
Taschenbuch

der statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden

Die wichtigsten
Methoden und Verfahren
für die Praxis

Curt Ronniger



Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS	1
SIX SIGMA.....	9
DIE SIX SIGMA ZYKLEN	9
METHODENÜBERSICHT FÜR DEN DMAIC-ZYKLUS	10
STATISTISCHE BETRACHTUNG VON SIX SIGMA	10
SYSTEMANALYSE UND VERFAHREN ZUR PARAMETERAUSWAHL	12
EINFÜHRUNG.....	12
URSACHEN-WIRKUNGSDIAGRAMM NACH ISHIKAWA.....	13
ERWEITERTES URSACHEN-WIRKUNGSDIAGRAMM	14
PARETO-ANALYSE.....	16
INTENSITÄTS-BEZIEHUNGSMATRIX	16
PRIORISIERUNGS-BEWERTUNG.....	21
FEHLERBAUMANALYSE FTA.....	22
ÜBERSICHT ÜBER DIE WICHTIGSTEN TOOLS DER SYSTEMANALYSE	25
VERSUCHSPLANUNG (DESIGN OF EXPERIMENT – DOE).....	26
EINFÜHRUNG.....	26
VOLLFAKTORIELLER VERSUCHSPLAN.....	27
TEILFAKTORIELLE VERSUCHSPLÄNE	28
PLACKETT-BURMAN-VERSUCHSPLÄNE	29
TAGUCHI VERSUCHSPLÄNE	29
D-OPTIMALE VERSUCHSPLÄNE.....	32
MISCHUNGSPÄNE.....	34
KATEGORIALE FAKTOREN	35
NOTWENDIGE VERSUCHSWIEDERHOLUNGEN - STICHPROBENUMFANG	36
VERGLEICH DER VERSUCHSPLÄNE.....	37
ÜBERSICHT	38
VARIANZANALYSE (ANOVA).....	40
ONE-WAY ANOVA BALANCIERT ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3...$)	41
TWO-WAY ANOVA BALANCIERT	41
TWO-WAY ANOVA BALANCIERT MIT ZUFALLSFAKTOREN (RANDOM).....	42
TWO-WAY ANOVA GESCHACHELTELT (NESTED).....	43
KORRELATION UND BESTIMMTHEITSMAß.....	43
KORRELATIONSKOEFFIZIENT NACH BRAVAIS - PEARSON	43
RANGKORRELATION NACH SPEARMAN	44
REGRESSION	44
MULTIPLE REGRESSION	45
<i>Grafische Darstellung des Modells im Kurvendiagramm</i>	<i>46</i>
<i>Grafische Darstellung der Wechselwirkung</i>	<i>47</i>
<i>Residuen</i>	<i>48</i>
<i>Bestimmtheitsmaß</i>	<i>49</i>
VORHERSAGEMAß DES MODELLS Q^2	50
<i>Hinweise:</i>	<i>50</i>
<i>Modellschwäche Lack of Fit</i>	<i>51</i>
<i>Streuungszerlegung gesamthaft</i>	<i>52</i>
<i>Wiederholbarkeit.....</i>	<i>52</i>
<i>Test der Regressionskoeffizienten, der p_{value}</i>	<i>52</i>
<i>Varianzinflationsfaktor (VIF).....</i>	<i>53</i>
<i>Standardabweichung für das Gesamtmodell RMS.....</i>	<i>54</i>
<i>Normieren.....</i>	<i>54</i>
<i>Standardisieren</i>	<i>54</i>
BOX-COX-TRANSFORMATION	55

VERTRAUENSBEREICH FÜR DIE ZIELGRÖÖE	55
<i>Bestimmung von Ausreißern</i>	55
<i>Grundsätzliche Überlegungen zu Stabilität und Robustheit</i>	58
<i>Probleme mit zu stark korrelierenden Daten (historische Daten)</i>	60
DISKRETE REGRESSIONSANALYSE	62
HÄUFIGKEITSGRUPPEN / KREUZTABELLEN	67
MULTIVARIATE DATENAUSWERTUNG	71
HAUPTKOMPONENTENANALYSE	71
PARTIAL LEAST SQUARE (PLS)	72
<i>Schätzung der Streuung</i>	74
<i>Variablenselektion mit VIP</i>	74
<i>Score Plot</i>	76
<i>Korrelations-Ladungen (Correlation Loading Plot)</i>	76
CLUSTERANALYSE	77
FÄHIGKEITSKENNZAHLEN	81
NORMALVERTEILUNG	81
LOGNORMALVERTEILUNG	82
BETRAGSVERTEILUNG 1. ART	82
BETRAGSVERTEILUNG 2. ART (RAYLEIGH-VERTEILUNG)	83
VERTEILUNGSFREIE PERCENTIL-METHODE	83
VERTEILUNGSFORMEN VERSCHIEDENER KONSTRUKTIONSMERKMALE	83
ÜBERSICHT DER WICHTIGSTEN VERTEILUNGEN	84
MASCHINENFÄHIGKEITSUNTERSUCHUNG (MFU)	84
PROZESSFÄHIGKEITSUNTERSUCHUNG (PFU)	84
MESSMITTELFÄHIGKEIT & MESS-SYSTEM-ANALYSE MSA	85
<i>Verfahren 1, 2 und 3</i>	85
<i>Mess-System-Analyse mit ANOVA</i>	88
<i>Mess-System-Analyse analog VDA Band 5 bzw. ISO 22514-7</i>	89
<i>Verringerung der Messunsicherheit durch Wiederholungen</i>	90
<i>Gegenüberstellung zu den klassischen Verfahren</i>	90
<i>Mess-System-Analyse für diskrete und ordinal skalierte Merkmale</i>	91
<i>Auswahlübersicht Mess-System-Analyse</i>	95
TOLERANZBERECHNUNG	96
DAS GAUßSCHE FEHLERFORTPFLANZUNGSGESETZ	96
ABSCHÄTZUNG DER EINZELSTREUUNGEN AUS DEN TOLERANZEN	97
PROZESSDATEN TOLERANZSIMULATION	97
<i>Beispiel Fahrzeughinterachse</i>	98
QUALITÄTSREGELKARTE FÜR EIN MERKMAL	99
x – QUALITÄTSREGELKARTE (URWERTKARTE)	99
x/s- QUALITÄTSREGELKARTE	100
QUALITÄTSREGELKARTEN FÜR DISKRETE MERKMALE	101
STATISTISCHE HYPOTHESENTESTS	103
EINFÜHRUNG	103
BESTIMMUNG DES α -FEHLERS AM BEISPIEL MITTELWERTVERGLEICH	104
DER P _{VALUE}	104
BESTIMMUNG DES β -FEHLERS AM BEISPIEL MITTELWERTVERGLEICH	105
ZUSAMMENFASSUNG ZU FEHLER 1. UND 2. ART	106
TESTSTÄRKE POWER	106
ERMITTLUNG DER STICHPROBENGROÖÖE MIT HILFE DER POWER-FUNKTION	107
HYPOTHESENTESTS FÜR VERTEILUNGEN	109
<i>Shapiro-Wilk Test</i>	109
<i>Kolmogorov-Smirnov Anpassungstest</i>	109
<i>Cramér-von-Mises Test</i>	110
<i>Anderson-Darling Test auf Normalverteilung</i>	110

<i>Anderson-Darling Test auf Weibull-Verteilung</i>	111
χ^2 -Anpassungstest.....	111
<i>Epps-Pulley Test</i>	112
<i>Jarque-Bera Test (JB)</i>	113
<i>Zusammenfassung der statistischen Tests auf Normalverteilung</i>	114
<i>Binomial-Test</i>	114
HYPOTHESENTESTS FÜR AUSWERTUNGEN	114
<i>t-Test für zwei Stichproben</i>	114
<i>t-test für Vergleich einer Stichprobe mit einem Vorgabewert</i>	115
<i>Mood's Median Test</i>	115
<i>U-Test für zwei Stichproben</i>	116
<i>Vorzeichentest für eine Stichprobe</i>	117
<i>Vorzeichenrangtest nach Wilcoxon für eine Stichprobe</i>	117
<i>F-Test</i>	117
<i>Levene's Test</i>	118
<i>Bartlett-Test</i>	118
<i>Linearitätstest</i>	119
<i>Steigungstest einer Regression</i>	120
AUSREIßERTESTS	120
<i>Test auf einen Ausreißer nach Grubbs</i>	120
<i>Test auf einen oder mehrere Ausreißer (Wölbungstest)</i>	120
<i>Ausreißertest nach David-Hartley-Pearson</i>	120
TESTS FÜR DISKRETE MERKMALE UND EREIGNISSE	121
<i>Binomial-Test</i>	121
<i>Poisson-Test</i>	121
χ^2 -Homogenitätstest	123
χ^2 -Mehrfeldtest.....	124
<i>Exakter Test nach Fisher</i>	125
<i>Übersicht über die Test-Statistiken</i>	127
DIE WICHTIGSTEN STETIGEN VERTEILUNGEN	128
NORMALVERTEILUNG	128
<i>Boxplot</i>	130
<i>Abweichungen von der Normalverteilung</i>	131
<i>Betragsnormalverteilung</i>	132
<i>Mehrparametrische Normalverteilung</i>	132
<i>5-parametrische Normalverteilung</i>	133
<i>Zensierte Normalverteilung</i>	134
LOGNORMALVERTEILUNG	135
WEIBULL - VERTEILUNG	137
<i>Bestimmung der Weibull-Parameter</i>	140
<i>Vertrauensbereich der Weibull-Verteilung und -Parameter</i>	141
<i>Vertrauensbereiche über Fisher-Matrix</i>	142
<i>3-parametrische Weibull-Verteilung</i>	143
<i>4- und 5-parametrische Weibull-Verteilung</i>	144
<i>Weitere Ansätze für nicht lineare Verläufe im Weibull-Netz</i>	147
<i>Berücksichtigung noch nicht eingetretener Ausfälle Sudden Death</i>	149
<i>Auswertung von Daten schadhafter und nicht schadhafter Teile</i>	151
<i>Zensierte Weibull-Verteilung</i>	152
<i>Intervall- und linkszensierte Daten</i>	152
<i>Felddatenauswertung – Anwärterprognose</i>	154
<i>Weitere wichtige Kenngrößen für Weibull & Zuverlässigkeit</i>	156
<i>Übersicht der möglichen Fälle</i>	156
<i>Typische Weibull-Verläufe und mögliche Ursachen</i>	158
ZUVERLÄSSIGKEITSMETHODEN UND LEBENSDAUER	159
VERGLEICH VON 2 VERTEILUNGEN	159
SYSTEMZUVERLÄSSIGKEIT BEI MEHREREN KOMPONENTEN	160
.....	160

.....	160
WEIBAYES - ANSATZ	161
ZUVERLÄSSIGKEIT AUS DEM BINOMIALANSATZ	162
SUCCESS RUN - STICHPROBENUMFANG	163
<i>Berücksichtigung von Vorkenntnissen</i>	<i>165</i>
<i>Berücksichtigung einer ausfallfreien Zeit t_0.....</i>	<i>165</i>
<i>Berücksichtigung eines Raffungsfaktors.....</i>	<i>166</i>
<i>Berücksichtigung von Ausfällen.....</i>	<i>166</i>
<i>Zusammenfassung für Tests ohne Ausfälle.....</i>	<i>166</i>
BELASTUNGS-TESTMATRIX	167
LEBENSDAUERHOCHRECHNUNG AUS VERSCHLEIßGRAD	171
LEBENSDAUER IM WÖHLERDIAGRAMM	173
<i>Wöhlerdiagramm aus Weibullauswertung ableiten.....</i>	<i>174</i>
<i>Wöhler - Perlschnurverfahren</i>	<i>176</i>
<i>Bestimmung des Raffungsfaktors.....</i>	<i>177</i>
TEMPERATUREINFLUSS AUF LEBENSDAUER	178
<i>Das Arrhenius-Modell.....</i>	<i>178</i>
<i>Coffin-Manson-Modell und Inverse Power Law.....</i>	<i>179</i>
SCHICHTLINIEN.....	180
<i>Schichtlinien auf Basis des Produktionsdatums.....</i>	<i>180</i>
WEITERE STATISTISCHE VERTEILUNGEN.....	184
DISKRETE VERTEILUNGEN	184
<i>Binomial.....</i>	<i>184</i>
<i>Poisson.....</i>	<i>185</i>
<i>Geometrisch.....</i>	<i>186</i>
<i>Hypergeometrisch</i>	<i>186</i>
STETIGE VERTEILUNGEN	187
<i>Beta</i>	<i>187</i>
<i>Cauchy.....</i>	<i>187</i>
<i>χ^2 (Chi²).....</i>	<i>187</i>
<i>Exponential</i>	<i>188</i>
<i>Extrem</i>	<i>188</i>
<i>Fisher</i>	<i>188</i>
<i>Gamma</i>	<i>188</i>
<i>Laplace.....</i>	<i>189</i>
<i>Logistik.....</i>	<i>189</i>
<i>Pareto</i>	<i>189</i>
<i>Rayleigh</i>	<i>189</i>
<i>Student- oder t-Verteilung</i>	<i>190</i>
ANLAGE	191
LEITFADEN ZUR ERSTELLUNG VON TABELLEN.....	191
VERWENDETE FORMELZEICHEN	192
STICHWORTVERZEICHNIS.....	193

VORWORT

Industrielle Prozesse werden immer komplexer und dennoch müssen Projekte immer schneller realisiert werden. In den letzten Dekaden zeigt sich eine zunehmende Beschleunigung dieser Entwicklung und ein Ende ist noch nicht abzusehen. Um diese Herausforderung zu bewältigen, ist der Einsatz statistischer Verfahren und Methoden zur Versuchsplanung und Qualitätssicherung unerlässlich. Obwohl die notwendigen Mittel in vielen Software-Paketen zugänglich sind, fällt deren Anwendung auf die konkrete Problemstellung oft schwer. Auch gibt es eine riesige Auswahl an Literatur und viele Informationen im Internet. Diese sind aber, vor allem auch wegen nicht gleicher Nomenklatur, schwer zu überblicken und nicht leicht auf die eigene Fragestellung zu übertragen.

Dieses Buch beinhaltet deshalb die wichtigsten statistischen Methoden und Verfahren einheitlich im Überblick. Viel Wert wurde daraufgelegt, die Begrifflichkeiten aus der Statistik für Techniker und Ingenieure verständlich darzustellen, auch wenn ein Grundmaß an Vorkenntnissen aus der Statistik vorausgesetzt wird.

Die Auswahl der Methoden, die Darstellungen, sowie die Beispiele hierfür haben einen hohen Praxisbezug. Hauptschwerpunkt ist die Automobilindustrie, die bei den Methoden oft eine Führerrolle innehat. Aber auch Problemstellungen anderer Bereiche, wie z.B. Anlagenbau, Hausgeräte, Medizintechnik etc., sind in dieses Buch eingeflossen. Von Vorteil ist, dass sich die spezifischen Methoden aus unterschiedlichen Branchen gegenseitig ergänzen.

Das Ziel ist auch, Fragen zu beantworten, die nicht in der Standardliteratur zu finden sind. Einige Methoden wurden vom Autor neu entwickelt, oder bauen auf bekannte auf (z.B. Exponentialansatz für Weibull oder die Systemanalyse mit Wirkdiagrammen). Zahlreiche Projekte wurden hiermit erfolgreich abgeschlossen.

Alle Methoden, Statistiken und Verfahren lassen sich mit der Software Visual-XSel durchführen.

Ausführliche weitere PDF-Dokumente mit Programmbeschreibung sind unter

www.crgraph.de/sitemap

zu finden.

2020

Curt Ronniger

Methodenübersicht für den DMAIC-Zyklus

	Methodenübersicht für den DMAIC-Zyklus	ab Seite
DEFINE	Was ist das Problem?	
	Aufgabenblatt, Project Charter	*
	Stakeholderanalyse	*
	Kick-Off Meeting	*
	Systemanalyse Ursachen-Wirkungsdiagramm	12
Quality Function Deployment (CTQ & VoC)	*	
MEASURE	Messen der Auswirkungen.	
	Design-Scorecard (Parameter, Wertebereiche, Einheiten...)	*
	Operationale Definition (was wird wann, wie und wo gemessen)	*
	Mess-System-Analyse (MSA)	85
	Stichprobenstrategie und -größe	107, 163
	Stat. Kennwerte: Mittelwert, Standardabweichung, ...	128
	Statistische Verteilungen und deren Kennwerte	128ff
Aktuelle Prozessfähigkeit bestimmen	84	
ANALYSE	Ermittlung der Ursachen.	
	Grafische Darstellungen (Pareto, Ausgl.-Gerade, Box-Plot, ...)	16, 45, 130
	Ursachen-Wirkdiagramm Erweiterungen/Ergänzungen	14
	FMEA	*
	Fehlerbaum	22
	(Shainin-Methoden)	103
	Hypothesentests	44ff
	Einfache und multiple Regression historischer Daten	26
	Design of Experiment (DoE) Einführung	44ff
	Datenauswertung aus DoE	137ff
Lebensdauerversuche, Weibull mit bisherigem Stand		
IMPROVE	Beseitigen des Problems.	
	Lösungen finden, optimale Varianten bestimmen	58
	Design of Experiment (DoE), 2. Durchlauf, Bestätigung	26ff
	Optimizer (Suche nach Bestpunkten aus Regressionsmodell)	56
	Quality Function Deployment (Berücksichtigung der Fertigung)	*
Lebensdauerversuche, Weibull mit optimiertem Stand	137ff	
CONTROL	Stabilität und Nachhaltigkeit sicherstellen	
	Maschinen- und Prozessfähigkeit	84
	Prozessüberwachung, Regelkarten bzw. SPC	99
	Stichprobenüberwachung	163
	Datenauswertung Prozessdaten (z.B. Regressionen, etc.)	44
Prozessdokumentation und Projektabschluss	*	

Statistische Betrachtung von Six Sigma

Wie Eingangs beschrieben, ist σ das Maß der Streuung eines Produktes oder eines Pro-

* Grau markierte Themen werden hier nicht behandelt ⇒ Verweis auf Six Sigma Literatur.

Systemanalyse und Verfahren zur Parameterauswahl

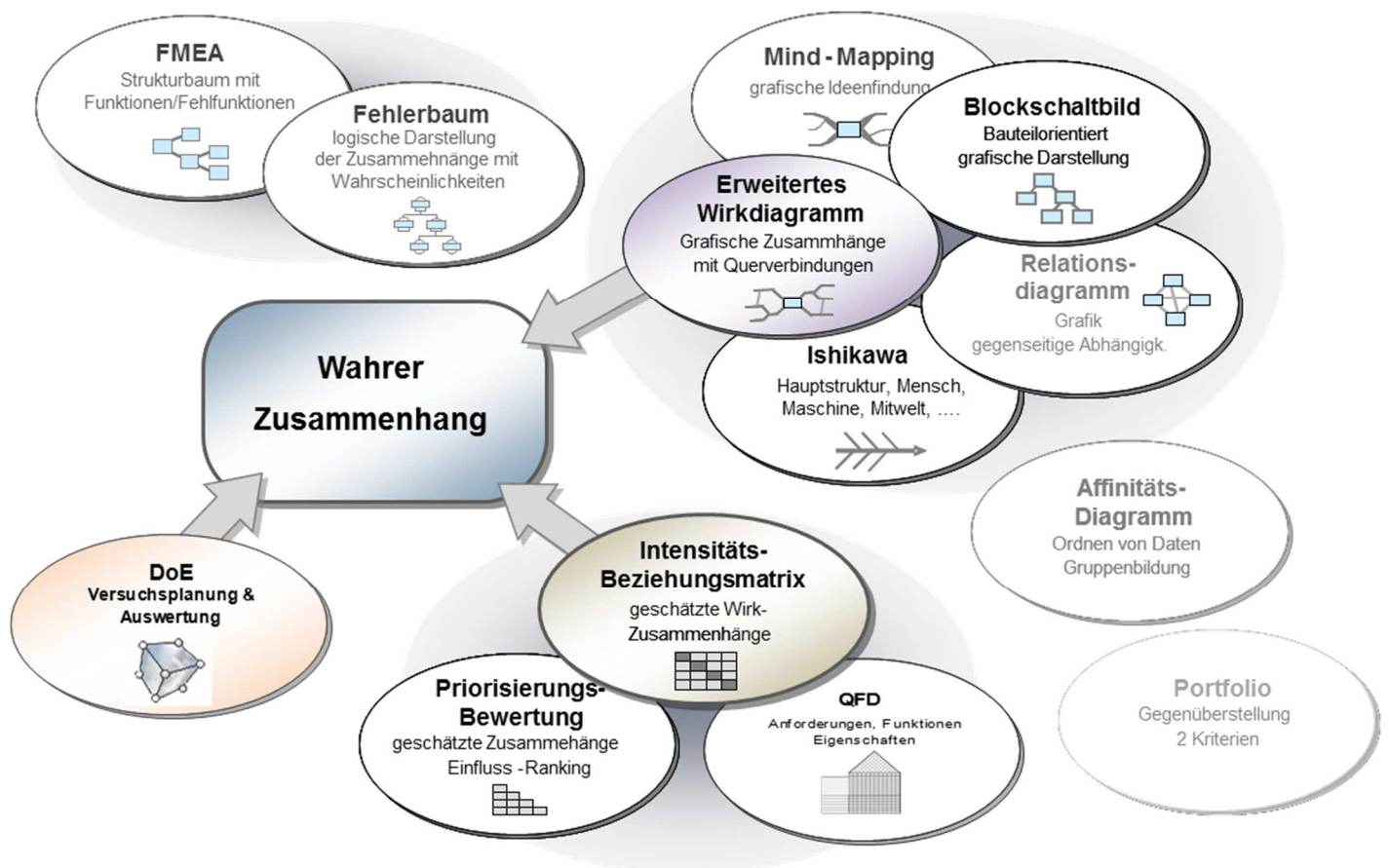
Einführung

Die Lösung technischer Probleme wird aufgrund komplexer werdender Systeme immer schwieriger. Zur Bestimmung der Zusammenhänge wird häufig Design of Experiment (DoE) eingesetzt. Leider scheitern Versuchspläne aber an der ungenügenden Vorbereitung. Die besten statistischen Methoden können aus der Beobachtung weggelassene und unterschätzte Faktoren nicht bewerten. Anhand eines Beispiels soll gezeigt werden, wie eine bestmögliche Systemanalyse als Einstieg in eine Versuchsplanung durchgeführt werden kann.

Eine Systemanalyse ist eine systematische Untersuchung von „Elementen“ die in Beziehung zueinander stehen (Kurzfassung aus Definition Duden).

Unter dem Begriff Systemanalyse verbergen sich eine Vielzahl von Methoden und Darstellungen. Im Rahmen dieser Beschreibungen sollen einschränkend die Bausteine betrachtet werden, die für eine spätere Untersuchung wichtig sind, insbesondere für die Erstellung von Versuchsplänen.

Man unterscheidet grundsätzlich zwischen grafischen Verfahren und Matrix-Strukturen, die teilweise auch ineinander übergehen. Das Ziel ist es, durch Abschätzung den wirklichen Beziehungen so nahe wie möglich zu kommen. Die wichtigsten Methoden zeigt folgendes Bild:



Im Fehlerbeseitigungsprozess verwendet man am häufigsten die „Tools“ Ishikawa, Wirkdiagramm und Fehlerbaum (Grundlage hierfür kann eine bereits vorhandene FMEA sein). Im Folgenden wird das Ursachen-Wirkungsdiagramm behandelt.

Ursachen-Wirkungsdiagramm nach Ishikawa

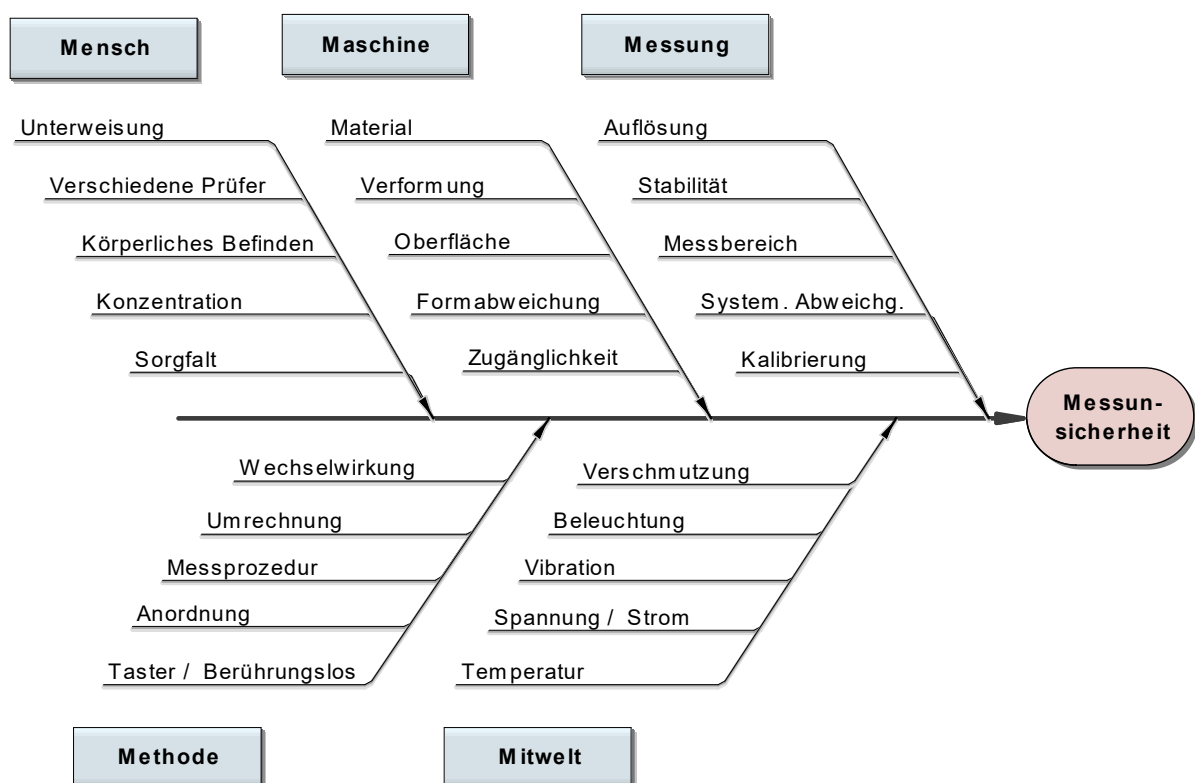
Erfunden wurde diese Methode von einem Hr. **Ishikawa**, nach dem die Methode benannt wurde. Verbreitet ist auch der Begriff **Fischgräten-Diagramm**. Der Name resultiert aus der Ähnlichkeit mit einer Fischgräte.

Das Ziel ist die systematische Darstellung von Zusammenhängen. Der Einsatz ist meist in der Problemlösung anzufinden.

Man unterscheidet zwischen einer **erfolgsorientierten** und einer **fehlerorientierten** Darstellung. Beim erfolgsorientierten Vorgehen wird als Wirkung ein erwünschter, positiver Zustand angegeben und die dazugehörigen Bedingungen erarbeitet. Beim fehlerorientierten Vorgehen werden ausgehend von einem Problem alle möglichen Ursachen gesucht. Beide Varianten dürfen nicht miteinander vermengt werden. Die einzelnen Schritte sind im Wesentlichen:

1. Definition des zu untersuchenden Ziels oder des Problems
2. Auswahl der darstellenden Struktur. Hierzu gibt es in der Regel die so genannten **M** (**M**ensch, **M**aschine, **M**ethode, **M**aterial, **M**itwelt, **M**essung). In machen Darstellungen wird auch noch das Management einbezogen.
3. Einflussgrößen in einer Arbeitsgruppe bestimmen und eintragen

Beispiel für ein 5M Diagramm: Darstellung von Einflüssen auf die Messunsicherheit.



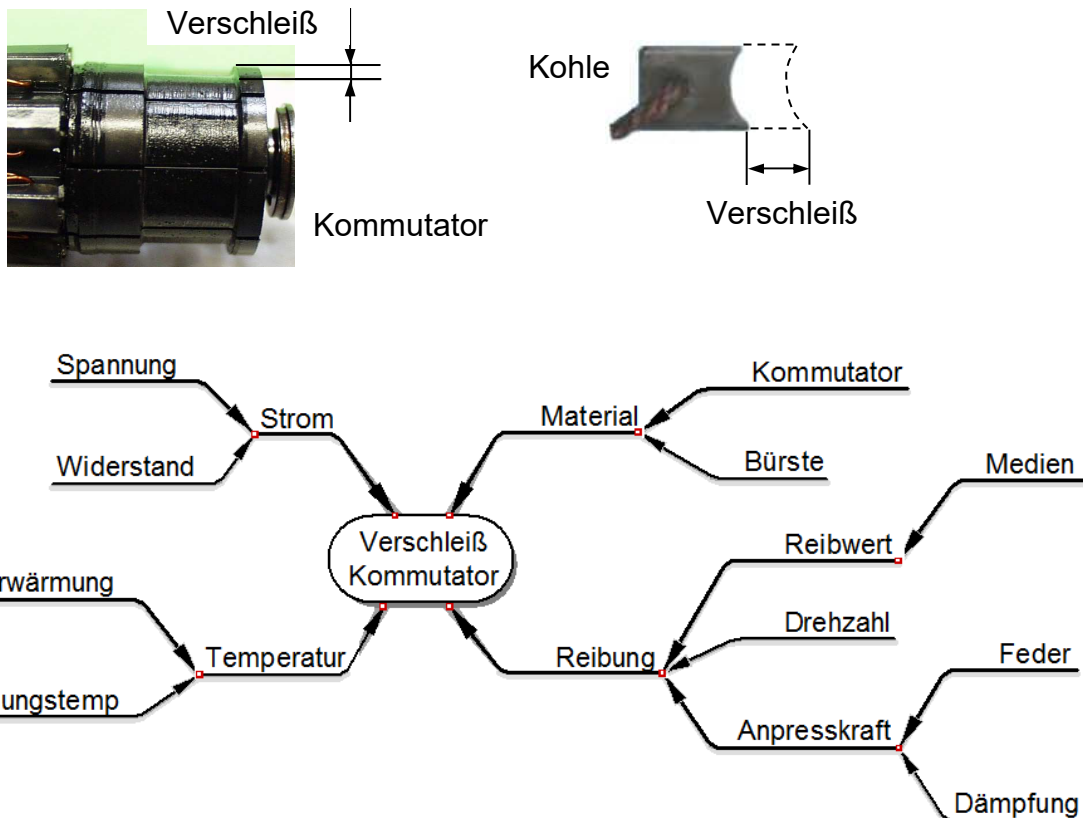
Diese Methode ist ursprünglich rein linear aufgebaut, was oft als Nachteil genannt wird. Man kann aber hier abhängige physikalische Größen dazwischen einbeziehen und gegenseitige Abhängigkeiten durch entsprechende Querverbindungen aufbauen.

Erweitertes Ursachen-Wirkungsdiagramm

In dieser Darstellung, abgekürzt auch als Wirkdiagramm bezeichnet, wird das Problem in die Mitte gestellt (problemorientierte Form). Es ist aber auch eine funktionsorientierte Darstellung möglich.

Im folgenden Beispiel soll der Verschleiß des Kommutators und der Kohlebürsten eines Elektromotors behandelt werden (vereinfachte Prinzip-Darstellung, problemorientiert):

Verwendet man hier anstelle der Bauteile physikalische, oder technische Begriffe für die Ursachen von Verschleiß, so entsteht folgende mögliche Darstellung:

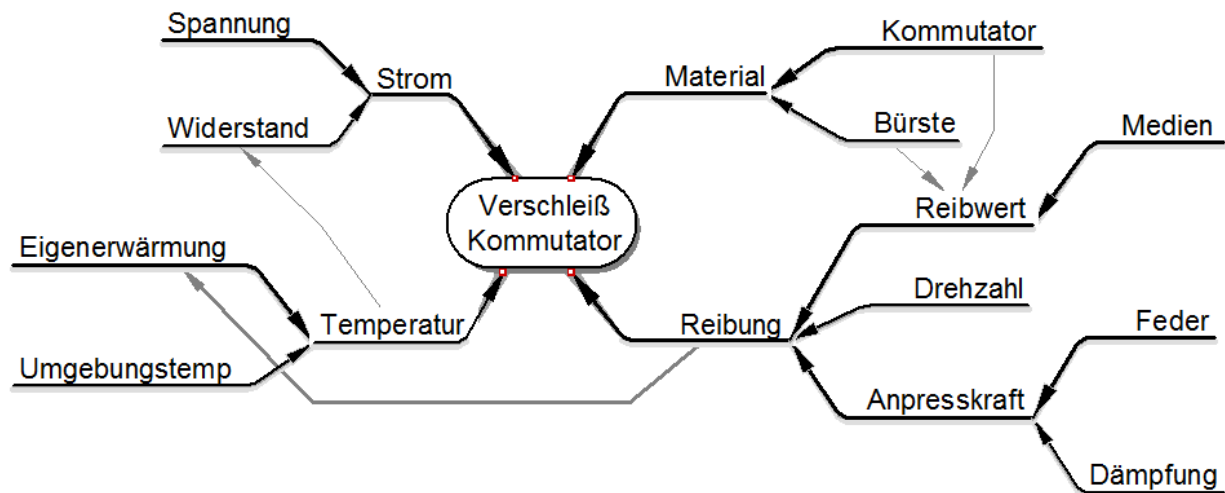


Die dargestellte Aufteilung hat den großen Vorteil, dass die Wirkreihenfolge klar erkennbar ist und eine spätere Bewertung der Ursachen den Verschleiß besser berücksichtigt. Die Betrachtung ist rein linear, physikalische Beziehungen und nichtlineare Zusammenhänge werden nicht berücksichtigt. Sie sind in der Regel im Vorfeld auch nicht bekannt.

Einbeziehung von Abhängigkeiten (Querbeziehungen)

Bei näherer Betrachtung der vorhergehenden Struktur wird schnell klar, dass es „Querbeziehungen“, bzw. weitere Abhängigkeiten gibt. Der Widerstand ist von der Temperatur und die Eigenerwärmung von der Reibung abhängig, usw.

Zu beachten ist hier der Unterschied zwischen (Quer-)Wirkungen und Wechselwirkungen! Im Gegensatz zu einer (Quer-)Wirkung zwischen zwei Parametern beeinflusst eine Wechselwirkung die Zielgröße (hier Verschleiß). Eine Wechselwirkung liegt vor, wenn sich bei Variation von 2 Parametern die Zielgröße mehr verändert, als durch die Summe der Einzeleffekte (Getrennte Änderung der Zielgröße je Parameter). Dabei muss nicht eine (Quer-)Wirkung der Parameter gegeben sein. Im Wirkdiagramm ist eine Wechselwirkung nicht erkennbar, bzw. ist grafisch nicht darstellbar.



Je nach Anzahl der Querverbindungen ergibt sich eine mehr oder weniger starke Vernetzung. Die Querverbindungen sollten deshalb grau dargestellt werden, damit die Übersichtlichkeit nicht leidet.

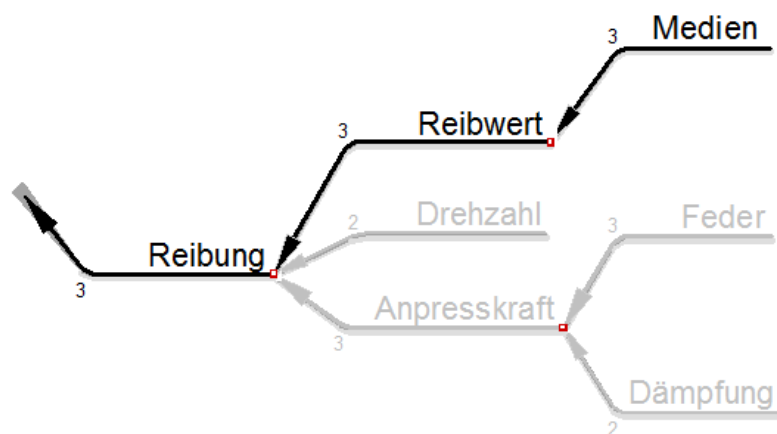
Die Ursachen-Wirkungskette ist sehr gut ersichtlich, z.B. erzeugt die Feder eine Anpresskraft und diese wiederum eine Reibung. Eine Ausnahme sind reine Auflistungspfade, wie Material oder konstruktive Merkmale.

Eine weitere Verbesserung der Analyse ergibt sich aus der Bewertung der Wirkstärken. Werden diese noch durch unterschiedliche Strichstärken der Äste hervorgehoben, entsteht eine noch bessere Darstellung der Zusammenhänge (siehe Bild oben).

Die Wirkstärken, auch für die Querverbindungen, werden in den Bewertungen 1,2,3 und 5 gestaffelt (siehe nachfolgendes Kapitel *Intensitäts-Beziehungsmatrix*). Damit kann später eine Pareto-Auswertung gemacht werden, um die wichtigsten Einflüsse zu bestimmen. Das Ranking der Einflüsse wird dabei auch wesentlich durch die Bewertung der Querverbindungen bestimmt. Eine Staffelung der Bewertung von 1, 3 oder 9 ist deshalb nicht zu empfehlen, da die 9 alle anderen Bewertungen in den „Hintergrund“ stellen würde.

Hinweis:

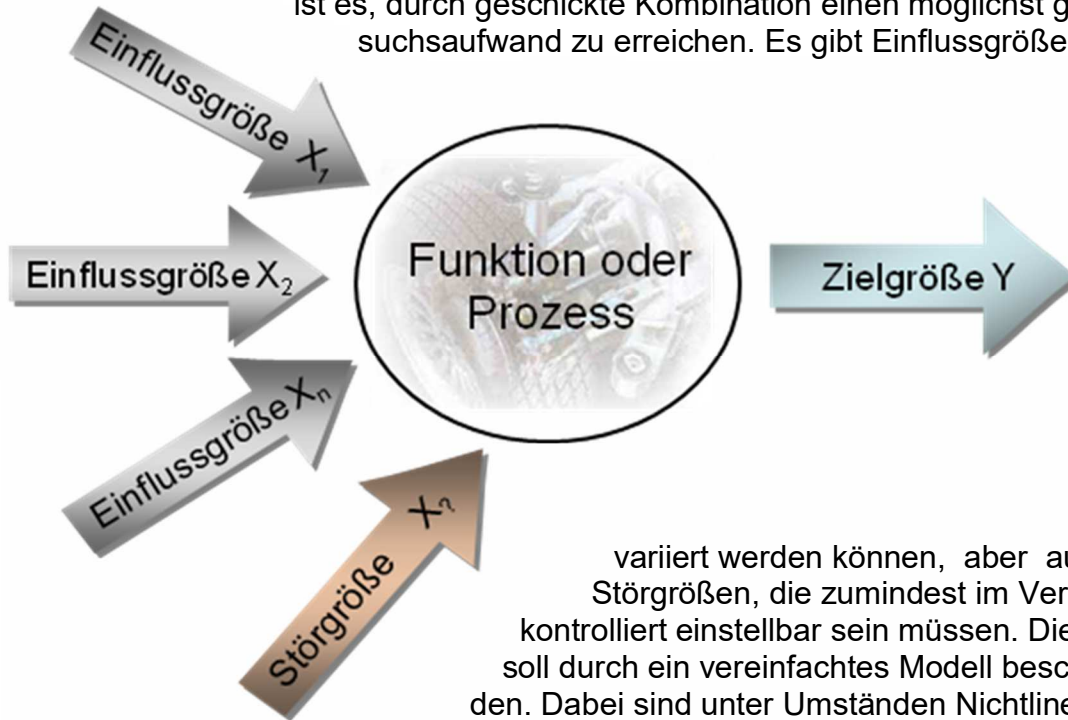
Die Bewertung der außenliegenden Einflüsse sollte nicht größere Werte haben, als die der „inneren Wirkkäste“. In diesem Beispiel hat die Reibung den Wert 3. Dann ist es nicht richtig dem Reibwert und dem Medium eine 5 zu geben. Das würde die Bedeutung dieser Einflüsse im Gesamtzusammenhang zu hoch setzen, denn die Reibung hat auf den Verschleiß maximal nur die 3 „vererbt“.



Versuchsplanung (Design of Experiment – DoE)

Einführung

Das Ziel einer Versuchsplanung ist es, die Abhängigkeit einer Zielgröße von verschiedenen Einflussgrößen quantitativ zu ermitteln. Dabei soll die Funktion oder ein Prozess mathematisch beschreibbar sei. Wesentliches Merkmal einer guten DoE ist es, durch geschickte Kombination einen möglichst geringen Versuchsaufwand zu erreichen. Es gibt Einflussgrößen, die gezielt

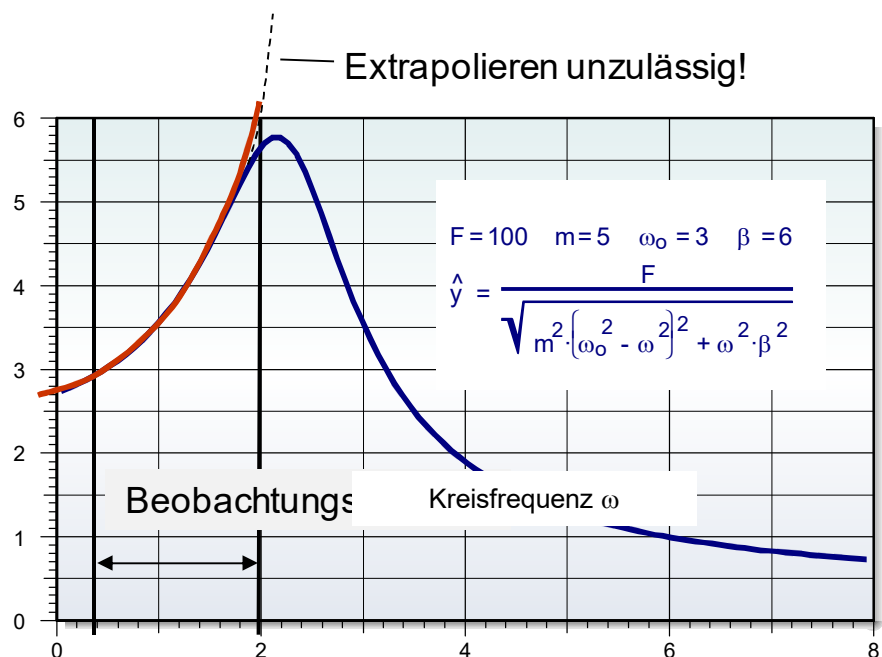


variiert werden können, aber auch oft auch Störgrößen, die zumindest im Versuchsumfeld kontrolliert einstellbar sein müssen. Die Wirklichkeit soll durch ein vereinfachtes Modell beschrieben werden. Dabei sind unter Umständen Nichtlinearitäten und Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Die vereinfachten

Modelle mit quadratischen und kubischen Ansätzen können jedoch oft den realen Verlauf nicht vollständig wiedergeben. Es ist im Versuchsplan deshalb vorher genau zu überlegen, für welchen Beobachtungsbereich das Modell gelten soll. Für ein Feder-Masse-System, wie im Bild rechts dargestellt, reicht im vorderen Bereich ein quadratischer Ansatz:

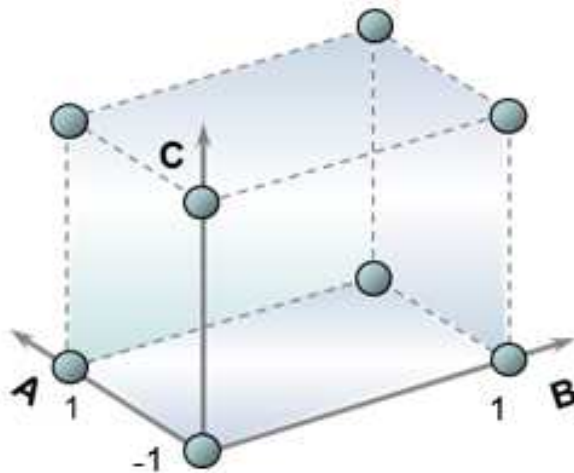
$$y = a \cdot \omega + b \cdot \omega^2 + \dots + konst$$

Der weitere Kurvenverlauf ist aber danach nicht mehr gültig. Ein Extrapolieren würde falsche Ergebnisse liefern. Dieses Problem ist allzu oft der Grund für das Scheitern einer DoE.



Vollfaktorieller Versuchsplan

Ein vollfaktorieller Versuchsplan entsteht, wenn alle möglichen Einstellungen der Faktoren miteinander



kombiniert werden. Die Anzahl der hierfür benötigten Versuche ist mit p =Anzahl der Faktoren und je zwei Einstellungen: $n = 2^p$

Bei 3 Faktoren ergeben sich also 8 Versuche. Allgemein erstellt man einen vollfaktoriellen Plan (normiert -1 und 1) einfach auf folgende Weise: Beginnend in der ersten Spalte wird alternierend -1, 1, -1 usw. geschrieben. In der nächsten Spalte schreibt man mit doppelter Häufigkeit alternierend -1,-1, 1, 1,-1,-1 usw. In der dritten Spalte wiederum mit doppelter Häufigkeit, wie in der vorhergehenden, bis alle Faktoren belegt sind. Der Versuchsplan lässt sich einfach durch die Tabellenfunktion

$=(-1)^{\text{AUFRUNDEN}(\text{ZEILE}()/2^{\text{SPALTE}()-1});0}$

erzeugen (Formel in A1 eingeben und mit der Maus bei gedrückter Strg-Taste über den Bereich ziehen). Der Vorteil des vollständigen Versuchsplans ist, dass sich alle Wechselwirkungen WW erklären lassen. So ist die 3-fach-WW $A*B*C$ ebenso enthalten. Die Anzahl der Versuche nimmt mit der Anzahl der Faktoren jedoch schnell sehr stark zu, so dass ab ca. 5 Faktoren der Versuchsplan in der Praxis zu aufwendig wird. Es stellt sich die Frage, wie man ihn vereinfachen kann. Die 3-fach-WW haben in den meisten Fällen einen nur untergeordneten Einfluss. Verzichtet man auf diese Aussage, so kann man anstelle der Versuche zur Bestimmung von $A*B*C$ ein weiterer Faktor verwendet werden und man erhält einen teilfaktoriellen Versuchsplan (fraktional faktoriell).

Vor- und Nachteile der vollfaktoriellen Versuchspläne

- + Orthogonale Versuchsanordnung mit allen Wechselwirkungen (auch 3-fach, etc.)
- + Absolut beste Auswertbarkeit.
- Zu großer Aufwand bei Anzahl der Parameter > 4.

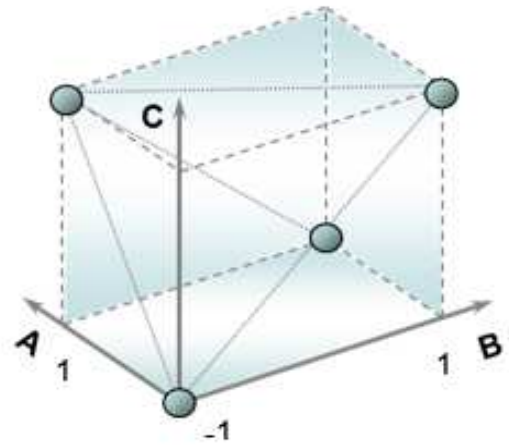
	B	C	D	E	F	
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1	-1	-1
4	1	1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	1	-1	-1	-1
6	1	-1	1	-1	-1	-1
7	-1	1	1	-1	-1	-1
8	1	1	1	-1	-1	-1
9	-1	-1	-1	1	-1	-1
10	1	-1	-1	1	-1	-1
11	-1	1	-1	1	-1	-1
12	1	1	-1	1	-1	-1
13	-1	-1	1	1	-1	-1
14	1	-1	1	1	-1	-1
15	-1	1	1	1	-1	-1
16	1	1	1	1	-1	-1
17	-1	-1	-1	-1	1	-1
18	1	-1	-1	-1	1	-1

Teilfaktorielle Versuchspläne

	A	B	C	D
1	-1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1	1
3	-1	1	-1	1
4	1	1	-1	-1
5	-1	-1	1	1
6	1	-1	1	-1
7	-1	1	1	-1
8	1	1	1	1

Wie vorher beschrieben, wird also die letzte „Informationsspalte“ nicht für die 3-fach-WW genutzt, sondern für einen neuen Faktor D. Allgemein werden die letzten oder der letzte Faktor durch das Produkt der vorhergehenden Spalten (Faktoren) gebildet. Im folgenden Beispiel ergibt sich die Spalte D durch die Multiplikation von $A \cdot B \cdot C \Rightarrow 2^{4-1}$.

Der Nachteil dieses Versuchsplanes ist, dass keine Dreifachwechselwirkungen mehr bestimmbar sind, und Zweifachwechselwirkungen miteinander vermengt sind: AB mit CD, AC mit BD und



AD mit BC, da die jeweiligen Spaltenprodukte identisch sind. Erst ab dem Produkt mit mindestens 4 Spalten, z.B. $F=ABCD$ sind 2-fach Wechselwirkungen nicht mehr vermengt. Diese Pläne haben eine so genannte Auflösung von mindestens V. Die Anzahl der Versuche berechnet sich durch: $n = 2^{p-q}$. Man bildet diesen Versuchsplan zunächst wie den vollfaktoriellen, jedoch mit q Faktoren weniger. Die Einstellungen der fehlenden Faktoren q werden durch das Produkt aller vorhergehenden Spalten gebildet. Diese nennt man auch Generatoren. Auf einen Blick gibt es bis 12 Faktoren folgende Übersicht:

$n \setminus p$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	2^2 vollst.	2^{3-1} III									
8		2^3 vollst.	2^{4-1} IV	2^{5-2} III	2^{6-3} III	2^{7-4} III					
16			2^4 vollst.	2^{5-1} V	2^{6-2} IV	2^{7-3} IV	2^{8-4} IV	2^{9-5} III	2^{10-6} III	2^{11-7} III	2^{12-8} III
32				2^5 vollst.	2^{6-1} VI	2^{7-2} IV	2^{8-3} IV	2^{9-4} IV	2^{10-5} IV	2^{11-6} IV	2^{12-7} IV
64					2^6 vollst.	2^{7-1} VII	2^{8-2} V	2^{9-3} IV	2^{10-4} IV	2^{11-5} IV	2^{12-6} IV
128						2^7 vollst.	2^{8-1} VIII	2^{9-2} VI	2^{10-3} V	2^{11-4} V	2^{12-5} IV

- Vollständige Pläne -> alle Wechselwirkungen
- V+ Fraktionelle Pläne -> alle 2-fach-WW bestimmbar, Auflösung $\geq V$
- IV Fraktionelle Pläne -> 2-fach-WW vermengt, Haupteff. vermengt mit 3-fach-WW
- III Fraktionelle Pläne -> 2-fach-WW vermengt, Haupteff. vermengt mit 2-fach-WW !

Alle teilfaktoriellen Pläne mit einer Auflösung V oder höher sind unkritisch in der Auswertung. Der Aufwand nimmt jedoch auch hier schnell über 6 Faktoren zu, sodass dann eher D-Optimale Versuchspläne zu empfehlen sind, bei denen immer alle Wechselwirkungen ermittelt werden können. Versuche mit Auflösung kleiner V werden eingesetzt um die wichtigsten Einflüsse zu erkennen. Dies nennt man auch Screening. Auch hier hat man aber mit D-Optimalen Versuchsplänen bei gleicher Anzahl Versuche immer noch die

Definitive Screening Designs DSD

Sogenannte Definitive Screening Designs sind sehr neu von Jones und Nachtsheim entwickelte Versuchspläne mit sehr geringem Versuchsumfang.

Sie ermöglichen die Auswertung von quadratischen Modellen und basieren deshalb auf 3 Stufen. Zwischen den Hauptfaktoren untereinander und den quadratischen Termen gibt es keine Vermengung (orthogonal). Die Wechselwirkungen sind nicht zu 100% vermengt.

Nr	A	B	C	D
1	0	1	-1	-1
2	0	-1	1	1
3	-1	0	-1	1
4	1	0	1	-1
5	-1	-1	0	-1
6	1	1	0	1
7	-1	1	1	0
8	1	-1	-1	0
9	0	0	0	0

In der generischen Erzeugung dieser Versuchspläne (iterativ mit Hilfe der Determinante) ergibt sich regulär die Anzahl Versuche mit $n = 2 \cdot p + 2$. Manche Pläne, z.B. für $p=5$ sind dann allerdings teilweise zwischen den Hauptfaktoren vermengt. Hier müssen bis zu 3 Versuchszeilen ergänzt werden. Der Gesamtumfang ergibt sich somit zu:

$$n = 2 \cdot p + 2 + (1..3)$$

Alle Faktoren müssen durchgehend auf 3 Stufen sein und es lassen sich keine kategorialen Faktoren darstellen. Nachteilig ist auch, dass keine Auswertung aller möglichen Wechselwirkungen möglich ist. Wenn man aber, wie beim

Plackett-Burman-Plan davon ausgeht, dass in der Auswertung nicht alle Wechselwirkungen relevant sind, ist der DSD ein sehr effizienter Versuchsplan. Die Anwendung ist nur für erfahrene Anwender zu empfehlen.

Vor- und Nachteile:

- + Orthogonale Versuchsanordnung mit extrem wenigen Versuchsdurchläufen.
- + Auswertung quadratischer Modelle möglich.
- + Möglichkeit zu Auswertung von einigen Wechselwirkungen (WW).
- Nicht alle möglichen WW darstellbar.
- Keine kategorialen Faktoren darstellbar.

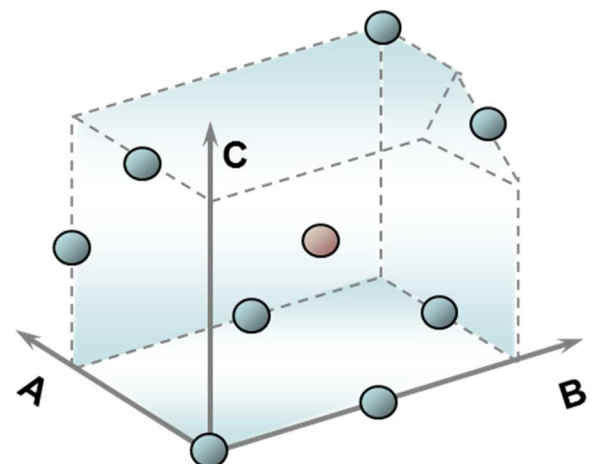
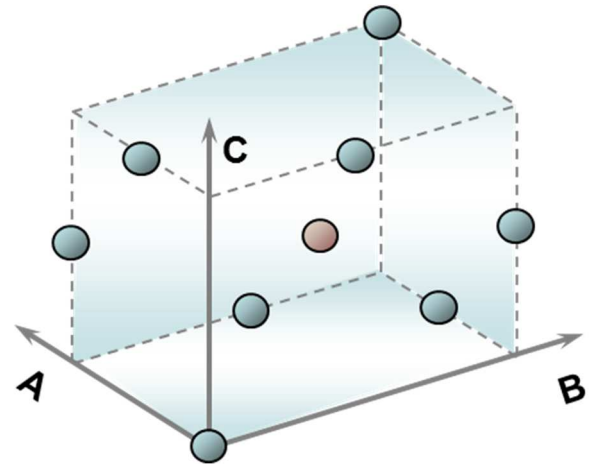
D-Optimale Versuchspläne

Grundsätzliches

Das Ziel von D-Optimalen Plänen ist mit minimalem Aufwand Versuchspläne zu erstellen, die die gewünschten Effekte und Wechselwirkungen eindeutig abbilden. Dies ist ein entscheidender Vorteil gegenüber teilfaktoriellen Plänen, bei denen Wechselwirkungen z.T. miteinander vermengt sind.

Mit p = Anzahl Faktoren berechnet sich die Anzahl der einfachen Wechselwirkungen:

$$p' = p \cdot (p-1) / 2$$



Die höheren Wechselwirkungen (z.B. ABC, ABD, ACD, usw.) werden in der Regel nicht berücksichtigt, da ihr Einfluss gegenüber den einfachen meist geringer ist. Sie würden auch den Umfang der Versuche sprengen.

Insgesamt wird für einen Versuchsplan mit zwei Einstellungen folgende Anzahl Versuche benötigt:

Konstante	: 1
Haupteffekte (Faktoren)	: p
Wechselwirkungen	: $p*(p-1)/2$
Σ	: $p+ p*(p-1)/2+1$

Im Falle eines quadratischen Modells kommen noch einmal p Versuche hinzu (mit mittlerer Einstellung). Weiterhin werden ca. 3-5 Versuche benötigt, um genügend Information über die Streuungen zu erhalten (Signifikanzen der Faktoren).

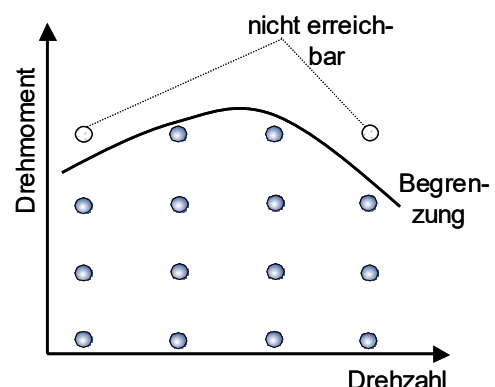
Ein D-Optimaler Plan wird nicht mit einem festen Schema generiert, sondern iterativ aufgebaut. Er hat u.a. folgende wichtige Eigenschaften:

- Maximierung der Determinante $Det(X^T X)$ (Kennzahl für Auswertbarkeit)
- Minimierung der Korrelationen und Vertrauensbereiche
- Möglichst gute Ausbalancierung, d.h. gleiche Anzahl von Stufen (gilt nur für Randbereiche -1 und +1, nicht für Zwischenwerte)

Insbesondere aufgrund der Zielsetzung, dass alle Wechselwirkungen bei geringer Versuchsanzahl erkannt werden sollen, verhindert dass diese Pläne vollständig orthogonal sind. D.h. gewisse Korrelationen lassen sich nicht vollständig beseitigen. In der Auswertung über Multiple Regression ist dies jedoch ein untergeordneter Nachteil.

Vorteile- und Nachteile der D-optimalen Versuchspläne

- + Freie Wahl für die Zahl der Stufen pro Einflussfaktor. Die Stufenzahl kann von Faktor zu Faktor unterschiedlich gewählt werden.
- + Freie Wahl der Stufenabstände, die äquidistant oder nicht äquidistant gewählt werden können.
- + Freie Wahl des mathematischen Modells
- + Erweiterungsmöglichkeit durch neue Einflussfaktoren
- + Bestimmte Einstellungen und Kombinationen können ausgeschlossen werden, die nicht erreichbar sind (siehe Beispiel einer Drehmomentkurve)
- Der Versuchsplan ist nicht orthogonal, die Abweichungen sind aber meist nur klein
- Die Erstellung der Pläne ist nur mit entsprechenden Rechenalgorithmen möglich.



Hinweis: Der dargestellte „Grundversuchsplan“ zur Bestimmung der Faktoren und

Mit Hilfe des t-Tests kann die Nullhypothese x und y sind voneinander unabhängig, geprüft werden. Die Prüfgröße für Daten ist:

$$t_{pr} = \frac{r_{xy}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \sqrt{n-2}$$

Die Nullhypothese auf Unabhängigkeit wird verworfen, wenn $|t_{pr}| > t_{n-2, 1-\alpha/2}$

Der Nachteil dieses Korrelationskoeffizienten ist, dass Ausreißer starken Einfluss haben. Ein vorheriger Test auf Normalverteilung ist deshalb zu empfehlen.

Rangkorrelation nach Spearman

Sind die Daten stark nicht normal verteilt, oder haben kategoriale Ausprägungen, so ist die so genannte Rangkorrelation anzuwenden. Statt der eigentlichen Werte von x und y werden hier deren Rangzahlen R verwendet. Ist beispielsweise $x = [5;2;7;4]$, so ist $R_{x=5} = 3$, nachdem die Datenreihe aufsteigend sortiert wurde. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient wird berechnet durch:

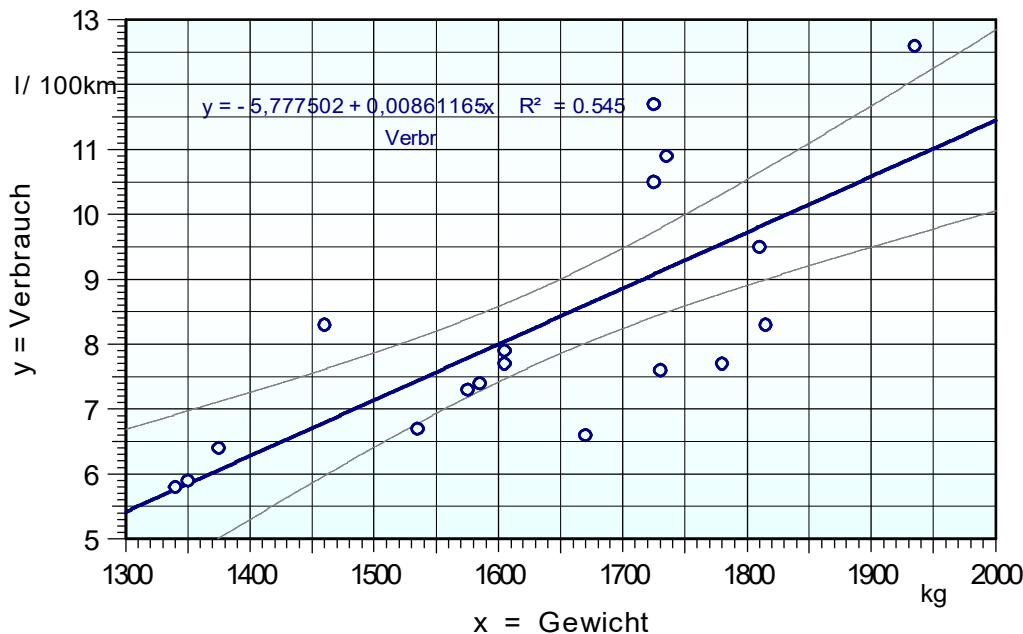
$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (R(x_i) - R(y_i))^2}{n(n^2 - 1)}$$

Die Prüfung auf Unabhängigkeit erfolgt, wie beim Pearsonschen Korrelationskoeffizienten, mit Hilfe des t-Tests. Bei normal verteilten Daten sind die Unterschiede zwischen Bravais-Pearson und Spearman gering.

Das Bestimmtheitsmaß R^2 ist das Quadrat des Korrelationskoeffizienten und drückt den Zusammenhang prozentual aus (R hier nicht verwechseln mit Rang).

Regression

Mit Hilfe der Regression wird auf Basis kleinster Fehlerquadrate eine bestmögliche Anpassung einer beliebigen Funktion an Datenpunkte ermöglicht. Im einfachsten Fall ist die Funktion eine Ausgleichsgerade. Während die Korrelation nur den Zusammenhang zwischen x und y beschreibt, ermittelt man in der Regression wie stark der Einfluss von x auf y ist. Dies soll folgendes Beispiel verdeutlichen. Eine Auswertung von verschiedenen Fahrzeugen soll den Einfluss des Fahrzeuggewichtes auf den Verbrauch zeigen:



Verwendet wird hier eine einfache Ausgleichsgerade, definiert durch:

$$\hat{y} = a + b x$$

x : unabhängige Einflussgröße
 \hat{y} : Schätzwert für die abhängige Zielgröße
 a : Schnittpunkt der Geraden durch die Y-Achse bei $x=0$
 b : Steigung der Geraden:

Es zeigt sich hier, aufgrund der Steigung, dass das Fahrzeuggewicht einen großen Einfluss auf den Verbrauch hat, obwohl der Zusammenhang mit $R^2 = 0,545$ nur schwach ist. Hinweis: Der Wert von $b = 0,0086$ erscheint zahlenmäßig gering, was daran liegt, dass die Einheit im x -Bereich 4stellig ist.

Im Bild ist ein zusätzlicher Vertrauensbereich zu sehen, der die „Präzision“ der Funktion ausdrückt. In der Regel wird ein Vertrauensniveau von 90% oder 95% verwendet. Vereinfacht kann man die Punkte außerhalb des Vertrauensbereiches als „schwache Ausreißer“ betrachten (nicht zu verwechseln mit klassischen Ausreißertests). Für einen bestimmten Punkt x_i wird der untere und obere Vertrauensbereich berechnet durch:

$$y_u = a + b x_i - C \quad y_o = a + b x_i + C$$

mit

$$C = s \cdot t_{n-2, 1-\gamma/2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_i)^2}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}}$$

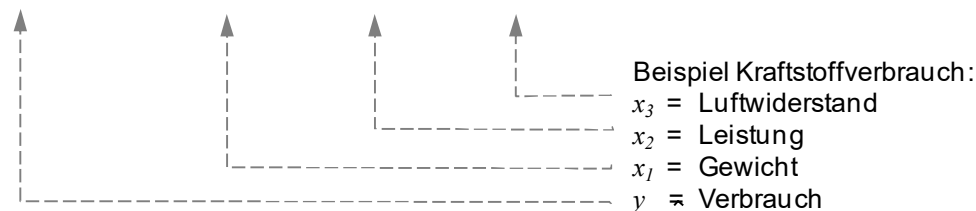
und der Standardabweichung $s^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + b x_i))^2$

Multiple Regression

Die Abweichungen im vorherigen Beispiel resultieren daraus, dass es noch eine Reihe weiterer Einflüsse gibt, die nicht berücksichtigt wurden.

In der Multiplen Regression kann das Modell um praktisch beliebig zusätzliche x erweitert werden. Weitere Einflüsse aus dem vorherigen Beispiel sind z.B. die Motorleistung und der Luftwiderstand:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 \dots (b_0 = \text{Konstante})$$

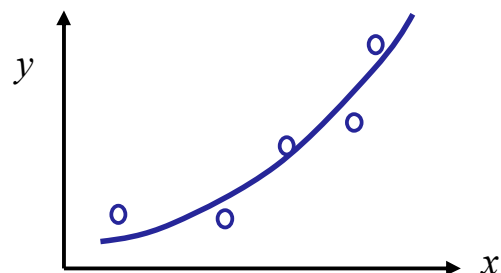


Hinweis: Anstelle von a wird hier b_0 verwendet. Die Koeffizienten b werden auch hier über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt.

Weiterhin kann das Modell um quadratische Ansätze erweitert werden, um nichtlineare Zusammenhänge zu beschreiben (bekanntlich nimmt der Luftwiderstand im Quadrat zu):

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1^2 + \dots$$

quadratischer
Term für Gewicht



Gibt es Wechselwirkungen, so ist das Modell um die Produkte der Einflüsse zu erweitern:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 x_2$$

(der Verbrauch steigt bei gleichzeitiger Veränderung von Gewicht und Leistung überproportional mehr, als die einzelnen Einflüsse für sich).

In Matrizenform schreibt man die Modellgleichung:

$$\hat{y} = X b$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11} \cdot x_{21} & x_{11} \cdot x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{1n} \cdot x_{2n} & x_{1n} \cdot x_{3n} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_z \end{bmatrix}$$

Hinweis: 1. Spalte in X steht für konstanten Anteil zur Bestimmung von b_0

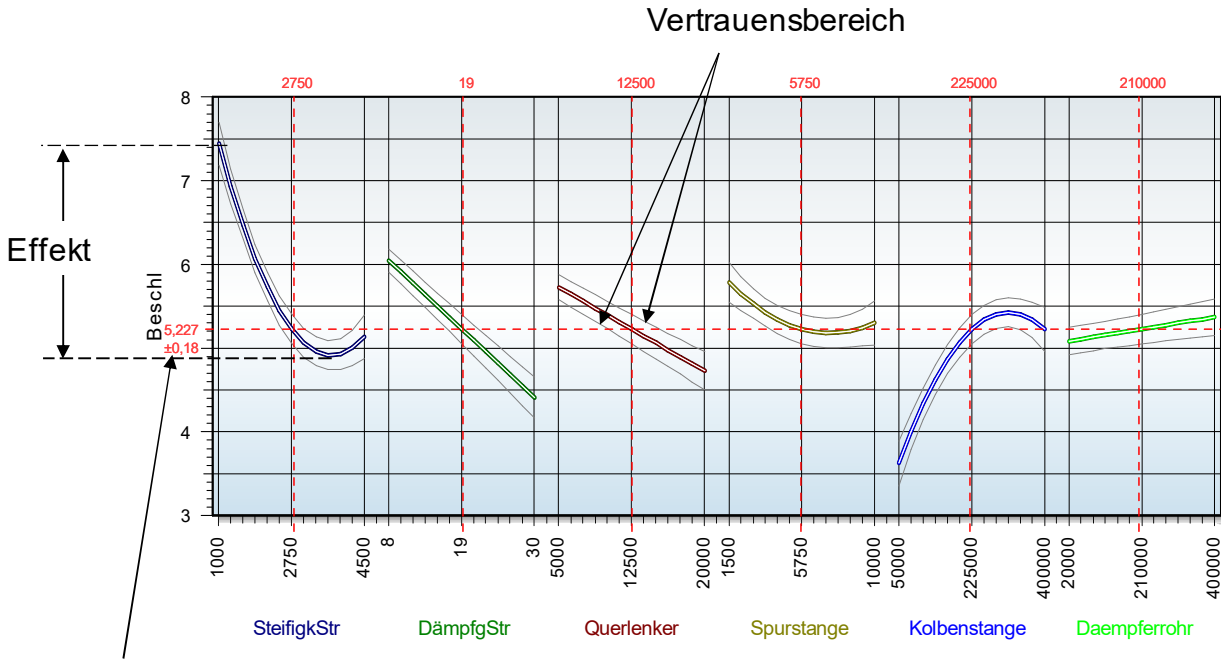
Der gesuchte Vektor b mit den Koeffizienten bestimmt über die Matrizen-Operation:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T y$$

Grafische Darstellung des Modells im Kurvendiagramm

Anstelle der reinen Modellgleichung ist das sogenannte Kurvendiagramm die beste Darstellungsform der Ergebnisse. Im folgenden Beispiel geht es um die Beschleunigung eines Schwingensystems mit den Einflüssen von Steifigkeiten und Dämpfungen.

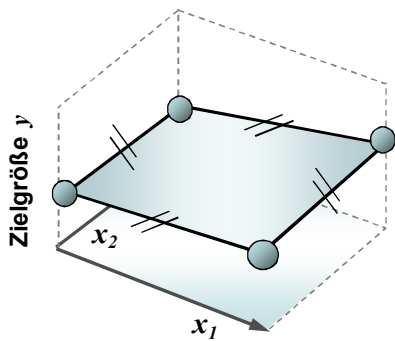
In diesem Kurvendiagramm lassen sich sofort für jede Einstellung die Zielgrößen ablesen (gestrichelten Linien). Je stärker ein Einflussfaktor ist, desto steiler ist der Verlauf. Als Effekt bezeichnet man innerhalb der Einstellungsgrenzen die Änderung der Zielgröße (Vertrauensbereich siehe späteres Kapitel *Vertrauensbereich für die Zielgröße*).



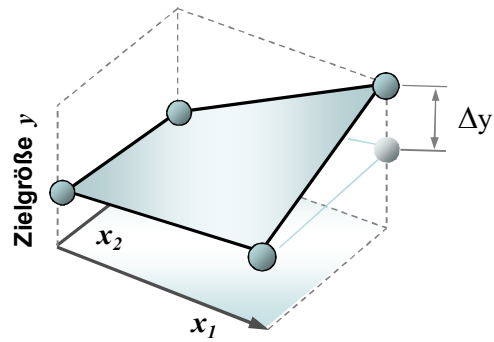
Modellwert für aktuelle
Faktoreinstellungen

Grafische Darstellung der Wechselwirkung

Eine Wechselwirkung verursacht eine stärkere Veränderung der Zielgröße, als die Einflüsse der einzelnen Faktoren in Summe. Wechselwirkungen haben physikalische Ursachen:



Keine Wechselwirkung
Steigungen verlaufen parallel

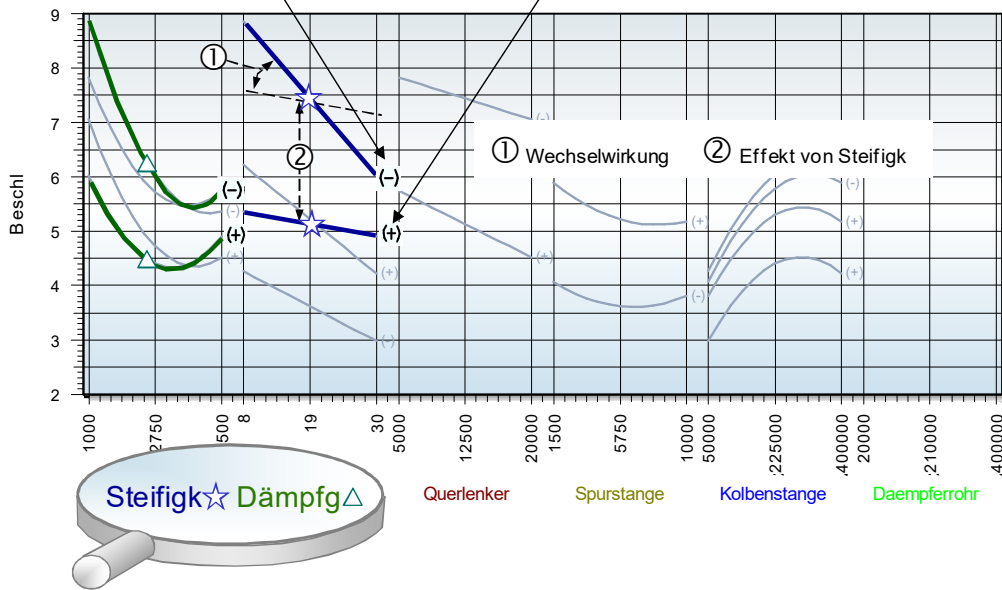


Wechselwirkung vorhanden
Steigungen verlaufen unterschiedlich

Analog zum Kurvendiagramm lassen Wechselwirkung auch als Kurvenpaare darstellen. Für jeden Faktor mit einer Wechselwirkung gibt es 2 Kurvenpaare.

(-) Verlauf Δ bei unterer Einstellung von \star

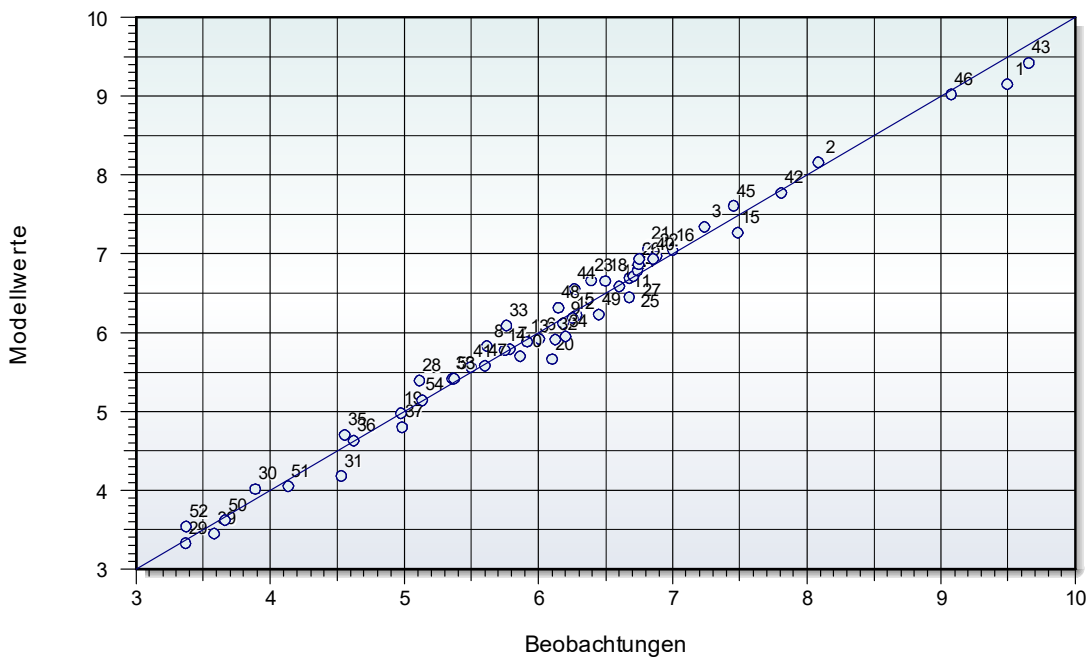
(+) Verlauf Δ bei oberer Einstellung von \star



Verlaufen die Steigungen der Kurvenpaare mehr und mehr unterschiedlich steil, umso höher ist der Einfluss der Wechselwirkung. Der Höhenunterschied der Kurven ist lediglich der Effekt des Faktors, der der Wechselwirkungspartner ist.

Residuen

Die „Güte“ eines Modells kann auch dargestellt werden, indem man die jeweiligen Rechenwerte (Funktionswerte) über die beobachteten Werte y_i aufträgt. Bezogen auf die tabellarischen Daten bedeutet dies, dass man für jede Zeile die Merkmale x in das Modell eingibt und \hat{y}_i berechnet. Dabei wird dieser Rechenwert \hat{y}_i (Modellwert) von dem Wert der Beobachtung (Messwert) y_i in der Tabelle mehr oder weniger abweichen. Diese Abweichungen stellen die so genannten Residuen dar.

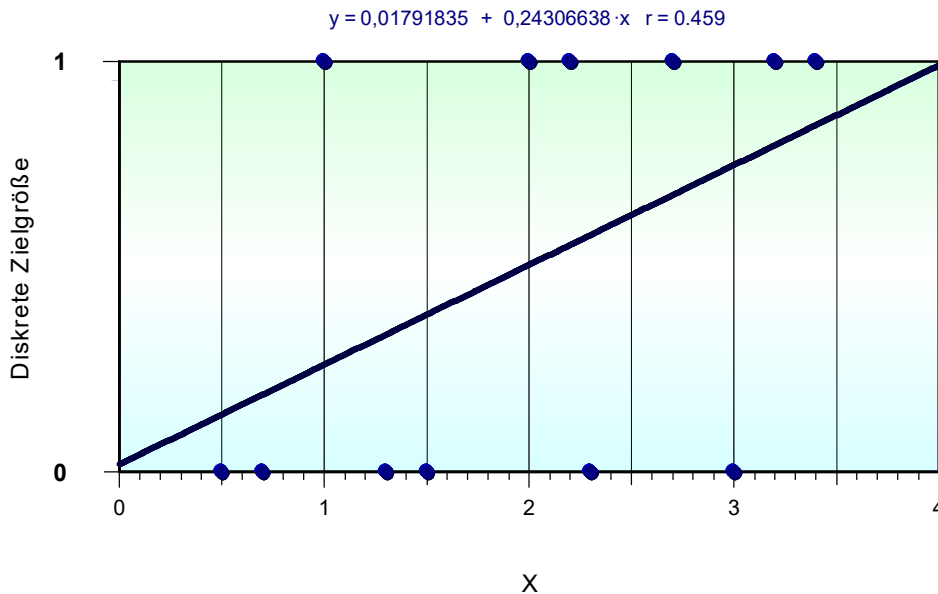


Diskrete Regressionsanalyse

Unter einer diskreten Regression versteht man eine Auswertung mit Zielgrößen, die keinen stetigen Messwert, sondern qualitativen Charakter haben. Beispielsweise könnte das Ergebnis einer Untersuchung nur mit „gut“ oder „schlecht“ beurteilt werden, wie Riss vorhanden oder nicht. Diese Aussagen stellen das unterste Level der Auswertbarkeit dar. Ziel sollte es immer sein, die möglichst beste „Auflösung“ zu erhalten, d.h. zumindest eine Abstufung wie Anriss, Riss bis Mitte, Riss fast vollständig und abgerissen. Hierdurch ist, wenn auch mit einiger Unschärfe, eine Auswertung nach herkömmlicher Art immer noch möglich (dabei ist die Abstufung mit möglichst gleichen Abständen zu erreichen). Wenn weiterhin nur ein Unterscheiden auf 2 Stufen (gut/schlecht, schwarz/weiß, 0/1, usw.) möglich ist, kann man die folgende Vorgehensweise anwenden. Gegeben sei folgender Zusammenhang,

x	0,5	0,7	1	1,3	1,5	2	2,2	2,3	2,7	3	3,2	3,4
y	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1

der zu der nicht befriedigenden folgenden Regression führt (Ausgleichsgerade):

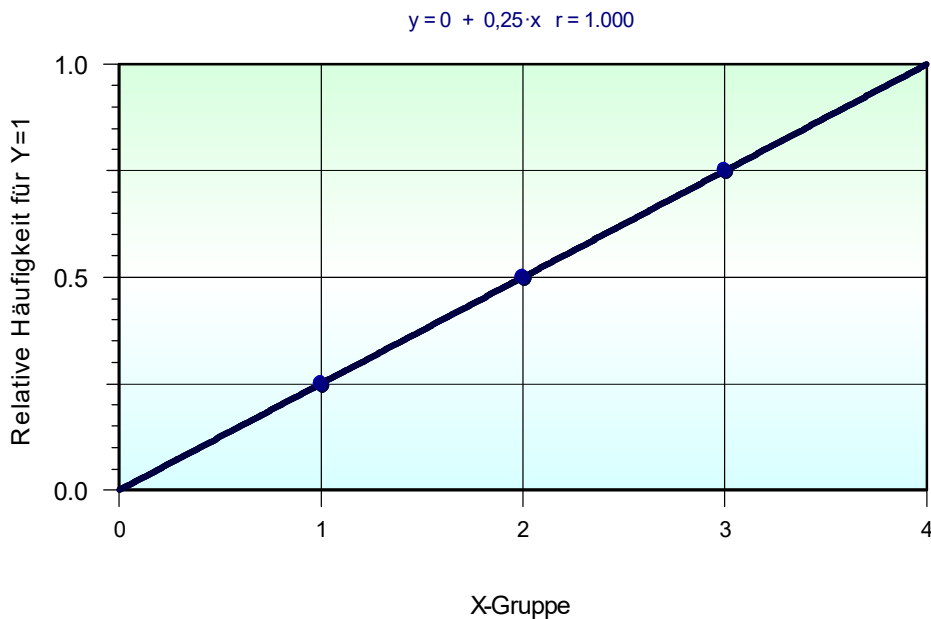


Sinnvoller ist es hier, statt der direkten Darstellung der Zielgröße, die Wahrscheinlichkeiten, dass ein „Zustand“ eintritt, darzustellen. Hierzu fasst man x-Bereiche zusammenfassen (Klassierung) um auf „zählbare Ereignisse“ zu kommen. Die Tabelle wird dann zu:

x (Originalwerte)	0,5	0,7	1	1,3	1,5	2	2,2	2,3	2,7	3	3,2	3,4
x-Gruppe (klassiert)	1,0				2,0				3,0			
y	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
$n_i = \text{Anzahl } (y=1)$	1				2				3			
Anz./Gruppengröße	$1/4 = 0,25$				$2/4 = 0,5$				$3/4 = 0,75$			

Die x-Werte werden den Gruppen 1, 2 und 3 zugeordnet (entsprechend einer mittigen Klassierung, hier auf ganze Zahlen). Innerhalb dieser Gruppen wird nun die Anzahl $y=1$ gezählt (bei Begriffen, wie „gut“ und „schlecht“ ist festzulegen, auf was sich das Zählen

bezieht, z.B. auf „schlecht“). Hieraus lassen sich die relativen Häufigkeiten pro Gruppe errechnen. Stellt man diese dar, so ergibt sich eine erheblich bessere Beziehung:



Erkauft wird dies durch eine Reduktion der x -Informationen, d.h. für diese Auswertung werden deutlich mehr Beobachtungen gebraucht, als bei stetigen Messgrößen. In dem vorherigen Beispiel stehen anstelle der ursprünglich 12 Informationen nur noch 3 zur Verfügung, was ein entsprechender Nachteil ist. Unter Umständen stehen bei der Auswertung zu wenig Freiheitsgrade zur Bestimmung von möglichen Wechselwirkungen zur Verfügung. Da es sich hier meist aber um reine Beobachtungen handelt (nicht um geplante Versuche), liegen in der Regel auch ausreichende Daten vor.

Die Bildung der relativen Häufigkeiten sind gleichzeitig Schätzer für die Wahrscheinlichkeit p , dass $y = 1$ wird. Es gilt, wie bereits im Beispiel verwendet (letzte Zeile):

$$p_i = \frac{n_i}{n_{\text{Gruppe}}} \quad n_i : \text{Anzahl } y = 1, \text{ darf nicht } 0 \text{ sein; Faustwert für } n_{\text{Gruppe}} \geq 5$$

Für $n_i < 0$ und $n_i > 4$ ergeben sich allerdings unsinnige Wahrscheinlichkeiten von $p < 0$ und $p > 1$. Deshalb sind geeignete Transformationen notwendig, wie z.B. durch die Arcus-Sinus-Funktion. Bevor man zu der eigentlichen Regressionsanalyse geht, werden die relativen Häufigkeiten über folgende allgemeine Beziehung umgerechnet.

$$y' = \frac{2}{\pi} \text{ArcSin}(\sqrt{p})$$

Danach wird das Regressionsmodell gebildet. Bei der Prognose von Wahrscheinlichkeiten aus dem gefundenen Modell wird über die Umkehrfunktion

$$\hat{p} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \hat{y}\right)^2$$

wieder auf Wahrscheinlichkeiten umgerechnet, wobei sichergestellt ist, dass Werte < 0 und > 1 nicht entstehen (\hat{p} steht hier für den Schätzer der Wahrscheinlichkeit aus dem Regressionsmodell). Diese Art der Transformation wird insbesondere im Taschenbuch Versuchsplanung, Kleppmann empfohlen.

Fähigkeitskennzahlen

Fähigkeitskennzahlen dienen zur Beschreibung der aktuellen, sowie der zukünftig zu erwartenden, Leistung eines Prozesses.

Allgemein versteht man unter einer Fähigkeitskennzahl das Verhältnis aus Toleranz zur Streuung des Prozesses. Dabei bezieht man sich auf einen Bereich, bei dem 99,73% innerhalb der Spezifikation liegen ($\pm 3\sigma$ bzw. $\pm 3s$). Im Falle eines Herstellungsprozesses handelt es sich um die Prozessfähigkeit C_p . Zur Berücksichtigung einer Mittelwertverschiebung (Abweichung von der idealen Prozesslage), wird der Wert C_{pk} eingeführt, der immer schlechter oder gleich groß ist wie C_p ($C_{pk} \leq C_p$). In der Regel gilt ein Prozess als fähig, wenn $C_{pk} \geq 1,33$ ist.

Im folgendem werden für verschiedene Verteilungsformen die Beziehungen dargestellt:

Normalverteilung

Die Normalverteilung ist anzuwenden, wenn Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse vorliegen, die additiv wirken.

$$C_p = \frac{OSG - USG}{6s} = \frac{T}{6s}$$

mit
 USG : untere Toleranzgrenze
 OSG : obere Toleranzgrenze
 T : Toleranz = $OSG - USG$
 μ : Mittelwert

$$C_{pu} = \frac{\bar{x} - UTG}{3s} \quad C_{po} = \frac{OTG - \bar{x}}{3s}$$

$$C_{pk} = \text{Min} (C_{pu} ; C_{po})$$

Ist der tatsächliche Mittelwert und die Standardabweichung bekannt, so ist μ und σ anstelle von \bar{x} und s einzusetzen. Der C_{pk} - Wert kann über

$$C_{pk} = C_p (1 - |z|)$$

berechnet werden, mit

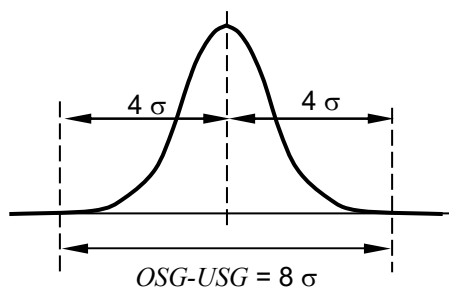
$$z = \frac{\bar{x} - (OSG + USG) / 2}{(OSG - USG) / 2}$$

für mittigen Sollwert

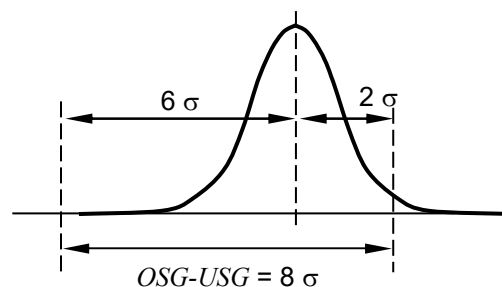
$$z = \frac{x_{soll} - \bar{x}}{(OSG - USG) / 2}$$

für nicht mittigen Sollwert

Beispiele:



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 1,33 \quad C_{po} = 1,33 \quad C_{pk} = 1,33$$



$$C_p = 1,33 \quad C_{pu} = 2,0 \quad C_{po} = 0,67 \quad C_{pk} = 0,67$$

Siehe auch Kapitel: *Die wichtigsten stetigen Verteilungen – Normalverteilung.*

Der Vertrauensbereich ist definiert über:

$$C_p = C_p \left(1 \pm \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2;v}^2}{n-1}} \right) \quad \text{mit } v = n-1$$

$$C_{pk} = C_{pk} \left(1 \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{2(n-1)} + \frac{1}{c_{pk}^2 9n}} \right)$$

Lognormalverteilung

Die Lognormalverteilung ist anzuwenden, wenn die Verteilung links einseitig begrenzt ist, nur positive Werte vorkommen und Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse entstehen, die multiplikativ wirken.

$$C_p = \frac{\ln(OSG) - \ln(USG)}{6s_{\log}}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x}_{\log} - \ln(USG)}{3s_{\log}}$$

$$C_{po} = \frac{\ln(OSG) - \bar{x}_{\log}}{3s_{\log}}$$

$$C_{pk} = \text{Min}(C_{pu}; C_{po})$$

$$\bar{x}_{\log} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \ln(x_i) \right)$$

$$s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x}_{\log})^2}$$

Liegen die Einzelwerte nicht vor, so kann näherungsweise \bar{x}_{\log} und s_{\log} aus dem Mittelwert und der Standardabweichung der Normalverteilung mit

$$\bar{x}_{\log} \approx \ln(\bar{x}) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right) \quad s_{\log} \approx \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right)$$

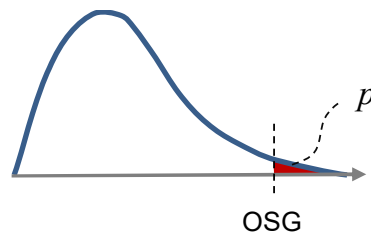
berechnet werden.

Betragsverteilung 1. Art

Diese ist anzuwenden wie bei der Normalverteilung, jedoch wenn die Verteilung einseitig begrenzt ist und nur positive Werte vorkommen können. Der Fähigkeitsindex wird über eine allgemeingültige Formel berechnet:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p}$$

p = Anteil außerhalb der oberen Spezifikationsgrenze und u die Verteilungsform der standardisierten Normalverteilung.



Anstelle dieser Beziehung kann auch die weiter unten beschriebene Percentil-Methode verwendet werden, was bei kleinen Überschreitungsanteilen p sinnvoll ist.

Betragsverteilung 2. Art (Rayleigh-Verteilung)

Die Anwendung dieser Verteilungsart ist z.B. für eine Unwucht, oder für Merkmale aus zwei Komponenten. Auch hier gilt die allgemeine Formel:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p} \quad \text{speziell für Unwucht} \quad p = e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{OSG}{\mu_r} \right)^2}$$

Verteilungsfreie Percentil-Methode

Bei nicht bekannter Verteilung ist die so genannte Percentil-Methode zu verwenden. Allgemein gilt:

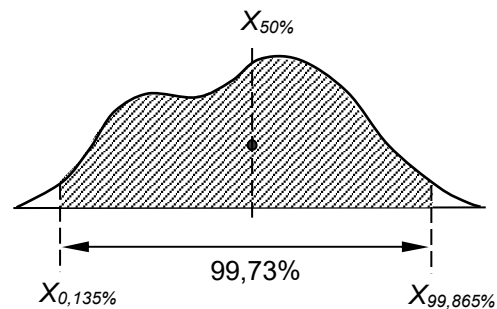
$$C_p = \frac{OSG - USG}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}}$$

Für eine Normalverteilung entspricht der Nenner 6s. Für eine nicht normal verteilte Form kann der Bezugsbereich ermittelt werden, wie in der ISO/TR 12783 beschrieben.

Analog zur Normalverteilung gilt:

$$C_{pu} = \frac{X_{50\%} - USG}{X_{50\%} - X_{0,135\%}} \quad \text{und} \quad C_{po} = \frac{OSG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}}$$

$$C_{pk} = \text{Min} (C_{pu} ; C_{po})$$



Verteilungsformen verschiedener Konstruktionsmerkmale







Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht, für welche Konstruktionsmerkmale welche Verteilung vorkommt:

- N : Normalverteilung
- LN* : Lognormalvertlg.
- B1 : Betragsnormal 1. Art
- B2 : Betragsnormal 2. Art

Siehe auch Kapitel:
Die wichtigsten stetigen Verteilungen.

Merkmal	Symbol	Verteilg.
Längenmaß		N
Geradheit	—	B1
Ebenheit		B1
Rundheit		B1
Zylinderform		B1
Linienform		B1
Flächenform		B1
Rauheit		B1
Unwucht		B2
Parallelität	//	B1
Rechtwinkeligkeit	⊥	B1
Neigung / Winkeligkeit	∠	B1
Position	⊕	B2
Koaxialität, Konzentrizität	⊙	B2
Symmetrie	≡	B1
Rundlauf		B1/B2
Planlauf		B1, LN

Übersicht der wichtigsten Verteilungen

	Normalverteilung	Betragsnormalvertlg. B1	Betragsnormalvertlg. B2	Log-Normalverteilung	Weibullverteilung	Mischverteilung
Form						
Beispiel	Geometrische Dimensionen z.B. Durchmesser, Länge, etc.	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Rundheit, Parallelität	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Unwucht, Koaxialität	Einseitig begrenzte Merkmale z.B. Planlauf	Einseitig begrenzte Merkmale, z.B. mit Zeitbezug	Vermengung von Prozessschwankungen, z.B. Maschinen, Chargen, etc.
Param.	2-parametrig (Gauß-Standard)	Negative Anteile werden bei x=0 gespiegelt	entspricht Weibull-Verteilung mit b=2	2-parametrig	2-, oder 3-parametrig	Nur 3-fach Mischverteilung auf Basis anteiliger Normalvertlg. zulässig
Berechnung	Berechnung analytisch über $\mu + \sigma$	Berechnung analytisch mit Faltung $\langle \rangle 0$	Berechnung über Least-Square Δy	Berechnung analytisch über Median & Streufaktor	Berechnung über Least-Square Δy	Berechnung analytisch, Perzentilmethode
Formel	$C_p = \frac{OSG - USG}{6s}$	$C_{pk} = \text{Min} \left(\frac{X_{50\%} - USG}{X_{50\%} - X_{0,13\%}}; \frac{OSG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}} \right)$				

Maschinenfähigkeitsuntersuchung (MFU)

Maschinenfähigkeitsuntersuchungen werden über einen kurzen Zeitraum durchgeführt. Damit gehen hier im Wesentlichen die Maschine und Methode ein. Einflüsse unterschiedlicher Materialien, Bediener oder Umgebungsbedingungen werden nicht berücksichtigt und sollen daher möglichst konstant sein. Die Formeln sind die gleichen, wie für die Prozessfähigkeit. Die Ergebnisse werden jedoch als C_m und C_{mk} bezeichnet. Der empfohlene Stichprobenumfang ist $n=50$ (Mindestumfang 20). Man spricht dabei auch von einer Kurzzeitfähigkeitsuntersuchung. Daraus resultieren auch die im Allgemeinen höheren Anforderungen an die Maschinenfähigkeitskennwerte ($C_m, C_{mk} \geq 1,67$). Werden weniger Stichprobendaten, als die empfohlenen 50 verwendet, so gilt die Anforderung bezogen auf den unteren Vertrauensgrenzwert (Vertrauensbereich 95%, Tabelle analog VDI/VDE 2645):

$$c_{mk} \geq 1,67 \frac{\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1,\alpha}}}}{\left(1 + \frac{1}{2n_{soll}}\right) \sqrt{\frac{n_{soll}-1}{\chi^2_{n_{soll}-1,\alpha}}}}$$

mit $n_{soll} = 50$

n	C _{mk}
20	1,93
25	1,85
30	1,79
35	1,75
40	1,72
45	1,69
50	1,67

Prozessfähigkeitsuntersuchung (PFU)

Die Prozessfähigkeitsuntersuchung soll sich auf einen Beobachtungszeitraum von mindestens 20 Produktionstagen beziehen. So gehen Einflüsse der Maschine, des Materials, der Methode, des Bedieners und der Umgebung in die Betrachtung ein. Dabei zieht man in möglichst gleichmäßigen Intervallen Stichproben im Gesamtumfang von $n=125$ (empfohlener Wert). Zur Darstellung der Ergebnisse werden die Prozessfähigkeitskoeffizien-

Mess-System-Analyse mit ANOVA

Die Einflüsse werden bei der ANOVA nicht über den Range und einem Korrekturfaktor, sondern über eine Streuungszerlegung bestimmt (siehe hierzu auch Kapitel [ANOVA](#)). Dabei setzen sich die Einflüsse aus der Variation der Teile, der Prüfer, sowie der Wechselwirkung zwischen diesen zusammen. Der größte Vorteil der ANOVA ist die Berücksichtigung der Wechselwirkung, weshalb dieses Verfahren zu bevorzugen ist.

Um die Einflüsse getrennt beurteilen zu können, zerlegt man die Summe der quadratischen Abweichungen über alle Messwerte in Teilsummen und betrachtet deren Varianzen. Die klassische Darstellung im angelsächsischen Sprachraum ist:

	Degress of Freedom Anzahl Informationen	Sum of Squares	Mean Square = Varianz = SS/DF	F-Wert	Signifikanz aus F-Vertlg.
	DF	SS	MS	F	p_{value}
Teil	9	1,181E-05	1,313E-06	71,737	0,000
Prüfer	2	3,640E-07	1,820E-07	9,947	0,001
Teil*Prüfer (Wechselw.)	18	3,293E-07	1,830E-08	0,713	
Wiederholbarkeit	30	7,700E-07	2,567E-08		
Total	59	1,328E-05			

Die Darstellung der MSA ist:

	Sym.		Sym.	
Wiederholbarkeit	EV	9,080E-04	%EV	18,2
Prüfereinfluss	AV	5,351E-04	%AV	10,7
Wechselwirkung	IA	0,000E-01	%IA	0,0
Teilevariation	PV	2,782E-03	%PV	30,0
Messsystem	RR	1,054E-03	%R&R	21,1

$6 \cdot \sqrt{s^2_{EV}}$ (Zusammenhang ohne WW, Zahlen im Beispiel nicht direkt vergleichbar)

$RR = \sqrt{EV^2 + AV^2 + IA^2}$ $\%R\&R = \frac{RR}{T} \cdot 100\%$

Zunächst werden Quadratsummen der Tabellendaten horizontal und vertikal gebildet (Sum of Squares). Mit Hilfe der Freiheitsgrade DF entsteht hieraus die Varianz (Mean Square) und die Standardabweichung der Anteile. Ausgegeben wird hiervon der 6-fache Wert, was 99,73% der Teile beinhaltet. Über dem F-Wert als Verhältnis der Varianzen-Summen von Prüfer und Wiederholungen werden die Signifikanzen der Anteile bestimmt (in der Regel über den p_{value}).

Bei der Angabe der Beispielzahlen ist zu berücksichtigen, dass zur Verrechnung mit und ohne Wechselwirkungen andere Anteile entstehen.

Geschachtelte (nested) ANOVA

Ist es nicht möglich, dass die Teile nach den jeweiligen Messungen ihre Eigenschaften behalten, z.B. bei zerstörenden Prüfungen, so ist eine sogenannte geschachtelte ANOVA anwendbar. Das Ergebnis der Teilevariation ist mit den Prüfern vermengt. Deshalb gibt es hier die Ausgabe Teil (Prüfer), was nicht mit der Wechselwirkung WW der normalen ANOVA zu verwechseln ist. Eine WW kann hier nicht ausgewertet werden.

Man erwartet für die Wiederholbarkeit, dass die Gruppen von Teilen vergleichbare Eigenschaften haben (gleiche Chargen).

	DF	SS	MS	F	pvalue
Prüfer	2	3,640E-07	1,820E-07	0,405	0,671
Teil (Prüfer)	27	1,214E-05	4,497E-07	17,521	0,000
Wiederholbarkeit	30	7,700E-07	2,567E-08		
Total	59	1,328E-05			

Im Vergleich zur vorher gezeigten Bestimmung der F-Werte, wird hier die MS für den Prüfer auf Teil(Prüfer) bezogen und die MS für das Teil auf die Wiederholbarkeit und nicht auf Teil*Prüfer.

Mess-System-Analyse analog VDA Band 5 bzw. ISO 22514-7

Im Verfahren nach VDA Band 5 bzw. ISO 22514-7 spricht man von Messunsicherheiten, deren Anteile analog der ANOVA berechnet werden. Hier betrachtet man jedoch nicht die Varianzen, sondern die Standardabweichungen, die über das Symbol u beschrieben werden. Grundsätzlich gilt aber:

$$\text{Messunsicherh. Messprozess} = \text{Messunsicherh. Gerät} + \text{Messunsicherh. Vorrichtung \& Prüfer}$$

Die wichtigsten Messunsicherheiten zeigt folgende Übersicht:

Anteil	Symb.	Berechnung	
Auflösung der Anzeige	u_{RE}	$= RE/\sqrt{12}$	RE Auflösung
Systematische Abweichung	u_{Bi}	$= \bar{x}_g - x_m /\sqrt{3}$	\bar{x}_g angezeigter Mittelw. Normal x_m Referenzwert Normal
Wiederholbarkeit am Normal	u_{EVR}	$= \sqrt{\frac{1}{n_n - 1} \sum (x_i - \bar{x}_g)^2}$	x_i Messw. i-te Wiederh. n_n Anzahl Wiederholung

Hieraus wird der Geräteeinfluss ($MS = \text{Mess-System}$) als Zwischenergebnis gebildet:

$$u_{MS} = \sqrt{u_{BI}^2 + \max\{u_{RE}^2; u_{EVR}^2\}}$$

Der Umfang der Vorrichtung und des Prüfers ist:

Anteil	Symb.	Berechnung	
Wiederholbarkeit Prüfobjekt	u_{EVO}	$= \sqrt{MS_{EV}}$	MS_{EV} Varianz Wiederholbark.
Vergleichbarkeit Prüfer	u_{AV}	$= \sqrt{MS_{AV}}$	MS_{AV} Varianz Prüfer
Wechselwirkung	u_{IA}	$= \sqrt{MS_{IA}}$	MS_{IA} Varianz Wechselwirkg.

Es sind mindestens 10 Messobjekte zu verwenden, die möglichst über den Toleranzbereich verteilt sind. Diese werden von den Prüfern mindestens zweimal vermessen. Analog Gage R&R Verfahren 3 ist auch nur ein Prüfer möglich, wenn die MFU/PFU nur von einem Prüfer durchgeführt wird.

Insgesamt wird der Messprozess bestimmt durch:

$$u_{MP} = \sqrt{u_{BI}^2 + \max\{u_{RE}^2; u_{EVR}^2; u_{EVO}^2\} + u_{AV}^2 + u_{IA}^2}$$

Analog dem %R&R wird hier auf die Toleranz bezogen und es ergibt sich die Kennzahl

$$\%Q_{MP} = 100\% \cdot \frac{k \cdot 2 \cdot u_{MP}}{Tol} \leq 30\% \quad \text{mit } k=2 \text{ für Vertbr. } 95,45\%, \text{ bzw. } k=3 \text{ für } 99,73\%$$

In manchen Bereichen wird auch $\%Q_{MP} \leq 20\%$ gefordert. Weitere Messunsicherheiten z.B. Kalibrierung, Linearität, Stabilität, Temperatur, etc. können dem VDA Band 5 entnommen werden und sollen hier nicht berücksichtigt werden.

Verringerung der Messunsicherheit durch Wiederholungen

Für den Fall, dass die Anforderung nicht erreicht wird, aber kein alternatives Messmittel zur Verfügung steht, gibt es die Möglichkeit der Wiederholungen. Durch mehrfache Messungen und Mittelwertbildung kann eine Verringerung der Messunsicherheit erzielt werden. Zufällige Messunsicherheiten lassen sich bei m-Wiederholungen um den Faktor \sqrt{m} verringern. Der Anteil u_{EVO} wird dann zu

$$u_{EVO}^* = \frac{u_{EVO}}{\sqrt{m}}$$

Ist aus bisherigen Messungen u_{EVO} bekannt, so kann in umgekehrter Richtung die notwendige Anzahl Wiederholungen bestimmt werden, um die geforderte Messunsicherheit zu erreichen.

Gegenüberstellung zu den klassischen Verfahren

Eine Gegenüberstellung zu den bereits angesprochenen alten Verfahren zeigt folgende Übersicht:

	Wiederholbarkeit		Wiederholpräzision	Reproduzierbarkeit (Vergleichspräzision)
	Prüfung am Normal		Prüfung an verschied. Teilen	Prüfung an verschied. Teilen + Prüfern
Bisherige klassische Verfahren	Verfahren 1 s_g		Verfahren 3 Spannweite	Verfahren 2 Spannw., Mittelwertdiff.
	$Cg/Cgk \geq 1,33$		$\%R\&R \leq 20\%$	$\%R\&R \leq 20\%$
VDA 5	$u_{EVR}; u_{BI}$	$u_{RE}; u_{cal}; u_{lin}$	u_{EVO}	$u_{EVO}; u_{AV}; (u_{IA})$
	$Q_{MS} \leq 15\%$		$Q_{MP} \leq 20\%$	$Q_{MP} \leq 20\%$

Mess-System-Analyse für diskrete und ordinal skalierte Merkmale

In einer diskreten MSA soll für Untersuchungen und Prozesse aufzeigen, dass das Mess-System oder der Prüfer besser ist, als ein zufällig zustande gekommenes Ergebnis. Im Folgenden werden diese Verfahren beschrieben:

- Gage R&R für diskrete Merkmale
- Kappa Methode (Fleiss-Kappa)
- Bowker-Verfahren
- Kendalls Konkordanz (ordinale Daten)

Gage R&R für diskrete Merkmale

Im Verfahren Gage R&R für diskrete Merkmale lässt man mehrere Prüfer jeweils zweimal verschiedene Teile beurteilen. Das könnten z.B. Prüfungen an Teilen sein, die entweder intakt, oder fehlerhaft sind. Die Prüfer dürfen nicht wissen, welches Teil sie vor sich haben und die Reihenfolge muss zufällig sein. Zu beachten sind die Hinweise zu den Prüfobjekten in einem späteren Kapitel.

Gibt es innerhalb eines Prüfers, oder zwischen verschiedenen Prüfern Abweichungen, so werden diese gezählt.

Im Verfahren **mit Referenzwert** sind den Prüfern zufällige Muster vorzulegen, von denen sie die Einstufung ebenfalls nicht kennen. Es werden mindestens 30 zufällige Muster empfohlen, die jeder Prüfer zweimal zu bewerten hat. Die Ergebnisse werden tabellarisch aufgetragen:

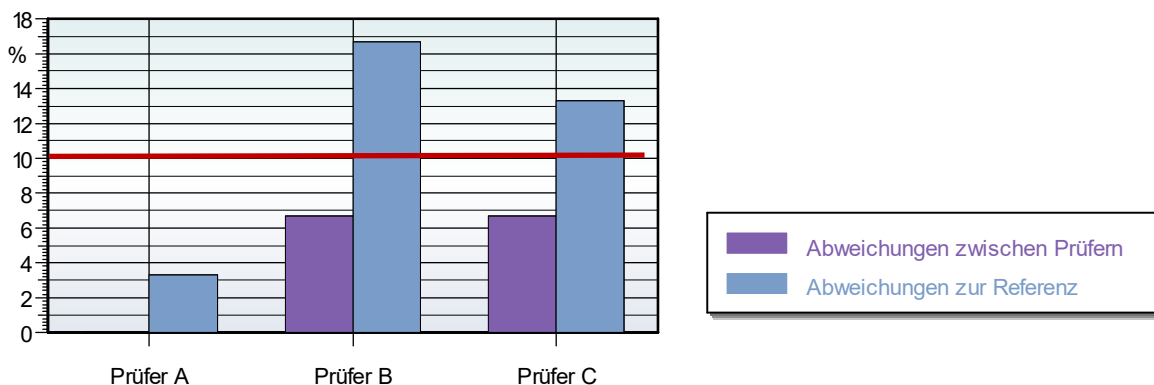
	Referenz	Prüfer A		Prüfer B		Prüfer C	
1	gut	gut	gut	gut	gut	gut	gut
2	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	gut
3	gut	gut	gut	gut	gut	gut	gut
4	gut	gut	gut	gut	gut	gut	gut
5	gut	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht
6	gut	gut	gut	gut	gut	gut	gut
7	gut	gut	gut	schlecht	schlecht	gut	gut
8	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht
9	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht

Abweichungen:

- ← innerhalb des Prüfers (rot umrandete Zellen in Zeile 2)
- ← zur Referenz (rot umrandete Zellen in Zeile 5)
- ← zwischen den Prüfern (rot umrandete Zellen in Zeile 7)

Eine Anforderung kann sein, dass das Verhältnis unterschiedlicher Ergebnisse zu der Anzahl Teile soll nicht größer als 5% oder 10% sein soll.

In diesem Beispiel haben Prüfer B und C mehr als 10% Abweichungen zur Referenz:



Kappa Methode

In der sogenannten **Kappa Methode** werden nicht nur, wie in der vorherigen Darstellung, die Abweichungen gezählt. Es stellt sich die Frage welcher Anteil nur zufällig möglich gewesen wäre. Die folgende Kenngröße Kappa berücksichtigt dies:

$$\kappa = \frac{p_o - p_c}{1 - p_c}$$

p_o : beobachtete Übereinstimmung
 p_c : zufällig mögliche Übereinstimmung

Kappa stellt die Übereinstimmung zwischen verschiedenen Prüfern, oder zu einer Referenz dar, abzüglich einer zufälligen Übereinstimmung. Die Anforderung an Kappa ist in der Regel wie folgt gestaffelt:

$$\begin{aligned} \kappa < 0,7 & \Rightarrow \text{nicht fähig} \\ 0,7 \leq \kappa < 0,9 & \Rightarrow \text{bedingt fähig} \\ 0,9 \leq \kappa < 1,0 & \Rightarrow \text{fähig} \end{aligned}$$

Man kann die Übereinstimmung jedes Prüfers mit sich selbst ermitteln, also ob jedes Objekt/Teil immer gleich bewertet wird (**Wiederholbarkeit**). Dabei dürfen die Prüfer nicht wissen, welches Teil gerade bewertet wird. Das nächste ist die Überprüfung, wie sich die Prüfer untereinander verhalten (**Reproduzierbarkeit**). Für diese beiden Fragestellungen wendet man das sogenannte **Fleiss-Kappa** an. Für die Fragen nach der Übereinstimmung jedes Prüfers mit einer Referenz ist der **Cohen's Kappa** relevant.

Die auszuwertende Tabelle ist im Grunde genauso aufgebaut, wie bei der Methode Gage R&R diskret. Hier wird jedoch anstelle der Kennzeichnung gut/schlecht 0 und 1 verwendet. Weiterhin können hier auch 3 Wiederholungen gemacht werden.

In folgendem Beispiel wurden 30 Teile von 3 Prüfern bewertet:

	korrekt	%	Fleiss k	95% CI	SE	z	p-val
Prüfer A	29	96,7	0,955	0,643	0,10541	9,06	0,000
Prüfer B	28	93,3	0,910	0,597	0,10541	8,63	0,000
Prüfer C	29	96,7	0,954	0,642	0,10541	9,05	0,000

untere Vertrauensgrenze Standardabweichung
 analog Normalv. $z = \kappa/SE$
 Irrtumswahrsch.

Am Ende der Tabelle wird die Nullhypothese getestet, dass sich die Übereinstimmungen signifikant von einem zufälligen Ergebnis unterscheiden (p-value < 0,05).

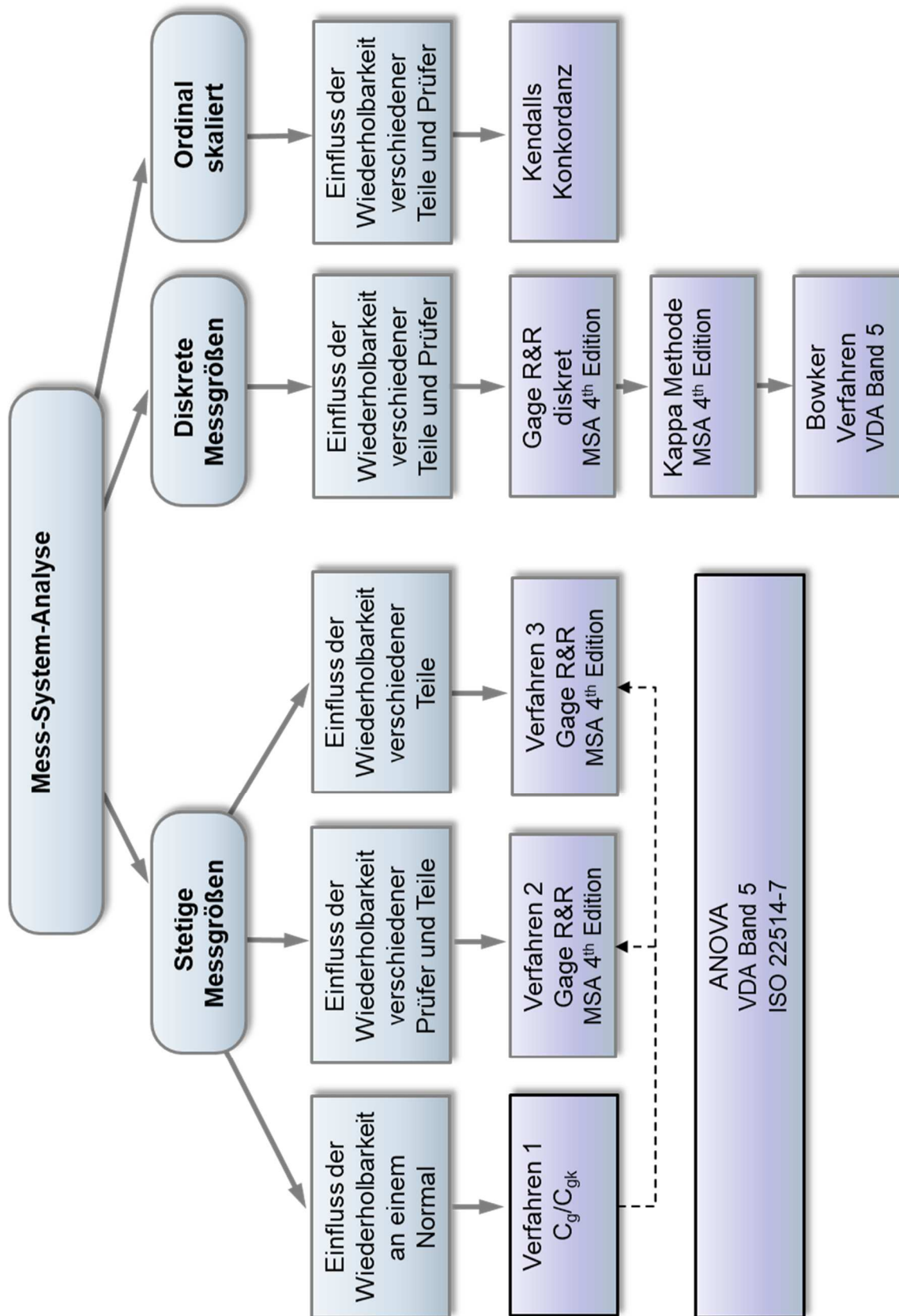
Zu beachten ist hier, dass diese Statistik nicht mit den dargestellten Grenzen von Kappa zu vergleichen ist! Nur der eigentliche Kappa-Wert liefert die Entscheidung, ob die Messung fähig ist.

Eine ähnliche Berechnung ist in der AIAG-Richtlinie Measurement System Analysis (4th Edition) beschrieben. Im Gegensatz zu der hier gezeigten Variante können dort nur die Beziehungen jeweils zwischen 2 Prüfern paarweise angewendet werden.

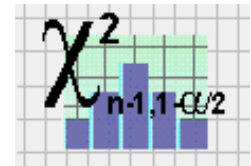
Bowker-Verfahren

Im sogenannten Bowker-Verfahren gibt es ebenfalls die Beurteilungen gut/schlecht. Dabei können die Prüfer gleiche Ergebnisse haben, unterschiedliche, oder uneinheitlich sein. Mindestens 40 verschiedene Prüfobjekte werden von 2 Prüfern je 3mal geprüft. Jedes der 40 Ergebnisse wird in drei Klassen aufgeteilt:

Auswahlübersicht Mess-System-Analyse



Statistische Hypothesentests



Einführung

In einem Hypothesentest soll anhand einer Stichprobe eine Aussage auf die Datenkennwerte der Grundgesamtheit gemacht werden. Typische Formulierungen sind:

- Die **Nullhypothese** H_0 behauptet:
Es besteht Gleichheit
(z.B. die Mittelwerte zweier Stichproben sind gleich, oder der Mittelwert einer angelieferten Charge entspricht der Vorgabe des Kunden, oder der Verbrauch zweier Fahrzeuge ist gleich, etc.).
- Die **Alternativ-Hypothese** H_1 behauptet:
Es gibt einen Unterschied
(z.B. die Mittelwerte zweier Stichproben sind ungleich, oder die angelieferte Ware ist fehlerhaft, etc.).

Aussagen hierzu sind mit einer unvermeidbaren Unsicherheit behaftet, die statistisch über eine Irrtumswahrscheinlichkeit bewertet wird.

Bei der Durchführung eines statistischen Tests können zwei Arten von Fehlern gemacht werden:

1. Die Nullhypothese H_0 ist richtig und wird abgelehnt!
⇒ diesen Fehler bezeichnet man als Fehler 1. Art, oder den α -Fehler, oder das Produzentenrisiko.
2. Die Nullhypothese H_0 wird angenommen, obwohl sie falsch ist!
⇒ diesen Fehler bezeichnet man als Fehler 2. Art, oder den β -Fehler, oder das Konsumentenrisiko.

Insgesamt gibt es folgende vier Situationen:

		Wirklichkeit	
		H_0	H_1
Entscheidung	H_0	richtig	β -Fehler (2. Art)
	H_1	α -Fehler (1. Art)	richtig

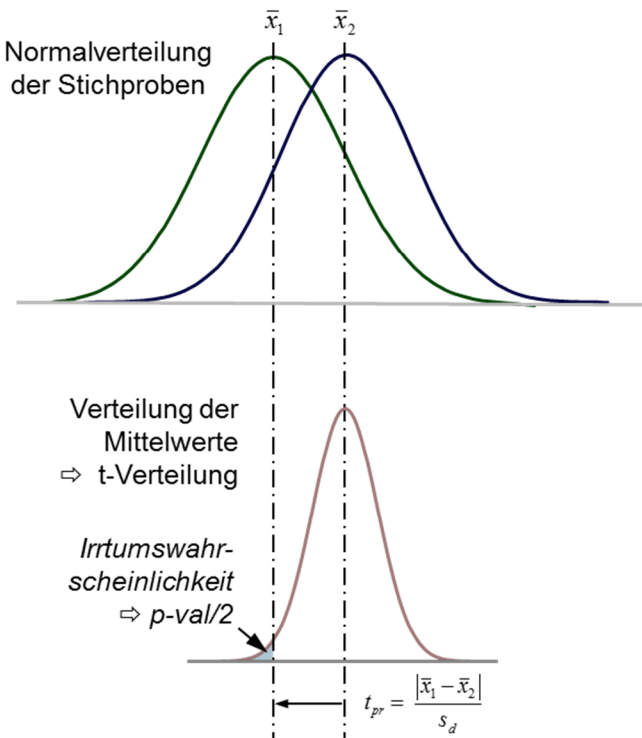
H_0 : Nullhypothese; H_1 oder H_A : Alternativhypothese

Merke:

- Der α -Fehler beschreibt das Risiko einen „Effekt“ anzunehmen, den es gar nicht gibt.
- Der β -Fehler beschreibt das Risiko einen „Effekt“ zu übersehen.

Bestimmung des α -Fehlers am Beispiel Mittelwertvergleich

Es ist die Nullhypothese H_0 zu prüfen : die Mittelwerte zweier Datenreihen sind gleich.



Der Abstand der Mittelwerte wird normiert auf eine gemeinsame Standardabweichung s_d

$$t_{pr} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s_d} \quad s_d = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}$$

für gleiche Stichprobenumfänge $n = n_1 = n_2$

Mit Hilfe der t-Verteilung (Studentverteilung) erhält man den gesuchten Wert für den Fehler 1. Art

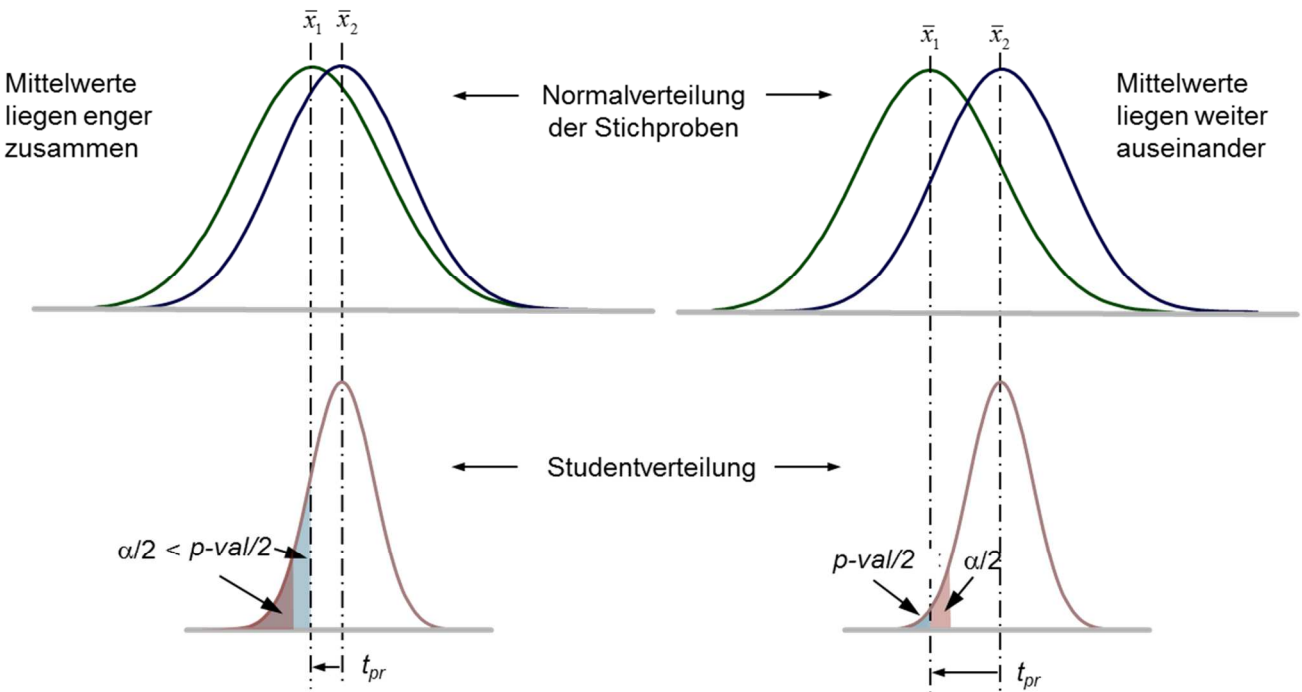
$$p\text{-val} = 2 \cdot \text{VertlgStudent}(-t_{pr}; f)$$

Freiheitsgrad $f = n_1 + n_2 - 2$
für gleiche Standardabw. der Stichproben.

Ist der Fehler 1. Art kleiner einer festgelegten Grenze von 5%, so wird die Nullhypothese auf Gleichheit abgelehnt.
Hinweis: Faktor 2 oben wegen zweiseitigem Test

Der pvalue

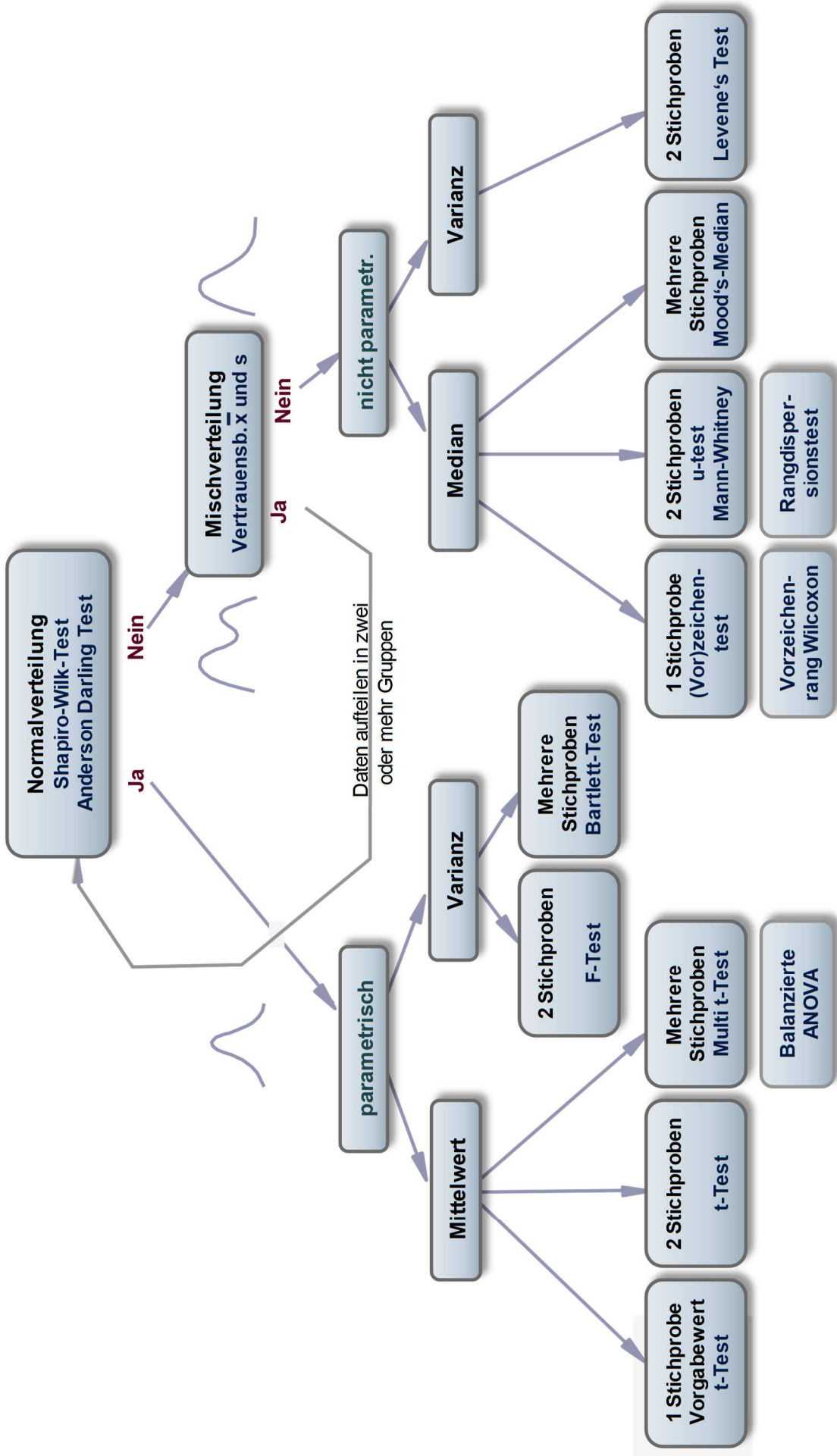
Man legt für den Fehler 1. Art einen zulässigen Grenzwert für α fest, in der Regel 5%. Den tatsächlich vorhandenen Wert nennt man den $p\text{value}$



Mittelwertunterschied nicht signifikant.
 $\Rightarrow H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ wird nicht verworfen

Mittelwertunterschied signifikant.
 $\Rightarrow H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ wird verworfen

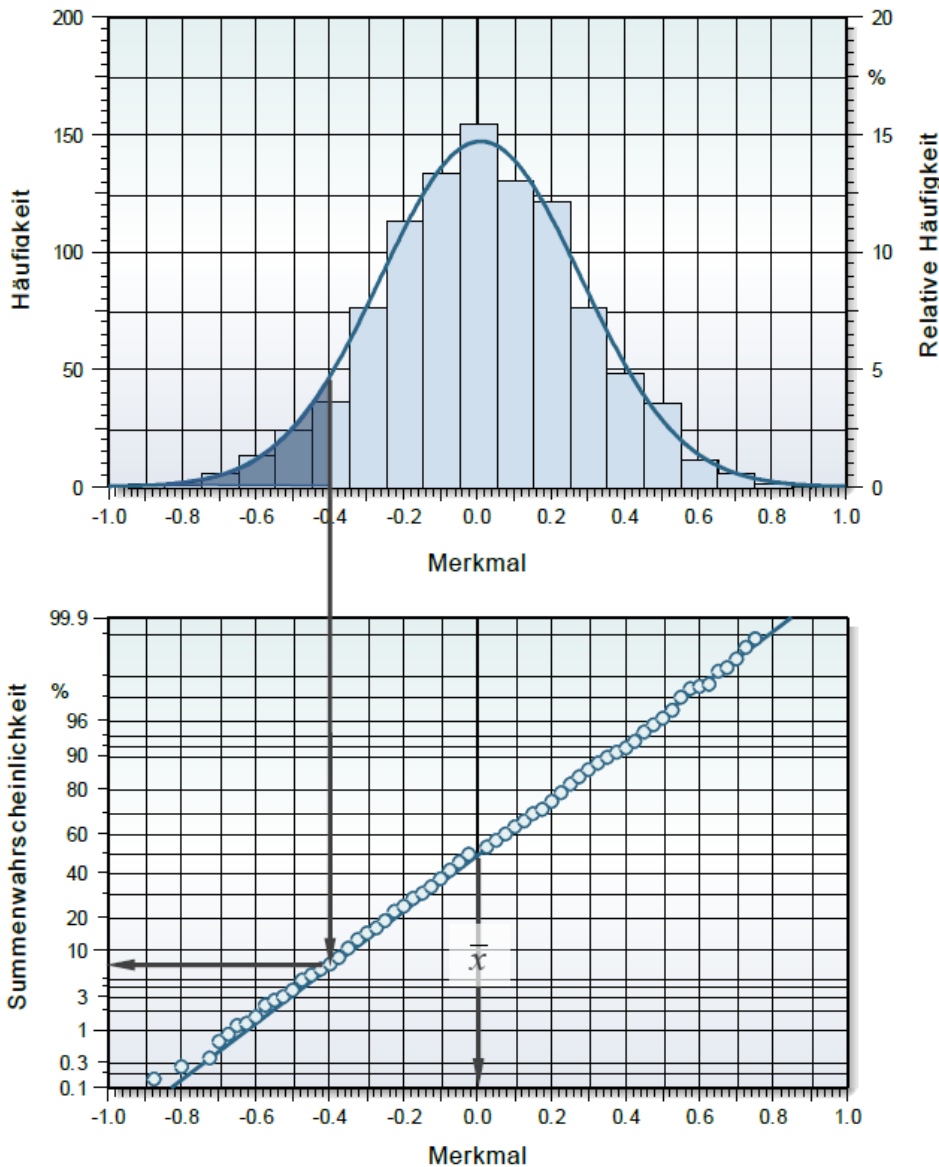
Übersicht über die Test-Statistiken



Die wichtigsten stetigen Verteilungen

Normalverteilung

Die Normalverteilung stellt die häufigste und gängigste Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung dar. Sie tritt auf, wenn zufällige Ereignisse auf einen Prozess wirken. Viele natur-, wirtschafts- und ingenieurwissenschaftliche Vorgänge lassen sich durch die Normalverteilung entweder exakt oder wenigstens in sehr guter Näherung beschreiben (vor allem Prozesse, die in mehreren Faktoren unabhängig voneinander in verschiedene Richtungen wirken).



$$h = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2}$$

- x : Variable Merkmal
- \bar{x} : Mittelwert
- s : Standardabweichung

$$H = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2} dx$$

Integral ist hier nicht geschlossen lösbar.

Im oberen Histogramm werden die Daten in passende Klassen eingeteilt und gezählt, wie viele sich darin befinden. Die Gaußkurve stellt die ideale Wahrscheinlichkeitsdichte für dieses Histogramm dar und beschreibt den Verlauf, wenn man „unendlich“ viele Daten hätte. Im sogenannten Wahrscheinlichkeitsnetz unten kann man im Maßstab der Y-Achse ablesen wie viele Daten in Summe von links bis zu einem Wert x vorliegen. Dies ist die Fläche unter der Gaußkurve. Der Mittelwert liegt im Wahrscheinlichkeitsnetz bei 50% (hier bei $x=0$).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Der Vertrauensbereich des Mittelwertes ist:

$$\bar{x} - t_{n-1, 1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + t_{n-1, 1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$t_{1-\alpha/2}$: Quantile der Studentverteilung für Signifikanz α , wenn die wahre Standardabweichung nicht bekannt ist. Vertrauensbereich 90% $\Rightarrow 1-\alpha/2 = 0,95$

Der zweite Parameter der Normalverteilung ist die Standardabweichung s :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Vertrauensb. : } s \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}} \leq s \leq s \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}}$$

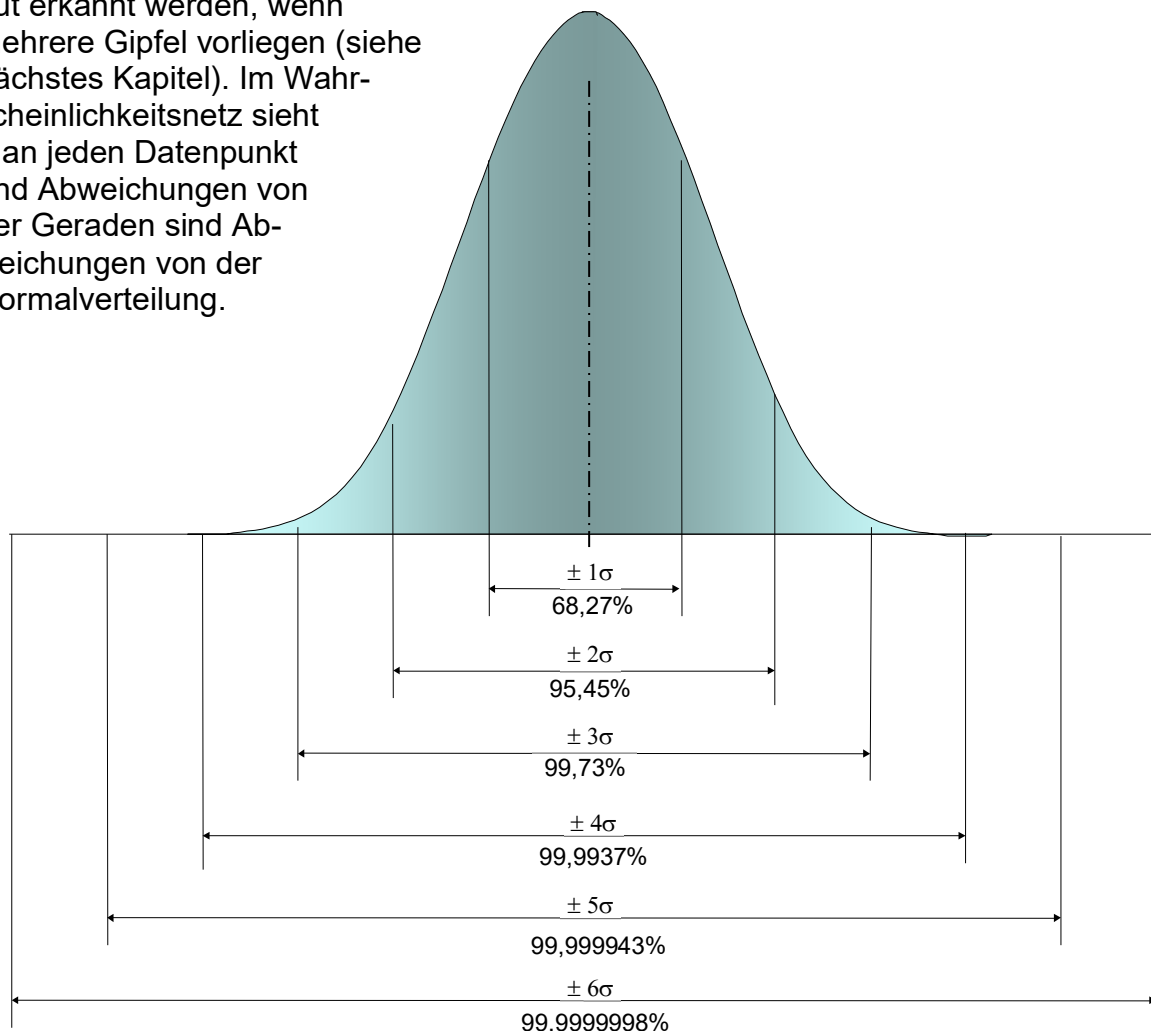
Da für die quadrierten Abweichungen der Mittelwert benötigt wird, der aus den gleichen Daten stammt, muss man für eine Stichprobe einen sogenannten Freiheitsgrad abziehen (der Mittelwert ist aufgrund einer begrenzten Stichprobe fehlerbehaftet). Deshalb steht im Nenner $n-1$ statt nur n .

Die Bestimmung der Häufigkeiten der Punkte im Wahrscheinlichkeitsnetz erfolgt näherungsweise mit:

$$H = \frac{2i-1}{2n} \cdot 100\% \quad \text{mit } i = \text{Ordnungszahl der sortierten Werte}$$

Die Steigung der Geraden ist durch die Streuung (Standardabweichung) der Daten bestimmt. $\bar{x} \pm s$ liegt im Bereich von 16% bis 84%.

Beide Darstellungsformen haben ihre Vorteile. Im Histogramm können Mischverteilungen gut erkannt werden, wenn mehrere Gipfel vorliegen (siehe nächstes Kapitel). Im Wahrscheinlichkeitsnetz sieht man jeden Datenpunkt und Abweichungen von der Geraden sind Abweichungen von der Normalverteilung.



Boxplot

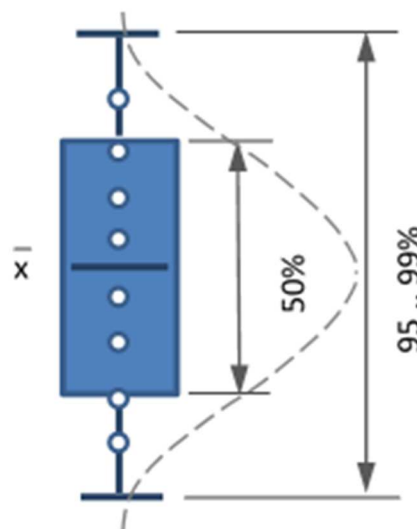
Der Boxplot, auch Box-Whisker-Plot genannt, ist eine spezielle Darstellung der Häufigkeitsverteilung. Ein Boxplot soll schnell einen Eindruck darüber vermitteln, in welchem Bereich die Daten liegen und wie sie sich verteilen.

Der große Vorteil ist hierbei, dass mehrere Datenreihen als Boxplots nebeneinander sehr komprimiert darstellbar sind, während ein Histogramm die gesamte Diagrammbreite für nur eine Datenreihe benötigt.

Grundsätzlich besteht ein Boxplot aus einem Rechteck, Box genannt, und zwei Verlängerungen mit begrenzenden Linien, meist Whisker oder Antennen genannt. Es gibt unterschiedliche Verfahren diese Bereiche zu bestimmen:

1. Normalverteilung

Aus den Daten werden Mittelwert und Standardabweichung berechnet. Mit diesen Kennwerten lassen sich die Bereiche von 50% und den zu definierenden äußeren Whisker für z.B. 95% oder 99% festlegen. Diese Methode liefert gute Schätzwerte für den Box und die Whisker und ist nicht so stark von der zufälligen Lage einzelner Punkte abhängig.

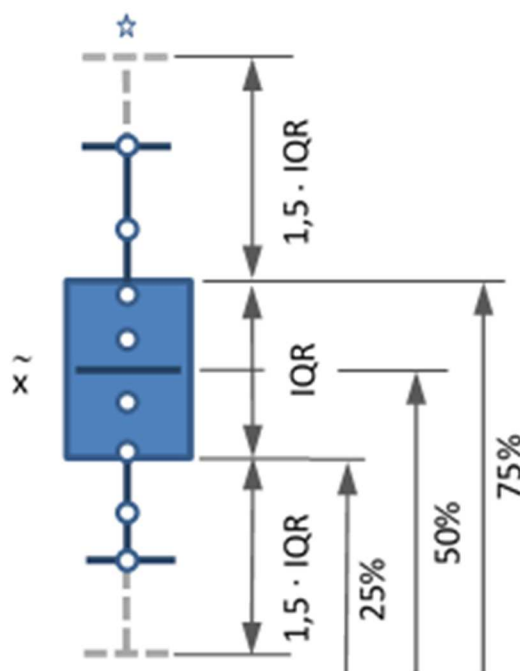


2. Verteilungsunabhängig

Aus den Häufigkeiten der sortierten Daten werden die Bereiche direkt bestimmt. Die Häufigkeit jedes i -ten Datenpunktes wird durch $H=i/(n+1)$ definiert. Bestimmte Literaturquellen verwenden $H=i/n$, wodurch die Bereiche etwas anders liegen.

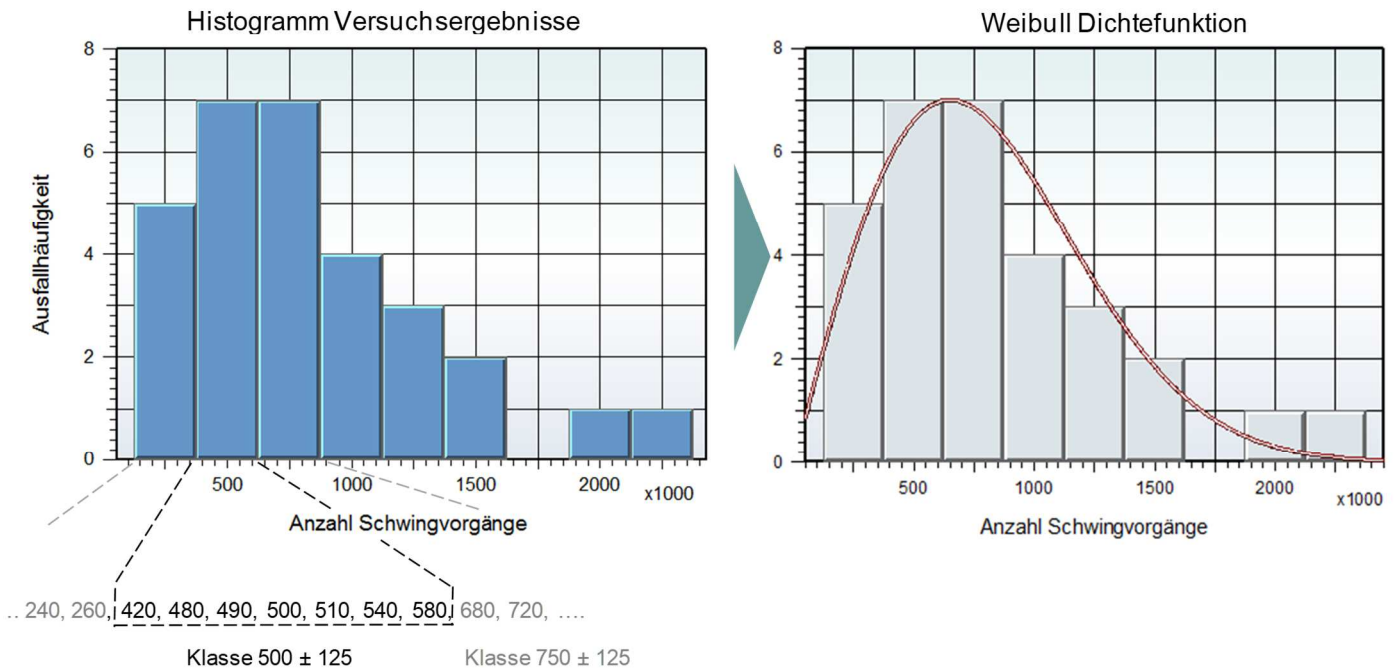
In der Mitte des Boxplots befindet sich der Median (verteilungsunabhängiger Zentralwert). Der Box, in dem sich 50% aller Werte befinden, nennt man auch den Interquartil-Range, kurz IQR. Die Whisker liegen $1,5 \cdot \text{IQR}$ ober- und unterhalb des 50%-Bereiches. Es wird jedoch nicht genau der Bereich von $\pm 1,5 \cdot \text{IQR}$ dargestellt, sondern nur bis zum nächst innerhalb liegendem Werte.

Liegen Werte außerhalb $\pm 1,5 \cdot \text{IQR}$ werden diese als „milde Ausreißer“ betrachtet und als Stern markiert.



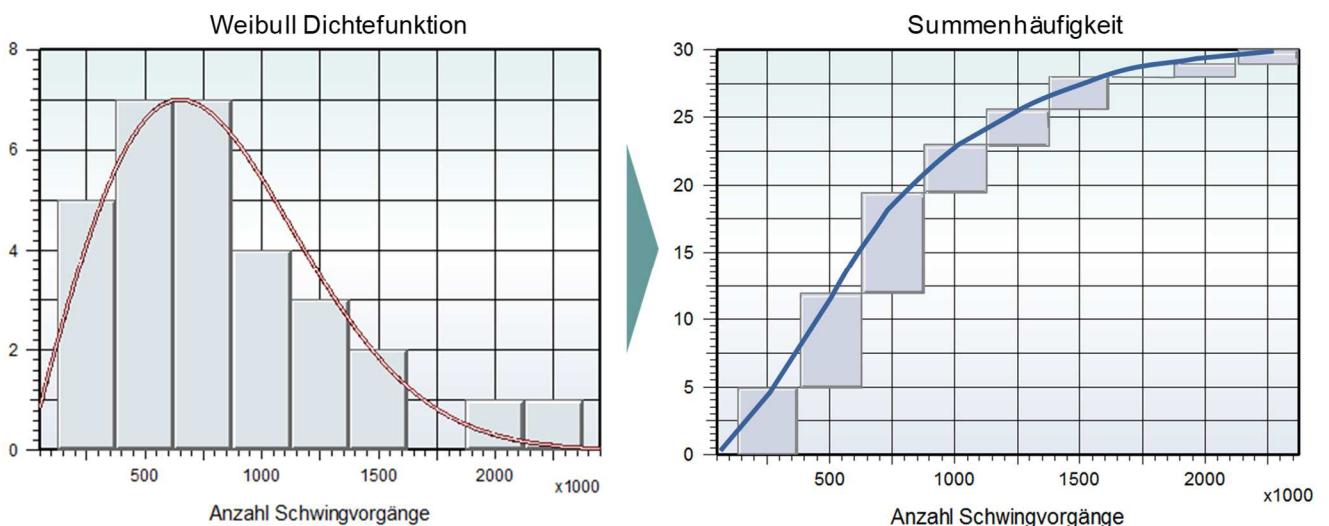
Weibull - Verteilung

Die von dem Schweden Waloddi Weibull entwickelte Verteilung ist eine universelle Verteilung, mit der die unterschiedlichsten Fragestellungen behandelt werden können. Am verbreitetsten ist aber die Darstellung von Lebensdauerfragen. Im folgenden Beispiel wurde eine Gruppe von 30 Kugellagern bis zum Ausfall getestet (Schwingvorgänge). Durch eine entsprechende Klassierung ergibt sich ein Histogramm (Häufigkeiten der Ausfälle innerhalb einer Klasse):

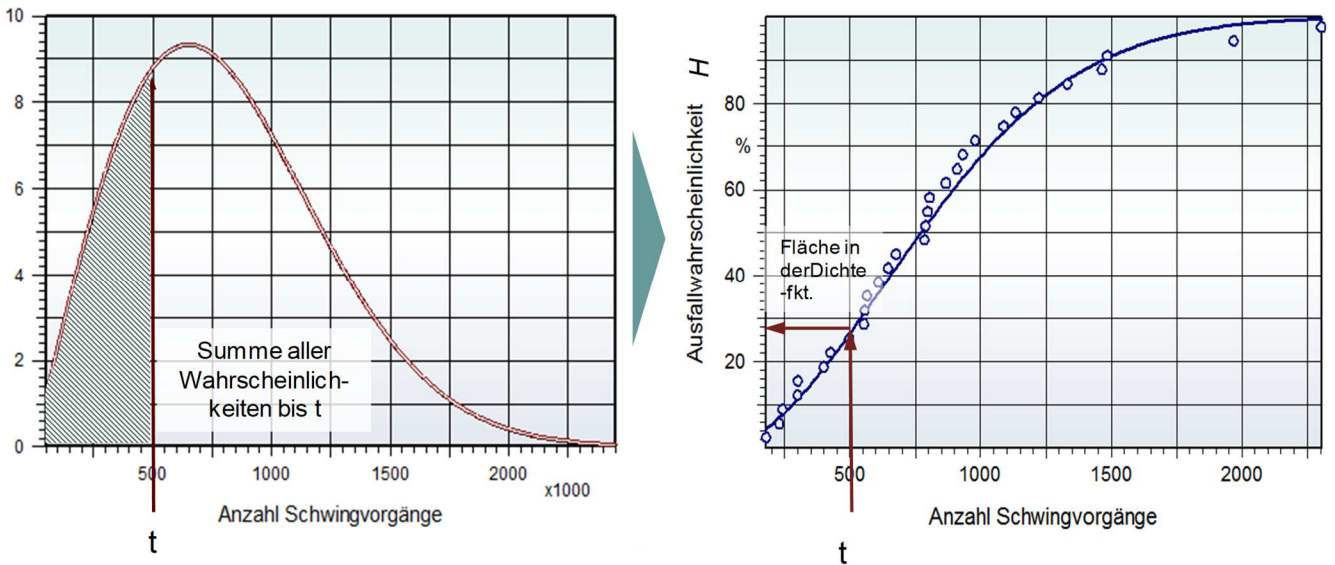


In der rechten Darstellung wird die sogenannte Weibull-Dichtefunktion als Kurve darüber gelegt. Typisch für Lebensdaueruntersuchungen ist, im Gegensatz zu Normalverteilung, der nicht symmetrische Verlauf. Laufzeiten beginnen ab > 0 und es gibt einige Bauteile, die überproportional lange halten.

Eine andere Darstellung ist die Summenhäufigkeit. Alle Häufigkeiten werden von links nach rechts aufsummiert. Erst die rechte Grafik stellt die eigentliche Verteilungsform dar.



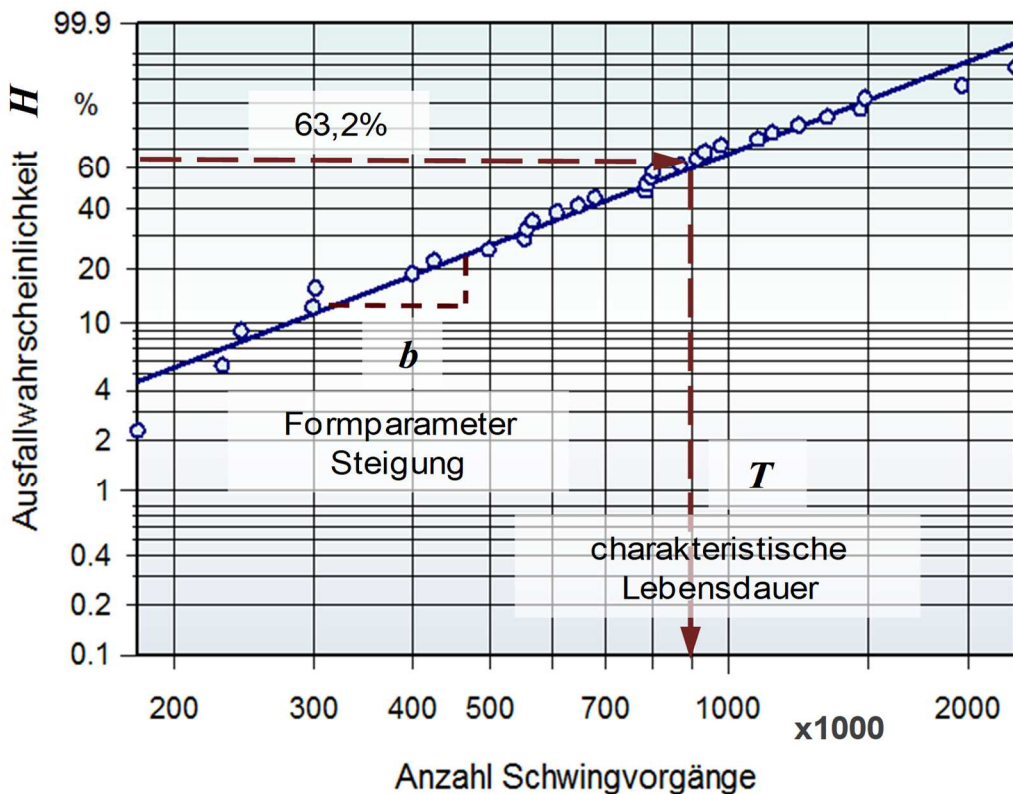
In der Praxis ist es interessanter, für eine definierte Laufzeit die Summe der Ausfälle zu nennen. Hier ohne Klassierung, ergibt die rechte Darstellung unmittelbar diese Ausfallmenge (Integral der Dichtefunktion links).



Letztlich erreicht man durch ein mehrfaches Logarithmieren der Achsen eine Weibull-Gerade und das Integral der Dichtefunktion ist eine mathematisch leicht zu handhabende Funktion, die es für die Normalverteilung nicht gibt. Zeitabhängige Ausfallmechanismen erscheinen als Gerade. Abweichungen von der Geraden können als unterschiedliche Ausfallursachen interpretiert werden. Für Lebensdauer und Zuverlässigkeit ist die Weibull-Verteilung weltweiter Standard.

$$H = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

- H : Ausfallhäufigkeit
- t : Laufzeit/strecke
- T : charakt. Lebensdauer (engl. η)
- b : Formparameter (engl. β)
Steigung der Geraden



Die Steigung im logarithmischen Maßstab wird in der Regel folgendermaßen interpretiert (Zuordnung bezieht sich nur auf b , ungeachtet der Lage im Weibull-Netz):

- $b < 1$ „**Frühausfälle**“, z.B. wegen Fertigungs-/Montagefehlern
- $b = 1$ **Zufallsausfälle**, es liegt eine konstante Ausfallrate vor und es besteht kein Zusammenhang zum eigentlichen Lebensdauermerkmal (stochastische Fehler), z.B. elektronische Bauteile
- $b > 1$ **Zeitabhängige Ausfälle (Alterungseffekt)**
Ausfälle innerhalb des Auslegungszeitraumes, z.B. Kugellager $b \approx 2$, Wälzlager $b \approx 1,5$, Korrosion, Erosion $b \approx 3 - 4$, Gummi-Riemen $b \approx 2,5$, Stresskorrosion, spröde Materialien wie Keramik, einige Formen von Erosion $b > 4$.

Die Interpretation von b ist nur möglich bei Darstellung eines Fehlerbildes an einem Bauteil. Ansonsten können sich verschiedene Steigungen überlagern.

Zu beachten ist dabei, dass sich die Begriffszuordnung nur auf die Steigung bezieht. Es gibt auch Fälle, in denen bei sehr frühen Laufzeiten Steigungen $b > 1$ vorkommen, was ein Widerspruch wäre. Der Begriff Alterungseffekt ist eher negativ geprägt. Dabei ist es eigentlich die Zielsetzung bei der Auslegung eines Bauteils eine steile Steigung bei hoher Laufzeit zu haben.

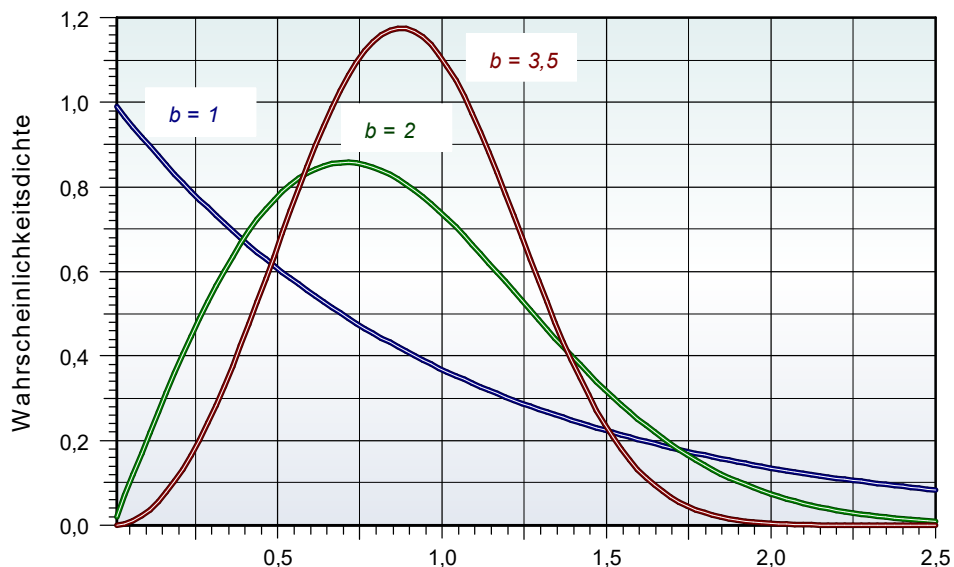
Die Steigung b in der Weibull-Verteilung wird durch die Streuung geprägt, sie ist aber kein alleiniges Maß hierfür, denn die Standardabweichung der Weibull-Verteilung ist auch von T abhängig.

Im Vergleich bedeuten unterschiedliche b unterschiedliche Ausfallursachen. Eine höhere Belastung in Tests darf nur die charakteristische Lebensdauer T verkürzen, nicht jedoch b verändern, ansonsten ist der Test ungeeignet. Folgende Steigungen stellen Sonderfälle dar:

$b = 1$ Entspricht einer **Exponential-Verteilung** $H = 1 - e^{-\lambda t}$
Konstante Ausfallrate

$b = 2$ Entspricht **Rayleigh-Verteilung** Linearer Anstieg der Ausfallrate

$b = 3.2..3.6$ Entspricht einer **Normalverteilung**

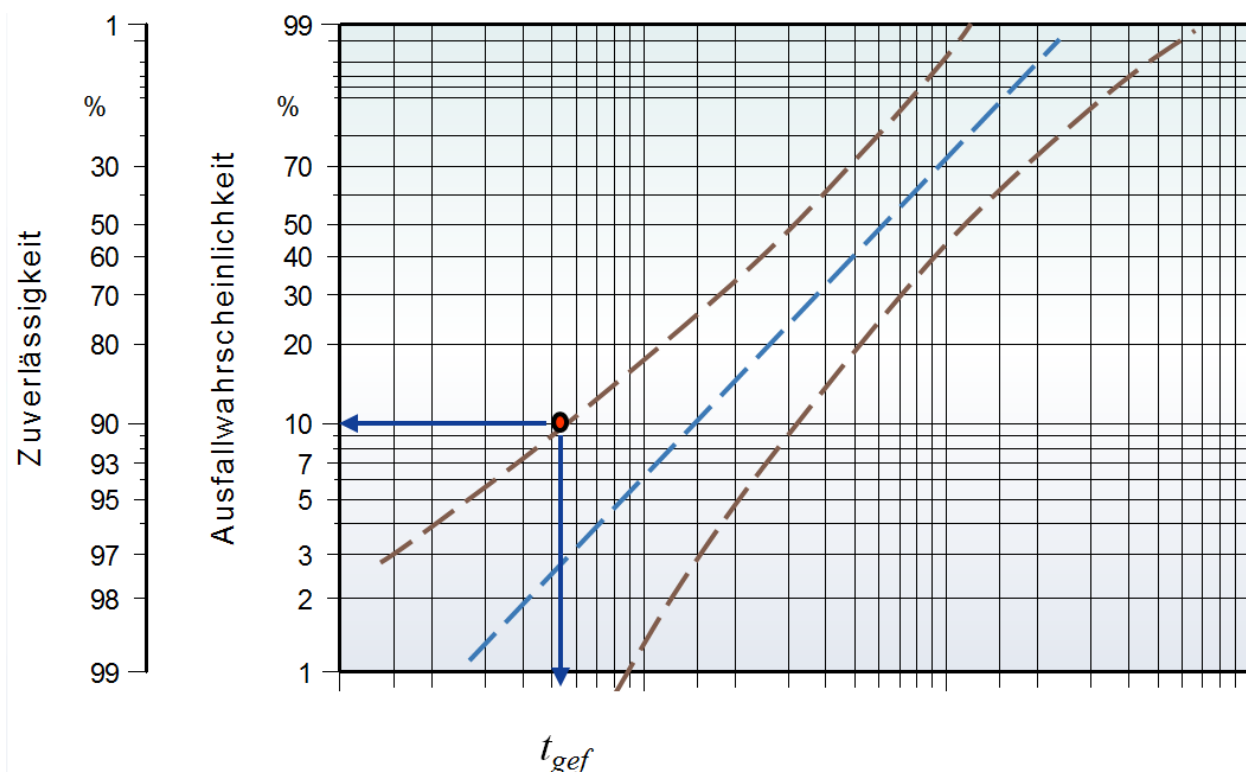


Wie groß muss der Stichprobenumfang in einer Fertigung sein, dass bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $R = 80\%$ und einer erwarteten Zuverlässigkeit von $P_A = 95\%$ nicht mehr als $x = 1$ Fehler auftritt? Es werden $n = 59$ benötigt. Für den Fall, dass kein Fehler auftreten darf, wäre der Stichprobenumfang $n = 32$ gewesen (aufgerundet).

Success Run - Stichprobenumfang

Eine Aussage über die Zuverlässigkeit kann auch gemacht werden, wenn keine „Ausfälle“ auftreten! Hierzu folgende Überlegung. Es werden n Prüflinge mit gleicher Qualität und Belastung getestet. Diese Gruppe von Prüflingen kann für die weiteren Schritte zunächst als System betrachtet werden. Demzufolge ist die „Gesamtzuverlässigkeit“ $R = R_i^n$. Die Wahrscheinlichkeit, dass während der Prüfung mindestens einer ausfällt, wäre normalerweise $H = 1 - R$. Hier soll jedoch der Vertrauensbereich berücksichtigt werden, mit dem ausgedrückt wird, dass diese Untersuchung nur mit einer Stichprobe durchgeführt wird und damit eine Qualitätsaussage für die Grundgesamtheit gemacht werden soll. Somit gilt hier $P_A = 1 - R = 1 - R_i^n$. Übliche Werte sind eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P_A = 0,90$.

Würde man die Prüfung letztlich doch bis zum Ausfall fahren, erhält man für die geforderte Lebensdauer t_{gef} folgende Darstellung:



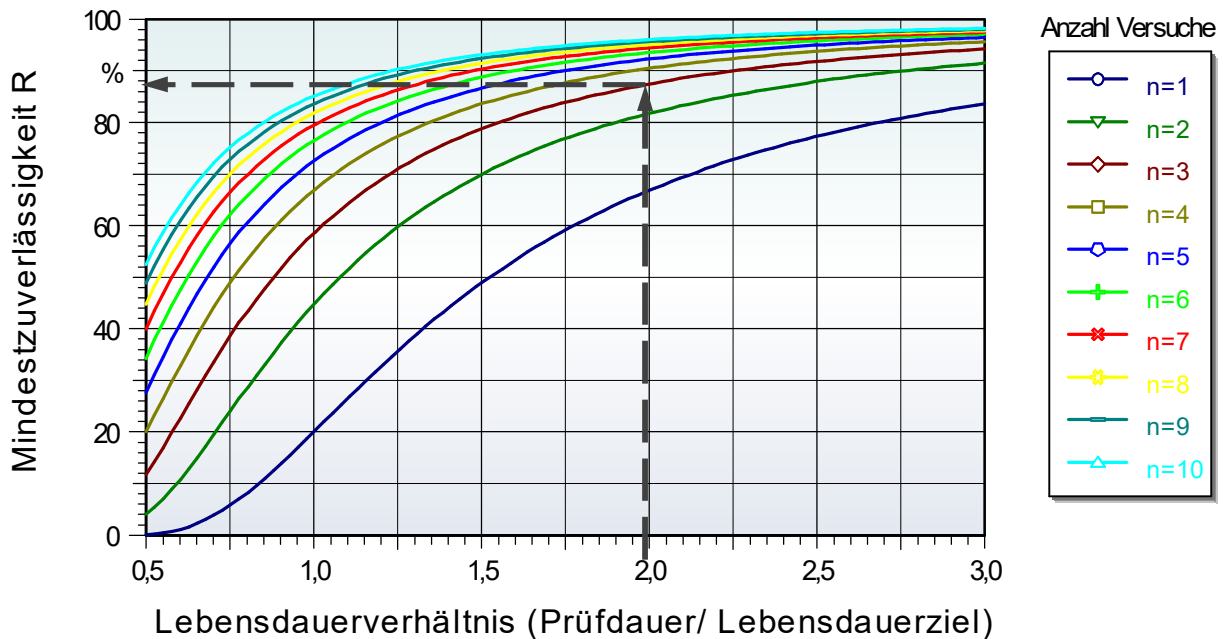
Für die Stichprobe alleine würde sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 2,8% ergeben. Da die Produktion Qualitätsschwankungen unterliegt, ist aber auch mit höheren Ausfallwahrscheinlichkeiten von bis zu 10% zu rechnen.

Weiterhin werden die Weibull-Verteilungen für die geforderte Lebensdauer und der Prüfzeit ins Verhältnis gesetzt und man erhält durch Umstellung letztlich die Standardformel:

$$R = \left(1 - P_A\right)^{\frac{1}{n L_v^b}}$$

P_A : Aussagewahrscheinlichkeit
 (obere Vertrauensgrenze)
 L_v : Lebensdauerverhältnis (erprobt/geforderter Zeit)
 n : Anzahl Versuche, bzw. Versuchsfahrzeuge
 b : Formparameter der Weibull-Verteilung,
 wird in der Regel auf $b=2$ festgesetzt

Beispiel: Es wurden 3 Probanden 2mal länger getestet, als die Anforderung ist. Es ergibt sich eine Mindestzuverlässigkeit von 87,4%. Wenn $R = 90\%$ gefordert sind, hätten 4 statt 3 Probanden geprüft werden müssen, oder die bestehenden 2,25mal der geforderten Testzeit.



Bei einem definierten R lässt sich der Stichprobenumfang n bestimmen, oder die notwendige Testzeit über L_v :

$$n = \frac{1}{L_v^b} \left(\frac{\ln(1 - P_A)}{\ln(R)} \right) \quad L_v = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{\ln(1 - P_A)}{\ln(R)} \right) \right)^{1/b}$$

Grundsätzlich sollte $L_v > 1$ sein, wenn die Belastung nicht erhöht werden kann. Ungeachtet der rechnerischen Mindestzuverlässigkeit darf kein Teil bei $L_v < 1$ ausfallen (Mindestanforderung).

Für unterschiedliche Laufzeiten der Probanden ergibt sich die Mindestzuverlässigkeit über die Summe der Einzellaufzeiten:

$$R = \left(1 - P_A\right)^{\left(\sum_{i=1}^k L_v^b n_i\right)^{-1}}$$

k = Anzahl unterschiedliche Laufzeiten. Ist jedes Bauteil unterschiedlich lang gelaufen, so ist jeweils $n_i = 1$ und $k = n$

Berechnung der Gesamtzuverlässigkeit

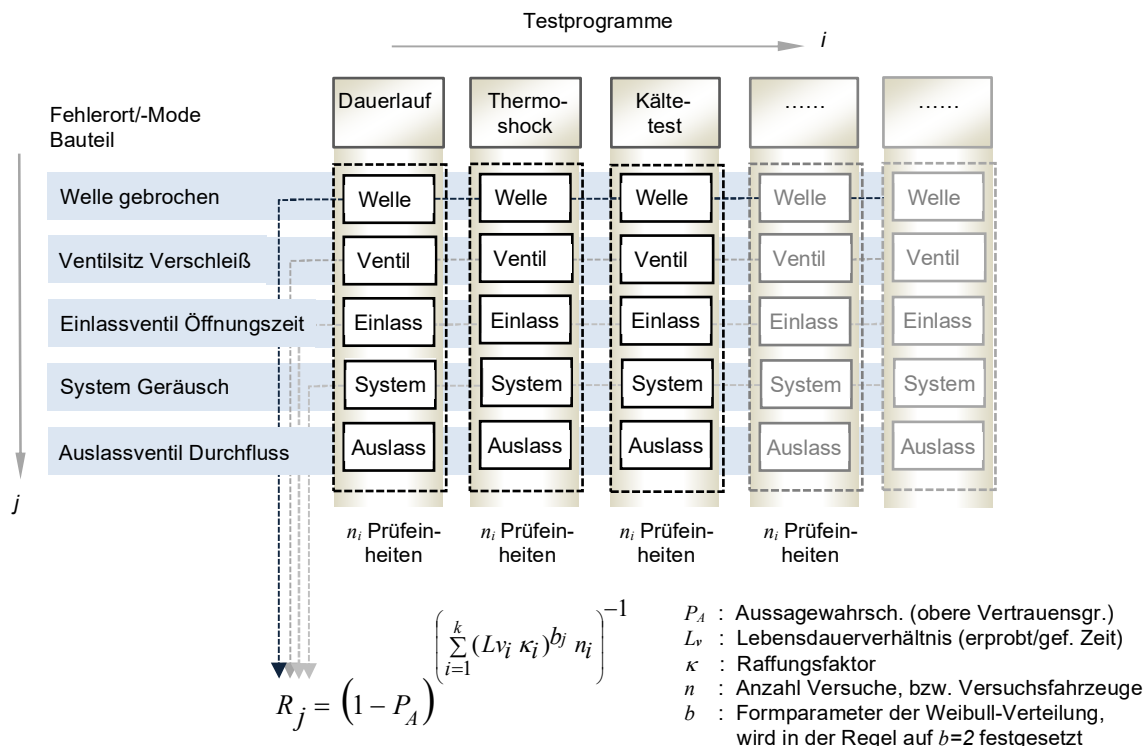
Für die Berechnung der Gesamtzuverlässigkeit gibt es 3 verschiedene Szenarien:

- 1.) **Im Test fallen keine Teile aus.** Die Bewertung erfolgt über die bekannte Methode nach Success-Run. Der ermittelte Wert stellt eine Mindestzuverlässigkeit dar, die in die Gesamtberechnung eingeht. Dies ist kein realer Wert, vielmehr eine statistische „worst-case“-Betrachtung.
- 2.) **Im Test fällt nur ein Teil aus.** Dies reicht nicht aus, um über eine Weibull-Verteilung die Zuverlässigkeit zu bestimmen. Vereinfacht wird eine Gerade mit der vorgegebenen Steigung durch diesen Punkt gelegt und eine Aussage an der gewünschten Stelle $L_v=1$ zu machen (t =Lebensdauervorgabe).
- 3.) **Es liegen mehrere Ausfälle vor.** Über ein Weibull-Netz könnte man eine Stichprobenbetrachtung der Weibull-Kennwerte machen. Meist gibt es aber zu wenig Punkte, um hieraus einen repräsentativen Wert von b zu ermitteln. Deshalb werden auch hier Geraden mit vorgegebener Steigung durch jeden Punkt gelegt und ein mittlere Schnittpunkt bei $L_v=1$ berechnet.

Basis der Berechnungen sind die Bauteile mit ihren Fehler Modes. Die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems R_{ges} ergibt sich bekanntlich durch ein serielles Blockschaltbild und bezieht sich definitionsgemäß auf $L_v=1$:

$$R_{ges} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \dots R_k = \prod_{j=1}^k R_j$$

Hier wird nicht, wie man erwarten würde, die Zuverlässigkeit innerhalb einer Testreihe berechnet, sondern die Zuverlässigkeit für jedes Bauteil über verschiedene Tests hinweg (waagrecht in folgendem Bild). Dies ist notwendig, um das Prinzip des Blockschaltbildes zu verwenden, dass auf die Bauteile referenziert. Mit der Vorgabe der Raffungsfaktoren κ können alle Tests über die bekannte Beziehung für Success Run zu einer Gesamtstichprobe zusammengefasst werden.



Stichwortverzeichnis

χ^2 -Verteilung.....	123
3-parametrische Weibull	143
4M Methode	13
4-parametrische Normalverteilung.....	133
4-parametrische Weibull-Verteilung.....	144
5-parametrische Normalverteilung.....	133
Abbruchkriterium, Weibull-Test.....	152
abhängige Größen, Wirkdiagramm	19
Abhängigkeiten, Wirkdiagramm	14
Abknicken Wöhler	176
Abstandsdaten, Clusteranalyse	77
Abstandsmatrix, Clusteranalyse.....	79
Abweichungen von Normalverteilung.....	131
adjustiertes Bestimmtheitsmaß.....	50
agglomerative Verfahren	77
Ähnlichkeitsmerkmale, Clusteranalyse.....	77
AHP	21
Aktivierungsenergie, Arrhenius	179
Aktivsummen.....	18
alternative Ausfallmechanismen	144
alternative Ausfallursachen.....	133
Alternativhypothese.....	103
Alternativhypothese, Hypothesentests	106
Alternativhypothese, Teststärke.....	106
Alterungseffekt	139
ANALYSE SixSigma.....	10
Analysis of Variance.....	40
Analytischer Hierarchieprozess.....	21
Anderson-Darling Test, Normalv.....	110
Anderson-Darling Test, Weibull	111
ANOVA	40, 52, 188
ANOVA - Grundprinzip	40
ANOVA Messsystemanalyse	88
Anteilkombinationen, DoE.....	34
Anwärterprognose	154, 157
Appraiser Variation	86
Approximierung, Weibull 3-parametrig	143
äquidistante Stufen D-Optimal	33
Arcus-Sinus-Funktion	63
Arrhenius-Modell	178
Auflösung Versuchspläne	28
ausfallfreie Zeit.....	143, 158
Ausfallmerkmal.....	147
Ausfallrate	156
Ausfallrate momentane.....	134
Ausfallrate, Arrhenius	178
Ausfallursachen verschiedene	144
Ausfallwahrscheinlichkeit.....	121, 140
Ausfallwahrscheinlichkeiten System.....	161
Ausgleichsgerade, Weibull	143
Ausreißer PLS.....	76
Ausreißertest.....	120
Ausreißertest Regression, Grubbs.....	55
Ausreißertest, Grubbs	120
Ausreißertest, mehrere.....	120
Ausreißertest, Pearson.....	120
Aussagewahrscheinlichkeit.....	162, 165
Aussagewahrscheinlichkeit, Trennschärfe....	107
Aussagewahrscheinlichkeit, Weibull	141
Aussortierung Histogramm.....	131
<i>Auswahlkriterien, Versuchspläne.....</i>	38
Auswertung, DoE.....	40
B_{10} - Weibull-Kennwert.....	156
Bartlett-Test.....	118
Baumstruktur Clusteranalyse	80
Baumstruktur, FTA.....	22
Baureihe, Schichtlinie.....	180
Bauteilbelastung Wöhler	174
Bauteilspannung, Wöhler	173
Bayes-Methode.....	165
Bayessche Statistik.....	161
Belastung Wöhler.....	174
Belastungsgrenze, Wöhler	173
Belastungs-Testmatrix	167
Belastungszeit	149
Beschleunigungsfaktor, Arrhenius	178
Bestimmtheitsmaß	49
Bestimmtheitsmaß, adjustiertes.....	50
Bestimmtheitsmaß, diskrete Regression.....	66
Bestimmtheitsmaß, Weibull	143
Bestimmtheitsmaß, Weibull	146
Bestpunkt Optimierung.....	56, 57
Beta-Binomial	142
Beta-Binomialverteilung	140, 141
Beta-Verteilung	187
betragnormale Verteilung	132
Betragsnormalverteilung, Toleranzsimulation ..	97
Betragsverteilung 1. Art.....	82
Betragsverteilung 2. Art.....	83
Betriebsfestigkeit, Lognormalverteilung	135
Bewertungseinfluss Matrix	17
Beyer	165
Beziehungen, Systemanalyse	12
Bezugsgröße, Messsystemanalyse	87
Biegeversuche	132
bimodale Verteilung	133, 144
Binomial-Koeffizient	125
Binomialsatz	162
Binomial-Test.....	114
Binomialverteilung.....	140, 184
Blockschaltbild	160
Bowker-Verfahren	92
Box-Cox-Transformation	55
Boxplot	130
Brainstorming.....	9
Bravais	43
Bravais, Korrelation nach	43
Bremsbeläge.....	139
Bremsscheibe Beispiel Weibull	143
Bruch	134
Bruchursachen.....	132
CAD-Modell	98
Cauchy-Verteilung	187
CCC	31

CCD	31	Epps Pulley Test.....	112
CCF	31	Equipment Variation.....	86
Central Composite Design.....	31	erfolgsorientiertes Wirkdiagramm.....	13
Chancen, Logit-Modell.....	64	Erfüllungsgrad Optimierung.....	56
charakteristische Lebensdauer, Vertrauensbereich.....	141, 144	erklärte Abweichung, ANOVA	40
Chargeneinfluss Ausfallursachen.....	133	Ersatzteile, Weibull-Verlauf	158
chemische Reaktion, Arrhenius	178	Erwartungswert, Weibull.....	156
chemischer Faktor in DoE	34	Erweiterungsmöglichkeit D-Optimal.....	33
City-Block Distanz	77	euklidische Distanz	77
Clusteranalyse	77	euklidische Distanz	78
Clusterzentrum.....	77	exakter Test nach Fisher.....	125
Cm, Cmk.....	84	Exklusiv-Oder, FTA.....	23
Coffin-Manson-Modell	179	Exponent	
Cohen's Kappa.....	92	Box-Cox	55
CONTROL SixSigma.....	10	Exponentialform, Weibull.....	148
Correlation Loading Plot.....	76	Exponentialfunktion.....	147
Cp, Cpk	81, 85	Exponentialgleichung	147
Data Mining.....	77	Exponential-Verteilung	139, 188
Datenreduktion, Clusteranalyse.....	77	Extrem-Verteilung	188
Datenreduktion, PCA.....	71	Extremwert-Verteilungen.....	145
Dauerfestigkeit	175	Exzess	113
Dauerfestigkeit, Wöhler	173	Fähigkeitskennzahl	81
DEFINE SixSigma	10	Fahrzeugalter.....	180
Dendrogramm	80	Faktoren, kategoriale	35
Design-Scorecard.....	10	Faustformel, Arrhenius.....	179
Determinante.....	33	Fehlende Daten, Weibull.....	158
Devianz-Test.....	66	Fehlentscheidung, Hypothesentests.....	106
DFSS	9	Fehler 1. Art, DoE-Wiederholungen.....	36
Diagonalmatrix	66	Fehler 1. Art, Hypothesentests.....	103
Differenzdevianz.....	66	Fehler 2. Art, DoE-Wiederholungen.....	36
DIN 25424.....	22	Fehler 2. Art, Hypothesentests.....	103
DIN EN 61649.....	162	Fehler der Regression.....	51
diskrete Gage R&R	91	Fehleranteil Binomial-Test.....	114
diskrete Regression.....	62	Fehleranzahl Poisson.....	185
diskrete Verteilungen.....	184	Fehlerbaumanalyse	161
Distanzmatrix, Clusteranalyse	78	Fehlerbild.....	135
DMADV SixSigma	9	Fehlerfortpflanzungsgesetz	96
DMAIC SixSigma.....	9	fehlerhafter Einheiten, Regelkarten	102
DoE	26	Fehlermode	167
doppellogarithmisch, Wöhler.....	173	fehlerorientiertes Wirkdiagramm.....	13
D-Optimal Vorteile	33	Fehlerquadrate, Minimierung Weibull	140
D-Optimal, Mischungspläne.....	35	Fehlerquote, Beispiel	108
D-Optimal, Versuchsanzahl	37	Fehlerquote, Hypothesentest	108
D-Optimale Versuchspläne.....	32	Fehlerraten	123
Dreifachwechselwirkung.....	28	Felddatenauswertung.....	154
Duncan	86	Fertigungsfehler.....	139
Effekt, grafische Darstellung.....	46	Fischgräten-Diagramm.....	13
Effekt, sichere Ermittlung.....	36	Fisher Test exakt	125
Eigenerwärmung, Beispiel Wirkdiagramm.....	14	Fisher-Matrix.....	142
Eigenvektor	72	Fisher-Verteilung.....	188
Eigenwert.....	72	Fleiss-Kappa.....	92
Eigenwerte	72	Flugzeugindustrie.....	22
Eigenwertproblem	72	Flüssigkeiten, Faktor in DoE.....	34
Einflussgrößen DoE.....	26	FMEA	24
Eingriffsgrenzen, Regelkarten.....	99, 101	Freiheitsgrade, diskrete Regression	63
Eintrittswahrscheinlichkeit		Freiheitsgrade, Modell-ANOVA	50
diskrete Regression.....	64	Frühausfälle.....	139
Elastomer, Temperaturabhängigkeit	178	FTA	22
elektronische Bauteile, Temperatureinfluss... 178		F-Test	117
Elementar-Miner.....	174, 177	Funktionsansatz Verschleißhochrechnung ... 171	
Ellipsen, Korrelations Ladungen	76	F-Wert, ANOVA	40
Entwicklungsstände.....	161	Gage R&R.....	91
		Gamma-Verteilung.....	188

Garantiezeit		kammförmige Verteilung	131
Weibull-Verlauf außerhalb	158	Kappa (Cohens).....	91
Gegenwahrscheinlichkeit.....	64	kategoriale Faktoren	35
General Electric.....	9	kategoriale Merkmale Clusteranalyse.....	80
Generator für Parameter, DoE.....	28	Kendall's Konkordanzkoeffizient.....	93
Geometrie-Einfluss, Systemanalyse	20	Kerbwirkung.....	132
geometrische-Verteilung.....	186	Kick-Off Meeting	10
Geradenabschnitte	146	Klassierung.....	128
Geräteeinfluss, Messmittelfähigkeit.....	89	Klassierung, diskrete Regression	62
Gesamtabweichung, ANOVA.....	40	Klassierungsfehler Histogramm.....	131
Gesamtsystem-Zuverlässigkeit	160	Kleppmann	63
Gesamtvarianz, PCA.....	72	Kleppmann, DoE-Wiederholungen	37
gesättigter Versuchsplan	29	K-Means-Verfahren.....	77
geschachtelte ANOVA.....	88	Kollektiv (Lastwechsel-)	173
gestutzte Verteilung.....	131	Kolmogoroff-Smirnow.....	111
gewichtete Regression	65	Kolmogoroff-Smirnow-Anpassungstest.....	109
Gewichtung, Bewertungsmatrix	21	Kombinationen Parameter.....	17
Gewichtung, Optimierung	56	Kommutator, Verschleißbeispiel	171
Glasproben	134	Kompensationseffekt, Fehlerfortpflanzung.....	96
gleichzeitiger Test	149	Komponente, PLS.....	76
Grad, Mischungsplan.....	34	Komponenten in DoE	34
Grafische Darstellung Wechselwirkung.....	47	Komponenten, Mischungspläne	34
Grundgesamtheit, Weibull-Vertrauensbereich		Komponenten-Zuverlässigkeiten im System .	160
141		Konfidenzintervall	55
Grundstufe, kategoriale Faktoren.....	36	Konkurrierende Ausfallmechanismen	144
Gruppe in Normalverteilung	131	Konstruktionsmerkmale, Verteilungen	83
Gruppenbildung Histogramm	131	Konsumentenrisiko, Hypothesentests.....	103
Gruppierung, Clusteranalyse	77	Kontingenztafel	123, 125
gültige Daten	134	Koordinatensystems, PCA	71
gut/schlecht Beurteilung	62	Korrektur des Prozesses.....	99
Güte des Regressionsmodells	48	Korrelation, historische Daten	60
Gütezahl Reproduzierbarkeit	52	Korrelation, kategoriale Faktoren.....	36
Haibach	174	Korrelations Ladungen	76
Häufigkeitsruppen	67	Korrelationskoeffizient.....	49, 77
Häufigkeitsverteilung	130	Korrelations-Ladungen.....	72
Boxplot.....	130	Korrelationsmatrix, Clusteranalyse	77
Hauptachse, PCA.....	71	Korrelationsrechnung	43
Hauptachsen.....	71	korrelierende Daten	60
Haupteffekte, Mischungsplan.....	34	korrelierende Daten, PLS	73
Hauptkomponenten	71	Kreuztabellen.....	67
Hauptkomponentenanalyse	71, 73	Kreuzvalidierung	74
Herstellungsprozess.....	81	Kriterium Bewertungsmatrix	21
Heterogenitätsmaß.....	77	kritischer Verschleißpunkt	172
hierarchisch agglomeratives Verfahren.....	78	Krümmung Weibull-Kurve	147
hierarchische Methoden	77	KS-Test	109
Histogramm.....	128, 137	kubischer Ansatz, DoE-Modell	26
historische Daten.....	54, 60	kubisches Modell	31
Hochrechnung Schichtlinie	180	Kunststoff Temperaturabhängigkeit.....	178
hypergeometrische Verteilung	125, 186	Kurtosis	113
Hypothesentest	103	Kurvendiagramm.....	46
IDOV	9	Kurvenpaare, Wechselwirkungen	47
IMPROVE SixSigma.....	10	Kurzzeitfähigkeitsuntersuchung.....	84
Inbetriebnahme	181	Kurzzeitfestigkeitsbereich.....	173
<i>Inclusions, D-Optimal</i>	38	Labortests.....	149
Indikator	99	Lack of Fit.....	51
Inspektion.....	152	Ladungs-Vektor PLS	74
<i>Intensitäts-Beziehungs-Matrix</i>	15, 16	Laplace-Verteilung	189
Intervallzensierte Daten	152, 157	Larson-Nomogramm	162
Inverse Power Law.....	179	Lastkollektiv,	
Ishikawa	13, 19	Raffungstest	177
ISO 22514.....	89	Lastpunkte, Wöhler	176
Jarque-Bera-Test	113	Lastwechsel Wöhler	173

Lastwechselzahl Wöhler	174	Minimum Optimierung	56
Latent Variables	72	MIS	181, 182, 183
Laufstrecke	154	Mischungspläne	34
Laufzeiten, Sudden Death	149	Mischungspläne Auswertung von	72
Lauster	165	Mischverteilung	131, 132, 144
Least-Square-Methode, Weibull	140	Mischverteilung, Weibull	145, 146, 158
Lebensdauerende, Verschleiß	172	Mittelwerttest, Normalverteilt	114
Lebensdauerhochrechnung	171	Mittelwertverschiebung	81
Lebensdauerterst, Sudden-Death	149	Mitwelt, Einfluss Wirkdiagramm	13
Lebensdauerversuche	10	ML-Methode	65
Leitfaden-Tabellen	191	MnP	180
Levene's Test	118	Mock	141
Likelihood-Funktion	65	Modell-ANOVA	52
linearisierte Weibull-Skalierung	140	Modellgleichung	46
Linearitätstest	119	Modellgleichung grafisch	46
linkszensierte Daten	152, 157	Modellschätzer, diskrete Regression	65
Log Likelihood	65	Modellschwäche	51
Logarithmieren Normalverteilung	131	Modellvorhersage	50
logarithmischer Maßstab Weibull	139	Monate nach Produktion	180
Logistik-Verteilung	189	Monte-Carlo-Simulation	98
logistische		Month in Service	181
Verteilungsfunktion	64	Mood's Median Test	115
logistische Regression	189	Morphologischer Kasten	9
Logit-Modell	64	MR	72
Lognormalverteilung	83, 135, 144, 183	MSA	87
Lognormalverteilung, Prozessfähigkeit	82	MTTF	156
lokales Optimum	77	Multikollinearität	53
Mann Test	116	Multiple Regression	45, 191
Maschine, Einfluss Wirkdiagramm	13	Multivariate Datenauswertung	71
Maschinenfähigkeitsuntersuchung	84	Näherungsformel	140
Maßkette	96	ndc	87
Material, Einfluss Wirkdiagramm	13	nested ANOVA	88
Materialeinfluss Wöhler	175	Netzwerkanalyse	16
Material-Einfluss, Systemanalyse	20	Nicht schadhafte Teile	153, 156
mathematisches Modell D-Optimal	33	nichtlinearer Weibull-Verlauf	147
Matrix-Struktur	12	Nichtlinearitäten, DoE-Modell	26
Matrizenform Regression	46	Nichtlinearitäten, Mischungspläne	35
Maxima Optimierung	56	NIPALS	73
Maximum-Likelihood	153, 161	Noise-Factors	167
Maximum-Likelihood, Weibull	140	Normalverteilung	128
Maximum-Likelihood-Methode 65, 133, 134, 152		Normalverteilung zensiert	134
Max-Likelihood-Methode	146	Normalverteilung, Prozessfähigkeit	81
MEASURE SixSigma	10	Normalverteilung, Shapiro-Wilk Test	109
Median, Vorzeichentest	117	Normiert	54
Median, Weibull	156	Nullhypothese	103, 121, 159
Median-Rang	140	Häufigkeitsgruppen	69
mehrparametrische Normalverteilung	132	Nullhypothese, ANOVA	40
mehrparametrische Verteilung	144	Nullhypothese, Hypothesentests	106
Mensch, Einfluss Wirkdiagramm	13	Nullhypothese, Regressionssteigung	53
Messaufbau	49	Null-Modell	66
Messfehler, Einfluss auf Regression	51	number of distinct categorie	87
Messmittelfähigkeit	85	Nutzungsbeginn	181, 182
Messprozess	89	Nutzungszeit	181, 182
Messsystemanalyse	85, 88, 89, 91	Objektdistanz, Clusteranalyse	77
Messung, Einfluss Wirkdiagramm	13	OEG	99
Messunsicherheit	87, 89	one leave out	74
Messunsicherheit verringern	90	One-Way ANOVA balanciert	41
Methode, Einfluss Wirkdiagramm	13	optimale Einstellung	56
MFU	84	Optimierung mehrere Zielgrößen	56
Mindestanforderung, Success Run	164	Ordnungszahl	140
Mindestzuverlässigkeit	164	orthogonal	29
Mindeztzuverlässigkeit	165	orthogonale Versuchsanordnung	29
Mind-Mapping	9	Over-Fit	50

OWG	99	Raffungsfaktor	166
Palmgren-Miner	173	Arrhenius	178
Pareto-Analyse	16	Raffungsfaktor Bestimmung	177
Paretoauswertung	15	Randgipflige Verteilung	131
Pareto-Verteilung	189	Randhäufung Histogramm	131
Häufigkeitsgruppen	70	Randsummen, Kontingenztafel	125
Partial Least Squares	72	Rangfolge, Bewertungsmatrix	21
partitionierende Methoden	77	Rangfolge, U-Test	116
Passivsummen	18	Rangkorrelation	44
PCA	71, 73	Rangkorrelationskoeffizient	44
Pearson, Korrelation nach	43	Rangzahl	94
Percentil-Methode	83	Rangzahl, Sudden-Death	149
Perlschnurverfahren	176	Rayleigh-Verteilung	83, 189
PFU	84	Reaktionsgeschwindigkeit	178
physikalische Ursache, Wechselwirkung	47	reaktives Feld	18
Placket-Burman-Versuchspläne	29	Rechner-Simulation	98
plötzlicher Tod	149	Rechteckverteilung	131
PLS	72	Rechtskrümmung, Weibull	144
Poisson	121	Rechtszensiert	156
Poisson-Verteilung	185	Redundanz	161
Power, DoE-Wiederholungen	37	Referenzwert	91
Power, Teststärke	106	Regelkarte	99
p-Regelkarte	102	Regression, Linearitätstest	119
<i>Principal Component Analysis</i>	71, 73	Regressionsansatz PLS	74
Priorisierung-Bewertung	21	Regressionskoeffizienten, diskrete Repr.	65
Probit, diskrete Regression	64	relative Häufigkeiten, diskrete Regression	63
Problemanalyse	13	Reproduzierbarkeit, Gütezahl Regression	52
Produktentstehungsprozess	9	Residuen	
Produktionsmonate, Schichtlinie	180	Box-Cox	55
Produzentenrisiko, Hypothesentests	103	Residuen, Regression	51
produzierte Fahrzeuge	183	Residuen-Darstellung	48
Prognose	55	Residuen-Matrix PLS	74
Wahrscheinlichkeiten	63	Residuen-Vektor PLS	74
Prognose - Regressionsmodell	73	Restdicke, Verschleißbeispiel	172
Project Charter	10	Risiko, Hypothesentests	106
Prozessdaten Toleranzsimulation	97	RMS-Error	54
Prozessdokumentation	10	Rossow, Häufigkeiten nach	136
Prozessfähigkeit	81	Schädigung, Wöhler	173
Prozessfähigkeitsuntersuchung	84	Schädigungsgrad messbar	171
Prozessfähigkeitswert	97	Schichtlinie, Korrektur	183
Prozessregelkarte	99	Schichtlinien, Nutzungszeit	182
Prozessschwankung	19	Schichtlinien, Produktionsdatum	180
Prozessstreuung	81	Schiefe Verteilung	131
Prozessstemen, Wirkdiagramm	19	schrittweise Regression	29
Prozessüberwachung	10	schwächstes Glied	144, 145
Prozessveränderungen, Schichtlinie	180	schwarz/weiß	62
Prüfereinfluss, Messmittelfähigkeit	89	Score Plot	76
Prüfintervall	152	Scores	76
Pseudo Bestimmtheitsmaß	66	Score-Werte	72
Pugh-Matrix	9	Screening	28, 29, 30
Pumpen	172	Shainin	3
pure Error	51	Shapiro-Wilk-Test	109
p-value 52, 66, 74, 88, 110, 112, 117, 124, 126		Shewhart	100
Q ² -Maß	50	Sicherheitsanalysen	22
qualitative Größen	35	Signifikanzniveau, DoE-Wiederholungen	36
qualitative Merkmale, Regelkarten	101	SixSigma	9
qualitative Zielgröße	62	Sollwert, Optimierung	56
Qualitätsaussage	163	Spaltenprodukte, teilfaktorische DoE	28
Qualitätsregelkarte	99, 100	Spannweite, Messsystemanalyse	86
Querbeziehung	14	SPC	99
Querverbindung	15, 20	Spearman	44
Quote, diskrete Regression	64	Spezifikation	81

sprödbrechend	145	theoretische	Lebensdauer,
Stahlbauteile, Festigkeit.....	175	Verschleißhochrechnung.....	172
Stakeholderanalyse	10	Toleranz Bezug auf.....	81
Standardabweichung aus Toleranz.....	97	Toleranz-Addition.....	96
Standardabweichung, Gesamtmodell	54	Toleranzberechnung	96
Standardabweichung, Regelkarten	99	Toleranzbereich, Regelkarte	99
Standardisieren, Datenspalten.....	54	Toleranzkette, Simulation.....	97
Stärken-/Schwächen-Analyse.....	9	Top-Event, FTA	22
Startcluster.....	77	träges Feld.....	18
Statistische Tests	103	Transformation diskrete Regression	63
Steigung Weibull	139, 175	Transformation, Weibull-Gerade.....	147
Steigung Wöhler.....	176	Trennschärfe.....	106, 107
Steigungstest	120	Tschebyscheff Distanz	77
Sterbekurve.....	147	t-Test, 2 Stichproben.....	114
stetige Verteilungen.....	128	t-Test, Korrelationskoeffizient	44
Stichprobe		t-test, Vorgabewert.....	115
Häufigkeitsgruppen	67	t-Verteilung	190
Stichprobe, kleine.....	125	Two-Way ANOVA balanciert	41
Stichprobe, unvollständiger Test.....	149	Two-Way ANOVA geschachtelt.....	43
Stichprobe, Weibull-Vertrauensbereich	141	Überschreitungsanteil, Prozessfähigkeit	82
Stichprobengröße, Binomialansatz	162	UEG	99
Stichprobengröße, DoE	36	Unabhängigkeit korrelierende Daten	44
Stichprobengröße, Hypothesentests.....	107	Unabhängigkeitstest	124
Stichprobengröße, Mindestzuv. Vorkenntnisse		Unabhängigkeitstest, Korrelation.....	44
165		uncontrolled factors.....	18
Stichprobengröße, Regelkarten	100	unerklärte Abweichung, ANOVA.....	40
Stichprobengröße, Teststärke.....	106	Unfälle, Abnahme Grundgesamtheit.....	147
Stichprobenkenngröße	99	ungeordnete Daten	77
Stichprobenüberwachung	10	ungeplante Versuche	60
stochastische Fehler.....	139	universelle Verteilung	137
Streuung Modell-ANOVA.....	49	unsymmetrische Verteilung	131
Streuungen, Toleranzberechnung.....	96	unterscheidbare Kategorien	87
Streuungszerlegung	40	Unterzielgrößen	18
Streuungszerlegung, Modell-ANOVA.....	52	unvollständiger Test.....	149, 161
STR-Statistik	120	u-Regelkarte	102
Struktur Clusteranalyse	77	Ursachen-Wirkungsdiagramm	13, 14
Student-Verteilung.....	190	U-Test	116
Stufenabstände D-Optimal	33	UWG	99
Success-Run.....	161	Variable Importance in the Projection	74
Sudden Death Testing.....	149	Variablenselektion.....	74
Sum of Squares	50	Varianz	
Summenhäufigkeit, Lognormal	135	Weibull-Parameter	142
Summenhäufigkeit, Normalvertlg.....	128	Varianz (erklärte)	76
Summenhäufigkeit, Weibull	137, 140	Varianz des Effektes	36
Symmetrie.....	117	Varianz, diskrete Regression.....	65
Systemanalyse.....	12, 16	Varianz, Modell-ANOVA.....	50
systematische Untersuchung.....	12	Varianzanalyse	40, 119
Systemzuverlässigkeit.....	160, 172	Varianzinflationsfaktor.....	53
Tabellenfunktion Vollfaktoriell	27	Varianztest.....	117, 118
Taguchi Versuchspläne	29	VDA Band 5.....	89
Teilevariation	87	VDI/VDE 2645	84
teilkonfaktorielle Versuchspläne	28, 29	Verfahren 1, Messsystemanalyse.....	85
Teilmenge, Weibull-Verlauf.....	158	Verfahren 2, Messsystemanalyse.....	85
Teiloptimum	56	Verfahren 3, Messsystemanalyse.....	86
Temperaturabhängigkeit, Coffin-Manson	179	Vergleich von Verteilungen	159
Temperatureinfluss, Lebensdauer	178	vermengt	
Testbedingungen Weibull	175	ANOVA.....	88
Teststärke	106	vermengte Wechselwirkungen	28
Testzeit, Sudden-Death.....	150	Vermengung Histogramm	131
Tetraeder, Mischungsplan	34	Vermengung, DoE	29
textliche Benennungen, Parameter DoE	35	Versagensmechanismen.....	133
		Verschleiß-Ausfallverhalten.....	143
		Verschleißgrad.....	171

Versuchsanzahl, DoE Überblick.....	37	Wechselwirkung Messsystemanalyse	88
Versuchsanzahl, D-Optimal	33	Wechselwirkung, eindeutige Ermittlung	32
Versuchsanzahl, Hypothesentests	107	Wechselwirkung, grafische Darstellung	47
Versuchsanzahl, kategoriale Faktoren	36	Wechselwirkung, höhere	33
Versuchsanzahl, Mischungspläne	35	Weibayes	161, 166
Versuchsanzahl, teilfaktoriell	28	Weibull in Schichtlinien	181
Versuchsanzahl, Vollfaktoriell	27	Weibull-Dichtefunktion	137
<i>Versuchspläne, Auswahlkriterien</i>	38	Weibull-Parameter	140
Versuchspläne, Einführung.....	26	Weibull-Verteilung	137
Versuchspläne, Parameterbestimmung	17	Western Electric Rules	100
<i>Versuchspläne, Übersicht</i>	38	Whitney Test.....	116
Versuchswiederholungen, DoE.....	36	Wichtung PLS	73
Verteilungsformen, Konstruktionsmerkmale....	83	Wichtungsvektor PLS.....	73
Verteilungsfreie Prozessfähigkeit.....	83	Wiederholbarkeit, Gütezahl Regression.....	52
verteilungsunabhängiger Test 2 Stichproben	116	Wiederholungen, DoE	36
Vertrauensbereich	142	Wilcoxon	117
Poisson	121	Wilcoxon Test	116
Zielgröße.....	55	Wilk	109
Vertrauensbereich, Binomial.....	184	Wirkeffizienz.....	14
Vertrauensbereich, Kurvendiagramm.....	46	Wirkreihenfolge	14
Vertrauensbereich, Lack of Fit.....	51	Wirkstärke.....	15
Vertrauensbereich, Maschinenfähigkeit	84	Wirkungen	20
Vertrauensbereich, Minimierung D-Optimal....	33	Wirkungen, Systemanalyse.....	17
Vertrauensbereich, Mittelwert	129	Wöhler, Raffungstest.....	177
Vertrauensbereich, Mittelwert Poisson	186	Wöhlerdiagramm.....	173, 174
Vertrauensbereich, Prozessfähigkeit.....	82	Wöhlergerade	176
Vertrauensbereich, Success Run.....	163	Wölbung	113
Vertrauensbereich, t-Test	115	Wölbungstest.....	120
Vertrauensbereich, Varianzanalyse	119	Wunschfunktion, Optimierung	56
Vertrauensbereich, Vergleich Verteilungen ...	159	Zeichentest	117
Vertrauensbereich, Weibull.....	141	zeitabhängige Ausfälle	139
Vertrauensbereich, Weibull-Parameter	141	Zeitfestigkeitsbereich, Wöhler	173, 175
Vertrauensgrenze.....	141	Zeitraffung, Lebensdauer	178
Vertrauensgrenze, Weibayes	161	zensiert	152
Verzugszeit	183	zensierte Normalverteilung.....	134
Vierfeld-Tabelle	125	zentral zusammengesetzter Versuchsplan	31
VIF	53	zentrales Moment	113
VIP	74	Zentrumspunkt, DoE	31
vollständige Daten.....	156	zerstörenden Prüfungen.....	88
Vorhersagemaß	50	Zielgröße	55
Vorinformationsfaktor	165	Zielgröße, Systemanalyse.....	19
Vorkenntnisse Zuverlässigkeit	165	zufällige Verteilung	
Vorschädigung	146	Toleranzberechnung	98
Vorschädigung, Weibull-Verlauf.....	158	Zufallsausfälle.....	139
Vorzeichenrangtest	117	Zufallsgrößen multiplikativ.....	135
Vorzeichentest	117	Zugversuche	132, 133
Vorzugsrichtung, Daten	60	Zusatzversuche, D-Optimal.....	33, 37
Wahrscheinlichkeit diskrete Regression.....	62	Zuverlässigkeit.....	167
Wahrscheinlichkeitsbereich Wöhler	175	zweigipflige Verteilung	131
Wahrscheinlichkeitsdiagramm, Weibull.....	140	χ^2 -Mehrfeldtest	
Wahrscheinlichkeitsdichte, Binomial	184	Häufigkeitsgruppen	68
Wahrscheinlichkeitsdichte, Normalv.....	128	χ^2 -Anpassungstest	111
Wahrscheinlichkeitsnetz	128	χ^2 -Homogenitätstest.....	123
Wahrscheinlichkeitsverhältnisse	64	χ^2 -Mehrfeldtest.....	124
Wald-Test.....	66	χ^2 -Verteilung	187
Warngrenzen.....	99		
Wechselwirkung	20, 37, 61		