

## 命题及其关系

### 【学习目标】

1. 了解命题、真命题、假命题的概念，能够指出一个命题的条件和结论；
2. 了解原命题、逆命题、否命题、逆否命题，会分析四种命题的相互关系，能判断四种命题的真假；
3. 能熟练判断命题的真假性。

### 【要点梳理】

#### 要点一、命题的概念

用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题。其中判断为真的语句叫真命题，判断为假的语句叫假命题。

#### 要点诠释：

1. 不是任何语句都是命题，不能确定真假的语句不是命题，如“ $x > 2$ ”，“2 不一定大于 3”。
2. 只有能够判断真假的陈述句才是命题。祈使句，疑问句，感叹句都不是命题，例如：“起立”、“是有理数吗？”、“今天天气真好！”等。
3. 语句能否确定真假是判断其是否是命题的关键。一个命题要么是真，要么是假，不能既真又假，模棱两可。命题陈述了我们所思考的对象具有某种属性，或者不具有某种属性，这类似于集合中元素的确定性。

#### 要点二、命题的结构

命题可以改写成“若  $P$ ，则  $Q$ ”的形式，或“如果  $P$ ，那么  $Q$ ”的形式。其中  $P$  是命题的条件， $Q$  是命题的结论。

#### 要点诠释：

1. 一般地，命题“若  $p$  则  $q$ ”中的  $p$  为命题的条件  $q$  为命题的结论。
2. 有些问题中需要明确指出条件  $p$  和  $q$  各是什么，因此需要将命题改写为“若  $p$  则  $q$ ”的形式。

#### 要点三、四种命题

原命题：“若  $P$ ，则  $Q$ ”；

逆命题：“若  $q$ ，则  $p$ ”；实质是将原命题的条件和结论互相交换位置；

否命题：“若非  $p$ ，则非  $q$ ”，或“若  $\neg p$ ，则  $\neg q$ ”；实质是将原命题的条件和结论两者分别否定；

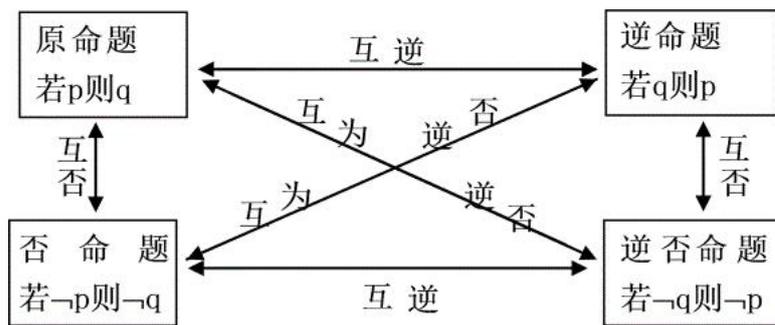
逆否命题：“若非  $q$ ，则非  $p$ ”，或“若  $\neg q$ ，则  $\neg p$ ”；实质是将原命题的条件和结论两者分别否定后再换位或将原命题的条件和结论换位后再分别否定。

要点诠释：

对于一般的数学命题，要先将其改写为“若  $p$ ，则  $q$ ”的形式，然后才方便写出其他形式的命题。

要点四、四种命题之间的关系

四种命题之间的构成关系



四种命题之间的真值关系

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

要点诠释：

- (1) 互为逆否命题的两个命题同真同假；
- (2) 互为逆命题或互为否命题的两个命题的真假无必然联系。

要点五、反证法：

1. 反证法是假设结论的否定成立，利用已知条件，经过推理论证得出矛盾，判定结论的否定错误，从而得出要证的结论正确。

2. 反证法的步骤：

( 1 ) 假设结论不成立。

( 2 ) 从假设出发推理论证得到矛盾

( 3 ) 判定假设错误，肯定结论正确。

3. 互为逆否命题的两个命题同真同假是命题转化的依据和途径之一，因此在直接证明原命题有困难时，可以考虑证明与它等价的逆否命题。

要点诠释：

反证法是间接证明的重要方法之一。