » : la rigidité dans le sens de l'épaisseur, mais aussi les constantes de cisaillement associées à cette direction ( $G_{XZ}$  et  $G_{YZ}$ ) déterminent les pertes par transmission.

## 2 Etude de parois alvéolaires à structures irrégulières

### 2.1 *Position du problème*

#### 2.1.1. Historique

Les phénomènes vibratoires dans les structures fortement non homogènes ou aléatoires ont donné lieu à de nombreuses études depuis le milieu du 20<sup>ème</sup> siècle. Il ne s'agit pas ici d'en donner un panorama complet mais plus de rappeler certains résultats marquants permettant de poser le cadre dans lequel s'inscrit notre travail.

Dans les années 1980<sup>1</sup>, des chercheurs se sont intéressés aux vibrations de systèmes mécaniques désordonnés [72],[73] (Hodges, 1982, Depollier & al., 1986) et ont montré l'existence de modes piégés (aussi appelés modes localisés) dans l'espace de la structure<sup>2</sup>.

A la même époque, Sapoval montra l'intérêt des milieux fractals<sup>3</sup> pour décrire la dynamique de systèmes irréguliers [74]. Une fractale est une classe particulière de milieu irrégulier : elle est invariante d'échelle par réduction ou dilatation d'un facteur spécifique, c'est-à-dire que si l'objet est divisé en parties plus petites alors chacune répète le tout comme en écho.

On distingue 2 classes de fractales : les fractales de masses pour lesquelles le caractère fractal s'exprime dans l'ensemble de l'objet et les fractales de surface qui sont des systèmes homogènes dont seules les frontières sont irrégulières.

Décrire un milieu non périodique via « le langage » fractal présente un avantage majeur : il permet de se ramener à des géométries très irrégulières à partir de lois mathématiques simples (déterministes) [75]. Ceci justifie en partie le nombre considérable de publications (expérimentales et théoriques) portant sur les vibrations de

---

<sup>1</sup> Près de 20 ans après le travail pionnier d'Anderson sur la dynamique des électrons dans les matériaux amorphes [71].

<sup>2</sup> Contrairement aux vibrations « étendues » (ou délocalisées) des systèmes homogènes.

<sup>3</sup> Terme initialement introduit par B. Mandelbrot.

tels systèmes [76]-[80] (ces références sont loin d'être exhaustives et sont données à titre indicatif).

Une seconde raison de s'attacher à la géométrie fractale est son occurrence dans la nature : la structure des arbres, des côtes maritimes, de certains matériaux poreux (comme les aérogels de silice) ou encore celle des poumons sont autant d'exemples où la fractalité intervient. Filoche & al. [81], tout comme Etienne Bertaud dans sa thèse [82], ont par ailleurs montré la pertinence du schéma fractal déterministe (le plus simple à étudier) pour approcher le comportement de son homologue aléatoire (le plus fréquent dans la nature).

Parallèlement à ces travaux, certains chercheurs ont étudié l'amortissement des vibrations dans ces systèmes irréguliers. L'hypothèse qu'amortissement et irrégularité peuvent être étroitement liés a d'abord été vérifiée par Russ & al. [83] via un calcul des facteurs de qualité<sup>1</sup> des modes de vibration d'un amas de percolation (fractale de masse). Dans ce cas, l'irrégularité du champ vibratoire se traduit par une hausse notable de l'amortissement visqueux (proportionnel au gradient de vitesse).

Ces théories ont par la suite été vérifiées, surtout dans le cas de fractales de surface. Sapoval & al. [84] puis Hébert & al. [85] ont étudié les mécanismes dissipatifs dans une cavité acoustique dont le périmètre est irrégulier. C'est principalement la localisation du champ acoustique près des frontières (cf. Figure IV.8) qui explique l'accroissement des pertes<sup>2</sup>. Russ & al. [86] ont ensuite appliqué ces principes au cas d'une membrane dont le contour est irrégulier pour aboutir au même type de conclusion qu'en [83] : l'amortissement est directement influencé par la localisation des vibrations du fait de l'important gradient de vitesse associé.

Dans le cas de fractales de masse, Gibiat & al. [80] et Bertaud [82] ont mis en évidence l'intérêt de ces structures pour favoriser l'atténuation acoustique (et vibratoire) du système.

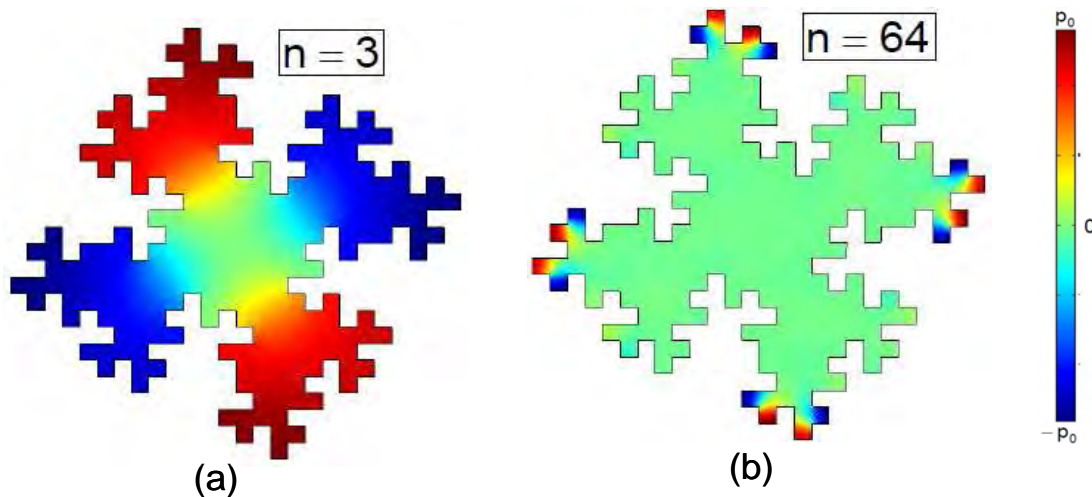


Figure IV.8 Exemple de champ de pression simulé dans une cavité irrégulière ; (a) : 3<sup>ème</sup> mode (étendu) et (b) : 64<sup>ème</sup> mode (localisé) (extrait de [84]).

<sup>1</sup> Le facteur de qualité d'un mode  $n$ , noté  $Q_n$ , est relié au temps de décroissance  $Q_n/\omega_n$  de ce mode après extinction de la source.

<sup>2</sup> Dans ce cas précis, les modes délocalisés sont eux aussi plus amortis que dans une cavité « lisse » car la dissipation est proportionnelle au périmètre de la cavité (augmenté par l'irrégularité). L'effet est néanmoins nettement plus marqué dès lors que les vibrations sont localisées, cf. [84].

### 2.1.2. Objectifs

A partir des outils mis au point dans ce travail, nous étudions les pertes par transmission d'une paroi alvéolaire dont le profil obéit à divers schémas d'irrégularité. Ayant pour fil conducteur l'influence de la disposition des alvéoles dans la brique, nous soulèverons les questions suivantes :

- L'homogénéisation d'un milieu désordonné reste-elle pertinente pour rendre compte de son comportement ?
- Comment se traduit l'irrégularité géométrique du système sur ses vibrations et *in fine* sur ses pertes par transmission ?
- Existe-t-il un (ou des) modèle(s) d'irrégularité particulièrement intéressant(s) du point de vue de l'isolation acoustique?

## 2.2 Propriétés acoustiques d'un mur de briques auto-similaires

### 2.2.1. Quelques définitions

Pour des raisons de simplicité, on se restreint ici à des géométries qui sont invariantes d'échelle de façon identique dans toutes les directions : il s'agit de structures auto-similaires (ou hiérarchiques).

Le schéma de construction général de ce type de structure est le suivant :

- On part d'un objet géométrique simple (carré, droite,...) appelé *initiateur*.
- Un modèle de construction de la fractale (ou *générateur*) est défini.
- Vient ensuite *la règle d'itération* conduisant, lorsqu'elle est appliquée  $n$  fois avec  $n \rightarrow \infty$ , à la structure fractale.

Dans les faits, l'ordre d'itération est forcément limité : nous parlerons dans la suite de paroi pré-fractale (d'ordre  $n$ ). De plus, on se limitera à des géométries pour lesquelles la règle d'itération est fixée : l'auto-similarité sera qualifiée de déterministe.

Pour illustrer ces notions, nous choisissons un modèle d'irrégularité basé sur le tapis de Sierpinski<sup>1</sup> [75] : il s'inscrit dans un plan à 2D et dispose d'un réseau alvéolaire complexe mais carré (cf. Figure IV.9).

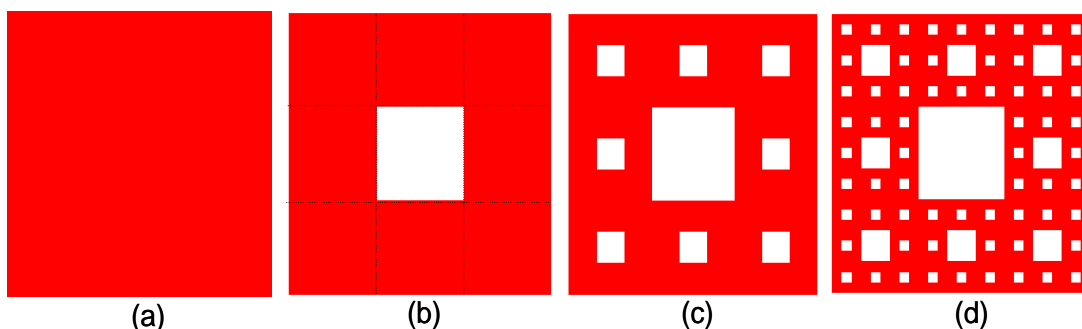


Figure IV.9 Génération du tapis de Sierpinski. L'initiateur (a) est un carré plein que l'on remplace par le générateur représenté en (b). La règle d'itération consiste à couper chaque carré en 9 carrés égaux et enlever le carré central. Ce processus conduit aux ordres 2 et 3 illustrés en (c) et (d).

<sup>1</sup> Il s'agit d'une fractale de masse.

L'auto-similarité apparaît clairement : le motif à l'ordre  $n$  peut se décomposer en 8 parties identiques à la figure d'ordre  $n-1$  à condition de les dilater d'un facteur 3. Nous renvoyons le lecteur à la référence [82] pour une revue des quelques travaux menés sur la propagation d'ondes dans ce type de structure. Très récemment, signalons qu'une étude expérimentale du coefficient d'absorption acoustique d'éponges de Menger<sup>1</sup> a montré leur intérêt potentiel en tant qu'absorbeur [87].

### 2.2.2. Analyse des paramètres effectifs

L'arrangement interne d'une structure auto-similaire est invariant par dilatation d'un facteur constant. Plusieurs études ont montré que cette symétrie doit se refléter dans les paramètres physiques du système [80],[88]-[90].

Pour le mettre en évidence ici, considérons une brique alvéolaire de dimensions XYZ  $27 \times 31.4 \times 27 \text{cm}^3$  dont le profil suit le schéma du tapis de Sierpinski (cf. Figure IV.9). En supposant connues les propriétés physiques du tessou (isotrope, avec  $E=6\text{GPa}$ ,  $\nu=0.31$  et  $\rho=1800\text{kg/m}^3$ ), on calcule les constantes homogénéisées de cette brique jusqu'à l'ordre 4 de pré-fractalité<sup>2</sup>.

Ordre	Paramètres effectifs									
	$E_Y$ (GPa)	$E_X$ (GPa)	$E_Z$ (GPa)	$G_{XY}$ (GPa)	$G_{XZ}$ (GPa)	$G_{YZ}$ (GPa)	$\nu_{XY}$	$\nu_{ZX}$	$\nu_{YZ}$	$\rho$ ( $\text{kgm}^{-3}$ )
1	5.33	4.48	4.48	1.96	2.10	2.09	0.26	0.27	0.31	1600
2	4.74	3.41	3.41	1.62	1.59	1.76	0.22	0.23	0.31	1422
3	4.21	2.64	2.64	1.32	1.15	1.46	0.19	0.20	0.31	1265
4	3.74	2.02	2.02	1.07	0.81	1.19	0.18	0.19	0.31	1123

Tableau 10 Influence de l'ordre de fractalité sur les paramètres homogénéisés de la brique.

Les résultats obtenus, rapportés Tableau 10, sont cohérents avec la géométrie considérée : plus l'ordre augmente, plus la brique est « porosée », ce qui se traduit par une baisse globale de ses modules mécaniques.

De la même manière que Sheng & Tao [89], on introduit la « taille »  $L$  de la brique d'ordre  $n$  comme étant le rapport entre le côté le plus long et le plus petit :  $L=3^n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ). Il s'agit d'un paramètre géométrique directement corrélé au processus de construction du motif.

La Figure IV.10 représente, en échelle logarithmique, l'évolution des différentes grandeurs effectives en fonction du paramètre  $L$ . Dans tous les cas, ces dernières obéissent à une loi d'échelle de la forme  $G_{ij}, E_i, \rho \propto L^{-\kappa}$  ( $i,j=X,Y,Z$ ) où  $\kappa$  désigne le(s) exposant(s) caractéristique(s) du système.

<sup>1</sup> Généralisation à 3D du tapis de Sierpinski.

<sup>2</sup> On s'est limité à l'ordre  $n < 5$  pour garder une épaisseur de cloisons réaliste (à l'ordre 4, elle ne vaut déjà plus que 3.3mm).

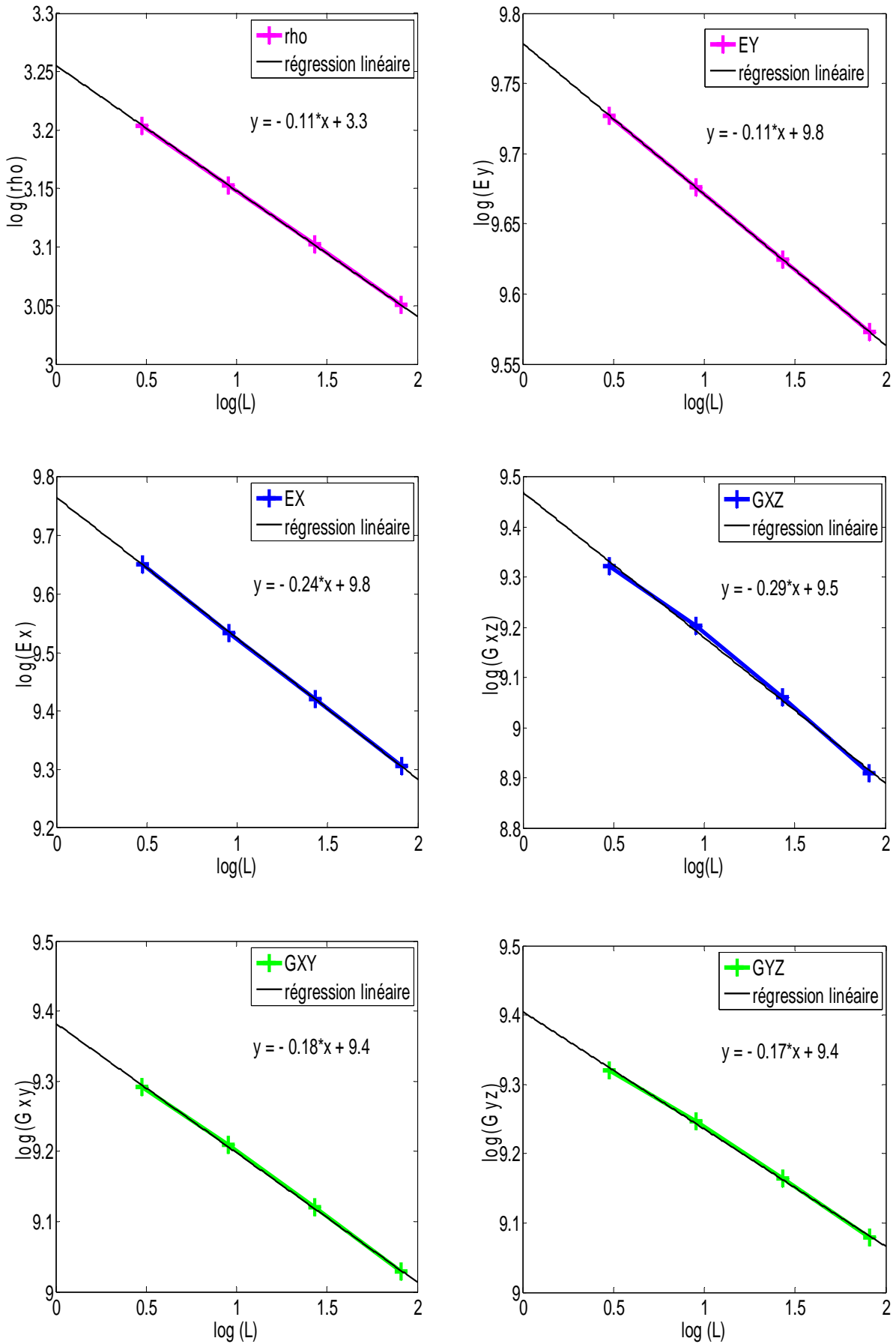


Figure IV.10 Variation des paramètres effectifs avec la taille  $L$  du système.

L'unicité de cet exposant a été démontrée dans le cas d'un amas de percolation, c'est-à-dire une fractale de masse aléatoire isotrope [91]. La situation est différente ici puisque plusieurs exposants apparaissent<sup>1</sup>.

On remarque tout d'abord que la densité ainsi que la rigidité effective selon Y se caractérisent par le même exposant  $\kappa_1=0.11$ . Cette valeur est à rapprocher de celle prédite théoriquement [90] :

$$\langle C \rangle, \langle \rho \rangle \propto L^{-(D-d)} \quad \text{éq. IV.1}$$

où D est la dimension euclidienne dans laquelle s'inscrit l'objet, d étant sa « dimension fractale » [75] : ici  $D=2$  et  $d \approx 1.89^2$ , soit précisément  $\kappa_1 \approx 0.11$ .

Autrement dit, l'arrangement interne d'un milieu alvéolaire hiérarchique se reflète directement dans ses paramètres homogénéisés.

Dans les autres directions, on distingue des exposants additionnels : dans les plans YZ ou XY, les modules  $G_{XY}$  et  $G_{YZ}$  possèdent le même exposant  $\kappa_2$  ( $=0.17, 0.18$ ). Son unicité est cohérente avec l'isotropie du profil alvéolaire dans le plan XZ. Dans ce même plan, on constate également que l'exposant associé au module de cisaillement  $G_{XZ}$  est similaire à celui associé à  $E_{X,Z}$  :  $\kappa_{G_{XZ}} \approx \kappa_{E_{X,Z}} = \kappa_3$ .

Nos résultats sont en accord avec l'hypothèse avancée par Sheng & Tao [89] : le nombre d'exposants « d'échelle » nécessaire pour caractériser un système semble être fonction de ses symétries.

Cette analyse préliminaire permet de répondre (partiellement) au premier point soulevé en 2.1.2 : les paramètres effectifs d'une structure non périodique mais hiérarchique « portent en eux » la signature de l'organisation interne du milieu. L'aspect dynamique (fréquentiel) est traité au paragraphe suivant.

### 2.2.3. Pertes par transmission de parois alvéolaires auto-similaires

Considérons plusieurs murs maçonnés (sans joints) à partir de blocs dont le profil suit le tapis de Sierpinski à différents ordres ( $n < 5$ ).

Comme au chapitre précédent, l'influence des irrégularités est analysée en comparant deux calculs de transmission :

- Un premier, basé sur l'homogénéisation, qui utilise le modèle de plaque épaisse orthotrope fenêtrée (cf. Chapitre II).
- Un modèle éléments finis permettant de modéliser « finement » la propagation dans le milieu alvéolaire (cf. Chapitre III 2.2.3).

Dans tout ce qui suit, les simulations sont effectuées avec un tesson supposé connu (cf. 2.2.2), auquel on attribue arbitrairement un facteur de perte de 1%.

<sup>1</sup> La valeur de ces exposants ne dépend pas des paramètres physiques du tesson.

<sup>2</sup> Pour des motifs auto-similaires simples, la dimension fractale s'exprime par  $d = \log(N)/\log(1/r)$ , N étant le nombre d'unités de mesure nécessaire pour recouvrir l'objet et r le ratio de contraction (ici,  $N=8$ ,  $r=1/3$ ).

a. *Parois de 27cm d'épaisseur*

Le premier cas est un mur alvéolaire XYZ de  $4.18 \times 2.7 \times 0.27 \text{m}^3$ . La Figure IV.11 représente, dans le plan YZ, les 4 parois discrétisées par éléments finis (éléments 2D type QUAD4).

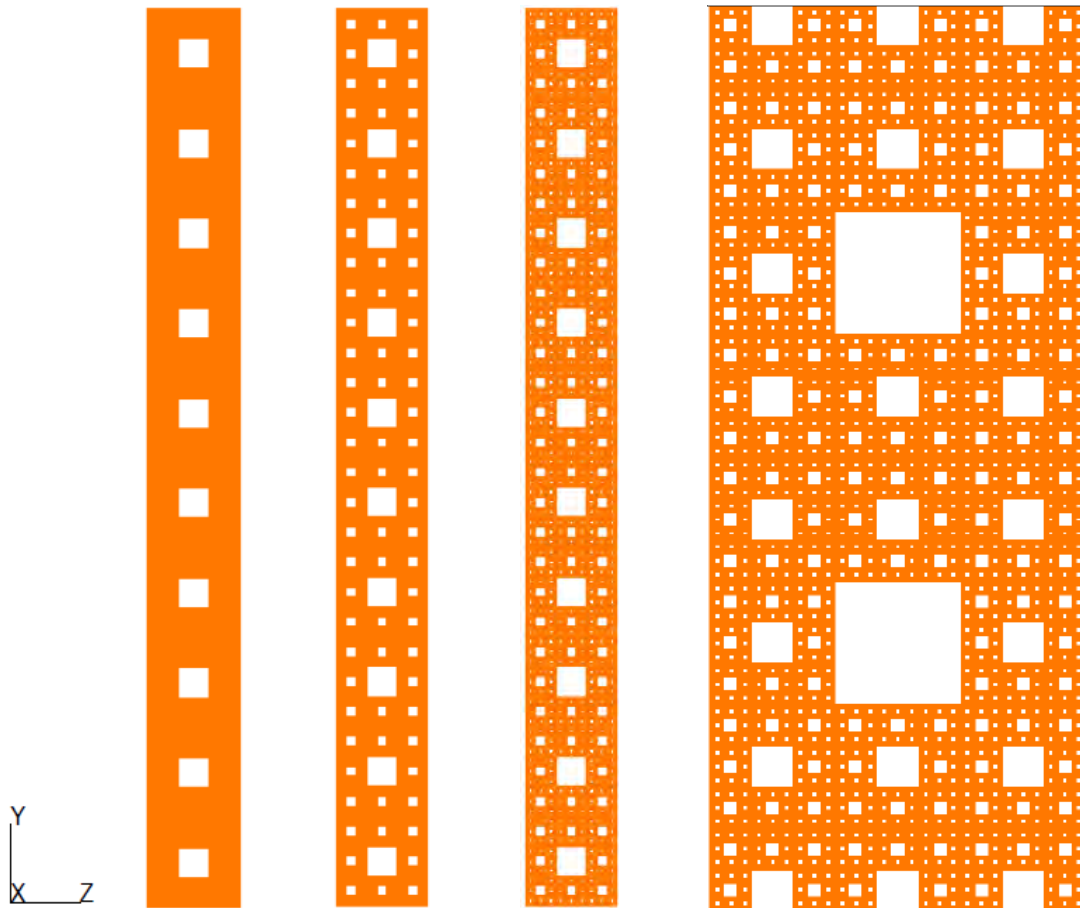


Figure IV.11 Parois classées par ordre de fractalité  $n$  croissant (ordre 1 : 103680 éléments, ordre2 : 92160, ordre3 : 90139 éléments, ordre4 : 491520 éléments). Notez le gros plan fait sur l'ordre 4 afin de distinguer clairement sa distribution d'alvéoles.

Les calculs par éléments finis sont effectués à 2D, pour des raisons de temps de calculs principalement (cf. Chapitre III.2.2). Les affaiblissements acoustiques obtenus dans chaque cas sont rapportés Figure IV.12.

Dans une gamme de fréquences allant (typiquement) de 100Hz à 900Hz, homogénéisation et simulations par éléments finis sont en bon accord : on visualise les différentes zones critiques avec, en éléments finis, un comportement modal responsable des accidents additionnels observés dans les courbes.

A titre indicatif, un calcul « de référence » à 3D a été réalisé sur le mur d'ordre 3 jusqu'à 2kHz<sup>1</sup>. La comparaison entre les différents modèles est satisfaisante sur l'ensemble du spectre : en « BF » entre 2D, 3D et homogénéisation et au-delà de 1kHz entre 2D et 3D uniquement.

<sup>1</sup> Cette simulation a nécessité près de 45h de calcul (maillage du mur avec éléments HEXA et 5445165ddl au total) sur une machine munie de 2 processeurs 3.6GHz et de 16Go de mémoire.

En hautes fréquences, les prédictions faites par homogénéisation divergent, le calcul numérique faisant apparaître un comportement vibratoire complexe.

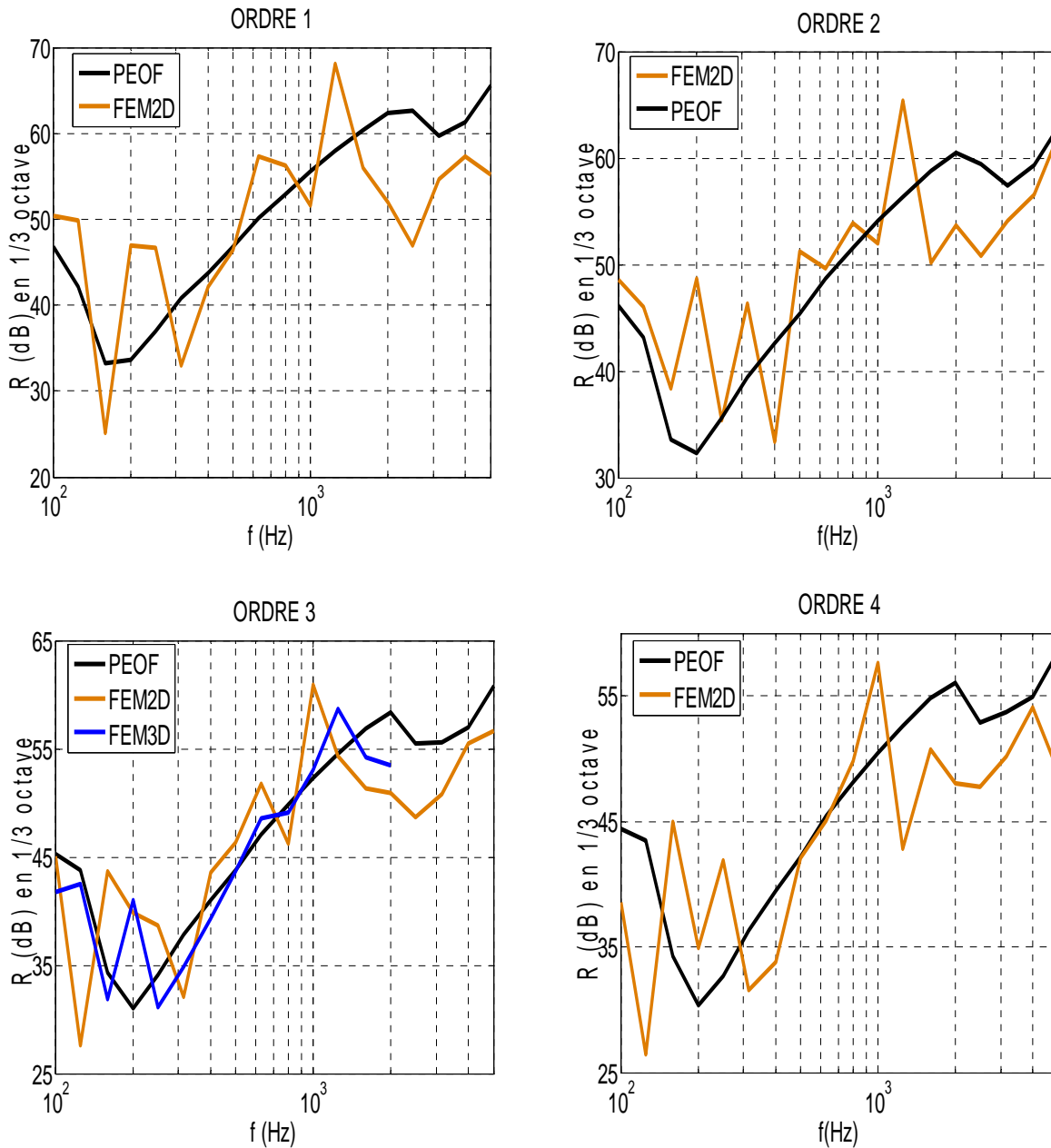


Figure IV.12 Indices  $R$  simulés pour plusieurs parois pré-fractales (le calcul éléments finis est effectué avec des conditions aux limites de type encastrement).

Afin d'identifier les phénomènes mis en jeu, la structure modale associée à chaque mur est analysée, c'est-à-dire l'ensemble des fonctions propres  $\psi_N$  de pulsation  $\omega_N$  ( $N=1,2,\dots$ ) solution du système matriciel<sup>1</sup>  $([K] - \omega_N^2[M])\psi_N = 0$ .

Comme le montre la Figure IV.13, les vibrations basses fréquences sont dans tous les cas des modes étendus : les parois sont le siège d'ondes de flexion.

Au-delà de 1kHz, un comportement analogue à celui mis en évidence dans le cas de murs alvéolaires « périodiques » (cf. Figure III.25) est observé. A l'échelle de la brique,

<sup>1</sup>  $[K]$  et  $[M]$  désignent les matrices de rigidité et de masse associées au problème discrétisé. Le solveur 103 de NASTRAN® (cf. [55]) permet de mener à bien cette analyse modale.



la structure n'est certes pas périodique mais le mode de maçonnerie du mur fait inévitablement émerger une périodisation des blocs (cf. Figure IV.11).

Nous attribuons les phénomènes observés dans cette zone à la manifestation de la structure de bandes liée à la plus grosse inhomogénéité (ici l'alvéole de 9cm) : la limite de validité de l'homogénéisation est donc atteinte. C'est ce qu'illustre la Figure IV.14.

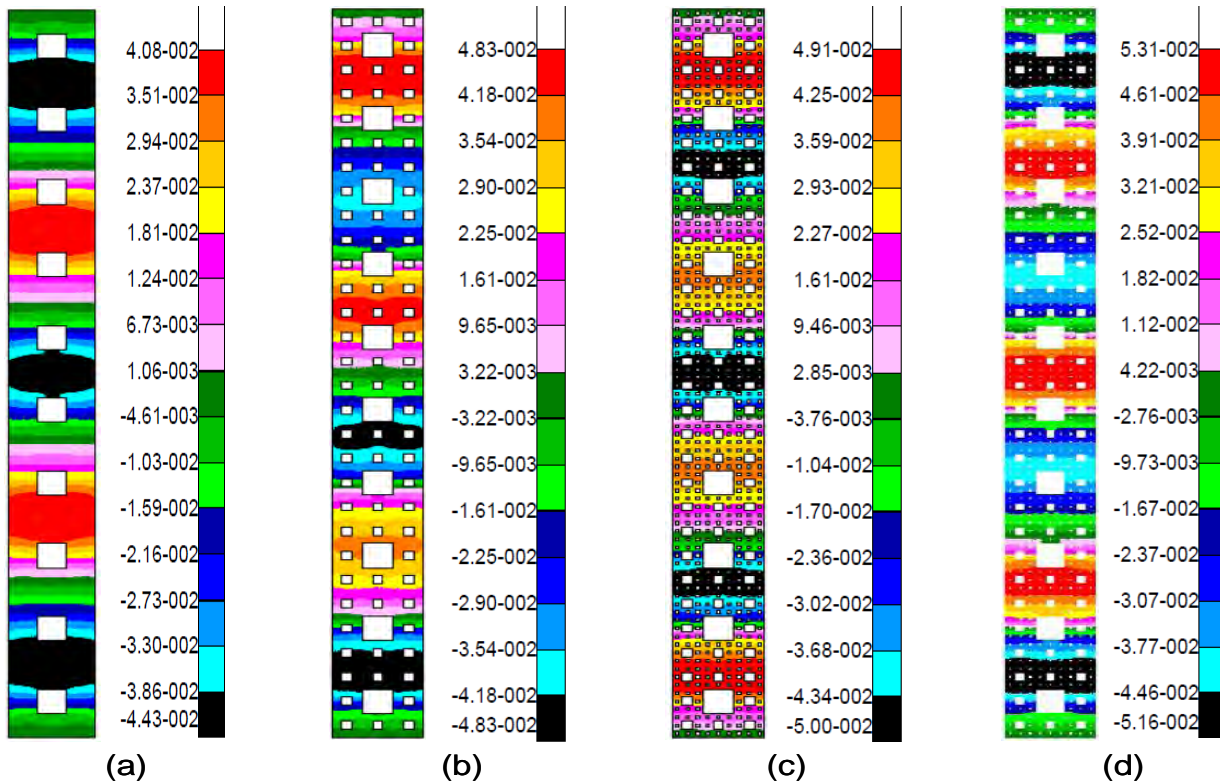


Figure IV.13 Déflexions (normales) « basses fréquences » de murs auto-similaires, (a) : mode 6 à 552Hz (ordre 1), (b) : mode 8 à 609Hz (ordre 2), (c) : mode 9 à 650Hz (ordre 3) et (d) : mode 9 à 575Hz (ordre 4).

Le calcul homogénéisé prédit également un pic de transmission lorsque le produit  $f \times 2h = (C_{33}/\rho)^{1/2}$ , c'est-à-dire à la fréquence de coupure du mode de Lamb  $S_1$  du mur homogénéisé. Ce pic étant également visible par éléments finis, nous nous sommes intéressés aux modes propres présents dans cette gamme de fréquences. La Figure IV.15 montre l'existence de vibrations (normales) symétriques mais qui s'apparentent ici à un mode de plaque épaisse homogène : le mode de Lamb  $S_1$ <sup>1</sup>.

Jusqu'ici, tous les modes rencontrés sont des vibrations « étendues » dans la mesure où c'est l'ensemble de la paroi qui est sollicitée. Dans les 4 cas simulés ici, le désordre géométrique ne génère une irrégularité des vibrations qu'en très hautes fréquences. Nous illustrons ce phénomène Figure IV.16 sur le mur à l'ordre 3 : ses deux premiers modes « localisés »<sup>2</sup> ont leurs fréquences propres en limite de spectre (4485Hz et 5719Hz respectivement).

<sup>1</sup> Les fréquences des modes propres en question sont en bon accord avec les valeurs théoriques.

<sup>2</sup> Le degré de confinement d'un mode (normalisé) peut être quantifié par son « ratio de participation »

$q_N = \left( L_Y L_Z \int dy dz |\psi_N|^4 \right)^{-1}$  :  $q_N \ll 1$  est une condition nécessaire (mais non suffisante [82]) pour que le mode soit localisé.

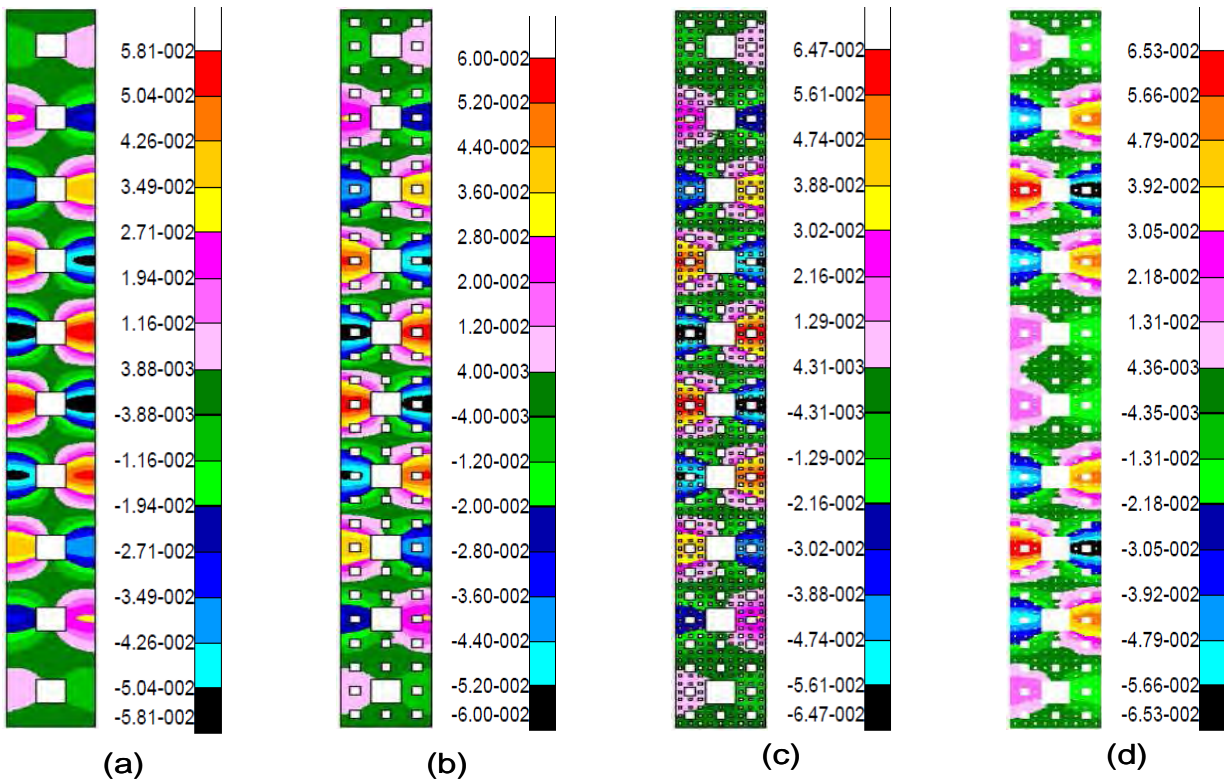


Figure IV.14 Mise en évidence de la structure de bandes associée aux alvéoles de 9cm de hauteur, (a) : mode 25 à 1919Hz (ordre 1), (b) : mode 27 à 1893Hz (ordre 2), (c) : mode 27 à 1764Hz (ordre 3) et (d) : mode 26 à 1598Hz (ordre 4).

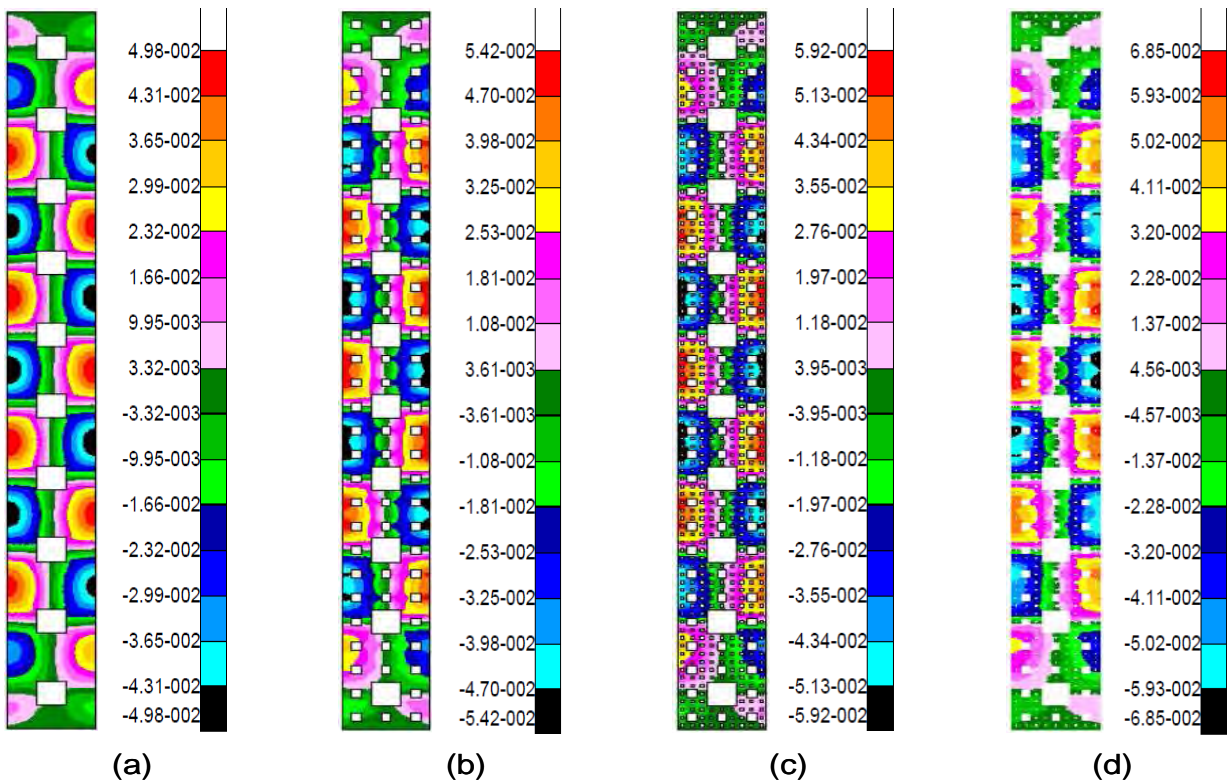


Figure IV.15 Modes propres indiquant la présence du mode de Lamb  $S_1$  dans un mur alvéolaire hiérarchique. (a) : mode 46 à 3137Hz (ordre 1), (b) : mode 48 à 2879Hz (ordre 2), (c) : mode 49 à 2704Hz (ordre 3) et (d) : mode 54 à 2519Hz (ordre 4).

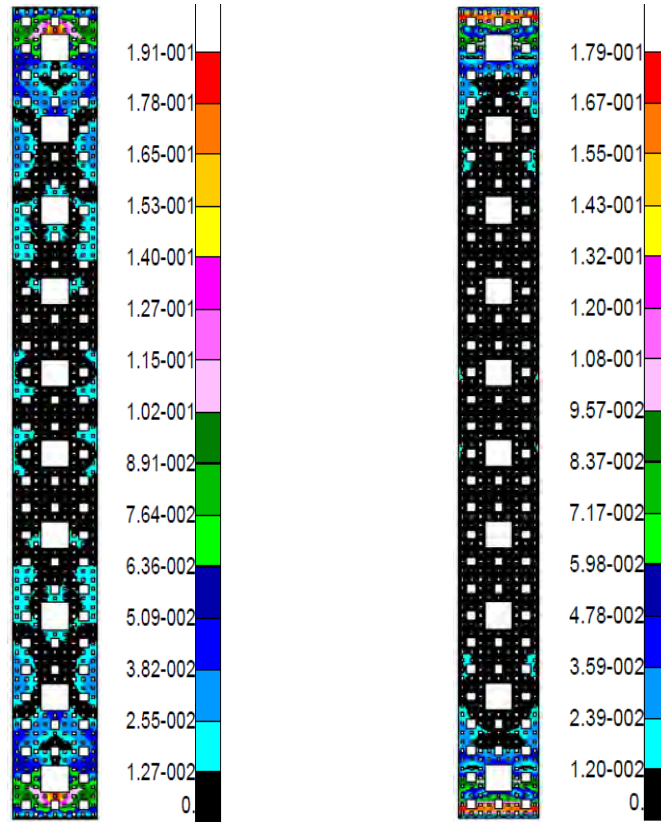


Figure IV.16 Quelques fonctions propres  $\|\bar{\psi}(Y, Z)\| = \sqrt{\psi_Y^2 + \psi_Z^2}$  hautes fréquences de la paroi d'ordre 3 : A gauche le mode 81 de fréquence propre 4485Hz et à droite le mode 82 ( $f_{82}=5719\text{Hz}$ ).

*b. Influence des dimensions du profil*

Afin de faire apparaître en plus basses fréquences des modes localisés, les dimensions des briques sont doublées : la paroi a des dimensions YZ de  $2.7 \times 0.54 \text{m}^2$ , maçonnée à partir de 5 blocs YZ de  $0.54 \times 0.54 \text{m}^2$ .

Le phénomène de localisation étant par ailleurs favorisé par l'irrégularité [82], on s'intéresse directement à l'ordre 4 de pré-fractalité. Les pertes par transmission calculées sont représentées Figure IV.17.

De part sa grande épaisseur, seule une partie de la zone critique (caractéristique des plaques minces) est visualisée en tout début de spectre. Dans la gamme [100Hz-400Hz], le calcul par éléments finis prédit un comportement modal associé aux modes de plaque encastrée.

Dès 500Hz, l'approche d'homogénéisation n'est plus valable : doubler la taille des alvéoles centrales (de 18cm à présent) revient à décaler les effets de périodicité associés vers les basses fréquences (cf. éq. III.17). Ceci explique la chute observée vers 1kHz, liée à une vibration (normale) symétrique centrée au niveau des plus grosses hétérogénéités du mur.

La largeur de ce creux s'explique par l'existence de la résonance associée au mode de Lamb  $S_1$  dans la même plage fréquentielle ( $f_c^{\text{theo}} = 1242\text{Hz}$ ). La Figure IV.18 résume les phénomènes physiques à l'œuvre.

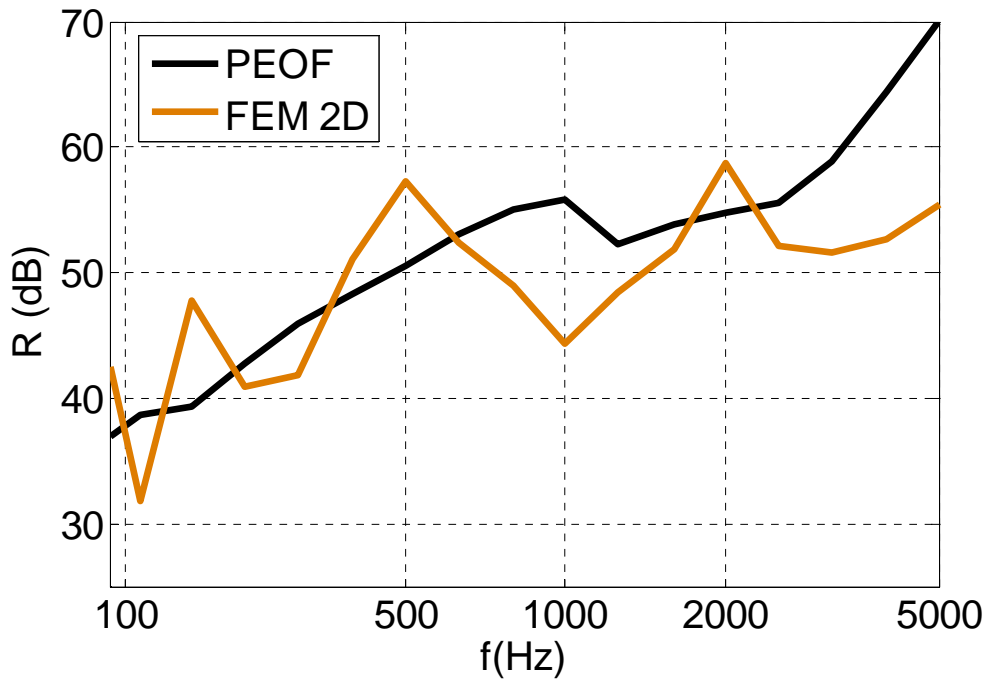


Figure IV.17 Simulation de l'affaiblissement acoustique (en 1/3 octave) d'un mur pré-fractal de 54cm d'épaisseur.

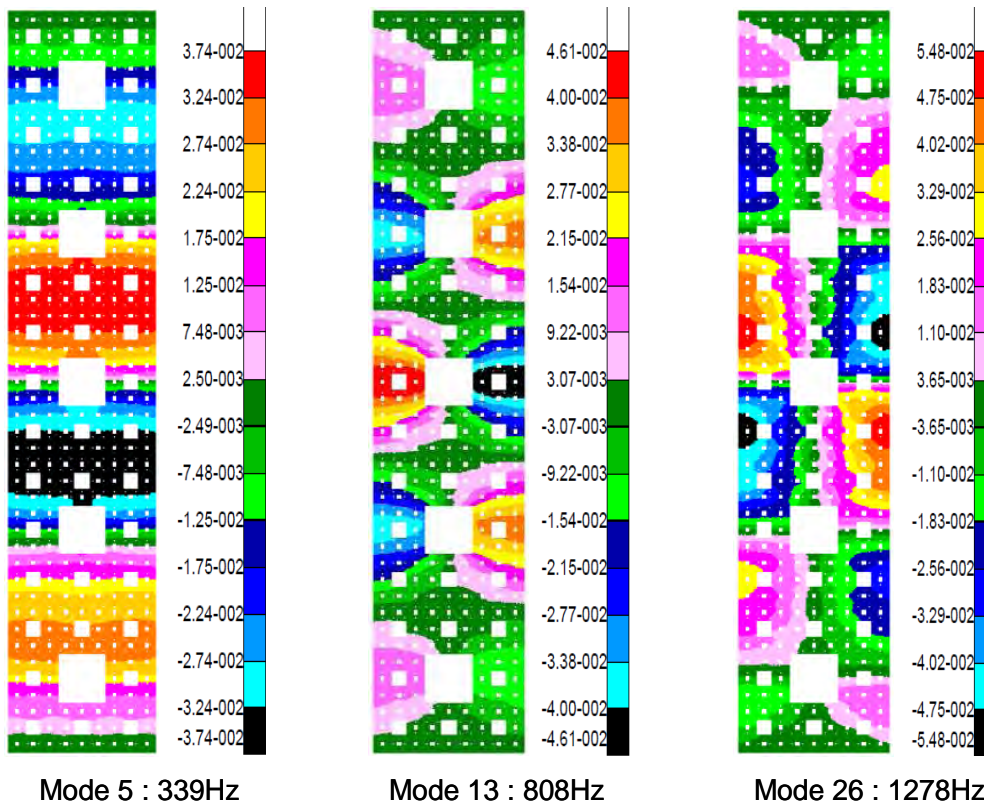


Figure IV.18 Exemple de modes propres  $\psi_z^N$  ( $N=5,13,26$ ) responsables de la transmission acoustique entre 100Hz et 1500Hz.

Le comportement du mur au-delà de 1500Hz est complexe : il résulte des effets combinés de la périodicité du milieu mais aussi du phénomène de piégeage.

Vers 1700Hz, on retrouve une déformée spatiale où les vibrations sont symétriques et centrées au niveau des « grosses » alvéoles. Il s'agit là aussi d'une manifestation de la structure de bandes qui leur est associée (cf. Figure III.29).

D'après la Figure IV.19, les pertes par transmission augmentent fortement vers 2kHz. L'analyse du 53<sup>ème</sup> mode ( $f_{53}=2089\text{Hz}$ ) indique que c'est précisément dans cette gamme de fréquences que la localisation des vibrations apparaît (cf. Figure IV.19b).

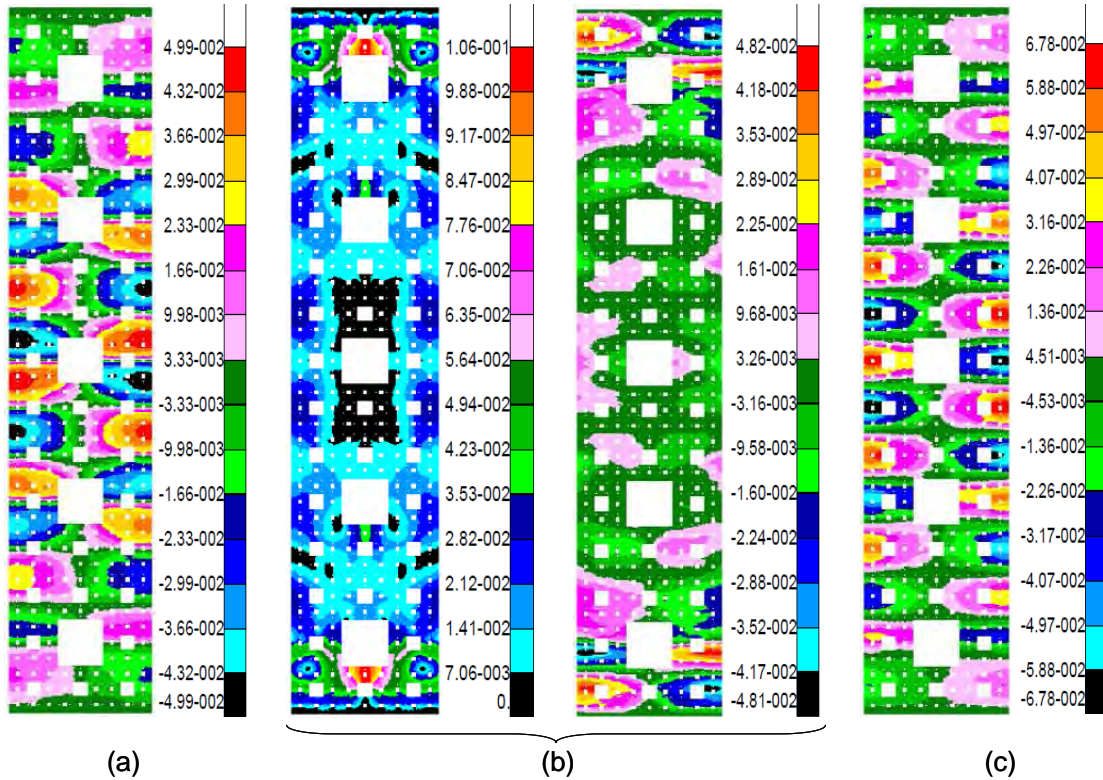
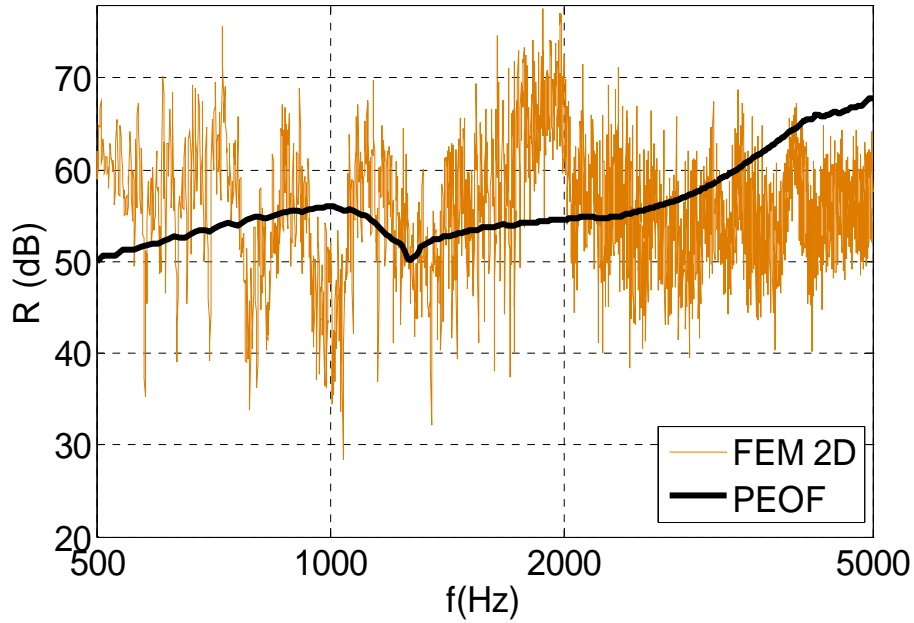


Figure IV.19 Pertes par transmission en bandes fines (en haut, avec  $\delta f=1\text{Hz}$ ) et quelques modes propres associés (en bas) avec (a) :  $\psi_z^N$  ( $N=46$ ,  $f_{46}=1740\text{Hz}$ ), (b) :  $\|\bar{\psi}^N\|$  et  $\psi_z^N$  ( $N=53$ ,  $f_{53}=2089\text{Hz}$ ), (c) :  $\psi_z^N$  ( $N=62$ ,  $f_{62}=2263\text{Hz}$ ).

Cette réduction de la transmission semble s'atténuer au-delà de 2kHz : l'étude des modes propres « hautes fréquences » met en évidence que c'est à nouveau les effets de périodicité qui jouent un rôle majeur dans les courbes. La fréquence augmentant, les structures de bandes associées aux distributions secondaires d'alvéoles se traduisent à leur tour par des accidents supplémentaires dans la transmission sonore.

Le 62<sup>ème</sup> mode propre (cf. Figure IV.19c) illustre notre propos. A la fréquence propre correspondante, le mur vibre en opposition de phase avec des vibrations normales centrées cette fois au niveau des alvéoles de 6cm de hauteur ( $6=54/3^2$ ).

### *c. Bilan provisoire*

Partant d'un modèle d'irrégularité simple (déterministe), nous avons simulé les pertes par transmission de différents parois auto-similaires. La comparaison entre homogénéisation et calcul par éléments finis, couplée à une analyse des modes propres montre que :

- Le comportement d'une paroi alvéolaire auto-similaire résulte des effets conjugués de la périodisation à l'échelle du mur et de l'irrégularité à l'échelle de la brique : structures de bandes et phénomène de localisation sont observés.
- Dans le domaine de fréquences où les vibrations sont étendues, l'homogénéisation s'avère pertinente mais souffre des mêmes limitations que pour un milieu inhomogène mais périodique : les longueurs d'ondes doivent être grandes devant la taille typique des inhomogénéités (cf. éq. III.17).
- L'ordre à l'échelle du mur a un effet néfaste sur ses vibrations, y compris lorsque le phénomène de localisation intervient : cette périodicité induit des modes de vibrations qui dégradent son comportement acoustique.

Ces résultats sont néanmoins à relativiser car seul un modèle d'irrégularité a été envisagé jusqu'ici<sup>1</sup>. Il en existe de nombreux autres dans la littérature [74], basés ou non sur le concept d'auto-similarité.

On vient de voir qu'avec le motif du tapis de Sierpinski, et pour des épaisseurs de mur réalistes<sup>2</sup>, le piégeage des vibrations n'apparaît qu'en hautes fréquences, bien après les effets de périodicité. Dans le paragraphe qui suit, d'autres types d'irrégularités sont envisagés, l'objectif étant de favoriser le phénomène de localisation afin qu'il soit le premier à se manifester dans le spectre.

## ***2.3 Intérêt du phénomène de piégeage du point de vue de l'optimisation acoustique : mise en évidence sur un exemple***

### *2.3.1. Choix du profil alvéolaire et analyse préliminaire*

Comme précédemment (cf. 2.2.3), on considère une brique carrée (dans le plan XZ) de 27cm d'épaisseur disposant d'une alvéole carrée XZ de  $9 \times 9 \text{cm}^2$ .

---

<sup>1</sup> Initialement, le modèle du tapis de Sierpinski avait été retenu pour sa simplicité, élément important en vue de la fabrication d'un prototype en terre cuite.

<sup>2</sup> Et des paramètres physiques du tesson également représentatifs des échantillons caractérisés (cf. annexe A).

Contrairement à un motif auto-similaire, on introduit un désordre géométrique relatif à la position de cette alvéole dans la brique. De plus, 4 autres alvéoles rectangulaires sont introduites, le choix de leurs positions et longueurs (selon Z) dans la brique étant aléatoire. Le motif ainsi obtenu est schématisé Figure IV.20.

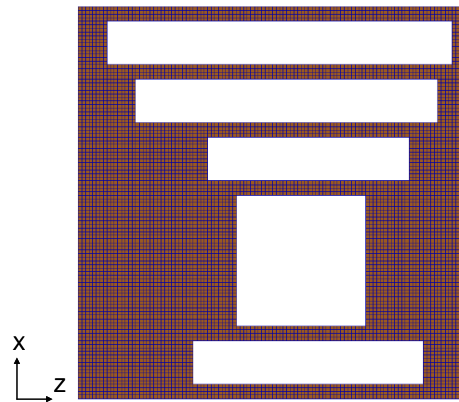


Figure IV.20 Vue dans le plan XZ d'une brique creuse où la distribution spatiale des alvéoles est aléatoire.

Dans un premier temps, la base modale de cette structure à 2D est étudiée<sup>1</sup>. On constate alors que le phénomène de piégeage est présent dès les basses fréquences : plusieurs modes propres (les 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> par exemple) ont des déformées fortement confinées dans l'espace (cf. Figure IV.21). En moyennes et hautes fréquences, l'influence du désordre persiste : le 18<sup>ème</sup> mode ( $f_{18}=4108\text{Hz}$ ) est un autre exemple de mode où le déplacement mécanique est très irrégulier. Abordons maintenant les propriétés acoustiques de cette structure à l'échelle d'une paroi.

### 2.3.2. Discussion autour des pertes par transmission calculées

Ce profil alvéolaire est extrudé selon Y pour constituer une brique XYZ de  $27 \times 31.4 \times 27 \text{cm}^3$ . Le processus d'homogénéisation conduit aux propriétés effectives résumées Tableau 11.

Paramètres effectifs									
$E_Y$ (GPa)	$E_X$ (GPa)	$E_Z$ (GPa)	$G_{XY}$ (GPa)	$G_{XZ}$ (GPa)	$G_{YZ}$ (GPa)	$\nu_{XY}$	$\nu_{ZX}$	$\nu_{YZ}$	$\rho$ ( $\text{kgm}^{-3}$ )
3.48	1.44	1.86	0.92	0.79	1.65	0.13	0.20	0.31	1044

Tableau 11 Caractéristiques de la brique orthotrope équivalente.

L'affaiblissement acoustique de cette paroi XYZ de  $4.18 \times 2.7 \times 0.27 \text{m}^3$  est simulé par homogénéisation et éléments finis à 2D (où seules les dimensions YZ sont prises en compte). Les résultats obtenus<sup>2</sup> sont donnés Figure IV.22. De ces courbes émergent deux zones fréquentielles distinctes.

<sup>1</sup> Tous les ddl des nœuds situés en  $X=(0,0.27)$  sont bloqués. Modifier ces conditions aux limites fait naturellement varier les fréquences propres mais pas le constat suivant : des modes localisés apparaissent dès les basses fréquences.

<sup>2</sup> Les propriétés du tessou sont les mêmes qu'en 2.2.3.

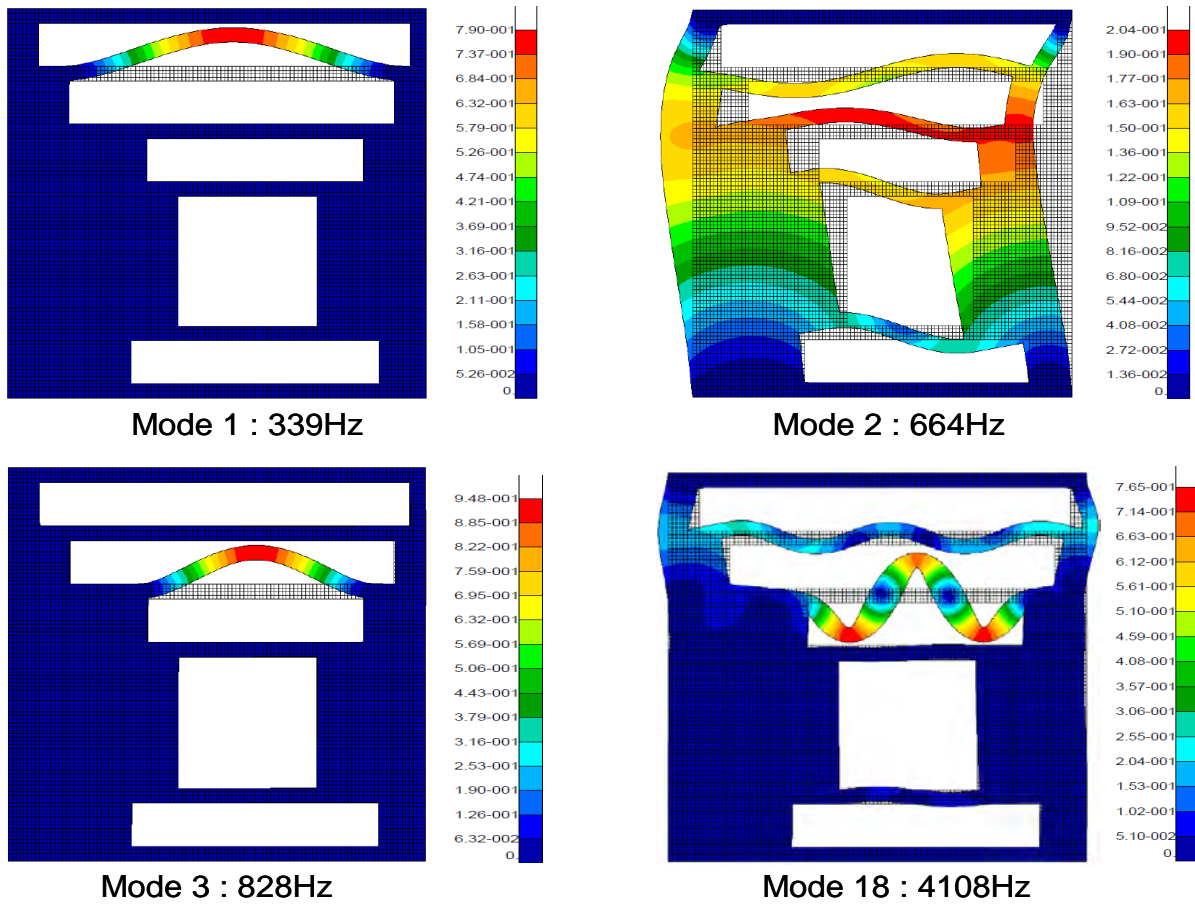
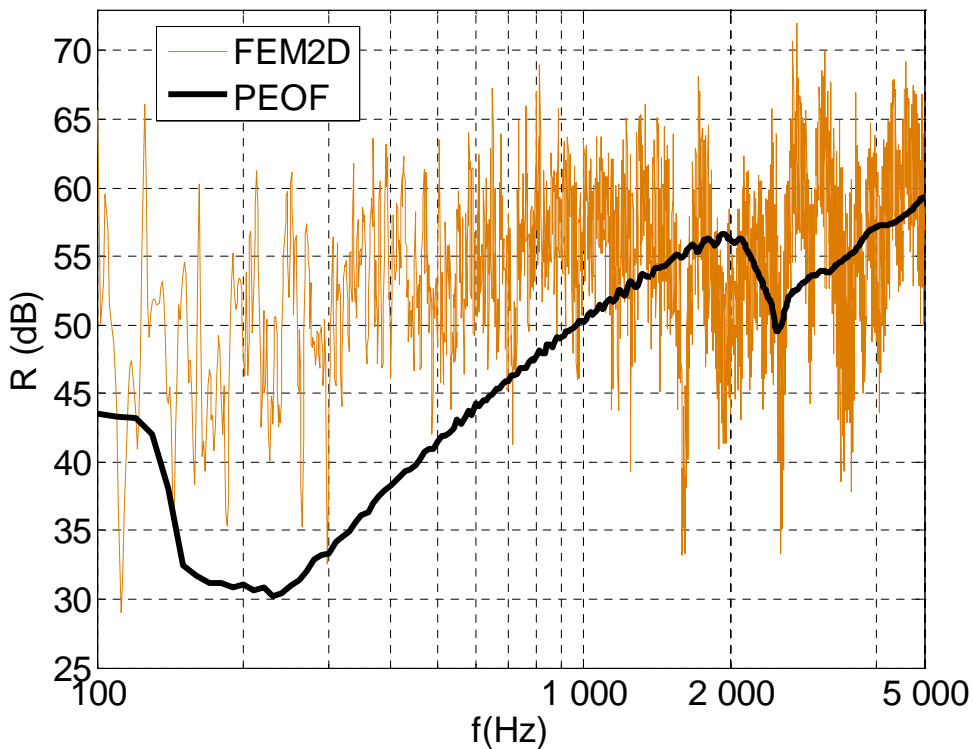


Figure IV.21 Quelques fonctions propres  $\|\tilde{\psi}^N(x, z)\|$  associées à la géométrie envisagée. Parmi ces modes, seul le 2<sup>nd</sup> s'apparente à une vibration étendue (type mode de flexion).





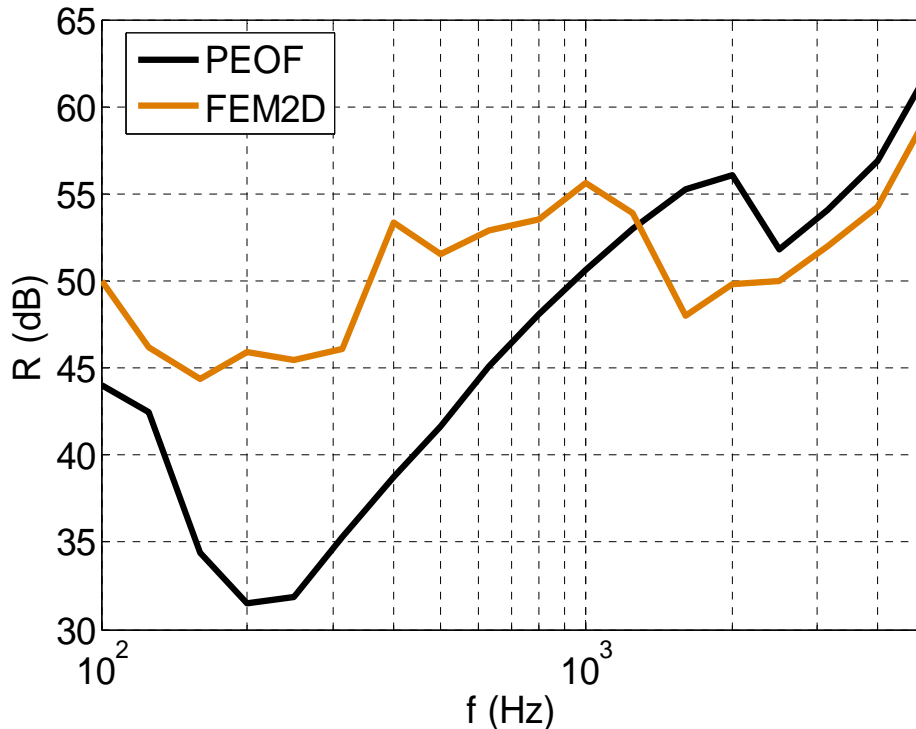


Figure IV.22 Indice R évalué en bandes fines (en haut) et en 1/3 octave (en bas).

De 100Hz à environ 1kHz, le calcul numérique prédit des pertes par transmission beaucoup plus importantes que par homogénéisation : l'écart entre modèles est d'au moins 5dB sur toute la gamme, et atteint même près de 15dB entre 200Hz et 500Hz ! On visualise vers 1.5kHz une forte chute de l'indice R, non prédite par homogénéisation. Au-delà, les indices R simulés par les deux approches sont similaires, bien qu'une lecture en bandes fines indique un comportement très chahuté par éléments finis.

A nouveau, l'interprétation se fait à la lumière de la base modale relative à ce mur. Dans les basses fréquences, la paroi est le siège de modes étendus semblables à des ondes de flexion : le 4<sup>ème</sup> mode propre, schématisé Figure IV.23, en est un exemple. Les modes suivants, en particulier les 7<sup>ème</sup> et 11<sup>ème</sup> modes, sont atypiques. Bien que sollicitant l'ensemble du mur, leurs déformées propres montrent certaines régions de l'espace où le champ vibratoire est particulièrement grand. L'influence du désordre géométrique est probablement l'une des raisons responsables de ce comportement. Entre 350Hz et 1kHz, on distingue clairement le phénomène de localisation : de nombreux modes se caractérisent par des vibrations nulles (ou quasi-nulles) sauf dans quelques secteurs isolés du mur (cf. Figure IV.24). C'est cette forte irrégularité du champ vibratoire qui explique les écarts entre homogénéisation et simulation par éléments finis.

A partir de 1kHz, c'est la périodisation des blocs à l'échelle du mur qui explique la forte chute du R vers 1.5kHz : on retrouve des vibrations normales symétriques centrées au niveau des alvéoles carrées. La Figure IV.25 indique néanmoins que les choses ne sont pas aussi tranchées que dans un milieu purement périodique. La signature du désordre s'observe également dans les déformées du 83<sup>ème</sup> mode.

La même remarque vaut pour les modes propres situés aux environs de 2500Hz et dont les déformées s'apparentent à un mode de Lamb de type  $S_1$ .

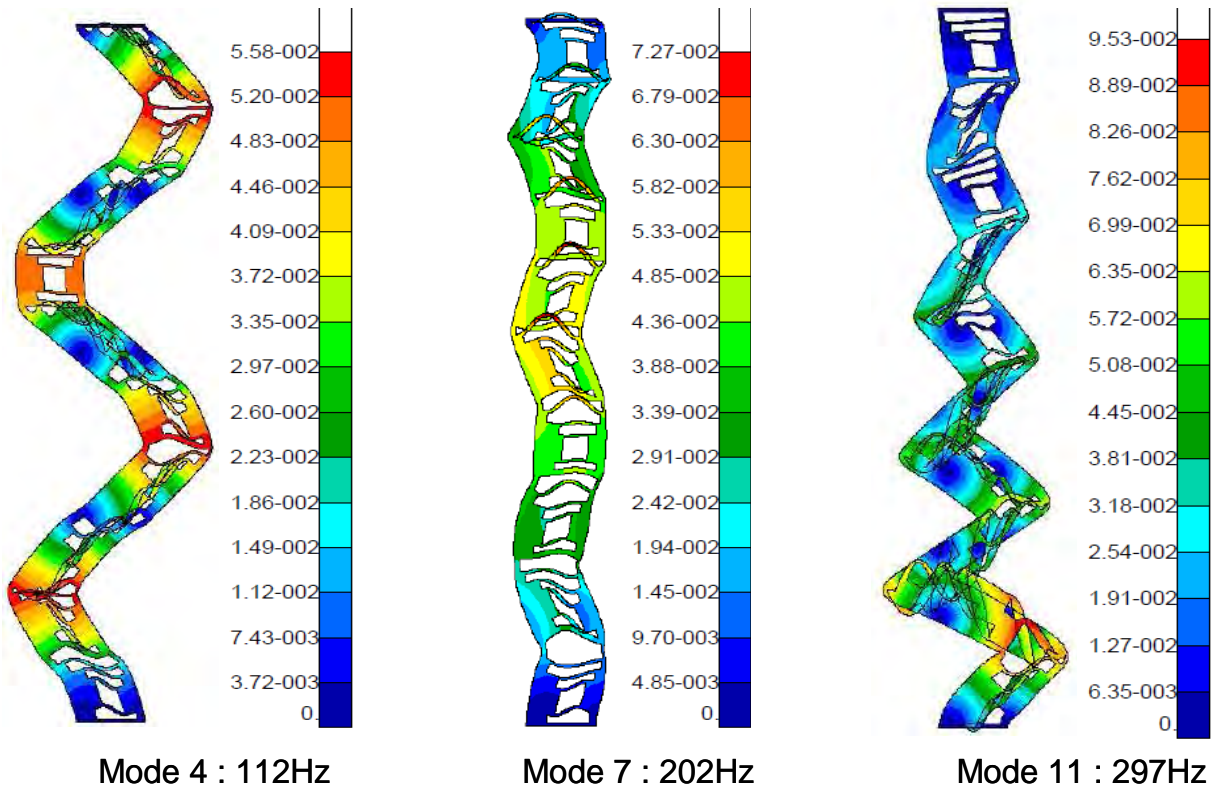


Figure IV.23 Déformées de 3 fonctions propres  $\|\bar{\psi}^N(Y, Z)\|$  en basses fréquences.

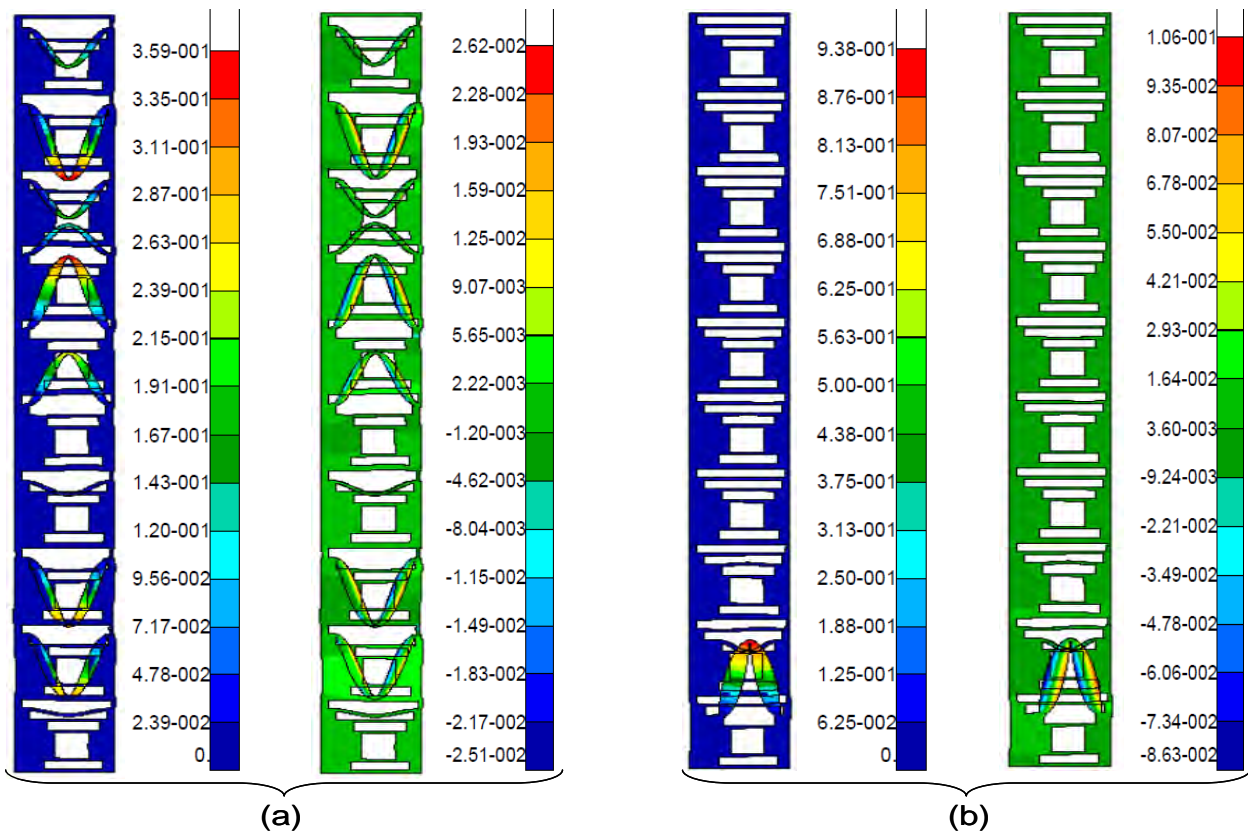


Figure IV.24 Exemple de fonctions propres  $\|\bar{\psi}^N\|$  et  $\psi_Z^N$  en « moyennes fréquences »,  
 (a) :  $N=13$ ,  $f_{13}=386\text{Hz}$ , (b) :  $N=39$ ,  $f_{39}=828\text{Hz}$ .

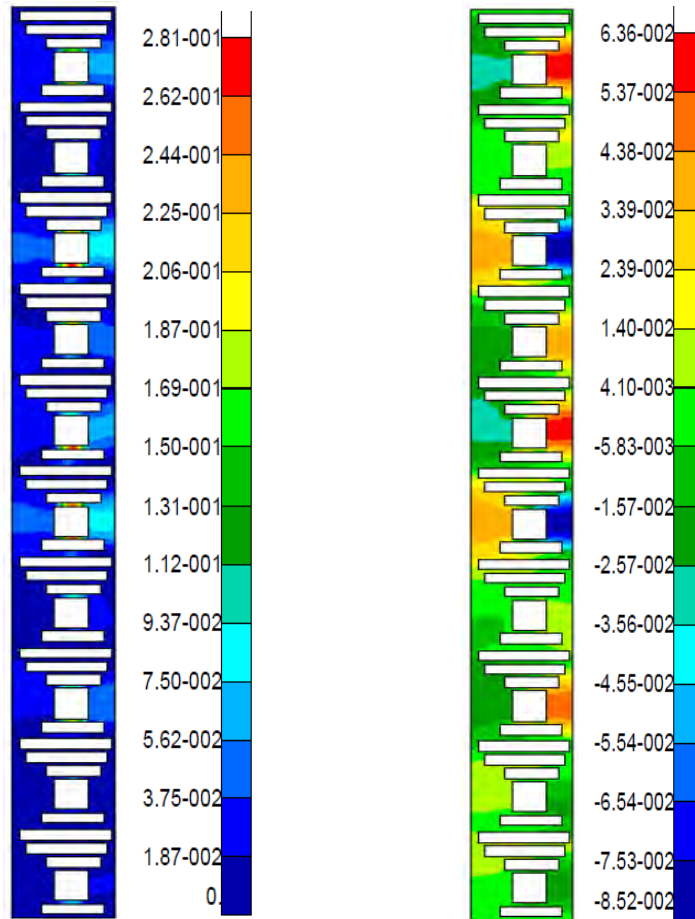


Figure IV.25 Fonctions propres  $\|\bar{\psi}^N\|$  et  $\psi_z^N$  associée au 83<sup>ème</sup> mode, de fréquence propre 1618Hz.

### 2.3.3. A propos du phénomène de localisation à 3D

Aussi bien théoriquement qu'expérimentalement, le problème de la localisation à 3D est une question encore ouverte. La plupart des études existantes (cf.2.1.1) ont été menées sur des systèmes unis (type tuyaux [73], [80], corde [82],...) ou bidimensionnels (type membrane [78], [82], cavité [84], ...).

Une exception notable est la récente publication de Hu & al. [92] portant sur la localisation d'ultrasons dans un milieu granulaire 3D désordonné. En parvenant à séparer les effets dus à l'amortissement « intrinsèque »<sup>1</sup> de ceux résultant du désordre, ces derniers ont prouvé expérimentalement l'existence du phénomène de piégeage, confirmant ainsi leurs prédictions théoriques.

Même si l'utilisation d'un modèle numérique à 2D a permis d'appréhender divers phénomènes, une paroi alvéolaire n'en reste pas moins un système tridimensionnel. Notre but ici est de montrer, par calcul, que l'influence du désordre persiste à 3 dimensions.

Pour ce faire, nous discrétisons donc à 3D (éléments HEXA) une brique alvéolaire mais aussi une paroi entière construite sur le motif de la Figure IV.20.

<sup>1</sup> On pourra consulter à ce sujet la référence [93].

Examinons brièvement la structure modale relative à ces deux structures. A l'échelle de la brique comme à celle du mur, la Figure IV.26 met en évidence un fort confinement de certains modes. La comparaison entre les 10<sup>ème</sup> et 40<sup>ème</sup> modes propres du mur illustre la distinction entre vibrations étendues et localisées.

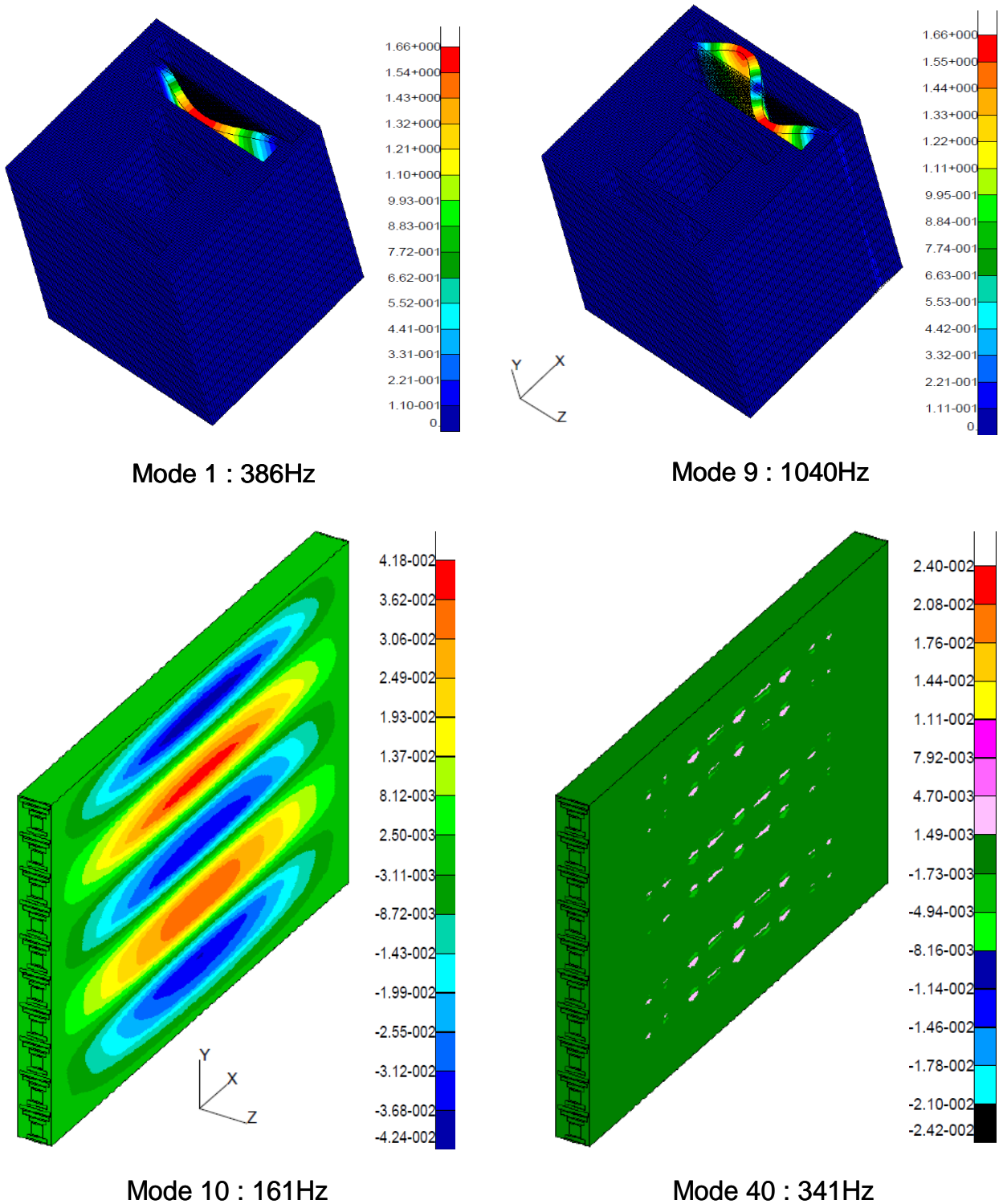


Figure IV.26 Fonctions propres  $\|\tilde{\psi}^N(X, Y, Z)\|$  d'une brique (en haut) et déformées normales  $\psi_z^N(X, Y, Z = 0.27)$  du mur (en bas). Un encastrement est appliqué aux bords de la brique situés en  $X=(0, 0.27)$  et aux 4 bords du mur.

### 2.3.4. Conclusion

Dans certains cas, « jouer » sur la répartition et la taille des alvéoles au sein d'une brique alvéolaire peut s'avérer intéressant du point de vue acoustique. Lorsque la localisation des vibrations se manifeste avant la structure de bandes du mur, l'exemple traité montre une réduction notable de la transmission dans les basses et moyennes fréquences.

Pour quantifier ce « gain », le calcul par éléments finis a d'abord été comparé à l'homogénéisation : des écarts allant jusqu'à 15dB sont obtenus dans la gamme [100Hz, 1kHz].

Un autre critère de comparaison, souvent utilisé en acoustique du bâtiment, est la masse surfacique de la paroi. Pour cette raison, considérons une paroi creuse périodique ayant une masse surfacique de  $270\text{kgm}^{-2}$  ( $=10^3 \times 0.27$ ), c'est-à-dire très voisine du mur désordonné étudié ci-dessus ( $\rho_s = 1044 \times 0.27 = 282\text{kgm}^{-2}$ , cf. Tableau 11).

L'apport de l'irrégularité apparaît clairement Figure IV.27 : deux murs de briques de masses surfaciques semblables peuvent avoir des pertes par transmission radicalement différentes.

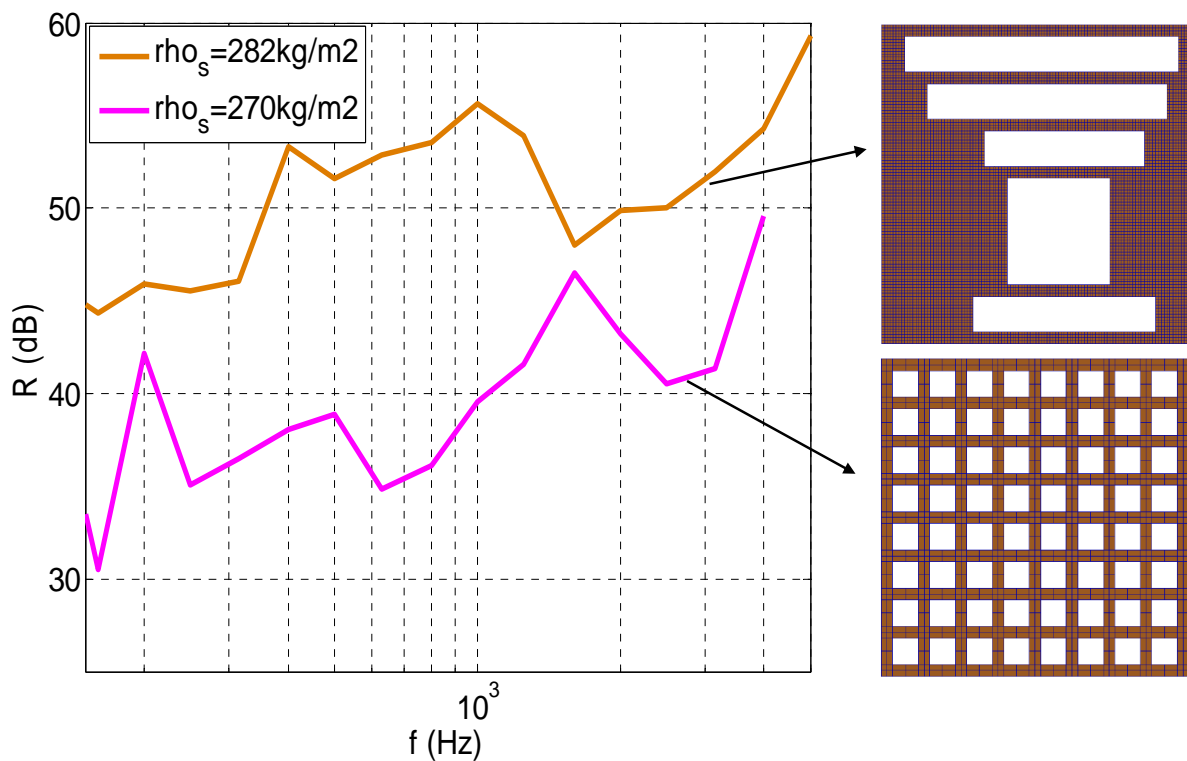


Figure IV.27 Influence du désordre sur l'affaiblissement acoustique de 2 parois de même épaisseur et de masses surfaciques voisines (calculs par éléments finis à 2D).

Le comportement en moyennes et hautes fréquences d'une paroi alvéolaire irrégulière est « bruité » par la périodicité à l'échelle du mur. Dans l'avenir, un moyen de s'affranchir de cet effet serait d'introduire un désordre à l'échelle du mur afin de « briser » la structure de bandes due à la périodisation des briques.

### **3 Conclusion**

L'optimisation acoustique d'un mur de briques alvéolaires a été envisagée de deux façons différentes.

La première part du modèle vibro-acoustique homogénéisé pour mettre en évidence les paramètres physiques influant sur les pertes par transmission. La recherche d'un optimum revient à considérer certaines géométries alvéolaires plus ou moins réalistes compte tenu des contraintes (thermiques et mécaniques) qui pèsent sur ces matériaux. En particulier, certaines pistes pouvant offrir un compromis entre aspects acoustiques et thermiques ont été évoquées. Ces dernières mériteraient d'être approfondies dans le futur.

La seconde partie du chapitre présente des voies d'amélioration basées sur l'introduction d'un désordre géométrique dans le réseau alvéolaire. Nous sommes d'abord partis d'un modèle d'irrégularité simple (déterministe) sur lequel nous avons pu estimer la pertinence de l'homogénéisation. Dans la gamme de fréquences où les vibrations du mur sont étendues, nos résultats montrent que l'homogénéisation souffre des mêmes limites que dans un milieu périodique.

Nous nous sommes finalement orientés vers un désordre plus « aléatoire » et tel que l'apparition du phénomène de piégeage des vibrations soit favorisée dès les basses fréquences. Dans ce cas, nos simulations indiquent une forte<sup>1</sup> réduction de la transmission acoustique tant que l'ordre à l'échelle du mur ne se manifeste pas dans les courbes. Au-delà, ces effets de périodicité se traduisent, comme au Chapitre III2.2.3, par des vibrations de la structure qui dégradent son isolation phonique. Des voies d'améliorations, a priori très prometteuses sur l'ensemble du spectre fréquentiel, ont finalement été abordées.

---

<sup>1</sup> Les gains relevés ont été obtenus sans recherche d'effet maximum : d'autres types de désordre peuvent probablement s'avérer encore plus prometteurs.

## CONCLUSION

Ce travail de thèse avait pour objectif de contribuer à la modélisation du comportement acoustique d'une paroi alvéolaire en terre cuite. Initialement conçus pour améliorer les performances énergétiques des ouvrages, ces produits ont un comportement acoustique difficile à prédire : ils sont épais, fortement anisotropes et hétérogènes. A l'heure où les matériaux de construction doivent satisfaire à de nombreuses exigences (thermique mais aussi acoustique), il devenait essentiel de mieux comprendre les propriétés acoustiques des matériaux alvéolaires.

Il existe dans la littérature divers moyens pour simuler le rayonnement acoustique de structures planes complexes. Qu'il s'agisse de techniques « semi-analytiques » ou purement numériques, leur implémentation nécessite des moyens informatiques conséquents dans le cas de parois alvéolaires complexes. Dans une telle situation, il est légitime de s'interroger sur l'existence d'une solution approchée du problème. Dès lors, toute la difficulté réside dans la maîtrise des hypothèses faites et de leur limite d'application.

L'étude sur la modélisation des pertes par transmission d'une paroi alvéolaire a d'abord permis de montrer l'intérêt d'une approche hybride simplifiée. Le mur de briques est traité comme une paroi équivalente épaisse, multicouche et d'extensions latérales finies. La structure alvéolaire est ensuite homogénéisée au moyen d'un processus numérique. Ce dernier permet de définir l'ensemble des propriétés effectives d'une brique orthotrope homogène. L'outil de modélisation ainsi obtenu généralise le formalisme des matrices de transfert au cas d'une structure plane de dimensions (latérales) finies, composée d'une ou plusieurs couches isotropes ou orthotropes. Il offre donc un calcul acoustique avec des temps de calcul faibles (de l'ordre de quelques dizaines de minutes) pour une prédiction couvrant la gamme [100Hz,5kHz]. L'homogénéisation se faisant sur une brique seule, le calcul par éléments finis fournit le jeu de constantes effectives avec des temps de calcul également très raisonnables (allant de quelques minutes à quelques dizaines de minutes selon la géométrie).

L'application de ce modèle fait appel à deux paramètres d'entrée : les constantes élastiques du tesson, que l'on détermine par exemple par ultrasons, et les pertes structurales à l'échelle du mur. Sous réserve d'une caractérisation préalable de ces grandeurs, nous avons montré que les indices  $R$  mesurés sur plusieurs parois et ceux simulés sont en bon accord. L'analyse des courbes de dispersion des ondes de Lamb se propageant dans un mur de briques homogénéisé permet de comprendre les mécanismes de la transmission. En basses fréquences, le phénomène de coïncidence entre le mode  $A_0$  (qui s'apparente alors au simple mode de flexion) et le champ acoustique incident se traduit par une chute de l'indice  $R$  : il s'agit de la zone critique caractéristique des plaques minces anisotropes. Le comportement en moyennes et hautes fréquences est guidé par le rayonnement des modes de Lamb d'ordre supérieur (le  $S_1$  notamment).

La validation de l'approche développée a ensuite été étudiée. Expérimentalement, des mesures vibratoires sur mur couplées à une analyse du champ pariétal rayonné ont

permis d'identifier les phénomènes responsables de la transmission sonore. Plusieurs simulations sont ensuite menées afin de tester chaque hypothèse du modèle vibratoire homogénéisé. On montre d'abord que l'on peut s'affranchir de l'air captif dans le cas d'une paroi alvéolaire réaliste. L'influence des joints est également discutée. L'approximation du régime « grandes longueurs d'ondes » est ensuite comparée à une solution numérique tenant compte de la propagation dans le milieu alvéolaire. Tant que la taille des alvéoles reste « raisonnable », c'est-à-dire de l'ordre de quelques cm, l'homogénéisation s'avère pertinente. Ce critère est généralement satisfait pour les murs de briques actuels, tout du moins pour ceux décrits dans ce manuscrit.

Dès que ce critère n'est plus vérifié nous voyons apparaître des phénomènes additionnels liés à la structure de bandes à l'échelle du mur. Ces derniers se traduisent par des vibrations en opposition de phase centrées au niveau des inhomogénéités, c'est-à-dire des alvéoles. En acoustique du bâtiment, il est fréquent d'observer des parois légères rendues inhomogènes par l'ajout de liaisons mécaniques. Nos résultats, tout comme ceux de Woodhouse et al. [60], peuvent par exemple servir à une meilleure compréhension du comportement vibratoire de telles structures.

Un autre point abordé concerne l'optimisation des performances acoustiques d'un mur de briques. Le modèle homogénéisé se prête bien aux études paramétriques. Il est ainsi possible d'identifier les paramètres influents pour la transmission acoustique.

La dernière partie traite de parois alvéolaires à géométries irrégulières. Dans un milieu désordonné, les interférences causées par les réflexions multiples dues aux irrégularités peuvent être destructives dans la quasi-totalité de la structure : les vibrations s'y trouvent alors localisées. Nos premières simulations indiquent que certains profils creux désordonnés peuvent donner des améliorations significatives en terme d'isolation dès les basses fréquences. Rompre l'ordre qui existe à l'échelle de la paroi (et non plus seulement dans la brique) laisse espérer des gains notables sur l'ensemble du spectre fréquentiel.

On peut distinguer plusieurs suites à donner à ce travail :

- Expérimentalement, il serait intéressant de vérifier sur des prototypes de briques irrégulières les comportements prédits par calcul. Il s'agirait d'une première étape avant de passer à une mesure sur mur.
- D'un point de vue théorique, le phénomène de localisation mis en évidence demanderait une étude approfondie (nature de la décroissance des vibrations, « ratios de participation »,...).

Enfin, à plus court terme, l'optimisation acoustique des briques alvéolaires ne pouvant se faire au détriment des performances thermiques, une suite à cette étude pourrait consister à coupler l'outil de modélisation à un code de calcul thermique en vue d'une optimisation thermo-acoustique.



# Annexe A Caractérisation des propriétés élastiques du tesson de terre cuite

## A.1. A propos des méthodes de caractérisation

### A.1.1 Essais statiques en compression

Le milieu à caractériser est placé entre les plateaux d'une presse. Connaissant la force appliquée sur la surface  $S$  de l'échantillon, on en déduit son module d'Young dans la direction d'application de la charge :

$$E_i = \frac{FL_i}{S\Delta l_i} \quad \text{éq. A. 1}$$

$L_i$  étant la longueur de l'échantillon dans la direction  $i$  et  $\Delta l_i$  étant la variation de longueur dans cette direction.

Cette technique de mesure est simple à mettre en œuvre mais souffre de nombreux inconvénients :

- ✓ Elle ne donne accès de manière fiable qu'au(x) module(s) d'Young du matériau.
- ✓ Il s'agit d'un essai destructif, ce qui peut poser problème pour des milieux « fragiles » comme la terre cuite. On reviendra sur ce point au moment de comparer les modules obtenus par différentes techniques.

### A.1.2 Mesures dynamiques sur barres

Le principe est de mesurer les fréquences propres du système à partir de la fonction de transfert (force sur vitesse par exemple) mesurée.

*Hypothèses* : on étudie une structure 1D de type barre mince supposée travailler en flexion. Dans le repère  $(x,y,z)$ , cela revient à supposer que :

- $h \equiv l_y \ll l_x, l_z$  et  $\lambda \gg h$  pour que seuls des modes de flexion soient excités.
- $l_x \gg l_z$  afin de ne visualiser que les résonances selon  $x$  du système en basses et moyennes fréquences.

Dans ces conditions et en se plaçant en régime harmonique, la flèche  $y(x)$  du système obéit à l'équation de Bernoulli/Euler [57] :

$$\frac{d^4 y(x)}{dx^4} = \beta^4 y(x), \quad \beta = \left( \frac{\rho_s \omega^2}{B_x} \right)^{1/4} \quad \text{éq. A. 2}$$

où  $\rho_s$  est la masse surfacique de la barre,  $\omega$  la pulsation et  $B_x = E_x h^3 / 12$  son module de rigidité en flexion ( $E_x$  étant son module d'Young selon  $x$ ).

Spécifions à présent les conditions expérimentales, qui déterminent de fait les conditions aux limites à imposer. A mi-longueur de l'échantillon est fixé une tête d'impédance

donnant accès à la force injectée (type bruit blanc) et la vitesse normale au même point (cf. Figure A. 1).

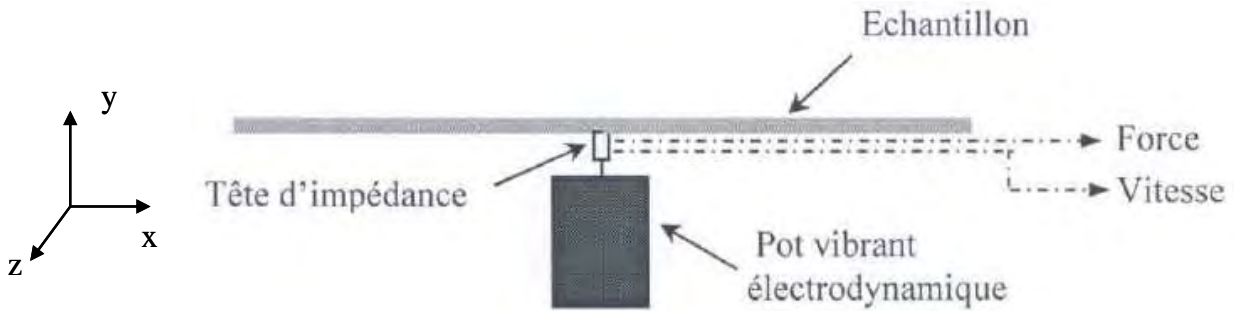


Figure A. 1 Schéma du dispositif expérimental

Dans cette configuration, la fixation en  $l_x/2$  (assurée par le collage d'une pastille) fait que la déformée modale au centre de la barre est très plate et se rapproche d'un encastrement. Le comportement modal observé sera donc équivalent à celui de 2 barres libre/encastree de longueur  $l_x/2$ .

L'écriture des conditions aux limites conduit à une équation de la forme  $\text{ch}(\gamma)\cos(\gamma)=-1$  (avec  $\gamma=\beta l_x/2$ ) que l'on résout graphiquement.

La connaissance des fréquences propres  $f_n$  ( $n=1,2,\dots$ ) donne accès au module d'Young selon x :

$$E_x(f_n) = \frac{3\pi^2}{\gamma_n^4} \frac{\rho l_x^4 f_n^2}{h^2} \quad \text{éq. A. 3}$$

$$\gamma_1 = 1.875; \gamma_2 = 4.694; \gamma_3 = 7.854\dots$$

Par rapport aux essais statiques, cette technique de mesure présente l'avantage d'être non destructive. Elle est donc bien adaptée à la caractérisation d'échantillons inhomogènes possédant d'éventuels défauts (fissures). Par contre, seul le module d'Young dans le sens de la longueur peut être déterminé.

### A.1.3 Caractérisation ultrasonore des constantes élastiques

#### A.1.3.1 Introduction

La technique ultrasonore permet en principe de mesurer l'ensemble du tenseur élastique du milieu [17].

Traditionnellement, on suppose que :

- Le milieu de propagation est homogène
- la propagation des ondes élastiques se fait en milieu illimité.

Satisfaire à ces deux hypothèses peut poser problème, en particulier lorsque les échantillons sont inévitablement de taille limitée et que le milieu (tesson) est inhomogène.

L'hypothèse d'homogénéité peut être respectée en sondant le milieu via des ondes « basses fréquences ». Cette restriction a néanmoins une conséquence du point de vue du rayonnement : le faisceau ultrasonore est d'autant moins directif que la fréquence

excitatrice est basse<sup>1</sup>. L'influence des dimensions finies de l'échantillon sera donc d'autant plus importante.

Nous verrons plus loin comment s'affranchir des perturbations dues aux faibles dimensions de nos échantillons.

### A.1.3.2 Quel modèle d'anisotropie pour le tesson de terre cuite ?

La structure microscopique du tesson de terre cuite résulte principalement de 2 facteurs :

- Initialement, l'arrangement interne des argiles se fait en feuillets [5].
- Avant cuisson, les briques sont fabriquées par extrusion (cf. Figure I.1) ce qui induit une orientation préférentielle des feuillets d'argiles.

A l'échelle macroscopique, des mesures thermiques (cf. [5]) mais aussi mécaniques (statiques, cf. [6]) mettent en évidence un comportement de type transverse isotrope. Autrement dit, les propriétés élastiques sont sensiblement les mêmes dans le plan d'extrusion, noté (LR) et sont différentes dans la direction perpendiculaire à ce plan (notée T).

L'orientation des axes est illustrée Figure A. 2, où le repère (L,R,T) se confond avec (y,z,x).



Figure A. 2 Définition des axes principaux d'un échantillon de tesson.

Dans le repère des axes principaux, on doit donc déterminer les 5 constantes élastiques du tenseur suivant :

<sup>1</sup> La directivité d'un transducteur circulaire est par exemple donnée par son angle de rayonnement  $\alpha \approx 1.22\lambda/a$  (a étant le rayon de l'émetteur,  $\lambda$  la longueur d'onde dans le milieu).

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} = \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{pmatrix} \quad \text{éq. A. 4}$$

En notation « ingénieur », cela revient à évaluer les 2 modules d'Young, 2 coefficients de Poisson et le module de cisaillement indépendants du solide :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_T = \frac{(C_{11} C_{22} - 2 C_{12}^2 + C_{23} C_{22})}{C_{22} + C_{23}} \\ E_{L,R} = \frac{(C_{11} C_{22}^2 - C_{11} C_{23}^2 - 2 C_{22} C_{12}^2 + 2 C_{23} C_{12}^2)}{C_{11} C_{22} - C_{12}^2} \\ G_{LT} \equiv C_{55} \\ \nu_{LR} = \frac{E_L}{C_{22} - C_{23}} - 1 \\ \nu_{LT} = \frac{E_T C_{12}}{C_{11} C_{22} - 2 C_{12}^2 + C_{11} C_{23}} \\ \Rightarrow G_{LR} \equiv C_{44} = \frac{E_{L,R}}{2(1 + \nu_{LR})} \end{array} \right. \quad \text{éq. A. 5}$$

### A.1.3.3 Détermination des $C_{ijkl}$

En supposant le milieu de propagation homogène, les vitesses de propagation des ondes élastiques sont solutions de l'équation de Christoffel [17] :

$$\begin{aligned} \Gamma_{il} u_i^0 &= \rho v^2 u_i^0 \\ \Gamma_{il} &= C_{ijkl} n_j n_k \\ i, l &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad \text{éq. A. 6}$$

$\rho$  étant la masse volumique du solide,  $\mathbf{n}$  la direction de propagation et  $v$  la vitesse. La relation éq. A. 6 est une équation aux valeurs propres : pour chaque direction  $\mathbf{n}$ , elle admet 3 valeurs propres (les modules élastiques  $\rho v^2$ ) et 3 vecteurs propres (les vecteurs polarisations  $\mathbf{u}^0$ ).

La propagation selon 2 axes principaux fournit 4 des 5 inconnues :

- $\mathbf{n}=[1,0,0]$  : propagation selon T

Dans ce cas le tenseur de Christoffel est diagonal et il existe un mode longitudinal polarisé selon  $[1,0,0]$  se propageant à la vitesse  $v_l=(C_{11}/\rho)^{1/2}$ , puis deux modes transverses (dégénérés) de vitesse  $v_t=(C_{55}/\rho)^{1/2}$ .

➤  $\mathbf{n}=[0,1,0]$  : propagation selon L

Là aussi, la matrice  $\Gamma_{ij}$  est diagonale avec un mode longitudinal polarisé  $[0,1,0]$  se propageant à la vitesse  $v_l=(C_{22}/\rho)^{1/2}$ , deux modes transverses dont un polarisé selon R  $[0,0,1]$  et de vitesse de propagation  $v_t=(C_{44}/\rho)^{1/2}$ .

Ces deux directions de propagation donnent accès à  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{55}$  et  $C_{23}$  (par l'intermédiaire du module de cisaillement  $C_{44}$ , cf. éq. A. 5). Il nous reste à déterminer le paramètre  $C_{12}$ .

➤  $\mathbf{n}=[\cos(\theta),\sin(\theta),0]$  : propagation dans le plan (LT)

Dans ce cas, la matrice de Christoffel s'écrit :

$$\bar{\Gamma} = \begin{pmatrix} C_{11} \cos^2(\theta) + C_{55} \sin^2(\theta) & \frac{(C_{12} + C_{55})}{2} \sin(2\theta) & 0 \\ \frac{(C_{12} + C_{55})}{2} \sin(2\theta) & C_{55} \cos^2(\theta) + C_{22} \sin^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \cos^2(\theta) + C_{44} \sin^2(\theta) \end{pmatrix} \quad \text{éq. A. 7}$$

Il y a propagation d'un mode transverse polarisé  $[0,0,1]$  se propageant à la vitesse  $v_t=(C_{55}\cos^2(\theta)+C_{44}\sin^2(\theta)/\rho)^{1/2}$  et de 2 autres modes (1 quasi-longitudinal et 1 quasi-transverse) de vitesses :

$$v_{Ql,Qt}(\theta) = \sqrt{\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22} \pm \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})^2 + 4\Gamma_{12}^2}}{2\rho}} \quad \text{éq. A. 8}$$

Si par exemple  $\mathbf{n}=[1,1,0]$  il existe alors un mode quasi-longitudinal dont les propriétés dépendent directement du coefficient  $C_{12}$  :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Ql} = \begin{pmatrix} \frac{(C_{11} - C_{22})}{2(C_{55} + C_{12})} + \frac{\sqrt{(C_{11} - C_{22})^2 + 4(C_{12} + C_{55})^2}}{2(C_{55} + C_{12})} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{éq. A. 9}$$

$$v_{Ql} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( \frac{C_{11} + C_{22}}{4} + \frac{C_{55}}{2} + \frac{\sqrt{(C_{11} - C_{22})^2 + 4(C_{12} + C_{55})^2}}{4} \right)}$$

#### A.1.3.4 Mesure et dispositif expérimental

Les mesures ont été effectuées sur différents échantillons issus de briques réelles. Il s'agit de mesures en transmission : l'échantillon est placé entre 2 transducteurs piézoélectriques jouant le rôle d'émetteur et de récepteur. 2 types de transducteurs (de fréquence de résonance de 500kHz) ont été utilisés, selon la nature des ondes à émettre et capter : Panametrics V101 pour les ondes de compression et V151 pour les ondes de cisaillement.

La chaîne d'acquisition permettant d'évaluer les temps de vol de chaque mode élastique est représentée Figure A. 3.

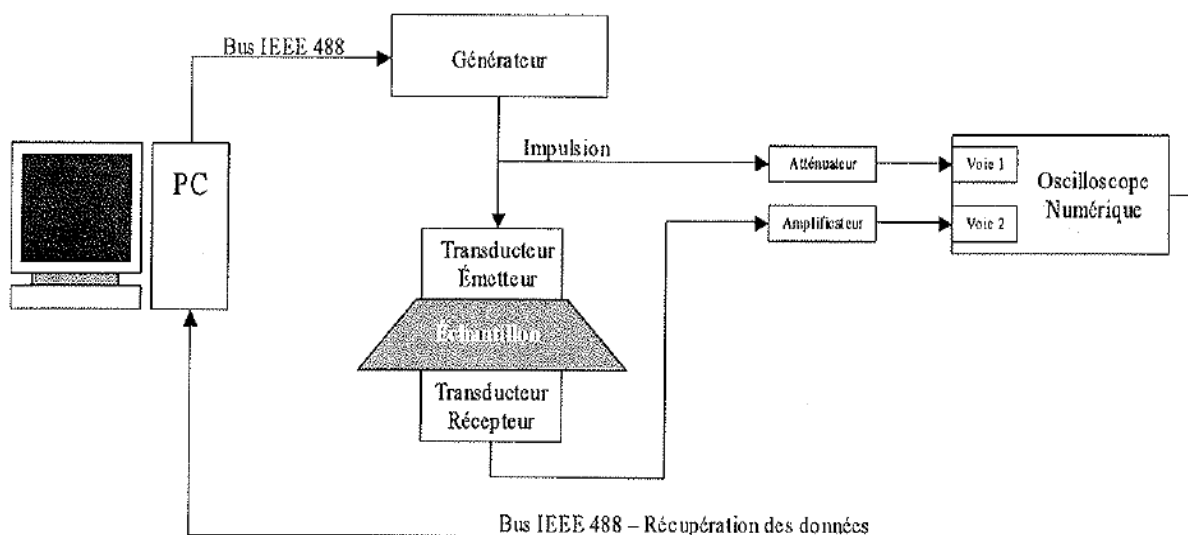


Figure A. 3 Dispositif de mesure d'ultrasons dans le tesson.

A cause des faibles dimensions des échantillons testés (de l'ordre de 10 à 30cm<sup>3</sup>), le signal transmis est complexe : il résulte de la superposition des diverses ondes réfléchies sur les bords. La Figure A. 4 illustre ce phénomène dans le cas de la propagation d'un mode de compression.

Malgré tout, la simple lecture du temps associé à la première montée du signal transmis donne accès au temps de vol : le premier écho perçu correspond nécessairement au temps d'arrivée de l'onde directe (de compression).

La situation est plus délicate lors de mesures en cisaillement. A cause des conversions de modes qu'il existe aux interfaces avec l'air et du capteur lui-même (qui n'est jamais parfaitement polarisé), des ondes de compression peuvent très bien être perçues les premières par le capteur en transmission (cf. Figure A. 5).

Dans ce cas, la mesure du temps de vol peut se faire en exploitant une propriété de la transformée de Fourier : dans le domaine fréquentiel, la superposition de 2 sinusoides de même fréquence entraîne une modification de la phase.

Ainsi, lorsque l'onde de cisaillement recherchée est détectée par le capteur, on observe une rupture de phase dans le signal transmis : c'est cette rupture qui correspond au temps de vol de l'onde de cisaillement.

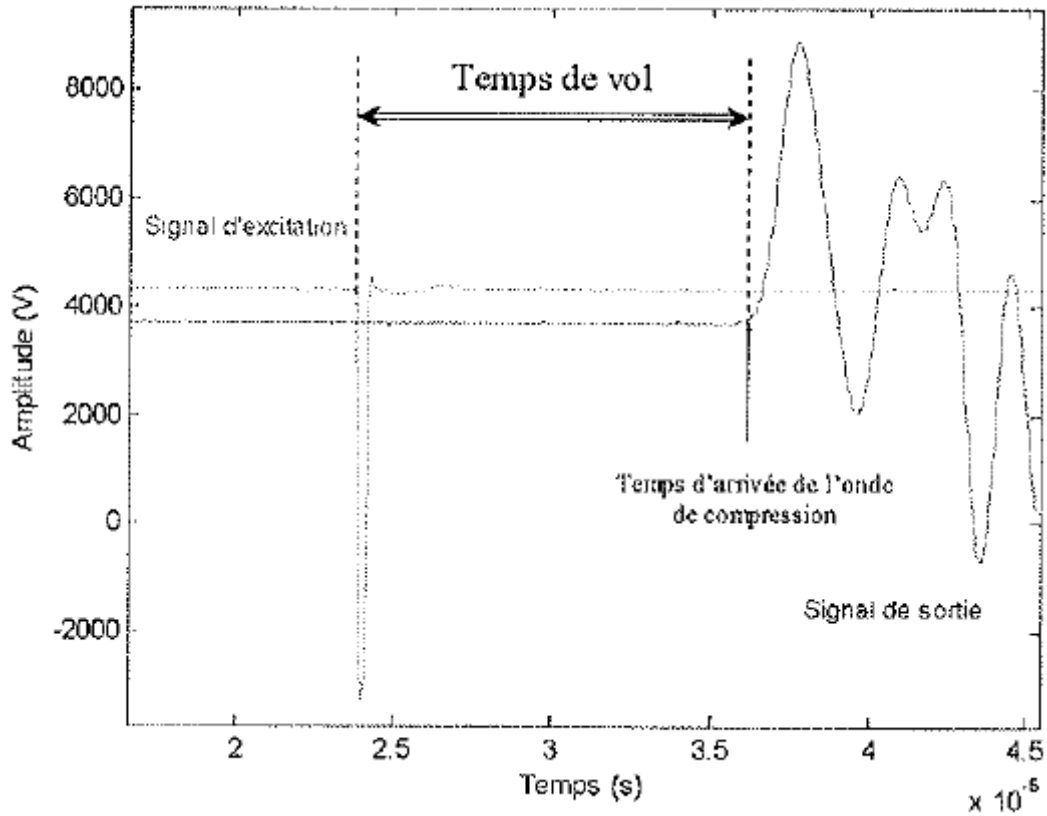


Figure A. 4 Exemple de détermination du temps de vol associé à la propagation d'un mode de compression.

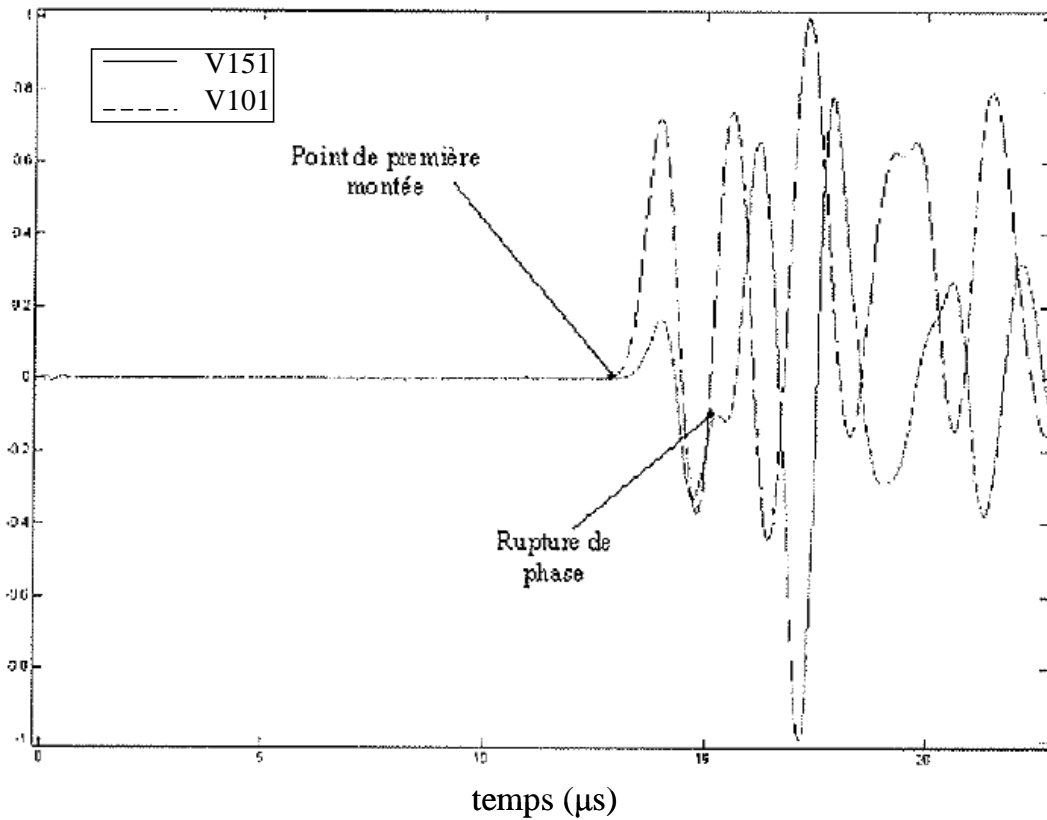


Figure A. 5 Exemple de détermination du temps de vol des ondes de cisaillement.

### A.1.3.5 Premiers résultats

Afin de valider le modèle d'anisotropie adopté pour le tesson, nous avons mesuré les vitesses de propagation des ondes de compression dans les directions L, R et T. Le Tableau 12 résume les valeurs obtenues.

Echantillon	1	2	3	4
$V_L$ (m/s)	2389±134	3130±98	2240±33	2600±131
$V_R$ (m/s)	2204±159	2765±120	2016±81	2550±43
$V_T$ (m/s)	1208±93	1536±177	986±54	1492±113

Tableau 12 Vitesses des modes longitudinaux dans les directions L,R,T mesurées sur 4 tessons différents (Panametrics V101,  $f_r \approx 500\text{kHz}$ ).

Comme prévu, ces vitesses sont très voisines dans le plan d'extrusion (LR), qui est donc assimilable à un plan d'isotropie. Cette isotropie transverse se fait bien par rapport à la direction T pour laquelle la vitesse de propagation est beaucoup plus faible.

Malgré la dispersion observée, remarquons que le même type d'anisotropie est observé sur tous les échantillons testés.

### A.1.4 Résultats obtenus et influence du moyen de mesure

#### A.1.4.1 Comparaison des méthodes de caractérisation

Pour différents échantillons (issus de différentes briques), nous comparons la constante de rigidité mesurée dans la direction d'extrusion L.

Echantillon	A ( $\rho=1810\text{kg/m}^3$ )	B ( $\rho=1900\text{kg/m}^3$ )	C ( $\rho=2000\text{kg/m}^3$ )
$E_L$ obtenu par flexion (GPa)	7.3±0.4 ( $h=7\text{mm}$ , $l_z=17.35\text{cm}$ , $l_y=1.88\text{cm}$ )	14±0.5 ( $h=6.77\text{mm}$ , $l_z=17.55\text{cm}$ , $l_y=1.84\text{cm}$ )	11.7±0.8 ( $h=10.5\text{mm}$ , $l_z=20.85\text{cm}$ , $l_y=2.64\text{cm}$ )
$E_L$ obtenu par compression (GPa)	4.8* ( $h=7\text{mm}$ , $l_z=55.27\text{mm}$ , $l_y=25.38\text{mm}$ )	7.9* ( $h=6.77\text{mm}$ , $l_z=4.19\text{cm}$ , $l_y=1.86\text{cm}$ )	6.7* ( $h=10.5\text{mm}$ , $l_z=3.85\text{cm}$ , $l_y=2.64\text{cm}$ )
$C_{22}$ obtenu par ultrasons (GPa)	8.2±0.3 ( $h=7\text{mm}$ , $l_z=55.27\text{mm}$ , $l_y=25.38\text{mm}$ )	13.6±0.8 ( $h=6.77\text{mm}$ , $l_z=4.19\text{cm}$ , $l_y=1.86\text{cm}$ )	13.5±1.4 ( $h=10.5\text{mm}$ , $l_z=3.85\text{cm}$ , $l_y=3.1\text{cm}$ )

Tableau 13 Rigidité mesurée dans le sens de l'extrusion sur 3 échantillons par flexion, ultrasons et essais de compression (\*dans ce cas, les valeurs données sont une moyenne sur 10 essais). La référence des axes est celle de la Figure A. 2.

Les modules dynamiques obtenus par flexion et ultrasons sont en bon accord<sup>1</sup>. En revanche, les essais de compression donnent dans tous les cas des valeurs beaucoup plus faibles. De part les nombreuses inhomogénéités présentes (microfissures

<sup>1</sup> La comparaison est a priori pertinente car  $C_{22} \approx E_L$  d'après l'éq. A. 5.



notamment), cette méthode nous semble inadaptée à la caractérisation d'échantillons de terre cuite de faibles dimensions<sup>1</sup>.

#### A.1.4.2 Mesures ultrasonores

Le Tableau 14 donne les constantes élastiques issues des vitesses de propagation mesurées sur :

- 1) et 2) : deux échantillons issus de briques de 20cm d'épaisseur à perforations verticales.
- 3) : un tesson issu d'une brique de 30cm d'épaisseur à perforations verticales.
- 4) : un tesson issu d'une brique porosée de 37.5cm d'épaisseur (et à perforations verticales).
- et 5) : un échantillon provenant d'une brique de 20cm d'épaisseur à perforations horizontales.

Echantillon	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$C_{55}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)
1	1860±5	3.7±0.3	11±0.5	3.9±0.4	2±0.2	1.5±0.7
2	1900±5	4.7±0.3	13.6±0.8	6.5±0.4	3.6±0.4	
3	1808±4	5.2±0.2	18±0.6	6.4±0.5	3.3±0.3	
4	1445±3	4.4±0.4	12.3±0.4	5±0.5	2.7±0.4	
5	1820±5	3.3±0.2	13±0.6	5.3±0.6	2.9±0.5	

Tableau 14 Constantes élastiques mesurées sur 5 tessons différents.

A nouveau, on retrouve une dispersion des valeurs mais surtout un même type d'anisotropie : ce dernier est propre au procédé de fabrication des briques (extrusion) et de l'orientation microscopique des argiles (en feuillets).

Notons que les valeurs de  $C_{55}$  et  $C_{44}$  reflètent également cette anisotropie de la terre cuite : les feuillets résiste moins à un cisaillement hors plan que lorsque la sollicitation se fait dans le plan (LR).

#### Remarques :

- Globalement, les incertitudes de mesures sont plus importantes sur les modules de cisaillement : la mesure des temps de vol associés est moins précise que pour les modes de compression (cf. Figure A. 5).
- La mesure de  $C_{12}$  nécessite de tailler le tesson dans la direction [110], ce qui n'est pas aisé : cela a été fait pour l'échantillon 1 mais la mesure est entachée d'une forte incertitude. De part le faible impact de ce paramètre (lié au coefficient de Poisson  $\nu_{LT}$ , cf. éq. A. 5), nous l'avons fixé à une valeur générique.

## A.2. Analyse de la dispersion observée

### A.2.1 Au sein d'une même brique

<sup>1</sup> A l'échelle d'une brique, l'essai de compression est moins sensible à la présence de microfissures : le rapport entre la taille typique de l'échantillon et celle des microfissures est beaucoup plus grand que pour un échantillon de tesson seul.

Afin de quantifier la dispersion des paramètres mécaniques au sein d'une brique, on extrait des barres de tesson pris dans plusieurs secteurs de cette dernière. Pour chacune d'elles, on mesure les 3 ou 4 premières fréquences de résonance.

Les résultats sont rapportés Figure A. 6.

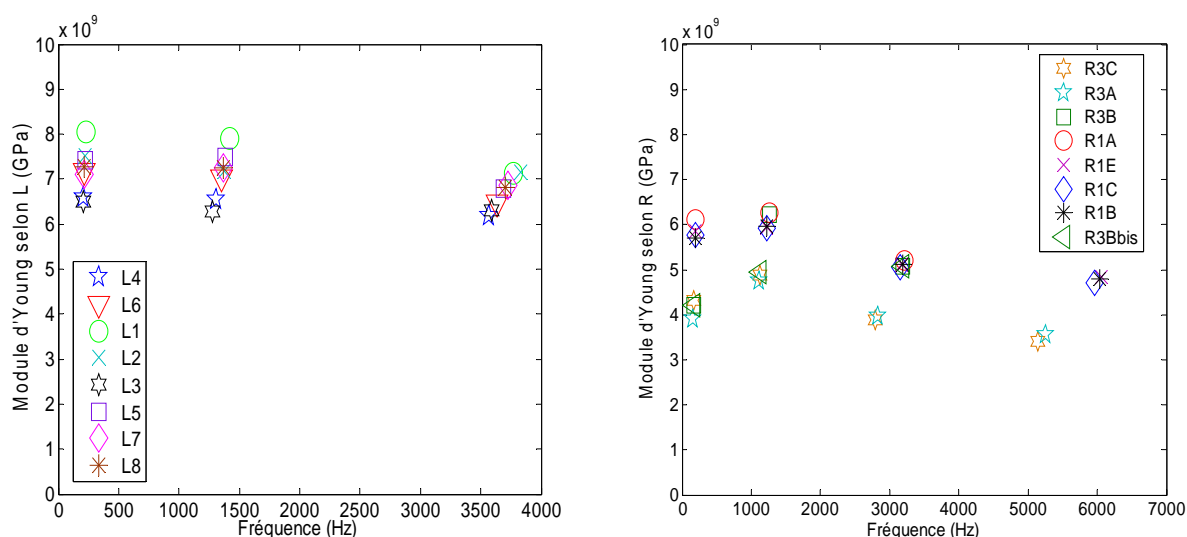


Figure A. 6 Modules d'Young mesurés sur barreaux orientés selon L (à gauche) ou R. Les incertitudes varient de 0.3 à 0.5 GPa selon l'échantillon.

Les barreaux indicés Li ( $i=3,4$ ) et R3(A,B,C,Bbis) sont issus de l'intérieur de la brique alors que tous les autres proviennent des cloisons extérieures.

On constate tout d'abord une légère dispersion des valeurs selon la position de l'échantillon dans la brique : une explication possible pour rendre compte de cette inhomogénéité est l'influence des phases de cuisson et de séchage du produit.

Ceci étant, nous retrouvons que les modules dans le plan (LR) sont sensiblement les mêmes.

Hormis cette légère dispersion due à la position des échantillons dans la brique, on peut qualifier la dispersion observée de modérée voire faible.

### A.2.2 Pour plusieurs briques issues d'un même lot de fabrication

Considérons à présent 3 briques provenant d'un même lot. Sur chaque brique, on extrait une dizaine de barreaux orientés dans la direction L.

La Figure A. 7 met en évidence une très faible variation du module d'Young d'une brique à l'autre : la dispersion observée est faible.

Qualitativement, les conditions de fabrication (nature de l'argile, température de cuisson, etc...) sont les mêmes pour des briques issues d'un même lot.

### A.2.3 Pour plusieurs briques issues d'usines de fabrication différentes

Nous envisageons à présent le cas où les briques ont le même profil, viennent du même fabricant mais de sites de fabrication différents. Les modules mesurés sur 2 briques sont à nouveau comparés (cf. Figure A. 8).

La dispersion apparaît dans ce cas beaucoup plus importante : la matière première, l'argile, la température de cuisson... sont autant de paramètres qui sont propres à chaque site de fabrication.

Pour conclure quant à l'importance du tesson, nous évaluons les pertes par transmission d'une paroi ayant comme constituant l'un des 2 tessons caractérisés.

Comme le montre la Figure A. 9, la phase de caractérisation du tesson peut se traduire, à l'échelle du mur, par des écarts notables entre les différents indices R simulés. Le tesson est donc un paramètre d'entrée influant à l'échelle du mur.

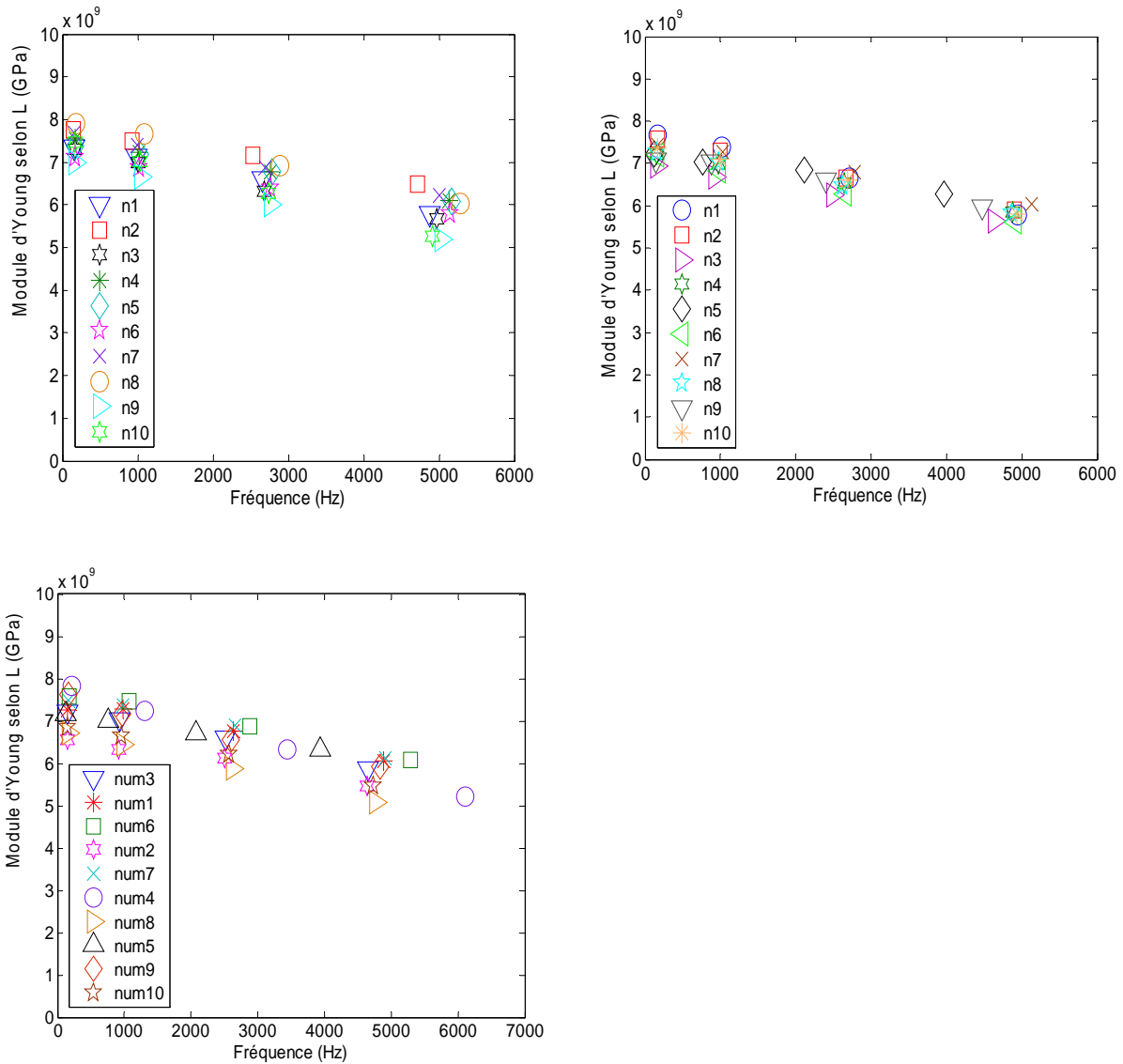


Figure A. 7 Dispersion du module d'Young sur 3 briques d'un même lot de fabrication.

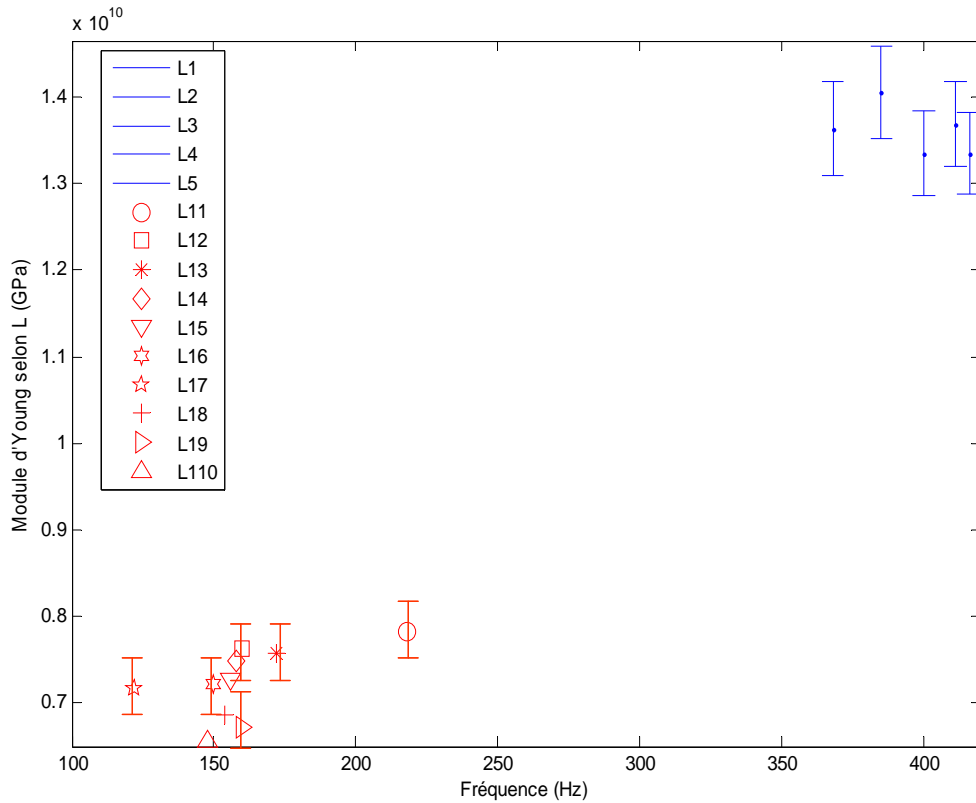


Figure A. 8 Mise en évidence de la dispersion du module d'Young  $E_L$  sur 2 briques issues d'usines différentes.

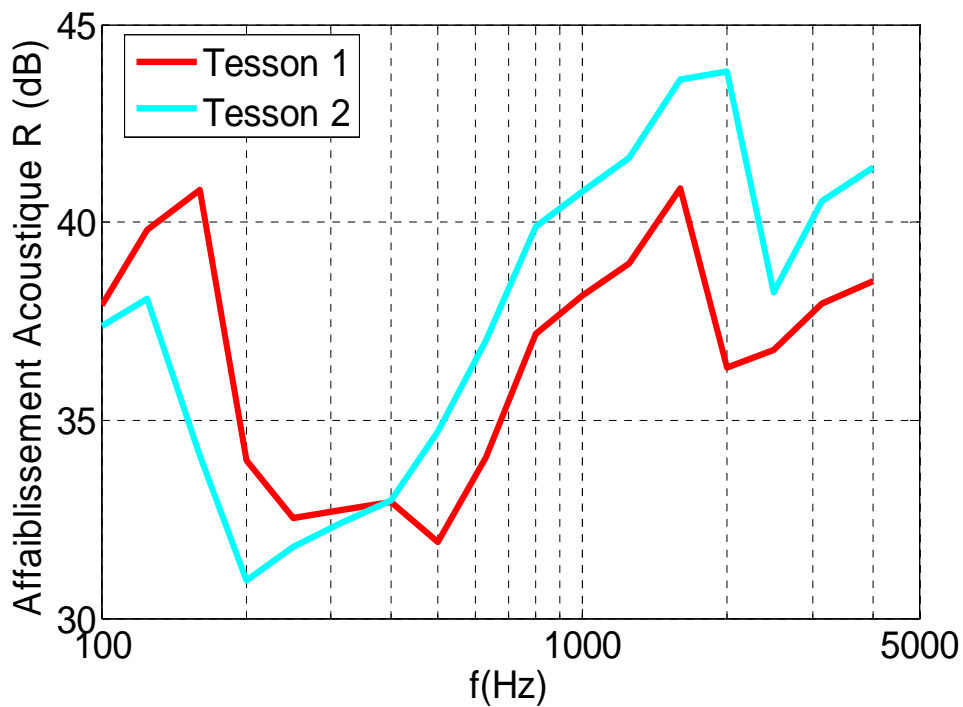


Figure A. 9 Influence de la caractérisation du tesson sur le  $R$  simulé à l'échelle du mur (cas d'une paroi de 20cm d'épaisseur).

## Annexe B Formalisme des matrices de transfert

### B.1. Cas d'une couche épaisse orthotrope : matrices $P(k_x, k_y)$ et $R(k_x, k_y)$

Les éléments de la matrice  $\bar{R}(k_x, k_y)$  de l'équation II.9 sont :

$$\begin{aligned} R_{1j} &= W_{xj}(k_x, k_y) e^{i\gamma_j h}; R_{2j} = W_{yj}(k_x, k_y) e^{i\gamma_j h} \\ R_{3j} &= W_{zj}(k_x, k_y) e^{i\gamma_j h}; R_{4j} = W_{xj}(k_x, k_y) \\ R_{5j} &= W_{yj}(k_x, k_y); R_{6j} = W_{zj}(k_x, k_y) \\ j &= [1,6] \end{aligned}$$

De même, les éléments de la matrice  $\bar{P}(k_x, k_y)$  de l'équation II.10 sont :

$$\begin{aligned} P_{1j} &= iC_{55} [\gamma_j W_{xj}(k_x, k_y) + k_x W_{zj}(k_x, k_y)] e^{i\gamma_j h} \\ P_{2j} &= iC_{44} [\gamma_j W_{yj}(k_x, k_y) + k_y W_{zj}(k_x, k_y)] e^{i\gamma_j h} \\ P_{3j} &= i[k_x C_{13} W_{xj}(k_x, k_y) + k_y C_{23} W_{yj}(k_x, k_y) + \gamma_j C_{33} W_{zj}(k_x, k_y)] e^{i\gamma_j h} \\ P_{4j} &= iC_{55} [\gamma_j W_{xj}(k_x, k_y) + k_x W_{zj}(k_x, k_y)] \\ P_{5j} &= iC_{44} [\gamma_j W_{yj}(k_x, k_y) + k_y W_{zj}(k_x, k_y)] \\ P_{6j} &= i[k_x C_{13} W_{xj}(k_x, k_y) + k_y C_{23} W_{yj}(k_x, k_y) + \gamma_j C_{33} W_{zj}(k_x, k_y)] \\ j &= [1,6] \end{aligned}$$

### B.2. Cas d'un multicouche : relation entre matrice de transfert $M(k_x, k_y)$ et matrice de raideur $S(k_x, k_y)$

Une couche solide homogène, orthotrope ou isotrope, est décrite par sa matrice de transfert  $\bar{M}(k_x, k_y)$  dont les éléments, notés  $M(i,j)$  avec  $i,j=[1,6]$ , sont reliés à ceux de la matrice  $\bar{S}(k_x, k_y)$  par :

$$M(1,1) = (S(1,2)S(5,3)S(6,1) + S(1,3)S(5,1)S(6,2) + S(1,1)S(6,3)S(5,2) - S(1,2)S(5,1)S(6,3) - S(1,1)S(5,3)S(6,2) - S(1,3)S(6,1)S(5,2)) / \text{den}$$

$$M(1,2) = (S(1,2)S(6,3)S(4,1) - S(1,3)S(4,1)S(6,2) - S(1,2)S(6,1)S(4,3) + S(1,1)S(4,3)S(6,2) - S(1,1)S(6,3)S(4,2) + S(1,3)S(4,2)S(6,1)) / \text{den}$$

$$M(1,3) = (S(1,3)S(4,1)S(5,2) - S(1,2)S(4,1)S(5,3) + S(1,2)S(5,1)S(4,3) + S(1,1)S(4,2)S(5,3) - S(1,1)S(4,3)S(5,2) - S(1,3)S(4,2)S(5,1)) / \text{den}$$

$$M(1,4) = (S(1,1)S(5,3)S(4,4)S(6,2) - S(1,1)S(6,3)S(4,4)S(5,2) + S(1,4)S(4,2)S(6,1)S(5,3) - S(1,1)S(6,4)S(4,2)S(5,3) - S(1,2)S(6,3)S(4,1)S(5,4) + S(1,4)S(4,1)S(6,3)S(5,2) + S(1,2)S(5,4)S(6,1)S(4,3) - S(1,3)S(4,4)S(5,1)S(6,2) -$$

$$S(1,1)S(5,4)S(4,3)S(6,2)+S(1,3)S(4,4)S(6,1)S(5,2)+S(1,4)S(4,3)S(5,1)S(6,2)+S(1,1)S(6,3)S(4,2)S(5,4)-S(1,4)S(4,3)S(6,1)S(5,2)-S(1,4)S(4,1)S(6,2)S(5,3)-S(1,2)S(5,3)S(6,1)S(4,4)+S(1,3)S(4,1)S(6,2)S(5,4)-S(1,2)S(5,1)S(6,4)S(4,3)-S(1,3)S(4,1)S(6,4)S(5,2)+S(1,1)S(6,4)S(4,3)S(5,2)+S(1,2)S(6,4)S(4,1)S(5,3)-S(1,4)S(4,2)S(5,1)S(6,3)-S(1,3)S(4,2)S(6,1)S(5,4)+S(1,2)S(5,1)S(6,3)S(4,4)+S(1,3)S(4,2)S(5,1)S(6,4))/den$$

$$M(1,5)=(S(1,1)S(5,3)S(4,5)S(6,2)+S(1,5)S(4,2)S(6,1)S(5,3)-S(1,3)S(4,2)S(6,1)S(5,5)+S(1,5)S(4,3)S(5,1)S(6,2)+S(1,5)S(4,1)S(6,3)S(5,2)+S(1,1)S(6,3)S(4,2)S(5,5)+S(1,2)S(5,5)S(6,1)S(4,3)-S(1,1)S(6,5)S(4,2)S(5,3)-S(1,2)S(5,3)S(6,1)S(4,5)+S(1,1)S(6,5)S(4,3)S(5,2)-S(1,1)S(6,3)S(4,5)S(5,2)+S(1,3)S(4,2)S(5,1)S(6,5)-S(1,5)S(4,2)S(5,1)S(6,3)-S(1,5)S(4,3)S(6,1)S(5,2)-S(1,5)S(4,1)S(6,2)S(5,3)-S(1,1)S(5,5)S(4,3)S(6,2)-S(1,3)S(4,1)S(6,5)S(5,2)+S(1,3)S(4,1)S(6,2)S(5,5)+S(1,2)S(5,1)S(6,3)S(4,5)-S(1,3)S(4,5)S(5,1)S(6,2)+S(1,3)S(4,5)S(6,1)S(5,2)-S(1,2)S(6,3)S(4,1)S(5,5)+S(1,2)S(6,5)S(4,1)S(5,3)-S(1,2)S(5,1)S(6,5)S(4,3))/den$$

$$M(1,6)=(S(1,2)S(5,1)S(6,3)S(4,6)+S(1,2)S(6,6)S(4,1)S(5,3)+S(1,1)S(6,3)S(4,2)S(5,6)+S(1,1)S(6,6)S(4,3)S(5,2)+S(1,3)S(4,2)S(5,1)S(6,6)-S(1,6)S(4,3)S(6,1)S(5,2)+S(1,1)S(5,3)S(4,6)S(6,2)+S(1,6)S(4,2)S(6,1)S(5,3)+S(1,2)S(5,6)S(6,1)S(4,3)+S(1,3)S(4,1)S(6,2)S(5,6)+S(1,3)S(4,6)S(6,1)S(5,2)+S(1,6)S(4,3)S(5,1)S(6,2)+S(1,6)S(4,1)S(6,3)S(5,2)-S(1,1)S(5,6)S(4,3)S(6,2)-S(1,3)S(4,2)S(6,1)S(5,6)-S(1,1)S(6,3)S(4,6)S(5,2)-S(1,2)S(5,1)S(6,6)S(4,3)-S(1,1)S(6,6)S(4,2)S(5,3)-S(1,3)S(4,6)S(5,1)S(6,2)-S(1,3)S(4,1)S(6,6)S(5,2)-S(1,2)S(6,3)S(4,1)S(5,6)-S(1,2)S(5,3)S(6,1)S(4,6)-S(1,6)S(4,1)S(6,2)S(5,3)-S(1,6)S(4,2)S(5,1)S(6,3))/den$$

$$M(2,1)=(-S(2,1)S(5,3)S(6,2)+S(2,3)S(5,1)S(6,2)-S(2,2)S(5,1)S(6,3)-S(2,3)S(6,1)S(5,2)+S(2,2)S(5,3)S(6,1)+S(2,1)S(6,3)S(5,2))/den$$

$$M(2,2)=(S(2,2)S(6,3)S(4,1)+S(2,1)S(4,3)S(6,2)-S(2,3)S(4,1)S(6,2)-S(2,1)S(6,3)S(4,2)+S(2,3)S(4,2)S(6,1)-S(2,2)S(6,1)S(4,3))/den$$

$$M(2,3)=(S(2,3)S(4,1)S(5,2)-S(2,3)S(4,2)S(5,1)+S(2,2)S(5,1)S(4,3)-S(2,2)S(4,1)S(5,3)-S(2,1)S(4,3)S(5,2)+S(2,1)S(4,2)S(5,3))/den$$

$$M(2,4)=(S(2,4)S(4,1)S(6,3)S(5,2)+S(2,4)S(4,2)S(6,1)S(5,3)-S(2,3)S(4,4)S(5,1)S(6,2)-S(2,1)S(6,3)S(4,4)S(5,2)+S(2,3)S(4,2)S(5,1)S(6,4)-S(2,4)S(4,1)S(6,2)S(5,3)-S(2,4)S(4,2)S(5,1)S(6,3)+S(2,2)S(6,4)S(4,1)S(5,3)+S(2,2)S(5,4)S(6,1)S(4,3)+S(2,3)S(4,1)S(6,2)S(5,4)+S(2,2)S(5,1)S(6,3)S(4,4)+S(2,1)S(6,3)S(4,2)S(5,4)-S(2,3)S(4,2)S(6,1)S(5,4)+S(2,1)S(6,4)S(4,3)S(5,2)+S(2,3)S(4,4)S(6,1)S(5,2)-S(2,2)S(5,3)S(6,1)S(4,4)+S(2,4)S(4,3)S(5,1)S(6,2)-S(2,2)S(5,1)S(6,4)S(4,3)-S(2,1)S(6,4)S(4,2)S(5,3)-S(2,1)S(5,4)S(4,3)S(6,2)-S(2,4)S(4,3)S(6,1)S(5,2)-S(2,3)S(4,1)S(6,4)S(5,2)+S(2,1)S(5,3)S(4,4)S(6,2)-S(2,2)S(6,3)S(4,1)S(5,4))/den$$

$$M(2,5)=(S(2,2)S(6,5)S(4,1)S(5,3)+S(2,5)S(4,3)S(5,1)S(6,2)+S(2,2)S(5,5)S(6,1)S(4,3)-S(2,1)S(5,5)S(4,3)S(6,2)+S(2,5)S(4,2)S(6,1)S(5,3)+S(2,5)S(4,1)S(6,3)S(5,2)-S(2,5)S(4,1)S(6,2)S(5,3)+S(2,3)S(4,2)S(5,1)S(6,5)-S(2,2)S(5,1)S(6,5)S(4,3)-S(2,5)S(4,3)S(6,1)S(5,2)-S(2,3)S(4,5)S(5,1)S(6,2)-S(2,3)S(4,1)S(6,5)S(5,2)+S(2,1)S(6,3)S(4,2)S(5,5)+S(2,3)S(4,5)S(6,1)S(5,2)-S(2,2)S(5,3)S(6,1)S(4,5)-S(2,1)S(6,3)S(4,5)S(5,2)+S(2,3)S(4,1)S(6,2)S(5,5)-S(2,1)S(6,5)S(4,2)S(5,3)-S(2,3)S(4,2)S(6,1)S(5,5)+S(2,2)S(5,1)S(6,3)S(4,5)-S(2,5)S(4,2)S(5,1)S(6,3)+S(2,1)S(6,5)S(4,3)S(5,2)-S(2,2)S(6,3)S(4,1)S(5,5)+S(2,1)S(5,3)S(4,5)S(6,2))/den$$

$$M(2,6)=(-S(2,2)S(5,1)S(6,6)S(4,3)+S(2,3)S(4,1)S(6,2)S(5,6)+S(2,3)S(4,2)S(5,1)S(6,6)+S(2,3)S(4,6)S(6,1)S(5,2)+S(2,2)S(6,6)S(4,1)S(5,3)+S(2,1)S(6,3)S(4,2)S(5,6)+S(2,2)S(5,6)S(6,1)S(4,3)+S(2,2)S(5,1)S(6,3)S(4,6)+S(2,6)S(4,2)S(6,1)S(5,3)+S(2,1)S(6,6)S(4,3)S(5,2)+S(2,1)S(5,3)S(4,6)S(6,2)+S(2,6)S(4,3)S(5,1)S(6,2)+S(2,6)S(4,1)S(6,3)S(5,2)-S(2,6)S(4,1)S(6,2)S(5,3)-S(2,6)S(4,2)S(5,1)S(6,3)-S(2,6)S(4,3)S(6,1)S(5,2)-S(2,3)S(4,1)S(6,6)S(5,2)-S(2,2)S(5,3)S(6,1)S(4,6)-S(2,1)S(6,3)S(4,6)S(5,2)-S(2,1)S(5,6)S(4,3)S(6,2)-S(2,1)S(6,6)S(4,2)S(5,3)-S(2,3)S(4,2)S(6,1)S(5,6)-S(2,3)S(4,6)S(5,1)S(6,2)-S(2,2)S(6,3)S(4,1)S(5,6))/den$$

$$M(3,1)=(-S(3,3)S(6,1)S(5,2)+S(3,1)S(6,3)S(5,2)+S(3,2)S(5,3)S(6,1)-S(3,2)S(5,1)S(6,3)-S(3,1)S(5,3)S(6,2)+S(3,3)S(5,1)S(6,2))/den$$

$$M(3,2) = (-S(3,3)S(4,1)S(6,2) + S(3,1)S(4,3)S(6,2) + S(3,2)S(6,3)S(4,1) - S(3,2)S(6,1)S(4,3) - S(3,1)S(6,3)S(4,2) + S(3,3)S(4,2)S(6,1)) / \text{den}$$

$$M(3,3) = (S(3,2)S(5,1)S(4,3) - S(3,1)S(4,3)S(5,2) + S(3,3)S(4,1)S(5,2) + S(3,1)S(4,2)S(5,3) - S(3,2)S(4,1)S(5,3) - S(3,3)S(4,2)S(5,1)) / \text{den}$$

$$M(3,4) = (-S(3,2)S(5,3)S(6,1)S(4,4) + S(3,1)S(5,3)S(4,4)S(6,2) - S(3,4)S(4,3)S(6,1)S(5,2) + S(3,2)S(5,1)S(6,3)S(4,4) - S(3,2)S(6,3)S(4,1)S(5,4) - S(3,4)S(4,1)S(6,2)S(5,3) + S(3,4)S(4,2)S(6,1)S(5,3) + S(3,3)S(4,2)S(5,1)S(6,4) - S(3,4)S(4,2)S(5,1)S(6,3) - S(3,1)S(5,4)S(4,3)S(6,2) + S(3,1)S(6,3)S(4,2)S(5,4) - S(3,3)S(4,4)S(5,1)S(6,2) + S(3,2)S(5,4)S(6,1)S(4,3) - S(3,3)S(4,1)S(6,4)S(5,2) + S(3,3)S(4,1)S(6,2)S(5,4) - S(3,2)S(5,1)S(6,4)S(4,3) + S(3,1)S(6,4)S(4,3)S(5,2) - S(3,1)S(6,3)S(4,4)S(5,2) + S(3,4)S(4,3)S(5,1)S(6,2) + S(3,2)S(6,4)S(4,1)S(5,3) - S(3,3)S(4,2)S(6,1)S(5,4) - S(3,1)S(6,4)S(4,2)S(5,3) + S(3,4)S(4,1)S(6,3)S(5,2) + S(3,3)S(4,4)S(6,1)S(5,2)) / \text{den}$$

$$M(3,5) = (-S(3,5)S(4,1)S(6,2)S(5,3) - S(3,2)S(5,1)S(6,5)S(4,3) + S(3,3)S(4,2)S(5,1)S(6,5) - S(3,5)S(4,2)S(5,1)S(6,3) + S(3,5)S(4,3)S(5,1)S(6,2) - S(3,5)S(4,3)S(6,1)S(5,2) + S(3,1)S(6,5)S(4,3)S(5,2) + S(3,5)S(4,2)S(6,1)S(5,3) + S(3,1)S(5,3)S(4,5)S(6,2) + S(3,2)S(5,1)S(6,3)S(4,5) + S(3,3)S(4,1)S(6,2)S(5,5) + S(3,3)S(4,5)S(6,1)S(5,2) + S(3,2)S(5,5)S(6,1)S(4,3) + S(3,2)S(6,5)S(4,1)S(5,3) - S(3,3)S(4,2)S(6,1)S(5,5) - S(3,1)S(6,5)S(4,2)S(5,3) - S(3,3)S(4,5)S(5,1)S(6,2) + S(3,1)S(6,3)S(4,2)S(5,5) - S(3,1)S(5,5)S(4,3)S(6,2) - S(3,2)S(5,3)S(6,1)S(4,5) - S(3,1)S(6,3)S(4,5)S(5,2) + S(3,5)S(4,1)S(6,3)S(5,2) - S(3,2)S(6,3)S(4,1)S(5,5) - S(3,3)S(4,1)S(6,5)S(5,2)) / \text{den}$$

$$M(3,6) = (-S(3,3)S(4,6)S(5,1)S(6,2) - S(3,2)S(5,3)S(6,1)S(4,6) - S(3,6)S(4,3)S(6,1)S(5,2) - S(3,3)S(4,1)S(6,6)S(5,2) - S(3,6)S(4,1)S(6,2)S(5,3) - S(3,6)S(4,2)S(5,1)S(6,3) - S(3,1)S(5,6)S(4,3)S(6,2) - S(3,1)S(6,6)S(4,2)S(5,3) - S(3,2)S(5,1)S(6,6)S(4,3) - S(3,1)S(6,3)S(4,6)S(5,2) - S(3,2)S(6,3)S(4,1)S(5,6) + S(3,2)S(5,6)S(6,1)S(4,3) + S(3,3)S(4,1)S(6,2)S(5,6) + S(3,3)S(4,6)S(6,1)S(5,2) - S(3,3)S(4,2)S(6,1)S(5,6) + S(3,6)S(4,1)S(6,3)S(5,2) + S(3,6)S(4,3)S(5,1)S(6,2) + S(3,2)S(6,6)S(4,1)S(5,3) + S(3,3)S(4,2)S(5,1)S(6,6) + S(3,1)S(5,3)S(4,6)S(6,2) + S(3,1)S(6,6)S(4,3)S(5,2) + S(3,1)S(6,3)S(4,2)S(5,6) + S(3,2)S(5,1)S(6,3)S(4,6) + S(3,6)S(4,2)S(6,1)S(5,3)) / \text{den}$$

etc...

Si par exemple le système est un bicouche constitué d'un mur de briques (couche orthotrope) recouvert d'un enduit (couche isotrope), la matrice de transfert totale s'écrit simplement  $\bar{M}_{\text{tot}} = \bar{M}_{\text{briques}} \times \bar{M}_{\text{enduit}}$ .





# Annexe C Modélisation et mesure des pertes structurales d'une paroi maçonnée

## C.1 Prise en compte de l'amortissement dans les modèles

### C.1.1 Origine physique et modélisation

Il existe dans toute structure vibrante des phénomènes de dissipation « intrinsèques » au milieu de propagation. Il s'agit d'une conversion, plus ou moins importante, de l'énergie vibratoire (réversible) en chaleur.

C'est cette source de dissipation qui nous intéresse ici.

Pour en tenir compte, plusieurs modèles phénoménologiques (Kelvin-Voigt, Maxwell,..., cf. [2]) proposent d'introduire un (ou des) termes supplémentaires dans la loi de comportement du milieu.

Le modèle de Boltzmann (1876, cf. [2]) présente l'avantage d'exposer clairement les hypothèses sous-jacentes. L'idée de base est la suivante : les forces de cohésion, naissant dans le milieu à un instant  $t$  pour le ramener à son état d'équilibre, ne dépendent pas uniquement du champ de déformation à cet instant, mais également des déformations aux instants antérieurs.

Dans ces conditions, et en admettant que l'effet des déformations aux temps  $t' < t$  ait une contribution linéaire sur le champ de contrainte  $\bar{T}(t)$ , Boltzmann écrit :

$$\bar{T}(t) = \bar{C}\bar{\varepsilon}(t) - \int_0^{\infty} \bar{\varepsilon}(t-t')\bar{\Theta}(t')dt' \quad \text{éq. C. 1}$$

$$\bar{\varepsilon}(t-t') = 0 \text{ si } t' > t \text{ (principe de causalité)}$$

$\bar{C}$  étant le tenseur élastique du milieu,  $\bar{\varepsilon}$  son tenseur de déformation et  $\bar{\Theta}(t')$  une fonction dite de « relaxation » tenant compte des phénomènes de désexcitation qui s'opèrent dans le solide quand ce dernier est soumis à une déformation.

Supposons par exemple que le système soit une chaîne de boules toutes reliées par un ressort élastique. Suite à une déformation, les oscillations du système vont s'atténuer avec une décroissance que l'on peut supposer exponentielle sans perdre en généralité. Dans ce cas, la fonction de relaxation s'écrit simplement :

$$\bar{\Theta}(t') = \frac{\bar{C}'}{\delta} \exp\left(-\frac{t'}{\delta}\right) \quad \text{éq. C. 2}$$

avec  $\bar{C}'$  un tenseur élastique (fonction du système étudié) et  $\delta$  un temps de « relaxation » qui correspond dans notre exemple au temps typique de décroissance des oscillations.

En pratique, les phénomènes de relaxation sont nombreux et dépendent du système : les temps  $\delta$  mis en jeu sont évidemment très courts pour des relaxations associées aux vibrations moléculaires ( $\delta \approx$  quelques ns typiquement) mais peuvent au contraire être de

l'ordre de l'heure ou du jour pour des relaxations liées à des réorganisations dans la structure des molécules<sup>1</sup>.

### C.1.2 Introduction du facteur de perte via un tenseur élastique complexe

Plaçons-nous en régime harmonique et supposons que le solide est soumis à une perturbation de la forme  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$ . Si le milieu est isotrope, la relation éq. C. 1 se simplifie en une équation scalaire :

$$T(t) = \left( C - \frac{C'}{1 + (\omega\delta)^2} \right) \varepsilon(t) + C' \frac{\omega\delta}{1 + (\omega\delta)^2} \varepsilon\left(t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{éq. C. 3}$$

La dissipation se traduit donc dans la loi de comportement par l'ajout d'un terme où contrainte et déformation sont en quadrature de phase. Ce constat permet d'éviter le recours à la notation intégrale qui s'avère vite lourde lorsqu'on cherche à résoudre les équations de propagation.

Si l'on suppose en effet une constante élastique complexe  $\tilde{C} = C_1 + iC_2$ , la loi de Hooke du solide isotrope s'écrit :

$$T(t) = \text{Re}\left(\tilde{C}\varepsilon_0 e^{i\omega t}\right) = C_1 \varepsilon(t) + C_2 \varepsilon\left(t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{éq. C. 4}$$

On est ainsi ramené au même type de solution qu'en résolvant explicitement la relation intégrale éq. C. 1 . A partir de là est défini le facteur de perte :

$$\eta \equiv \frac{C_2}{C_1} \Leftrightarrow \tilde{C} = C_1(1 + i\eta) \quad \text{éq. C. 5}$$

C'est ce facteur de perte qui est intensivement utilisé dans la littérature pour modéliser l'amortissement dans une structure vibrante.

*Remarque* : En toute rigueur, ce paramètre est un tenseur si le milieu est anisotrope. On supposera dans la suite qu'une description scalaire suffit.

## C.2 Mesure de l'amortissement d'une paroi maçonnée

### C.2.1 Aspect énergétique

Intéressons-nous à l'évolution temporelle de l'énergie vibratoire contenue dans le système. Pour cela, on introduit une définition « énergétique » du facteur de perte :

$$\eta = \frac{E_{\text{diss}}}{2\pi E_{\text{méc}}} \quad \text{éq. C. 6}$$

<sup>1</sup> C'est par exemple ce qui est observé dans certains polymères [2].

De ce point de vue, le facteur de perte donne la fraction d'énergie mécanique dissipée en chaleur au cours d'un cycle de vibration (de période  $T$ ). L'énergie dissipée au temps  $t$  vaut donc  $E_{\text{diss}}t/T$ , soit  $\omega\eta E_{\text{méc}}t$ .

Pour établir la loi d'évolution de l'énergie mécanique contenue dans le système, faisons un bilan énergétique basé sur 2 hypothèses simplificatrices :

- ✓ L'énergie vibratoire est associée à un seul type de vibration. On exclut donc les cas où cette énergie est stockée sous forme de couplage, par exemple entre ondes de flexion et de torsion.
- ✓ Les couplages modaux pouvant exister dans le système sont négligés.

Si  $E_0$  est l'énergie mécanique à l'instant initial (extinction des sources), celle restante à un instant  $t$  ultérieur est  $E_{\text{rest}}(t) = E_0 - E_{\text{diss}}(t)$ .

L'énergie dissipée au temps  $t$  vaut donc :

$$E_{\text{diss}}(t) = \int_0^t (E_0 - E_{\text{diss}}(t'))\eta\omega dt' \quad \text{éq. C. 7}$$

Par dérivation, il vient :

$$E_{\text{méc}}(t) = E_0 e^{-\eta\omega t} \quad \text{éq. C. 8}$$

### C.2.2 Mesures effectuées en laboratoire

En laboratoire, les mesures de facteurs de pertes sont généralement effectuées sur un mur maçonné. Bien que le principe de la mesure ait fait l'objet d'une norme [94], l'interprétation des résultats obtenus doit se faire avec précaution.

La mesure est basée, comme en acoustique des salles, sur l'évaluation du temps de réverbération ( $T_R$ ) lié à la décroissance des vibrations après extinction de la source. Ce dernier étant généralement assez bref, la détermination de ces temps se fait à partir de la mesure de la réponse impulsionnelle du mur sur différentes bandes de fréquences (Schroeder, 1965).

En supposant que l'énergie du système suit une loi exponentielle, on a accès à l'évolution fréquentielle des pertes :

$$\eta = \frac{\ln(10^6)}{\omega T_R} \cong \frac{2.2}{f T_R} \quad \text{éq. C. 9}$$

La simplicité de cette relation ne doit pas faire oublier ses hypothèses d'application. En particulier, on remarque que :

- Dans les faits, cette relation est approximative car plusieurs types de vibrations sont susceptibles d'être excités.
- Cette mesure tient non seulement compte des pertes internes mais aussi des pertes par rayonnement [2] et des pertes aux bords (dissipation d'énergie dans le cadre, cf. Figure I.7).

Autrement dit, cette méthode donne une vue globale des pertes dans la paroi en fonction de la fréquence.

### C.2.2.1 Analyse qualitative des pertes mesurées sur plusieurs murs de briques

On représente Figure C. 1 les facteurs de pertes de 5 parois alvéolaires.

La forte dispersion observée, surtout jusqu'à 1kHz, montre que cette grandeur dépend du type de montage (joint(s), enduit(s)) et des briques étudiées.

Néanmoins, on retrouve dans tous les cas un facteur de perte qui présente un comportement chahuté en basses fréquences et qui tend à décroître dans les hautes fréquences.

Tant que les longueurs d'ondes mises en jeu sont de l'ordre de grandeur des dimensions du mur (ie en « BF »), plusieurs phénomènes contribuent aux pertes structurales :

- Il y a les pertes dues aux échanges avec les bords du mur.
- Les pertes par rayonnement dans l'air (contribution souvent négligeable dans l'air, cf. [2]).
- Le comportement modal de la paroi.

A l'inverse, en moyennes et hautes fréquences, ces 3 effets tendent à disparaître : les pertes sont principalement dues à la dissipation interne dans la paroi alvéolaire.

Ceci explique qualitativement la décroissance du facteur de pertes au-delà de 1kHz (environ).

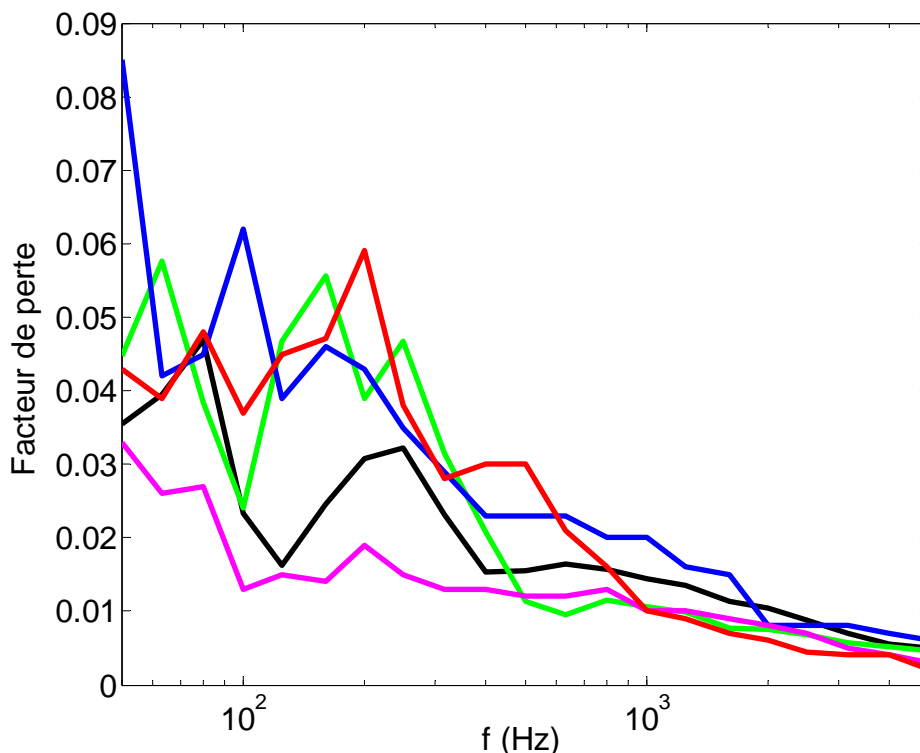


Figure C. 1 facteur de perte structural mesuré sur 5 parois alvéolaires de dimensions XY 4.18x2.47m<sup>2</sup>.

### C.2.2.2 Analyse des pertes mesurées sur barreau

Nous venons de voir que la caractérisation des temps de réverbération d'une paroi donne une vue globale et semi-quantitative des pertes.

Une caractérisation à l'échelle du tesson permet, au moins partiellement, de déterminer la dissipation « intrinsèque » du matériau. Pour cela, la méthode de flexion sur barreaux (cf. Annexe A, A.1.2) est intéressante : pour chaque résonance mécanique (de fréquence  $f_n$ ), la lecture de la bande passante  $\Delta f_n$  à -3dB fournit le facteur de perte du système :

$$\eta(f_n) = \frac{\Delta f_n}{f_n} \quad \text{éq. C. 10}$$

La Figure C. 2 représente les facteurs de pertes modaux mesurés sur une dizaine d'échantillons. Leur évolution avec la fréquence se distingue de celle mise en évidence à l'échelle du mur : elle résulte ici uniquement des pertes par rayonnement et des pertes internes au tesson<sup>1</sup>.

Notez que cette technique de mesure des pertes est elle aussi approximative : les couplages modaux présents dans le système sont négligés.

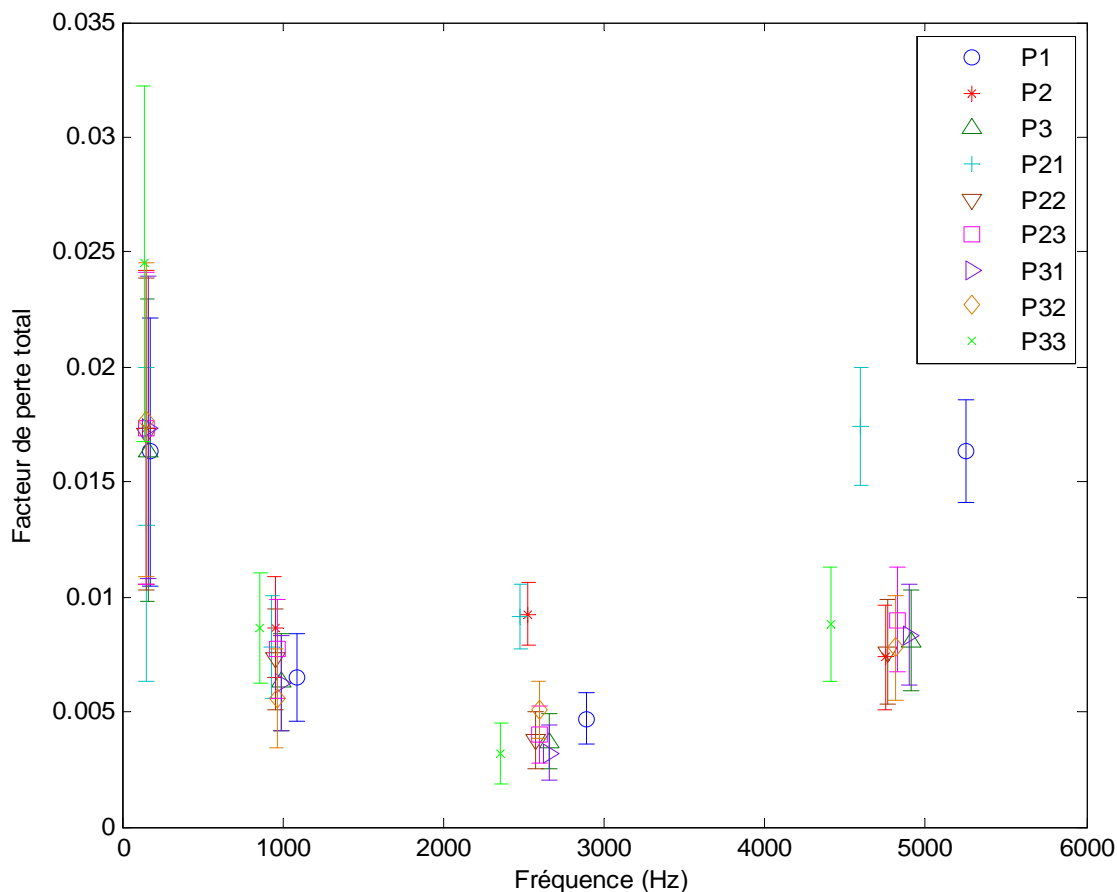


Figure C. 2 Pertes modales mesurées sur plusieurs barreaux orientés selon L et extraits de 3 briques (d'un même lot).

<sup>1</sup> En négligeant les pertes dues à la fixation de l'échantillon sur son support.

### C.2.2.3 Importance de la caractérisation des pertes structurales d'une paroi alvéolaire

La connaissance des pertes structurales d'un mur de briques est nécessaire pour une comparaison quantitative entre indices R simulés et mesurés.

C'est ce que nous illustrons Figure C. 3 dans le cas d'une paroi de 20cm d'épaisseur (enduit sur une face).

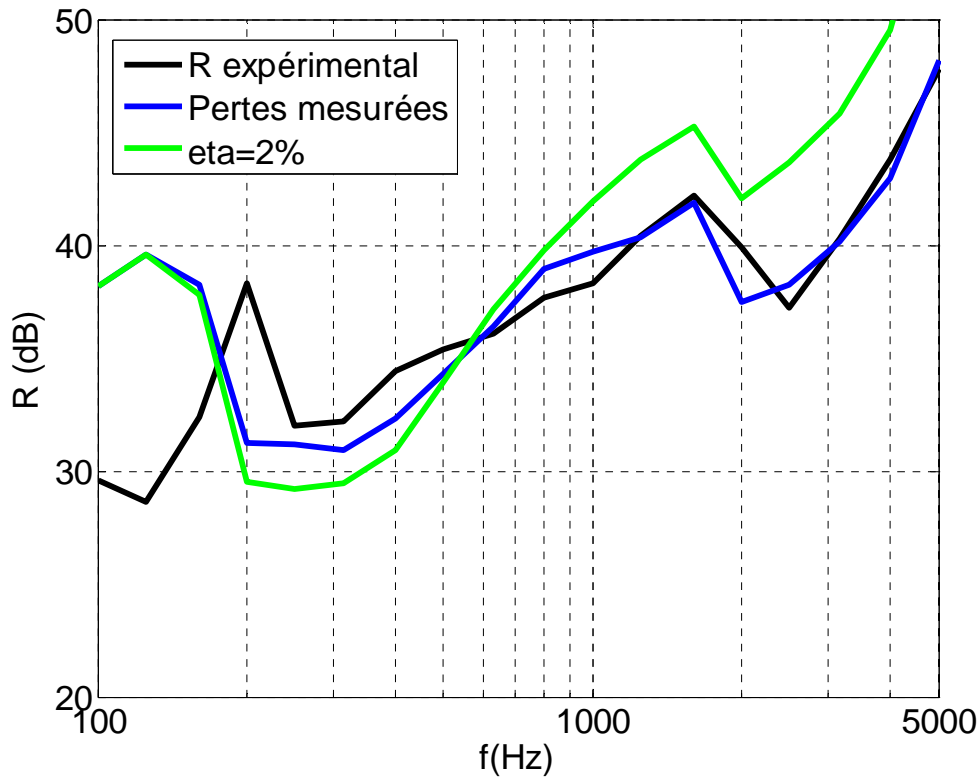
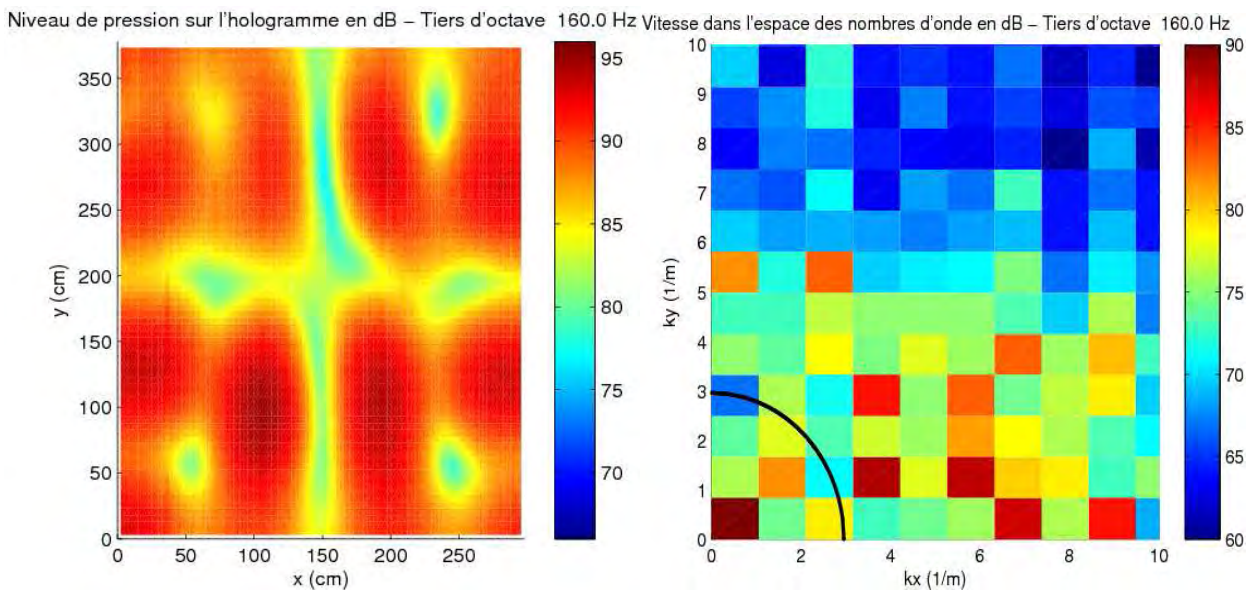
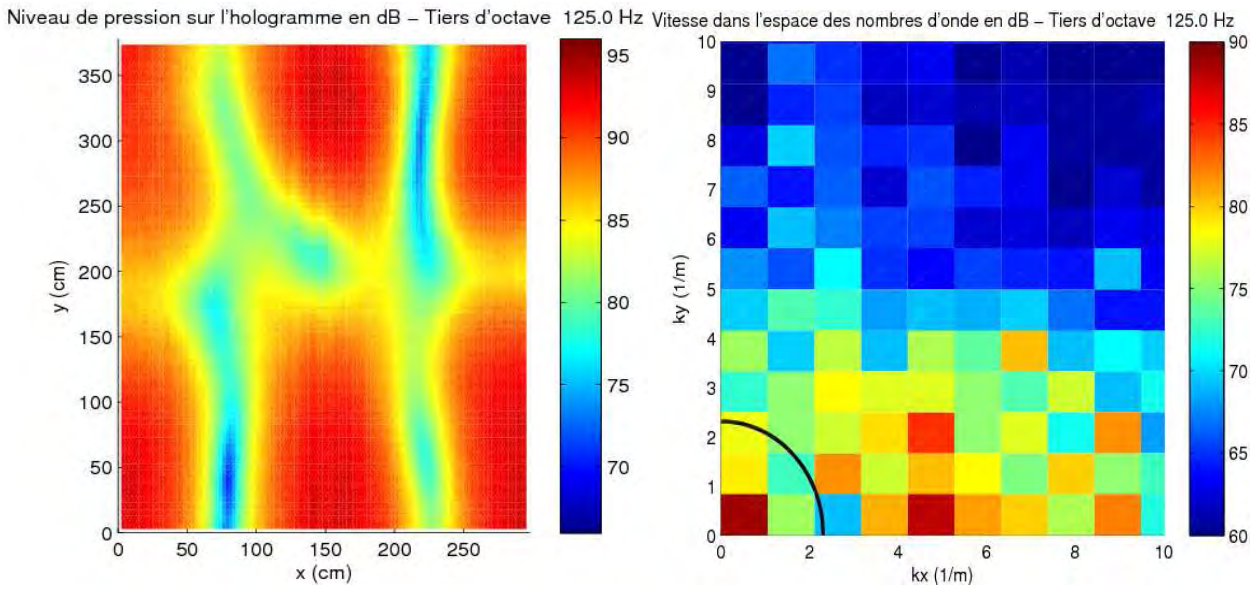
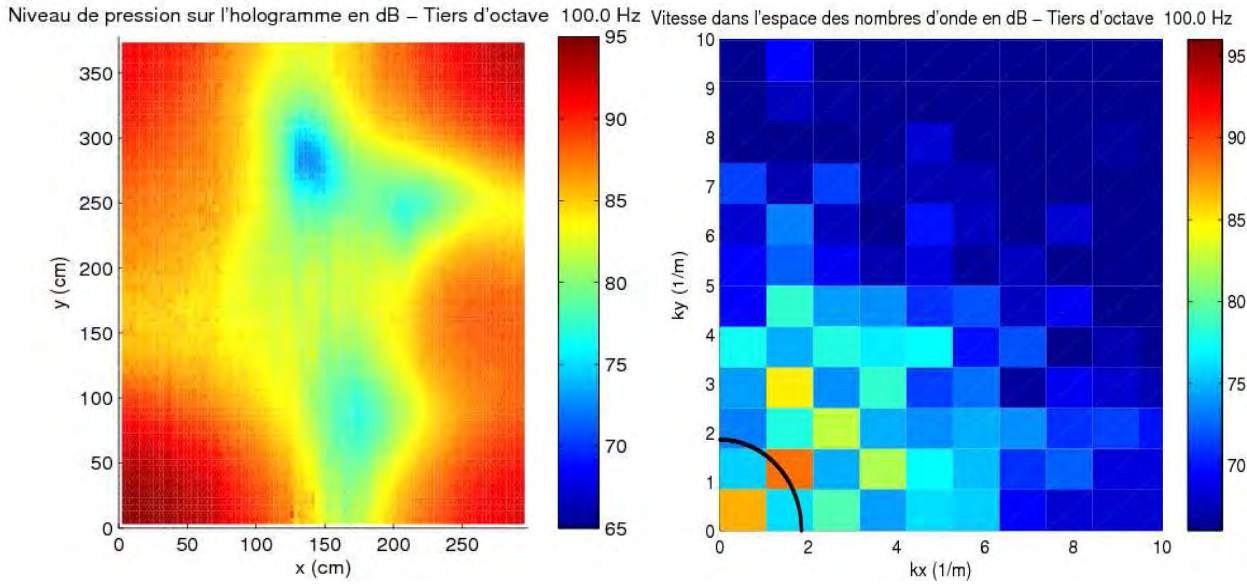


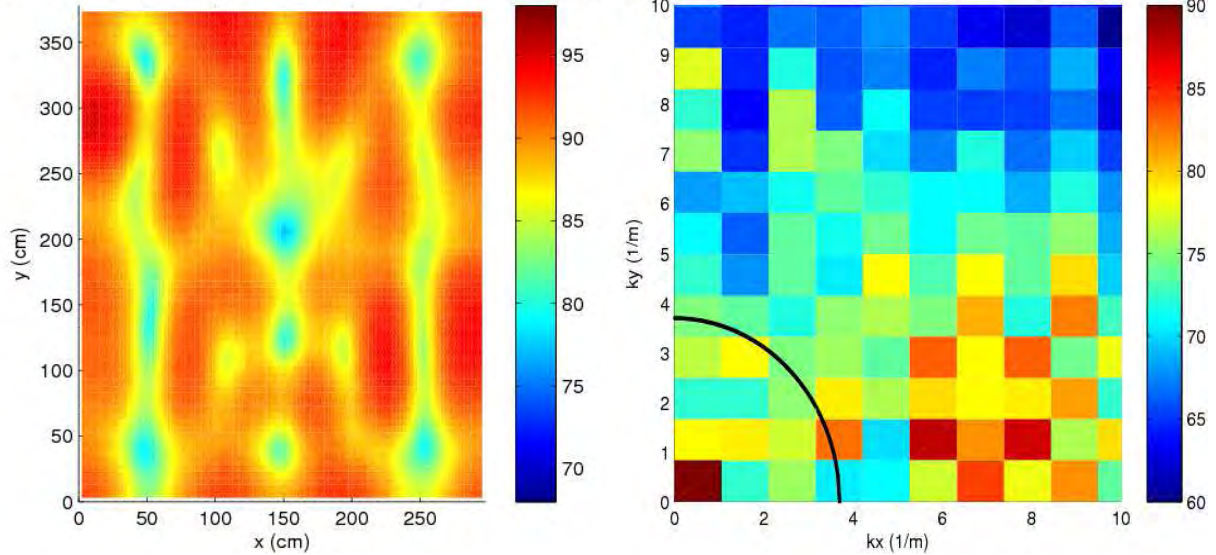
Figure C. 3 Comparaison théorie/expérience : influence des pertes structurales.

# *Annexe D Pression et vitesse (normale) pariétales mesurées par phonoscopie*

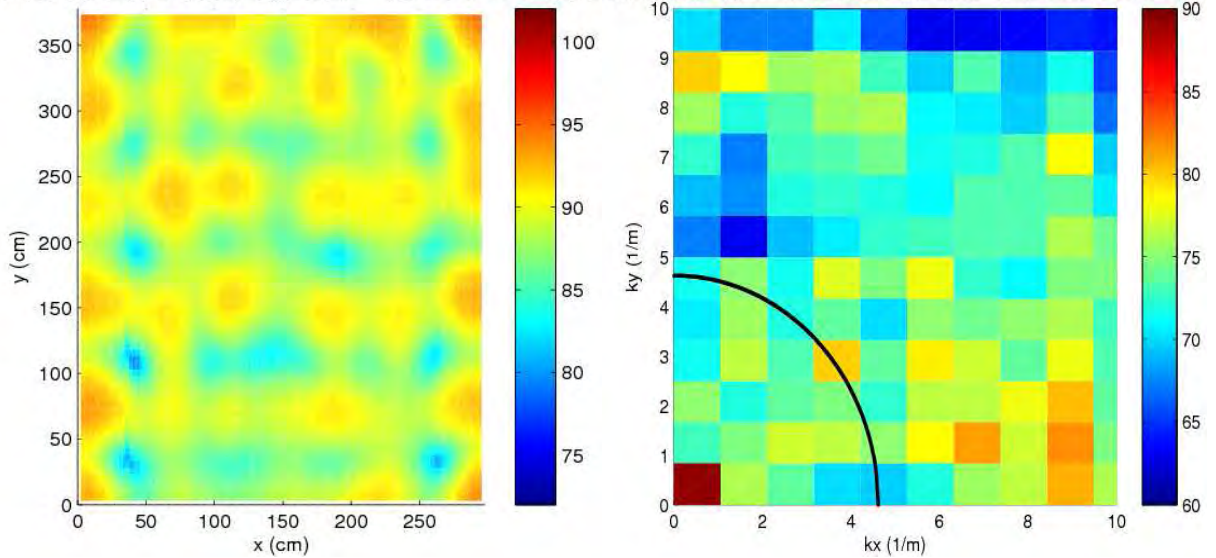




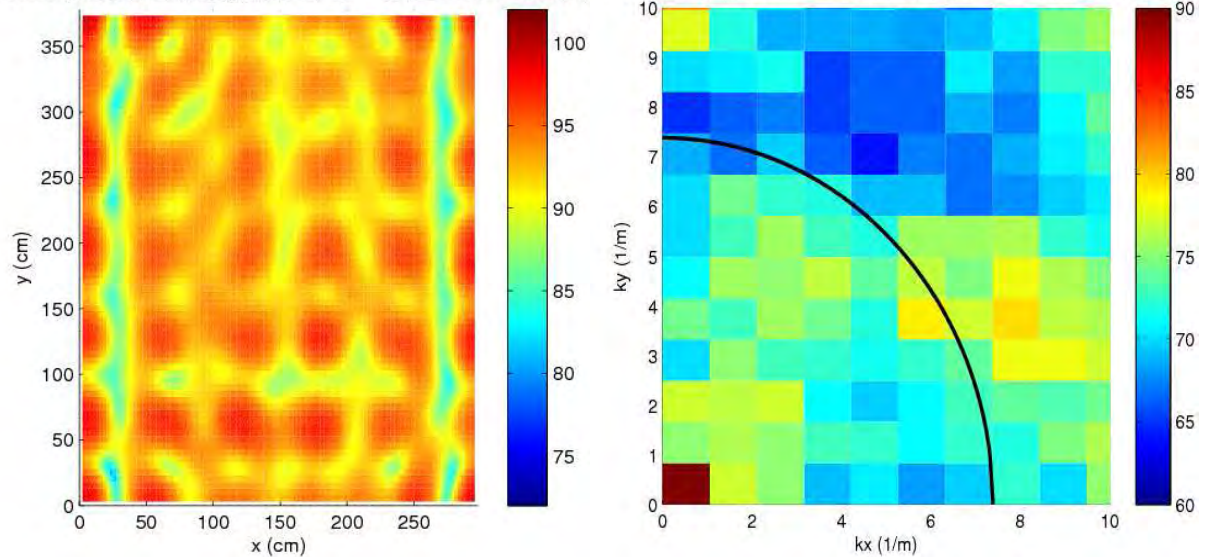
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 200.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 200.0 Hz



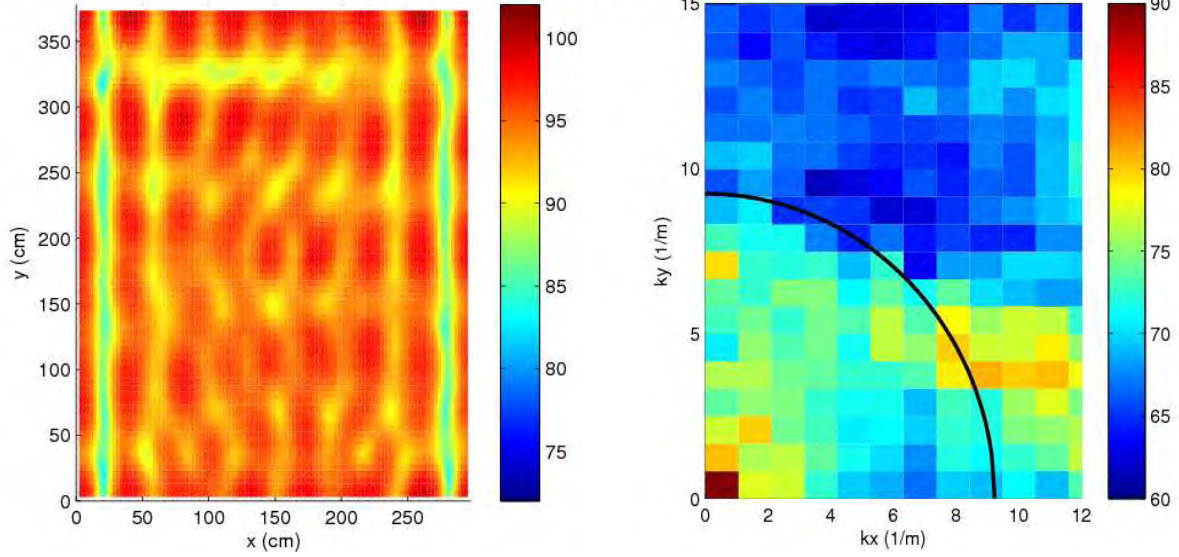
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 250.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 250.0 Hz



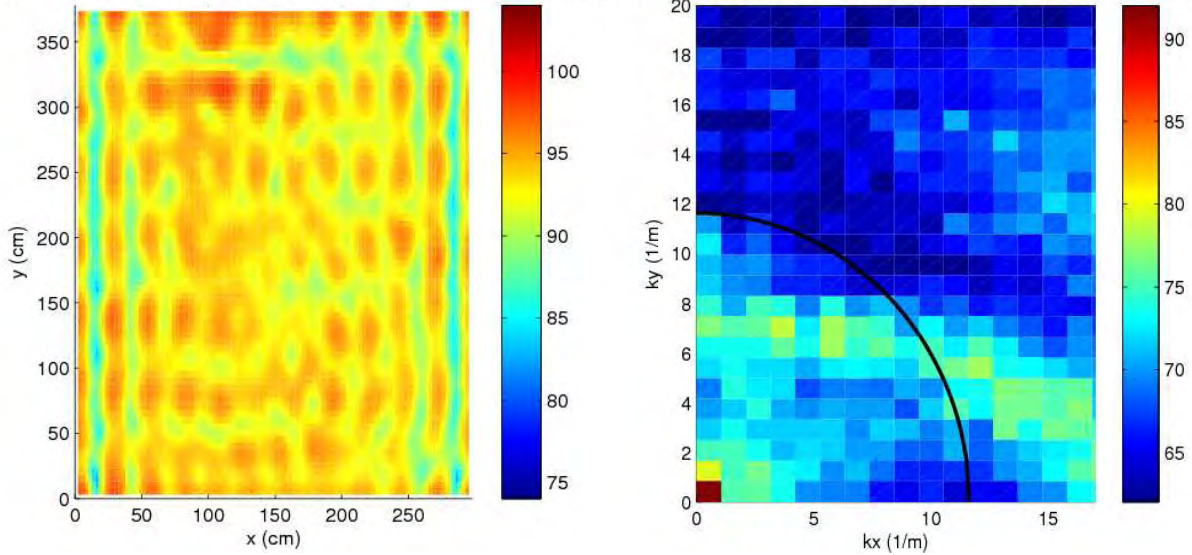
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 400.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 400.0 Hz



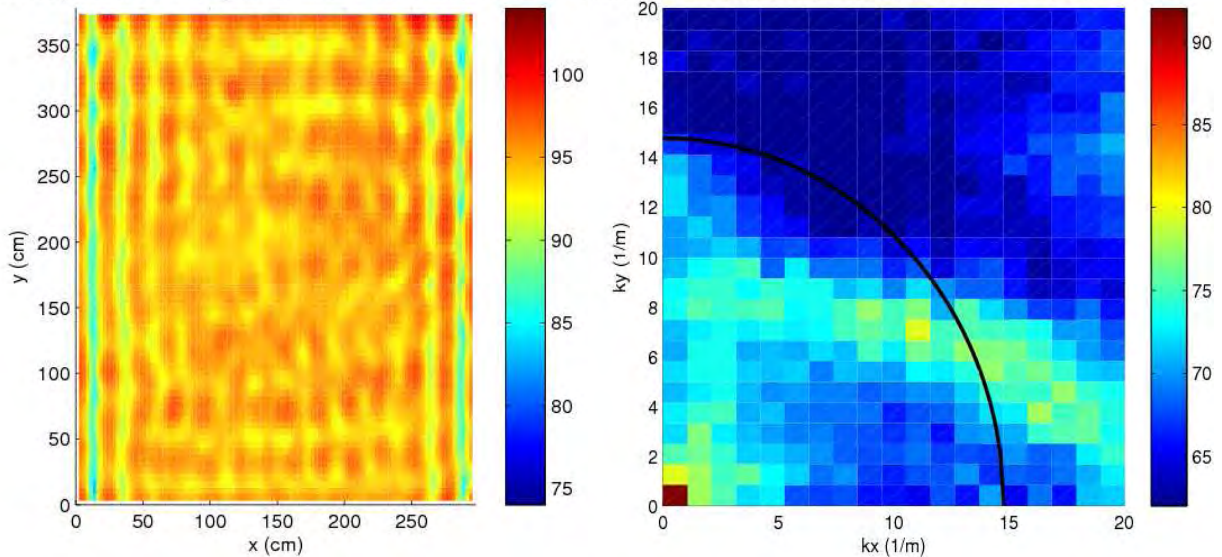
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 500.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 500.0 Hz



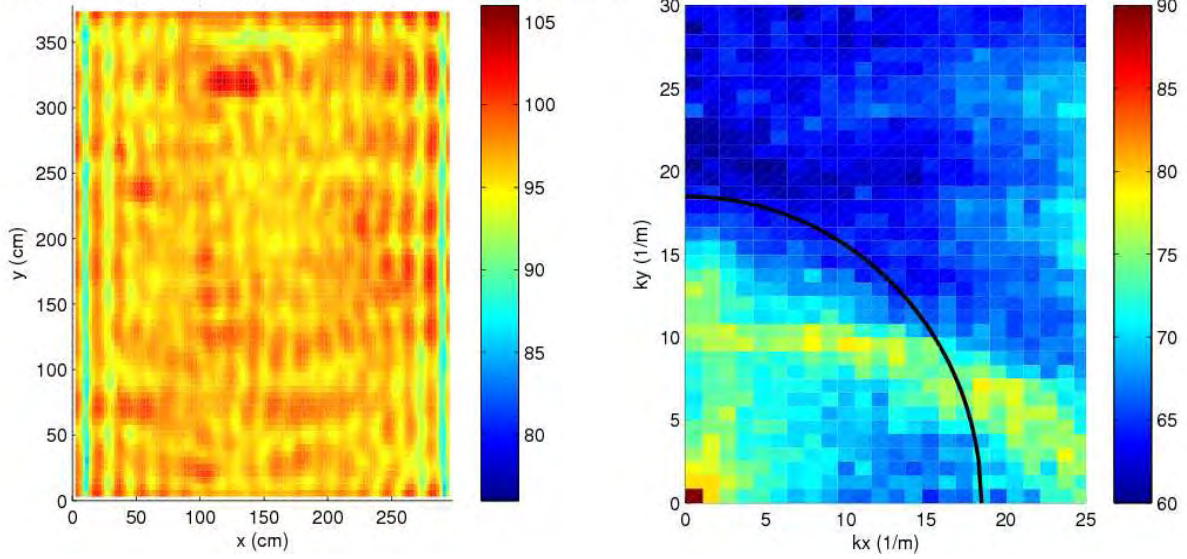
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 630.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 630.0 Hz



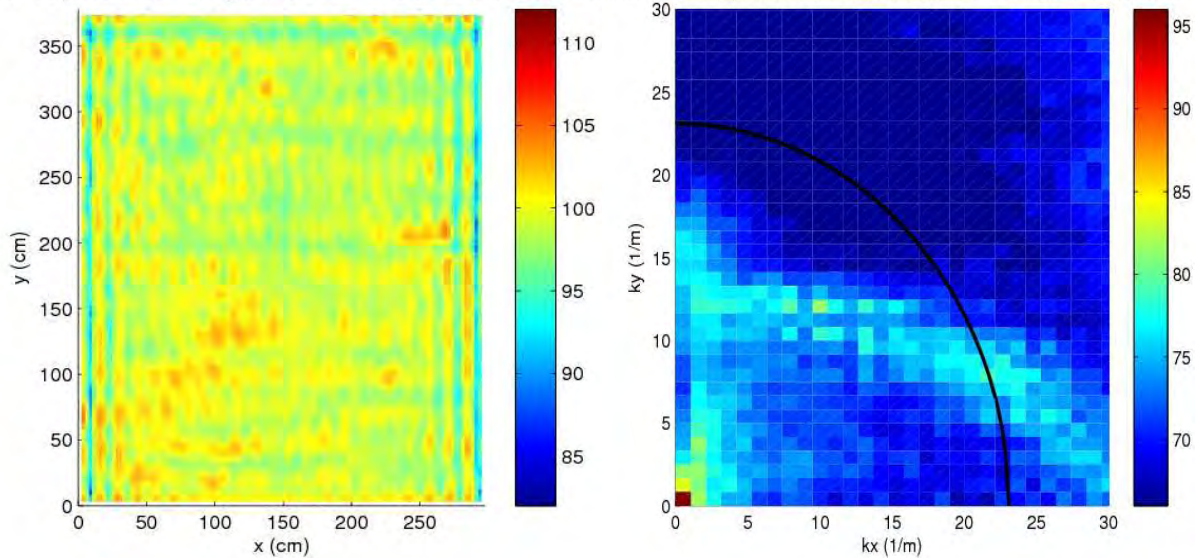
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 800.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 800.0 Hz



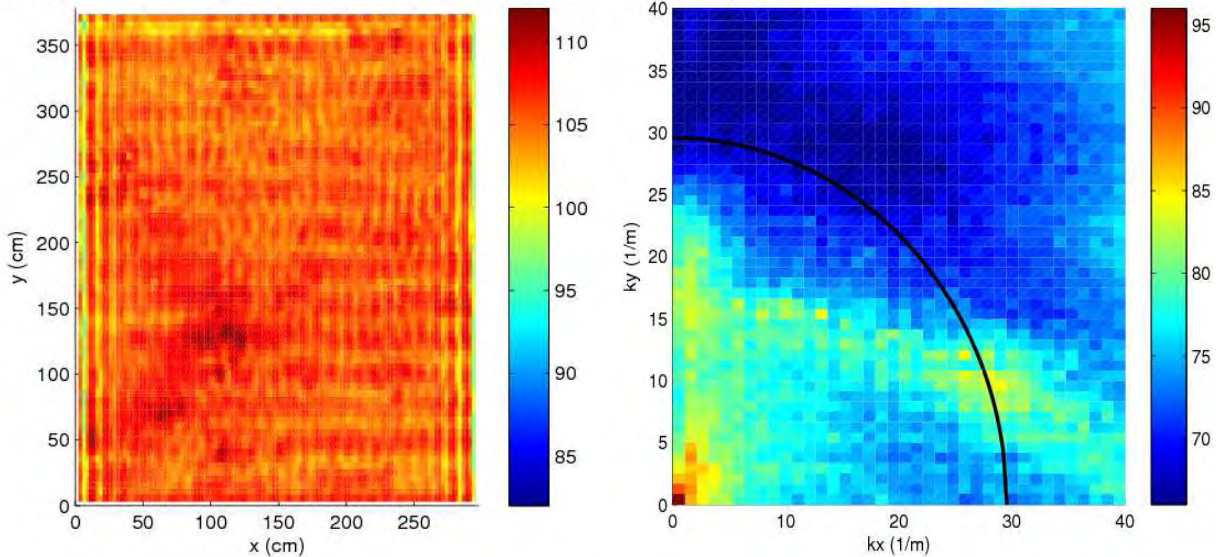
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 1000.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 1000.0 Hz



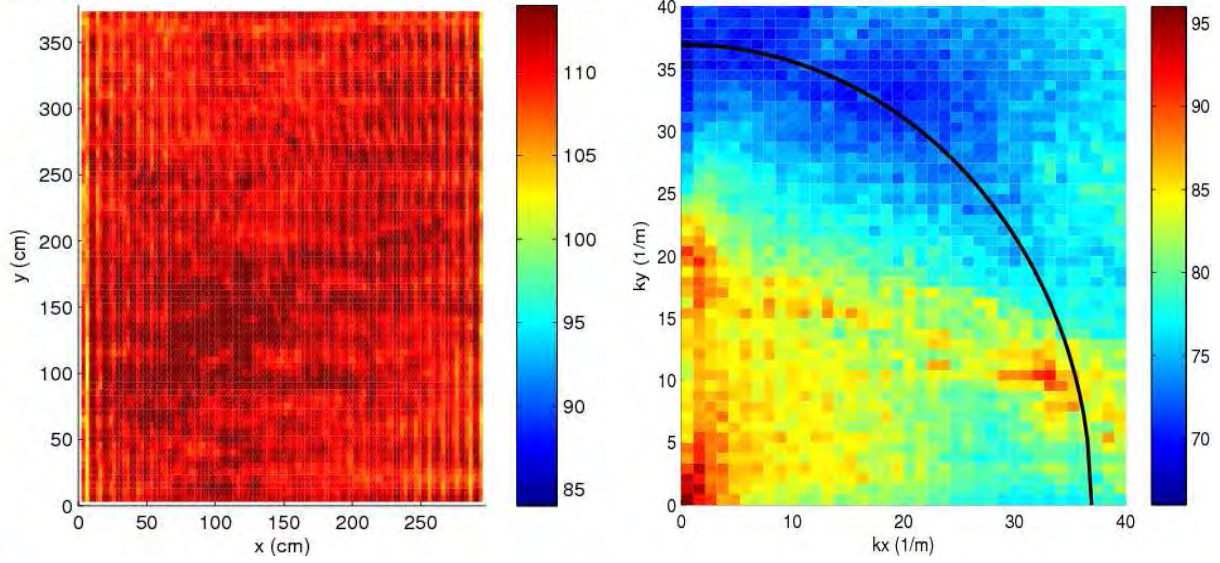
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 1250.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 1250.0 Hz



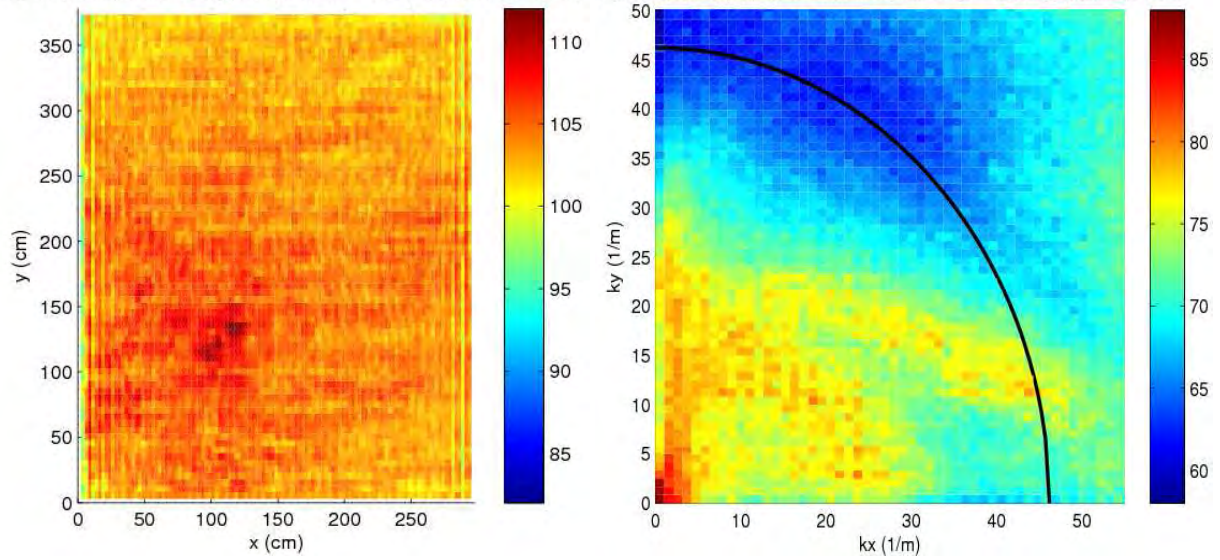
Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 1600.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 1600.0 Hz



Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 2000.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 2000.0 Hz



Niveau de pression sur l'hologramme en dB – Tiers d'octave 2500.0 Hz Vitesse dans l'espace des nombres d'onde en dB – Tiers d'octave 2500.0 Hz



## Références bibliographiques

- [1] R. Hickling. Decibels and octaves, who needs them ? *J. Sound Vib.*, 291/3-5 :1202-1207, 2006.
- [2] F. Fahy and P. Gardonio. *Sound and Structural Vibration*. Academic Press, Second edition, 2007.
- [3] C. Brutel. *Prise en compte de l'angle d'incidence dans la caractérisation en laboratoire de la transmission acoustique des éléments de façade*. Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 2005.
- [4] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes, 1998.
- [5] M. Kornmann. *Matériaux de construction en terre cuite*. Septima, 2005.
- [6] V. Huon, B. Wattrisse, M.S. El Youssoufi and A. Chrysochoos. Elastic behaviour of anisotropic terra cotta ceramics determined by kinematic full-field measurements. *J. Eur. Ceram. Soc.*, 27(5) :2303-2310, 2007.
- [7] R. Berger. *Über die Schalldurchlässigkeit*. PhD thesis. Munich, 1911.
- [8] H. Reissner. Der senkrechte und schräge Durchtritt einer in einem flüssigen Medium erzeugten ebenen Dilatations-Welle durch eine in diesem Medium befindliche planparallele feste Platte. *Helv. Phys. Acta*, 11 :140-155, 1938.
- [9] L. Cremer. Theorie der Schalldämmung dünner Wände bei schragen Einfall. *Akust. Z.* 7:81-104, 1942.
- [10] E.A. Skelton and J.H. James. Acoustics of anisotropic planar layered media. *J. Sound Vib.*, 152 :157-174, 1992.
- [11] F. Spronck. *Transparence au son des parois minces visco-élastiques finies*. Thèse de doctorat de l'université Aix-Marseille, 1971.
- [12] C. Lesueur and J.L. Guyader. *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.
- [13] C. Lesueur and J.L. Guyader. Les différents types de transfert d'énergie acoustique des plaques finies. *Revue d'acoustique*, 34 :35-43, 1975.
- [14] J.L. Guyader. *Vibrations des milieux continus*. Hermes, 2002.
- [15] R. Woodcock and J. Nicolas. A generalized model for predicting the sound transmission properties of generally orthotropic plates with arbitrary boundary conditions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 97(2) :1099-1112, 1995.
- [16] H. Lamb. On waves in an elastic plate. *Conf. Of the Royal Society*, 88 :114-128, 1917.
- [17] D. Royer and E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides tome 1 Propagation libre et guidée*. Masson, 2000.
- [18] G. Ribay. *Localisation de source en milieu réverbérant par retournement temporel*. Thèse de doctorat de l'université Paris 7, 2006.

- [19] A. Ordubadi and R.H. Lyon. Effect of orthotropy on the sound transmission through plywood panels. *J. Acoust. Soc. Am.*, 65(1) :133-139, 1979.
- [20] L. Weber and A. Buckle. Sound reduction of hollow bricks- new results. *BAUPHYSIK*, 20(2) :239-245, 1998.
- [21] W. Scholl and L. Weber. Influence of perforation pattern on direct and flanking sound transmission of cored block masonry- results of a literature study. *BAUPHYSIK*, 20(2) :49-55, 1998.
- [22] M. Fringuellino and R.S. Smith. Sound transmission through hollow brick walls. *Building Acoustics*, 6 :3-4, 1999.
- [23] M. Schneider and H.M Fisher. Hollow brick work with high internal losses. *Proceedings of the 19<sup>th</sup> international congress on acoustics*, 2007.
- [24] M. Schneider and H.M Fisher. Influence of geometry and filling of lightweight hollow bricks on loss factor and sound insulation. *Proceedings of EURONOISE*, 2009.
- [25] I.A. Urusovskii. Sound transmission through two periodically framed parallel plates. *Sov. Phys. Acoust.*, 38 :411-413, 1992.
- [26] C.H. Hansen. Sound transmission loss of corrugated panels. *Noise Contr. Eng. J.*, 40 :187-197, 1993.
- [27] W. Maysenholder and R. Haberken. Sound transmission through periodically inhomogeneous plates : solution of the general problem by a variational formulation. *Acta acustica*, 89 :323-332, 2003.
- [28] P. Jean. *Une méthode variationnelle par équations intégrales pour la résolution numérique de problèmes intérieurs et extérieurs de couplage élasto-acoustique*. Thèse de doctorat de l'université de technologie de Compiègne, 1985.
- [29] L. Gagliardini, J. Roland and J.L. Guyader. The use of a functional basis to calculate acoustic transmission between rooms. *J. Sound Vib.*, 145 :457-478, 1991.
- [30] P. Jean. Coupling integral and geometrical representations for vibro-acoustical problems. *J. Sound Vib.*, 224 :475-487, 1999.
- [31] P. Jean and J.F. Rondeau. A model for the calculation of noise transmission inside dwellings: application to aircraft noise. *Applied acoustics*, 65 :861-882, 2004.
- [32] P. Jean, H. Siwiak and G. Joubert. A decoupled vibro-acoustic development of FEM: application to laboratory modelling. *Building acoustics*, 13(2) :83-98, 2006.
- [33] J. Brunskog and P. Davidsson. Sound transmission of structures; a finite element approach with simplified room description. *Acta acustica*, 90(5) :847-857, 2004.
- [34] P. Jean and J.F Rondeau. A simple decoupled modal calculation of sound transmission between volumes. *Acta acustica*, 88 :924-933, 2002.
- [35] F. Gaudaire, N. Noe, J. Martin, P. Jean and D. Maercke. Une méthode de tir de rayon pour caractériser la propagation sonore dans les volumes complexes. *Congrès SIA*, 2000.
- [36] J.L. Bathoz. A study of three node triangular plate bending elements. *Int. J. for numerical methods in Engineering*, 1980.
- [37] P. Jean and M. Villot. Finite element modelling of sound transmission through heavy heterogeneous masonry. *Proceedings of EURONOISE*, 2006.

- [38] M.L. Munjal. Response of a multi-layered infinite plate to an oblique plane wave by means of transfer matrices. *J. Sound Vib.*, 162 :333-343, 1993.
- [39] M. Villot, C. Guigou and L. Gagliardini. Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures. *J. Sound Vib.*, 245(3) :433-455, 2001.
- [40] N. Atalla, F. Sgard and C.K. Amedin. On the modelling of sound radiation from poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120 :1990-1995, 2006.
- [41] D. Rhazi and N. Atalla. A simple method to account for size effects in the transfer matrix method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127(2) :30-36, 2010.
- [42] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Roberts & Compagny publishers, third edition, 2005.
- [43] J.L. Ericksen, D. Kinderlehrer, R. Kohn and J.-L. Lions. *Homogenization and effective moduli of materials and media*. The IMA volumes in Mathematics and its applications, vol.1. Springer, 1986.
- [44] E. Sanchez-Palencia and A. Zaoui. *Homogenization techniques for composite media*. Lecture notes in physics, Springer, 1985.
- [45] T. Bourbié, O. Coussy and B. Zinszner. *Acoustics of porous media*. Technip, 1987.
- [46] E. Sanchez-Palencia. Equations aux dérivées partielles. Solutions périodiques par rapport aux variables d'espace et applications. *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, A* :1410-1413, 1971.
- [47] X. Olyny and C. Boutin. Acoustic wave propagation in double porosity media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(6) :73-89, 2003.
- [48] E. Behrens. Elastic constants of composite materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 45 :102-108, 1969.
- [49] A.N. Norris. Dispersive plane wave propagation in periodically layered anisotropic media. *Proc. R. Ir. Acad.*, 92(A) :49-67, 1992.
- [50] W. Maysenholder. Low-frequency sound transmission through periodically inhomogeneous plates with arbitrary local anisotropy and arbitrary global symmetry. *Acta acustica*, 82 :628-635, 1996.
- [51] M.M. Sigalas and E.N. Economou. Elastic and acoustic wave band structure. *J. Sound Vib.*, 158(2) :377-382, 1992.
- [52] P. Sheng and R. Tao. First principle approach to the calculation of elastic moduli for arbitrary periodic composites. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77(5) :1651-1658, 1985.
- [53] L. Davenne. Détermination des caractéristiques de flexion d'une plaque orthotrope homogène équivalente à un mur de briques. Rapport NECS, 2003.
- [54] T. Duong. Essais de détermination du module d'Young et de la charge de rupture des briques alvéolaires. *Rapport interne CTMNC*, 2005.
- [55] MSC NASTRAN 2008. *Reference Manual*.
- [56] A.K. Kaw. *Mechanics of Composites Materials*. CRC Press, Second edition, 2006.
- [57] N.H. Fletcher and Th.D. Rossing. *Physics of musical instruments*. Springer-Verlag, 1991.

- [58] A. Chaigne. *Ondes acoustiques*. Editions de l'école Polytechnique, 2003.
- [59] N.B Roozen. Acousto-elastic analysis of aircraft structures using MSC/NASTRAN. *Fokker Aircraft BV :71-77*, 1992.
- [60] J. Woodhouse, J. Wang, T.J Lu, R.S. Langley and J. Evans. Sound transmission through lightweight double-leaf partitions: theoretical modelling. *J. Sound Vib.*, 286 :817-847, 2005.
- [61] T. Monnier. *Ondes de Lamb dans les milieux stratifiés : application à la surveillance in situ et en temps réel de l'endommagement de structures composites*. Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 2001.
- [62] A.H. Nayfeh and D.E. Chimenti. Free wave propagation in plates of general anisotropic media. *J. Applied. Mech.*, 56 :881-886, 1989.
- [63] M.J.S. Lowe. Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media. *IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 42 :525-542, 1995.
- [64] S.I. Rokhlin and L. Wang. Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media: stiffness matrix method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112(3) :822-834, 2002.
- [65] Site internet du L.A.B.E. : [www.cstb.fr/le-cstb/equipements/acoustique](http://www.cstb.fr/le-cstb/equipements/acoustique).
- [66] J.D. Maynard, E.G. Williams and Y. Lee. Nearfield acoustic holography I: Theory of generalized holography and the development of NAH. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78(4) :1395-1413, 1985.
- [67] W.A. Veronesi and J.D. Maynard. Nearfield acoustic holography II: Holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81(5) :1307-1322, 1987.
- [68] M. Villot, G. Chavériat and J. Roland. Phonoscopy: an acoustical holography technique for plane structures radiating in enclosed spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(1) :187-195, 1992.
- [69] E. Julliard. *Contribution au développement et à l'évaluation des méthodes d'identification de sources/chemins de bruit en milieu confiné*. Thèse de doctorat de l'ISAE de Toulouse, 2007.
- [70] V. Sambou. *Transferts thermiques instationnaires : vers une optimisation de parois dans le bâtiment*. Thèse de doctorat de l'université Paul Sabatier de Toulouse, 2008.
- [71] P.W Anderson. Absence of diffusion in certain random lattices. *Physical Reviews*, 109 :1492-1505, 1958.
- [72] C.H. Hodges. Confinement of vibration by structural irregularity. *J. Sound Vib.*, 82 :411-424, 1982.
- [73] C. Depollier, J. Kergomard and F. Laloe. Localisation d'Anderson des ondes dans les réseaux acoustiques unidimensionnels aléatoires. *Ann. Phys. Fr.* 11 :457-492, 1986.
- [74] B. Sapoval. *Universités et fractales*. Flammarion, 1997.
- [75] B. Mandelbrot. *Les objets fractals*. Flammarion, 1982.
- [76] S. Alexander and R. Orbach. Density of states on fractals: fractons. *J. Phys. Lett.*, 43 :625-631, 1982.



- [77] A. Alippi, A. Petri, A. Betucci, F. Cracium, F. Farely and E. Molinari. Direct experimental observation of fracton mode patterns in one-dimensional cantor composites. *Physical Review letters*, 68(10) :1555-1558, 1992.
- [78] B. Sapoval, Th. Gobron and A. Margolina. Vibrations of fractal drums. *Physical Review letters*, 67(21) :2974-2977, 1991.
- [79] C. Even, S. Russ, V. Repain, P. Pieranski and B. Sapoval. Localizations in fractal drums: an experimental study. *Physical Review letters*, 83(4) :726-729, 1999.
- [80] V. Gibiat, A. Barjau, K. Castor and E. Bertaud. Acoustical propagation in a prefractal waveguide. *Physical Review E*, 67 :066609, 2003.
- [81] M. Filoche and B. Sapoval. Transfer across random versus deterministic fractal interfaces. *Physical Review letters*, 84(25) :5776-5779, 2000.
- [82] E. Bertaud du Chazaud. *Contribution à l'étude de systèmes mécaniques à structure auto-similaire*. Thèse de doctorat de l'université Paris 7, 2003.
- [83] S. Russ and B. Sapoval. Anomalous viscous damping of vibrations of fractal percolation clusters. *Physical Review letters*, 73(12) :1570-1573, 1994.
- [84] B. Sapoval, O. Haeberlé and S. Russ. Acoustical properties of irregular and fractal cavities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 102(4) :2014-2019, 1997.
- [85] B. Hébert, B. Sapoval and S. Russ. Experimental study of a fractal acoustical cavity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(3) :1567-1574, 1998.
- [86] S. Russ and B. Sapoval. Increased damping of irregular resonators. *Physical Review E*, 65 :036614, 2002.
- [87] T. Kawabe, T. Miyazaki, D. Oka, S. Koyanagi. Sound absorption by Menger sponge fractal. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(5) :2830-2833, 2009.
- [88] D.J. Bergman and Y. Kantor. *Physical Review letters*, 53 :511, 1984.
- [89] P. Sheng and R. Tao. First-principles approach for effective elastic-moduli calculation: application to continuous fractal structure. *Physical Review B*, 31(9) :6131-6133, 1985.
- [90] V.G. Oshmyan, S.A. Patlazhan and S.A. Timan. Elastic properties of a disordered continuum of regular fractal structure : self-consistent approach and finite-element method simulations. *Macrom. Sci.-Phys.*, B38(5&6) :759-767, 1999.
- [91] E. Duerig and D.J. Bergman. *Physical Review B*, 37 :9460, 1988.
- [92] H. Hu, A. Strybulevych, J.H. Page, S.E. Skipetrov and B.A. Van Tiggelen. Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network. *Nature Physics*, 4 :945-948, 2008.
- [93] D. Bouzit and C. Pierre. Localisation of vibration in disordered multi-spans beams with damping. *J. Sound Vib.*, 187 :625-648, 1994.
- [94] NF EN ISO 140-3 annexe E, Août 1995.



# Table des illustrations

FIGURE I.1 PROCEDE DE FABRICATION DES BRIQUES ALVEOLAIRES. ....	10
FIGURE I.2 EXEMPLES DE BRIQUES CREUSES RENCONTREES DANS LE BATIMENT. ....	10
FIGURE I.3 ILLUSTRATION DU CARACTERE MULTI-ECHELLE D'UN MUR ALVEOLAIRE. ....	11
FIGURE I.4 AFFAIBLISSEMENTS ACOUSTIQUES EXPERIMENTAUX (TOUTES LES PAROIS SONT ENDUITES SUR UNE FACE). REPRESENTATION EN 1/3 OCTAVE. ....	12
FIGURE I.5 PAROI SOUMISE A UNE EXCITATION DE TYPE CHAMP DIFFUS, AVEC $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , $0 \leq \theta \leq \theta_{\max}$ ....	13
FIGURE I.6 DISTINCTION ENTRE TRANSMISSIONS DIRECTE (D) ET LATERALE (L) (EXTRAIT DE [12]). ....	14
FIGURE I.7 EXEMPLE DE DISPOSITIF EXPERIMENTAL PERMETTANT DE CARACTERISER LES PERTES EN TRANSMISSION (DIRECTE) D'UNE PAROI. ....	14
FIGURE I.8 DIFFERENTES REPRESENTATIONS DE L'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE R D'UNE PAROI. ....	16
FIGURE I.9 PHOTOGRAPHIES DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL DANS LES LOCAUX D'EMISSION (B) ET DE RECEPTION (A). ....	17
FIGURE I.10 INFLUENCE DU CHAMP EXCITEUR SUR LES PERTES PAR TRANSMISSION D'UNE PAROI (H=20CM, E=13.6GPA, $\nu=0.3$ , $\rho=2300\text{KG/M}^3$ ). ....	20
FIGURE I.11 DOMAINE DE VALIDITE DU MODELE DE PLAQUE MINCE : MISE EN EVIDENCE SUR UN EXEMPLE. ....	21
FIGURE I.12 PERTES PAR TRANSMISSION (EN 1/3 OCTAVE) D'UNE PAROI DE VERRE DE 6.2MM (E=69GPA, $\nu=0.1$ , $\rho=2500\text{KG/M}^3$ ET $\eta=2\%$ ). ....	22
FIGURE I.13 SCHEMA DESCRIPTIF DU MODELE VIBRO-ACOUSTIQUE DECOUPLE. ....	27
FIGURE I.14 (A) : BRIQUE DE DIMENSIONS ( $L_x=57\text{CM}$ , $L_y=30\text{CM}$ , $L_z=20\text{CM}$ ) MAILLEE AVEC DES ELEMENTS HEXA (7232 NŒUDS SOIT 21696 DDL), (B) : PAROI MODELISEE (ELEMENTS HEXA, 42250 NŒUDS SOIT 126750 DDL). ....	28
FIGURE I.15 (A) : PHOTO DE LA PAROI MAÇONNEE ; (B) : GROS PLAN A L'ECHELLE DE LA BRIQUE DISCRETISEE ( $L_x=25\text{CM}$ , $L_y=27\text{CM}$ , $L_z=37.5\text{CM}$ ). ....	28
FIGURE I.16 FONCTIONS DE TRANSFERT MESUREES SUR DEUX BRIQUES ALVEOLAIRES DE 30CM D'ÉPAISSEUR [20]. LA PREMIERE RESONANCE MECANIQUE EST NOTÉE $F_R$ . ....	29
FIGURE I.17 INFLUENCE DE LA GEOMETRIE SUR L'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE MESURE (LA COURBE INTITULEE « 3 » CORRESPOND A UNE LOI DE MASSE DE $300\text{KG/M}^2$ ). ....	30
FIGURE I.18 INFLUENCE : (A) DU TYPE DE JOINT (1 : JOINT MINCE, 2 : JOINT TRADITIONNEL HORIZONTAL ET 3 : JOINT TRADITIONNEL HORIZONTAL ET VERTICAL), (B) DE L'ENDUIT (1' : MUR NON ENDUIT, 2' : MUR ENDUIT UNE FACE ET 3' : MUR ENDUIT 2 FACES) [21]. ....	30
FIGURE I.19 INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DU MUR. (1) : PAROI DE 30CM D'ÉPAISSEUR, (2) : MUR DE 36.5CM D'ÉPAISSEUR [21]. ..	31
FIGURE I.20 INDICE R (A GAUCHE) ET FACTEUR DE PERTE TOTAL (A DROITE) MESURES SUR UNE PAROI ALVEOLAIRE DONT LES ALVEOLES SONT REMPLIES (BLEU) OU NON (NOIR) DE LAINE MINERALE [23]. ....	31
FIGURE II.1 DEFINITION DES AXES PRINCIPAUX D'UNE BRIQUE CREUSE. ....	34
FIGURE II.2 SPECTRE DU CHAMP DE VITESSE APRES FENETRAGE SPATIAL ( $k_p=k_A \sin(\theta)$ ) (FIGURE EXTRAITE DE [39]). ....	40
FIGURE II.3 (A) : MODE N D'UNE PLAQUE FINIE PLACEE DANS UN BAFFLE (A) ET (B) : SPECTRE DE LA VITESSE ASSOCIEE DANS LE DOMAINE DES VECTEURS D'ONDES. [2]. ....	40
FIGURE II.4 CHAMP DE DEPLACEMENT IMPOSE POUR CARACTERISER LE MODULE D'YOUNG $E_x$ AINSI QUE LES COEFFICIENTS DE POISSON $\nu_{xy}$ ET $\nu_{xz}$ . ....	45
FIGURE II.5 ESSAI NUMERIQUE DE CISAILLEMENT DANS LE PLAN XZ. ....	46
FIGURE II.6 MAILLAGE D'UNE BRIQUE CREUSE DE 37,5CM D'ÉPAISSEUR (SELON Z), 21CM DE HAUTEUR (SELON Y) ET 27CM DE LARGEUR. ....	48
FIGURE II.7 (A) : DEPLACEMENT IMPOSE LORS D'UN ESSAI DE COMPRESSION SELON L'ÉPAISSEUR, (B) : OBTENTION DE LA CONSTANTE $G_{xz}$ (L'AMPLITUDE DU DEPLACEMENT IMPOSE EST REPRESENTEE). ....	49
FIGURE II.8 CARACTERISATION (ULTRASONORE) DES CONSTANTES ELASTIQUES DU TESSON (A GAUCHE) ET PERTES STRUCTURALES DU MUR MESUREES EN FONCTION DE LA FREQUENCE (A DROITE). ....	51
FIGURE II.9 BRIQUE ALVEOLAIRE DE 20CM D'ÉPAISSEUR, 56CM DE LARGEUR ET 27CM DE HAUTEUR (DISCRETISATION AVEC ELEMENTS HEXA, DDL=15972). ....	52
FIGURE II.10 AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE D'UNE PAROI ALVEOLAIRE DE 20CM D'ÉPAISSEUR MESURE ET PREDIT VIA DIFFERENTS MODELES (PEOF : PLAQUE ÉPAISSE ORTHOTROPE FENETREE). ....	53
FIGURE II.11 COURBES DE DISPERSION DES ONDES SE PROPAGEANT DANS LA PAROI ALVEOLAIRE HOMOGENEISEE. ....	57
FIGURE II.12 RESEAU ALVEOLAIRE DE LA BRIQUE ( $L_x=57\text{CM}$ , $L_y=31.4\text{CM}$ , $L_z=20\text{CM}$ ). ....	58
FIGURE II.13 COMPARAISON ENTRE INDICES R OBTENUS PAR CALCUL ET MESURE. ....	59
FIGURE II.14 BRIQUE CREUSE A PERFORATIONS HORIZONTALES ( $L_x=57\text{CM}$ , $L_y=30\text{CM}$ ET $L_z=20\text{CM}$ ). ....	60
FIGURE II.15 MESURE DES PROPRIETES MECANIQUES A L'ÉCHELLE DU TESSON (A GAUCHE) ET VIBRATOIRES A L'ÉCHELLE DU MUR (A DROITE). ....	60

FIGURE II.16 COMPARAISON ENTRE PREDICTION ET MESURE. ....	61
FIGURE II.17 PAROI ALVEOLAIRE DISPOSANT D'UNE 30 <sup>AINE</sup> D' ALVEOLES DANS L'EPAISSEUR. CHAQUE BLOC A LES DIMENSIONS SUIVANTES : L <sub>z</sub> =37.5CM, L <sub>x</sub> =27.5CM ET L <sub>y</sub> =21CM. ....	61
FIGURE II.18 CARACTERISATION EXPERIMENTALE DES DONNEES D'ENTREE DU MODELE. ....	62
FIGURE II.19 PERTES PAR TRANSMISSION D'UNE PAROI ALVEOLAIRE DE 39CM D'EPAISSEUR. ....	63
FIGURE II.20 PUISSANCE INCIDENTE EN FONCTION DE LA TAILLE DE LA SALLE D'EMISSION. ....	65
FIGURE II.21 IMPACT DES LOCAUX DE MESURES SUR L'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE D'UNE PAROI DE BRIQUES HOMOGENEISEE DE 39CM D'EPAISSEUR (ENCASTREE AUX BORDS). ....	65
FIGURE II.22 IMPACT DES PROPRIETES PHYSIQUES DU MUR SUR SES PERTES PAR TRANSMISSION. ....	66
FIGURE II.23 PERTES PAR TRANSMISSION DE PAROIS ALVEOLAIRES EN 1/3 OCTAVE ((A) ET (B) : MURS DE 21CM D'EPAISSEUR A PERFORATIONS VERTICALES, (C) : PAROI DE 21CM D'EPAISSEUR A PERFORATIONS HORIZONTALES, (D) : MUR DE 39CM D'EPAISSEUR). ....	68
FIGURE III.1 MUR DE BRIQUES DE 21CM D'EPAISSEUR A PERFORATIONS VERTICALES. ....	70
FIGURE III.2 SCHEMAS DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL. A DROITE, ON A UNE VUE DE HAUT ILLUSTRANT LA POSITION DES PAIRES D'ACCELEROMETRES (K,K') (AVEC K,K'=1,2,3). ....	70
FIGURE III.3 DIFFERENCE DE PHASE ENTRE LES DIFFERENTS COUPLES D'ACCELEROMETRES. ....	72
FIGURE III.4 ZOOM SUR UNE PAROI ALVEOLAIRE YZ DE 2.84x0.21M <sup>2</sup> EXCITEE MECANIQUEMENT PAR UNE FORCE F. DISCRETISATION AVEC DES ELEMENTS 2D TYPE QUAD4. ....	73
FIGURE III.5 DIFFERENCE DE PHASE SIMULEE POUR DIFFERENTES PAIRES DE NŒUDS DU MAILLAGE. ....	74
FIGURE III.6 VITESSES NORMALES V <sub>z</sub> (Y,Z) A : (A) :450Hz, (B) :1450Hz, (C) :2200Hz ET (D) :2500Hz. ....	74
FIGURE III.7 GROS PLAN SUR UN MUR YZ DE 2.27x0.39M <sup>2</sup> . ....	75
FIGURE III.8 PHASE RELATIVE EN FONCTION DE LA FREQUENCE. ....	75
FIGURE III.9 VITESSES NORMALES D'UNE PAROI ALVEOLAIRE DE 39CM D'EPAISSEUR A 100Hz (A), 350Hz (B), 500Hz (C) ET 620Hz (D). ....	76
FIGURE III.10 SCHEMA DU DISPOSITIF DE PHONOSCOPIE (FIGURE EXTRAITE DE [3]). ....	78
FIGURE III.11 PRESSION SUR L'HOLOGRAMME ET SPECTRE DE LA VITESSE EN VECTEURS D'ONDES AU TIERS D'OCTAVE 630Hz. EN NOIR EST REPRESENTE LE CERCLE DE RAYONNEMENT (K <sub>AIR</sub> =11.6M <sup>-1</sup> ). ....	80
FIGURE III.12 PRESSION SUR L'HOLOGRAMME ET SPECTRE DE LA VITESSE EN VECTEURS D'ONDES AU TIERS D'OCTAVE 2000Hz. EN NOIR EST REPRESENTE LE CERCLE DE RAYONNEMENT (K <sub>AIR</sub> =37.0M <sup>-1</sup> ). ....	81
FIGURE III.13 PRESSION SUR L'HOLOGRAMME ET SPECTRE DE LA VITESSE EN VECTEURS D'ONDES AU TIERS D'OCTAVE 2500Hz. EN NOIR EST REPRESENTE LE CERCLE DE RAYONNEMENT (K <sub>AIR</sub> =46.2M <sup>-1</sup> ). ....	82
FIGURE III.14 COMPARAISON ENTRE THEORIE (EN HAUT) ET EXPERIENCE (EN BAS) AU TIERS D'OCTAVE 630Hz. ....	85
FIGURE III.15 CONFRONTATION ENTRE THEORIE (EN HAUT) ET EXPERIENCE (EN BAS) AU TIERS D'OCTAVE 1kHz. ....	86
FIGURE III.16 COMPARAISON ENTRE THEORIE (EN HAUT) ET EXPERIENCE (EN BAS) AU TIERS D'OCTAVE 2kHz. ....	87
FIGURE III.17 CONFRONTATION ENTRE THEORIE (EN HAUT) ET EXPERIENCE (EN BAS) AU TIERS D'OCTAVE 2.5kHz. ....	88
FIGURE III.18 EVOLUTION FREQUENTIELLE DU DEPLACEMENT NORMAL U <sub>p0</sub> POUR UN SYSTEME FAIBLEMENT COUPLE A DEUX DEGRES DE LIBERTE (F <sub>p</sub> =50Hz, F <sub>N</sub> =300Hz, C <sub>NP</sub> =10 <sup>-2</sup> , η <sub>n</sub> = η <sub>p</sub> = 1%). ....	95
FIGURE III.19 LES SIX CONFIGURATIONS TESTEES. EN ROUGE SONT REPRESENTEES LES DEUX PAROIS INITIALES DE TESSON ET EN JAUNE LES LIAISONS AJOUTEES PROGRESSIVEMENT. ....	96
FIGURE III.20 EFFET DE L'AIR SELON LE NOMBRE DE LIAISONS SOLIDIENNES (LES COURBES DE GAUCHE SONT EN 1/3 OCTAVE, CELLES DE DROITE SONT LEURS ANALOGUES EN BANDES FINES AVEC UN PAS FREQUENTIEL DE 1Hz). ....	98
FIGURE III.21 BRIQUE CREUSE A 9 ALVEOLES (L'EPAISSEUR DES CLOISONS EST DE 5MM). ....	101
FIGURE III.22 RESULTATS OBTENUS SUR UNE PAROI ALVEOLAIRE DE 20CM D'EPAISSEUR (REPRESENTATION EN 1/3 OCTAVE). ....	102
FIGURE III.23 AFFAIBLISSEMENTS ACOUSTIQUES (1/3 OCTAVE) SIMULES DANS LE CADRE D'UN MODELE VIBRO-ACOUSTIQUE 2D ET PLUSIEURS MODELES 3D. ....	103
FIGURE III.24 MODELISATION A 2D DE PAROIS AYANT DES DISTRIBUTIONS ET/OU DES TAILLES D'INHOMOGENEITES VARIEES. ....	105
FIGURE III.25 PERTES PAR TRANSMISSION DE PAROIS HETEROGENES OBTENUES DANS LE CADRE D'UN CALCUL HOMOGENEISE ET D'UNE APPROCHE PUREMENT NUMERIQUE (LES COURBES DE GAUCHE SONT EN BANDES FINES AVEC δf=1Hz ET CELLES DE DROITE EN 1/3 OCTAVE). ....	107
FIGURE III.26 VITESSES NORMALES DE LA DOUBLE PAROI RAIDIE (CAS 1, d=19cm) A 349Hz (A) ET 637Hz (B). ....	108
FIGURE III.27 VITESSES NORMALES ASSOCIEES A LA PAROI 2. A BASSES FREQUENCES (A GAUCHE), LA VIBRATION S'APPARENTE A UN MODE DE FLEXION. A 2331Hz (A DROITE), L'INFLUENCE DES INHOMOGENEITES EXPLIQUE L'APPARITION DU PIC DE TRANSMISSION OBSERVE DANS CETTE ZONE (CF. FIGURE III.25). ....	109
FIGURE III.28 VITESSES NORMALES SIMULEES POUR LA PAROI 4. A 199Hz (A GAUCHE), 1104Hz (AU CENTRE) OU ENCORE 2303Hz (A DROITE), LE MUR EST LE SIEGE D'ONDES DE FLEXION. ....	110
FIGURE III.29 VITESSES NORMALES DES PAROIS 5 ET 6 A DIFFERENTES FREQUENCES. (A) : DEFORMEE DE LA PAROI 5 A 1433Hz, (B) ET (C) : VITESSES NORMALES DE LA PAROI 6 A 867Hz ET 1908Hz. ....	111

FIGURE III.30 MUR MONTE A JOINT « TRADITIONNEL » HORIZONTAL (EN BEIGE EST REPRESENTEE LA BRIQUE ET EN NOIR LE JOINT). MAILLAGE AVEC ELEMENTS HEXA (DDL=44982).....	112
FIGURE III.31 IMPACT DES JOINTS SUR LES PERTES PAR TRANSMISSION DU MUR. ....	113
FIGURE III.32 MURET FORME DE 4 BRIQUES (EN BEIGE) AVEC JOINTS HORIZONTAUX EPAIS (EN NOIR).....	114
FIGURE III.33 IMPACT DES JOINTS PREDIT PAR LE MODELE DE PLAQUE EPAISSE ORTHOTROPE FENETREE. ....	114
FIGURE III.34 INFLUENCE DU TYPE DE JOINT SUR L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE MESURE SUR 2 MURS MAÇONNES A PARTIR DES MEMES BRIQUES ALVEOLAIRES (DE 30CM D’EPAISSEUR). ....	115
FIGURE III.35 REPRESENTATION DANS LE PLAN XY DES DEUX PAROIS TESTEES (A GAUCHE LE MUR SANS DECALAGE ET A DROITE LA MEME PAROI AVEC DECALAGE D’UN DEMI RANG). ....	116
FIGURE III.36 EFFET DU MONTAGE ALTERNE SUR L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE. ....	116
FIGURE IV.1 VUE DANS LE PLAN XZ DE LA BRIQUE CREUSE DE 20CM D’EPAISSEUR. ....	120
FIGURE IV.2 INFLUENCE DES PARAMETRES ELASTIQUES DU TESSON SUR L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE DU MUR (FACTEUR DE PERTE PRIS EGAL A 2%). ....	121
FIGURE IV.3 INFLUENCE DES MODULES D’YOUNG (EN HAUT) ET DE CISAILLEMENT (EN BAS) EFFECTIFS SUR L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE DU MUR (EN 1/3 OCTAVE).....	122
FIGURE IV.4 BRIQUES ALVEOLAIRES DE DIMENSIONS ( $L_x=53\text{cm}, L_y=27\text{cm}, H=20\text{cm}$ ) AVEC EN HAUT LA GEOMETRIE DE « REFERENCE », AU MILIEU (CAS 2) ET EN BAS (CAS 3) UNE REDUCTION PROGRESSIVE DES LIAISONS MECANIQUES DE FAÇON A REDUIRE LES PONTS THERMIQUES.....	124
FIGURE IV.5 INFLUENCE DE LA CONTRAINTE THERMIQUE SUR L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE D’UNE PAROI ALVEOLAIRE (CALCULS EFFECTUES AVEC UN TESSON SUPPOSE ISOTROPE $E=6\text{GPa}, \nu=0.31$ ET UN FACTEUR DE PERTE ARBITRAIRE DE 2%).....	124
FIGURE IV.6 AFFAIBLISSEMENTS ACOUSTIQUES MESURES SUR 3 PAROIS DE DIMENSIONS XYZ $4.18 \times 2.47 \times 0.21\text{m}^3$ (A GAUCHE) ET LEURS PROFILS ASSOCIES DANS LE PLAN XZ (A DROITE). ....	126
FIGURE IV.7 AFFAIBLISSEMENTS ACOUSTIQUES DES 3 PAROIS OBTENUS PAR CALCUL. ....	126
FIGURE IV.8 EXEMPLE DE CHAMP DE PRESSION SIMULE DANS UNE CAVITE IRREGULIERE ; (A) : 3 <sup>EME</sup> MODE (ETENDU) ET (B) : 64 <sup>EME</sup> MODE (LOCALISE) (EXTRAIT DE [84]). ....	128
FIGURE IV.9 GENERATION DU TAPIS DE SIERPINSKI. L’INITIATEUR (A) EST UN CARRE PLEIN QUE L’ON REMPLACE PAR LE GENERATEUR REPRESENTE EN (B). LA REGLE D’ITERATION CONSISTE A COUPER CHAQUE CARRE EN 9 CARRES EGaux ET ENLEVER LE CARRE CENTRAL. CE PROCESSUS CONDUIT AUX ORDRES 2 ET 3 ILLUSTRES EN (C) ET (D). ....	129
FIGURE IV.10 VARIATION DES PARAMETRES EFFECTIFS AVEC LA TAILLE L DU SYSTEME. ....	131
FIGURE IV.11 PAROIS CLASSEES PAR ORDRE DE FRACTALITE N CROISSANT (ORDRE 1 : 103680 ELEMENTS, ORDRE 2 : 92160, ORDRE 3 : 90139 ELEMENTS, ORDRE 4 : 491520 ELEMENTS). NOTEZ LE GROS PLAN FAIT SUR L’ORDRE 4 AFIN DE DISTINGUER CLAIREMENT SA DISTRIBUTION D’ALVEOLES.....	133
FIGURE IV.12 INDICES R SIMULES POUR PLUSIEURS PAROIS PRE-FRACTALES (LE CALCUL ELEMENTS FINIS EST EFFECTUE AVEC DES CONDITIONS AUX LIMITES DE TYPE ENCASTREMENT).....	134
FIGURE IV.13 DEFLEXIONS (NORMALES) « BASSES FREQUENCES » DE MURS AUTO-SIMILAIRES, (A) : MODE 6 A 552Hz (ORDRE 1), (B) : MODE 8 A 609Hz (ORDRE 2), (C) : MODE 9 A 650Hz (ORDRE 3) ET (D) : MODE 9 A 575Hz (ORDRE 4). ....	135
FIGURE IV.14 MISE EN EVIDENCE DE LA STRUCTURE DE BANDES ASSOCIEE AUX ALVEOLES DE 9CM DE HAUTEUR, (A) : MODE 25 A 1919Hz (ORDRE 1), (B) : MODE 27 A 1893Hz (ORDRE 2), (C) : MODE 27 A 1764Hz (ORDRE 3) ET (D) : MODE 26 A 1598Hz (ORDRE 4).....	136
FIGURE IV.15 MODES PROPRES INDIQUANT LA PRESENCE DU MODE DE LAMB $S_1$ DANS UN MUR ALVEOLAIRE HIERARCHIQUE. (A) : MODE 46 A 3137Hz (ORDRE 1), (B) : MODE 48 A 2879Hz (ORDRE 2), (C) : MODE 49 A 2704Hz (ORDRE 3) ET (D) : MODE 54 A 2519Hz (ORDRE 4).....	136
FIGURE IV.16 QUELQUES FONCTIONS PROPRES $\ \tilde{\Psi}(Y, Z)\  = \sqrt{\Psi_Y^2 + \Psi_Z^2}$ HAUTES FREQUENCES DE LA PAROI D’ORDRE 3 : A GAUCHE LE MODE 81 DE FREQUENCE PROPRE 4485Hz ET A DROITE LE MODE 82 ( $F_{82}=5719\text{Hz}$ ).....	137
FIGURE IV.17 SIMULATION DE L’AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE (EN 1/3 OCTAVE) D’UN MUR PRE-FRACTAL DE 54CM D’EPAISSEUR. .....	138
FIGURE IV.18 EXEMPLE DE MODES PROPRES $\Psi_Z^N$ (N=5,13,26) RESPONSABLES DE LA TRANSMISSION ACOUSTIQUE ENTRE 100Hz ET 1500Hz. ....	138
FIGURE IV.19 PERTES PAR TRANSMISSION EN BANDES FINES (EN HAUT, AVEC $\delta F=1\text{Hz}$ ) ET QUELQUES MODES PROPRES ASSOCIES (EN BAS) AVEC (A) : $\Psi_Z^N$ (N=46, $F_{46}=1740\text{Hz}$ ), (B) : $\ \tilde{\Psi}^N\ $ ET $\Psi_Z^N$ (N=53, $F_{53}=2089\text{Hz}$ ), (C) : $\Psi_Z^N$ (N=62, $F_{62}=2263\text{Hz}$ ). .....	139
FIGURE IV.20 VUE DANS LE PLAN XZ D’UNE BRIQUE CREUSE OU LA DISTRIBUTION SPATIALE DES ALVEOLES EST ALEATOIRE. ....	141
FIGURE IV.21 QUELQUES FONCTIONS PROPRES $\ \tilde{\Psi}^N(X, Z)\ $ ASSOCIEES A LA GEOMETRIE ENVISAGEE. PARMIS CES MODES, SEUL LE $2^{\text{ND}}$ S’APPARENTE A UNE VIBRATION ETENDUE (TYPE MODE DE FLEXION).....	142
FIGURE IV.22 INDICE R EVALUE EN BANDES FINES (EN HAUT) ET EN 1/3 OCTAVE (EN BAS). ....	143

FIGURE IV.23 DEFORMEES DE 3 FONCTIONS PROPRES $\ \bar{\psi}^N(Y, Z)\ $ EN BASSES FREQUENCES. ....	144
FIGURE IV.24 EXEMPLE DE FONCTIONS PROPRES $\ \bar{\psi}^N\ $ ET $\psi_Z^N$ EN « MOYENNES FREQUENCES », (A) : N=13, F <sub>13</sub> =386HZ, (B) : N=39, F <sub>39</sub> =828HZ.....	144
FIGURE IV.25 FONCTIONS PROPRES $\ \bar{\psi}^N\ $ ET $\psi_Z^N$ ASSOCIEE AU 83 <sup>EME</sup> MODE, DE FREQUENCE PROPRE 1618HZ.....	145
FIGURE IV.26 FONCTIONS PROPRES $\ \bar{\psi}^N(X, Y, Z)\ $ D'UNE BRIQUE (EN HAUT) ET DEFORMEES NORMALES $\psi_Z^N(X, Y, Z = 0.27)$ DU MUR (EN BAS). UN ENCASTREMENT EST APPLIQUE AUX BORDS DE LA BRIQUE SITUES EN X=(0,0.27) ET AUX 4 BORDS DU MUR. ....	146
FIGURE IV.27 INFLUENCE DU DESORDRE SUR L'AFFAIBLISSEMENT ACOUSTIQUE DE 2 PAROIS DE MEME EPAISSEUR ET DE MASSES SURFACIQUES VOISINES (CALCULS PAR ELEMENTS FINIS A 2D). ....	147

**TITLE :** Acoustic properties of masonry walls made of hollow bricks

---

**ABSTRACT :**

Hollow bricks are widely as building structural elements, mainly for their attractive thermal insulation properties. However, because of their high thickness, inhomogeneity and strong anisotropy, the physical laws commonly used in building acoustics do not provide accurate predictions in the case of these materials.

To solve this problem, a simplified semi-analytical approach is proposed to compute sound transmission through hollow brick walls. A homogenised vibratory model is derived and compared to various test data. In this formalism, the wall is treated as a thick orthotropic and homogenised plate. An efficient numerical homogenisation process, based on the finite element method, is used to get the equivalent elastic constants of one brick block.

Accelerometrics and an acoustical holography technique are then applied to study the vibrational properties of a brick wall in the range [100Hz, 5kHz]. The last part of this work is devoted to the optimization of the acoustic behaviour of hollow brick walls. First, several parametric studies are led to highlight the relevant physical parameters for the improvement of the acoustic properties. Besides, the concept of irregularity is introduced. The effect of spatial dispersion of the geometrical irregularities on sound insulation is discussed.

---

**KEYWORDS :**

Building acoustics – Sound transmission – Homogenisation – Lamb modes

**AUTEUR :** Gary JACQUS

**TITRE :** Etude des caractéristiques acoustiques des matériaux alvéolaires utilisés pour la construction de parois dans le bâtiment

**DIRECTEUR DE THÈSE :** Vincent GIBIAT

**LIEU ET DATE DE SOUTENANCE :** CTMNC (Clamart 92140) – 29 Mars 2011

---

**RÉSUMÉ :**

De part leurs propriétés thermiques intéressantes, les briques alvéolaires de terre cuite sont largement utilisées dans le domaine de la construction de parois. Du fait de leur large épaisseur, de leur inhomogénéité et de leur anisotropie, les lois physiques couramment utilisées en acoustique du bâtiment pour prédire la performance acoustique des parois ne s'appliquent pas de manière correcte aux murs maçonnés avec ces matériaux.

On expose ici une approche simplifiée destinée au calcul de la transmission acoustique au travers d'une paroi alvéolaire. Un modèle vibratoire homogénéisé est développé puis comparé à divers résultats d'essais. Dans ce modèle, la paroi alvéolaire est assimilée à une plaque épaisse orthotrope homogénéisée. Une technique numérique d'homogénéisation, basée sur la méthode des éléments finis, est utilisée pour extraire les coefficients élastiques équivalents du milieu alvéolaire. Des mesures accélérométriques et d'holographie acoustique de champ proche sur mur sont ensuite menées afin de mettre en évidence expérimentalement les différents modes de vibrations responsables de la transmission entre 100Hz et 5kHz. Deux pistes visant à optimiser le comportement acoustique des matériaux alvéolaires sont finalement présentées. La première est basée sur le modèle d'homogénéisation et expose plusieurs études paramétriques destinées à identifier les grandeurs physiques jouant un rôle majeur dans les performances acoustiques du mur. La seconde exploite le concept d'irrégularité géométrique d'un système physique. On s'intéresse notamment à l'influence de la répartition des inhomogénéités dans le milieu alvéolaire sur l'isolation acoustique de la structure.

---

**MOTS-CLÉS :**

Acoustique du bâtiment – Transmission acoustique – Homogénéisation – Modes de Lamb

---

**DISCIPLINE ADMINISTRATIVE :**

Acoustique

---

**INTITULÉ ET ADRESSE DE L'U.F.R. OU DU LABORATOIRE :**

Laboratoire PHASE

Physique de l'Homme Appliquée à Son Environnement

UPS - 118 route de Narbonne 31062 Toulouse Cedex 09 - France