

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní

Trend vývoje střední délky života v ČR a SR a jeho důsledky

Bc. Petra Waňková

Diplomová práce

2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petra Waňková**
Osobní číslo: **E110174**
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**
Studijní obor: **Pojistné inženýrství**
Název tématu: **Trend vývoje střední délky života v ČR a SR a jeho důsledky**
Zadávací katedra: **Ústav matematiky a kvantitativních metod**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem diplomové práce je na základě publikovaných úmrtnostních tabulek analyzovat trend vývoje střední délky života v ČR a SR pro muže a ženy a pokusit se predikovat další vývoj. Součástí diplomové práce bude analýza sociálních důsledků prodlužování života.

Práce bude obsahovat mj. tyto oblasti:

- úvod do problematiky,
- konstrukce úmrtnostních tabulek,
- analýza trendů střední délky života v České a Slovenské republice,
- predikce vývoje v České a Slovenské republice,
- analýza sociálních důsledků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: cca 50 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

CIPRA, Tomáš. Finanční ekonometrie. 1. vyd. Ekopress, 2008, 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.

FIALA, Tomáš. Výpočty aktuárské demografie v tabulkovém procesoru. 1. vyd. Praha: Oeconomica, 2005, 177 s. ISBN 80-245-0821-4.

GIROSI, Federico a Gary KING. Demographic forecasting. Princeton: Princeton University Press, 2008, xviii, 267 p. ISBN 06-911-3095-7.

JENÍČEK, Vladimír a Jaroslav FOLTÝN. Globální problémy světa: v ekonomických souvislostech. 1. vyd. Praha: C. H. Beck, 2010, xix, 324 s.

Beckovy ekonomické učebnice. ISBN 978-80-7400-326-4.

PITACCO, Ermanno. Modelling longevity dynamics for pensions and annuity business. New York: Oxford University Press, 2009, xix, 395 p. ISBN 01-995-4727-0.

ROTAR, Vladimír, I. Actuarial models: The Mathematics of Insurance. Boca Raton, FL: Taylor, 2006, xxii, 633 p. ISBN 15-848-8586-6.

ŠTĚDRŮŇ, Bohumír. Prognostické metody a jejich aplikace. 1. vyd. Praha: C. H. Beck, 2012, xxii, 197 s. Beckova edice ekonomie. ISBN 978-80-7179-174-4.


Vedoucí diplomové práce:


Mgr. Pavla Jindrová, Ph.D.

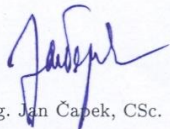
Ústav matematiky a kvantitativních metod

Datum zadání diplomové práce: 30. září 2012

Termín odevzdání diplomové práce: 30. dubna 2013


doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.
děkanka

L.S.


prof. Ing. Jan Čapek, CSc.
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 3. října 2012

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako Školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 30. 4. 2013

Bc. Petra Waňková

PODĚKOVÁNÍ:

Tímto bych ráda poděkovala své vedoucí práce Mgr. Pavle Jindrové, Ph.D. za její odbornou pomoc, cenné rady a poskytnuté materiály, které mi pomohly při zpracování diplomové práce. Také bych chtěla poděkovat své rodině a všem svým blízkým za podporu během celého studia.

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá problematikou střední délky života při narození. Publikované úmrtnostní tabulky České a Slovenské republiky pro muže a ženy jsou považovány za výchozí, při zpracování této diplomové práce. Na základě toho, je hlavní pozornost zaměřena na analýzu trendů střední délky života při narození a dále na predikci budoucího vývoje. Součástí práce je analýza demografických změn a vybraných problémů, spojených se stárnutím a prodlužováním délky života osob sledovaných zemí.

KLÍČOVÁ SLOVA

Střední délka života, věková struktura, pravděpodobnost úmrtí, úmrtnostní tabulka, stáří

TITLE

Trend in Life Expectancy in the Czech Republic and Slovak Republic and its Consequences

ANNOTATION

The thesis deals with life expectancy at birth. Published life tables Czech and Slovak Republic for men and women are considered as default, in the preparation of the thesis. On the basis of this, the main attention is focused on the analysis of trends in life expectancy at birth and the prediction of future trends. The part of the thesis is an analysis of selected demographic changes and problems associated with aging and longer life expectancy of people of the countries.

KEYWORDS

Life expectancy, population structure, death probability, life table, old age

OBSAH

ÚVOD	9
1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY	11
1.1 LIDSKÁ POPULACE NA SVĚTĚ	11
1.2 ČR A SR V RÁMCI EVROPSKÉ UNIE	11
1.3 DEMOGRAFICKÉ POJMY.....	13
1.4 GERONTOLOGIE.....	19
2 KONSTRUKCE ÚMRTNOSTNÍCH TABULEK	21
2.1 UKAZATELE ÚMRTNOSTNÍCH TABULEK	22
2.2 SESTAVENÍ ÚPLNÝCH ÚMRTNOSTNÍCH TABULEK.....	26
2.2.1 <i>Algoritmus pro výpočet úplných úmrtnostních tabulek</i>	27
2.3 VYROVNÁNÍ ÚMRTNOSTNÍCH TABULEK.....	28
2.3.1 <i>Klouzavé průměry</i>	28
2.3.2 <i>Gompertzova-Makehamova funkce</i>	30
3 ANALÝZA TRENDŮ STŘEDNÍ DÉLKY ŽIVOTA V ČR A SR	33
3.1 ZÁKLADNÍ ÚDAJE	33
3.2 VÝVOJ STŘEDNÍ DÉLKY ŽIVOTA V ČR A SR.....	34
3.3 POROVNÁNÍ SDŽ ZEMÍ A POHLAVÍ.....	36
3.3.1 <i>Muži a ženy v České republice</i>	36
3.3.2 <i>Muži a ženy ve Slovenské republice</i>	37
3.3.3 <i>Ženy v České a Slovenské republice</i>	38
3.3.4 <i>Muži v České a Slovenské republice</i>	40
4 PREDIKCE VÝVOJE SDŽ V ČESKÉ A SLOVENSKÉ REPUBLICE	41
4.1 LEE-CARTER MODEL	41
4.2 KONSTRUKCE PREDIKCE	42
4.3 PREDIKCE POMOCÍ PROGRAMU STATGRAPHICS CENTURION	44
4.3.1 <i>Holtovo lineární exponenciální vyrovnávání</i>	47
4.3.2 <i>Analýza reziduální autokorelační funkce</i>	48
4.3.3 <i>Výsledná predikce SDŽ při narození</i>	52
4.3.4 <i>Predikční pásy středních délek života</i>	54
4.4 POROVNÁNÍ PREDIKOVANÝCH HODNOT SDŽ S REÁLNÝMI HODNOTAMI.....	60
4.5 POROVNÁNÍ VLASTNÍ PREDIKCE SDŽ S PREDIKCÍ EVROPSKÉ KOMISE	64
5 ANALÝZA SOCIÁLNÍCH DŮSLEDKŮ	66
5.1 VĚKOVÁ PYRAMIDA ČR	66
5.2 VĚKOVÁ PYRAMIDA SR	68
5.3 DEMOGRAFICKÉ ZMĚNY	69
5.4 DŮCHODOVÉ ZAJIŠTĚNÍ.....	71
5.5 SOCIÁLNÍ ZAJIŠTĚNÍ	72
5.6 ZDRAVOTNÍ PÉČE	75
ZÁVĚR	78
POUŽITÁ LITERATURA	81
SEZNAM PŘÍLOH	84

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Nejpočetnější skupiny osob v ČR a SR v roce 2011	18
Tabulka 2: SDŽ mužů při narození v SR v letech 1970-1990	38
Tabulka 3: Zlomový rok 1967 – ženy ČR a SR	39
Tabulka 4: Průměrné charakteristiky chyb předpovědi Holtova EV	46
Tabulka 5: Průměrné charakteristiky chyb předpovědi jednoduchého EV	46
Tabulka 6: Predikce SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR	54
Tabulka 7: Komparace SDŽ žen a mužů v ČR a žen a mužů v SR	59
Tabulka 8: Komparace SDŽ žen v ČR a SR a mužů v ČR a SR	60
Tabulka 9: Komparace predikce SDŽ žen a mužů v ČR	61
Tabulka 10: Komparace predikce SDŽ žen a mužů v SR	62
Tabulka 11: Komparace predikce SDŽ žen a mužů ČR s predikcí Evropské komise	64
Tabulka 12: Komparace predikce SDŽ žen a mužů SR s predikcí Evropské komise	65
Tabulka 13: Míra ekonomické aktivity věkové skupiny 65-69 let	74

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1: SDŽ při narození v EU za rok 2011	12
Obrázek 2: Zdravá délka života a SDŽ žen ve věku 65 let v zemích EU, 2010	14
Obrázek 3: Zdravá délka života a SDŽ mužů ve věku 65 let v zemích EU, 2010	14
Obrázek 4: Věková struktura obyvatelstva SR, 2011	17
Obrázek 5: Věková struktura obyvatelstva ČR, 2011	18
Obrázek 6: Graduace hrubých měř úmrtnosti ve věku 60-100 let G-M funkcí	32
Obrázek 7: SDŽ při narození dle pohlaví v ČR v letech 1920-2011	34
Obrázek 8: SDŽ při narození dle pohlaví v SR v letech 1920-2011	35
Obrázek 9: SDŽ při narození dle pohlaví pro M, Ž v ČR v letech 1920-2011	37
Obrázek 10: SDŽ při narození dle pohlaví pro M, Ž v SR v letech 1950-2011	37
Obrázek 11: SDŽ při narození pro ženy v ČR a SR v letech 1920-2011	39
Obrázek 12: SDŽ při narození pro muže v ČR a SR v letech 1920-2011	40
Obrázek 13: SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR v letech 1950-2009	44
Obrázek 14: Reziduální autokorelace pro ženy ČR	49
Obrázek 15: Reziduální autokorelace pro muže ČR	50
Obrázek 16: Reziduální autokorelace pro ženy SR	51
Obrázek 17: Reziduální autokorelace pro muže SR	52
Obrázek 18: Předpokládaný vývoj SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR	53
Obrázek 19: Predikce SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR, 2010-2030	53
Obrázek 20: Predikce pro ženy a muže v ČR, 2010-2030	56
Obrázek 21: Predikce pro ženy a muže v SR, 2010-2030	57
Obrázek 22: Predikce pro ženy v ČR a SR, 2010-2030	57
Obrázek 23: Predikce pro muže v ČR a SR, 2010-2030	58
Obrázek 24: Věková pyramida ČR v roce 1950, pro věkovou skupinu 65 a více let	67
Obrázek 25: Věková pyramida ČR v roce 2011, pro věkovou skupinu 65 a více let	67
Obrázek 26: Věková pyramida SR v roce 1950, pro věkovou skupinu 65 a více let	68
Obrázek 27: Věková pyramida SR v roce 2011, pro věkovou skupinu 65 a více let	69
Obrázek 28: Nejčastější choroby osob ve vybraných zemích EU	76

SEZNAM ZKRATEK

ČR	Česká republika
ČSSZ	Česká správa sociálního zabezpečení
ČSÚ	Český statistický úřad
EU	Evropská unie
EU-27	Evropská unie s 27 členskými státy
EV	Exponenciální vyrovnávání
FES	Fakulta ekonomicko-správní
G-M funkce	Gompertzova-Makehamova funkce
HMD	Human Mortality Database
Sb.	Sbírka zákonů
SDŽ	Střední délka života
SR	Slovenská republika
ŠÚ SR	Štatistický úrad Slovenskej republiky

ÚVOD

Střední délka života, jinak řečeno naděje dožití či očekávaná délka života, je nejlépe vypovídajícím ukazatelem úrovně úmrtnosti, který je možné zjistit z úmrtnostních tabulek. Úmrtnostní tabulky jsou sestavovány centrálními statistickými institucemi, tedy v České republice Českým statistickým úřadem, na Slovensku Štatistickým úradom Slovenskej republiky. Podle Českého statistického úřadu je střední délka života ve věku x let definována jako počet let, kterých se v průměru dožije ještě žena či muž při svých x -tých narozeninách za předpokladu zachování specifických úmrtností podle věku na úrovni výchozího roku.

Každoročně dochází především ve vyspělých zemích k jevu, kdy se prodlužuje střední délka života. S tímto trendem souvisí problém dlouhověkosti a stárnutí obyvatelstva celého světa, což je často diskutované téma dnešní doby. V posledních letech bylo na téma dlouhověkosti napsáno nespočet publikací a různých článků.

Cílem práce je na základě publikovaných úmrtnostních tabulek analyzovat trend vývoje střední délky života v České republice a Slovenské republice pro muže a ženy a pokusit se predikovat další vývoj. Součástí diplomové práce bude analýza sociálních důsledků prodlužování života. Zde je vhodné uvést, že celá práce se zabývá střední délkou života při narození.

Z několika důvodů je prodlužování střední délky života považováno za problém. Důvodem jsou především problémy ekonomického, sociálního a společenského charakteru. Na přibývání osob ve věkové kategorii 65 a více let budou muset reagovat ekonomové, sociální pracovníci, ale také celé zdravotnictví, politici, města, kraje a s nimi celá společnost. Na druhou stranu, z pohledu marketingu, této situace mohou využít nestátní organizace, jako například nadace či různá sdružení poskytující dobrovolnické služby, tedy soukromé subjekty. Tyto subjekty mohou využít situace přibývání starších osob a mohou se stát konkurenty pro státem financované organizace poskytující sociální služby.

Diplomová práce, která se bude věnovat výše zmiňovaným, je rozdělena do pěti základních kapitol.

První kapitola bude zaměřena na obecný popis problematiky střední délky života, kde hlavní náplní budou vybrané demografické pojmy související se střední délkou života. Dále bude v krátkosti porovnána střední délka života České a Slovenské republiky v rámci Evropské unie. V závěru této hlavní kapitoly bude zmíněn pojem gerontologie, zkoumající

problematiku života starých lidí a života ve stáří, což bude částečně naplní páté kapitoly diplomové práce.

Druhá kapitola se bude zabývat obecnou problematikou úmrtnostních tabulek. V první řadě budou uvedeny vybrané klíčové ukazatele potřebné ke konstrukci úmrtnostních tabulek a následně bude objasněno sestavování a výpočet úplných úmrtnostních tabulek. V dalším textu budou okomentovány základní metody graduace úmrtnostních tabulek, včetně používaných vzorců. V závěru druhé kapitoly bude uveden ukázkový příklad graduace měr úmrtnosti ve vysokém věku nepoužívanější metodou pomocí Gompertzovy-Makehamovy funkce.

Hlavní náplní třetí kapitoly bude analýza trendů střední délky života při narození v České a Slovenské republice, kde budou postupně rozebrány a následně porovnávány trendy střední délky života jednotlivých zemí a pohlaví.

Ve čtvrté kapitole budou předloženy nejprve vybrané teoretické modely používané pro predikci dalšího vývoje střední délky života při narození, a následně budou tyto modely využity pro výpočty vlastní predikce. Predikce střední délky života při narození bude provedena za pomoci statistického softwarového programu Statgraphics Centurion. Výsledky predikce jednotlivých zkoumaných kategorií budou rozebrány a porovnány s výsledky jiných modelů a dále se zveřejněnými predikovanými hodnotami Evropské komise. V letech 2010 a 2011 bude vlastní predikce porovnána s reálnou střední délkou života při narození. Postup zpracování bude analogický jako v kapitole třetí.

Závěrečná pátá kapitola se bude zabývat sociálními důsledky dlouhověkosti a problémem stárnutí populace, který se týká nejen sledované České a Slovenské republiky, ale všech vyspělých zemí. Do závěrečné kapitoly budou zařazeny vybrané hlavní problémy týkající se problematiky prodloužení střední délky života, kde se také autorka pokusí navrhnout možná řešení jednotlivých vybraných problémů.

1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY

Dlouhověkost je téma, které je v dnešní době často zmiňované. Délka života se prodlužuje a porodnost se snižuje. To jsou jevy, které vedou ke stárnutí populace. Jev stárnutí populace se rozmáhá jak ve sledované České i Slovenské republice, tak v dalších státech světa, a podle průzkumů se tento trend stává problémem celé planety. Je také známo, že počet obyvatel na planetě přesáhl sedm miliard lidí. V České republice žije nejvíce dlouhověkých v Praze a na Slovensku je nejvyšší dlouhověkost kolem hlavního města Bratislavy.

Stárnutí populace si s sebou zřejmě do budoucna přinese řadu problémů – narůstání chudoby, snižování porodnosti, zvyšování podílu starších lidí šedesáti let před mladými do patnácti let, s tím související vyšší nároky na péči o skupinu dlouhověkých lidí, ale také migrace, urbanizace, zhoršování životního prostředí a mnoho dalších. S narůstajícím stárnutím se budou muset vypořádat sociální služby, sociální zabezpečení i celá společnost.

1.1 Lidská populace na světě

Demografické studie OSN prokázaly, že v polovině 21. století bude žít na světě více lidí starších šedesáti let než dětí mladších patnácti let. V dnešní době se do skupiny lidí nad 60 let řadí cca 630 mil. lidí, jde tedy o každého desátého člověka. V roce 2050 to bude každý pátý (celkově cca dvě miliardy osob) a za dalších sto let bude seniorem dokonce každý třetí člověk. Co se týká přistěhovalců, díky rychlému tempu se ve světě prohlubují nerovnosti mezi městem a venkovem. Na jedné straně je urbanizace důležitá pro rozvoj měst, ale na druhé straně, zvyšující se počet obyvatel ve městech je důsledkem problémů hospodářských, sociálních, ekologických a dalších.¹

1.2 ČR a SR v rámci Evropské unie

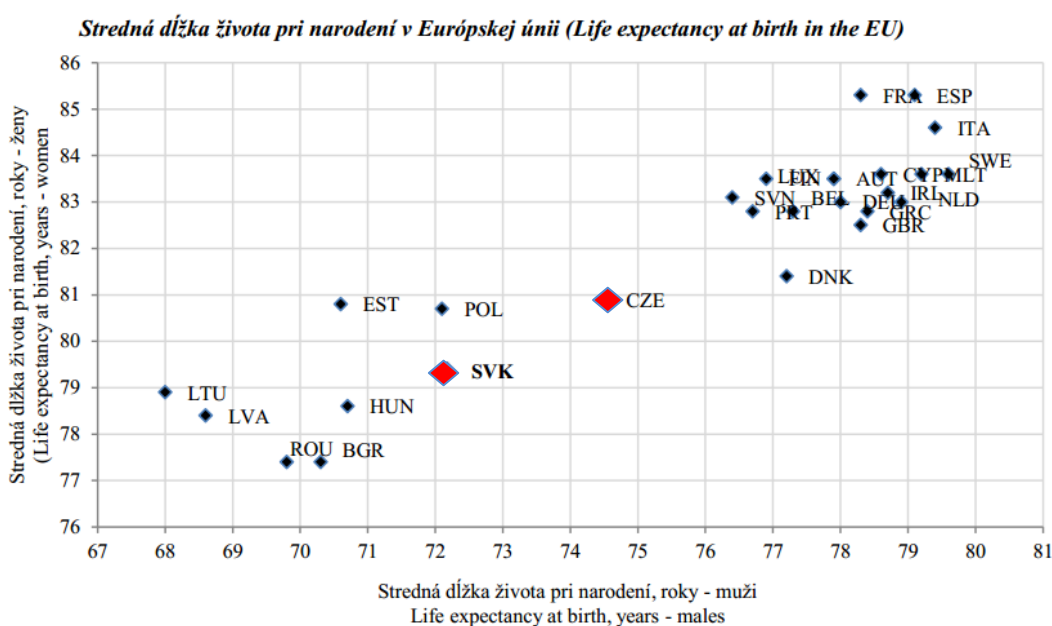
V posledních padesáti letech se střední délka života prodloužila přibližně o deset let, a to díky lepším socioekonomickým a environmentálním podmínkám a také lepší zdravotní péči. Zlepšující se kvalita zdravotní péče způsobuje, že starší lidé budou mít možnost vrátit se do aktivního života. Při pohledu na Českou a Slovenskou republiku v rámci EU lze konstatovat

¹ JENÍČEK, V. *Globální problémy a světová ekonomika*, s. 99-104.

následující.² Obě země vstoupily do Evropské unie v roce 2004. Populace těchto zemí je relativně mladá, ale trend vývoje střední délky života směřuje k tomu, že stárnout bude populace samotná a s ní i populace starších lidí. Česká i Slovenská republika se řadí do východní části EU-27, kde průměrná střední délka života při narození u žen dosáhla 82,2 let a u mužů 76,1 let. Jde tedy o rozdíl mezi oběma pohlavími 6,1 roku (údaje z března 2011 dle Eurostatu²). Nejvíce dlouhověkých lidí žije například v Řecku, Švédsku, Španělsku a Německu.

Pro zajímavost, prezident Československé republiky Tomáš Garrigue Masaryk (narozen 1850), v době kdy nastupoval do prezidentského úřadu (v roce 1918), byl již tři roky ve věkové skupině 65 a více let. v ostatních státech EU lze najít několik obdobných případů.³

Na následujícím obrázku 1 je vidět porovnání střední délky života v jednotlivých státech Evropské unie. Data jsou čerpána ze stránek Eurostatu a z Infostatu. Jak je vidět, Slovenská republika patří mezi země EU s nižší střední délkou života. Česká republika (spolu s Estonskem a Polskem) vykazuje o něco vyšší střední délku života než Slovenská republika. Státy Litva, Lotyšsko, Rumunsko, Bulharsko, Maďarsko jsou země, kde se lidé dožívají nejméně let v rámci celé Evropské unie.



Obrázek 1: SDŽ při narození v EU za rok 2011

Zdroj: Eurostat, INFOSTAT⁴

² Změny ve složení obyvatelstva na regionální úrovni. Dostupné z:

http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/

Population_change_at_regional_level/cs#Dal.C5.A1.C3.AD_informace_z_Eurostatu

³ HOLMEROVÁ, Iva, B. JURÁŠKOVÁ a K. ZIKMUNDOVÁ. *Vybrané kapitoly z gerontologie*, s. 8.

1.3 Demografické pojmy

V této kapitole jsou popsány vybrané pojmy související s demografií, kde střední délka života je stěžejním pojmem celé diplomové práce, proto je uvedena na prvním místě.

Střední délka života, naděje dožití (life expectancy) je výsledným ukazatelem úmrtnostních tabulek. Je uváděn buď od narození, nebo od určitého věku. V prvním případě udává, jakého věku se v průměru dožije každé narozené dítě v dané generaci při zachování řádu vymírání. V druhém případě, kdy je ukazatel brán od určitého věku, udává průměrnou délku života jednotlivých osob od dosažení tohoto věku, to znamená, kolik let života mají ještě v průměru příslušníci dané generace před sebou. Tento ukazatel je vhodný k mezinárodnímu srovnání, není totiž ovlivněn faktickou věkovou strukturou populace. Pro příklad, nejnižší hodnoty tohoto ukazatele byly zaznamenány například v Africe, tedy v oblasti, kde je vysoká intenzita úmrtnosti. Hodnoty se pohybují okolo 35 let. Nejvyšší hodnoty z dostupných údajů jsou vykazovány v Japonsku, v průměru pro obě pohlaví společně 82 let (z roku 2005).⁵

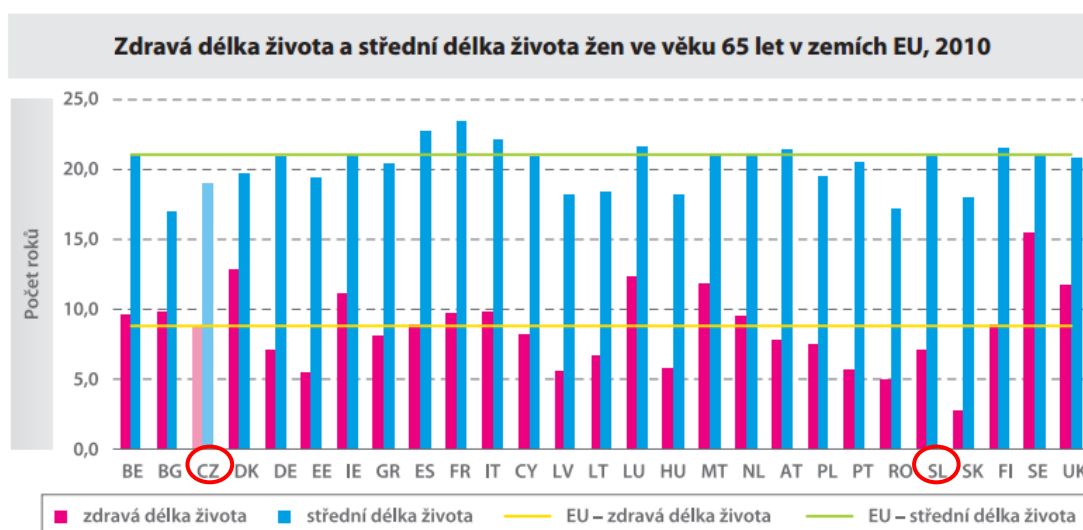
Dlouhověkost (longevity) souvisí se střední délkou života, s rychlostí stárnutí. Je chápána jako dlouhodobý sociální cíl a je vztahována k maximální délce lidského života. Jedná se o nepřesnou charakteristiku výskytu většího počtu osob dožívajících se vysokého věku na nějakém území v určité populaci. Na základě úmrtnostních tabulek je pak možné určit normální délku života jako modus počtů zemřelých v dospělém věku. Z pravděpodobnostních funkcí úmrtnostních tabulek vyplývá, že dožít se vyššího věku než 115 let je vysoce nepravděpodobné. Nejstarší osoby, které zemřely na území bývalého Československa v posledních desetiletích, nebyly starší 107 let. V Guinnessově knize rekordů se vyskytují údaje o lidech, kteří se dožili vysokého věku. Jako například Japonec Shigechiyo Izumi - 120 let a 237 dní, Francouzka Jeane Luise Calmetová – 122 let a 164 dní. Takové informace je ale nutné brát s rezervou vzhledem k tomu, jaký život tyto osoby vedly. Postupem času se zlepšují úmrtnostní poměry, ale zatím nevedou ke zvyšování maximální hranice lidského života.⁶

⁴ VAŇO, Boris, D. JURČOVÁ, J. MÉSZÁROS, V. PILINSKÁ, M. POTANČOKOVÁ a B. ŠPROCHA. *Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011*, s. 56

⁵ Kalibová K., A. Vodáková, Z. Pavlík. *Demografie (nejen) pro demografy*, s. 69.

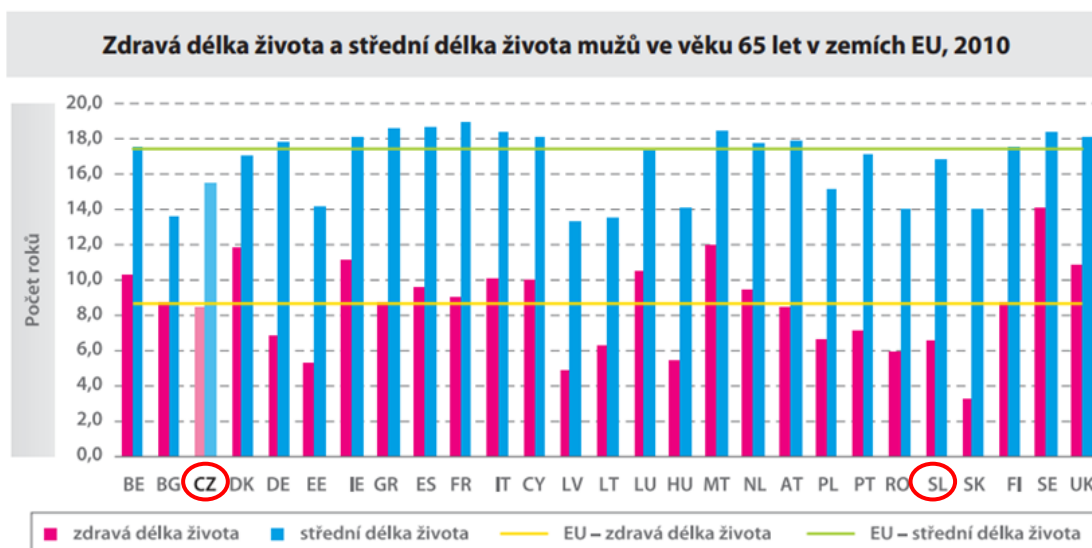
⁶ Kalibová K., a. Vodáková, Z. Pavlík. *Demografie (nejen) pro demografy*, s. 42-43.

Zdravá délka života (healthy life years) je ukazatel často spojovaný se střední délkou života. Lze ji definovat jako průměrný počet let života, které osoba v určitém věku prožije bez závažnějších zdravotních omezení (bez omezení ve vykonávání běžných aktivit). Zdravá délka života žen ve věku 65 let v České republice dle dat z roku 2010 je 8,8 let. Muži ve věku 65 let před sebou mají 8,5 let ve zdraví. Následující grafy porovnávají zdravou délku života a střední délku života v zemích EU - žen a následně mužů - ve věku 65 let. Česká a Slovenská republika jsou mezi zeměmi EU zvýrazněny.⁷



Obrázek 2: Zdravá délka života a SDŽ žen ve věku 65 let v zemích EU, 2010

Zdroj: ČSÚ, Časopis Statistika & My č. 9/2012⁷



Obrázek 3: Zdravá délka života a SDŽ mužů ve věku 65 let v zemích EU, 2010

Zdroj: ČSÚ, časopis Statistika & My č. 6/2012⁸

⁷Statistika & My. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/71003E961A/\\$File/1804120935.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/71003E961A/$File/1804120935.pdf), s. 35.

⁸Statistika & My. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/140025BFE0/\\$File/1804120637.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/140025BFE0/$File/1804120637.pdf), s. 37.

Úmrtnost (mortality) znamená vymírání určité populace. „Úmrtnost je jedna ze dvou základních složek demografické reprodukce (vedle porodnosti). Úroveň a vývoj úmrtnosti je v jistém smyslu důsledkem vývoje nemocnosti a také důsledkem kvality životních podmínek, životního prostředí, způsobu života. K vyjádření úmrtnosti se používá řada ukazatelů. Nejjednodušším je hrubá míra úmrtnosti, která udává celkový počet zemřelých na 1000 obyvatel středního stavu ve sledovaném roce. Označení nadúmrtnost se používá pro vyjádření vyšší intenzity úmrtnosti u určité věkové skupiny při porovnání mužů a žen (např. dnes hovoříme o mužské nadúmrtnosti).“⁹

Úmrtnostní tabulka (life table) je „nástroj, který prezentuje model úmrtnosti.“¹⁰ Úmrtnostní tabulky se sestavují zvlášť pro muže a ženy, a to z důvodu různých hodnot pravděpodobností dožití pro obě pohlaví. Jedná se o nástroj využívaný především při výpočtu pojistného v životním pojištění. Zde se předpokládá, že smrt je náhodným jevem, který právě pojišťovna pojišťuje. Dle Cipry¹¹ se rozlišuje několik druhů úmrtnostních tabulek:

- **úplné** obsahují jednoleté věkové intervaly 0, 1, ... roků (využívány nejčastěji),
- **zkrácené** mají víceleté věkové intervaly 0, 1-4, 5-9, ... roků,
- **běžné** vycházejí z úmrtnostní zkušenosti populace během krátkého časového období – například ČSÚ uvádí období jednoho roku,
- **generační** představují skutečný záznam průběhu života konkrétního ročníku či generace.

První, kdo zhotovil model úmrtnostních tabulek, byl Edmund Halley, anglický astronom, cestovatel a pozorovatel komet. Princip tabulek vychází z aplikace pojistné matematiky. Jejich teorie a konstrukce se vyvíjí již od 17. století.

Úmrtnostní tabulky obsahují několik ukazatelů, které jsou využívány pro různé analýzy a také pro prognózování úmrtnosti. V těchto tabulkách lze najít řadu vztahů, kdy hlavním a nejdůležitějším je specifická míra úmrtnosti. Z tohoto vztahu jsou počítány všechny další ukazatele úmrtnostní tabulky.

⁹ KALIBOVÁ K., A. Vodáková, Z. Pavlík. *Demografie (nejen) pro demografy*, s. 130.

¹⁰ CIPRA, Tomáš. *Pojistná matematika: teorie a praxe*, s. 105.

¹¹ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce: teorie a praxe*, s. 144.

„Východiskem pro výpočet jednotlivých funkcí uváděných v úmrtnostní tabulce jsou pravděpodobnosti úmrtí ve věku x značené jako q_x a pravděpodobnosti dožití ve věku x značené jako $p_x = 1 - q_x$. Co se týče konstrukce pravděpodobnosti q_x či p_x , ta samozřejmě vychází z příslušných úmrtnostních dat a představuje stěžejní problém při praktické tvorbě úmrtnostních tabulek.“¹²

Úmrtnostní tabulky jsou vytvářeny na modelové populaci. Při výpočtu se vychází z modelu stacionárního obyvatelstva, což znamená, že výsledky nejsou zatížené skutečnou věkovou strukturou. Také se předpokládá, že úmrtnost bude stejná jako v roce, kdy byla tabulka sestavována, jinak řečeno, úmrtnost se nebude měnit. Nejzajímavějším a zároveň nejdůležitějším ukazatelem úmrtnostní tabulky je střední délka života osoby x -leté.¹³

V příloze A, B, C, D jsou uvedeny úmrtnostní tabulky, které používá ČSÚ a ŠÚ SR. Ukázky úmrtnostních tabulek jsou sestaveny pro rok 2011, zvláště pro ženy a muže v České republice a pro ženy a muže ve Slovenské republice.

Střední stav obyvatelstva (midyear population)¹⁴ je počet obyvatel v daném území, kdy se může jednat o muže, ženy, obě pohlaví – v okamžiku zvoleném za střed sledovaného období. Například střední stav obyvatelstva v kalendářním roce 2012 je počet obyvatel k 1. 7. 2012.

Věková struktura (population structure) je posledním vybraným pojmem. Tento pojem se prolíná se všemi předchozími. Věková struktura uspořádána do grafické podoby je nazývána **věková pyramida**. Český statistický úřad a Štatistický úrad Slovenskej republiky uvádějí věkové pyramidy od roku 1945. Poslední aktuální údaje o věkové pyramidě jsou z roku 2011.

¹² CIPRA, Tomáš. *Pojistná matematika: teorie a praxe*, s. 110.

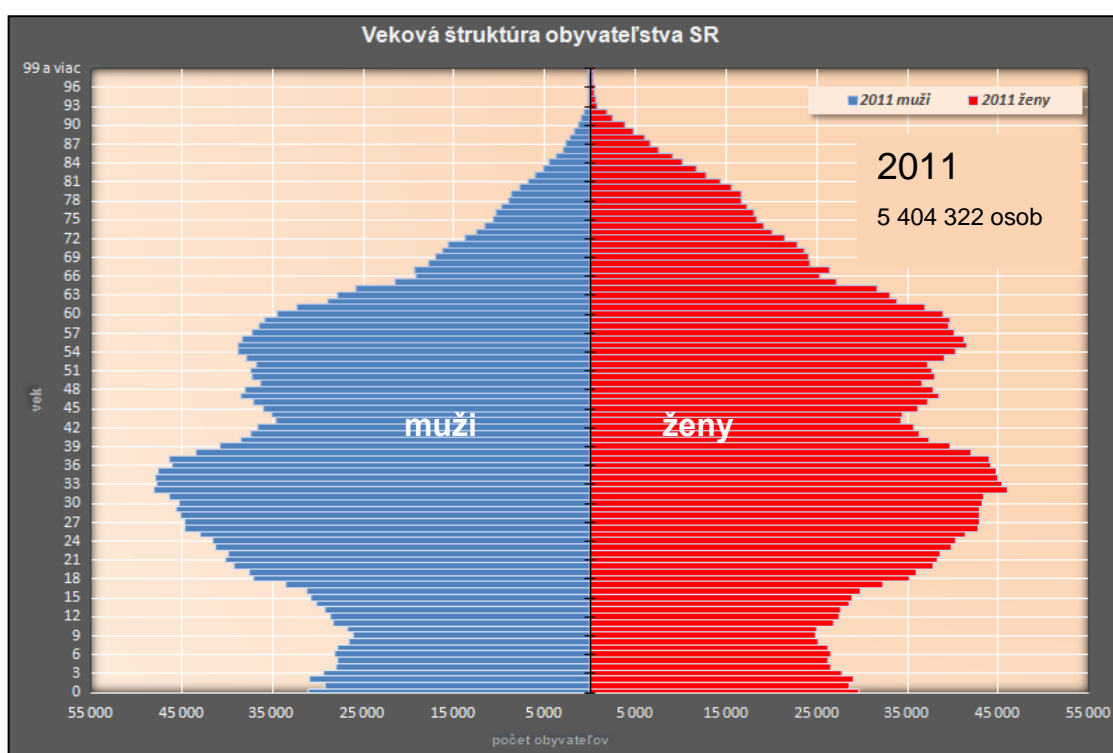
¹³ LANGHAMROVÁ, Jitka. *Demografie: učební text pro předmět u017*, s. 29.

¹⁴ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*, s. 141.

Věkovou strukturu definuje Cipra¹⁵, jako třídění obyvatelstva dle věkových skupin:

- jednoletých – podle jednotek věku,
- pětiletých – zkrácené třídění,
- třídění dle ročníků narození osob, tedy dle generací.

Následující dva obrázky znázorňují věkové struktury (skladby či pyramidy) České a Slovenské republiky. Jak je vidět z obrázků, obě země mají dvě silné věkové skupiny. První skupinu v obou zemích tvoří osoby v letech 15-54 let a druhou tvoří osoby ve věku cca 45-60 let ve Slovenské republice, a cca 55-65 let v České republice.

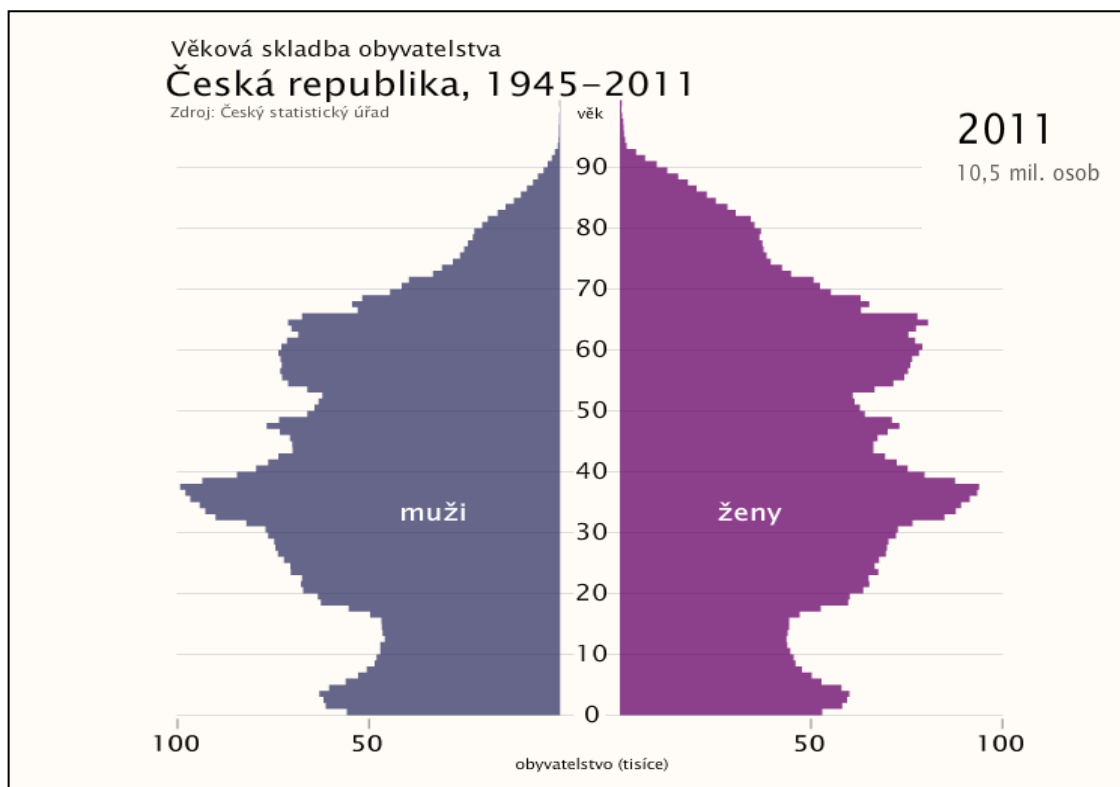


Obrázek 4: Věková struktura obyvatelstva SR, 2011

Zdroj: upraveno dle Štatistického úradu Slovenskej republiky¹⁶

¹⁵ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*, s. 141.

¹⁶ *Věkové pyramidy obyvatelstva SR, 1945-2011*. Dostupné z: <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=38645>.



Obrázek 5: Věková struktura obyvatelstva ČR, 2011

Zdroj: upraveno dle Českého statistického úřadu¹⁷

Konkrétně ve Slovenské republice (viz obrázek 4) jsou nejpočetnější skupinou osoby ve věku 32 let, což odpovídá 93 930 osob za obě pohlaví. Druhou nejpočetnější skupinu tvoří osoby 57leté, tedy 80 184 osob (viz tabulka 1).

V České republice (viz obrázek 5) jsou nejpočetnější skupinou osoby ve věku 37 let, což odpovídá 193 300 osob za obě pohlaví. Druhou nejpočetnější skupinu tvoří osoby 64leté, tedy 151 700 osob (viz tabulka 1).

Tabulka 1: Nejpočetnější skupiny osob v ČR a SR v roce 2011

Silná skupina	Česká republika		Slovenská republika	
	věk	počet obyvatel	věk	počet obyvatel
První	37	193 300	32	93 930
Druhá	64	151 700	57	80 184

Zdroj: vlastní zpracování dle dat z ČSÚ a SÚ SR

Jak je vidět z tabulky 1, Česká republika je ve srovnání se Slovenskou republikou starší, což se týká věku (porovnány věky silných skupin zkoumaných zemí).

¹⁷ Věková skladba obyvatelstva ČR, 1945-2011. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/vekova_skladba_obyvatelstva_cr

V kapitole 5 budou věkové pyramidy České i Slovenské republiky podrobněji rozebrány a navzájem srovnány.

Důležitou poznámkou k pojmu „věková struktura“ je užívání následujících **základních věkových skupin**:

- 0-14,
- 15-64,
- 65 a více let.

Toto rozdělení je v demografických, ekonomických a sociálních statistikách vymezeno v souladu s obecnými zvyklostmi užívanými OSN a Eurostatem a používá se pro výpočet ukazatelů (např. index závislosti nebo index stáří) tak, aby bylo možné mezinárodní srovnávání.¹⁸

1.4 Gerontologie

Pojem gerontologie pochází z řeckého slova „geron, gerontos“, v překladu starý člověk, a z pojmu „logos“, tedy nauka. Jedná se o interdisciplinární vědu, souhrn poznatků o stáří a starých lidech. Gerontologie zkoumá zákonitosti, příčiny a projevy stárnutí, problematiku života starých lidí a života ve stáří. První gerontologické společnosti ve světě začaly vznikat ve čtyřicátých letech 20. století. V ČR byla založena v roce 1958 gerontologická sekce a v roce 1962 Česká gerontologická společnost. V posledních letech je gerontologie zařazována mezi studijní obory na vysokých školách.¹⁹

Gerontologie se podle Čevely a Haškovcové²⁰ dělí na tři oblasti – experimentální, klinickou a sociální.

Experimentální gerontologie

Experimentální gerontologie se týká studia procesů a příčin stárnutí a zkoumá, proč živé organizmy, buňky, tkáně a orgány stárnou. Její zaměření je biologického rázu a proto se řadí do biologie. Její hlavní součástí je zkoumání psychických změn a schopností během stárnutí a ve stáří.

¹⁸ ČSÚ statistiky nezkrsluje. Dostupné z: http://www.czso.cz/csu/tz.nsf/i/csu_statistiky_nezkrsluje20121001

¹⁹ ČEVELA, Rostislav, Z. KALVACH a L. ČELEDVÁ. *Sociální gerontologie: úvod do problematiky*, s. 63.

²⁰ ČEVELA, Rostislav, Z. KALVACH a L. ČELEDVÁ. *Sociální gerontologie: úvod do problematiky*, s. 63. HAŠKOVCOVÁ, Helena. *Manuálek sociální gerontologie*, s. 9.

Klinická gerontologie

Druhým typem je klinická gerontologie, která se zaměřuje na zvláštnosti zdraví a jeho podpory ve stáří – zabývá se funkčním zdravím, zdatností, odolností, adaptibilitou, dále pak zvláštnostmi chorob, diagnostikou, léčením, prevencí a rehabilitací ve stáří.

Sociální gerontologie

Sociální gerontologie zkoumá život ve stáří, vztahy mezi seniory a společností, stárnutí společnosti. Zkoumá tedy vztahy mezi populací vyššího věku a společností. Do sociální gerontologie se řadí aspekty – demografické, politické, ekonomické, sociologické, filozofické, etické, právní, dále pak urbanistické, technické a mnoho dalších.

Oblasti zkoumání sociální gerontologie jsou:

- demografické stárnutí,
- nástup dlouhověké společnosti,
- sociálně ekonomická situace starých lidí,
- společenské prostředí,
- sociologická problematika stárnutí,
- sociálně lékařské a psychologické aspekty stáří a podpory starých lidí,
- právní a etické aspekty,
- problematika individuální přípravy na stáří,
- společenské přípravy na populační stárnutí.

Podrobněji se sociální gerontologií bude zabývat pátá kapitola této diplomové práce. Ta nese název „Analýza sociálních důsledků“ a bude zaměřena na oblast starých lidí a problémy s nimi spojenými. Už v této chvíli lze říci, že ne vždy musí být starý člověk problémem pro společnost. Náplní páté kapitoly bude, mimo jiné, analýza aspektů stáří z pohledu zdravotnictví (lékařství), psychologie, a dále bude rozebráno, co vše a jak se změní v důsledku stálého přibývání dlouhověkých lidí.

2 KONSTRUKCE ÚMRTNOSTNÍCH TABULEK

Princip konstrukce úmrtnostních tabulek je založen na vstupních datech. Tato data jsou tvořena počty zemřelých v daném věku a věkovou strukturou, tedy jde o počty žijících daného věku. Tyto vstupní údaje umožňují spočítat klíčový ukazatel úmrtnostních tabulek, kterým je pravděpodobnost úmrtí. Díky tomuto ukazateli lze přejít od skutečné populace k tabulkové. Jako základ tabulkové populace je považován tzv. tabulkový počet narozených, jinak řečeno počet jedinců v přesném věku 0. Tabulkový počet narozených je volen libovolně, avšak často se volí hodnota 100 000. V dalším kroku se vynásobí základ tabulkové populace a pravděpodobnost úmrtí a výsledkem je tabulkový počet zemřelých. Po dalších úpravách je získána naděje dožití při narození (naděje dožití ve věku 0), což je požadovaný výstup. Pro výpočet ostatních věků se postupuje analogicky jako v již zmiňovaném postupu, pouze s tím rozdílem, že výstupem je naděje dožití v příslušném věku.²¹

Pro výpočet úmrtnostních tabulek je potřeba znát počty zemřelých osob a počty žijících osob, popřípadě také počty živě narozených (v případě výpočtu charakteristik úmrtnosti v prvním roce života).²²

Pro konstrukci úmrtnostních tabulek je zapotřebí²²:

- **získat data o počtech zemřelých osob** daného pohlaví v daném roce v dané zemi podle jednotek věku,
- **získat počty obyvatelů** daného pohlaví k 1. červenci daného roku v dané zemi podle jednotek věku (je tedy třeba středních stavů obyvatelstva),
- **celkový počet živě narozených dětí** daného pohlaví v dané zemi v daném roce a v předchozím roce.

²¹ *Demografické souvislosti stárnutí*. Dostupné z: <http://cvvm.soc.cas.cz/2007-1/demograficke-souvislosti-starnuti>

²² FIALA, Tomáš. *Výpočty aktuárské demografie v tabulkovém procesoru*, s. 9.

2.1 Ukazatele úmrtnostních tabulek

Následující ukazatele²³ jsou klíčové pro konstrukci úmrtnostních tabulek.

Hrubá míra úmrtnosti (obecná míra) je základním ukazatelem a je definována dle Cipry²⁴ jako počet zemřelých osob v daném období na 1 000 obyvatel ze středního stavu pro toto období. Značí se symbolem m_x a je počítána podle vzorce

$$m_x = \frac{M_x}{\bar{S}_x}, \quad (2-1)$$

kde: M_x ... počet zemřelých osob v dokončeném věku x let v daném roce,
 \bar{S}_x ... střední stav x -letých osob v tomto roce.

Specifická míra úmrtnosti (míra úmrtnosti dle věku) je počet zemřelých v dané věkové skupině připadající na 1000 obyvatel středního stavu ve stejné věkové skupině. Dle Langhamrové²⁵ je tato specifická míra úmrtnosti označována m_x . Jde o empiricky zjištěné hodnoty, které mají v tabulkách svůj protějšek v tabulkovém koeficientu úmrtnosti m_x definovaném analogicky pomocí tabulkových souborů rovnic:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}, \quad (2-2)$$

kde: d_x ... tabulkový počet zemřelých,
 L_x ... tabulkový počet žijících, hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku x let.

Pravděpodobnost úmrtí (q_x) vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku x let v daném období (tj. před dosažením věku $x+1$) zemře:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}, \quad (2-3)$$

²³ Úmrtnostní tabulky - metodika. Dostupné z:

http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/umrtnostni_tabulky_metodika

²⁴ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*, s. 142.

²⁵ LANGHAMROVÁ, Jitka a E. KAČEROVÁ. *Demografie: materiály ke cvičením*, s. 49.

$$\text{nebo} \quad q_x = 1 - e^{-m_x}, \quad (2-4)$$

$$q_x = \frac{2 \cdot m_x}{2 + m_x}, \quad (2-5)$$

kde: d_x ... tabulkový počet zemřelých,
 l_x ... tabulkový počet dožívajících ve věku x ,
 m_x ... specifická míra úmrtnosti.

Pravděpodobnost dožití (p_x) je doplňkem pravděpodobnosti úmrtí a vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba ve věku x let nezemře, tedy dožije se věku $x+1$:

$$p_x = 1 - q_x, \quad (2-6)$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}, \quad (2-7)$$

kde: l_x ... tabulkový počet dožívajících ve věku x .

Pro pravděpodobnost dožití a úmrtí ve věku x platí:

$$q_x + p_x = 1. \quad (2-8)$$

Tabulkový počet dožívajících ve věku x (l_x) je hypotetický počet osob, které se dožijí věku x let ze 100 000 živě narozených (kořen tabulky - l_0) při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období:

$$l_{x+1} = p_x \cdot l_x, \quad (2-9)$$

kde: p_x ... pravděpodobnost dožití,
 l_x ... tabulkový počet dožívajících ve věku x .

Tabulkový počet zemřelých (d_x) vyjadřuje hypotetický počet zemřelých osob v dokončeném věku x let; je počítán jako rozdíl dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$d_x = l_x - l_{x+1}, \quad (2-10)$$

kde: l_x ... tabulkový počet dožívajících ve věku x .

Tabulkový počet žijících (L_x) je hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku x let; počítá se (kromě věku 0) jako průměr ze dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}, \quad (2-11)$$

$$L_x = l_x - \frac{d_x}{2}, \quad (2-12)$$

kde: l_x ... tabulkový počet dožívajících ve věku x ,

d_x ... tabulkový počet zemřelých.

Dle Langhamrové²⁶ lze hodnoty L_x získat přesněji výpočtem dle následující rovnice

$$L_x = l_x - \alpha_x \cdot d_x, \quad (2-13)$$

kde: α_x ... hodnota, která se pro většinu jednoletých věkových intervalů neliší od 0,5. Pro věkovou skupinu 0letých se vzhledem ke zvláštnímu vývoji úmrtnosti v tomto intervalu, kdy je úmrtnost koncentrována do období těsně po narození, používá upraveného vzorce:

$$L_0 = l_0 - \alpha_0 \cdot q_0 = l_0 \cdot (1 - \alpha_0 \cdot q_0), \quad (2-14)$$

kde: α_0 ... hodnota určena jako podíl zemřelých kojenců umírajících ještě v kalendářním roce svého narození z celkového počtu zemřelých kojenců stejné generace. ČSÚ používá hodnotu 0,92.

Pomocný ukazatel (T_x) vyjadřuje počet let života, které má tabulková generace (nikoliv jednotlivec) v daném věku ještě před sebou a je dán kumulací počtu žijících L_x od nejvyššího věku tabulky $\omega-1$ až po věk x :

$$T_x = T_{x+1} + L_x, \quad (2-15)$$

²⁶ LANGHAMROVÁ, Jitka a E. KAČEROVÁ. *Demografie: materiály ke cvičením*, s. 48.

$$T_x = \sum_{\omega-1}^x L_x, \quad (2-16)$$

kde: L_x ... tabulkový počet žijících, hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku x let.

Střední délka života neboli naděje dožití (e_x) udává průměrný počet let, který má naději prožít osoba právě x -letá při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období. Jedná se o syntetický ukazatel, který odráží úmrtnostní poměry ve všech věkových skupinách.

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}, \quad (2-17)$$

kde: T_x ... počet let života, které má tabulková generace (nikoliv jednatel) v daném věku ještě před sebou,

l_x ... tabulkový počet žijících, hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku x let.

Komutační čísla jsou poslední dva ukazatele uváděné v úmrtnostních tabulkách. „Komutační čísla (D_x , C_x) jsou pomocné hodnoty, které vznikají finančním diskontováním hodnot z úmrtnostních tabulek. Životní pojišťovny je používají obvykle v tabelované formě pro zjednodušení a zpřehlednění pojistně-matematických výpočtů.“²⁷ Jedná se o:

- **diskontovaný počet dožívajících se věku x (D_x)** $D_x = l_x \cdot v^x$,
- **diskontovaný počet zemřelých dožívajících se věku x (C_x)** $C_x = d_x \cdot v^{x+1}$,

kde: $v = \frac{1}{1+i}$... diskontní faktor odpovídající technické úrokové míře i .

²⁷ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce: teorie a praxe*, s. 153.

2.2 Sestavení úplných úmrtnostních tabulek

Klíčovým ukazatelem pro konstrukci úmrtnostních tabulek je již výše zmiňovaná **specifická míra úmrtnosti** (míra úmrtnosti podle věku) - viz vzorec (2-2). Je definována jako „počet zemřelých v dané věkové skupině, připadající na 1 000 obyvatel středního stavu ve stejné věkové skupině.“²⁸

„Obdobně jako jiné míry podle věku může být udávána pro jakkoli kumulované věkové skupiny. Zvláštní míry jsou určeny pro údaje o úmrtnosti kojenců, tj. dětí do jednoho roku (ve statistické praxi 0-364 dnů) věku. Jsou chronologicky a územně dobře srovnatelné, velmi často jsou publikovány v mezinárodním porovnání jako jedno z kritérií kulturní a sociální vyspělosti zemí. Vzhledem k charakteru těchto měř navrhuji demografové jejich označování jako *kvocienty* (kvocient kojenecké úmrtnosti, kvocient novorozenecké úmrtnosti, atd.). V běžné praxi se však výraz *kvocient* nepoužívá.“²⁹

Rozlišují se následující úmrtnosti kojenců:

- **kojenecká úmrtnost** - počet dětí, zemřelých ve věku 0-364 dnů, připadající na 1000 dětí živě narozených ve stejném časovém intervalu,
- **novorozenecká úmrtnost** - počet dětí zemřelých ve věku 0-27 dnů, připadající na 1000 dětí živě narozených ve stejném časovém intervalu,
- **ponovorozenecká úmrtnost** - počet dětí, zemřelých ve věku 28-364 dnů, připadající na 1000 živě narozených ve stejném časovém intervalu,
- **perinatální úmrtnost** - počet dětí mrtvě narozených a zemřelých v době 0-6 kalendářních dnů od porodu připadající na 1000 živě narozených.

²⁸ Zemřelí. Dostupné z: <http://www.czso.cz/cz/cisla/0/02/020100/zemreli.htm>

²⁹ Zemřelí. Dostupné z: <http://www.czso.cz/cz/cisla/0/02/020100/zemreli.htm>

2.2.1 Algoritmus pro výpočet úplných úmrtnostních tabulek

Výpočet úplných úmrtnostních tabulek lze provést dle následujícího algoritmu.³⁰

- Pro reálnou populaci vypočítáme specifické míry úmrtnosti m_x podle věku a pohlaví. Tyto míry dosadíme do vzorce pro výpočet pravděpodobnosti úmrtí q_x (pro $x > 0$) dle vzorce (2-4) nebo (2-5).
- Pro skupinu kojenců vypočítáme vhodnou generační míru kojenecké úmrtnosti pro chlapce a děvčata zvlášť, kterou budeme považovat za hodnotu pravděpodobnosti úmrtí q_0 .
- Pravděpodobnost dožití p_x pro všechna x vypočítáme jako jednotkový doplněk hodnot q_x dle vzorce (2-6).
- Hodnoty souborů dožívajících l_x pro všechna x vypočítáme postupně od 0 až po $\omega-1$ pomocí rekurentního vzorce z hodnot p_x dle vzorce (2-9), přičemž předpokládáme, že l_x pro $x = 0$ (kořen tabulky l_0) je pro mužskou a ženskou část úmrtnostní tabulky roven stu tisícům osob; pro $x = 0$ tedy platí:

$$l_1 = p_0 \cdot 100\,000$$

- Počty zemřelých d_x vypočítáme jako rozdíl dvou sousedních hodnot l_x v úmrtnostní tabulce dle vzorce (2-10).
- Hodnoty souborů žijících L_x pro všechna $x > 0$ vypočítáme pomocí známého vzorce z hodnot l_x dle vzorce (2-11) a pro $x = 0$ podle vzorce (2-14), kde $a_0 = 0,92$.
- Počet zbylých let života T_x zjistíme kumulací souborů žijících L_x nejvyššího věku tabulky $\omega-1$, postupně až po nejnižší věk tabulky (0 let), nejlépe tedy podle rekurentního vzorce (2-15), přičemž $T_\omega = 0$.
- Na závěr se vypočítá střední délka života osoby v přesném věku x , dle vzorce (2-17).

³⁰ LANGHAMROVÁ, Jitka a E. KAČEROVÁ. *Demografie: materiály ke cvičením*, s. 49.

2.3 Vyrovnání úmrtnostních tabulek

Ke zpracování následující kapitoly byla využita publikace Fialy³¹.

Závislost hodnot specifických měř úmrtnosti kolísá v důsledku náhodných odchylek. Proto se vliv náhodných odchylek hodnot od trendu eliminuje, provádí se tzv. **vyrovnání (vyhlazování, graduace) empiricky zjištěných hodnot**.

Rozlišují se následující dvě základní metody vyrovnání.

Metoda mechanického vyrovnání

První metodou je mechanické vyrovnání, založené na výpočtu klouzavých průměrů. Tato metoda nevyžaduje předpoklady o trendu řady hodnot. Její nevýhodou je nemožnost vyrovnávat krajní hodnoty řady a nelze provádět extrapolaci.

Metoda analytického vyrovnání

Druhou metodou je analytické vyrovnávání pomocí analytické funkce. Výhoda této metody spočívá v tom, že lze vyrovnat všechny hodnoty a provádět extrapolaci. Je ale potřeba hlídat, zda zvolená funkce opravdu dobře vystihuje trend řady hodnot. Míry úmrtnosti v nízkém a středním věku - do 59 dokončených let - se vyrovnávají **klouzavými průměry**, míry úmrtnosti osob 60letých a starších **Gompertzovou-Makehamovou funkcí**.

2.3.1 Klouzavé průměry

Při vyrovnání pomocí klouzavých průměrů volíme prostý klouzavý průměr ze tří hodnot, vážený klouzavý průměr z devíti hodnot nebo vážený klouzavý průměr z devatenácti hodnot. Respektive pro věk do 29 dokončených let včetně se vyrovnání provede váženým klouzavým průměrem z devíti hodnot, pro osoby starší pak klouzavým průměrem z devatenácti.

³¹ FIALA, Tomáš. *Výpočty aktuárské demografie v tabulkovém procesoru*, s. 27-49.

Vyrovnané hodnoty specifických měr úmrtnosti se počítají dle vzorců:

- pro prostý klouzavý průměr ze tří hodnot se využívá vzorec

$$\tilde{m}_x = \frac{m_{x-1} + m_x + m_{x+1}}{3}, \text{ pro } x \in \langle 3; z-1 \rangle,$$

kde: z ... nejvyšší věk, pro který je vypočtena specifická míra úmrtnosti.

Vyrovnaná hodnota je počítána jako průměr specifických měr úmrtnosti osob o rok mladších, osob v daném věku a osob o rok starších.

- pro vážený klouzavý průměr z devíti hodnot se využívá vzorec

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x = & 0,2 \cdot m_x + 0,16 \cdot (m_{x-1} + m_{x+1}) + 0,12 \cdot (m_{x-2} + m_{x+2}) + \\ & + 0,08 \cdot (m_{x-3} + m_{x+3}) + 0,04 \cdot (m_{x-4} + m_{x+4}), \text{ pro } x \in \langle 6; z-4 \rangle, \end{aligned}$$

kde: z ... nejvyšší věk, pro který je vypočtena specifická míra úmrtnosti.

- pro vážený klouzavý průměr z devatenácti hodnot se využívají vzorce

1. pro vyrovnání ze tří hodnot lze využít vzorec v upraveném tvaru

$$\tilde{m}_x = \frac{m_x}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{m_{x-1} + m_{x+1}}{2},$$

2. pro vyrovnání z devíti hodnot vzorec ve tvaru

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x = & 0,2 \cdot m_x + 0,32 \cdot \frac{m_{x-1} + m_{x+1}}{2} + 0,24 \cdot \frac{m_{x-2} + m_{x+2}}{2} + \\ & + 0,16 \cdot \frac{m_{x-3} + m_{x+3}}{2} + 0,08 \cdot \frac{m_{x-4} + m_{x+4}}{2}, \end{aligned}$$

3. vyrovnané hodnoty specifických měr úmrtnosti pro mladé osoby se počítají dle vzorce

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x = & 0,3333 \cdot m_x + 0,2963 \cdot (m_{x-1} + m_{x+1}) + \\ & + 0,0741 \cdot (m_{x-2} + m_{x+2}) - 0,0370 \cdot (m_{x-4} + m_{x+4}), \text{ pro } x \in \langle 6; 29 \rangle, \end{aligned}$$

4. vyrovnané hodnoty pro starší osoby se počítají dle vzorce

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x = & 0,2 \cdot m_x + 0,1824 \cdot (m_{x-1} + m_{x+1}) + 0,1392 \cdot (m_{x-2} + m_{x+2}) + \\ & + 0,0848 \cdot (m_{x-3} + m_{x+3}) + 0,0336 \cdot (m_{x-4} + m_{x+4}) - 0,0128 \cdot (m_{x-6} + m_{x+6}) - \\ & - 0,0144 \cdot (m_{x-7} + m_{x+7}) - 0,0096 \cdot (m_{x-8} + m_{x+8}) - 0,0032 \cdot (m_{x-9} + m_{x+9}) \end{aligned}$$

, pro $x \in \langle 30; z-9 \rangle$,

kde: z ... nejvyšší věk, pro který je vypočtena specifická míra úmrtnosti.

Jak je vidět, pro vyrovnaní měr úmrtnosti se používá jiný vzorec pro mladší osoby a jiný pro starší osoby. Stále se ale jedná o jeden typ vyrovnaní.

2.3.2 Gompertzova-Makehamova funkce

Vyrovnaní měr úmrtnosti analytickou metodou tzv. Gompertzovou-Makehamovou funkcí lze provést pouze u vyšších věků - dobře charakterizuje hodnoty intenzity úmrtnosti pro věk od 60 let výše. Vyrovnaní v celém věkovém rozmezí není možné. Důvodem je složitost závislosti míry úmrtnosti na věku.

Předpoklady jsou následující $\mu(x) = a + b \cdot c^x$,

$$m_x \approx \mu(x+1/2).$$

Na základě předpokladů lze získat specifické míry úmrtnosti

$$m_x \approx a + b \cdot c^{x+1/2}, \quad (2-18)$$

kde: a, b, c ... neznámé parametry, u kterých provádíme odhady,

m_x ... hrubá míra úmrtnosti.

V rovnici (2-18) jsou specifické míry úmrtnosti zatíženy náhodnou chybou, proto platí pouze přibližně. Z tohoto důvodu je pro počáteční odhad parametrů vhodné použít co nejvíce hodnot věku. Odhad parametrů Gompertzovy-Makehamovy funkce je proveden stejným

postupem jako při řešení nelineární regrese. Nejprve je nalezen počáteční odhad parametrů a následuje jeho zpřesnění minimalizací nějaké funkce, která charakterizuje odchylky empirických hodnot od hodnot funkčních.

Ukázka graduace měř úmrtnosti ve vysokém věku

Graduace představuje soubor metod na vyhlazování hrubých měř úmrtnosti m_x . Vyhlazováním se eliminují nesystematické nepravidelnosti. Jako ukázka graduovaných měř úmrtnosti ve vysokém věku pomocí Gompertzovy-Makehamovy funkce je využita podrobná úmrtnostní tabulka Slovenské republiky pro ženy z roku 2011, tedy nejnovější dostupná úmrtnostní tabulka. Samozřejmě lze využít kteroukoliv jinou dostupnou úmrtnostní tabulku, postup výpočtu a výsledný graf bude obdobný jako na obrázku 6. Finálnímu obrázku 6 předchází výpočet uvedený v příloze E – Gompertz-Makeham.

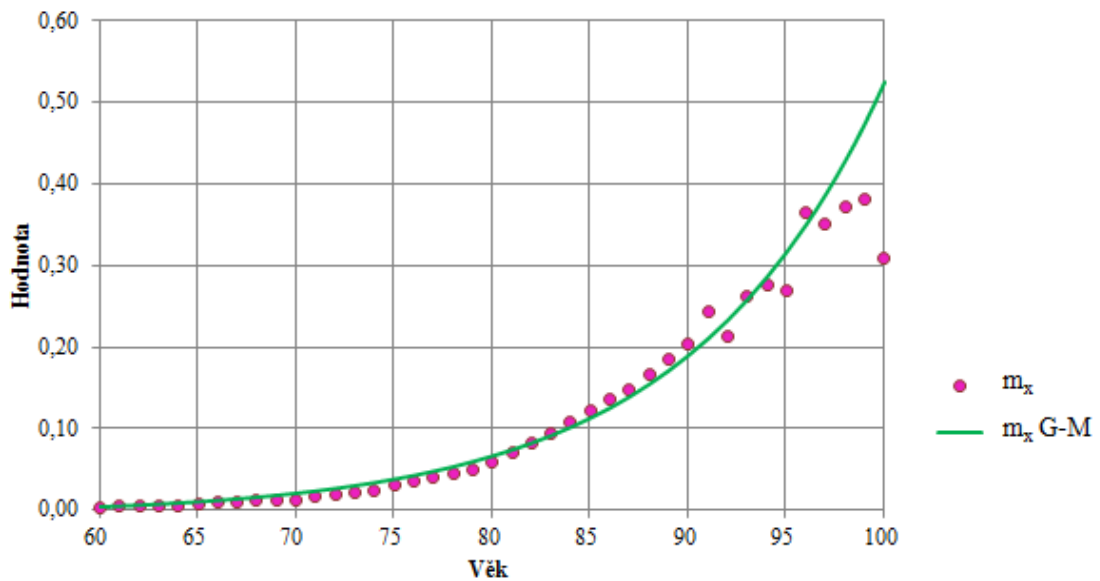
Výpočet se řídí dle následujícího postupu³²:

- Nejprve se zvolí počátek prvního intervalu věku x_0 a délka intervalu věku k let. V mém případě je za x dosazen věk 60 let a délka intervalu je zvolena 8 let.
- V druhém kroku se určí součty specifických měř úmrtnosti m_x v jednotlivých intervalech. To znamená, že jsou provedeny součty hrubých měř úmrtnosti ve věku 60-67 let, 68-75 let a 76-83 let dle příslušných vzorců. Je třeba podotknout, že do věku 90 let se specifická míra úmrtnosti dá bez problémů určit, to znamená, že výsledky mají vypovídací hodnotu.
- Po příslušných úpravách se určí hodnota c , dále hodnota pomocné proměnné K_c a nakonec se vypočítají hodnoty zbývajících parametrů b , c . To vše dle příslušných vzorců uvedených v příloze E – Gompertz-Makeham.

Na obrázku 6 jsou v jednom grafu znázorněny hodnoty hrubých měř úmrtnosti m_x a měř úmrtnosti vypočítaných dle Gompertzovy-Makehamovy funkce. Hodnoty m_x jsou vypočítány jako podíl zemřelých a žijících osob z podrobných úmrtnostních tabulek Slovenské republiky pro ženy z roku 2011.

³² PACÁKOVÁ, Viera. UPCE. *Analytické metody graduace: Teoretický návod vyrovnání specifických měř úmrtnosti Gompertzovou-Makehamovou funkcí.*

Graduace měř úmrtnosti ve vysokém věku



Obrázek 6: Graduace hrubých měř úmrtnosti ve věku 60-100 let G-M funkcí

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z ÚT pro SR za rok 2011, ženy

Zevšeobecněná Gompertzova-Makehamova funkce $\mu(x) = a + b \cdot c^x$ dává nejlepší výsledky, v porovnání s ostatními úmrtnostními funkcemi. Ve věkovém rozpětí od 60 do 85 let věku se dají specifické míry úmrtnosti bez problémů určit, to znamená, že výsledky mají v tomto intervalu dobrou vypovídací hodnotu. Jak je patrné z obrázku 6, ve věku nad 85 let již není vyrovnání specifických měř úmrtnosti přesné.³³

³³ BENJAMIN, B., J. H. POLLARD. *The analysis of Mortality and other actuarial statistics*, s. 203-205.

3 ANALÝZA TRENDŮ STŘEDNÍ DÉLKY ŽIVOTA V ČR A SR

Třetí kapitola se podrobněji zabývá vývojem střední délky života v České a Slovenské republice a také se snaží analyzovat tento trend vývoje z dlouhodobého hlediska.

3.1 Základní údaje

V úvodu této kapitoly jsou uvedeny vybrané základní informace o obou zkoumaných státech z Českého statistického úřadu a Štatistického úradu Slovenskej republiky. Oba úřady zveřejňují publikace, které přehledně informují veřejnost o stavu obyvatelstva daného státu. Užitečnými informacemi jsou také zdroje čerpání dat jednotlivých publikací.

Česká republika



V České republice vychází pravidelně od roku 2003 publikace „Vývoj obyvatelstva České republiky“. Nejnovější verze byla zveřejněna ČSÚ v roce 2012 s názvem „Vývoj obyvatelstva České republiky v roce 2011“. Obsah této publikace je věnován demografickým charakteristikám - sňatečnosti, rozvodovosti, porodnosti, plodnosti a potratovosti, dále také úmrtnosti a migraci. V závěru je rozebrán populační vývoj v krajích České republiky. ČSÚ ke zpracování využívá například data z Informačního systému evidence obyvatel, z Ústavu zdravotnických informací a statistiky ČR atd. Tyto informace zde zmiňuji z důvodu, že vybrané zdroje budou i mimo jiné podkladem pro zpracování páté kapitoly této diplomové práce.

Slovenská republika



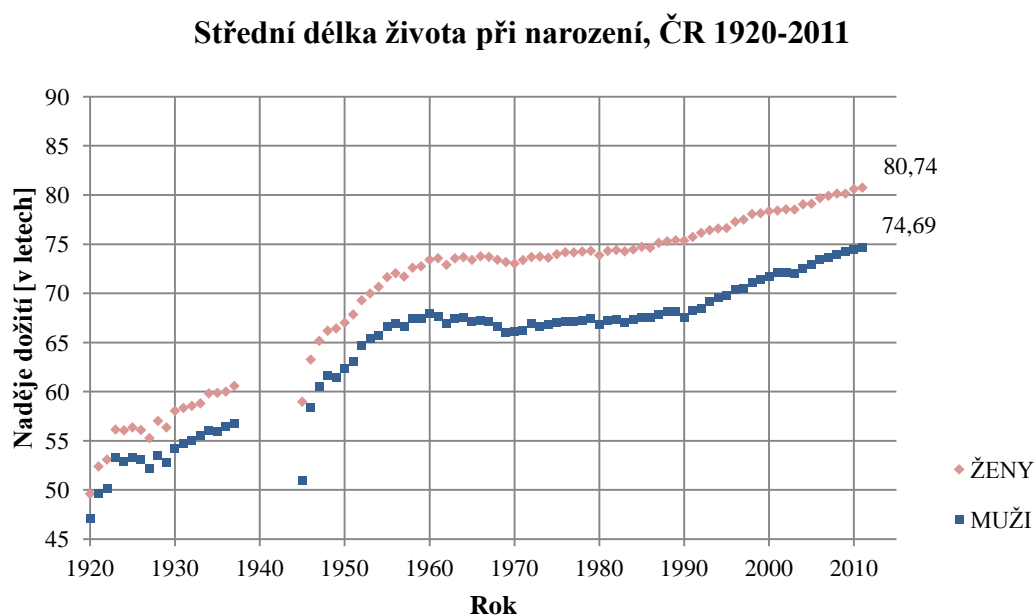
Ve Slovenské republice vychází pravidelně od roku 2000 publikace s názvem „Populačný vývoj v Slovenskej republike“. Elektronickou verzi je možné získat na stránkách Výzkumného demografického centra, INFOSTAT Bratislava³⁴. V době zpracovávání diplomové práce byl k dispozici „Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011“, zveřejněný v roce 2012, zaměřený na období po roce 2000 s důrazem na demografickou situaci v letech 2009-2011.

³⁴ *Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011*. Dostupné z: http://www.infostat.sk/vdc/sk/index.php?option=com_content&task=view&id=16&Itemid=16

Jedná se o publikaci analyzující populační vývoj. Je v ní možné najít podrobné hodnocení aktuální demografické situace na Slovensku, dále pak časové řady základních a analytických demografických charakteristik v podobě tabulek a grafů. Publikace je zpracována přehledně pro každý demografický proces – sňatkovost, rozvodovost, plodnost, potratovost, úmrtnost, migrace, přírůstek obyvatel, věková struktura. Údaje pro tuto publikaci jsou čerpány ze ŠÚ SR, Ministerstva vnútra SR, Ministerstva práce, sociálních věcí a rodiny SR, Eurostatu a WHO.

3.2 Vývoj střední délky života v ČR a SR

Na následujícím obrázku 7 je zachycen průběh střední délky života v České republice v letech 1920 až 2011.



Obrázek 7: SDŽ při narození dle pohlaví v ČR v letech 1920-2011

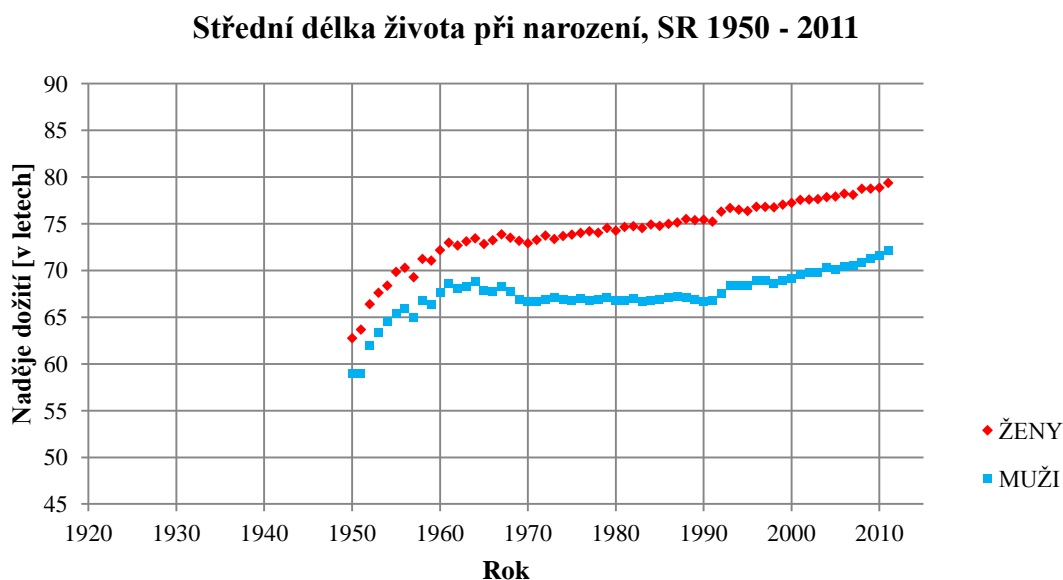
Zdroj: vlastní zpracování dle dat ČSÚ - Demografická příručka 2009, Statistická ročenka ČR 2011

Z obrázku 7 je patrné, že střední délka života se výrazně zvyšovala od roku 1920 až do roku 1960 a to jak u mužů, tak i u žen. V letech 1920 až 2011 se střední délka života u mužů zvýšila celkem o 27,6 let, u žen o 31,1 let. Od roku 1960 není nárůst tak markantní, nicméně stále je vidět trend postupného zvyšování naděje dožití. Nejzajímavější částí grafu jsou 30. a 40. léta. Křivka vykazuje výrazný klesající průběh kvůli hospodářské krizi a 2. světové válce. Ukazatel u žen stagnoval a u mužů je patrný výrazný pokles.

Je obecně známo, že muži v České republice se v průměru dožívají nižšího věku než ženy. Tento fakt je nazýván „mužská nadúmrtnost“, typický jev pro vyspělé země. Při pohledu na obrázek 7 je možné tento fakt potvrdit - střední délka života u žen v roce 2011 činila 80,7 let a u mužů 74,7 let. Ženy se tedy dožívají v průměru o 6 let více než muži.

Nadúmrtnost mužů je dána především vyšší pravděpodobností úmrtí mužů ve věku 45-80 let. Mužská nadúmrtnost se zlepšila v devadesátých letech díky viditelnému zlepšení úmrtnosti mužů ve věkové skupině 45-80 let. K tomuto také přispělo výraznější zlepšení kojenecké úmrtnosti u mužů než u žen.³⁵

Obrázek 8 zachycuje průběh střední délky života při narození pro muže a ženy ve Slovenské republice ze zveřejněných dat v letech 1950 až 2011. Měřítko grafu je zachováno stejné jako u České republiky, tedy od roku 1920, přestože data o střední délce života při narození jsou pro Slovenskou republiku dostupné až od roku 1950.



Obrázek 8: SDŽ při narození dle pohlaví v SR v letech 1920-2011

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ŠÚ SR

Křivky na obrázku 8 vykazují na první pohled obdobný trend střední délky života jako křivky České republiky. Při důkladnějším pozorování je vidět patrný rozdíl - Slovenská republika vykazuje celkově nižší hodnoty než Česká republika. Konkrétně například v posledním sledovaném roce, v roce 2011, se muži ve Slovenské republice dožívají o 2,52 let

³⁵ *Naděje dožití v okresech ČR a její vývoj v uplynulých dvaceti letech.* Dostupné z: <http://www.czso.cz/cz/cisla/1/11/111502/analyza.htm>

méně než muži v České republice. Ženy ve Slovenské republice se dožívají o 1,39 let méně než české ženy.

Z křivek na obrázku 7 a obrázku 8 je vidět trend neustálého zvyšování. Vysoké hodnoty střední délky života samozřejmě působí na dlouhověkost. Je zřejmé, že pokračování tohoto trendu způsobí problémy související se sociálním zabezpečením, se sociálními a zdravotními službami, zvláště pak problémy ekonomické, dále také problémy týkající se pracovního uplatnění starších lidí a vůbec integrace starších osob do společnosti.

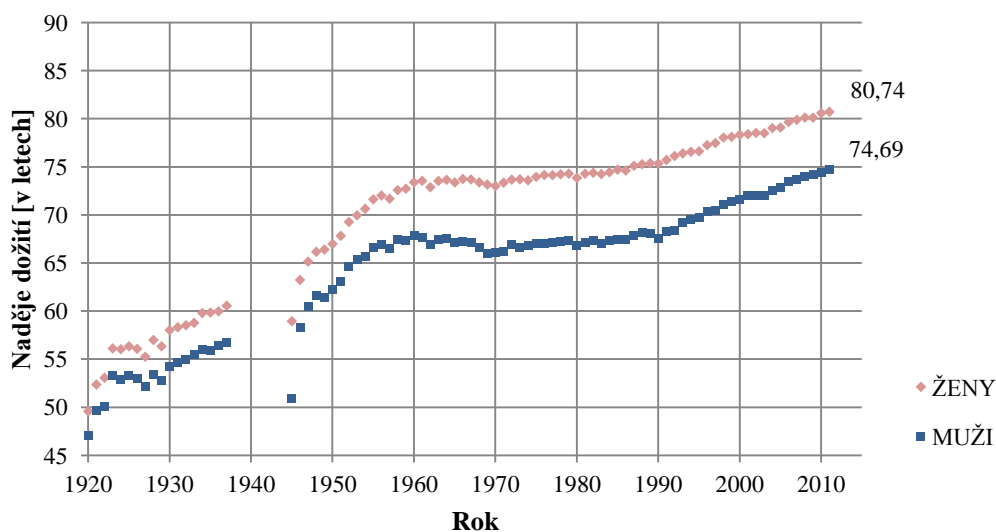
3.3 Porovnání SDŽ zemí a pohlaví

Toto kapitola se zabývá porovnáním střední délky života při narození v následujícím pořadí. Nejprve je porovnán vývoj střední délky života mužů a žen v České republice a dále vývoj střední délky života mužů a žen ve Slovenské republice. Následně je za pomoci grafů znázorněn vývoj střední délky života žen a poté mužů v České a Slovenské republice. Každý graf je okomentován.

3.3.1 Muži a ženy v České republice

Obrázek 9 znázorňuje vývoj střední délky života při narození pro české muže a ženy v letech 1950-2011. Obrázek 9 v této kapitole nebude rozebírán podrobně - popis byl proveden již výše v kapitole 3.2 s názvem Vývoj střední délky života v ČR a SR. Proto jen krátká poznámka k mužské nadúmrtosti. Z grafu je patrné, že se ženy v České republice po celé sledované období dožívají více let než muži.

Střední délka života při narození, ČR 1920-2011



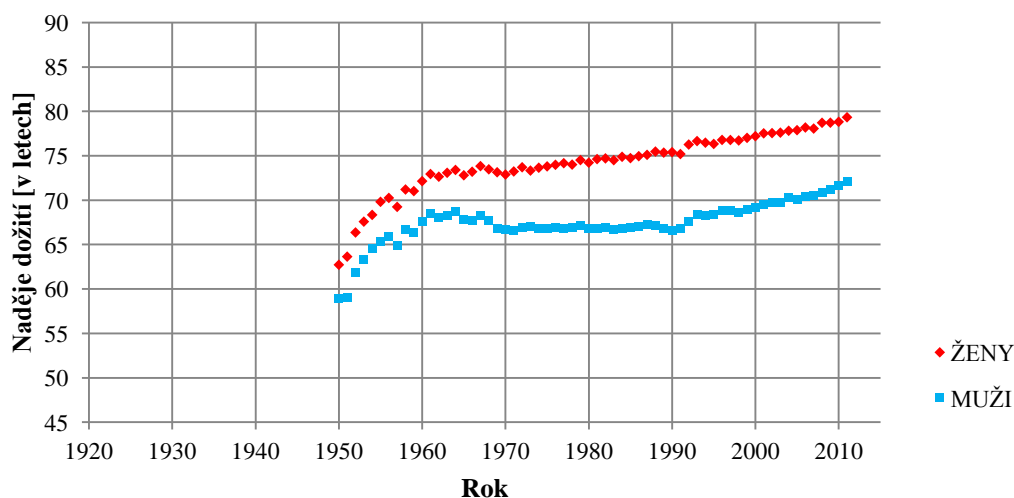
Obrázek 9: SDŽ při narození dle pohlaví pro M, Ž v ČR v letech 1920-2011

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ČSÚ - Demografická příručka 2009, Statistická ročenka ČR 2011

3.3.2 Muži a ženy ve Slovenské republice

V této podkapitole následuje obrázek 10, který znázorňuje vývoj střední délky života při narození pro muže a ženy ve Slovenské republice v letech 1950-2011. Podrobný popis byl proveden již výše v kapitole 3.2 Vývoj střední délky života v ČR a SR, proto jen několik poznámek k vývoji. Za obrázkem 10 je pro přehlednost uvedena tabulka 2 znázorňující část křivky grafu střední délky života u slovenských mužů.

Střední délka života při narození, SR 1950 - 2011



Obrázek 10: SDŽ při narození dle pohlaví pro M, Ž v SR v letech 1950-2011

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ŠÚ SR

Trend střední délky života při narození pro obyvatelstvo ve Slovenské republice na obrázku 10 vykazuje velmi podobný trend jako střední délka života při narození pro obyvatelstvo v České republice. Ve Slovenské republice je opět viditelná mužská nadúmrtnost, tedy jev, kdy se ženy po celé sledované období dožívají více let než muži.

Odlišný, respektive konstantní vývoj střední délky života vykazuje část křivky grafu střední délky života u mužů v letech 1970-1990. Pro lepší viditelnost jsou konkrétní hodnoty vypsány do tabulky 2. Při pohledu na hodnoty střední délky života je vidět, že se v letech 1970-1990 pohybují v průměru okolo 66,89 let.

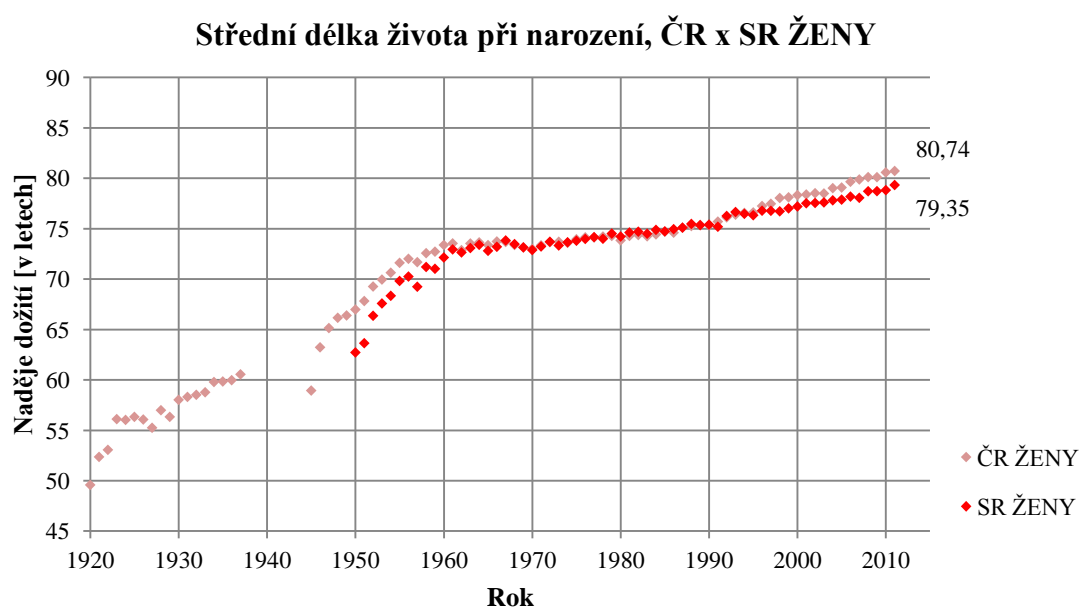
Tabulka 2: SDŽ mužů při narození v SR v letech 1970-1990

SDŽ MUŽI	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
	66,69	66,62	66,91	67,06	66,86	66,81	66,99	66,78	66,92	67,13
1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
66,79	66,80	66,99	66,66	66,78	66,91	67,07	67,25	67,13	66,88	66,65

Zdroj: vlastní zpracování dle dat SÚ SR

3.3.3 Ženy v České a Slovenské republice

Výsledek porovnání střední délky života žen v České republice a Slovenské republice je znázorněn na následujícím obrázku 11. Pro zachování stejného vzhledu grafů v celé práci ponechává autorka diplomové práce horizontální osu od roku 1920 do roku 2011 s tím, že tento graf bude zaměřen na vývoj střední délky života při narození až od roku 1950.



Obrázek 11: SDŽ při narození pro ženy v ČR a SR v letech 1920-2011

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ČSÚ a dle dat ŠÚ SR

V roce 1950, jak je patrné z obrázku 11, se ženy ve Slovenské republice dožívaly méně let než ženy v České republice. Takový trend trval až do roku 1966. Následující rok 1967 se situace změnila a ženy ve Slovenské republice se dožívaly více let než ženy v České republice. Konkrétní změna věku je vidět v tabulce 3. Od tohoto zlomového roku 1967 až do roku 1993 převažuje z velké části vyšší střední délka života žen ve Slovenské republice. Dále od roku 1993 se opět vrátil trend z počátku 50. let 20. století, kdy vyšší střední délka života je vykazována u žen v České republice.

Celá tabulka, obsahující hodnoty střední délky života při narození pro ženy v ČR a SR od roku 1920 do roku 2011 je k dispozici v příloze F – Hodnoty SDŽ při narození - ČR a SR.

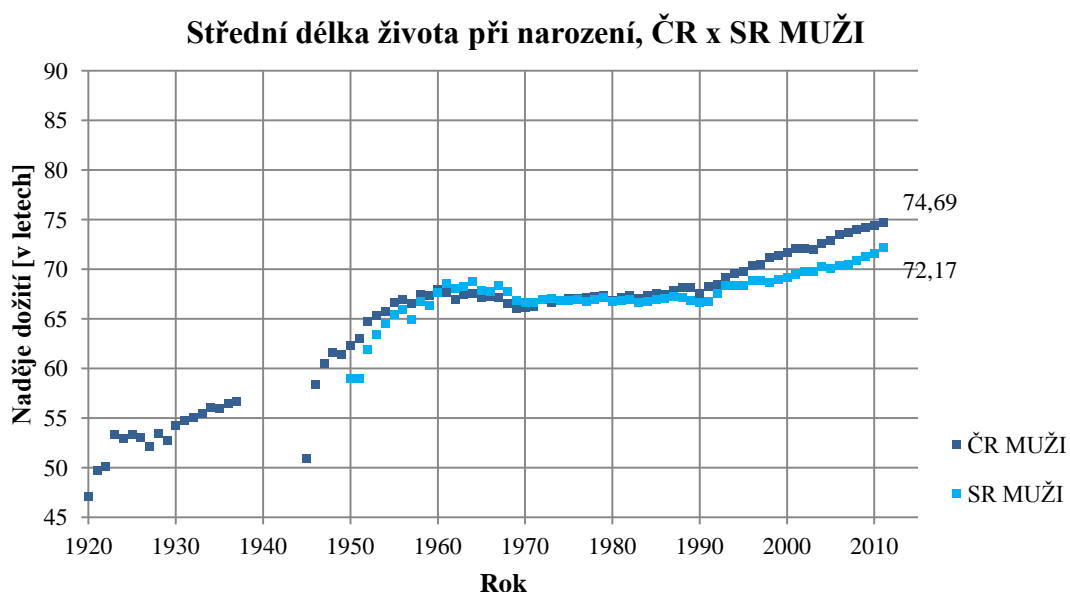
Tabulka 3: Zlomový rok 1967 – ženy ČR a SR

ROK	ČR ženy	SR ženy
1965	73,39	72,82
1966	73,75	73,22
1967	73,70	73,85

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ČSÚ a ŠÚ SR

3.3.4 Muži v České a Slovenské republice

Vývoj střední délky života mužů v České republice a Slovenské republice je obdobný jako u žen ve zmiňovaných zemích. Vývoj je zobrazen na následujícím obrázku 12.



Obrázek 12: SDŽ při narození pro muže v ČR a SR v letech 1920-2011

Zdroj: vlastní zpracování dle dat ČSÚ a dle dat ŠÚ SR

Opět pro zachování stejného vzhledu grafů v celé práci ponechávám horizontální osu od roku 1920 do roku 2011, ale u tohoto grafu se zaměřím na vývoj až od roku 1950 z důvodu sjednocení dostupných dat. Trend vyšší střední délky života mužů v České republice než u mužů ve Slovenské republice je vykazován od roku 1950 do roku 1960 a dále od roku 1975 až do posledního sledovaného roku 2011. Roky 1960-1974 jsou jediným obdobím, kdy se muži ve Slovenské republice dožívají více let než muži v České republice.

Celá tabulka, obsahující střední délky života při narození pro muže v ČR a SR od roku 1920 do roku 2011, je k dispozici v příloze F – Hodnoty SDŽ při narození - ČR a SR.

4 PREDIKCE VÝVOJE SDŽ V ČESKÉ A SLOVENSKÉ REPUBLICE

Predikci vývoje střední délky života je možné provést několika způsoby. Je možné postupovat dle statistických výpočtů, kdy nejpoužívanějším nástrojem pro predikci je Lee-Carter model, nebo je možné provést predikci z hlediska demografického. Podstata Lee-Carterova modelu je popsána v následující kapitole.

4.1 Lee-Carter model

Při predikci pomocí Lee-Carterova modelu³⁶ se vychází z následujícího vzorce:

$$\log(\mu_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{xt}$$

kde: α_x ... věkový profil úmrtnosti nezávislý na čase,

κ_t ... změna úrovně úmrtnosti v čase,

β_x ... vzor deviací od věkového profilu,

ε_{xt} ... chyba $\sim N(0, \sigma^2)$.

Pro vzorec existují omezující podmínky: $\sum \kappa_t = 0$,

$$\sum \beta_x = 1.$$

Výpočet se provádí ve dvou krocích. V prvním kroku se odhadnou parametry $\hat{\alpha}_x$, $\hat{\beta}_x$, $\hat{\kappa}_t$ na základě historických dat $\hat{m}_{xt} = d_{xt} / E_{xt}$ a v druhém kroku se provede projekce $\hat{\kappa}_t$ ARIMA modelem,

kde: d_{xt} ... počet úmrtí,

E_{xt} ... expozice.

Expozice je dána vzorcem

$$\hat{\mu}_{x,t+s} = \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \hat{\kappa}_{t+s}).$$

³⁶ ČERNAYOVÁ, Petra. *Riziko dlouhověkosti*. Dostupné z: http://www.actuaria.cz/upload/Riziko%20dlouhov%C4%9Bkosti_final_2.pdf

Popis odhadovaných parametrů

Odhad parametru α vyjadřuje obecný věkový profil úmrtnosti nezávislý na čase. Hlavním rysem tohoto parametru je rostoucí trend s výrazným nárůstem ve věku 20 let u mužů. Odhad parametru β vyjadřuje rozdíly vlivu času na úmrtnost mezi věkovými skupinami. Největší pokles úmrtnosti je vykazován pro věkové skupiny do 20 let. Odhad parametru κ odpovídá klesajícímu trendu, a to především od věku 90 let.

4.2 Konstrukce predikce

Predikci nelze provést bez znalosti časové řady. Časovou řadou se rozumí posloupnost věcně a prostorově srovnatelných hodnot. Jednotlivá pozorování jsou uspořádána jednoznačně z hlediska času. Dle Dostála³⁷ je hodnota v čase $t = 1$ označována x_1 , v čase $t = 2$ označována x_2 atd. a hodnota v čase $t = N$ je označována jako x_N , kde N je celkový počet hodnot časové řady. Matematicky se časová řada vyjadřuje v podobě vektoru hodnot $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$. V této diplomové práci se značení bude držet dle Artla, Artlové a Rublíkové³⁸, kde se časová řada y_t pro $t = 1, 2, \dots, T$ označuje jako řada uspořádaných hodnot v čase t . Časová řada je zapisována ve tvaru

$$y_t = Y_t + a_t,$$

kde: Y_t ... teoretický model systematické složky vývoje ekonomického ukazatele Y v čase t ,

a_t ... nesystematická složka.

Pro zkoumání trendu v časových řadách se využívají trendové funkce a klouzavé průměry či klouzavé mediány. Modelování trendu pomocí trendových funkcí se využije v případě, že vývoj časové řady odpovídá určité funkci času (lineární, kvadratická, exponenciální, S-křivka, atd.). Modelování trendu pomocí klouzavých průměrů nebo klouzavých mediánů se využije v případě, že vývoj řady je v důsledku silného vlivu nesystematické složky nerovnoměrný nebo obsahuje extrémní hodnoty.³⁹

Pro predikci trendu jsou klíčové trendové funkce. Rozlišuje se několik typů:

- konstantní trend (Mean Trend),
- lineární trend – přímka (Linear Trend),

³⁷ DOSTÁL, Petr. *Pokročilé metody manažerského rozhodování: konkrétní příklady využití metod v praxi*, s.113.

³⁸ ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*, s. 21.

³⁹ ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*, s. 21.

- kvadratický trend – parabola (Quadreatic Trend),
- exponenciální trend (Exponential Trend),
- S-křivka (S-Curve),
- modifikovaný exponenciální trend,
- logistický trend,
- Gompertzův trend.

Předmětem diplomové práce není podrobný popis všech trendových funkcí, proto je zde uveden pouze výčet základních typů s poznámkou, že u každé trendové funkce se určuje skutečná hodnota y_t a její vyrovnaná (odhadnutá) hodnota trendu. Tyto dvě hodnoty se porovnávají a zkoumá se charakter jejich rozdílů. Rozdílům se říká rezidua, tedy odhad nesystematické složky a_t v čase $t = 1, 2, \dots, T$. Přesnost vyrovnavání časové řady se měří průměrnými reziduálními charakteristikami.⁴⁰

Míry přesnosti vyrovnavání, průměrné charakteristiky reziduí:

- ME – průměrná chyba,
- MSE – průměrná čtvercová chyba – rozptyl,
- MAE – průměrná absolutní chyba,
- MAPE – průměrná absolutní procentuální chyba,
- MPE – průměrná procentuální chyba.

Čím nižší hodnoty uvedené charakteristiky vykazují, tím lepší je zvolená trendová funkce. Ověření vhodnosti trendové funkce je možné provést několika způsoby.⁴¹

- V první řadě lze využít grafu časové řady či absolutních nebo relativních charakteristik časové řady. Pokud je výběr proveden pouze na základě grafu, výběr je především subjektivní a v případě složitějších funkcí či časových řad s velkou variabilitou vykazuje tato metoda zkreslené výsledky.
- Dalším existujícím způsobem je možnost využití směrodatné odchylky reziduí, koeficientu determinace, koeficientu autokorelace reziduí nebo testů parametrů. Vyjmenovaná kritéria se nazývají interpolační kritéria. Jedná se o objektivnější způsob výběru trendové funkce, kdy je využíváno matematicko-statistických kritérií.

⁴⁰ ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*, s. 27.

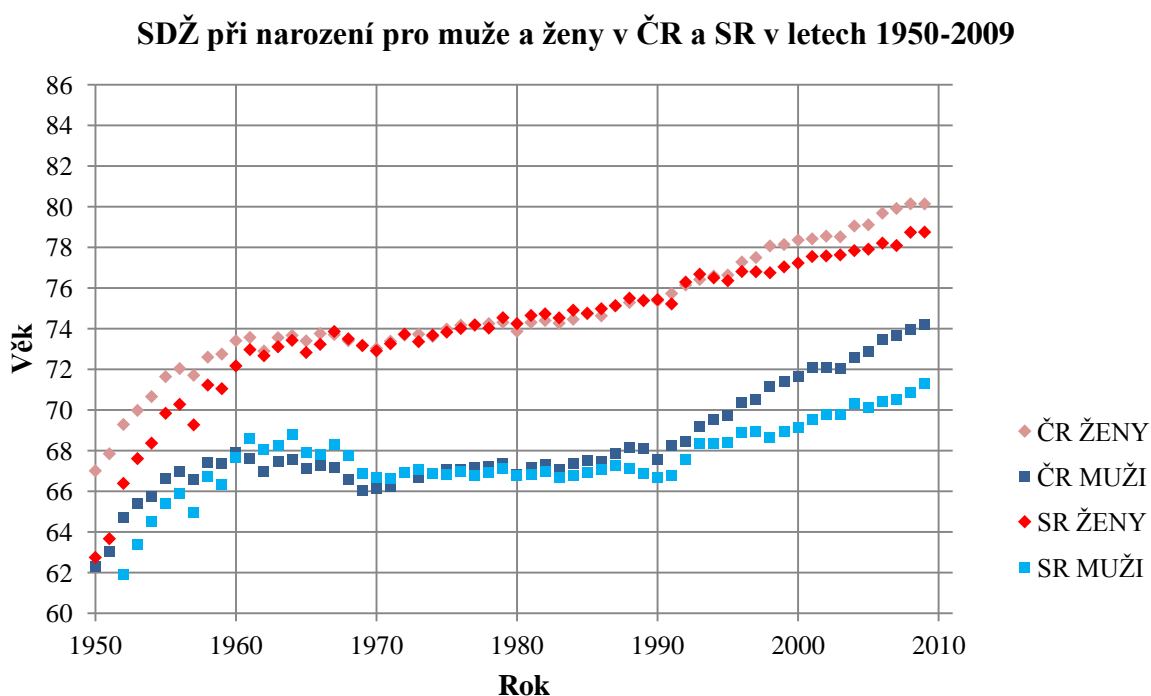
⁴¹ ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*, s. 26-27.

- Posledním možným způsobem je výběr trendové funkce na základě kritérií extrapoláčních, tedy využití průměrných charakteristik chyb předpovědí „ex post“ (předpovědi, které jsou určeny v období analýzy časové řady) a grafu zvaného „předpověď – skutečnost“.

4.3 Predikce pomocí programu Statgraphics Centurion

Po nastínění důležitosti časové řady pro predikci, konkrétně v této diplomové práci pro predikci trendu střední délky života při narození, následuje samotná predikce. Zde se vychází z řady uspořádaných hodnot střední délky života z let 1950 až 2009 pro Českou i Slovenskou republiku. Potřebná data byla čerpána především z ČSÚ, SÚ SR a z HMD (databáze poskytující data o úmrtnosti a data populační).

Vývoj střední délky života v obou sledovaných zemích do roku 2009 představují data připravená pro predikci – viz obrázek 13.



Obrázek 13: SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR v letech 1950-2009

Zdroj: vlastní zpracování

Cílem diplomové práce je predikovat další vývoj střední délky života. Predikce je provedena od roku 2010 do roku 2030 včetně, tedy na dalších 21 let. Autorka diplomové práce si je vědoma toho, že predikovat na více než 20 let dopředu není přesné, tudíž taková

predikce není zcela vhodná, ale i přesto byla predikce provedena až do roku 2030, z toho důvodu, aby bylo možné predikované hodnoty střední délky života porovnat s hodnotami Evropské komise, která uvádí predikce v pětiletých intervalech Budoucí vývoj je predikován za pomoci programu Statgraphics Centurion.

Pro výstup z programu Statgraphics Centurion byly vybrány následující grafy:

- graf časové řady s předpověďmi – viz obrázek 18,
- graf předpovědí – viz obrázek 19,
- graf reziduální autokorelační funkce (pro testování autokorelace nesystematické složky) – viz kapitoly 4.3.2
- graf reziduální parciální autokorelační funkce.

Následující typy tabulek byly vybrány ze všech dostupných tabulek z programu Statgraphics Centurion a následně byly porovnávány u všech zkoumaných kategorií.

- tabulka pro odhad modelu a výstupní tabulka,
- tabulka vyrovnaných hodnot a předpovědí,
- tabulka porovnávající různé modely.

Ze všech existujících modelů, které nabízí program Statgraphics Centurion, byly vybrány a porovnány následující modely:

- S-křivka,
- jednoduché exponenciální vyrovnávání s parametrem α ,
- Brownovo lineární exponenciální vyrovnávání s parametrem α ,
- Holtovo lineární exponenciální vyrovnávání s parametry α a β .

Přesnost vyrovnání časové řady (střední délky života při narození v letech 1950-2009) byla testována pro vybrané modely za pomoci následujících průměrných reziduálních charakteristik:

- RMSE – the root mean squared error – odmocnina ze střední kvadratické chyby,
- MAE – the mean absolute error – průměrná absolutní chyba,
- MAPE – the mean absolute percentage error – průměrná absolutní procentuální chyba,
- ME – the mean error – průměrná chyba,
- MPE – the mean percentage error – průměrná procentuální chyba.

Jako nejvhodnější z vybraných testovaných modelů byl zvolen Holtův model lineárního exponenciálního vyrovnávání s parametry α a β . Pro všechny sledované kategorie vykazuje Holtův model nejlepší, respektive nejnižší hodnoty pro danou časovou řadu (viz tabulka 4). V dalším textu jsou uvedeny výsledky průměrných charakteristik chyb předpovědí pouze pro dva nejlepší testované modely.

Jak již bylo napsáno výše, za nejlepší model byl vybrán model Holtův. Průměrné charakteristiky chyb předpovědí Holtova exponenciálního vyrovnávání pro ženy a muže v České a Slovenské republice srovnává tabulka 4.

Tabulka 4: Průměrné charakteristiky chyb předpovědí Holtova EV

Holtovo EV	Průměrné charakteristiky chyb předpovědí			
	ČR ženy	ČR muži	SR ženy	SR muži
RMSE	0,3663	0,4165	0,5889	0,6364
MAE	0,2709	0,3032	0,4013	0,4389
MAPE	0,3686	0,4498	0,5549	0,6607
ME	0,0049	-0,0279	-0,0853	-0,0876
MPE	0,0096	-0,0424	-0,1067	-0,1247

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Tabulka 5 srovnává výsledky druhého nejlepšího modelu - jednoduchého exponenciálního vyrovnávání. Průměrné charakteristiky chyb předpovědí pro jednotlivé kategorie jsou zobrazeny v následující tabulce 5.

Tabulka 5: Průměrné charakteristiky chyb předpovědí jednoduchého EV

Jednoduché EV	Průměrné charakteristiky chyb předpovědí			
	ČR ženy	ČR muži	SR ženy	SR muži
RMSE	0,4224	0,4578	0,6468	0,6590
MAE	0,3139	0,3560	0,4347	0,4310
MAPE	0,4262	0,5246	0,6047	0,6480
ME	0,2189	0,1980	0,2667	0,2054
MPE	0,2966	0,2885	0,3743	0,3111

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Brownovo lineární exponenciální vyrovnávání vykazovalo horší výsledky než jednoduché lineární exponenciální vyrovnávání a S-křivka vykazovala ze všech testovaných modelů nejhůřší výsledky, tedy největší hodnoty průměrných charakteristik chyb předpovědí.

Tímto byla otestována vhodnost použití Holtova exponenciálního vyrovnávání. Jeho popis je uveden v následující kapitole.

4.3.1 Holtovo lineární exponenciální vyrovnávání

Všechny metody exponenciálního vyrovnávání jsou relativně jednoduché a existuje několik přístupů pro získání předpovědí. Rozlišují se tři základní přístupy exponenciálního vyrovnávání⁴²:

- Holtovo lineární exponenciální vyrovnávání, z roku 1957,
- Brownovo jednoduché exponenciální vyrovnávání, z roku 1959,
- Wintersovo exponenciální vyrovnávání, z roku 1960.

Jak je vidět, model Holtova lineárního exponenciálního vyrovnávání je ze zmiňovaných tří modelů nejstarší. Využívá se k vyrovnávání časových řad bez sezónního trendu pro řadu s lineárním trendem. Jednoduše řečeno, Holtovo lineární exponenciální vyrovnávání se dá spolehlivě použít pro vyrovnání nesezónní časové řady. V takovém případě lze stejně tak dobře využít Brownova jednoduchého exponenciálního vyrovnávání.⁴³ Holt-Wintersovo exponenciální vyrovnávání se využívá pro sezónní časovou řadu, tedy v případě střední délky života je tento model nevhodný.

Holt v roce 1957 vypracoval algoritmus exponenciálního vyrovnávání lokálních lineárních trendů v časové řadě se dvěma vyrovnávacími konstantami α a β . Konstanta α slouží pro adaptivní odhad úrovně β_0 v čase t a konstanta β slouží pro adaptivní odhad směrnice

⁴² KING, Maxwell L. Exponential smoothing model selection for forecasting. Dostupné z: http://www.researchgate.net/publication/223458328_Exponential_smoothing_model_selection_for_forecasting

⁴³ *Dekompoziční metody pro časové řady s nepravidelně pozorovanými hodnotami*. Dostupné z: https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.quantitative.cz%2Ffile%2F59%2Fdecomposition-methods-for-time-series-with-irregular-observations-tomas-hanzak-2007-in-czech.pdf&ei=QPFhUfrPH5P34QSeWlHwBA&usg=AFQjCNHw5vb6xFVIHZ_CmSt2qE0FaEM-DA&sig2=-aRYI5Pqx8CPkhIeZIV58w&bvm=bv.44770516,d.bGE, s. 24.

lineárního trendu β_1 . Holtův algoritmus exponenciálního vyrovnávání odhaduje v čase t parametry modelu⁴⁴

$$y_t = T_t + \alpha_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha_t,$$

podle rekurentních vztahů:

$$\beta_{0,t} = \alpha y_t + (1-\alpha)(\beta_{0,t-1} + \beta_{1,t-1}),$$

$$\beta_{1,t} = \beta(\beta_{0,t} - \beta_{0,t-1}) + (1-\beta)\beta_{1,t-1},$$

kde: $\beta_{0,t} \dots$ odhad úrovně lineárního trendu v čase t ,

$\beta_{1,t} \dots$ odhad směrnice lineárního trendu v čase t ,

$\beta_{0,t-1} \dots$ odhad úrovně lineárního trendu v čase $t-1$,

$\beta_{1,t-1} \dots$ odhad směrnice lineárního trendu v čase $t-1$,

$\alpha \in (0, 1)$... vyrovnávací konstanta úrovně,

$\beta \in (0, 1)$... vyrovnávací konstanta směrnice.

Program Statgraphics Centurion automaticky vyhledává nejvhodnější kombinaci vyrovnávacích konstant α a β , pokud je zaškrtnuto pole „Optimize“ (v panelu Model Specification Options, v části Parameters and Terms).

Následující kapitola je zaměřena na analýzu reziduálních autokorelačních funkcí všech sledovaných kategorií, čímž byla také otestována vhodnost použití Holtova exponenciálního vyrovnávání.

4.3.2 Analýza reziduální autokorelační funkce

V této kapitole jsou postupně uvedeny jednotlivé obrázky autokorelačních funkcí sledovaných skupin v pořadí:

- reziduální autokorelace pro hodnoty SDŽ při narození pro ženy České republiky,
- reziduální autokorelace pro hodnoty SDŽ při narození pro muže České republiky,
- reziduální autokorelace pro hodnoty SDŽ při narození pro ženy Slovenské republiky,
- reziduální autokorelace pro hodnoty SDŽ při narození pro muže Slovenské republiky.

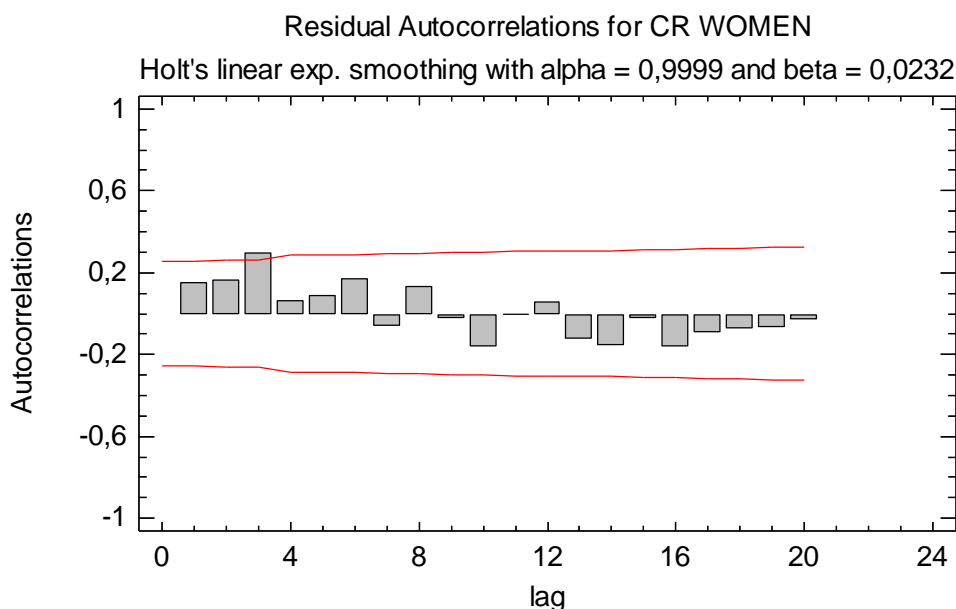
⁴⁴ ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*, s. 55.

Autokorelační funkce slouží k posouzení, zda má řada reziduí charakter bílého šumu. Na obrázcích 14-17 jsou uvedeny různě velké sloupce autokorelační funkce vyjadřující sílu lineární závislosti mezi hodnotami časové řady. Lépe řečeno, vždy první sloupec vyjadřuje sílu lineární závislosti mezi řadou x_t a řadou x_{t-1} , kde $t = 2, 3, \dots, T$, vždy druhé sloupce vyjadřují sílu lineární závislosti mezi řadou x_t a řadou x_{t-2} , kde $t = 3, 4, \dots, T$ atd.⁴⁵

Predikované hodnoty SDŽ žen v ČR

U českých žen byla ověřena vhodnost trendu. Obrázek 14 zobrazuje grafickou analýzu reziduální autokorelační funkce Holtova exponenciálního vyrovnávání s parametry $\alpha = 0,9999$ a $\beta = 0,0232$. Z tohoto obrázku 16 je zřejmé, že kromě třetího koeficientu autokorelace reziduí, žádný ostatní nepřekračuje hranici 95% intervalu spolehlivosti. Lze tedy konstatovat, že všechny koeficienty autokorelace reziduí, kromě třetího, jsou na hladině 5 % statisticky nevýznamné. Nesystematická složka nevykazuje autokorelaci a exponenciální vyrovnávání střední délky života je vyhovující.

Jak je vidět z obrázku 14, zmiňovaný třetí koeficient autokorelace překračuje hranici 95% intervalu spolehlivosti, to znamená, že se zde vyskytuje korelační závislost na 5% hladině významnosti. Tento statisticky významný koeficient autokorelace ve zpoždění $k = 3$ lze považovat za nahodilý jev.



Obrázek 14: Reziduální autokorelace pro ženy ČR

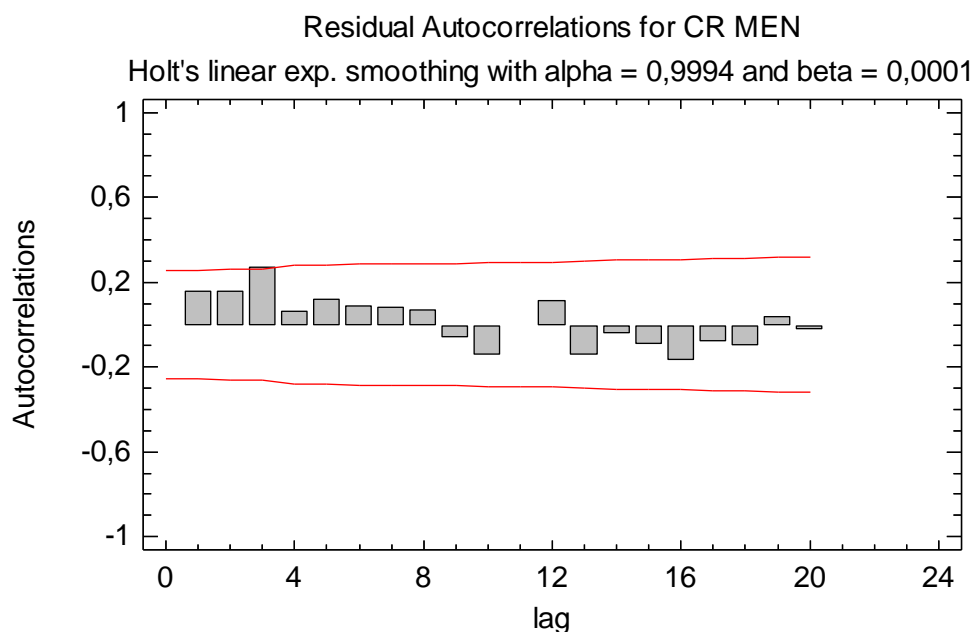
Zdroj: vlastní výpočty v programu Statgraphics Centurion

⁴⁵ ARLTOVÁ, Markéta a J. ARLT. *Statistika: Grafické metody analýzy ekonomických časových řad*, s. 8.

Predikované hodnoty SDŽ mužů v ČR

U českých mužů byla ověřena vhodnost trendu. Obrázek 15 zobrazuje grafickou analýzu reziduální autokorelační funkce Holtova exponenciálního vyrovnávání s parametry $\alpha = 0,9994$ a $\beta = 0,0001$. Z tohoto obrázku 15 je zřejmé, že kromě třetího koeficientu autokorelace reziduí, žádný ostatní nepřekračuje hranici 95% intervalu spolehlivosti. Lze tedy konstatovat, že všechny koeficienty autokorelace reziduí, kromě třetího, jsou na hladině 5 % statisticky nevýznamné.

Na obrázku 15 reziduální autokorelační funkce mužů České republiky, je pozorován obdobný problém jako u žen České republiky (viz obrázek 14). Na základě obrázku 15 lze konstatovat, že třetí koeficient autokorelace přesahuje hranici 95% intervalu spolehlivosti, což znamená, že se zde vyskytuje korelační závislost na 5% hladině významnosti. Tento statisticky významný koeficient autokorelace ve zpoždění $k = 3$ lze považovat za nahodilý jev.



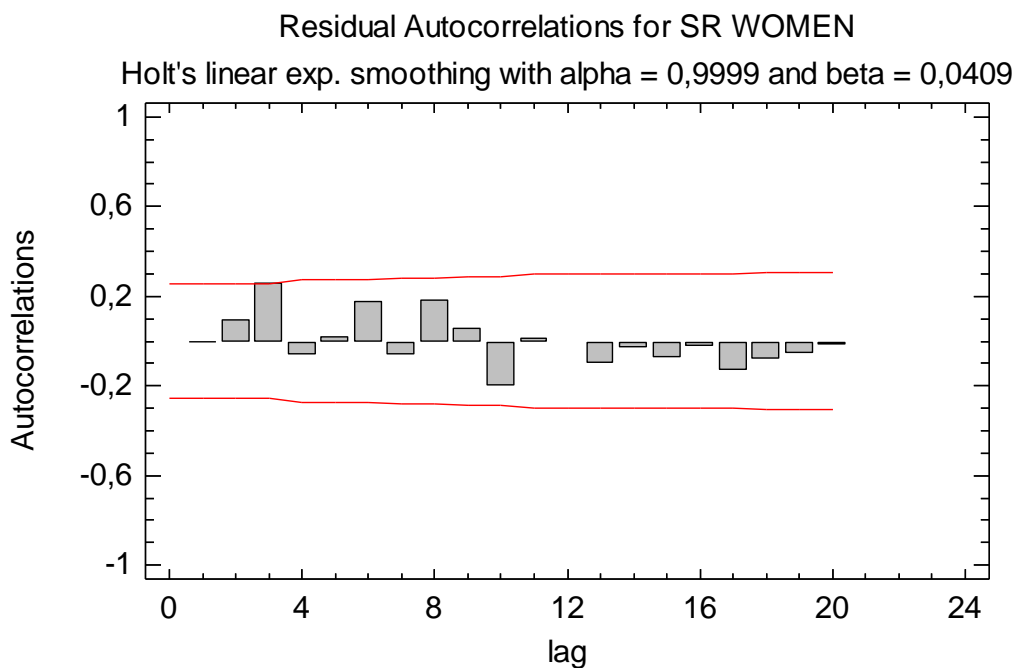
Obrázek 15: Reziduální autokorelace pro muže ČR

Zdroj: vlastní výpočty v programu Statgraphics Centurion

Predikované hodnoty SDŽ žen v SR

U slovenských žen byla ověřena vhodnost trendu. Obrázek 16 zobrazuje grafickou analýzu reziduální autokorelační funkce Holtova exponenciálního vyrovnávání s parametry $\alpha = 0,9999$ a $\beta = 0,0409$. Z tohoto obrázku 16 je zřejmé, že žádný koeficient autokorelace nepřekračuje hranici 95% intervalu spolehlivosti. Lze tedy konstatovat, že všechny koeficienty autokorelace reziduí jsou na hladině 5% statisticky nevýznamné. Nesystematická složka nevykazuje autokorelaci a exponenciální vyrovnávání střední délky života je vyhovující.

Třetí koeficient autokorelace je sporný, dotýká se hranice 95% intervalu spolehlivosti. To znamená, že by se zde mohla vyskytovat korelační závislost na 5% hladině významnosti. Tento statisticky významný koeficient autokorelace ve zpoždění $k = 3$ lze považovat za nahodilý jev.

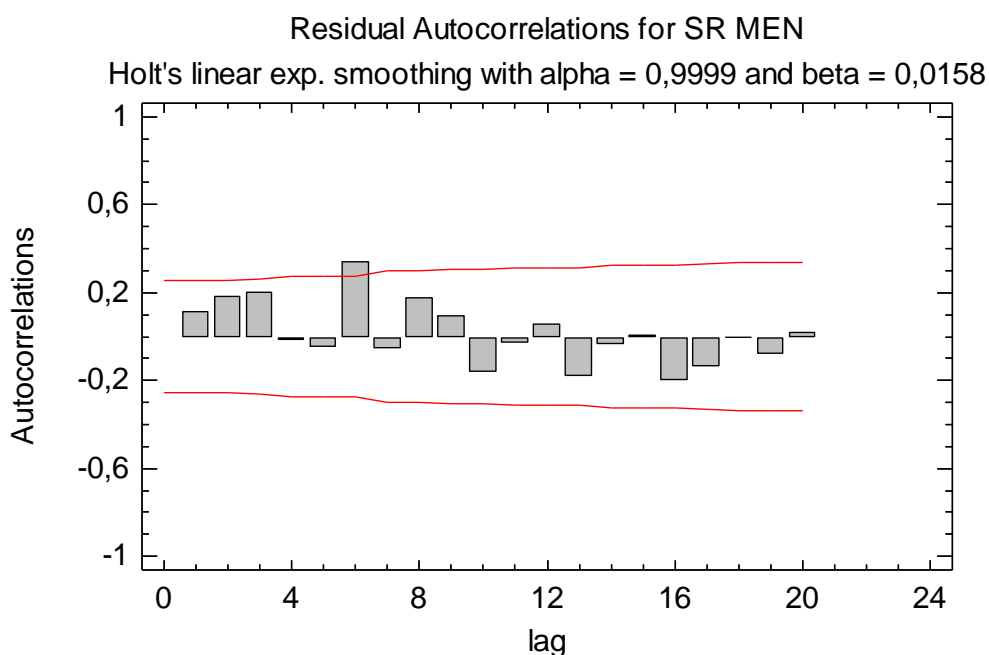


Obrázek 16: Reziduální autokorelace pro ženy SR

Zdroj: vlastní výpočty v programu Statgraphics Centurion

Predikované hodnoty SDŽ mužů v SR

U slovenských mužů byla ověřena vhodnost trendu. Obrázek 17 zobrazuje grafickou analýzu reziduální autokorelační funkce Holtova exponenciálního vyrovnávání s parametry $\alpha = 0,9999$ a $\beta = 0,0158$. Na základě tohoto obrázku 17 lze konstatovat, že šestý koeficient autokorelace reziduí je na hladině 5 % statisticky významný. Tento koeficient autokorelace překračuje hranici 95% intervalu spolehlivosti, to znamená, že se zde vyskytuje korelační závislost na 5% hladině významnosti. Dále lze konstatovat, že tento statisticky významný koeficient autokorelace ve zpoždění $k = 6$ lze považovat za nahodilý jev.



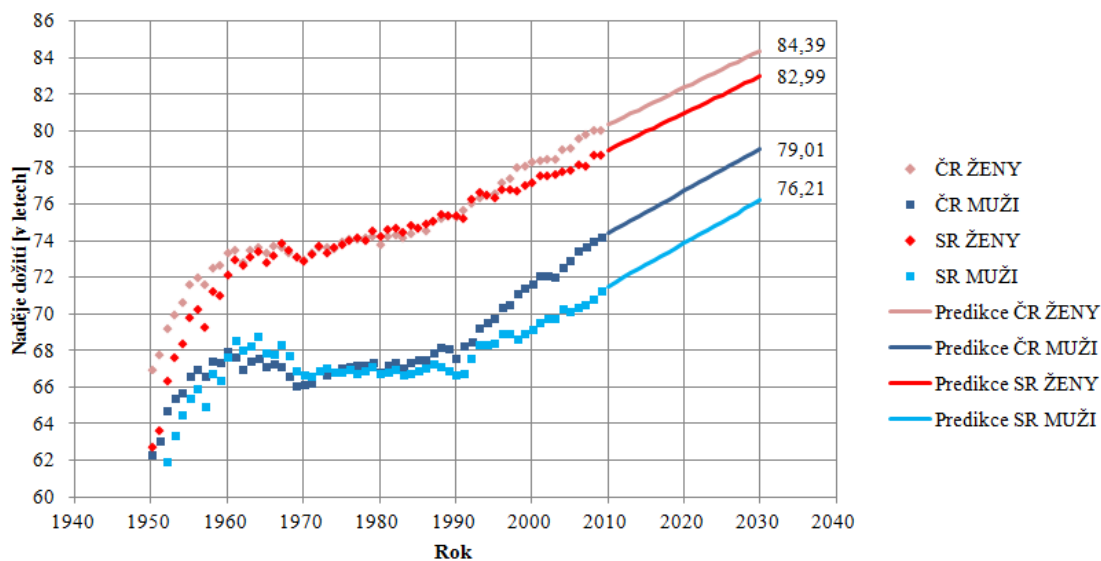
Obrázek 17: Reziduální autokorelace pro muže SR

Zdroj: vlastní výpočty v programu Statgraphics Centurion

4.3.3 Výsledná predikce SDŽ při narození

Výsledná predikce střední délky života při narození pro muže a ženy České a Slovenské republiky (viz obrázek 18 – plná čára) navazuje na předchozí vývoj z let 1950-2009.

Predikce SDŽ při narození, ČR a SR

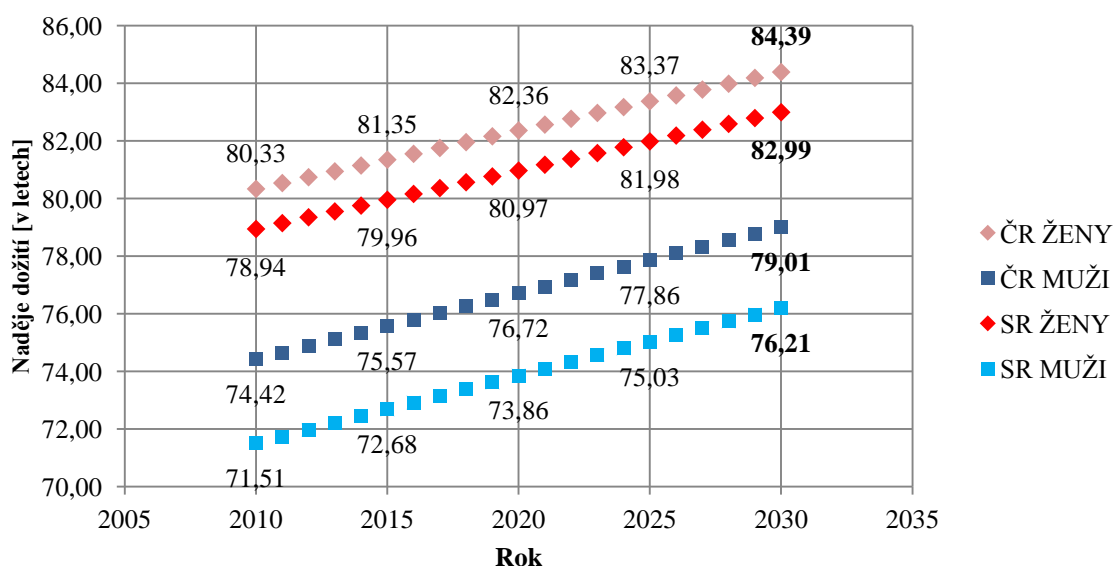


Obrázek 18: Předpokládaný vývoj SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Při detailnějším pohledu na predikované hodnoty, na obrázku 19, je vidět předpokládaný vývoj střední délky života při narození v České i Slovenské republice. Na základě tohoto obrázku 19 lze konstatovat, že trend je i nadále výrazně rostoucí jak u českých, tak u slovenských žen. Stejně tak je potvrzen rostoucí trend střední délky života při narození u mužů České a Slovenské republiky.

Detailní předpovědi SDŽ při narození



Obrázek 19: Predikce SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR, 2010-2030

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Konkrétní predikované hodnoty střední délky života při narození pro muže a ženy v České a Slovenské republice znázorňuje tabulka 6.

Tabulka 6: Predikce SDŽ při narození pro muže a ženy v ČR a SR

Rok	Česká republika		Slovenská republika	
	ženy	muži	ženy	muži
2010	80,33	74,42	78,94	71,51
2011	80,54	74,65	79,15	71,74
2012	80,74	74,88	79,35	71,98
2013	80,94	75,11	79,55	72,21
2014	81,14	75,34	79,75	72,45
2015	81,35	75,57	79,96	72,68
2016	81,55	75,80	80,16	72,92
2017	81,75	76,03	80,36	73,15
2018	81,95	76,26	80,56	73,39
2019	82,16	76,49	80,77	73,62
2020	82,36	76,72	80,97	73,86
2021	82,56	76,95	81,17	74,09
2022	82,76	77,18	81,37	74,33
2023	82,97	77,41	81,58	74,56
2024	83,17	77,64	81,78	74,80
2025	83,37	77,86	81,98	75,03
2026	83,58	78,09	82,18	75,27
2027	83,78	78,32	82,39	75,50
2028	83,98	78,55	82,59	75,74
2029	84,18	78,78	82,79	75,97
2030	84,39	79,01	82,99	76,21

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

4.3.4 Predikční pásy středních délek života

K analýze predikce střední délky života při narození je také zapotřebí okomentovat predikční pásy všech zkoumaných kategorií. Vychází se z hodnot střední délky života při narození, zkoumaných kategorií od roku 1950 do roku 2009. Tyto hodnoty jsou považovány za historický vývoj, který je považován za výchozí podklad pro stanovení budoucího vývoje

střední délky života při narození pro ženy a muže v České a Slovenské republice. Stejně tak jsou na základě historického vývoje predikovány oboustranné intervalové odhady, jinak řečeno predikční pásy, či intervaly spolehlivosti. Pro predikci střední délky života byla zvolena 5% hladina významnosti, jinak řečeno, byla zvolena 95% spolehlivost odhadu. Je tedy zřejmé, že predikované hodnoty střední délky života se budou nacházet v tomto intervalu spolehlivosti s 95% pravděpodobností.

Cipra⁴⁶ definuje oboustranný interval spolehlivosti pro parametr $\theta \in R$ jako interval, v němž θ leží s pravděpodobností $(1 - \alpha)$. To znamená

$$P [T_d(X_1, \dots, X_n) < \theta < T_h(X_1, \dots, X_n)] = 1 - \alpha,$$

kde: α ... hladina významnosti pro kterou platí ($0 < \alpha < 1$),

$(1 - \alpha)$... spolehlivost odhadu,

T_d ... dolní mez odhadu,

T_h ... horní mez odhadu,

(T_d, T_h) ... $100 \cdot (1 - \alpha)$ %-ní interval spolehlivost pro parametr θ

(X_1, \dots, X_n) ... náhodný výběr o rozsahu $n \in N$ z daného rozdělení pravděpodobnosti, soubor nezávislých náhodných veličin s tímto rozdělením.

Z důvodu jednotnosti diplomové práce je v této kapitole, provedeno srovnání budoucího vývoje střední délky života při narození, včetně predikčních pásů, pro jednotlivé země a pohlaví. Srovnání je provedeno analogickým způsobem jako srovnání v kapitole 3.3. Porovnání střední délky života zemí a pohlaví.

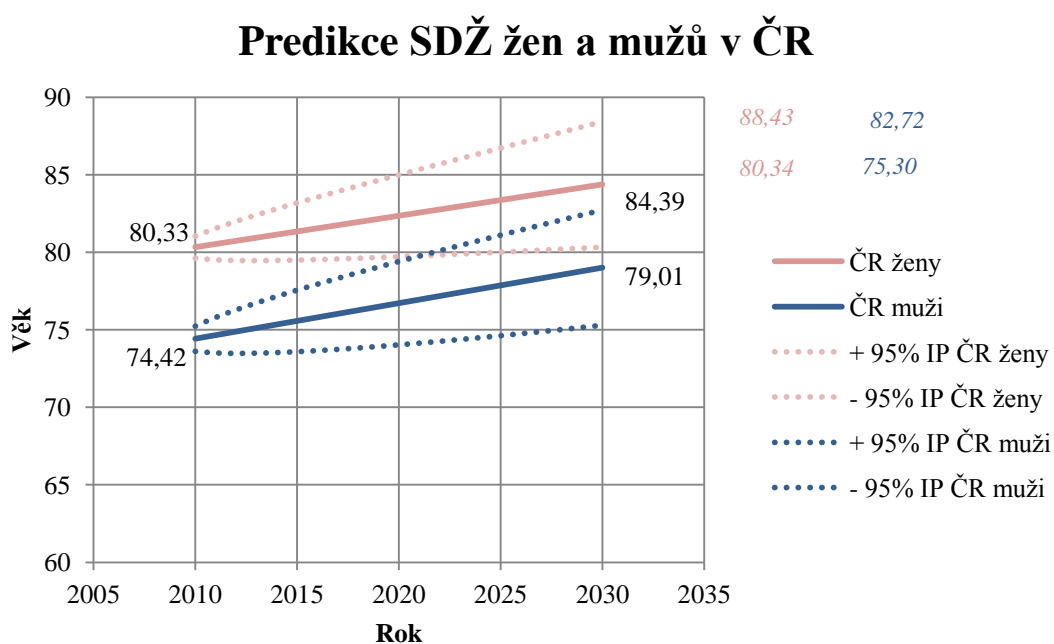
Na obrázcích 20, 21, 22 a 23 je znázorněn budoucí vývoj střední délky života při narození s příslušnými pásy predikce. Zkoumané kategorie jsou uvedeny v následujícím pořadí:

- budoucí trend SDŽ pro ženy a muže v České republice,
- budoucí trend SDŽ pro ženy a muže ve Slovenské republice,
- budoucí trend SDŽ pro ženy v České republice,
- budoucí trend SDŽ pro muže ve Slovenské republice.

⁴⁶ CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce: teorie a praxe*, s. 287.

Na všech obrázcích 20-23 zobrazují vodorovné osy X roky v letech 2010-2030, což tedy odpovídá předpokládanému budoucímu vývoji střední délky života při narození v dalších 21 letech. Svislá osa Y je nastavena od 60 do 90 let věku osob, také pro všechny obrázky jednotně, pro případné srovnání. U každé predikované křivky střední délky života při narození je znázorněn 95% interval predikce přerušovanou čarou. U obrázků 20 a 21 jsou nad legendou uvedena čtyři čísla, které představují rozpětí intervalů predikce.

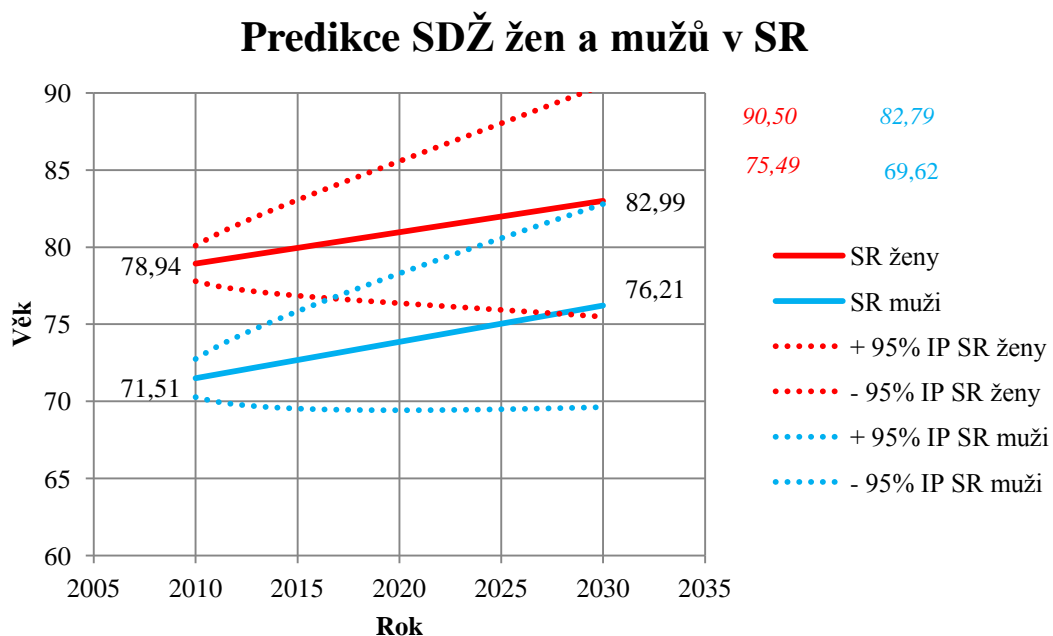
Predikce SDŽ při narození žen a mužů v ČR



Obrázek 20: Predikce pro ženy a muže v ČR, 2010-2030

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

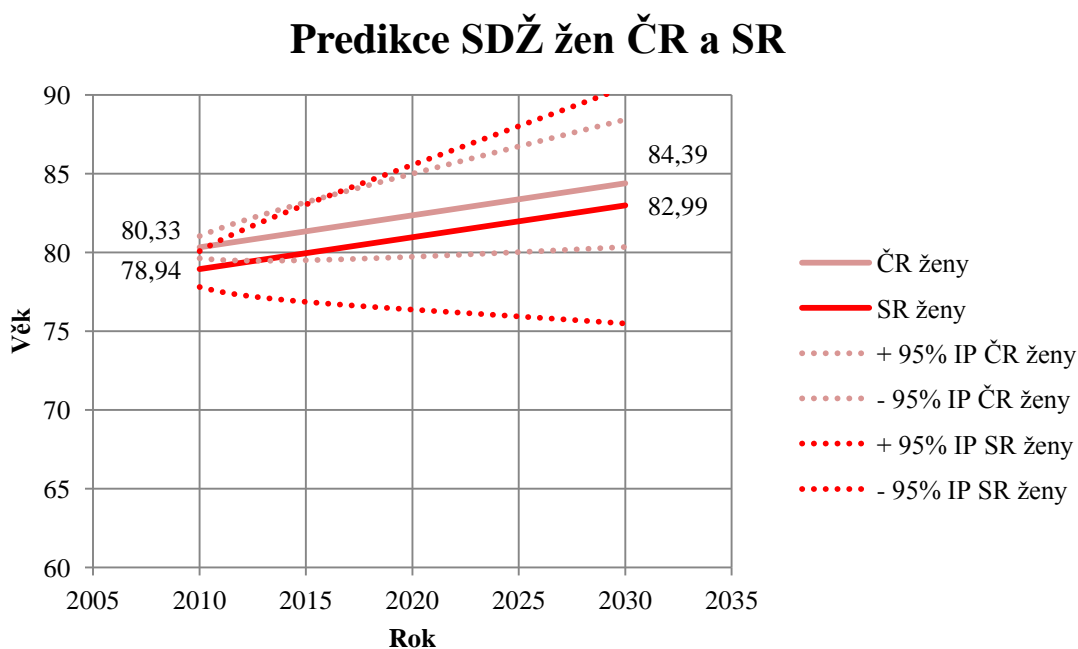
Predikce SDŽ při narození žen a mužů v SR



Obrázek 21: Predikce pro ženy a muže v SR, 2010-2030

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Predikce SDŽ při narození žen v ČR a SR

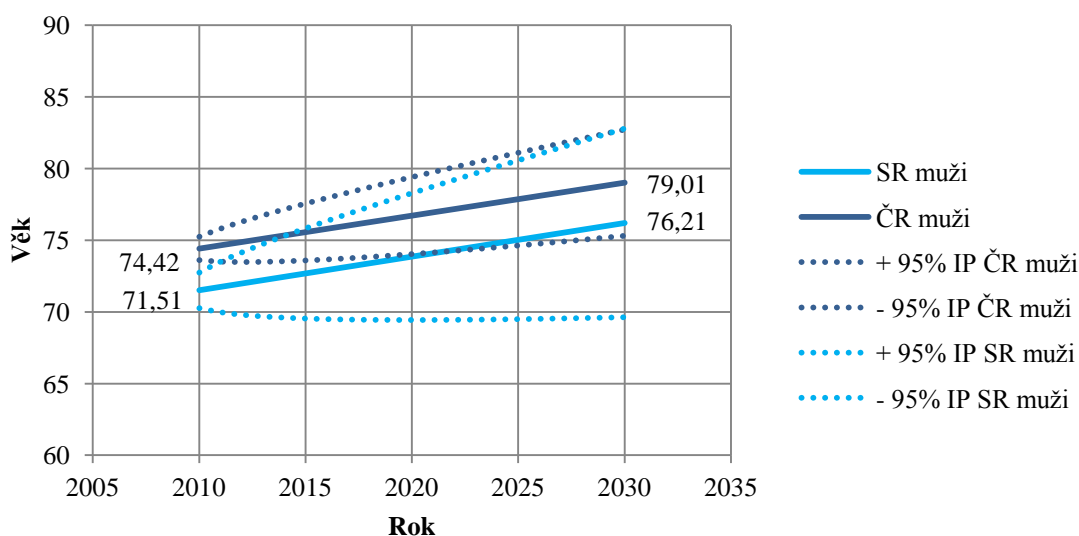


Obrázek 22: Predikce pro ženy v ČR a SR, 2010-2030

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Predikce SDŽ při narození mužů v ČR a SR

Predikce SDŽ mužů ČR a SR



Obrázek 23: Predikce pro muže v ČR a SR, 2010-2030

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Z obrázků 20-23 je patrné, že predikční pásy středních délek života žen a mužů v České republice jsou výrazně užší než predikční pásy středních délek života žen a mužů ve Slovenské republice.

Interval spolehlivosti střední délky života žen České republiky má v roce 2030 rozpětí 8,09 let, kdežto interval spolehlivosti střední délky života žen Slovenské republiky má v roce 2030 rozpětí o mnoho větší (15,01 let). U mužů mají intervaly spolehlivosti střední délky života sledovaných zemí obdobné rozpětí jako u zmiňovaných žen. Autorka diplomové práce se domnívá, že rozdílnost šířky predikčních pásů mezi Českou a Slovenskou republikou je zřejmě dáno rozdílností vývoje středních délek života jednotlivých zemí v letech 1950-2009 (časová řada střední délky života při narození, která byla použita pro budoucí vývoj střední délky života při narození).

Předešlé obrázky 20-23 zobrazující predikci střední délky života při narození do roku 2030 v jednotlivých sledovaných kategoriích souvisí s následujícími tabulkami 7 a 8. Hlavním úkolem tabulek 7 a 8 je interpretovat mužskou nadúmrtnost, tedy jev, kdy se muži dožívají méně let než ženy, a ukázat rozdíly ve věku osob v jednotlivých zkoumaných kategoriích.

Tabulka 7 se zabývá porovnáním střední délky života v následujícím uspořádání. První sloupec tabulky 7 porovnává rozdíl střední délky života žen a mužů v České republice na počátku predikce (v roce 2010) a poté na konci predikce (v roce 2030). Druhý sloupec tabulky 7 porovnává rozdíl střední délky života žen a mužů ve Slovenské republice, opět na počátku predikce (v roce 2010) a poté na konci predikce (v roce 2030).

Tabulka 7: Komparace SDŽ žen a mužů v ČR a žen a mužů v SR

Rok	Rozdíl SDŽ Ž x M v letech	
	ČR	SR
2010	5,91	7,44
2030	5,37	6,79

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Při pohledu na údaje v tabulce 7 lze konstatovat, že rozdíl střední délky života mezi ženami a muži v České republice v roce 2010 činil 5,91 let. Podle autorkou diplomové práce odhadovaného trendu střední délky života toto číslo v roce 2030 klesne, a rozdíl střední délky života mezi ženami a muži bude činit 5,37 let. Tento pokles není tak výrazný jako u Slovenské republiky. Situace ve Slovenské republice je následující. V roce 2030 se zde předpokládá, oproti roku 2010, pokles rozdílu střední délky života mezi muži a ženami. Tento rozdíl, podle odhadů autorky diplomové práce, bude výraznější než v České republice a bude činit 6,79 let. Lze tedy konstatovat, že do budoucna by se měla mužská nadúmrtnost snižovat jak v České republice, tak ve Slovenské republice s tím, že ve Slovenské republice by měl být pokles výraznější.

Tabulka 8 se zabývá porovnáním rozdílu střední délky života v následujícím uspořádání. První sloupec tabulky 8 porovnává rozdíl střední délky života žen v České a Slovenské republice, a to na počátku predikce (v roce 2010) a poté na konci predikce (v roce 2030). Druhý sloupec tabulky 8 porovnává rozdíl střední délky života mužů v České a ve Slovenské republice opět na počátku predikce (v roce 2010) a poté na konci predikce (v roce 2030).

Tabulka 8: Komparace SDŽ žen v ČR a SR a mužů v ČR a SR

Rok	Rozdíl SDŽ ČR x SR v letech	
	Ž	M
2010	1,39	2,91
2030	1,39	2,81

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion

Při pohledu na údaje v tabulce 8 lze konstatovat, že rozdíl střední délky života mezi ženami v České a Slovenské republice zůstává na počátku predikce (v roce 2010) a na konci predikce (v roce 2030) totožný. S touto částí tabulky souvisí obrázek 22, kde při pohledu na predikované křivky středních délek života českých a slovenských žen se dá konstatovat následující. Na první pohled jsou křivky rovnoběžné a jsou v těsné blízkosti. Rozdíl mezi oběma křivkami není velký, jde o rozdíl pouhých 1,39 let (lze vidět na číselných hodnotách v první části tabulky 8).

U českých a slovenských mužů se v roce 2030 rozdíl střední délky života, oproti roku 2010, o něco sníží a rozdíl bude činit pouhých 2,81 let. S tímto souvisí obrázek 23, kde je graficky znázorněno, že trend střední délky života u českých mužů zvolna směřuje spíše ke konstantnímu vývoji a u slovenských mužů je naopak trend střední délky života stále rostoucí. Tento trend je patrný při podrobnějším zkoumání středních délek života českých a slovenských mužů. Tyto dva rozdílné trendy způsobují, že podle predikce v roce 2030, bude střední délka života u českých a slovenských mužů vykazovat nižší rozdíl v porovnání s rokem 2010. Rozdíl bude činit 2,81 let (lze vidět na číselných hodnotách v druhé části tabulky 8).

Na základě analýzy tabulek 7 a 8 lze konstatovat, že jev mužské nadúmrtosti je pozorovatelný v obou sledovaných zemích s tím, že ve Slovenské republice jsou rozdíly výraznější.

4.4 Porovnání predikovaných hodnot SDŽ s reálnými hodnotami

Vzhledem k tomu, že diplomová práce je tvořena v roce 2013 a predikce byla provedena již od roku 2010, vznikla možnost porovnat predikované hodnoty střední délky života při narození pomocí Holtova exponenciálního vyrovnávání s reálnými hodnotami střední délky života při narození pro všechny sledované kategorie. Dále byla využita možnost převzít⁴⁷ již predikované hodnoty střední délky života při narození pomocí Lee-Carterova modelu

(teoreticky popsáno v kapitole 4.1 Lee-Carter model) a porovnat je s ostatními zmiňovanými hodnotami střední délky života při narození. Zmiňované hodnoty středních délek života jsou přehledně vypsány v tabulkách 9 a 10.

Tabulka 9 se zabývá střední délkou života při narození pro ženy a následně pro muže v České republice. Porovnávány jsou celkem tři skupiny hodnot - predikované hodnoty střední délky života pomocí Holtova modelu (vlastní predikce), hodnoty predikované pomocí Lee-Carterova modelu (převzaté hodnoty) a hodnoty reálné střední délky života při narození.

Tabulka 9: Komparace predikce SDŽ žen a mužů v ČR

Rok	SDŽ - ČR ženy			SDŽ - ČR muži		
	predikce Holt	reálná	predikce Lee-Carter	predikce Holt	reálná	predikce Lee-Carter
2010	80,33	80,60	79,72	74,42	74,40	73,70
2011	80,54	80,74	79,74	75,65	74,69	73,74

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion, dat ČSÚ a dat převzatých z publikace s názvem Vývoj a predikce střední délky života vybraných evropských zemí⁴⁷

SDŽ – ČR ženy

Z tabulky 9 je patrné, že hodnoty střední délky života při narození predikované pomocí Holtova modelu se v porovnání s reálnými hodnotami v roce 2010 liší o 0,27 let a v roce 2011 se liší o 0,2 let. V porovnání s reálnými hodnotami vykazují predikované hodnoty pomocí Holtova modelu nižší hodnoty, tudíž lze konstatovat podhodnocení predikovaných hodnot. Stejně je tomu i v případě porovnání hodnot reálných s hodnotami modelu Lee-Carter. Zde jsou hodnoty podhodnoceny o něco více než v předešlém porovnání. Nejvýraznější odchylka mezi realitou a predikcí Lee-Carterova modelu je pozorována v roce 2011, kdy rozdíl mezi těmito hodnotami dosahuje celého jednoho roku.

SDŽ – ČR muži

U mužů České republiky (viz tabulka 9) je situace odlišná. Zde vykazují predikce pomocí Holtova modelu vyšší hodnoty než jsou reálné hodnoty v obou srovnávaných letech. Jedná se tedy o nadhodnocení predikovaných hodnot střední délky života pomocí Holtova modelu v porovnání s reálnými hodnotami středních délek života. V roce 2010 činí rozdíl pouhých 0,02 let. Rok 2011 vykazuje nejvýraznější rozdíl mezi predikcí Holtova modelu s reálnými

⁴⁷ JINDROVÁ, Pavla a O. SLAVÍČEK. Řízení a modelování finančních rizik: Vývoj a predikce střední délky života vybraných evropských zemí, s 311.

daty. Rozdíl činí 0,96 let. Predikce pomocí Lee-Carterova modelu jsou opět výrazně podhodnoceny, a to v porovnání jak s reálnými hodnotami, tak s predikcí pomocí Holtova modelu. Nejvýraznější odchylka mezi realitou a predikcí Lee-Carterova modelu je pozorována v roce 2011, kdy tento rozdíl dosahuje rozdílu 0,95 let.

Shrnutí porovnání SDŽ v České republice

Tabulku 9 lze shrnout následovně. Hodnoty vlastní predikce pomocí Holtova exponenciálního vyrovnávání dosahují lepší výsledky v porovnání s realitou než výsledky Lee-Carterova modelu. Hodnoty Lee-Carterova modelu jsou v obou sledovaných kategoriích výrazněji podhodnoceny v porovnání s Holtovým modelem. Na základě komparací obou metod lze konstatovat, že Holtovo exponenciální vyrovnávání je vhodně zvolené pro predikci střední délky života při narození.

Následující tabulka 10 se zabývá střední délkou života při narození pro ženy a následně pro muže ve Slovenské republice. Porovnávány jsou opět celkem tři skupiny hodnot - predikované hodnoty střední délky života pomocí Holtova modelu (vlastní predikce), hodnoty predikované pomocí Lee-Carterova modelu (převzaté hodnoty) a hodnoty reálné střední délky života při narození.

Tabulka 10: Komparace predikce SDŽ žen a mužů v SR

Rok	SDŽ - SR ženy			SDŽ - SR muži		
	predikce Holt	reálná	predikce Lee-Carter	predikce Holt	reálná	predikce Lee-Carter
2010	78,94	78,84	78,42	71,51	71,62	70,37
2011	79,15	79,35	78,52	71,74	72,17	70,32

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion, dat SÚ SR a dat převzatých z publikace s názvem Vývoj a predikce střední délky života vybraných evropských zemí⁴⁸

SDŽ – SR ženy

Z tabulky 10 je patrné, že hodnoty střední délky života při narození predikované pomocí Holtova modelu se v porovnání s reálnými hodnotami v roce 2010 liší o pouhých 0,1 let a v roce 2011 se liší o 0,2 let. V porovnání s reálnými hodnotami vykazuje pomocí Holtova modelu predikovaná hodnota v roce 2010 vyšší hodnotu a v roce 2011 vykazuje nižší hodnotu. V případě porovnání hodnot reálných s hodnotami modelu Lee-Carter jsou hodnoty

⁴⁸ JINDROVÁ, Pavla a O. SLAVÍČEK. Řízení a modelování finančních rizik: Vývoj a predikce střední délky života vybraných evropských zemí, s 311.

podhodnoceny o něco více než v předešlém porovnání. Nejvýraznější odchylka mezi realitou a predikcí Lee-Carterova modelu je pozorována v roce 2011, kdy rozdíl mezi těmito hodnotami dosahuje 0,83 let.

SDŽ – SR muži

U mužů Slovenské republiky (viz tabulka 10) je situace následující. Predikce pomocí Holtova modelu vykazují nižší hodnoty, než jsou reálné hodnoty v obou srovnávaných letech. Jedná se tedy o podhodnocení predikovaných hodnot střední délky života, pomocí Holtova modelu, v porovnání s reálnými hodnotami středních délek života. V roce 2010 činí rozdíl 0,11 let. Rok 2011 vykazuje výrazně větší rozdíl mezi predikcí Holtova modelu s reálnými daty. Rozdíl činí 0,43 let. Predikce pomocí Lee-Carterova modelu jsou opět výrazně podhodnoceny, a to v porovnání jak s reálnými hodnotami, tak s predikcí pomocí Holtova modelu. Nejvýraznější odchylka mezi realitou a predikcí Lee-Carterova modelu u mužů Slovenské republiky je pozorována v roce 2011, kdy tento rozdíl činí 0,95 let.

Shrnutí porovnání SDŽ ve Slovenské republice

Komparace středních délek života ve Slovenské republice, je obdobná jako u České republiky s tím rozdílem, že zde je patrná změna u slovenských žen v roce 2010 (viz tabulka 10). Zde je vykazována nadhodnocená střední délka života v porovnání s reálnou hodnotou, kdy tato hodnota je nadhodnocena jako jediná z celé tabulky 10, a to o 0,10 let. Ostatní hodnoty tabulky 10 jsou mírně podhodnoceny. Dále platí, že stejně jako u hodnot České republiky, je i u hodnot Slovenské republiky potvrzeno, že všechny hodnoty modelu Lee-Carter jsou výrazně podhodnoceny v porovnání s realitou i s hodnotami predikovanými pomocí Holtova modelu.

4.5 Porovnání vlastní predikce SDŽ s predikcí Evropské komise

Následující dvě tabulky 11 a 12 představují porovnání vlastní predikce střední délky života při narození se střední délkou života při narození predikovanou a zveřejněnou Evropskou komisí.⁴⁹ Evropská komise zveřejnila data o střední délce života při narození pouze pro každý pátý rok, proto z důvodu jednotnosti tabulky 11 a 12 interpretují predikce pro každý pátý rok a jsou uspořádány obdobným způsobem jako tabulky 9, 10 v předešlé kapitole 4.4 Porovnání predikovaných hodnot SDŽ s reálnými hodnotami.

Na základě tabulky 11, porovnávající predikce střední délky života při narození České republiky užitím Holtova modelu s predikcí Evropské komise, lze konstatovat, že rozdíl mezi vlastní predikcí užitím Holtova modelu a predikcí Evropské komise se pohybuje v průměru okolo hodnoty 0,4. Tento rozdíl je minimální.

Tabulka 11: Komparace predikce SDŽ žen a mužů ČR s predikcí Evropské komise

Rok	Predikce ČR ženy		Predikce ČR muži	
	vlastní	Evropská komise	vlastní	Evropská komise
2010	80,3	80,4	74,4	74,3
2015	81,3	81,3	75,6	75,3
2020	82,4	82,1	76,7	76,3
2025	83,4	82,9	77,9	77,3
2030	84,4	83,6	79,0	78,2

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion a dat Evropské komise

Jak je patrné z tabulky 11, v posledním predikovaném roce, v roce 2030, je rozdíl hodnot největší, což se dá předpokládat za logické. Čím více do budoucna je predikce prováděna, tím více se hodnoty budou lišit. Toto pravidlo ale nepotvrzuje následující tabulka 12, která porovnává predikce střední délky života při narození Slovenské republiky s predikcí Evropské komise. Zde jsou obě predikce velice podobné, a to i v posledním predikovaném roce 2030.

⁴⁹ *The 2012 Ageing Report: Economic and budgetary projections for the 27 EU Member States (2010-2060)*
Dostupné z: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2012/pdf/ee-2012-2_en.pdf,
s. 387 a s. 450.

Tabulka 12: Komparace predikce SDŽ žen a mužů SR s predikcí Evropské komise

Rok	Predikce SR ženy		Predikce SR muži	
	vlastní	Evropská komise	vlastní	Evropská komise
2010	78,9	79,1	71,5	71,6
2015	80,0	80,1	72,7	72,8
2020	81,0	81,0	73,9	74,0
2025	82,0	81,9	75,0	75,1
2030	83,0	82,7	76,2	76,2

Zdroj: vlastní zpracování dle výsledků z programu Statgraphics Centurion a dat Evropské komise

Jak je patrné z tabulky 12, vlastní predikované hodnoty střední délky života při narození se většinou shodují s hodnotami Evropské komise, v některých případech se liší o pouhých 0,1. Z toho důvodu lze konstatovat, že volba Holtova exponenciálního vyrovnávání pro predikci střední délky života při narození byla oprávněná. Tento model je opravdu vhodný pro predikci časové řady bez sezónního trendu.

5 ANALÝZA SOCIÁLNÍCH DŮSLEDKŮ

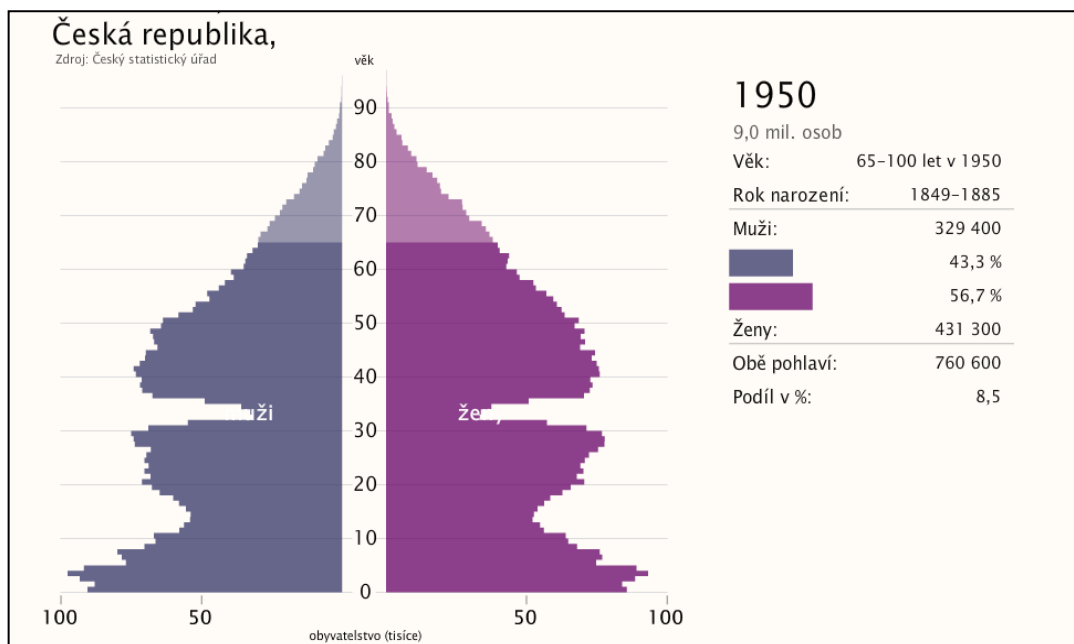
Dlouhověkost a stárnutí populace s sebou přináší velké množství důsledků. Bude se jednat o problém vyplácení důchodů, jak zabezpečit služby sociální péče, problém zařazení osob věkové skupiny 65 a více let do běžného života a spousta dalších. Pokud je na problém nahlíženo z ekonomického hlediska, dá se konstatovat, že na trhu práce bude jednoznačně pozorován nedostatek pracovních sil, která budou ubývat, a v důsledku toho bude mít míra nezaměstnanosti tendenci ke každoročnímu nárůstu (za předpokladu stávající situace).

Autorka diplomové práce považuje věkové pyramidy při analýze důsledků prodlužování střední délky života za výchozí. Z toho důvodu bude úvod páté kapitoly věnován srovnání věkových pyramid sledovaných zemí – nejprve bude provedeno srovnání věkové pyramidy České republiky v letech 1950 a 2011, a následně obdobným způsobem srovnání věkových pyramid ve Slovenské republice, také v letech 1950 a 2011. V diplomové práci již věkové pyramidy byly zmíněny, a to v kapitole 1.3. Demografické pojmy.

V dalším textu budou rozebrány vybrané problémy spojené s prodlužováním střední délky života, kde následně na to budou předloženy návrhy na zlepšení.

5.1 Věková pyramida ČR

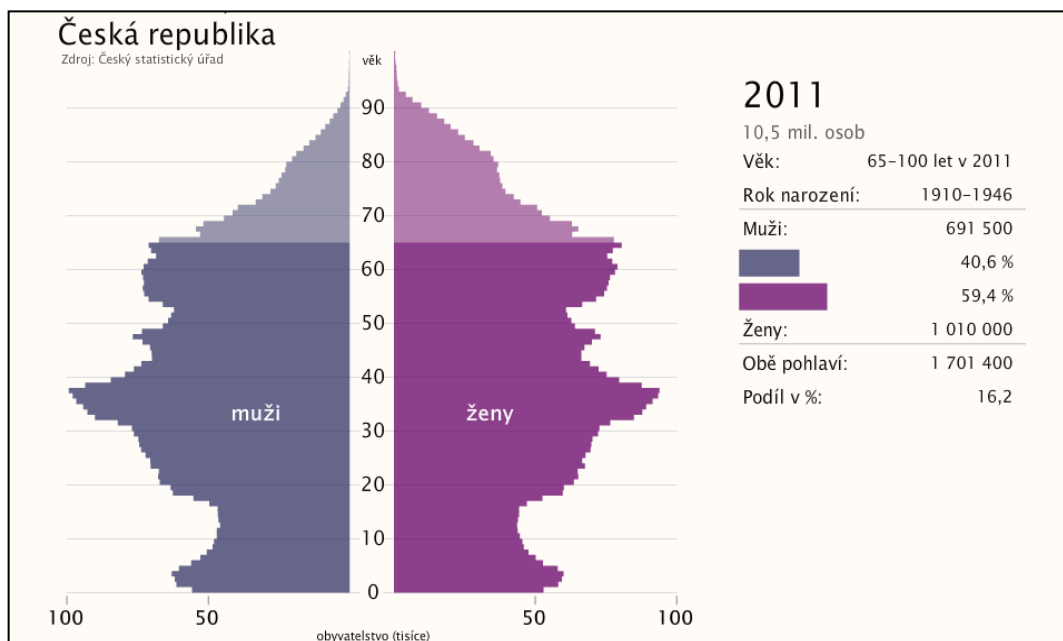
Obrázek 24 a 25 potvrzuje předpovědi Českého statistického úřadu - podíl dětské složky (do 14 let) klesá a narůstá podíl osob ve vyšším věku (65 let a více). V České republice v roce 1950 tvořil počet obyvatel ve věku 65 a více let 8,5 % z celkového počtu obyvatel České republiky. V roce 2011 je toto procento o 7,7 % vyšší, tedy 16,2 % z celkového počtu obyvatel.



Obrázek 24: Věková pyramida ČR v roce 1950, pro věkovou skupinu 65 a více let

Zdroj: ČSÚ

Při porovnání věkových pyramid České republiky v letech 1950 a 2011 je patrné zvětšování vrchní části pyramidy. Tento jev způsobuje především změnu věkového složení obyvatelstva, kdy zvětšování horní části pyramidy má v roce 2011 za následek zmenšování dolní části pyramidy. Tyto změny s sebou nesou důsledky týkající se především oblasti ekonomické, sociální a oblasti společenského života.



Obrázek 25: Věková pyramida ČR v roce 2011, pro věkovou skupinu 65 a více let

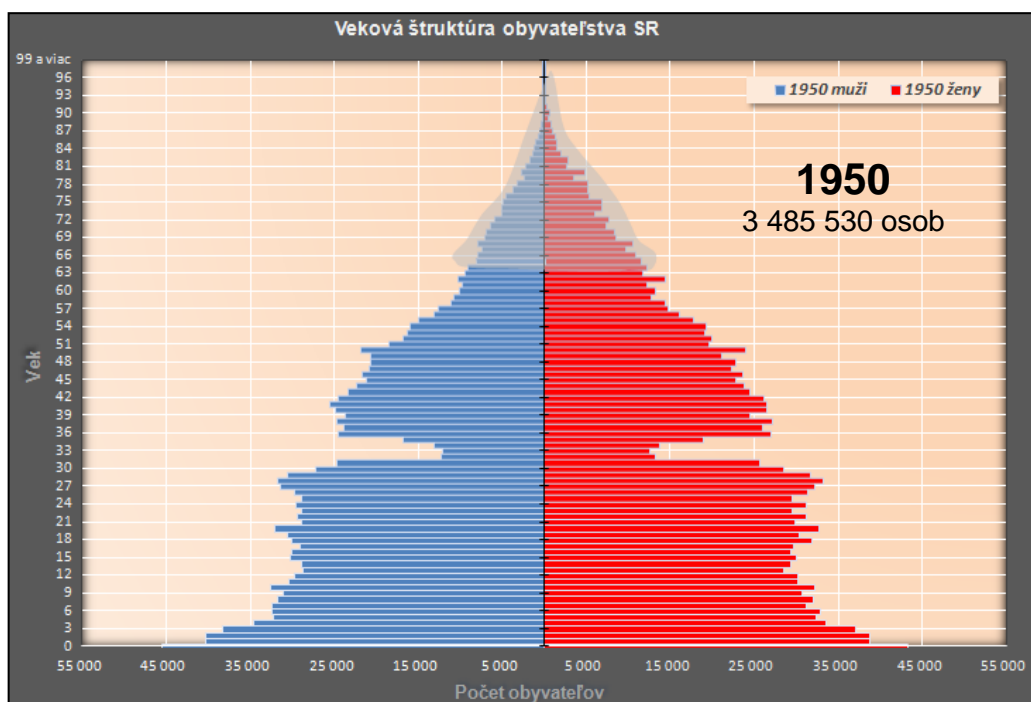
Zdroj: ČSÚ

Jak již bylo napsáno v úvodu páté kapitoly, podíl obyvatelstva ve věkové skupině 65 a více let se v populaci zvětšuje. Konkrétní počty osob věkové skupiny 65 a více let jsou následující. V roce 1950 žilo v této věkové skupině v České republice 760 600 osob (z toho 329 400 mužů a 431 300 žen) a v roce 2011 toto číslo vzrostlo na 1 701 400 osob (z toho 691 500 mužů a 1 010 000 žen). Jde tedy o nárůst počtu obyvatel ve věkové skupině 65 a více let o 940 800 osob za obě pohlaví.

5.2 Věková pyramida SR

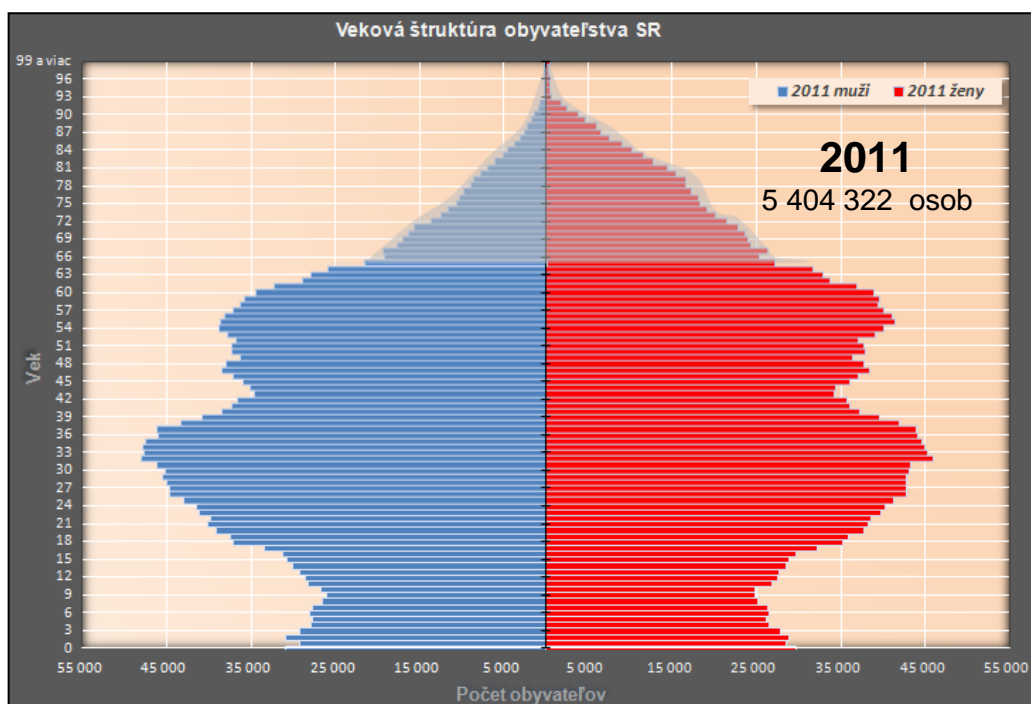
Následující dva obrázky znázorňují věkové pyramidy Slovenské republiky. Obrázek 26 představuje grafické znázornění věkové struktury z roku 1950 a obrázek 27 grafické znázornění věkové struktury v roce 2011.

Na obrázku 26 je zvýrazněna věková skupina 65 a více let. Konkrétní počty osob této věkové skupiny jsou následující. V roce 1950 žilo ve věkové skupině 65 a více let ve Slovenské republice 232 719 osob (z toho 99 005 mužů a 133 714 žen) a v roce 2011 (obrázek 27) toto číslo vzrostlo na 690 662 osob (z toho 260 085 mužů a 430 577 žen). Jedná se tedy o nárůst počtu obyvatel ve věkové skupině 65 a více let o 457 943 osob za obě pohlaví.



Obrázek 26: Věková pyramida SR v roce 1950, pro věkovou skupinu 65 a více let

Zdroj: SÚ SR



Obrázek 27: Věková pyramida SR v roce 2011, pro věkovou skupinu 65 a více let

Zdroj: SÚ SR

Při porovnání věkových pyramid Slovenské republiky v letech 1950 a 2011 je patrné výrazné zvětšování vrchní části pyramidy, a dle názoru autorky diplomové práce, je tento rozdíl u Slovenské republiky znatelnější než u České republiky. Dá se předpokládat, že trend zvětšování horní části věkové pyramidy bude i nadále pokračovat. Lze tak usuzovat na základě predikce dalšího vývoje střední délky života při narození. Lze také předpokládat, že Slovenská republika bude vykazovat v roce 2022 – v posledním predikovaném roce - starší věkovou strukturu než Česká republika. Je třeba podotknout, že tyto předpoklady jsou pouze subjektivním názorem autorky diplomové práce.

5.3 Demografické změny

Stárnutí obyvatelstva v České a Slovenské republice představuje demografický problém, kterým by se rozhodně měly zabývat společnosti sledovaných zemí. V posledních letech se mění úmrtnostní poměry, lépe řečeno, zlepšují se úmrtnostní poměry, a to především v důsledku stále kvalitnější lékařské péče a její dostupnosti. Zlepšení úmrtnostních poměrů je také důsledkem vývoje nových moderních přístrojů, nových či lepších metod v oblasti lékařství a zdravotnictví, a toho, že se na trhu neustále objevují nové druhy léčiv. Na zlepšení úmrtnostních poměrů se také okrajově podílí aktuálně lepší kvalita života obyvatel, změna

životního stylu a především **kvalita životního prostředí**. Aktuálně pozitivní vývoj životního prostředí lze doložit Zprávou o životním prostředí České republiky⁵⁰ za rok 2011. V uvedené zprávě jsou shrnuty aktuální poznatky o stavu a vývoji jednotlivých složek životního prostředí, vlivu hospodářských sektorů na životní prostředí, nástrojích politiky životního prostředí, dopadech současného stavu životního prostředí na lidské zdraví a ekosystémy a o stavu životního prostředí v mezinárodním kontextu.⁵⁰ Avšak z dlouhodobého hlediska je životní prostředí považováno za globální problém celého lidstva, kdy řada problémů se nedaří redukovat, a důsledkem toho jsou, mimo jiné, negativní dopady na zdraví lidské populace.

Dlouhověkost a stárnutí obyvatelstva je doprovázeno na jedné straně prodlužováním střední délky života a na straně druhé snižováním porodnosti a plodnosti.

Prodlužováním střední délky života obyvatel se zvyšuje podíl starších lidí v populaci, tedy osob ve vyšším věku (věková skupina 65 a více let). Do dnešní doby nastupují populačně silné ročníky, kterými jsou osoby narozeny především po druhé světové válce. Jedná se o početnou generaci osob narozených v 70. a 80. letech 20. století. Jak ve společnosti České republiky, tak i ve společnosti Slovenské republiky, dochází k vážné demografické změně, kterou je **snižování porodnosti**, kdy tento jev je pozorován od počátku 90. let 20. století. Prioritou mladých lidí dnešní doby zřejmě není plodit děti, ale jde spíše o priority, které nebyly do roku 1989 tak snadno uskutečnitelné, jako dnes. Jde o rozmanité možnosti studia či cestování po celém světě, získávání zkušeností, profesní růst a budování kariéry mladých lidí. Mladí lidé si chtějí život užít, dokud je to možné, a zakládání rodiny je odsunováno na neurčito. Velkou roli v tomto uvažování hrají také náklady spojené se společným bydlením a s narozením dítěte.

Se snižováním porodnosti souvisí **snižování plodnosti**, což je druhá vážná demografická změna ve společnostech sledovaných zemí, ale také ve společnostech všech ostatních vyspělých zemí. Ke snižování plodnosti přispívají faktory, jako je konzumace alkoholu, kouření, užívání některých léků a příliš stresu, který je každodenním problémem spousty pracujících osob dnešní uspěchané doby. Velice oblíbená je v dnešní době konzumace kávy, což podle autorky diplomové práce může ve velkém množství také negativně působit na plodnost. Za zmínku určitě stojí životní prostředí, které se v posledních letech mění spolu se životním stylem obyvatel. Některé vyjmenované faktory může změnit každý jednotlivec sám a ihned, ale například zhoršující se životní prostředí, v dlouhodobém horizontu, je hlubším

⁵⁰ Zpráva o životním prostředí ČR 2011. Dostupné z: [http://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/zprava_o_zivotnim_prostredi_2011/\\$FILE/OEDN-zprava_o_zivotnim_prostredi_2011-20130329.pdf](http://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/zprava_o_zivotnim_prostredi_2011/$FILE/OEDN-zprava_o_zivotnim_prostredi_2011-20130329.pdf)

problémem, který s sebou nese mnoho přímých a nepřímých následků pro celý svět. Autorka diplomové práce považuje zhoršující se životní prostředí spolu se změnou klimatu za velmi vážný problém pro mnoho dalších generací. Téma životního prostředí však není předmětem této diplomové práce.

5.4 Důchodové zajištění

Velkým problémem, dle autorky diplomové práce, je pro tuto dobu nešťastně nastavený systém financování důchodů, vzhledem k současné situaci prodlužování střední délky života.

Pokud je na tento problém nahlíženo z pohledu věkové pyramidy, lze konstatovat následující. Horní část věkové struktury se zvětšuje, čemuž se jinak říká, že dochází ke stárnutí obyvatelstva shora věkové struktury. Na druhé straně existuje jev nazývaný stárnutí obyvatelstva zdola věkové struktury, a to naopak znamená snižování dětské složky v populaci - snižuje se podíl věkové skupiny 0-14 let. Tyto jevy se vyskytují zároveň a dochází k tomu, že podíl věkové skupiny 65 a více let se zvětšuje na úkor věkové skupiny 0-14 let. Mezi těmito dvěma skupinami stojí věková skupina 15-64 let, velmi důležitá složka osob. Jedná se o skupinu osob v produktivním věku, která se snižuje a i nadále snižovat bude. Právě snižování produktivní skupiny je v rozporu s dnešním systémem financování důchodů. Tento systém je nastaven tak, že lidé v produktivním věku financují, prostřednictvím svých daní, důchody starším osobám. Na základě výše uvedeného lze konstatovat, že věková struktura není v rovnováze - výrazně roste počet osob věkové skupiny 65 a více let, snižuje se počet osob věkové skupiny 0-14 let, a tím pádem se snižuje prostřední věková skupina, skupina produktivních osob.

Z výše uvedeného vyvstává otázka, jak problém **financování důchodů** do budoucna řešit? Do úvahy připadají následující často diskutované varianty. Autorka diplomové práce se s těmito možnostmi řešení ztotožňuje.

- První možností je individuální spoření každé osoby. To znamená využití penzijních fondů k samofinancování vlastního důchodu v budoucnu. To ale neřeší stávající problém dnešní populace starších osob.
- Proto jako další vhodná možnost se jeví posunutí hranice odchodu do důchodu, čímž by se zmenšil počet osob v důchodu, a na financování by stačilo méně peněz. Pozitivem by také bylo zvýšení počtu starších pracujících osob. Na druhou stranu,

s posunem hranice odchodu do důchodu souvisí jiný možný problém, který spočívá v začlenění starších lidí do společnosti a do pracovního procesu.

- Problém financování důchodů je dále možné řešit zvýšením daní lidem v produktivním věku. Tím pádem by byl dostatek prostředků pro financování důchodů. Otázkou jsou reakce osob v produktivním věku na případné zvyšování daní.
- Proto asi nejpříznivější variantou, jak změnit systém financování důchodů, je určitým způsobem zvýšit počet lidí v produktivním věku. Toho je možné dosáhnout například imigrací, která by mohla zároveň řešit problém možného nedostatku pracovních sil na trhu práce.

5.5 Sociální zajištění

Problém financování důchodů, což bylo nastíněno v kapitole 5.4. Důchodové zajištění, úzce souvisí s problémem sociálního zajištění. V této kapitole bude objasněna sociální péče a sociální služby poskytované osobám v důchodovém věku.

Vysoký podíl starších osob v populaci bude mít za následek zvýšení tlaku na zmiňovanou sociální péči. Zapotřebí bude nejen ji poskytovat, ale i neustále zkvalitňovat a rozvíjet. To samé platí i pro sociální služby. Zákon č. 108/2006 Sb., o sociálních službách definuje pojem sociální služba a sociální péče. Do sociálních služeb se dle zmiňovaného zákona zahrnuje:

- *sociální poradenství,*
- *služby sociální péče,*
- *služby sociální prevence.*

Zákon o sociálních službách definuje pojem sociální péče následovně.

„Služby sociální péče napomáhají osobám zajistit jejich fyzickou a psychickou soběstačnost, s cílem umožnit jim v nejvyšší možné míře zapojení do běžného života společnosti, a v případech, kdy toto vylučuje jejich stav, zajistit jim důstojné prostředí a zacházení.“

Definice hovoří, mimo jiné, o zapojení osob do běžného života společnosti. A to je pro spoustu osob v důchodovém věku nesmírně důležité. Autorka diplomové práce rozdělila osoby v důchodovém věku na dvě pomyslné skupiny.

První velkou skupinou jsou osoby, které jsou sice v důchodu, ale jsou také v dobré zdravotní kondici, a z toho důvodu by tyto osoby neměly být přehlíženy, ale právě naopak by měly být začleňovány do normálního, běžného, aktivního života. I když jsou osoby v důchodovém věku méně výkonné či méně schopné, jsou to často osoby vzdělané (samozřejmě záleží na úrovni dosaženého vzdělání). Dále jsou to osoby se spoustou cenných životních zkušeností, vědomostí a dovedností, které mají zájem být pro společnost užitečnými. Proto by starším osobám měla být tato možnost umožněna. Zapojení starších osob do společnosti může pomoci celé ekonomice, trhu práce a celkové nezaměstnanosti. Využití je široké - od hlídání dětí, výpomoci v domácnosti, až po provozování činnosti v oblasti poradenství či poskytování různých konzultací (například pro příslušníky mladších generací). Pokud to zdravotní stav dovoluje, život ve stáří má být prožitý aktivním způsobem a jednotlivé státy by rozhodně měly podporovat prodlužování aktivního věku osob.

Evropská unie pomáhá starším lidem zůstat aktivní, a to prostřednictvím programů, které podporuje. Nejvyšší míra ekonomické aktivity⁵¹ starší populace (ve věku 65-69 let) v celé Evropské unii je vykazována na Islandu, v Portugalsku, Norsku a Rumunsku, a nejnižší míru ekonomické aktivity vykazuje Maďarsko, Francie, Belgie a Slovenská republika. Česká republika vykazuje srovnatelné hodnoty s Polskem a Finskem. Zmiňované země jsou přehledně uvedeny do tabulky 13, kde je zobrazeno rozdělení ekonomické aktivity mužů, žen a jejich průměrné hodnoty.

⁵¹ Práce: Míra ekonomické aktivity. *Senioři v mezinárodním srovnání 2012*. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/\\$File/e-1417-12_Pr.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/$File/e-1417-12_Pr.pdf), s. 23-24.

Tabulka 13: Míra ekonomické aktivity věkové skupiny 65-69 let

Země	Míra ekonomické aktivity věkové skupiny 65-69 let v procentech v roce 2009		
	muži	Ženy	průměr
Island	61,4	42,3	51,9
Portugalsko	29,8	22,0	25,9
Norsko	30,7	20,6	25,7
Rumunsko	28,3	23,1	25,7
Maďarsko	6,7	3,3	5,0
Francie	5,2	3,3	4,3
Belgie	6,0	1,7	3,9
SR	4,9	0,0	2,5
ČR	13,9	7,5	10,7
Polsko	13,5	6,7	10,1
Finsko	13,4	6,7	10,1

Zdroj: vlastní zpracování dle publikace Senioři v mezinárodním srovnání 2012, ze dne 30. 4. 2012⁵²

Jak je patrné z tabulky 13, míra ekonomické aktivity je vykazována o mnoho vyšší u mužů, ve všech uvedených zemích. Ekonomická aktivita žen, ve věkové skupině 65-69 let, ve srovnání s muži, vykazuje zřetelný pokles.

Druhou velkou skupinou jsou osoby, kterým zapojení do běžného života společnosti neumožňuje jejich stav (často jejich zdravotní stav). Tyto osoby jsou považovány za osoby ekonomicky závislé. Je důležité mít na paměti, že počet osob v důchodovém věku se bude neustále zvyšovat a zabezpečit všem osobám v tomto věku kvalitní sociální zajištění bude vyžadovat zvýšené náklady. Především krajské či obecní úřady zřizující domovy důchodců budou každoročně řešit problémy rostoucích cen, zvyšujících se nákladů na sociální služby a sociální péči poskytovanou osobám ve věkové skupině 65 a více let.

Nynější systém financování sociálních služeb a sociální péče je do budoucna ekonomicky neudržitelný. Z těchto důvodů je třeba kvalitního a promyšleného systému, který zabezpečí

⁵² Práce: Míra ekonomické aktivity. *Senioři v mezinárodním srovnání 2012*. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/\\$File/e-1417-12_Pr.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/$File/e-1417-12_Pr.pdf), s. 23-24.

vše potřebné, a to jak pro osoby zdravé a vitální, tak pro osoby, které sociální zajištění, především sociální péči, opravdu potřebují.

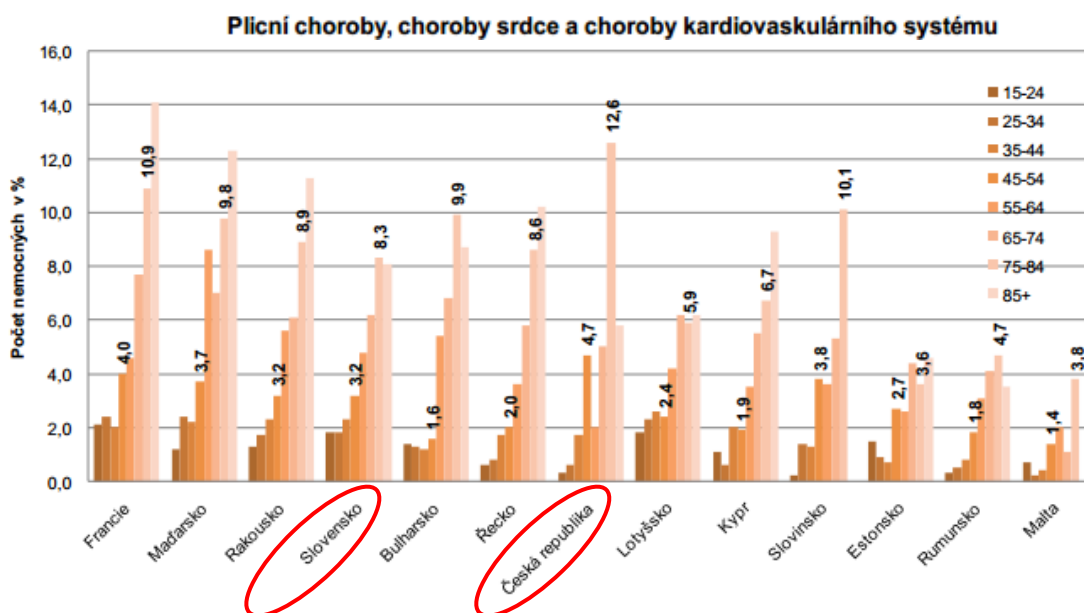
Za zmínku určitě stojí **rodinné problémy** či mezigenerační vztahy, které jsou v dnešní době nemalým problémem, a o kterém se až tak moc na veřejnosti nemluví. Jedná se o situaci, kdy osoby dnešní starší generace (65 a více let) pracovaly celý život, aby si vybudovaly určitou pozici, aby dosáhly svých životních cílů, aby měly možnost vlastnit movitosti či nemovitosti. Samozřejmě každý rodič chce pro své děti to nejlepší, tudíž pokud to finanční situace rodiny umožňuje, dětem je dopřáno víceméně bezplatného studia, různých volnočasových aktivit, cestování, bydlení a mnoho dalšího. Vše vyjmenované sponzorují rodiče svým dětem, o které se starají až do plnoletosti, často i déle. Je ale třeba podotknout, že mladí lidé by si měli vážit toho všeho, co pro ně rodiče dělají, a náležitým způsobem by měli svým rodičům poděkovat. Bohužel dnešní mladá generace si toto neuvědomuje a v době plnoletosti, kdy se mladí lidé osamostatní, začínají mít svůj život a na rodiče se jaksi zapomíná. Dle názoru autorky diplomové práce by bylo dobré, aby se mladá generace postarala o své rodiče v době jejich stáří. Mladí lidé by lidem starším měli vyjádřit velký dík za péči po dobu jejich mládí, a to například tím, že se budou zapojovat do různých aktivit spojených s péčí o tyto starší osoby. Tímto způsobem tak mají možnost dát svým rodičům najevo, že si váží všeho, co pro ně kdy udělali.

5.6 Zdravotní péče

Tak jako je potřeba kvalitní sociální péče, tak je třeba i kvalitní zdravotní péče. Zdravotní péče je nepostradatelná napříč celou společností, ve všech věkových skupinách, ale pro osoby ve věkové skupině 65 a více let je potřeba zdravotní péče často mnohem více, a to vzhledem k trendu neustálého prodlužování střední délky života a narůstajících zdravotních problémů. Obzvláště pro osoby, které jsou trvale závislé na pomoci druhých, či osoby, které již nejsou schopné začlenit se do společnosti, bude zdravotní péče hrát velkou roli. Dle predikce, provedené v kapitole 4 Predikce vývoje v ČR a SR, se bude do budoucna střední délka života prodlužovat. Osob ve věkové skupině 65 a více let bude přibývat, což bude mít za následek tlak na financování zdravotní péče. Této oblasti bude muset být do budoucna věnována větší pozornost.

Potřeba kvalitní zdravotní péče dokazuje následující obrázek 28, zveřejněný Českým statistickým úřadem v dubnu 2012. Obrázek 28 interpretuje výskyt nejčastějších vážných

chorob ve vybraných zemích EU v populaci od 15 do 85 a více let. Červeně jsou zvýrazněny zkoumané země Česká a Slovenská republika. Z obrázku 28 je patrné, že nejčastějšími chorobami, které postihují populaci obyvatel ve vybraných zemích EU, včetně České a Slovenské republiky, je výskyt chorob plicních, chorob srdce a chorob kardiovaskulárního systému.



Obrázek 28: Nejčastější choroby osob ve vybraných zemích EU

Zdroj: ČSÚ⁵³

Česká republika

Jak je patrné z obrázku 28, v populaci České republiky trpí na plicní choroby, nemoci srdce a kardiovaskulární problémy, nejvíce osob v rozmezí 75-84 let. V roce 2012 počet nemocných osob v populaci dosáhl 12,6 %. V porovnání s ostatními vybranými zeměmi Evropské unie je tato hodnota výrazně vyšší. Toto číslo považuje autorka diplomové práce za alarmující. Ve srovnání s ostatními vybranými zeměmi je také v České republice výrazněji ohrožena skupina 45-54 let, kdy se sledované choroby vyskytují u počtu 4,7 % osob z celé populace.

Slovenská republika

Ve Slovenské republice se žádné výrazné rozdíly nevyskytují. Vyšší nárůst sledovaných nemocí je ve Slovenské republice patrný v rozmezí 75-84 let, stejně jako u České republiky.

⁵³ Zdraví: Choroby. *Senioři v mezinárodním srovnání 2012*. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432E/\\$File/e-1417-12_Zd.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432E/$File/e-1417-12_Zd.pdf), s. 38.

Pouze toto číslo dosahuje menší hodnoty, konkrétně 8,3 %, a o něco nižší číslo vykazuje skupina osob 85 a více let. Ve Slovenské republice je zaznamenán výraznější výskyt sledovaných chorob i v mladší části populace.

Autorka diplomové práce, na základě analýzy obrázku 28, navrhuje následující. Kvalitní zdravotní péče je samozřejmě základem, ale aby se předcházelo závažným onemocněním, nesmí se zanedbávat preventivní prohlídky. Za hlavními faktory, které následně vedou k různým chorobám a špatnému zdravotnímu stavu obyvatel, jsou považovány nevhodné stravovací návyky, kouření, alkohol, drogy a nedostatečný pohyb všech věkových skupin. Proto je nezbytné odstraňovat, nebo alespoň postupně omezovat, všechny výše zmíněné špatné aspekty. Pro obě sledované země je velice důležité dbát na prevenci zdraví, a to již u nejmladší populace osob.

Zvýšený počet chorob u osob do 54 let věku ve Slovenské republice, který je vidět na obrázku 28, zřejmě znamená, že některá složka správného fungování zdravotní péče není dostatečně zabezpečena. Druhá možnost zvýšeného počtu chorob u osob sledovaných zemí může být důsledkem výše zmiňované zanedbávané prevence. Samozřejmostí by měla být podpora péče o zdraví a dále podpora výchovy ke zdravému způsobu života, a to nejen u dětí ve školním věku, ale napříč celou společností České i Slovenské republiky.

ZÁVĚR

Diplomová práce, která se zabývala trendem střední délky života a jejími důsledky v České a Slovenské republice, byla rozdělena do pěti základních kapitol.

V úvodu první kapitoly bylo velmi krátce pojednáno o lidské populaci na celém světě. Z této části stojí za zmínku studie provedená Organizací spojených národů, která pojednávala o rychlém nárůstu obyvatel ve skupině osob nad 60 let, kam se řadí cca 630 milionů osob, což odpovídá každému desátému člověku. V roce 2050 to bude každá pátá osoba (celkově cca dvě miliardy osob) a za dalších sto let se bude do skupiny 60 a více let řadit každý třetí člověk. Pokud se tato prognóza vyplní, ponese s sebou spoustu důsledků spojených se stárnutím populace a dlouhověkostí, což je velmi diskutované téma dnešní doby, a je třeba mít na paměti, že problémy na toto téma budou řešeny i po mnoho dalších let v budoucnu. V dalším textu bylo uvedeno srovnání střední délky života jednotlivých států Evropské unie, kde bylo názorně ukázáno, na které pozici se nachází Česká a Slovenská republika v porovnání s ostatními státy. Hlavní náplní první kapitoly byly vybrány demografické pojmy související se střední délkou života. Do závěru kapitoly byl zařazen pojem gerontologie, zkoumající problematiku života starých lidí a života ve stáří, což bylo částečně náplní poslední kapitoly diplomové práce.

Druhá kapitola diplomové práce se zabývala obecnou problematikou úmrtnostních tabulek, kde byly nejprve teoreticky popsány vybrané klíčové ukazatele, potřebné ke konstrukci úmrtnostních tabulek, a následně byl uveden postup pro samotné sestavování a výpočet úplných úmrtnostních tabulek. V další části byly okomentovány základní metody používané při graduaci úmrtnostních tabulek, včetně nejčastěji využívaných vzorců. V závěru druhé kapitoly byla předvedena, za pomoci vlastně zpracovaného ukázkového příkladu, graduace měr úmrtnosti ve vysokém věku pomocí Gompertzovy-Makehamovy funkce (nejpoužívanější metody pro vyhlazování měr úmrtnosti ve vysokém věku).

Hlavní náplní třetí kapitoly byla analýza trendů střední délky života při narození v České a Slovenské republice. Za pomoci dostupných dat ze statistického úřadu České a Slovenské republiky byly postupně okomentovány a následně porovnávány trendy střední délky života jednotlivých zemí a pohlaví v letech 1920-2011.

Ve čtvrté kapitole byly předloženy nejprve vybrané teoretické modely používané pro predikci dalšího vývoje střední délky života při narození, a následně byly tyto modely využity pro výpočty vlastní predikce. Predikce střední délky života při narození byla provedena za

pomocí statistického softwarového programu Statgraphics Centurion, kde jako nejvhodnější z vybraných testovaných modelů byl zvolen Holtův model lineárního exponenciálního vyrovnávání s parametry α a β . A to z důvodu, že pro všechny sledované kategorie, tedy pro muže a ženy České republiky a muže a ženy Slovenské republiky, vykazoval Holtův model nejlepší, respektive nejnižší hodnoty průměrných charakteristik chyb předpovědí. Výsledky predikce jednotlivých zkoumaných kategorií byly rozebrány a porovnány s výsledky predikce Lee-Carterova modelu, dalšího často používaného modelu pro predikci střední délky života. Z důvodu rozsahu diplomové práce byly predikované hodnoty Lee-Carterova modelu převzaty z publikace zabývající se predikcí střední délky života právě pomocí tohoto modelu. Dále byla vlastní predikce střední délky života při narození porovnána se zveřejněnými predikovanými hodnotami Evropské komise.

Vzhledem k tomu, že byla predikce provedena již od roku 2010, vznikla tímto možnost porovnat predikované hodnoty střední délky života při narození pomocí Holtova exponenciálního vyrovnávání s reálnými hodnotami střední délky života při narození pro všechny sledované kategorie v letech 2010 a v roce 2011 (střední délka života za rok 2011 je posledním, nejnovějším zveřejněným údajem v době zpracovávání diplomové práce).

Závěrečná pátá kapitola se zabývala sociálními důsledky dlouhověkosti a problémem stárnutí populace, který se týká nejen České a Slovenské republiky, ale všech vyspělých zemí. Do této kapitoly byly zařazeny důsledky, v podobě vybraných problémů souvisejících s dlouhověkostí a prodlužováním střední délky života. Za tyto problémy považuje autorka diplomové práce v první řadě změny věkových pyramid České a Slovenské republiky, dále zlepšování úmrtnostních poměrů, snižování porodnosti a plodnosti, problém týkající se financování důchodů, problémy spojené se sociální péčí, včetně rodinných a mezigeneračních vztahů, a také problém související se zajištěním kvalitní zdravotní péče pro osoby ve věkové skupině 65 a více let.

Na základě výše uvedeného lze konstatovat, že důsledky prodlužování střední délky života se budou týkat v první řadě demografické oblasti, dále oblasti ekonomické a sociální oblasti a bezpochyby také oblasti společenského života všech lidí v České i Slovenské republice.

Cíl diplomové práce stanovený v úvodu byl v těchto kapitolách naplněn. Analýza trendu vývoje střední délky života při narození v České a Slovenské republice pro muže a ženy byla provedena v kapitole třetí, a to na základě publikovaných úmrtnostních tabulek sledovaných zemí v letech 1920-2011. V kapitole čtvrté byl predikován další vývoj střední délky života při narození pro muže a ženy v České a Slovenské republice

na dalších 21 let. Analýza sociálních důsledků prodloužení života, což bylo také součástí diplomové práce, byla naplněna v kapitole páté.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] ARLT, Josef, M. ARLTOVÁ a E. RUBLÍKOVÁ. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*. Vyd. 2. Praha: Oeconomica, 2004. 146 s. ISBN 80-245-0777-3. Skripta VŠE Praha. VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE.
- [2] ARLTOVÁ, Markéta a J. ARLT. *Statistika: Grafické metody analýzy ekonomických časových řad* [online]. Praha: Český statistický úřad, 1995 [cit. 2013-04-10]. ISBN 0322-788X. Dostupné z: http://nb.vse.cz/~arlt/publik/AA_GMAEGR_95.pdf
- [3] BENJAMIN, B., J. H. POLLARD. *The analysis of Mortality and other acturial statistics*. Oxford: Butterworth-Heinemann Ltd., 1993. ISBN 07-506-0850-1.
- [4] CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*. 1. vyd. Praha: Grada, 2006, 374 s. ISBN 80-247-1633-X.
- [5] CIPRA, Tomáš. *Pojistná matematika: teorie a praxe*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Ekopress, c2006, 411 s. ISBN 80-869-2911-6.
- [6] ČERNAYOVÁ, Petra. *Riziko dlouhověkosti*. Česká společnost aktuárů [online]. 2011 [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: http://www.actuaria.cz/upload/Riziko%20dlouhov%C4%9Bkosti_final_2.pdf
- [7] ČEVELA, Rostislav, Z. KALVACH a L. ČELEDVÁ. *Sociální gerontologie: úvod do problematiky*. 1. vyd. Praha: Grada, 2012, 263 s. ISBN 978-802-4739-014.
- [8] ČSÚ statistiky nezkrsluje. Český statistický úřad [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: http://www.czso.cz/csu/tz.nsf/i/csu_statistiky_nezkrsluje20121001
- [9] *Dekompoziční metody pro časové řady s nepravidelně pozorovanými hodnotami*. Praha, 2007. Dostupné z: https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.quantitative.cz%2Ffile%2F59%2Fdecomposition-methods-for-time-series-with-irregular-observations-tomas-hanzak-2007-in-czech.pdf&ei=QPFhUfrPH5P34QSeWlhwBA&usg=AFQjCNHw5vb6xFVIHZ_CmSt2qE0FaEM-DA&sig2=-aRYI5Pqx8CPkhIeZIV58w&bvm=bv.44770516,d.bGE. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze.
- [10] *Demografické souvislosti stárnutí*. DIMITROVÁ, Michaela. Centrum pro výzkum veřejného mínění [online]. 2007 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: <http://cvvm.soc.cas.cz/2007-1/demograficke-souvislosti-starnuti>
- [11] DOSTÁL, Petr. *Pokročilé metody manažerského rozhodování: konkrétní příklady využití metod v praxi*. 1. vyd. Praha: Grada, 2005, 166 s. ISBN 80-247-1338-1.

- [12] FIALA, Tomáš. *Výpočty aktuárské demografie v tabulkovém procesoru*. Vyd. 1. Praha: oeconomica, 2005, 177 s. ISBN 80-245-0821-4.
- [13] HAŠKOVCOVÁ, Helena. *Manuálek sociální gerontologie*. Vyd. 1. Brno: institut pro další vzdělávání pracovníků ve zdravotnictví, 2002, 72 s. České ošetřovatelství, 10. ISBN 80-701-3363-5.
- [14] HOLMEROVÁ, Iva, B. JURAŠKOVÁ a K. ZIKMUNDOVÁ. *Vybrané kapitoly z gerontologie*. 3., přeprac. a dopl. vyd. Praha: EV public relations, 2007, 143 s. ISBN 978-80-254-0179-8.
- [15] JENÍČEK, Vladimír. *Globální problémy a světová ekonomika*. Vyd. 1. Praha: C. H. Beck, 2003, xvii, 269 s. ISBN 80-717-9795-2.
- [16] JINDROVÁ, Pavla a O. SLAVÍČEK. *Řízení a modelování finančních rizik: Vývoj a predikce střední délky života vybraných evropských zemí*. Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava, 2012. ISBN ISBN 978-80-248-2835-0.
- [17] KALIBOVÁ, Květa, A. VODÁKOVÁ, Z. PAVLÍK. *Demografie (nejen) pro demografy*. Praha: Sociologické nakladatelství, 2009, 241 s. ISBN 978-807-4190-124.
- [18] KING, Maxwell L. *Exponential smoothing model selection for forecasting*. ResearchGate [online]. 2012 [cit. 2013-04-08]. Dostupné z: http://www.researchgate.net/publication/223458328_Exponential_smoothing_model_selection_for_forecasting
- [19] LANGHAMROVÁ, Jitka a E. KAČEROVÁ. *Demografie: materiály ke cvičením*. 3. vyd. v Praze: oeconomica, 2010, 89 s. ISBN 978-802-4513-898.
- [20] LANGHAMROVÁ, Jitka. *Demografie: učební text pro předmět u017*. Vyd. 1. Praha [i.e. Brno]: Tribun EU, 2007, 42 s. Knihovnicka.cz. ISBN 978-80-7399-218-7.
- [21] *Naděje dožití v okresech ČR a její vývoj v uplynulých dvaceti letech*. Český statistický úřad [online]. 2002 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: <http://www.czso.cz/cz/cisla/1/11/111502/analyza.htm>
- [22] PACÁKOVÁ, Viera. UPCE. *Analytické metody graduace: Teoretický návod vyrovnání specifických měr úmrtnosti Gompertzovou-Makehamovou funkcí*. Pardubice, 2013. Přednášky z předmětu Aktuárská demografie.
- [23] *Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011*. Bratislava: INFOSTAT, 2012. ISBN 978-80-89398-21-8. Dostupné z: http://www.infostat.sk/vdc/pdf/Pop_vyvoj_2011_def.pdf
- [24] *Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011*. INFOSTAT [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: http://www.infostat.sk/vdc/sk/index.php?option=com_content&task=view&id=16&Itemid=16

- [25] *Práce: Míra ekonomické aktivity. Senioři v mezinárodním srovnání 2012* [online]. 2012, s. 30 [cit. 2013-04-13]. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/\\$File/e-1417-12_Pr.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432D/$File/e-1417-12_Pr.pdf)
- [26] *Statistika & My* [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. ISSN 1804-7149. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/140025BFE0/\\$File/1804120637.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/140025BFE0/$File/1804120637.pdf)
- [27] *Statistika & My* [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. ISSN 1804-7149. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/71003E961A/\\$File/1804120935.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/71003E961A/$File/1804120935.pdf)
- [28] *The 2012 Ageing Report: Economic and budgetary projections for the 27 EU Member States (2010-2060)* [online]. EU, 2012 [cit. 2013-04-17]. ISBN 978-92-79-22850-6. Dostupné z: http://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2012/pdf/ee-2012-2_en.pdf
- [29] *Úmrtnostní tabulky - metodika*. Český statistický úřad [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/umrtnostni_tabulky_metodika
- [30] VAŇO, Boris, D. JURČOVÁ, J. MÉSZÁROS, V. PILINSKÁ, M. POTANČOKOVÁ a B. ŠPROCHA. *Populačný vývoj v Slovenskej republike 2011*. Bratislava: INFOSTAT, 2012. ISBN 978-80-89398-21-8.
- [31] *Věková skladba obyvatelstva ČR, 1945-2011*. Český statistický úřad [online]. 2012 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/vekova_skladba_obyvatelstva_cr
- [32] *Vekové pyramidy obyvatelstva SR, 1945-2011*. Bratislava: Štatistický úrad SR, 2012. Dostupné z: <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=38645>
- [33] Zákon č. 108/2006 Sb. ze dne 14. března 2006, o sociálních službách. In *Sbírka zákonů České republiky*. 2006, částka 37.
- [34] *Zdraví: Choroby. Senioři v mezinárodním srovnání 2012* [online]. 2012, s. 51 [cit. 2013-04-13]. Dostupné z: [http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432E/\\$File/e-1417-12_Zd.pdf](http://www.czso.cz/csu/2012edicniplan.nsf/t/FE0041432E/$File/e-1417-12_Zd.pdf)
- [35] *Zemřelí*. Český statistický úřad [online]. 2001 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: <http://www.czso.cz/cz/cisla/0/02/020100/zemreli.htm>
- [36] *Změny ve složení obyvatelstva na regionální úrovni*. Eurostat [online]. 2013 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/Population_change_at_regional_level/cs#Dal.C.5.A1.C3.AD_informace_z_Eurostatu
- [37] *Zpráva o životním prostředí ČR 2011*. Praha: CENIA, česká informační agentura životního prostředí, 2011. ISBN 978-80-85087-14-7. Dostupné z: [http://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/zprava_o_zivotnim_prostredi_2011/\\$FILE/OEDN-zprava_o_zivotnim_prostredi_2011-20130329.pdf](http://www.mzp.cz/C1257458002F0DC7/cz/zprava_o_zivotnim_prostredi_2011/$FILE/OEDN-zprava_o_zivotnim_prostredi_2011-20130329.pdf)

SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha A Úmrtnostní tabulka pro ženy v ČR pro rok 2011, dle ČSÚ
- Příloha B Úmrtnostní tabulka pro muže v ČR pro rok 2011, dle ČSÚ
- Příloha C Úmrtnostní tabulka pro ženy v SR pro rok 2011, dle SÚ SR
- Příloha D Úmrtnostní tabulka pro muže v SR pro rok 2011, dle SÚ SR
- Příloha E Gompertz-Makeham
- Příloha F Hodnoty SDŽ při narození - ČR a SR

PŘÍLOHY

2011 I.17.01 Podrobné úmrtnostní tabulky - ženy

Complete life tables: females

Věk Age	Ženy Females							
	Dx	Px	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	124	55470	0,002345	100000	234	99805	8074067	80,74
1	12	58701	0,000204	99766	20	99755	7974262	79,93
2	5	59684	0,000084	99745	8	99741	7874507	78,95
3	8	58922	0,000136	99737	14	99730	7774766	77,95
4	2	55363	0,000088	99723	9	99719	7675036	76,96
5	8	51429	0,000097	99714	10	99710	7575317	75,97
6	3	48902	0,000091	99705	9	99700	7475607	74,98
7	4	46727	0,000079	99696	8	99692	7375907	73,98
8	3	45671	0,000038	99688	4	99686	7276215	72,99
9	0	44952	0,000036	99684	4	99682	7176529	71,99
10	2	44179	0,000055	99680	5	99678	7076847	71,00
11	4	43688	0,000075	99675	8	99671	6977170	70,00
12	7	43770	0,000133	99667	13	99661	6877498	69,00
13	5	44028	0,000172	99654	17	99646	6777838	68,01
14	11	44248	0,000199	99637	20	99627	6678192	67,03
15	10	45575	0,000233	99617	23	99606	6578565	66,04
16	12	49688	0,000261	99594	26	99581	6478959	65,05
17	16	55949	0,000253	99568	25	99555	6379378	64,07
18	14	59817	0,000247	99543	25	99530	6279823	63,09
19	14	61729	0,000206	99518	20	99508	6180292	62,10
20	12	64225	0,000197	99498	20	99488	6080784	61,11
21	12	64914	0,000267	99478	27	99465	5981296	60,13
22	24	66139	0,000318	99452	32	99436	5881832	59,14
23	29	66923	0,000337	99420	34	99403	5782396	58,16
24	17	67074	0,000314	99386	31	99371	5682993	57,18
25	15	68520	0,000259	99355	26	99342	5583622	56,20
26	17	69584	0,000228	99330	23	99318	5484279	55,21
27	19	69911	0,000235	99307	23	99295	5384961	54,23
28	17	71156	0,000261	99284	26	99271	5285666	53,24
29	17	72366	0,000267	99258	26	99244	5186395	52,25
30	27	74571	0,000314	99231	31	99216	5087151	51,27
31	25	80662	0,000356	99200	35	99182	4987935	50,28
32	39	86353	0,000392	99165	39	99145	4888752	49,30
33	33	88464	0,000419	99126	42	99105	4789607	48,32
34	42	90309	0,000458	99084	45	99062	4690502	47,34
35	48	92402	0,000502	99039	50	99014	4591440	46,36
36	50	93707	0,000568	98989	56	98961	4492426	45,38
37	60	90773	0,000605	98933	60	98903	4393465	44,41
38	54	83626	0,000688	98873	68	98839	4294562	43,43
39	57	77397	0,000761	98805	75	98768	4195722	42,46
40	68	73830	0,000852	98730	84	98688	4096955	41,50
41	63	70838	0,000907	98646	89	98601	3998267	40,53
42	73	67836	0,001099	98557	108	98502	3899665	39,57
43	71	66300	0,001183	98448	116	98390	3801163	38,61
44	110	66896	0,001336	98332	131	98266	3702773	37,66
45	83	68706	0,001511	98200	148	98126	3604507	36,71
46	122	71630	0,001608	98052	158	97973	3506381	35,76
47	132	72135	0,001691	97894	166	97811	3408408	34,82
48	113	67636	0,001825	97729	178	97640	3310596	33,88
49	132	63421	0,001988	97550	194	97453	3212957	32,94
50	127	62132	0,002234	97356	217	97248	3115504	32,00
51	172	61172	0,002596	97139	252	97013	3018256	31,07
52	178	63839	0,002848	96887	276	96749	2921243	30,15
53	222	69150	0,003167	96611	306	96458	2824494	29,24

2011 I.17.01 Podrobné úmrtnostní tabulky - ženy

Complete life tables: females

Věk Age	Ženy Females							
	Dx	Px	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
54	242	73097	0,003380	96305	326	96142	2728037	28,33
55	287	74979	0,003731	95979	358	95800	2631895	27,42
56	314	75834	0,004230	95621	404	95419	2536095	26,52
57	361	76330	0,004833	95217	460	94987	2440676	25,63
58	436	77512	0,005315	94757	504	94505	2345689	24,75
59	461	78817	0,005891	94253	555	93975	2251184	23,88
60	485	78412	0,006394	93698	599	93398	2157209	23,02
61	546	76613	0,006857	93098	638	92779	2063811	22,17
62	576	76763	0,007472	92460	691	92115	1971032	21,32
63	649	79306	0,008341	91769	765	91386	1878917	20,47
64	731	79602	0,009246	91004	841	90583	1787531	19,64
65	754	70776	0,010244	90162	924	89701	1696948	18,82
66	725	64518	0,011122	89239	993	88742	1607247	18,01
67	780	64464	0,012234	88246	1080	87706	1518505	17,21
68	794	59450	0,013662	87167	1191	86571	1430798	16,41
69	855	54178	0,015261	85976	1312	85320	1344227	15,63
70	901	51937	0,016829	84664	1425	83951	1258907	14,87
71	874	48132	0,018358	83239	1528	82475	1174956	14,12
72	882	44072	0,019757	81711	1614	80904	1092481	13,37
73	922	41380	0,022046	80096	1766	79213	1011578	12,63
74	981	39496	0,025073	78331	1964	77349	932365	11,90
75	1132	38563	0,028289	76367	2160	75286	855016	11,20
76	1233	38075	0,031497	74206	2337	73038	779730	10,51
77	1337	37524	0,035690	71869	2565	70586	706692	9,83
78	1499	37537	0,040594	69304	2813	67897	636106	9,18
79	1795	37032	0,046779	66491	3110	64935	568208	8,55
80	1974	35788	0,053862	63380	3414	61673	503273	7,94
81	2147	33339	0,061754	59966	3703	58115	441600	7,36
82	2253	30420	0,070191	56263	3949	54289	383485	6,82
83	2374	27775	0,079582	52314	4163	50232	329196	6,29
84	2402	25127	0,090250	48151	4346	45978	278964	5,79
85	2424	22600	0,102550	43805	4492	41559	232986	5,32
86	2483	20189	0,116635	39313	4585	37020	191427	4,87
87	2461	17701	0,132579	34728	4604	32426	154406	4,45
88	2340	14958	0,150582	30124	4536	27855	121981	4,05
89	2153	12016	0,170847	25587	4372	23402	94125	3,68
90	1803	8960	0,193584	21216	4107	19162	70724	3,33
91	1429	5976	0,218991	17109	3747	15236	51561	3,01
92	727	3338	0,247256	13362	3304	11710	36326	2,72
93	517	1793	0,278536	10058	2802	8657	24616	2,45
94	406	1486	0,312946	7257	2271	6121	15958	2,20
95	397	1224	0,350538	4986	1748	4112	9837	1,97
96	434	1184	0,391282	3238	1267	2605	5725	1,77
97	327	872	0,435039	1971	857	1542	3120	1,58
98	219	615	0,481541	1114	536	845	1578	1,42
99	132	354	0,530362	577	306	424	733	1,27
100	87	231	0,580909	271	158	192	308	1,14
101	60	95	0,632409	114	72	78	116	1,02
102	28	66	0,683919	42	29	27	38	0,92
103	11	20	0,734353	13	10	8	11	0,82
104	13	28	0,782539	4	3	2	3	0,72
105	10	20	1,000000	1	1	0	0	0,50

2011 I.16.01 Podrobné úmrtnostní tabulky - muži

Complete life tables: males

Věk Age	Muži Males							
	Dx	Px	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
0	174	58500	0,003119	100000	312	99735	7469443	74,69
1	15	61514	0,000244	99688	24	99676	7369708	73,93
2	13	62386	0,000208	99664	21	99653	7270032	72,95
3	11	61618	0,000179	99643	18	99634	7170379	71,96
4	11	58196	0,000150	99625	15	99618	7070744	70,97
5	6	54359	0,000109	99610	11	99605	6971127	69,98
6	2	51677	0,000080	99599	8	99595	6871522	68,99
7	4	49476	0,000073	99591	7	99588	6771926	68,00
8	5	48244	0,000098	99584	10	99579	6672338	67,00
9	6	47502	0,000107	99574	11	99569	6572759	66,01
10	5	47047	0,000107	99564	11	99558	6473190	65,02
11	3	46398	0,000095	99553	9	99548	6373632	64,02
12	6	46115	0,000097	99544	10	99539	6274083	63,03
13	4	46444	0,000105	99534	10	99529	6174545	62,03
14	7	46649	0,000117	99523	12	99518	6075016	61,04
15	7	48166	0,000163	99512	16	99504	5975498	60,05
16	13	52418	0,000311	99496	31	99480	5875995	59,06
17	29	58772	0,000475	99465	47	99441	5776514	58,08
18	46	62886	0,000662	99417	66	99385	5677073	57,10
19	49	65122	0,000816	99352	81	99311	5577689	56,14
20	59	67302	0,000839	99271	83	99229	5478378	55,19
21	60	67430	0,000831	99187	82	99146	5379149	54,23
22	49	68803	0,000848	99105	84	99063	5280003	53,28
23	60	70269	0,000777	99021	77	98982	5180940	52,32
24	59	71188	0,000748	98944	74	98907	5081958	51,36
25	45	72757	0,000802	98870	79	98830	4983051	50,40
26	62	73981	0,000761	98791	75	98753	4884220	49,44
27	67	74435	0,000766	98715	76	98678	4785467	48,48
28	50	75392	0,000841	98640	83	98598	4686790	47,51
29	67	76508	0,000870	98557	86	98514	4588192	46,55
30	81	79462	0,000928	98471	91	98425	4489678	45,59
31	84	85972	0,000991	98380	97	98331	4391252	44,64
32	87	91395	0,000940	98282	92	98236	4292921	43,68
33	84	93409	0,000918	98190	90	98145	4194685	42,72
34	88	95384	0,000974	98100	96	98052	4096541	41,76
35	109	97232	0,001098	98004	108	97950	3998489	40,80
36	124	98655	0,001237	97896	121	97836	3900539	39,84
37	134	96375	0,001360	97775	133	97709	3802703	38,89
38	125	89024	0,001414	97642	138	97573	3704994	37,94
39	125	81933	0,001489	97504	145	97432	3607421	37,00
40	125	77917	0,001740	97359	169	97274	3509989	36,05
41	148	75022	0,002007	97190	195	97092	3412715	35,11
42	180	71869	0,002234	96995	217	96886	3315623	34,18
43	161	69988	0,002383	96778	231	96663	3218737	33,26
44	174	70365	0,002541	96547	245	96425	3122074	32,34
45	194	71981	0,002827	96302	272	96166	3025649	31,42
46	250	75095	0,003107	96030	298	95880	2929484	30,51
47	278	75122	0,003601	95731	345	95559	2833603	29,60
48	252	69893	0,004031	95387	385	95194	2738044	28,70
49	325	65268	0,004490	95002	427	94789	2642850	27,82
50	314	63819	0,005141	94576	486	94332	2548061	26,94
51	372	62768	0,006010	94089	566	93807	2453729	26,08
52	442	64359	0,006820	93524	638	93205	2359922	25,23
53	539	68863	0,007548	92886	701	92535	2266718	24,40

2011 I.17.01 Podrobné úmrtnostní tabulky - muži

Complete life tables: females

Věk Age	Ženy Females							
	Dx	Px	qx	lx	dx	Lx	Tx	ex
54	607	72167	0,008271	92185	762	91804	2174182	23,59
55	619	73222	0,008960	91422	819	91013	2082379	22,78
56	758	73396	0,009869	90603	894	90156	1991366	21,98
57	803	73377	0,011098	89709	996	89211	1901210	21,19
58	930	73849	0,012474	88713	1107	88160	1811998	20,43
59	1024	73772	0,013662	87607	1197	87008	1723838	19,68
60	1088	72699	0,014795	86410	1278	85771	1636830	18,94
61	1144	70478	0,016130	85132	1373	84445	1551059	18,22
62	1207	69982	0,017528	83758	1468	83024	1466614	17,51
63	1430	71362	0,019345	82290	1592	81494	1383590	16,81
64	1471	70075	0,021072	80698	1700	79848	1302096	16,14
65	1432	60782	0,022911	78998	1810	78093	1222247	15,47
66	1329	54346	0,024569	77188	1896	76240	1144154	14,82
67	1450	53763	0,026522	75292	1997	74293	1067915	14,18
68	1400	48778	0,027894	73295	2044	72272	993622	13,56
69	1329	43604	0,029905	71250	2131	70185	921349	12,93
70	1305	41191	0,032429	69119	2241	67999	851164	12,31
71	1347	36996	0,035249	66878	2357	65699	783166	11,71
72	1296	32675	0,037506	64521	2420	63311	717466	11,12
73	1231	30057	0,040798	62101	2534	60834	654156	10,53
74	1194	27710	0,043760	59567	2607	58264	593322	9,96
75	1347	26284	0,048429	56960	2759	55581	535058	9,39
76	1368	25301	0,053291	54202	2888	52758	479477	8,85
77	1496	24216	0,059087	51313	3032	49797	426719	8,32
78	1523	23477	0,064875	48281	3132	46715	376922	7,81
79	1693	22212	0,072086	45149	3255	43522	330207	7,31
80	1696	20479	0,079714	41895	3340	40225	286685	6,84
81	1727	18395	0,087811	38555	3386	36862	246460	6,39
82	1643	16110	0,096681	35169	3400	33469	209598	5,96
83	1529	13877	0,107070	31769	3402	30068	176128	5,54
84	1526	11939	0,118332	28368	3357	26689	146060	5,15
85	1494	10139	0,130875	25011	3273	23374	119371	4,77
86	1346	8494	0,144746	21738	3146	20164	95996	4,42
87	1195	7003	0,160059	18591	2976	17103	75832	4,08
88	1087	5619	0,176928	15615	2763	14234	58729	3,76
89	917	4195	0,195466	12853	2512	11597	44495	3,46
90	728	3051	0,215786	10340	2231	9225	32898	3,18
91	594	1961	0,237992	8109	1930	7144	23673	2,92
92	295	1084	0,262178	6179	1620	5369	16529	2,67
93	150	531	0,288424	4559	1315	3902	11160	2,45
94	121	429	0,316784	3244	1028	2730	7258	2,24
95	110	311	0,347285	2216	770	1832	4528	2,04
96	133	318	0,379915	1447	550	1172	2696	1,86
97	110	217	0,414615	897	372	711	1524	1,70
98	59	174	0,451271	525	237	407	813	1,55
99	27	67	0,489704	288	141	218	407	1,41
100	17	64	0,529661	147	78	108	189	1,29
101	15	16	0,570812	69	39	49	81	1,17
102	5	19	0,612745	30	18	21	32	1,06
103	2	2	0,654969	11	8	8	11	0,95
104	4	17	0,696920	4	3	3	3	0,80
105	1	3	1,000000	1	1	1	1	0,50

Podrobné úmrtnostné tabuľky

Územie: Slovenská republika

Obdobie: 2011

ženy

Vek	Zomrelí	Žijúci	q_x	l_x	d_x	L_x^*	T_x	e_x
0	128	29051	0,004396	100000	440	99604	7935315	79,35
1	12	28680	0,000418	99560	42	99540	7835711	78,70
2	8	28327	0,000282	99519	28	99505	7736171	77,74
3	6	27130	0,000221	99491	22	99480	7636666	76,76
4	3	26369	0,000203	99469	20	99459	7537187	75,77
5	7	26351	0,000216	99448	21	99438	7437728	74,79
6	6	26361	0,000177	99427	18	99418	7338290	73,81
7	2	25702	0,000130	99409	13	99403	7238872	72,82
8	3	25007	0,000093	99396	9	99392	7139469	71,83
9	2	24867	0,000082	99387	8	99383	7040077	70,83
10	1	25846	0,000092	99379	9	99374	6940694	69,84
11	5	27131	0,000132	99370	13	99363	6841320	68,85
12	3	27527	0,000119	99357	12	99351	6741956	67,86
13	4	28030	0,000128	99345	13	99339	6642606	66,86
14	3	28647	0,000127	99332	13	99326	6543267	65,87
15	5	29298	0,000161	99320	16	99312	6443941	64,88
16	6	31015	0,000220	99304	22	99293	6344629	63,89
17	9	33723	0,000265	99282	26	99269	6245336	62,91
18	12	35541	0,000274	99256	27	99242	6146068	61,92
19	8	36810	0,000266	99228	26	99215	6046826	60,94
20	10	37947	0,000288	99202	29	99188	5947611	59,95
21	12	38345	0,000245	99173	24	99161	5848423	58,97
22	9	39107	0,000220	99149	22	99138	5749262	57,99
23	5	39984	0,000235	99127	23	99116	5650124	57,00
24	16	40746	0,000344	99104	34	99087	5551008	56,01
25	15	41972	0,000362	99070	36	99052	5451921	55,03
26	18	42770	0,000352	99034	35	99016	5352869	54,05
27	11	42812	0,000289	98999	29	98985	5253853	53,07
28	11	42784	0,000294	98970	29	98956	5154868	52,08
29	13	42958	0,000276	98941	27	98928	5055912	51,10
30	15	43243	0,000325	98914	32	98898	4956984	50,11
31	12	44645	0,000369	98882	36	98864	4858087	49,13
32	26	45662	0,000458	98845	45	98823	4759223	48,15
33	20	45162	0,000491	98800	49	98776	4660400	47,17
34	24	44790	0,000541	98752	53	98725	4561624	46,19
35	28	44408	0,000591	98698	58	98669	4462899	45,22
36	24	44015	0,000573	98640	57	98612	4364230	44,24
37	30	42918	0,000663	98583	65	98551	4265619	43,27
38	24	40756	0,000687	98518	68	98484	4167068	42,30
39	37	38411	0,000824	98450	81	98410	4068584	41,33
40	28	36710	0,000880	98369	87	98326	3970174	40,36
41	41	35919	0,001096	98283	108	98229	3871848	39,39
42	42	34940	0,001221	98175	120	98115	3773619	38,44
43	51	34293	0,001404	98055	138	97986	3675504	37,48
44	53	35226	0,001658	97917	162	97836	3577518	36,54
45	69	36616	0,001883	97755	184	97663	3479681	35,60
46	84	37784	0,001939	97571	189	97476	3382018	34,66
47	68	38094	0,001927	97382	188	97288	3284542	33,73
48	75	37173	0,002074	97194	202	97093	3187254	32,79
49	94	37219	0,002475	96993	240	96873	3090160	31,86
50	107	37837	0,003086	96753	299	96603	2993288	30,94
51	146	37482	0,003758	96454	363	96273	2896684	30,03
52	165	38173	0,004132	96092	397	95893	2800411	29,14
53	168	39690	0,004196	95694	402	95494	2704518	28,26
54	177	40913	0,004342	95293	414	95086	2609025	27,38
55	178	41426	0,004453	94879	423	94668	2513939	26,50
56	206	40686	0,004901	94457	463	94225	2419271	25,61
57	199	39816	0,005251	93994	494	93747	2325046	24,74
58	241	39608	0,005673	93500	530	93235	2231299	23,86
59	235	39375	0,006133	92970	570	92685	2138064	23,00

Podrobné úmrtnostné tabuľky

Územie: Slovenská republika

Obdobie: 2011

ženy

Vek	Zomrelí	Žijúci	q_x	l_x	d_x	L_x^*	T_x	e_x
60	247	38009	0,006719	92400	621	92089	2045379	22,14
61	280	35398	0,007489	91779	687	91435	1953290	21,28
62	258	33463	0,007972	91091	726	90728	1861855	20,44
63	291	32430	0,008477	90365	766	89982	1771127	19,60
64	269	29533	0,009297	89599	833	89183	1681145	18,76
65	265	26391	0,010581	88766	939	88297	1591962	17,93
66	337	26000	0,012308	87827	1081	87287	1503665	17,12
67	341	25455	0,013698	86746	1188	86152	1416379	16,33
68	370	24316	0,014479	85558	1239	84938	1330227	15,55
69	378	24003	0,014959	84319	1261	83688	1245288	14,77
70	354	23445	0,016443	83058	1366	82375	1161600	13,99
71	433	22385	0,019302	81692	1577	80904	1079225	13,21
72	489	21033	0,021971	80115	1760	79235	998322	12,46
73	495	19840	0,024616	78355	1929	77391	919086	11,73
74	531	18988	0,028235	76426	2158	75347	841696	11,01
75	615	18531	0,032852	74268	2440	73048	766349	10,32
76	694	17967	0,037457	71828	2691	70483	693300	9,65
77	748	17298	0,041226	69138	2850	67713	622817	9,01
78	806	17074	0,047079	66288	3121	64727	555105	8,37
79	878	16529	0,053835	63167	3401	61467	490378	7,76
80	953	15441	0,061628	59766	3683	57925	428911	7,18
81	1053	14106	0,070604	56083	3960	54103	370986	6,61
82	1084	12781	0,080928	52123	4218	50014	316883	6,08
83	1126	11459	0,092783	47905	4445	45683	266869	5,57
84	1123	10140	0,106369	43460	4623	41149	221186	5,09
85	1107	8843	0,121904	38837	4734	36470	180038	4,64
86	1062	7613	0,139619	34103	4761	31722	143567	4,21
87	1037	6818	0,159760	29342	4688	26998	111845	3,81
88	990	5799	0,182576	24654	4501	22403	84847	3,44
89	886	4679	0,208316	20153	4198	18054	62444	3,10
90	711	3415	0,237215	15955	3785	14062	44390	2,78
91	587	2382	0,269479	12170	3280	10530	30328	2,49
92	296	1367	0,305266	8890	2714	7533	19798	2,23
93	188	709	0,344662	6176	2129	5112	12265	1,99
94	154	551	0,387649	4048	1569	3263	7152	1,77
95	132	483	0,434080	2479	1076	1941	3889	1,57
96	172	469	0,483637	1403	678	1063	1949	1,39
97	122	345	0,535807	724	388	530	885	1,22
98	93	249	0,589854	336	198	237	355	1,06
99	65	169	0,644813	138	89	93	118	0,86
100+	66	212	0,699503	49	49	32	32	0,65
Spolu	25 106	2 769 922						

Podrobné úmrtnostné tabuľky

Územie: Slovenská republika

Obdobie: 2011

muži

Vek	Zomrelí	Žijúci	q_x	l_x	d_x	L_x^*	T_x	e_x
0	172	30103	0,005697	100000	570	99487	7217385	72,17
1	13	30027	0,000433	99430	43	99409	7117898	71,59
2	5	30069	0,000166	99387	17	99379	7018489	70,62
3	8	28619	0,000280	99371	28	99357	6919110	69,63
4	8	27855	0,000227	99343	23	99332	6819753	68,65
5	8	27921	0,000232	99320	23	99309	6720422	67,66
6	3	27910	0,000208	99297	21	99287	6621113	66,68
7	8	27153	0,000264	99277	26	99264	6521826	65,69
8	7	26303	0,000248	99250	25	99238	6422562	64,71
9	6	26360	0,000205	99226	20	99216	6323324	63,73
10	4	27445	0,000143	99206	14	99198	6224109	62,74
11	3	28365	0,000156	99191	15	99184	6124910	61,75
12	5	28830	0,000172	99176	17	99167	6025727	60,76
13	9	29639	0,000246	99159	24	99147	5926559	59,77
14	6	30447	0,000293	99134	29	99120	5827413	58,78
15	15	30993	0,000375	99105	37	99087	5728293	57,80
16	13	32307	0,000463	99068	46	99045	5629206	56,82
17	18	35240	0,000591	99022	59	98993	5530161	55,85
18	30	37259	0,000630	98964	62	98933	5431168	54,88
19	23	38314	0,000645	98901	64	98869	5332236	53,91
20	22	39622	0,000700	98838	69	98803	5233366	52,95
21	37	39949	0,000766	98768	76	98731	5134563	51,99
22	28	40514	0,000716	98693	71	98657	5035833	51,03
23	29	41322	0,000729	98622	72	98586	4937175	50,06
24	32	42208	0,000764	98550	75	98513	4838589	49,10
25	37	43760	0,000865	98475	85	98432	4740077	48,13
26	42	44608	0,000930	98390	91	98344	4641644	47,18
27	48	44818	0,001006	98298	99	98249	4543301	46,22
28	44	45255	0,001089	98199	107	98146	4445052	45,27
29	55	45322	0,001173	98092	115	98035	4346906	44,31
30	57	45707	0,001143	97977	112	97921	4248871	43,37
31	48	47128	0,001064	97865	104	97813	4150950	42,41
32	50	47867	0,001056	97761	103	97710	4053136	41,46
33	54	47746	0,001197	97658	117	97600	3955427	40,50
34	63	47674	0,001346	97541	131	97475	3857827	39,55
35	78	46802	0,001515	97410	148	97336	3760352	38,60
36	68	46154	0,001578	97262	153	97186	3663016	37,66
37	81	44787	0,001725	97109	168	97025	3565830	36,72
38	77	42078	0,001889	96941	183	96850	3468805	35,78
39	84	39659	0,002162	96758	209	96654	3371955	34,85
40	96	37928	0,002440	96549	236	96431	3275302	33,92
41	101	36997	0,002725	96313	262	96182	3178871	33,01
42	109	35664	0,003091	96051	297	95902	3082688	32,09
43	125	34876	0,003668	95754	351	95578	2986786	31,19
44	147	35574	0,004114	95403	392	95207	2891208	30,31
45	177	36618	0,004538	95010	431	94795	2796001	29,43
46	172	37848	0,004843	94579	458	94350	2701206	28,56
47	208	38289	0,005256	94121	495	93874	2606856	27,70
48	213	37225	0,005555	93626	520	93366	2512982	26,84
49	220	36858	0,006163	93106	574	92819	2419616	25,99
50	264	37392	0,007291	92532	675	92195	2326797	25,15
51	319	37187	0,008406	91858	772	91472	2234602	24,33
52	367	37486	0,009361	91086	853	90659	2143130	23,53
53	382	38493	0,010301	90233	930	89768	2052470	22,75
54	440	38939	0,011080	89304	990	88809	1962702	21,98
55	478	38680	0,011864	88314	1048	87790	1873893	21,22
56	455	37910	0,012489	87266	1090	86721	1786103	20,47
57	532	37030	0,014002	86176	1207	85573	1699382	19,72
58	547	36360	0,015398	84970	1308	84316	1613809	18,99
59	634	35465	0,017151	83661	1435	82944	1529493	18,28

Podrobné úmrtnostné tabuľky

Územie: Slovenská republika

Obdobie: 2011

muži

Vek	Zomrelí	Žijúci	q_x	l_x	d_x	L_x^*	T_x	e_x
60	627	33645	0,018670	82226	1535	81459	1446549	17,59
61	633	30852	0,020586	80691	1661	79861	1365091	16,92
62	652	28669	0,022133	79030	1749	78156	1285230	16,26
63	653	27119	0,023494	77281	1816	76373	1207074	15,62
64	592	23957	0,024784	75465	1870	74530	1130701	14,98
65	562	20611	0,027163	73595	1999	72596	1056171	14,35
66	571	19566	0,028923	71596	2071	70561	983575	13,74
67	615	18830	0,030978	69525	2154	68448	913015	13,13
68	552	17598	0,031363	67371	2113	66315	844566	12,54
69	600	16906	0,034335	65258	2241	64138	778251	11,93
70	576	16231	0,037404	63018	2357	61839	714113	11,33
71	686	14957	0,042425	60661	2574	59374	652274	10,75
72	617	13402	0,045584	58087	2648	56763	592900	10,21
73	637	12334	0,050045	55439	2774	54052	536137	9,67
74	638	11431	0,055214	52665	2908	51211	482084	9,15
75	675	10846	0,060396	49757	3005	48254	430873	8,66
76	719	10359	0,064849	46752	3032	45236	382619	8,18
77	680	9666	0,069634	43720	3044	42198	337383	7,72
78	716	9156	0,075727	40676	3080	39136	295185	7,26
79	754	8555	0,082493	37595	3101	36045	256050	6,81
80	710	7640	0,090392	34494	3118	32935	220005	6,38
81	720	6824	0,101209	31376	3176	29788	187070	5,96
82	703	5900	0,111066	28201	3132	26634	157281	5,58
83	660	5079	0,120328	25068	3016	23560	130647	5,21
84	594	4382	0,131886	22052	2908	20598	107087	4,86
85	544	3622	0,144550	19144	2767	17760	86489	4,52
86	491	3064	0,158405	16376	2594	15079	68729	4,20
87	481	2643	0,173537	13782	2392	12586	53649	3,89
88	418	2178	0,190032	11391	2165	10308	41063	3,60
89	374	1713	0,207975	9226	1919	8267	30755	3,33
90	283	1224	0,227446	7307	1662	6476	22488	3,08
91	261	908	0,248520	5645	1403	4944	16012	2,84
92	125	514	0,271263	4242	1151	3667	11068	2,61
93	56	256	0,295728	3092	914	2634	7401	2,39
94	47	212	0,321950	2177	701	1827	4767	2,19
95	45	183	0,349943	1476	517	1218	2940	1,99
96	53	154	0,379694	960	364	777	1722	1,79
97	40	120	0,411158	595	245	473	945	1,59
98	19	88	0,444251	351	156	273	472	1,35
99	9	69	0,478845	195	93	148	199	1,02
100+	25	66	0,514764	102	102	75	75	0,74
Spolu	26 797	2 628 463						

Zdrojová data - úmrtnostní tabulka, ženy Slovenské republiky, rok 2011

Věk	m_x	$m_{x GM}$	$(m_x - m_{x GM})^2$
60	0,0065	0,0034	9,305E-06
61	0,0079	0,0045	1,182E-05
62	0,0077	0,0056	4,441E-06
63	0,0090	0,0069	4,498E-06
64	0,0091	0,0082	7,657E-07
65	0,0100	0,0098	7,931E-08
66	0,0130	0,0114	2,296E-06
67	0,0134	0,0133	7,398E-09
68	0,0152	0,0154	2,367E-08
69	0,0157	0,0176	3,602E-06
70	0,0151	0,0202	2,563E-05
71	0,0193	0,0229	1,294E-05
72	0,0232	0,0260	7,635E-06
73	0,0249	0,0294	1,987E-05
74	0,0280	0,0332	2,697E-05
75	0,0332	0,0373	1,694E-05
76	0,0386	0,0419	1,062E-05
77	0,0432	0,0469	1,372E-05
78	0,0472	0,0525	2,844E-05
79	0,0531	0,0587	3,140E-05
80	0,0617	0,0656	1,469E-05
81	0,0747	0,0731	2,400E-06
82	0,0848	0,0814	1,137E-05
83	0,0983	0,0907	5,776E-05
84	0,1108	0,1009	9,809E-05
85	0,1252	0,1121	1,709E-04
86	0,1395	0,1245	2,237E-04
87	0,1521	0,1383	1,904E-04
88	0,1707	0,1535	2,968E-04
89	0,1894	0,1703	3,640E-04
90	0,2082	0,1888	3,751E-04
91	0,2465	0,2093	1,380E-03
92	0,2166	0,2320	2,365E-04
93	0,2653	0,2570	6,925E-05
94	0,2797	0,2847	2,450E-05
95	0,2733	0,3153	1,762E-03
96	0,3671	0,3491	3,266E-04
97	0,3541	0,3864	1,041E-03
98	0,3742	0,4277	2,853E-03
99	0,3846	0,4733	7,856E-03
100	0,3113	0,5236	4,508E-02

$$\Sigma (m_x - m_{x GM})^2$$

0,0627

Možnost změny velikosti intervalu
(od 1 do 13)



$$K = 13$$

$$G_1 = 0,1653$$

$$G_2 = 0,8237$$

$$G_3 = 3,2369$$

$$c = 1,105073$$

$$b = 0,000023$$

$$a = -0,006293$$

$$K_c = 10699,391688$$

$$c^k = 3,665053$$

ROK	ČR ženy	ČR muži	SR ženy	SR muži
1920	49,60	47,05	-	-
1921	52,38	49,66	-	-
1922	53,08	50,14	-	-
1923	56,13	53,30	-	-
1924	56,05	52,92	-	-
1925	56,35	53,30	-	-
1926	56,09	53,05	-	-
1927	55,27	52,16	-	-
1928	57,01	53,45	-	-
1929	56,35	52,77	-	-
1930	58,04	54,22	-	-
1931	58,33	54,72	-	-
1932	58,54	55,03	-	-
1933	58,79	55,49	-	-
1934	59,81	56,05	-	-
1935	59,86	55,91	-	-
1936	59,99	56,42	-	-
1937	60,57	56,70	-	-
1945	58,96	50,96	-	-
1946	63,25	58,34	-	-
1947	65,16	60,49	-	-
1948	66,18	61,59	-	-
1949	66,41	61,44	-	-
1950	67,00	62,31	62,74	58,95
1951	67,84	63,04	63,66	59,01
1952	69,28	64,68	66,38	61,92
1953	69,97	65,38	67,60	63,37
1954	70,65	65,72	68,36	64,53
1955	71,63	66,60	69,83	65,39
1956	72,03	66,96	70,27	65,90
1957	71,70	66,57	69,26	64,93
1958	72,59	67,42	71,22	66,74
1959	72,74	67,38	71,04	66,34
1960	73,40	67,92	72,16	67,67
1961	73,56	67,63	72,96	68,57
1962	72,89	66,95	72,66	68,07
1963	73,55	67,44	73,10	68,24
1964	73,66	67,54	73,42	68,78
1965	73,39	67,13	72,82	67,89
1966	73,75	67,26	73,22	67,78
1967	73,70	67,15	73,85	68,31
1968	73,40	66,59	73,49	67,73
1969	73,17	66,05	73,16	66,87
1970	73,02	66,13	72,90	66,69
1971	73,37	66,25	73,25	66,62
1972	73,68	66,92	73,72	66,91
1973	73,72	66,66	73,35	67,06
1974	73,61	66,85	73,67	66,86

ROK	ČR ženy	ČR muži	SR ženy	SR muži
1975	73,97	67,05	73,82	66,81
1976	74,16	67,08	74,00	66,99
1977	74,15	67,17	74,18	66,78
1978	74,24	67,22	74,02	66,92
1979	74,30	67,38	74,53	67,13
1980	73,86	66,81	74,24	66,79
1981	74,30	67,18	74,64	66,80
1982	74,39	67,31	74,72	66,99
1983	74,26	67,05	74,52	66,66
1984	74,45	67,35	74,90	66,78
1985	74,72	67,51	74,75	66,91
1986	74,62	67,48	74,97	67,07
1987	75,12	67,86	75,12	67,25
1988	75,28	68,14	75,49	67,13
1989	75,39	68,12	75,37	66,88
1990	75,36	67,58	75,42	66,65
1991	75,72	68,25	75,21	66,78
1992	76,14	68,44	76,28	67,57
1993	76,41	69,20	76,67	68,36
1994	76,58	69,54	76,49	68,34
1995	76,63	69,72	76,35	68,39
1996	77,27	70,37	76,80	68,90
1997	77,49	70,50	76,79	68,91
1998	78,06	71,13	76,74	68,63
1999	78,13	71,40	77,03	68,95
2000	78,35	71,65	77,22	69,14
2001	78,41	72,07	77,54	69,51
2002	78,54	72,07	77,57	69,77
2003	78,51	72,03	77,62	69,77
2004	79,04	72,55	77,83	70,29
2005	79,10	72,88	77,90	70,11
2006	79,67	73,45	78,20	70,40
2007	79,90	73,67	78,08	70,51
2008	80,13	73,96	78,73	70,85
2009	80,13	74,19	78,74	71,27
2010	80,60	74,40	78,84	71,62
2011	80,74	74,69	79,35	72,17