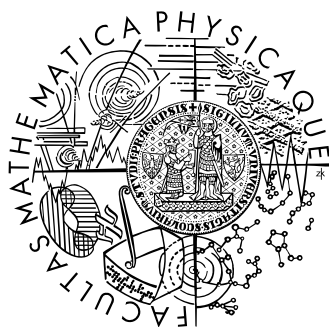


Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Martin Pokorný

## **Vybrané nelineární jevy s užitím zesilovaných femtosekundových laserových pulsů**

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

Studijní program: Fyzika, Obecná fyzika

2010

Rád bych poděkoval všem, kteří mne podpořili při psaní této práce. Zvláštní poděkování zaslouží doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D. a další pracovníci katedry chemické fyziky a optiky za množství rad a trpělivost, kterou se mnou měli.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 10. 5. 2010

---

Martin Pokorný

## Obsah

1	Úvod .....	5
2	Jiskra ve vzduchu .....	6
3	Generace femtosekundového kontinua.....	11
3.1	Čtyřfotonová parametrická interakce .....	11
3.2	Automodulace fáze .....	13
3.3	Měření spekter .....	17
3.4	Zpracování naměřených dat.....	19
4	Závěr.....	21
5	Literatura.....	22

Název práce: Vybrané nelineární jevy s užitím zesilovaných femtosekundových laserových pulsů

Autor: Martin Pokorný

E-mail: martin@martin-pokorny.cz

Katedra: Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

E-mail vedoucího: frantisek.trojaneck@mff.cuni.cz

Abstrakt: Práce zahrnuje rešeršní část zaměřenou na vybrané nelineární interakce v dielektrických krystalech a v kapalinách a na stavbu a demonstraci některých nelineárních jevů při užití femtosekundového laseru s gigawatovými výkony, který je v laboratořích nově k dispozici. Ukázky nelineárních jevů pak budou použity i ve výuce.

Klíčová slova: Nelineární jevy, femtosekundový laser, dielektrické krystaly

---

Title: Selected nonlinear phenomena generated by femtosecond laser pulses

Author: Martin Pokorný

E-mail: martin@martin-pokorny.cz

Department: Department of chemical physics and optoelectronics

Supervisor: doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

Supervisor's e-mail address: frantisek.trojaneck@mff.cuni.cz

Abstract: The work includes a part focused on selected nonlinear interactions in dielectric crystals and fluids and on building and presenting nonlinear phenomena using the femtoseconds laser with gigawatts powers, which is now ready to use in the laboratory. The examples of the nonlinear effects will further be used in teaching.

Key words: Nonlinear phenomena, femtosecond laser, dielectric crystals

## 1 Úvod

Pod pojem nelineární optické jevy spadá mnoho úkazů, projevujících se při vysokých intenzitách světla procházející látkou, která vykazuje nelineární optické vlastnosti. Proto rozvoj nelineární optiky přišel až po konstrukci prvních laserů. Nejznámějšími představiteli nelineárních optických jevů jsou generace druhé či třetí harmonické frekvence, generace součtové a rozdílové frekvence, automodulace fáze, autofokuse, čtyřlenné směšování, stimulované rozptyly nebo nelineární absorpce.

Kromě vysoké intenzity vstupního světla je pro pozorování těchto jevů třeba vhodné prostředí. Často se používají dielektrické krystaly.

Jevy, jako rozšiřování spektra intenzivních laserových svazků v nelineárních prostředích, mohou být velice různorodé a navíc komplikované v závislosti na typu použitého materiálu a svazku. Nicméně tyto typy experimentů jsou důležité, poněvadž skrze ně můžeme získat lepší představu o možných mechanismech a velikosti jejich příspěvků do pozorovaného spektra.

V první kapitole se věnuji popisu laserového pulzu použitého v experimentu, uspořádání optických elementů a vzniku jiskry a plazmatu ve vzduchu. Ve druhé pak generaci kontinua v dielektrickém krystalu (křemenném sklu) a popisu dějů, které se v něm projevují. Zároveň diskutuji možnost použití teoretických vzorců uvedených v citované literatuře v tomto konkrétním experimentu.

## 2 Jiskra ve vzduchu

V laboratoři je k dispozici femtosekundový titan-safírový laser Tsunami s regenerativním zesilovačem Spitfire (Spectra Physics) generující světlo v pulzech o následujících parametrech:

Parametr	Označení	Hodnota
Průměr svazku	$d$	8 mm
Vlnová délka	$\lambda$	800 nm
Délka pulzu	$\tau$	100 fs
Energie v jednom pulzu	$W$	0,9 mJ

Tabulka 2.1: Parametry laserového svazku

Okamžitě vidíme, že špičkový výkon v každém pulzu je řádově  $P_{\infty} \approx W/\tau \approx 10 \text{ GW}$ . Dále získáváme frekvenci, která je  $\nu = c/\lambda = 375 \text{ THz}$ . Vydělením délkou pulzu pak vychází, že v každém pulzu je asi 50 kmitů. Nakonec lze určit déku pulzu  $l = c\tau = 30 \mu\text{m}$ .

Příčné rozložení intenzity světla i elektrické intenzity ve svazku v pevně daném místě od laseru a v daném čase je dáno radiální funkcí gaussovského tvaru

$$\left. \begin{aligned} E(r) &= E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right), \\ I(r) &= I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Dále platí vztah mezi celkovým výkonem v jednom pulzu  $P_{\infty}$ , maximální intenzitou  $I_0$  a poloměrem svazku  $w_0$  (opět jej beru z [1]):

$$I_0 = P_{\infty} \frac{2}{\pi w_0^2}. \quad (2.2)$$

Tento svazek necháme v experimentu procházet spojnou čočkou (přesněji čočkovým dubletem, který má oproti samotné čočce korigovanou chromatickou a sférickou vadu). Gaussovský svazek i po průchodu tenkou čočkou zůstává gaussovským, ale s jiným poloměrem – ten určíme podle následujícího vztahu (opět jej přepisuji z [1]):

$$2w_0 = \frac{4\lambda F}{\pi D}. \quad (2.3)$$

Význam všech dosud použitých symbolů je následující:

Symbol	Jeho význam
$r$	Vzdálenost od středu svazku
$E(r)$	Elektrická intenzita ve vzdálenosti $r$ od středu svazku
$E_0$	Elektrická intenzita ve středu svazku
$w_0$	Gaussovský poloměr svazku
$I(r)$	Intenzita světla ve vzdálenosti $r$ od středu svazku
$I_0$	Intenzita světla ve středu svazku
$\lambda$	Vlnová délka použitého světla
$F$	Ohnisková vzdálenost čočky
$D$	Průměr ozářené části čočky

Tabulka 2.2: Význam symbolů užívaných v rovnicích

Při použití vhodné čočky dojde k zúžení svazku na tak malý rozměr, že elektrické pole v ohnisku bude dostatečně silné, čímž dojde k elektrickému průrazu vzduchu, ten se stane vodivým a v tomto místě pak i vznikne jiskra. Původ jejího vzniku je v akceleraci volných elektronů na vysoké kinetické energie. Srážka takto energetického elektronu s atomem nebo molekulou může způsobit vyražení dalšího elektronu z elektronového obalu, tedy ke vzniku nosičů kladného a záporného náboje. Tím se startuje lavinový efekt, během něhož se v průběhu krátkého časového intervalu prudce zvýší hustota volných nosičů náboje. Důsledkem pak je zvýšení elektrické vodivosti vzduchu v daném místě.

Při použití velmi krátkých pulzů (kratších než pikosekunda) je důležité, že dochází k uvolnění prvních elektronů přítomností elektrického pole. Při použití pulzů delších je mnohem důležitější, že ve vzduchu již malé množství volných iontů je přítomno a tyto volné ionty jsou těmi, které startují zmiňovaný lavinový efekt. Poněvadž nebývá snadné jejich koncentraci ve vzduchu měřit nebo ovlivňovat, je použití delších pulzů mnohem méně předvídatelné.

Takto vznikající jiskra může způsobit problémy v přístrojích pracujících s takto intenzivními světelnými svazky (jako např. vrtání děr laserovým světlem). Přesto, že je svazek zaostřen až na opracovávaný materiál, elektrická intenzita může dosáhnout kritické hodnoty pro vznik jiskry ještě ve vzduchu před vzorkem. Takto vznikající jiskra snižuje dopadající světelný výkon na materiál a kromě toho svazek rozostřuje (viz obr. 3.2).

Jiskra vznikající ve vzduchu je většinou nežádoucí efekt. Na druhou stranu, vzniká-li průraz v průhledném materiálu (nebo na povrchu materiálu neprůhledného), je možné kontrolovaným způsobem změnit v daném místě fyzikální vlastnosti tohoto vzorku. Lze takto změnit index lomu nebo např. propustnost. Dále je možné tímto způsobem do materiálů otiskovat malé struktury (rozměrů řádově mikrometrů, i menších). A protože průraz je soustředěn pouze v ohnisku, zbytek vzorku zůstává zcela neporušen.

Pokud vzorkem v průběhu průrazu pohybujeme, pak tímto způsobem do materiálu vyrýváme stopu a lze tímto způsobem vytvořit cestu nebo vlnovod. Tuto techniku pak můžeme využít např. pro výrobu světelných optických obvodů. Pro toto využití jsou vhodné pulzy kratší než pikosekundu, poněvadž jejich účinky jsou mnohem předvídatelnější, než účinky pulzů delších.

Studiem spektra vyzařovaného ze vzorku, v němž dochází k průrazu, lze zjistit chemické složení vzorku v daném místě. Tento postup se nazývá spektroskopie buzená laserovým průrazem (Laser-induced breakdown spectroscopy, LIBS). Tuto techniku v současné době používá např. NASA při studiu Marsu. [2]

Z rovnice (2.3) lze ihned spočítat průměr této jiskry (je roven  $2w_0$ ). Dále a pomocí (2.2) určíme intenzitu světla ve středu svazku v jiskře a pak ze vztahu mezi elektrickou a magnetickou intenzitou a z definice intenzity jako střední hodnoty velikosti Poyntingova vektoru dostáváme velikost elektrické intenzity:

$$|E_0| = \sqrt{\frac{I_0 Z_0}{2}}. \quad (2.4)$$

Zde  $Z_0 = \mu_0 c \approx 377 \Omega$  je impedance vakua ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$  je permeabilita vakua). Uvedený vztah platí pro definici elektrické intenzity obvyklou v nelineární optice, tedy pro  $E(t) = E_0 e^{-i(\omega t - kz)} + E_0 e^{i(\omega t - kz)}$ .

Vychází následující hodnoty:

Použitá čočka	$w_0 [\mu\text{m}]$	$I_0 [\text{W m}^{-2}]$	$E_0 [\text{V m}^{-1}]$
<b>5D</b>	13	$3,5 \cdot 10^{19}$	$8,2 \cdot 10^{10}$
<b>20D</b>	3,2	$5,7 \cdot 10^{20}$	$3,3 \cdot 10^{11}$

Tabulka 2.3: Intenzita světla a elektrická intenzita v jiskře za čočkou

Protože se jiskra objevuje i při použití čočky s pěti dioptriemi, je kritická hodnota elektrické intenzity potřebné k jejímu vzniku řádově  $10^{10} \text{ V m}^{-1}$ .

V jiskře vznikají fotony o nejrůznějších vlnových délkách. Měřili jsme spektra vznikajícího světla v různých místech za jiskrou optickou soustavou podle níže uvedeného schématu:

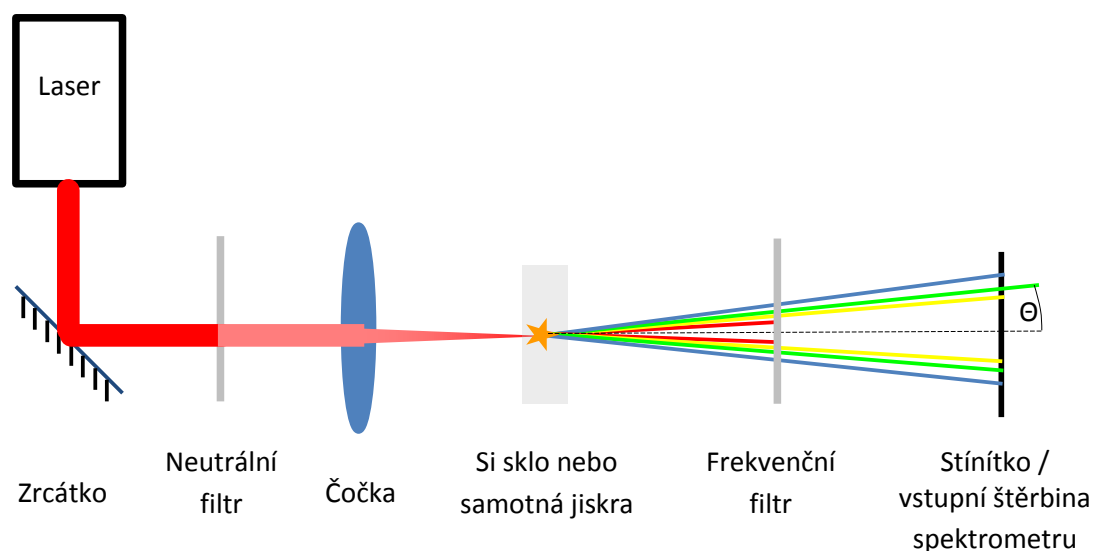
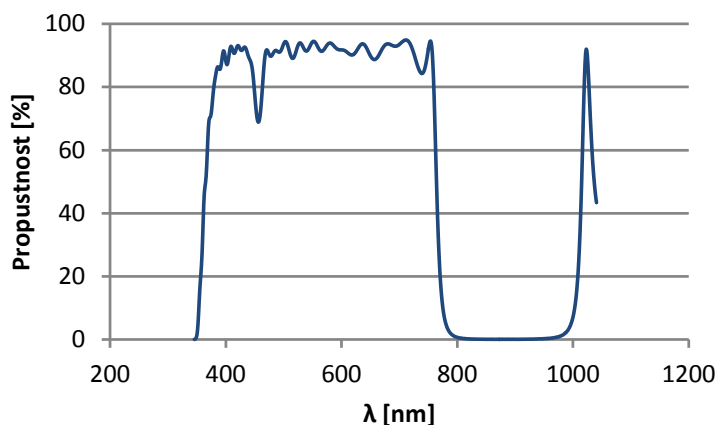


Schéma 2.1: Optická soustava použitá pro měření

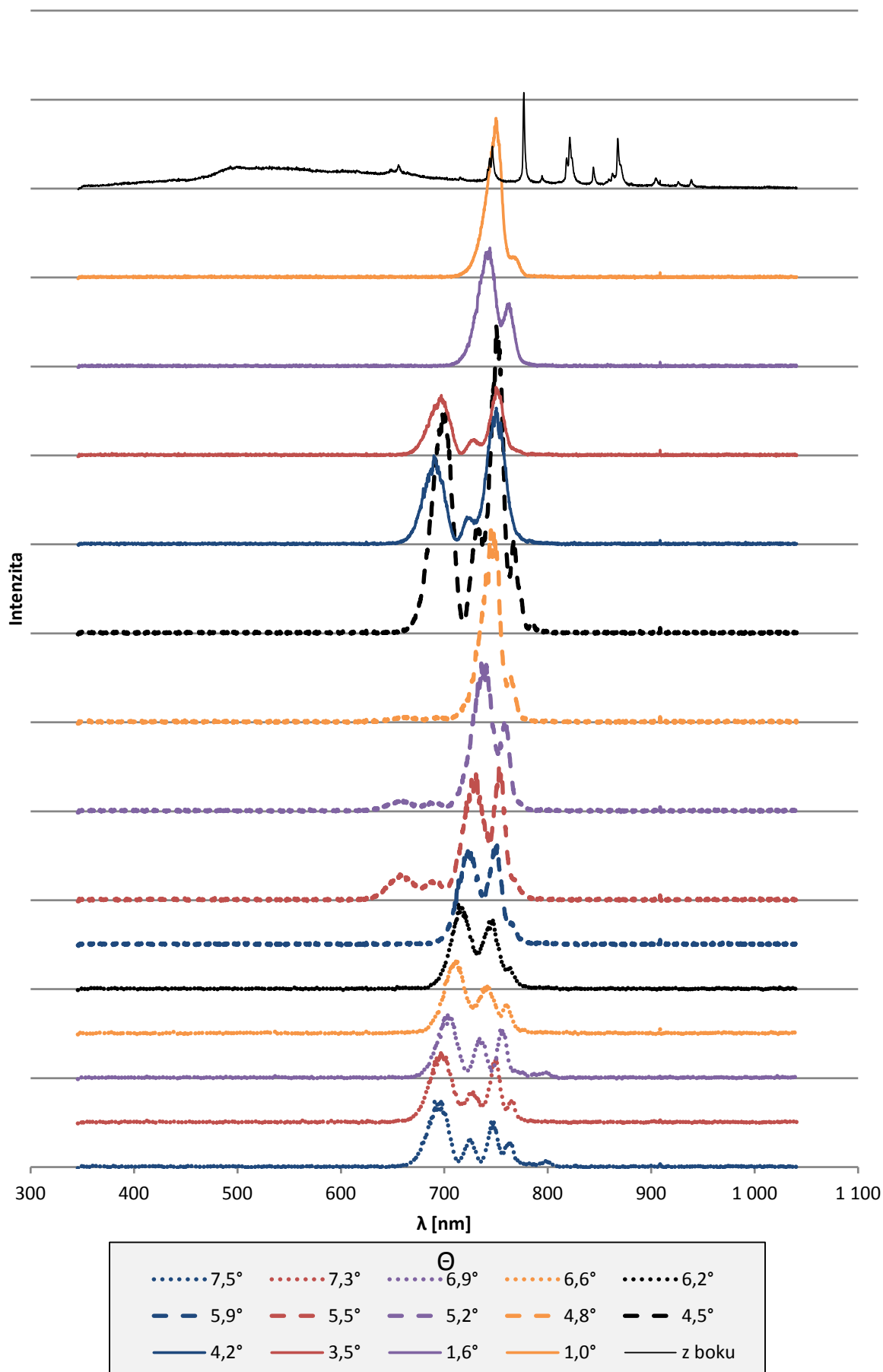
Pro různé úhly  $\Theta$  dostáváme různá spektra. Nakonec jsme změřili i spektrum světla svítícího do boku (odpovídá úhlu  $\Theta = 90^\circ$ ). Všechna jsou znázorněna v následujícím grafu. Z něj je patrné, že výrazná úzká maxima má pouze posledně jmenované. Dále je zajímavé, že v podélném směru převažují vlnové délky v červené části viditelného spektra, kdežto ve směru kolmém se prakticky nenacházejí.

Infračervená oblast v následujících grafech je zkrácena použitým frekvenčním filtrem Andover 750, jehož frekvenční průběh propustnosti je následující:

Pro úplnost dodávám, že prostému oku se jiskra zdá být z každého úhlu zcela bílá.

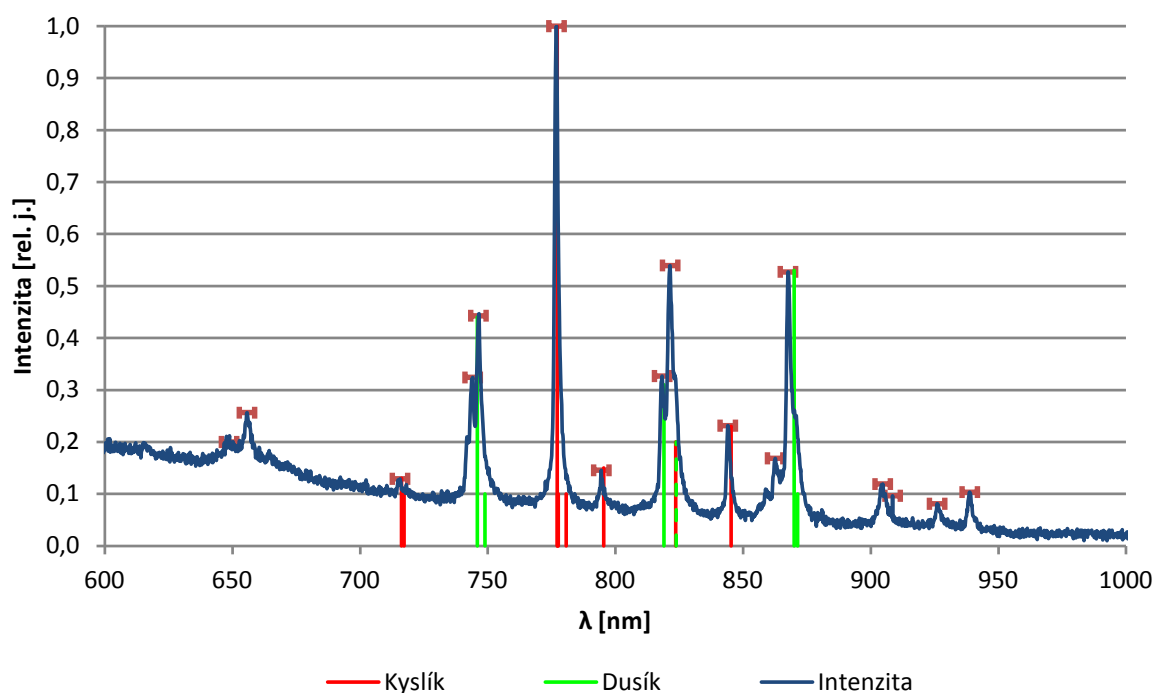






Graf 2.1: Spektra světla vznikajícího v jiskře pro různé úhly odklonu

Pro větší přehlednost zde uvádím ještě výřez spektra naměřeného z boku:



Graf 2.2: Výřez spektra emitovaného jiskrou do boku

Identifikujeme zde následující maxima s těmito relativními intenzitami:

λ [nm]	Intenzita	λ [nm]	Intenzita	λ [nm]	Intenzita	λ [nm]	Intenzita
938,8	0,10	867,6	0,53	818,3	0,33	744,1	0,32
926,0	0,08	862,6	0,17	794,4	0,15	715,6	0,13
908,5	0,10	844,0	0,23	776,9	1,00	655,7	0,26
904,7	0,12	821,4	0,54	746,4	0,44	648,6	0,20

Tabulka 2.4: Maxima intenzity světla vyzařovaného jiskrou do boku

Červenou svislou čarou jsou zakresleny čáry odpovídající energetickým přechodům v kyslíku a zelenou barvou pak čáry vyzařované dusíkem, jejichž vlnové délky uvádí [3]:

Prvek	Vlnové délky [nm]									
Dusík	745,9	748,89	819	823,78	869,99	871,35				
Kyslík	716,2	717,2	777,19	777,3	777,6	780,7	795,4	823,6	845,3	

Tabulka 2.5: Referenční vlnové délky energetických přechodů v dusíku a kyslíku

Většina námi naměřených maxim souhlasí s některou čarou dusíku nebo kyslíku, ale např. maxima na vlnových délkách větších než 900 nm se nám zatím nepodařilo identifikovat.

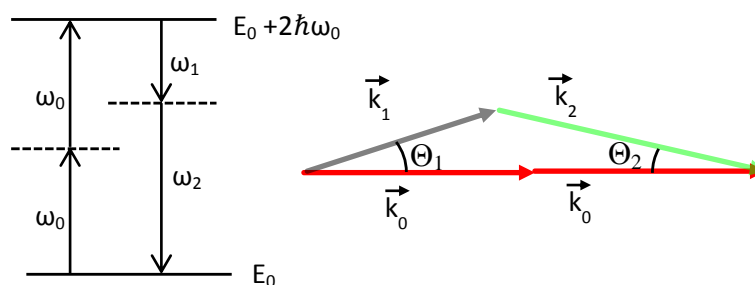
### 3 Generace femtosekundového kontinua

Pokud ohnisko čočky fokusující laserový svazek není ve vzduchu, ale v krystalu (v našem případě  $\text{SiO}_2$ ), pak lze pozorovat a měřit některé zajímavé vlastnosti daného krystalu. Při použití laserových femtosekundových pulzů se na procesu generace kontinua (vzniku světla o spojitém spektru pokrývající mj. celou viditelnou oblast) podílejí převážně čtyřfotonová parametrická interakce a automodulace fáze. Na stínítku ve schématu 2.1 pak vznikne náznak soustředných kružnic o různých barvách, viz obr. 3.2

#### 3.1 Čtyřfotonová parametrická interakce

Dle zvyklostí označuji úhlovou frekvenci světla řeckým písmenem  $\omega$  a vlnový vektor písmenem  $\vec{k}$ . Vstupující světlo označuji spodním indexem 0; indexy 1 a 2 používám pro dva vzniklé fotony.

Schematicky energeticky lze čtyřfotonovou parametrickou interakci zobrazit jako na diagramu v obr. 3.1. Dva fotony o úhlové frekvenci  $\omega_0$  a energii  $E_0 = \hbar\omega_0$  anihilují a dávají vzniknout dvěma jiným o úhlových frekvencích  $\omega_1$  a  $\omega_2$  s celkovou energií rovnou samozřejmě součtu jejich energií,  $E = E_1 + E_2 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$ .

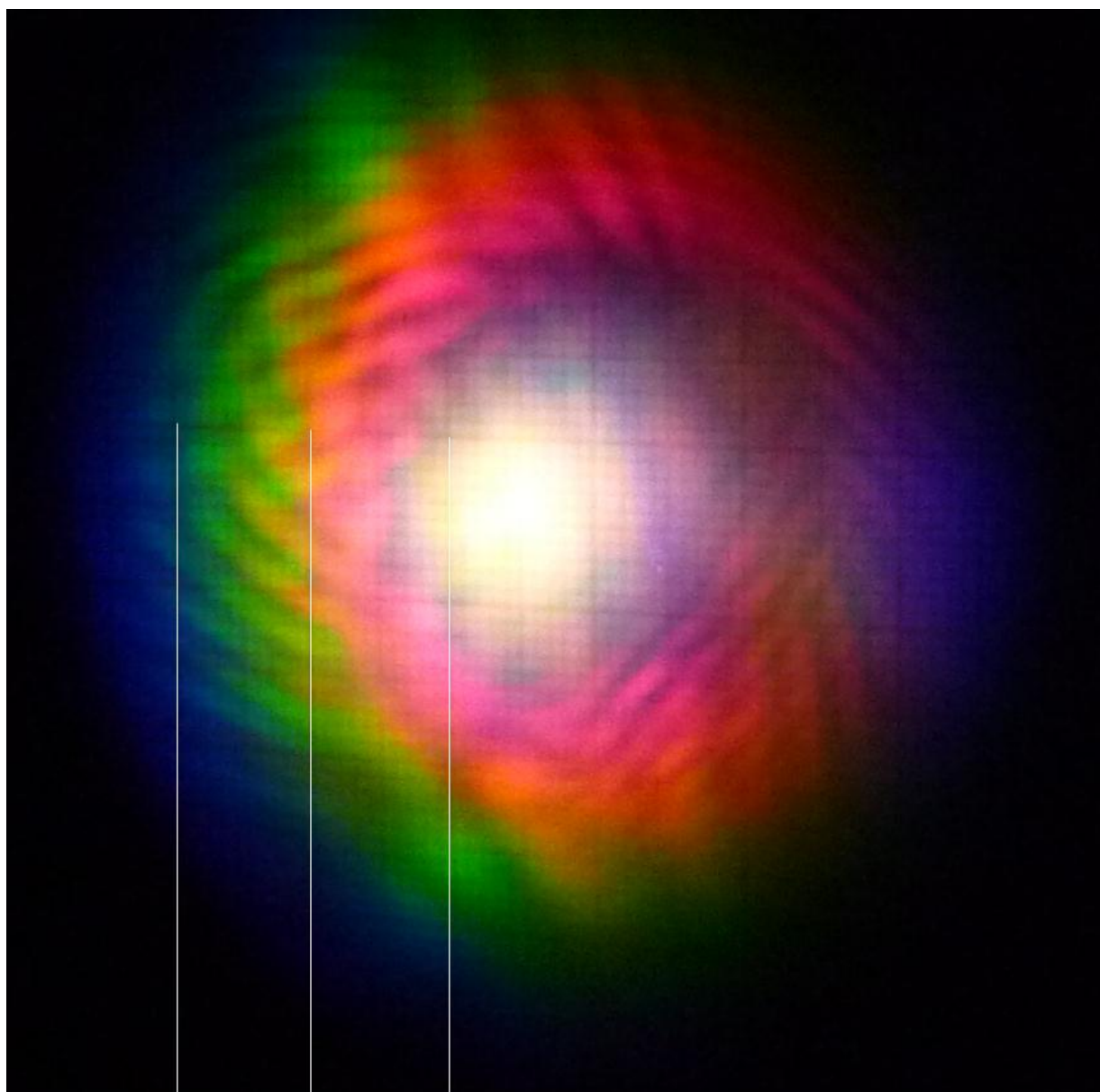


Obrázek 3.1: energetický diagram generace kontinua

Ze zákona zachování energie ihned plyne  $2\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ . S uvážením vztahu mezi vlnovou délkou a úhlovou frekvencí dostáváme  $\frac{2}{\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$ , tedy platí  $\lambda_2 = \frac{1}{\frac{2}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1}} = \frac{\lambda_0\lambda_1}{2\lambda_1 - \lambda_0}$ . Ve schématu je

úhlová frekvence  $\omega_2$  větší než  $\omega_1$ , proto foton s příslušným vlnovým vektorem,  $\vec{k}_2$ , má kratší vlnovou délku a vykazuje tedy modrý posuv; je to tedy tzv. anti-Stokesův foton.

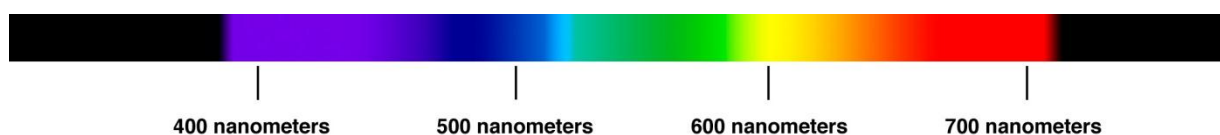
Na stínítku pozorujeme takovéto téměř soustředné kružnice o různých barvách:



$\theta$  [°]    10        6        3        0

Obrázek 3.2: Obraz generace kontinua na stínítku při použití filtru 2 (tedy zeslabení intenzity faktorem  $10^{-2}$ )

Pro srovnání přikládám referenční spektrum:



Vektorový součet vlnových vektorů před čtyřfotonovou interakcí a po ní musí být stejný (kvůli zachování hybnosti), tedy musí platit

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 2\vec{k}_0. \quad (3.5)$$

Proto i průmět  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2$  do směru šíření původních dvou fotonů musí být stejný, jako součet vlnových vektorů dvou vznikajících fotonů. Pro jednotlivé složky tedy platí vztahy (4.4-3) uvedené v [3]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \cos \theta_1 + \frac{n(\lambda_2)}{\lambda_2} \cos \theta_2 &= \frac{2 n(\lambda_0)}{\lambda_0}, & (a) \\ \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \sin \theta_1 &= \frac{n(\lambda_2)}{\lambda_2} \sin \theta_2. & (b) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

První rovnice vyjadřuje zachování průmětu vlnových vektorů do směru šíření původního svazku a druhá zajistí vynulování jejich příčných složek. Z druhé rovnice ihned plyne vztah mezi směry šíření jednotlivých vznikajících fotonů:  $\sin \theta_2 = \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \frac{\lambda_2}{n(\lambda_2)} \sin \theta_1$ . Dosadíme-li tento výsledek do první, pak s uvážením toho, že úhly v nákresu jsou kladné a lze tedy užít identity  $\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 = 1$ , dostáváme

$$\cos \theta_1 = \frac{\left[ \frac{2 n(\lambda_0)}{\lambda_0} \right]^2 + \left[ \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \right]^2 - \left[ \frac{n(\lambda_2)}{\lambda_2} \right]^2}{2 \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \cdot 2 \frac{n(\lambda_0)}{\lambda_0}}. \quad (3.7)$$

Světlo o rozdílných vlnových délkách (tedy s různými barvami) se po svém vzniku tedy šíří pod jinými úhly  $\theta$  a tedy i jinými směry (vzhledem ke směru šíření původního svazku). Tato úhlová závislost je dána přímočarou úpravou (3.7):

$$\theta_1 = \arccos \left\{ \frac{\lambda_0 \lambda_1}{4 n(\lambda_0) n(\lambda_1)} \left[ \left( \frac{2 n(\lambda_0)}{\lambda_0} \right)^2 + \left( \frac{n(\lambda_1)}{\lambda_1} \right)^2 - \left( \frac{n(\lambda_2)}{\lambda_2} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.8)$$

Zde  $\theta_1$  je úhel, o který se odchýlí světlo o vlnové délce  $\lambda_1$  od původního směru, a funkce  $n(\lambda)$  označuje index lomu pro světlo o vlnové délce  $\lambda$ . Proto se tedy každá vlnová délka šíří jiným směrem a proto je na stínítku za sklem vidět náznak soustředných kruhů, každý o jiné barvě (viz obr. (3.2)).

Je zřejmé, že velkou roli ve vzorci (3.8) hraje index lomu, přesněji řečeno jeho závislost na vlnové délce. Tuto závislost beru opět z [3], tentokrát jde o vzorec (4.4-5):

$$n(\lambda) = \sqrt{\frac{0,6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0684043^2} + \frac{0,4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0,1162414^2} + \frac{0,8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9,896161^2} + 1}. \quad (3.9)$$

## 3.2 Automodulace fáze

Připomeňme časovou a prostorovou závislost intenzity elektrického pole vlny,

$$E(z, t) = E_0(t) e^{-i(kz - \omega t)} + E_0(t) e^{i(kz - \omega t)}, \quad (3.10)$$

v němž  $E_0(t)$  je amplitudová modulace. Ta může obecně záviset na čase, ale vzhledem k argumentu exponenciely ( $\pm i(kz - \omega t)$ ) se musí měnit dostatečně pomalu. Pro zjednodušení beru modulaci amplitudy gaussovskou, potom je i průběh intenzity světla gaussovskou funkcí:

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right). \quad (3.11)$$

Hodnoty  $I_0$  i  $\tau$  jsou již konečně pevné konstanty a jejich význam je následující:

Symbol	Jednotka	Význam
$I_0$	$W m^{-2}$	Maximální hodnota intenzity
$\tau$	$s$	Pološířka pulzu (ve výšce $I_0/e$ )

Tabulka 3.1: Význam symbolů užívaných ve vztazích

Uvažme nelineární prostředí, ve kterém je závislost indexu lomu lineární funkcí intenzity dopadajícího světla:

$$n(I) = n_0 + n_2 I. \quad (3.12)$$

Zde  $n_0$  je index lomu pro velmi málo intenzitní světlo a  $n_2$  je konstanta. Uvažme materiály, ve kterých je tato konstanta kladná. Předpokládejme dále, že délka pulzu je mnohem delší, než relaxační doba indexu lomu. Posun fáze vystupující vlny je funkcí času (poněvadž intenzita je funkcí času) a v analogii s tím, že fáze  $\phi$  je dána součinem vlnového vektoru a optické vzdálenosti od zdroje  $z$  ( $\phi = kz = \omega/c \cdot nz$ ), je podle (7.3-2) v [3] dán vztahem

$$\Delta\phi(t) = \int_0^L \frac{\omega_0}{c} n_2 I(t) dz = \frac{\omega_0}{c} L n_2 I(t). \quad (3.13)$$

Integrace zde probíhá přes celou délku nelineárního média, kterou značíme v souladu s [3] písmenem  $L$ ,  $\omega_0$  značí úhlovou frekvenci vstupujícího světla a  $c$  rychlost světla ve vakuu. Uvedený vztah platí pro rovnoběžné laserové svazky, kdy intenzita světla není funkcí vzdálenosti od laseru  $z$ .

Tomuto efektu, kdy se mění fáze výstupní vlny, se říká automodulace fáze. Pro jednoduchost berme úhlovou frekvenci vstupní vlny za konstantní. To je požadavek, který je v praxi snadno splnitelný a i v popisovaném experimentu jsme používali laser emitující světlo o stále stejné vlnové délce,  $800nm$ .

Tuto konkrétní závislost, (3.11), můžeme dosadit do vztahu mezi změnou úhlové frekvence výstupního světla a fází, která je definována

$$\Delta\omega(t) = -\frac{\partial\Delta\phi(t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\omega_0}{c} L n_2 I(t) \right]. \quad (3.14)$$

Na pravé straně je vše, kromě  $I(t)$ , konstantou. Derivací (3.11) a dosazením dostáváme konečně změnu úhlové frekvence výstupní vlny jako funkci času relativně vztaheného ke středu gaussovského balíku:

$$\Delta\omega(t) = \Delta\phi_{max} \cdot \frac{2t}{\tau^2} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (3.15)$$

kde

$$\Delta\phi_{max} = \frac{\omega_0 n_2 L}{c} I_0. \quad (3.16)$$

Položíme-li  $\left. \frac{\partial\Delta\omega(t)}{\partial t} \right|_{t=\tilde{t}} = 0$ , vyjde  $\tilde{t} = \pm \frac{\tau}{\sqrt{2}}$ . Potom je největší změna úhlové frekvence rovna

$$\Delta\omega_{max} = \Delta\omega(|\tilde{t}|) = 2 \frac{\omega_0 n_2 L}{c} I_0 \frac{1}{\sqrt{2}\tau} e^{-0,5} \doteq \frac{0,858 \Delta\phi_{max}}{\tau}. \quad (3.17)$$

Použité křemenné sklo má  $n_2 = 2,5 \cdot 10^{-20} m^2 W^{-1}$  [4], jeho tloušťku beru  $L = 3 mm$ , dále známe přepočítání mezi vlnovou délkou a úhlovou frekvencí světla ( $\omega = 2\pi c/\lambda$ ) a všechny parametry svazku

(tab. 2.1). Intenzitu světla beru stokrát menší, než z tab. 2.3 (kvůli použitému filtru). Prostým dosazením do (3.16) vychází hodnota  $\Delta\phi_{max} = 1,7 \cdot 10^2 V^2 W^{-1}$  pro čočku s pěti dioptriemi a pro čočku s dvaceti dioptriemi dokonce  $\Delta\phi_{max} = 2,9 \cdot 10^3 V^2 W^{-1}$ . Z nich pak dopočítáním dostáváme  $\Delta\omega_{max} \approx 10^{16} rad s^{-1}$ . Takto vysoká hodnota je způsobena tím, že vzorec (3.16) byl odvozen za předpokladu rovnoběžného svazku v krystalu, což v našem experimentu (kdy jsme měli krystal umístěn v ohnisku čočkového dubletu) samozřejmě neplatilo.

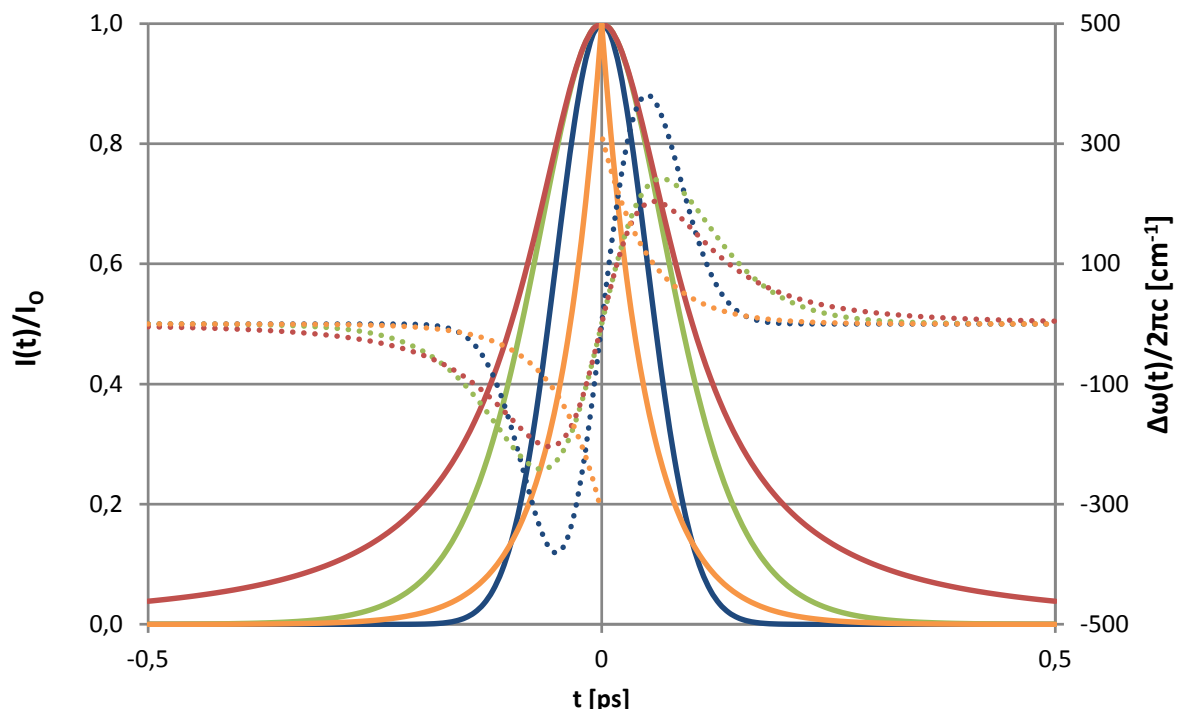
Pro ilustraci dodávám, že úhlová rychlost červeného světla ( $s \lambda = 800 nm$ ) je  $2,4 \cdot 10^{15} rad s^{-1}$ .

Kromě gaussovského průběhu amplitudy lze brát samozřejmě i jiný. Např. [5] uvažuje průběh  $E_0(t) \sim \text{sech} \left[ \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$ . Srovnajme ještě lorentzovský průběh a dvojitou exponenciálu:

Název	Průběh čtverce modulace amplitudy, $E_0^2(t) [V/m]$	Změna úhlové rychlosti, $\Delta\omega(t) [rad/s]$	Barva čáry v grafu
<b>Gaussovský</b>	$\exp \left[ -2 \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$	$4\Delta\phi_{max} \frac{t}{\tau^2} \exp \left[ -2 \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$	<b>Modrá</b>
<b>Hyperbolický sekans</b>	$\text{sech}^2 \left[ \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$	$2 \frac{\Delta\phi_{max}}{\tau} \sinh^2 \frac{t}{\tau} \tanh \frac{t}{\tau}$	<b>Zelená</b>
<b>Lorentzovský</b>	$\frac{1}{1 + \left( \frac{t}{\tau} \right)^2}$	$2\Delta\phi_{max} \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{t}{\tau} \right)^2} \right)^2 \frac{t}{\tau^2}$	<b>Červená</b>
<b>Dvojitá exponenciála</b>	$\exp \left( -2 \frac{ t }{\tau} \right)$	$\Delta\phi_{max} \exp \left( -2 \frac{ t }{\tau} \right) \frac{\text{sign } t}{\tau}$	<b>oranžová</b>

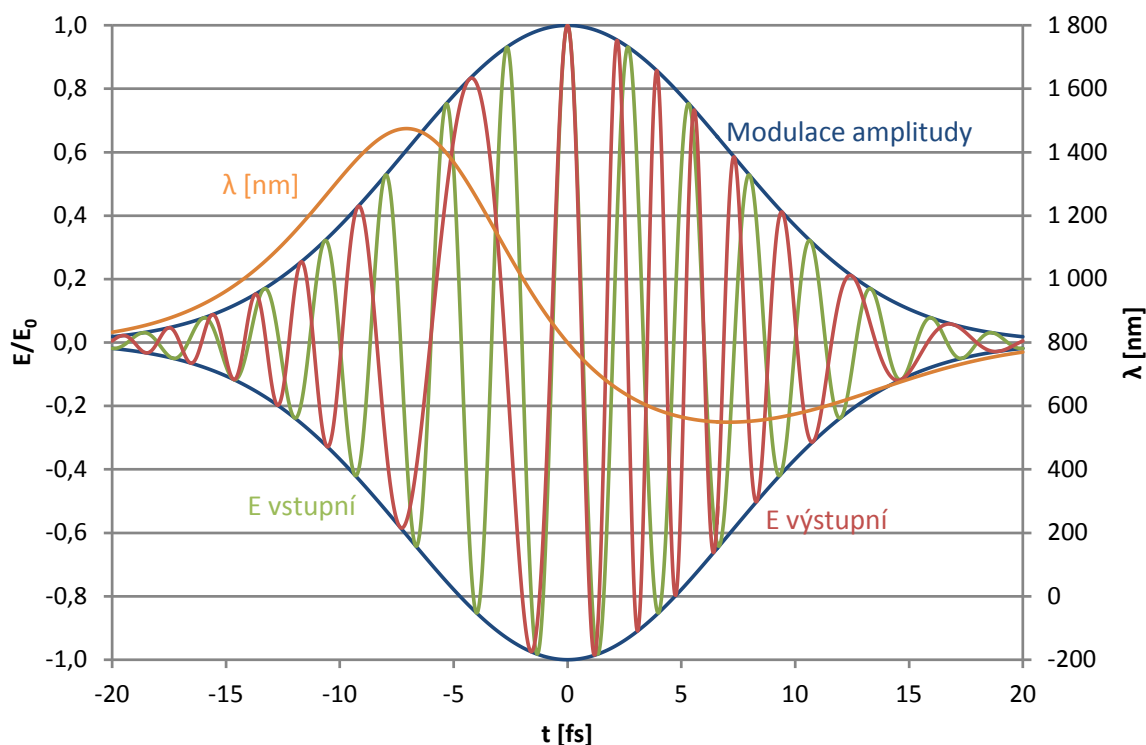
Tabulka 3.2: průběhy intenzity, pro něž jsem počítal automodulaci fáze

Berme nyní  $\Delta\phi_{max} = 10\pi$  a  $\tau = 0,1 ps$ . Srovnáním výše uvedených průběhů intenzit a změny úhlové rychlosti dostáváme následující graf. Plnou čarou jsou vykresleny průběhy intenzit  $I(t)$ , tečkovanou pak posun úhlové rychlosti,  $\Delta\omega(t)$ :



Graf 3.1: Elektrická intenzita a změna úhlové frekvence u automodulace fáze

Dále pro puls s gaussovským průběhem intenzity na čase  $\tau = 10\text{ fs}$ ,  $\lambda_0 = 800\text{ nm}$  a  $\Delta\phi_{max} = 4\pi$  vykresluji vstupující a vystupující vlnu (volím tyto hodnoty, poněvadž pro ně je graf přehledný):



Graf 3.2: Srovnání teoretického průběhu vstupní a výstupní elektrické intenzity při automodulaci fáze

Je zde zajímavé maximum výstupní elektrické intenzity při  $t = -43\text{ fs}$ , poněvadž nedosahuje výšky modulace amplitudy. V tomto čase dochází k tak strmému poklesu úhlové frekvence  $\omega$ , že součin  $\omega t$  klesá.



### 3.3 Měření spekter

Na místo stínítka ve schématu 2.1 jsme umístili vstupní otvor vlákna spektrometru a měřili průběh intenzity v závislosti na poloze detektoru. Tuto polohu jsme měnili ve vodorovném směru a detektor byl nastaven v takové výšce, ve které byl střed soustředných kružnic zmíněných v kap. 3. Očekáváme, že převažující vlnová délka v místě, kde se na stínítku objevila červená barva, bude  $700\text{ nm}$ ; namísto zelené barvy očekáváme nejvyšší příspěvek od vlnové délky  $550\text{ nm}$  a v místě, kde byla vidět barva modrá, by mělo převažovat světlo o  $400\text{ nm}$ .

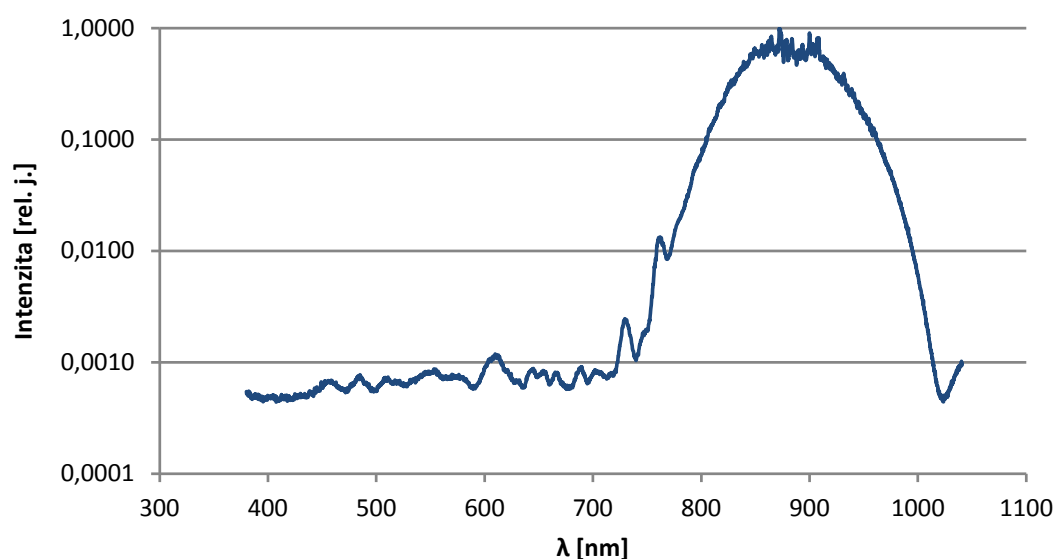
Vlnové délky větší než  $700\text{ nm}$  jsou mimo viditelné spektrum a nejsou tedy viditelné pouhým okem. Použitý detektor byl Ocean Optics USB4000, tedy křemíkový, a ani ten tedy nezaznamená světlo o vlnových délkách větších než  $1050\text{ nm}$ .

Abych mohl naměřené hodnoty porovnat s teoretickými, potřebuji převést polohu detektoru na úhel odklonu paprsku,  $\theta_1$ . Vstupní otvor detektoru byl umístěn  $16,5\text{ cm}$  od jiskry uvnitř křemenného skla. Nulovému úhlu odpovídá pozice ohniska detektoru  $28\text{ mm}$ . Označím-li polohu ohniska detektoru jako  $\Delta$ , mám přepočít

$$\theta_1 = \arctan \frac{\Delta - 2,8\text{ cm}}{16,5\text{ cm}}. \quad (3.18)$$

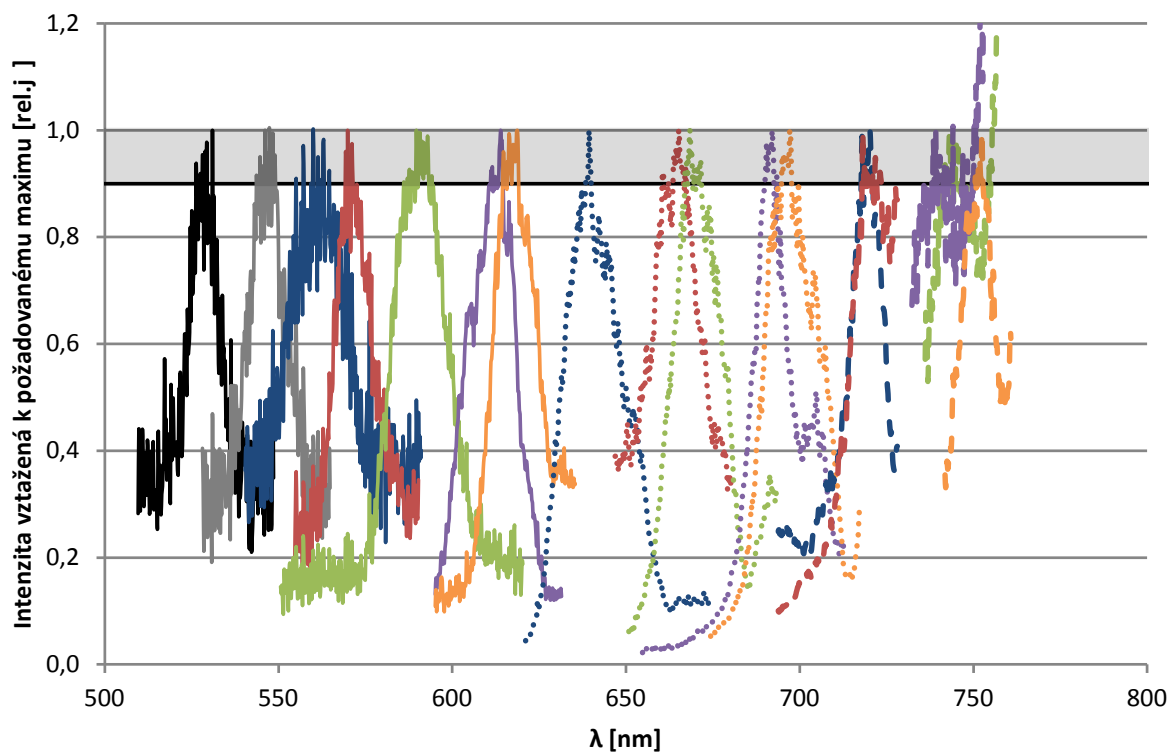
Pro každou polohu detektoru vykresluji závislost intenzity na vlnové délce. Různé polohy detektoru (odpovídající různým úhlům  $\theta_1$ ) jsou odlišeny barvou a stylem čáry.

Dostáváme následující grafy:

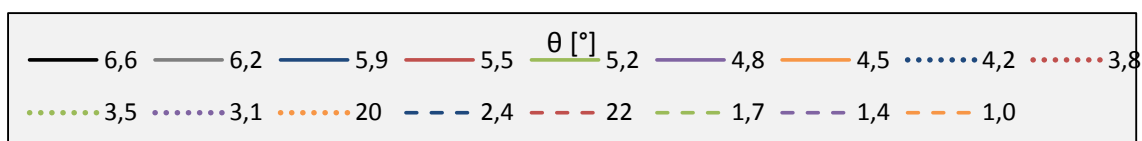
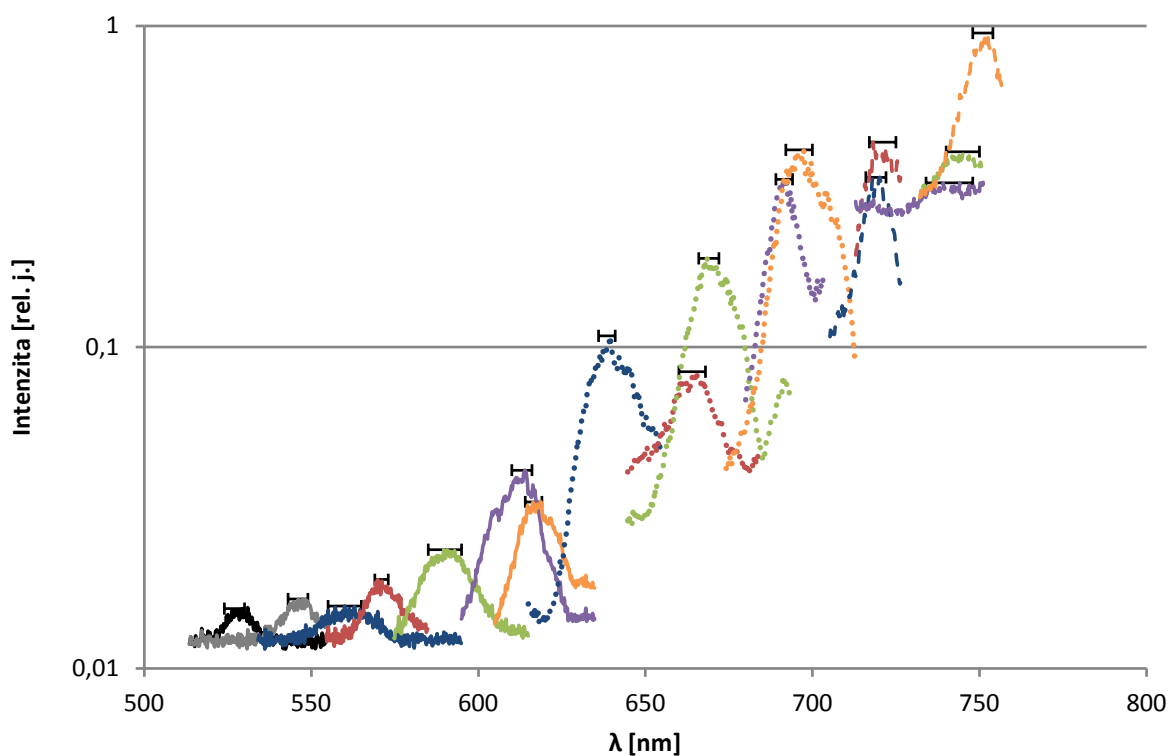


Graf 3.3: Spektrum světla v centru (odpovídá  $\theta = 0^\circ$ )

Hlavní příčinou širokého maxima pro vlnové délky nad  $750\text{ nm}$  v grafu 3.3 je právě automodulace fáze.



Graf 3.4: Srovnání normovaných intenzit



Graf 3.5: Průběh spektra na stíničce pro různé polohy detektoru. Zobrazeny jsou jen výřezy

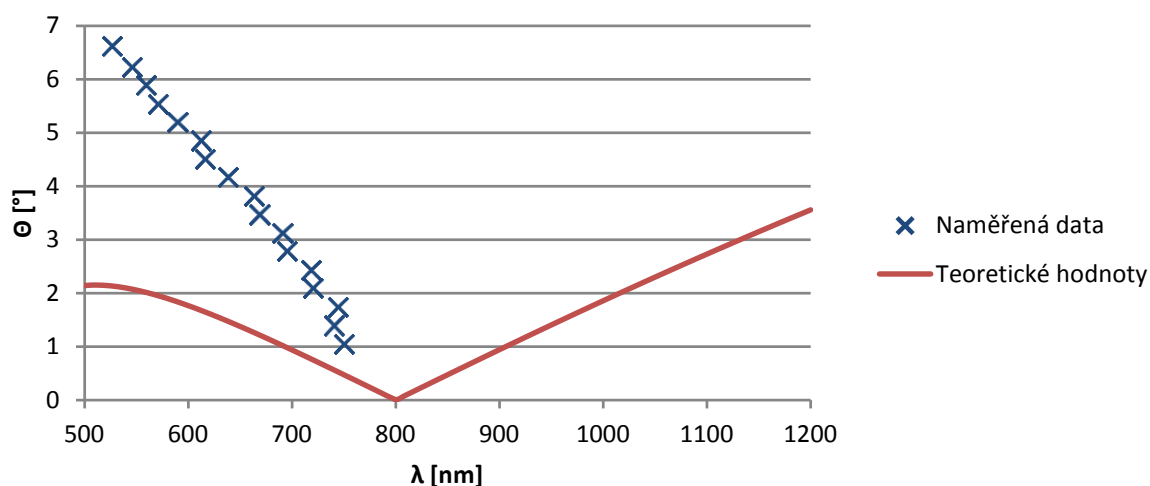
### 3.4 Zpracování naměřených dat

Pro každou pozici detektoru jsem našel maximum, které mne zajímalo (jsou to ta v grafech 3.4 a 3.5). Maximální hodnotu intenzity značím  $I_{max}$ . Dále hledám interval vlnových délek, ve kterém je ještě stále intenzita světla větší, než  $0,9I_{max}$  (v grafu 3.4 jsou to všechny body na šedém pozadí). Tím jsem získal následující tabulku:

Pozice detektoru [mm]	$\Theta_1$ [°]	$\lambda_{max,od}$ [nm]	$\lambda_{max,do}$ [nm]	$\lambda_{max}$ [nm]	$I_{max}$ [rel.j.]
8,85	6,6	524	530	527±3	1 535
10	6,2	543	549	546±3	1 644
11	5,9	555	565	560±5	1 564
12	5,5	569	573	571±2	1 890
13	5,2	585	595	590±5	2 342
14	4,8	610	616	613±3	4 140
15	4,5	614	619	617±3	3 299
16	4,2	636	641	639±3	10 847
17	3,8	660	668	664±4	8 388
18	3,5	666	672	669±3	18 900
19	3,1	689	694	692±3	33 283
20	2,8	692	700	696±4	41 130
21	2,4	716	722	719±3	33 752
22	2,1	717	725	721±4	43 471
23	1,7	740	750	745±5	40 587
24	1,4	734	748	741±7	32 473
25	1,0	748	754	751±3	94 915

Tabulka 3.3: Nalezené maximum intenzity pro různé polohy detektoru

Nyní mohu přikročit ke srovnání teoretického (dle vztahu (3.8)) a skutečně naměřeného spektra, viz následující graf:



Graf 3.6: Závislost převažující vlnové délky světla šířící se daným směrem po generaci kontinua

Naneštěstí se nepodařilo potvrdit teoretický vzorec (3.8). Je patrné, že naměřená závislost je mnohem strmější, než předpovídá teorie.

Možným vysvětlením je to, že ve vztahu pro výpočet indexu lomu, (3.9), je zahrnuta pouze závislost na vlnové délce. V experimentu byl použit velmi silný laserový svazek a pravděpodobně již nelze zanedbat závislost indexu lomu na intenzitě světla.

Ze vztahu 3.9 vychází, že lineární index lomu pro vlnovou délku  $500 \text{ nm}$  je asi  $n_{500} = 1,462$ , kdežto pro vlnovou délku  $800 \text{ nm}$  je  $n_{800} = 1,453$ . Dále námi použité křemenné sklo má nelineární index lomu  $n_2 = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$  [6] a používali jsme svazek o intenzitě v ohnisku řádově  $I \sim 10^{20} \text{ W m}^{-2}$ . Je tedy zřejmé, že korekce na intenzitu světla nelze zanedbat, protože intenzita v ohnisku způsobí o řád větší změnu indexu lomu, než rozsah vlnové délky.

Dále intenzita není konstantní ani v příčném průřezu svazkem, ani v čase – nejprve narůstá, pak dosahuje svého maxima, a nakonec klesá. I časovou závislost intenzity bych tedy měl správně do výše zmiňované korekce dodat. Ani to by však pravděpodobně nepřineslo dobrou shodu s teoretickým vzorcem 3.8, protože nelineární jevy se zcela jistě projevují již před ohniskem a i za ním. Nezanedbatelný vliv bude pravděpodobně mít autofokusace svazku.

## 4 Závěr

Jeden z původních záměrů práce, studium Ramanova rozptylu, se nepodařilo uskutečnit. V provedeném experimentu se mnohem výrazněji projevily jiné nelineární jevy, jejichž důsledkem je generace femtosekundového kontinua. Jednalo se převážně o automodulaci fáze a parametrickou čtyřfotonovou interakci, viz kap. 3.

Automodulace fáze je nejvýrazněji vidět na spektru v grafu 3.3, kde se projevuje spektrálním rozšířením svazku. Spektrální šířka vstupujícího svazku (přepočítaná na rozpětí vlnových délek) je řádově deset nanometrů, spektrální šířka vystupujícího pulzu je o řád větší.

Parametrická čtyřfotonová interakce se projevuje různobarevnými soustřednými kružnicemi (viz obr. 3.2). Její spektra jsou vykreslena v grafech 3.3 - 3.5.

Ve spektru světla šířícího se od jiskry kolmo vzhledem k původnímu svazku identifikujeme několik ostrých maxim, viz graf 2.2 a tabulka 2.4. Většina z nich odpovídá energetickým přechodům kyslíku nebo dusíku.

Studium těchto jevů nám může pomoci objasnit děje probíhající v materiálech vystaveným silnému světelnému svazku. To může nalézt své uplatnění v průmyslové výrobě mikrostruktur, modifikaci materiálů nebo přesné vrtání do nejrůznějších materiálů.

Generace femtosekundového kontinua umožňuje konverzi monochromatického světla na širokou spektrální oblast a nachází tedy uplatnění při transformaci vlnových délek v laserových zesilovačích a v nelineárních optických metodách.

## 5 Literatura

- [1] Newport Corporation. [Online] [Citováno 20. 4 2010.]  
<http://www.newport.com/Gaussian-Beam-Optics/144899/1033/catalog.aspx>.
- [2] Laser-induced Breakdown. [Online] [Citováno 18. 5. 2010.]  
[http://www.rp-photonics.com/laser\\_induced\\_breakdown.html](http://www.rp-photonics.com/laser_induced_breakdown.html).
- [3] Tran X. Puhoc, Curt M. White., "Experimental studies of the absorption and emissions from laser-induced spark in combustile gases." Pittsburgh, 2000.
- [4] Guangsheng S. He, Song H. Liu., Physics of nonlinear optics. Singapore, World Scientific, 1999.
- [5] Sutherland, Richard R., Handbook of Nonlinear Optics. New York, Marcel Dekker, 2003.
- [6] Boyd, Robert W., Nonlinear Optics, Elseviser Science, 1992.