

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Tomáš Chlouba

Studium parametrů ultrakrátkých laserových pulsů

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Petr Němec, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: obecná fyzika

Praha 2012

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce doc. RNDr. Petru Němcovi, Ph.D., Mgr. Dagmar Butkovičové a RNDr. Nadě Tesařové za pomoc při měření a zpracování, za konzultace a trpělivé vysvětlování všech nejasností.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Název práce: Studium parametrů ultrakrátkých laserových pulsů

Autor: Tomáš Chlouba

Katedra: Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Petr Němec, Ph.D., Katedra chemické fyziky a optiky

Abstrakt: V této práci se zabýváme měřením parametrů laserového záření vystupujícího z kontinuálního titan-safírového laseru 3900S, pulzního titan-safírového laseru Mai-Tai HP a z optického parametrického oscilátoru Inspire vyrobených firmou Spectra Physics. Konkrétně nás zajímá výkon, šířka svazku, šum a stabilita směřování svazku v závislosti na vlnové délce. Také jsme měřili stabilitu svazku v čase a porovnali ji se stabilitou při změně vlnové délky. U pulzního laseru nás navíc zajímá spektrální a časová šířka pulzů. Jde nám především o porovnání vlastností obou titan-safírových laserů a o ověření specifikací daných výrobcem u laseru Mai-Tai a oscilátoru Inspire.

Klíčová slova: laser, optický parametrický oscilátor, parametry laserových svazků, ultrakrátké laserové pulzy

Title: Investigation of parameters of ultrafast laser pulses

Author: Tomáš Chlouba

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: doc. RNDr. Petr Němec, Ph.D., Department of Chemical Physics and Optics

Abstract: In this work we investigate parameters of laser radiation coming from continual titan-sapphire laser 3900S, pulsed titan-sapphire laser Mai-Tai HP and from optical parametric oscillator Inspire made by Spectra Physics. We are particularly interested in dependence of power, width of the beam, noise and beam pointing stability as a function of wavelength. We have also measured beam pointing stability in time and compared it with beam stability during change of wavelength. With pulse laser we are also interested in the spectra and time width of the pulses. We aim to compare the properties of both titan-sapphire lasers and to verify specifications of Mai-Tai and Inspire given by the manufacturer.

Keywords: laser, optical parametric oscillator, laser beam parameters, ultrafast laser pulses

Obsah

Úvod	2
1 Laserové zesilovače	3
1.1 Koeficient zesílení, zisk zesilovače	3
1.2 Čerpání zesilovače, rychlostní rovnice	4
1.3 Čtyřhladinové a tříhladinové schema čerpání	6
1.4 Šum zesilovače	8
2 Laserové oscilátory	9
2.1 Optický rezonátor, podmínky vzniku laserových oscilací	9
2.2 Hustota fotonového toku uvnitř a vně rezonátoru	10
2.3 Spektrální složení laserového záření	12
2.4 Modová selekce	13
2.5 Pulzní lasery	13
3 Nelineární optika	15
3.1 Vznik nelinearity, nelineární vlnová rovnice	15
3.2 Generování druhé harmonické	16
3.3 Třívlnový proces, parametrická interakce, parametrický oscilátor .	16
3.4 Kerrův jev, autofokusace	17
3.5 Měření délky pulzu pomocí autokorelátoru	18
4 Měřené přístroje	20
4.1 Titan-safírové lasery Mai Tai HP a 3900S	20
4.2 Optický parametrický oscilátor Inspire HF 100	20
5 Výsledky měření	21
5.1 Kontinuální titan-safírový laser 3900S	21
5.2 Pulzní titan-safírový laser Mai-tai HP	27
5.3 Inspire optický parametrický oscilátor	31
Závěr	35
Seznam použité literatury	36

Úvod

Tato práce je zaměřena na studium parametrů ultrakrátkých laserových pulzů. Budeme charakterizovat záření vycházející z kontinuálního titan-safrírového laseru 3900S a z pulzního titan-safrírového laseru Mai Tai HP stejně jako záření, jehož zdrojem je optický parametrický oscilátor, který je čerpán právě tímto pulzním laserem.

V první a druhé kapitole zjednodušeně přiblížíme princip a fungování laseru. Laser je složen primárně z laserového zesilovače, kde dochází k zesílení procházejícího světla, a z optického oscilátoru, ve kterém je zesilovač uložen a v němž za určitých podmínek dochází k laserovým oscilacím a vzniku laserového záření.

Ve třetí kapitole popíšeme základní principy nelineární optiky, jenž jsou základem pro fungování parametrického oscilátoru. Konkrétně jde o generaci druhé harmonické frekvence a parametrické interakce. Dále ještě popíšeme optický Kerrův jev, což je základ moderní metody modové synchronizace (tzv. kerr-lens mode-locking), která je použita pro generaci pulzů v našem laseru. Nakonec vysvětlíme měření délky laserového pulzu pomocí autokorelátoru, který pracuje právě na principu generace druhé harmonické.

V následující čtvrté kapitole potom stručně popíšeme měřené přístroje, konkrétně tedy lasery 3900S a Mai-Tai HP a parametrický oscilátor Inspire HF 100 od firmy Spectra Physics.

Pátá kapitola je shrnutím všech měření a jejich výsledků.

1. Laserové zesilovače

V této kapitole jsem čerpal z [1] z kapitoly 13.

1.1 Koeficient zesílení, zisk zesilovače

Laserový zesilovač je aktivní prostředí, které zvětšuje amplitudu procházejícího světla. Atomy v aktivním prostředí mají různé energetické hladiny. Předpokládejme, že se v tomto prostředí šíří elektromagnetická rovinná vlna o frekvenci ν a zároveň přítomné atomy mají dvě energetické hladiny, jejichž rozdíl je právě rovný energii jednoho fotonu $h\nu$. Fotony mohou s těmito atomy interagovat dvěma způsoby. Pokud je atom na nižší energetické hladině, může foton absorbovat a přejít na vyšší energetickou hladinu, což vede k zeslabení světla. Je-li ale atom na vyšší energetické hladině, může interagující foton vyvolat přechod z vyšší na nižší hladinu za vyzáření identického fotonu stejného modu (tedy se stejnou energií, polarizací a směrem). Dojde tak k zesílení světla. Tomuto jevu se říká stimulovaná emise. Existuje ještě jev spontánní emise, kde dochází k samovolnému přechodu atomu z vyšší hladiny na nižší, což způsobuje šum v zesilovači.

Označme N_1 objemovou hustotu atomů na nižší hladině a N_2 objemovou hustotu atomů na vyšší hladině. Potom veličina N definovaná $N = N_2 - N_1$ se nazývá rozdíl obsazení nebo populace. Látka v tepelné rovnováze má daleko více atomů na nižší hladině než na vyšší, tedy $N < 0$ a převážně dochází k absorpci a světlo je zeslabováno. Pokud ale vnějším působením (čerpáním) dosáhneme stavu s inverzním obsazením ($N > 0$), tak více atomů bude světlo zesilovat stimulovanou emisí. Efektivně tak dojde k zesílení procházejícího světla. Pokud $N = 0$, pak je stejné množství fotonů absorbováno jako emitováno a látka se stává dokonale průhlednou.

Pravděpodobnost interakce fotonu s atomem buďto stimulovanou emisí nebo absorpcí je určena účinným průřezem σ , který je pro oba typy interakcí stejný. Platí

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{8\pi t_{sp}} g(\nu), \quad (1.1)$$

kde t_{sp} je střední doba spontánní emise, $g(\nu)$ je normovaná funkce průběhu spektrální čáry a λ vlnová délka světla v prostředí. Nyní zavedeme koeficient zesílení $\gamma(\nu)$ jako

$$\gamma = N\sigma(\nu). \quad (1.2)$$

Koeficient γ charakterizuje zesílení hustoty fotonového toku na jednotkové délce prostředí. Víme, že N může být kladné i záporné. Z toho plyne, že i γ může být kladné nebo záporné. Je-li N záporné, tak převážně dochází k absorpci, γ tedy charakterizuje i zeslabení světla na jednotkové délce. Mějme rovinnou elektromagnetickou vlnu frekvence ν a intenzity I šířící se prostředím ve směru z . Pro intenzitu platí

$$I = \phi h\nu, \quad (1.3)$$

kde ϕ je hustota fotonového toku a h Planckova konstanta. Známe počáteční hustotu fotonového toku $\phi(0)$ a chceme znát hustotu fotonového toku ve vzdálenosti z od počátku $\phi(z)$ za předpokladu, že se šíří v laserovém prostředí. Tento vztah se dá jednoduše uhadnout, uvědomíme-li si, že míra zesílení je také úměrná síle signálu. Čím více fotonů prostředím prochází, tím více může interagovat s atomy prostředí, ať už absorpcí (což vede k zeslabení světla) nebo stimulovanou emisí. Závislost tedy musí být exponenciální. Platí

$$\phi(z) = \phi(0) \exp(\gamma(\nu)z). \quad (1.4)$$

Ze vzorce (1.3) zároveň vyplývá

$$I(z) = I(0) \exp(\gamma(\nu)z). \quad (1.5)$$

Zesílení světla tedy závisí na dvou parametrech. Koeficientu zesílení γ , který sám závisí na populaci N , a vzdálenosti, kterou světlo urazí v materiálu. Pro největší možné zesílení světla tedy musíme mít maximální obsazení horní energetické hladiny v laserovém přechodu a ideálně žádné obsazení spodní hladiny a co největší délku, kde světlo prochází aktivním prostředím. Toho je u laseru docíleno zpětnou vazbou, která prošlé světlo vrací zpět do zesilovače. Mějme pevnou délku zesilovače d . Zavedeme veličinu zisk zesilovače $G(\nu)$ jako poměr intenzit původní vlny vstupující do zesilovače a vlny vystupující ze zesilovače.

$$G(\nu) = I(d)/I(0) = \exp(\gamma(\nu)d) \quad (1.6)$$

Vidíme, že G i γ jsou frekvenčně závislé. To je způsobeno závislostí účinného průřezu na vlnové délce a na tvaru spektrální čáry. Explicitní závislost na vlnové délce není tak zajímavá, protože předpokládáme šíření monochromatické vlny. Naopak závislost na tvaru spektrální čáry znamená, že interagovat mohou i vlny s mírně odlišnou frekvencí od frekvence odpovídající přesně energii přechodu. Čím více se ale frekvence vlny blíží frekvenci odpovídající energii přechodu, tím více je zesílena.

Reálné lasery nemusí mít pouze jeden laserový přechod. Těchto přechodů může být celá řada a některé lasery tak mohou být laditelné i v rozsahu stovek nanometrů. Navíc se může jeden typ atomů účastnit více přechodů nebo naopak každý přechod mít vlastní atomy. Potom koeficient zesílení a tím i zisk závisí i na koncentraci určitých atomů v prostředí. Pokud prostředím prochází velmi silný signál, může také dojít k saturaci zisku, tedy k tomu, že hustota fotonů bude tak velká, že způsobí stav, kdy $N = 0$ a prostředí se stane pro záření průhledné. Zisk reálného zesilovače tedy může mít téměř jakýkoliv tvar závislosti na frekvenci, který závisí na mnoha faktorech, a navíc je sám závislý na intenzitě procházejícího světla.

1.2 Čerpání zesilovače, rychlostní rovnice

V podkapitole 1.1 jsme si řekli, že k tomu, aby bylo možno světlo zesílit jeho průchodem aktivním prostředím, musí být dosaženo inverzního obsazení hladin $N > 0$. Toho se dosahuje čerpáním z vnějšího zdroje. Důsledkem čerpání atomy v prostředí přecházejí z nižších na vyšší energetické hladiny. Čerpat lze například

elektricky (např. výbojem v plynech), chemicky nebo opticky (např. jiným laserem). Uvažujme nyní tři hladiny, prostřední hladina 1 má dobu života τ_1 , potom samovolně přejde na hladinu 0. Hladina 0 je základní stav atomu. Hladina 2 je vyšší energetická hladina s dobou života τ_2 . Hladina 2 se může deexcitovat na hladinu 1, nebo přímo na hladinu 0. Protože se uplatňuje více mechanismů deexcitace, je rychlostní konstanta přechodů z hladiny 2 rovna součtu jednotlivých rychlostních konstant. Jelikož jsou rychlostní konstanty nepřímo úměrné středním dobám přechodů, musí platit

$$\tau_2^{-1} = \tau_{21}^{-1} + \tau_{20}^{-1}, \quad (1.7)$$

kde τ_{21} je složka odpovídající přechodu z hladiny 2 na hladinu 1 a τ_{20} přechodu na hladinu 0. Čím více mechanismů deexcitace hladiny existuje, tím kratší je její střední délka života. To platí obecně. V laserech ovšem nedochází k čerpání hladiny 2 přímo, ale čerpá se typicky celá řada hladin výše než hladina 2. Označme R_1 rychlost přechodů (počet přeshlých atomů na jednotku objemu za jednotku času) z hladiny 1 na jakoukoliv jinou než hladinu 2 a označme R_2 rychlost přechodů z hladin jiných než 1 a 2 na hladinu 2. Nyní napíšeme rychlostní rovnice, které popisují, co se děje s hustotami obsazení N_1 a N_2 v takovémto systému nejprve bez účasti vnějšího záření.

$$\frac{dN_2}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} \quad (1.8)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} \quad (1.9)$$

Hledejme nyní stacionární stav, kdy $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$ a vyjádřeme stacionární inverzní obsazení $N_0 = N = N_2 - N_1$.

$$N_0 = R_2\tau_2\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}}\right) + R_1\tau_1 \quad (1.10)$$

Z tohoto vztahu je dobře vidět, jak by měl vypadat ideální laserový přechod s velkým inverzním obsazením. Rychlost čerpání hladiny 2 by měla být zjevně co největší, zároveň by tato hladina měla mít dlouhou střední dobu života, aby její obsazení bylo maximální. Naopak hladina 1 by ideálně měla ihned zanikat, tedy $\tau_1 \approx 0$. Teď se podívejme, co se stane přidáme-li vnější záření o frekvenci odpovídající energetickému rozdílu mezi hladinami 1 a 2. Znamená to, že do rychlostních rovnic musíme přidat členy odpovídající stimulované emisi a absorpci. Tyto procesy mají hustotu pravděpodobnosti $W = \phi\sigma(\nu)$, kde σ je účinný průřez a ϕ hustota fotonového toku. Rychlostní rovnice potom vypadají takto

$$\frac{dN_2}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2W + N_1W, \quad (1.11)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + N_2W - N_1W. \quad (1.12)$$

Znovu se nyní podívejme na vztah pro inverzní obsazení N za stacionárních podmínek ($\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$). Dostaneme

$$N = \frac{N_0}{1 + \tau_s W}, \quad (1.13)$$

$$\tau_s = \tau_2 + \tau_1 \left(1 - \frac{\tau_2}{\tau_{21}}\right), \quad (1.14)$$

kde N_0 je známé stacionární obsazení bez vnějšího záření a τ_s se nazývá saturační časová konstanta. Ze vztahu (1.13) je dobře vidět, že rozdíl obsazení hladin klesá se zvyšující intenzitou procházejícího záření ($W \propto \phi$). Při velmi silném signálu totiž naprosto dominují jevy stimulované emise a absorpce se stejnou pravděpodobností.

Naopak význam veličiny τ_s není na první pohled tak zjevný. Je-li hustota pravděpodobnosti W rovna právě převrácené hodnotě τ_s , pak N klesne právě na polovinu ($N = \frac{N_0}{2}$), což se ověří prostým dosazením.

1.3 Čtyřhladinové a tříhladinové schema čerpání

V praxi existují dvě uspořádání hladin, která se užívají k dosažení inverzního obsazení. Tedy čtyřhladinové a tříhladinové uspořádání. Podívejme se nejprve na čtyřhladinové.

V tomto uspořádání existují 4 hladiny. Hladina 0 je základní stav s minimální energií. Hladina 1 je spodní hladina laserového přechodu. Jak jsme si řekli v předchozí podkapitole, tak tato hladina má ideálně velmi krátkou střední dobu života τ_1 . Hladina 2 je horní hladinou laserového přechodu. Má ideálně dlouhou střední dobu života τ_2 . Hladina 3 je potom hladina (hladiny) pomocí nichž je deexcitací čerpána hladina 2. Opět má ideálně velmi krátkou dobu života τ_3 . Hladina 3 je z hladiny 0 čerpána rychlostí R . Protože τ_3 je velmi malé, můžeme brát rychlost čerpání hladiny 2 rovno rychlosti čerpání hladiny 3, tedy $R = R_2$. Zároveň předpokládáme $\tau_1 = 0$. Stacionární inverze bez přítomnosti záření je podle vztahu (1.10) tedy

$$N_0 = R\tau_2. \quad (1.15)$$

Dále předpokládejme, že doba života hladiny 2 τ_2 je primárně daná spontánní emisí z hladiny 2 na hladinu 1, tedy že deexcitace přímo na hladinu 0 je zanedbatelná. K přechodu z hladiny 2 na hladinu 1 také může docházet bez vyzáření fotonu, například srážkami se stěnami nádoby, ale ve většině čtyřhladinových systémů platí $t_{sp} \gg t_{nz}$, kde t_{sp} je střední doba spontánní emise a t_{nz} je střední doba nezářivé deexcitace. Dohromady předpokládáme $\tau_2 \approx t_{sp}$. Saturační časová konstanta je podle vztahu (1.14) potom

$$\tau_s \approx t_{sp}. \quad (1.16)$$

Nakonec podle vztahu (1.13) je stacionární inverze za přítomnosti záření

$$N = \frac{Rt_{sp}}{1 + t_{sp}W}. \quad (1.17)$$

Tento vztah je ovšem z principu špatně, protože jsme neuvažovali důležitý detail a to, že rychlost čerpání R není nezávislá na hustotách obsazení hladin. Protože počet atomů v aktivním prostředí je konstantní, musí platit

$$N_a = N_0 + N_1 + N_2 + N_3, \quad (1.18)$$

kde N_a je celková koncentrace. V našem modelu předpokládáme $N_3 = 0$ a také $N_1 = 0$, protože střední doba života těchto hladin je 0. Zároveň rychlost čerpání R je rychlost s jakou atomy z hladiny 0 přecházejí na hladinu 3 resp. 2. Tedy pokud je příliš velká rychlost čerpání a většina atomů je po chvíli na hladině 2, rychlost čerpání prudce klesá, protože nejsou žádné další atomy na hladině 0, které by šli excitovat. Označíme-li P pravděpodobnost přechodu z hladiny 0 na hladinu 3 resp. 2, pak pro rychlost platí vztah

$$R \approx (N_a - N)P, \quad (1.19)$$

což je lineárně klesající funkce N . Nyní můžeme dosadit do (1.17) a dostaneme

$$N = \frac{t_{sp}N_aP}{1 + t_{sp}W + t_{sp}P}. \quad (1.20)$$

Nyní zapíšeme N v typickém tvaru

$$N = \frac{N_0}{1 + \tau_s W}, \quad (1.21)$$

kde

$$N_0 = \frac{t_{sp}N_aP}{1 + t_{sp}P}, \quad (1.22)$$

$$\tau_s = \frac{t_{sp}}{1 + t_{sp}P}. \quad (1.23)$$

Tyto dva vztahy charakterizují čtyřhladinový systém čerpání.

Tříhladinový systém je oproti čtyřhladinovému rozdílný v tom, že spodní hladina laserového přechodu je zároveň základním stavem (tedy hladinou 0 v našem modelu). To sebou přináší jeden problém a to, že dolní hladina nemá typicky nulové obsazení a dosažení inverzního obsazení je těžší a vyžaduje větší čerpací výkon. Napišme pro tento systém rychlostní rovnici (1.13) za stacionárních podmínek, tedy

$$0 = R - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2W + N_1W. \quad (1.24)$$

Navíc známe celkovou hustotu atomů a zanedbáme-li N_3 , protože považujeme $\tau_3 = 0$, můžeme psát

$$N_a = N_1 + N_2. \quad (1.25)$$

Tyto dvě rovnice pro N_1 a N_2 vyřešíme a vyjádříme $N = N_2 - N_1$ ve standardním tvaru (1.13), kde N_0 a τ_s mají tento tvar

$$N_0 = 2R\tau_2 - N_a, \quad (1.26)$$

$$\tau_s = 2\tau_2. \quad (1.27)$$

Nyní opět přestaneme považovat R za konstantu a napíšeme $R = (N_1 - N_3)P$. Zároveň, stejně jako u čtyřhladinového systému, považujeme $\tau_2 = t_{sp}$ a $N_3 = 0$. Algebraickými úpravami získáme inverzní populaci vyjádřenou v obvyklém tvaru, kde

$$N_0 = \frac{N_a(t_{sp}P - 1)}{1 + t_{sp}P}, \quad (1.28)$$

$$\tau_s = \frac{2t_{sp}}{1 + t_{sp}P}. \quad (1.29)$$

Jasně vidíme, že saturační doba je dvakrát větší, zatímco N_0 je menší než u čtyřhladinového systému. Důsledkem těchto vztahů je, že pro tříhladinový systém je potřeba silnější čerpání, aby bylo dosaženo stejného inverzního obsazení jako u čtyřhladinového systému.

1.4 Šum zesilovače

Spontánní emise je jev, při kterém atom na vyšší energetické hladině přejde samovolně na nižší za vyzáření fotonu odpovídající energie. Protože v zesilovači je většina atomů excitovaných na vyšší hladině, než je základní stav, dochází v něm ke spontánní emisi, která způsobuje šum zesilovače. Spontánně emitovaný foton má náhodnou polarizaci a je vyzářen v náhodném směru. Protože energetických hladin je v aktivním prostředí typicky hodně a všechny, krom základního stavu, mohou spontánně emitovat, je šum širokopásmový. Díky tomu je možné na výstupu tento šum z velké části odfiltrout třeba monochromátorem a polarizátorem.

Uvažujme spontánní emisi atomů na vyšší energetické hladině laserového přechodu. Jestliže ze zesilovače vystupuje záření jedné polarizace v prostorovém úhlu $d\Omega$, obsahuje pouze část spontánně emitovaných fotonů, protože ty jsou vyzářeny v náhodných směrech. Tento šum je ale laserovým prostředím zesilován stejně jako záření, které chceme primárně zesílit. Tedy šum vzniklý blíže vstupu je zesílen více, než šum vzniklý až u výstupu ze zesilovače. Dáme-li za výstup monochromátor, který propustí pouze fotony uvnitř frekvenčního pásu šířky B okolo frekvence ν , je počet spontánně emitovaných fotonů z malého objemu o jednotkové ploše základny a délce dz , které jsou součástí zesilovaného signálu, roven $\epsilon_{sp}(\nu)dz$, kde

$$\epsilon_{sp}(\nu) = N_2 \frac{Bd\Omega}{8\pi t_{sp}} g(\nu) \quad (1.30)$$

je hustota šumového toku fotonů na jednotku délky, t_{sp} střední doba spontánní emise a $g(\nu)$ normovaná funkce spektrální čáry.

2. Laserové oscilátory

V této kapitole jsem čerpal z [1] z kapitoly 14.

Laser se skládá ze dvou hlavních částí. Z laserového zesilovače, který jsme popsali v minulé kapitole, a ze systému zpětné vazby, který zesilovaný signál vrací zpět do zesilovače, aby došlo k jeho dalšímu zesílení. Ten je po dalším zesílení opět vrácen a znovu zesílen. Tento proces se neustále opakuje, až dokud nedojde k saturaci zisku a tedy k ustálenému stavu. Laser je tedy optický oscilátor, v jehož dutině vzniká stojaté vlnění. K tomu, aby vznikly oscilace je nutné splnit dvě podmínky.

1. Zisk zesilovače musí být větší než ztráty, tedy při jednom oběhu tam a zpátky bude signál zesílen. Až dojde k saturaci zesilovače, bude mít oscilující signál konstantní intenzitu a nastanou stacionární oscilace.

2. Signál zpětné vazby musí být sfázovaný s původním vstupním signálem, tedy celková změna fáze musí být násobkem 2π .

Protože změna fáze i zisk závisí na frekvenci, jsou obě podmínky splněny pouze pro některé frekvence, které se nazývají rezonanční frekvence. Popravdě existuje speciální skupina laserů, které fungují bez systému zpětné vazby, tedy bez oscilací. Jedná se o rentgenové lasery, kde aktivní prostředí představuje plazma. Protože toto prostředí má velmi vysoký zisk, ale střední doba života vyšší energetické hladiny laserového přechodu je typicky velmi malá (1-100 ps) a navíc vyrobit zrcadla pracující v rentgenové oblasti není jednoduché, tak tyto lasery většinou pracují bez rezonátoru.

2.1 Optický rezonátor, podmínky vzniku laserových oscilací

Zpětná vazba je zajištěna vložení aktivního laserového prostředí mezi dvě zrcadla vzdálená od sebe d . Absorpce a rozptyl světla v aktivním prostředí jsou popsány koeficientem zeslabení α_s (ztráty na jednotku délky). Odrazivost zrcadel $\mathfrak{R}_{1,2}$ je také významným příspěvkem do ztrát. Při jednom oběhu rezonátorem je pokles hustoty fotonového toku dán výrazem

$$\mathfrak{R}_1 \mathfrak{R}_2 \exp(-2\alpha_s d) = \exp(-2\alpha_r d), \quad (2.1)$$

kde α_r je efektivní koeficient ztrát. Ten reprezentuje celkovou ztrátu energie na jednotku délky. Střední doba života fotonu v rezonátoru je potom

$$\tau_p = \frac{1}{\alpha_r c}. \quad (2.2)$$

První podmínka pro nasazení laserových oscilací určuje minimální obsazení hladin, při kterém jsou možné laserové oscilace. Tedy koeficient zesílení musí být vyšší než koeficient ztrát.

$$\gamma_0(\nu) > \alpha_r, \quad (2.3)$$

kde γ_0 je koeficient zesílení malého signálu. Tento vztah můžeme přepsat na podmínku pro inverzní osazení hladin.

Musí platit

$$N_0 > N_t, \quad (2.4)$$

kde

$$N_t = \frac{\alpha_r}{\sigma(\nu)} \quad (2.5)$$

se nazývá prahový rozdíl obsazení. Ten zase určuje minimální rychlost čerpání nutnou k dosažení oscilací. Pomocí vztahu (2.2) a vztahu (1.1) je možné prahový rozdíl obsazení dále rozepsat do tvaru

$$N_t = \frac{8\pi t_{sp}}{\lambda^2 c \tau_p g(\nu)}. \quad (2.6)$$

Je hned vidět, že prahová inverze je funkcí vlnové délky. Pro velmi krátké vlnové délky je nutné velmi silné čerpání. Například při prvních pokusech s rentgenovými lasery bylo aktivní prostředí plazma vzniklé při jaderném výbuchu. Je jasné, že výraznou slabinou těchto laserů byla poměrně krátká životnost. Prahová inverze je také přímo úměrná ztrátám systému.

Druhá podmínka pro nasazení laserových oscilací je podmínka sfázování signálu zpětné vazby a vstupního signálu. Musí tedy platit

$$2kd + 2\phi(\nu)d = 2\pi q, \quad q = 1, 2, \dots, \quad (2.7)$$

kde k je vlnový vektor $2\pi/\lambda$ a $\phi(\nu)$ je koeficient fázového posunutí v aktivním prostředí. Důsledkem je, že v rezonátoru jsou dovoleny pouze určité frekvenční mody. Pokud je rezonátor prázdný, jsou tyto mody od sebe vzdáleny $c/2d$. Vložíme-li do rezonátoru laserové prostředí, koeficient fázového posunutí způsobí jev zvaný stahování frekvence. Čím jsou mody rezonátoru frekvenčně blíže maximu koeficientu zesílení, tím více jsou k tomuto maximu stahovány. Popis jevu stahování frekvence a odvození koeficientu fázového posunutí lze nalézt například v [1].

2.2 Hustota fotonového toku uvnitř a vně rezonátoru

Jsou-li splněny obě podmínky vzniku laserových oscilací, systém se stává nestabilním a sebemenší šum s frekvencí odpovídající laserovému přechodu se zesiluje a započne proces oscilací. Jak se fotonový tok uvnitř rezonátoru zesiluje, dochází k saturaci koeficientu zesílení. Závislost koeficientu zesílení na fotonovém toku vypadá takto

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \frac{\phi}{\phi_s(\nu)}}, \quad (2.8)$$

kde γ_0 je koeficient zesílení malého signálu a ϕ_s je saturační fotonový tok. Jeho smysl je zřejmý. Pokud dosáhne fotonový tok saturační hodnoty, klesne koeficient zesílení právě na polovinu. Pro saturační fotonový tok platí

$$\phi_s(\nu) = \frac{8\pi t_{sp}}{\lambda^2 \tau_s g(\nu)}, \quad (2.9)$$

kde τ_s je saturační časová konstanta. Tu jsme odvodili pro tříhladinový a čtyřhladinový systém čerpání v podkapitole 1.3.

V rezonátoru ale dochází ke ztrátám, které jsou efektivně popsány koeficientem α_r , což jsme ukázali v předchozí podkapitole. Fotonový tok uvnitř rezonátoru se zvyšuje, tím dochází ke zmenšování koeficientu zesílení a když se koeficient zesílení zeslabí na hodnotu ztrát, dojde ke stacionárním oscilacím. Hustota fotonového toku se přestává zvyšovat a ztráty kompenzují zisk. Odvození hustoty fotonového toku v rezonátoru je přímočaré, stačí vzít rovnici (1.6) a pravou stranu položit rovnou α_r . Úpravami dostaneme

$$\phi = \phi_s \left(\frac{\gamma_0}{\alpha_r} - 1 \right), \quad \gamma_0 > \alpha_r. \quad (2.10)$$

Jedná se o střední hodnotu stacionárního fotonového toku v rezonátoru v obou směrech. V jednom směru je tedy hustota toku fotonů $\phi/2$. V tomto odvození jsme zanedbávali šum v rezonátoru způsobený spontánní emisí.

Abychom z rezonátoru dostali využitelné záření, musí být jedno zrcadlo polopropustné. Propustnost tohoto zrcadla označme \mathfrak{S} . Jak jsme si řekli výše, hustota fotonového toku v rezonátoru v jednom směru je $\phi/2$, tedy hustota výstupního toku fotonů bude ještě modulovaná právě propustností zrcadla. Intenzita záření je hustota fotonového toku vynásobená jejich energií $I = h\nu\phi$ a výkon je dán vztahem $P = IS$, kde S je plocha příčného průřezu laserového svazku. Celkový výkon vycházející z laseru je tedy dán vztahem

$$P = \frac{1}{2} h\nu \phi_s \mathfrak{S} S \left(\frac{N_0}{N_t} - 1 \right). \quad (2.11)$$

Výkon laseru je tedy závislý pouze na čtyřech parametrech. Saturační hustotě fotonového toku ϕ_s , propustnosti zrcadla \mathfrak{S} , rovnovážnou a prahovou hustotou obsazení N_0 a N_t . Prahová hustota obsazení N_t přímo souvisí se ztrátami v rezonátoru a je popsána v předchozí podkapitole. Saturační hustota fotonového toku ϕ_s podle (2.9) závisí na saturační časové konstantě τ_s a ta spolu s rovnovážnou hustotou obsazení N_0 závisí na systému čerpání, které je popsáno v podkapitole 1.3.

Podívejme se nyní, jaká by měla být ideální propustnost zrcadla \mathfrak{S} , aby byl výstupní výkon laseru maximální. Pokud bude \mathfrak{S} příliš velké, budou narůstat ztráty, protože se sníží odrazivost zrcadla a koeficient ztrát α_r poroste. Pokud naopak bude \mathfrak{S} moc malé, zbytečně mnoho fotonů bude uvězněných v saturačním rezonátoru a z laseru bude vystupovat jen malý výkon. K odvození vztahu je tedy potřeba vyjádřit výstupní hodnotu fotonového toku jako funkci \mathfrak{S} . Tento vztah poté zderivovat a najít extrém. Tento postup je použit v [1]. Výsledná optimální propustnost \mathfrak{S}_{op} je

$$\mathfrak{S}_{op} \approx 2d \sqrt{\gamma_0(\alpha_r + \alpha_{m2})} - 2(\alpha_r + \alpha_{m2})d, \quad (2.12)$$

kde α_{m2} reprezentuje příspěvek druhého zrcadla ke ztrátám. Přibližná rovnost ve výsledku je způsobená tím, že se při odvozování předpokládalo, že $\mathfrak{S} \ll 1$, což reálně platí.

2.3 Spektrální složení laserového záření

Uvažujme opět laserový systém složený z rezonátoru a zesilovače, kde je právě jeden laserový přechod. Koeficient zesílení má tvar Lorentzovy funkce s maximem na frekvenci ν_0 a ztráty charakterizované koeficientem α_r jsou konstantní pro všechny frekvence. Aby mohly nastat oscilace, musí existovat frekvenční oblast, kde zisk je větší než ztráty, tedy koeficient zesílení je větší než koeficient ztrát. Zesilovač tedy teoreticky zesiluje veškeré světlo v této frekvenční oblasti. Druhá podmínka vzniku oscilací ale říká, že celková změna fáze při oběhu musí být násobkem 2π , aby došlo ke konstruktivní interferenci a stojatým vlnám. Jinak řečeno frekvence oscilujících vln musí být stejné jako frekvence vlastních módů rezonátoru, jak je popsáno v podkapitole 2.1. Při spuštění laseru tedy dochází ze začátku pouze k oscilacím na několika málo frekvencích, které současně splňují podmínku sfázování a zesílení. Fotonový tok na všech těchto frekvencích přispívá k saturaci zisku a tedy v rovnoměrném snižování koeficientu zesílení, protože se přechodu účastní pouze jeden druh atomů. Jak se koeficient zesílení snižuje, zmenšuje se postupně i frekvenční oblast, kde je zisk větší než ztráty a pro krajní mody, které byly ze začátku zesilovány, přestává platit podmínka zesílení a oscilace na těchto frekvencích ustávají. Po nějaké době dojde k úplné saturaci a koeficient zesílení je roven koeficientu ztrát pouze ve svém maximu kolem frekvence ν_0 a osciluje pouze mód s frekvencí velmi blízko ν_0 , všechny ostatní mody jiných frekvencí zaniknou.

V tomto systému existuje stojaté vlnění pouze na jedné frekvenci, ovšem toto vlnění má nulové hodnoty elektrického pole v uzlech. V těchto místech tedy stále může mít koeficient zesílení větší hodnotu než koeficient ztrát. Takto může dojít ještě k oscilacím jiných módů se stejnou frekvencí ale jiným prostorovým rozložením než centrální mód. Tomuto jevu se říká vypalování prostorových děr (spatial hole burning).

Je-li v laserovém systému více laserových přechodů, celkový koeficient zesílení je nesymetrický a závisí na koeficientech zesílení jednotlivých podsouborů atomů, kde každý tento soubor se účastní jiného přechodu. Celkově tak může zesilování probíhat na široké frekvenční oblasti. Říkáme, že se jedná o prostředí s nehomogenním rozšířením přechodu. V tomto prostředí opět začínají oscilovat mody, pro které je splněna frekvenční i fázová podmínka, ale pokud jsou mody frekvenčně daleko od sebe, jejich zesílení se účastní odlišné druhy atomů. Tyto mody si tedy vzájemně nekonkurují. Po nějaké době opět dochází k saturaci koeficientu zesílení. Ten je teď ovšem zprostředkován různými typy atomů a k saturaci tedy dochází pouze kolem frekvencí, kde je dostatečný fotonový tok. Na frekvencích, kde je fotonový tok malý (kde není splněna podmínka sfázování), je koeficient zesílení stále stejný, protože atomy příslušející této frekvenci se "nespotřebovávají" na zesílení žádného záření. Ve spektrálním profilu koeficientu zesílení tedy vznikají díry, v jejichž minimech jeho hodnota dosahuje koeficientu ztrát. Tato minima právě odpovídají saturacím v jednotlivých modech. Tomuto jevu se říká vypalování spektrálních děr (spectral hole burning).

2.4 Modová selekce

Jak jsme si řekli v předchozí podkapitole, v laseru může docházet k oscilacím na mnoha modech různých frekvencí a prostorových rozložení. Zároveň polarizace laserového záření je v principu náhodná. Pokud nám jde pouze o výkon, není žádný problém, ale pokud potřebujeme vysoce monochromatické a silně fokusované záření s lineární polarizací, musíme se zbavit oscilací na nám nevyhovujících modech. Stačí do systému dodat prvky, které do těchto modů přidají dostatečné ztráty, aby na nich oscilace ani nezačaly.

Pokud chceme monochromatické záření, dají se použít hranoly, které přímo v laseru rozloží světlo tak, že pouze světlo námi vybrané vlnové délky dopadá kolmo na zrcadlo. Záření jiných vlnových délek je zrcadlem rozptýleno mimo aktivní prostředí a oscilace vůbec nenastanou. Omezující vlastností hranolů je to, že dokážou odlišit pouze frekvenčně dostatečně vzdálené čáry. Jiný způsob výběru čáry je etalon. Etalon můžeme v laseru taktéž natáčet a vybírat tak frekvenci, na kterých bude po průchodu etalonem docházet ke konstruktivní interferenci. Jiné metody využívají třeba složené rezonátory, jeden dlouhý s laserovým zesilovačem a jeden krátký, jehož vlastní frekvence koincidují s vybranou frekvencí dlouhého rezonátoru. Nebo lze třeba propojit rezonátor s interferometrem.

Pokud se chceme zbavit příčných modů, které vznikají vypalováním prostorových děr, jak je popsáno v předchozí podkapitole, stačí přidat do systému vhodnou clonu, protože tyto mody mají různá prostorová rozdělení.

Chceme-li dostat z laseru lineární polarizaci, můžeme přidat za výstupní štěrbinu polarizátor. Tím ale okamžitě přijdeme o polovinu výkonu. Pokud ovšem dáme polarizátor do rezonátoru, vnese okamžitě vysoké ztráty do nepreferované polarizace a na té oscilace vůbec nezačnou. Navíc nepřijdeme o téměř žádný výkon, protože veškerá energie aktivního prostředí bude užita k zesílení oscilací preferované polarizace. Typicky se vnitřní polarizátor realizuje zbroušením ploch aktivního prostředí na Brewsterův úhel.

2.5 Pulzní lasery

Lasery, které jsme dosud popisovali, jsou zdroji kontinuálního (cw) záření s konstantním výkonem. Výhodou pulzních laserů naproti tomu je mnohem větší špičkový výkon a užívají se tedy v nelineární optice, kde jsou zapotřebí velmi velké intenzity. Pulzní záření se dá získávat periodickým zapínáním a vypínáním laseru, kdy energie nashromážděná mezi impulzy je vyzářena během impulzu. Tato energie může být v laseru uložena ve formě inverzního obsazení nebo samotného světla, které je poté vypuštěno z rezonátoru. To se dá zařídit několika metodami.

Jedna z metod se nazývá spínání zisku. Jak napovídá název, je čerpání laseru periodicky zapínáno a vypínáno. Během zapnutého čerpání zisk převyšuje ztráty a je generované laserové záření. Tuto metodu typicky využívají polovodičové lasery.

Při spínání jakosti Q dutiny zase dochází k periodickému zvyšování ztrát pomocí modulované absorpce uvnitř rezonátoru. Tyto ztráty znemožňují oscilace. Protože je ale čerpání stále konstantní, dochází k akumulování energie ve formě inverzního obsazení. Při sepnutí se sníží ztráty a uvolní se inverzní obsazení vyzářením silného pulzu.

Velmi podobná je metoda otevírání dutiny. V té je energie akumulovaná ve

formě záření, které osciluje v rezonátoru a periodicky se odstraňuje jedno ze zrcadel (např. stočením z osy rezonátoru). Tím se okamžitě přeruší oscilace a veškeré světlo je vyzářeno ve formě pulzu.

Naprosto odlišná je metoda modové synchronizace. Při modové synchronizaci se generace pulzů dosahuje sfázováním několika modů. Špičková intenzita takového pulzu je potom součtem intenzit všech sfázovaných modů. Modové synchronizace se dá dosáhnout několika způsoby. Nejjednodušší je optická závěrka, která je zavřená až na krátký časový úsek, kdy jí prochází pulz. V okamžiku nasazení oscilací mají různé mody náhodné fáze. Optická závěrka ale způsobí, že mody s fází jinou, než s jakou se závěrka otvírá, nemohou dále oscilovat. Laser tedy prakticky čeká, dokud nebudou různé mody mít náhodou stejnou fázi. Místo elektrooptické uzávěrky se dá použít saturovatelný absorbér, který funguje prakticky stejně. V dnešní době se často používají kerrovské čočky. Ty využívají takzvaného Kerrova jevu, který popíšeme v další kapitole. Jedná se o tzv. Kerr-lens mode-locking.

3. Nelineární optika

V této kapitole jsem čerpal z [2] z kapitoly 19.

Vlastnosti dielektrického prostředí, kterým se šíří elektromagnetická vlna, jsou úplně popsány závislostí vektoru elektrické polarizace $\vec{P}(\vec{r}, t)$ na vektoru intenzity elektrického pole $\vec{E}(\vec{r}, t)$. Je-li tento vztah lineární, pak řekneme, že je prostředí lineární, a platí všechny principy lineární optiky, tedy například princip superpozice, nezávislost frekvence světla na prostředí, kterým se šíří, nezávislost indexu lomu na intenzitě záření. Je-li ovšem tento vztah nelineární, všechny tyto zjednodušení v principu neplatí a mluvíme o nelineární optice.

3.1 Vznik nelinearity, nelineární vlnová rovnice

Velikost vektoru elektrické polarizace P je obecně dána součinem dipólového momentu p a objemovou hustotou těchto dipólů N . Podle Lorentzova modelu je dipólový moment dán vztahem $p = -ex$, kde x je posunutí částice s nábojem $-e$. Je-li působící vnější elektrické pole E slabé, je i síla $-eE$ působící na částici malá a platí Hookův zákon. Je-li ovšem E velké, tak není vazební síla, která se snaží vrátit částici do původní polohy, přímo úměrná výchylce, tedy neplatí Hookův zákon a závislost p na E je nelineární, tedy i závislost P na E je nelineární. Nelinearita ale může vznikat i díky nelineární závislosti objemové hustoty dipólů N na E .

Elektrická intenzita vnější elektromagnetické vlny je i při užití fokusovaných laserových pulzů malá ve srovnání s elektrickým polem uvnitř atomu. Při popisu závislosti vektoru polarizace na elektrické intenzitě tedy můžeme použít Taylorův rozvoj, který se obvykle zapisuje ve tvaru

$$P = \epsilon_0 \chi E + 2dE^2 + 4\chi^{(3)}E^3 + \dots, \quad (3.1)$$

kde ϵ_0 je permitivita vakua, χ elektrická susceptibilita prostředí a d a $\chi^{(3)}$ koeficienty popisující nelineární jevy druhého a třetího řádu. První člen rozvoje je charakteristika lineární závislosti P na E , která plně popisuje vlastnosti lineárního dielektrika.

Šíření světla v nelineárním prostředí je popsáno nelineární vlnovou rovnicí

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -S, \quad -S = -\mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}, \quad (3.2)$$

kde P_{NL} je nelineární část závislosti P na E , c je rychlost světla v prostředí a μ_0 permeabilita vakua.

Na tuto rovnici se dá pohlížet jako na klasickou vlnovou rovnici se zdrojem S . Tento zdroj je ovšem také závislý na elektrickém poli E . K řešení této rovnice se dá využít Bornovy aproximace. Vnější pole E_0 indukuje nelinearitu charakterizovanou zdrojem vlny $S(E_0)$, tento zdroj poté podle této rovnice vytváří v první aproximaci pole E_1 , to ale zároveň generuje zdroj nelinearity $S(E_1)$, který následně vytváří ve druhé aproximaci pole E_2 atd.

Jiný způsob řešení této rovnice je složitější, ale matematicky přesný. Tam se vlnová rovnice převede na soustavu vázaných Helmholtzových rovnic, tedy par-

ciálních diferenciálních rovnic druhého řádu. Této metodě se říká teorie vázaných vln.

3.2 Generování druhé harmonické

Uvažujme prostředí, kde se projevuje nelinearita druhého řádu. Nelinearity vyšších řádů můžeme zanedbat. Do tohoto prostředí pošleme rovinnou monochromatickou vlnu o frekvenci ω . Její elektrická složka je tedy popsána rovnicí

$$E(t) = \text{Re}\{\varepsilon(\omega)e^{-i\omega t}\}, \quad (3.3)$$

kde $\varepsilon(\omega)$ je komplexní amplituda. Podle první Bornovy aproximace nás zajímá, jak bude vypadat pole generované zdrojem, který je generovaný incidentní vlnou. Víme, že $P_{NL} = 2dE^2$, po dosazení potom

$$P_{NL} = d\varepsilon(\omega)\varepsilon^*(\omega) + \text{Re}\{d\varepsilon(\omega)\varepsilon(\omega)e^{-i2\omega t}\}. \quad (3.4)$$

Dosadíme-li tuto nelineární složku polarizace do vztahu pro S , vidíme, že optické pole vytvořené touto zdrojovou funkcí bude mít dvojnásobnou frekvenci oproti původní vlně. Proto mluvíme o generaci druhé harmonické. Amplituda elektrického pole této vlny je přímo úměrná komplexní amplitudě zdrojové funkce. Intenzita vlny druhé harmonické je potom úměrná

$$I(2\omega) \propto |S(2\omega)|^2 \propto \omega^4 d^2 I^2(\omega). \quad (3.5)$$

Protože koeficient d má typicky hodnoty řádově $10^{-24} - 10^{-21} \text{As/V}^2$, k účinné generaci druhé harmonické je potřeba velmi vysoká intenzita incidentního záření. Na to jsou výhodné zejména pulzní lasery.

3.3 Třívlnový proces, parametrická interakce, parametrický oscilátor

Uvažujme nyní stejné kvadraticky nelineární prostředí. Vstupní vlna má nyní ovšem dvě frekvenční složky ω_1 a ω_2 .

$$E(\omega) = \text{Re}\{\varepsilon(\omega_1)e^{-i\omega_1 t} + \varepsilon(\omega_2)e^{-i\omega_2 t}\} \quad (3.6)$$

Dosadíme-li znovu do vztahu pro P_{NL} , zjistíme, že nelineární polarizace obsahuje složky o frekvencích 0 , $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ a $|\omega_1 - \omega_2|$. K tomu, aby došlo ke generaci vlny s jednou z těchto frekvencí, je ale nutno splnit fázovou podmínku (tzv. phase-matching condition) pro vlnové vektory. Tato podmínka musí být splněna spolu s frekvenční podmínkou pro příslušné frekvenční složky zdroje, aby mohlo dojít k generaci vlnění příslušné frekvence. Tedy například pro frekvenční složku $\omega_1 + \omega_2$

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2, \quad (3.7)$$

kde ω_3 je kruhová frekvence generované vlny a $\vec{k}_{1,2,3}$ je vlnový vektor příslušné vlny.

Nyní uvažujme případ, kdy je splněna frekvenční a fázová podmínka pro složku s $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Takto vzniklá vlna interaguje naopak s vlnou 1 a generuje vlnu s frekvencí $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$, protože fázová a frekvenční podmínka je z principu splněna. Zároveň ale interaguje i s vlnou 2 a vytváří vlnu o frekvenci $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$, kde je opět fázová a frekvenční podmínka splněna. Tyto tři vlny jsou takto vzájemně vázány. Tomuto procesu se říká třívlňový proces nebo také parametrická interakce.

Existuje několik možností, jak spolu tyto vlny mohou interagovat. Případu, kdy do nelineárního prostředí pouštíme vlny o frekvenci ω_1 a ω_2 a generuje se vlna o frekvenci $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, říkáme vzestupná konverze frekvence. Naopak pokud $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ mluvíme o sestupné konverzi frekvence.

Parametrické interakce se dá také využít k zesílení slabého signálu. V tomto případě do prostředí vstupuje slabý signál s frekvencí ω_1 a zároveň čerpací vlna s frekvencí ω_2 . Z prostředí pak vychází zesílená signální vlna ω_1 , vyčerpaná čerpací vlna ω_2 a pomocná (tzv. jalová) vlna ω_3 , která musí být z principu přítomna, aby došlo k třívlňovému procesu.

Jinou možností je dodat parametrickému zesilovači zpětnou vazbu. Do tohoto zařízení, který se nazývá optický parametrický oscilátor (OPO), je přiváděna pouze čerpací vlna. Na výstupu potom může vycházet oslabená čerpací vlna, signálová vlna i jalová vlna. Názvy jalová a signálová vlna se užívají pouze z historických důvodů, kde signálová je ta s vyšší frekvencí. Využít se dají samozřejmě obě.

3.4 Kerrův jev, autofokusace

Optický Kerrův jev je způsobený nelinearitou třetího řádu. Do tohoto prostředí vniká optická vlna o frekvenci ω . Při této nelinearitě má vektor nelineární polarizace P_{NL} složky o frekvencích $0, \omega$ a 3ω . Mimo jiné tedy dochází ke generaci třetí harmonické. Složka nelineární polarizace s frekvencí ω způsobuje změnu elektrické susceptibility $\Delta\chi$, která je úměrná kvadrátu amplitudy incidentního záření. Index lomu ale závisí na susceptibilitě vztahem $n^2 = \chi + 1$. Intenzita záření tedy přímo ovlivňuje index lomu prostředí. Tuto změnu můžeme popsat rovnicí

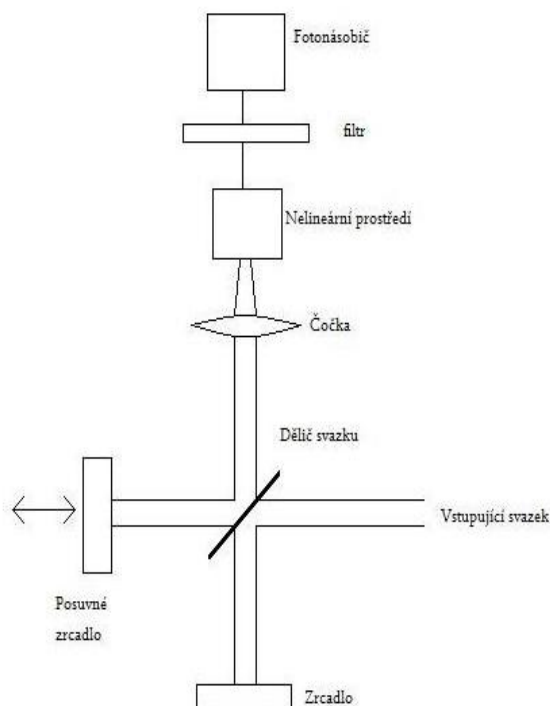
$$n(I) = n(0) + \frac{3\chi^{(3)}}{n(0)^2\epsilon_0} \sqrt{\frac{\nu_0}{\epsilon_0}} I. \quad (3.8)$$

Důsledkem tohoto jevu je, že rychlost šíření vlny přímo závisí na její intenzitě.

Dochází-li zvyšováním intenzity záření procházejícího nelineárním prostředím ke zvyšování indexu lomu, může docházet k zajímavému jevu, kterému se říká autofokusace. Nechť intenzivní optický svazek má například gaussovské příčné rozložení intenzity. Potom průchodem tenkou vrstvou kerrovského prostředí indukuje profilově stejné rozložení indexu lomu. Protože je ale rychlost světla v prostředí nepřímo úměrná jeho indexu lomu, dochází k deformaci vlnoploch v okolí maxima indexu lomu, protože tam světlo naráží na prostředí s větším indexem lomu, než okolní světlo. Svazek je tím fokusován a nelineární prostředí působí jako tenká čočka. Takto realizované čočky mají uplatnění například v pulzních laserech při modové synchronizaci, jak je stručně popsáno v předchozí kapitole.

3.5 Měření délky pulzu pomocí autokorelátoru

Autokorelace je metoda pro měření délky ultrakrátkých laserových pulzů. Na obr. 1 je schéma jednoduchého kolineárního autokorelátoru. Princip je jednoduchý. Vstupující svazek intenzivního záření je rozdělen na dva svazky stejné intenzity jako v Michelsonově interferometru. Jedno ze zrcadel je posuvné, čímž se mění optická dráha příslušného paprsku. Oba svazky jsou potom opět rekombinovány v nelineárním krystalu, kde dochází ke generaci druhé harmonické. Efektivita generace druhé harmonické ale závisí na intenzitě optického pole. Ta bude nejvyšší pokud pulzy obou svazků budou dokonale sfázované. Nejmenší bude naopak pokud se pulzy nebudou vůbec protínat. Za krystalem je filtr, který propouští pouze světlo s dvojnásobnou frekvencí, než má původní svazek. Za ním je detektor, který měří intenzitu záření. Pokud proměříme závislost intenzity záření druhé harmonické na změně optické dráhy, dostaneme korelační funkci, ze které přímo dostaneme délku pulzu.



Obr. 1: Schéma jednoduchého autokorelátoru

Jiná možnost konstrukce autokorelátoru je tzv. background-free non-collinear autocorrelation. Princip je úplně stejný, rozdíl je ale v tom, že rozdělené svazky nejsou kolineární, pouze se stýkají v nelineárním krystalu, kde generují druhou harmonickou. Výhoda je v tom, že pokud nedochází k překryvu pulzů, nedochází ani ke generaci druhé harmonické ve směru detektoru, protože pro ni nejsou splněny fázové podmínky. Při této konstrukci tedy není přítomno žádné pozadí. Korelátor použitý pro moje měření je právě background-free autokorelátor vyrobený firmou Spectra Physics. Změna optické dráhy zde není realizována posuvem zrcadla, ale otáčením křemenného kvádrů v dráze obou paprsků. Rotaci zajišťuje synchronní elektromotor, který provádí 25 otáček kvádrů za sekundu. Při inter-

pretaci korelační funkce získané z měření autokorelátorem musíme být opatrní, protože poměr mezi skutečnou šířkou pulzu a šířkou autokorelační funkce je funkcí tvaru pulzu. Pokud tedy neznáme tvar pulzu, obecně nemůžeme přesně z měření získat jeho délku. V případě našeho laseru, ale předpokládáme pulz ve tvaru funkce sech^2 a platí

$$\Delta t_{pulzu} = 0.65 \Delta t_{kor}, \quad (3.9)$$

kde Δt_{pulzu} je skutečná šířka v polovině maxima pulzu a Δt_{kor} je šířka v polovině maxima korelační funkce.

4. Měřené přístroje

4.1 Titan-safírové lasery Mai Tai HP a 3900S

Titan-safírový laser je čtyřhladinový pevnolátkový laser. Jeho základem je titan-safírový krystal. Safír je krystal s chemickým složením Al_2O_3 . Nahrazením některých hliníkových atomů ionty titanu Ti^{3+} vznikne titan-safírový krystal vhodný pro použití v laserech. Elektronový základní stav iontu Ti^{3+} je rozštěpen do dvou vibračně rozšířených hladin, mezi kterými dochází k laserování. Absorpce je vysoká v rozsahu 400-650 nm. Fluorescence pracuje mezi nižšími vibračními stavy excitované hladiny a vyššími vibračními stavy základního stavu, což je konkrétně ve vlnových délkách od 600 nm po více než 1000 nm. Samotné laserování potom začíná až na vlnových délkách větších než 670 nm, protože mezi 600-650 nm ještě dochází k částečnému překryvu s absorpční křivkou a ještě se zde nachází úzký absorpční pás, který souvisí s přítomností iontů Ti^{4+} v krystalu. Rozsah ladění je samozřejmě ještě ovlivněn ztrátami v rezonátoru a silou čerpání. Ztráty v rezonátoru jsou, kromě zrcadel, způsobeny hlavně samotným krystalem. Tyto ztráty se obecně zvyšují s koncentrací Ti^{3+} iontů. Čerpání je zajištěno neodymyttriovým laserem. Modová synchronizace u pulzního laseru je realizována kerrovskou čočkou. V této práci konkrétně studujeme pulzní laser Mai Tai HP a kontinuální laser 3900S, které byly vyrobené firmou Spectra Physics.

4.2 Optický parametrický oscilátor Inspire HF 100

Inspire HF 100 je optický parametrický oscilátor vyrobený právě pro čerpání laserem Mai-Tai HP. V parametrickém oscilátoru dochází k nelineárním efektům popsaným v kapitole 3. Inspire HF 100 má dva základní režimy a to generaci druhé harmonické (SHG) a optickou parametrickou oscilaci (OPO). Celkově vedou z oscilátoru 4 výstupy.

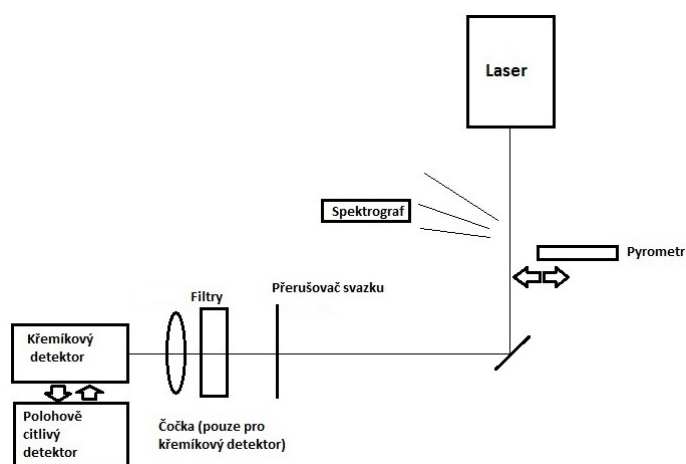
V režimu SHG je vstupní paprsek laseru Mai-Tai HP veden přes nelineární krystal, kde dochází ke generaci druhé harmonické. Ta může pracovat v celém rozsahu čerpacího laseru, tedy může generovat záření o vlnových délkách 345-520 nm. Ladění je prováděno laděním čerpacího laseru a otáčením nelineárního krystalu. V tomto režimu z laseru vychází dva svazky a to druhá harmonická a vyčerpaný svazek čerpacího laseru původní vlnové délky.

V režimu OPO není svazek druhé harmonické vyveden ven z oscilátoru, ale je využit na parametrickou oscilaci. V tomto režimu, kromě vyčerpaného čerpacího svazku, který je stále přítomen, vychází z laseru signálová vlna o vlnové délce 490-750 nm a jalová vlna o vlnové délce 930-2500 nm. Ladění je prováděno primárně otáčením krystalu.

5. Výsledky měření

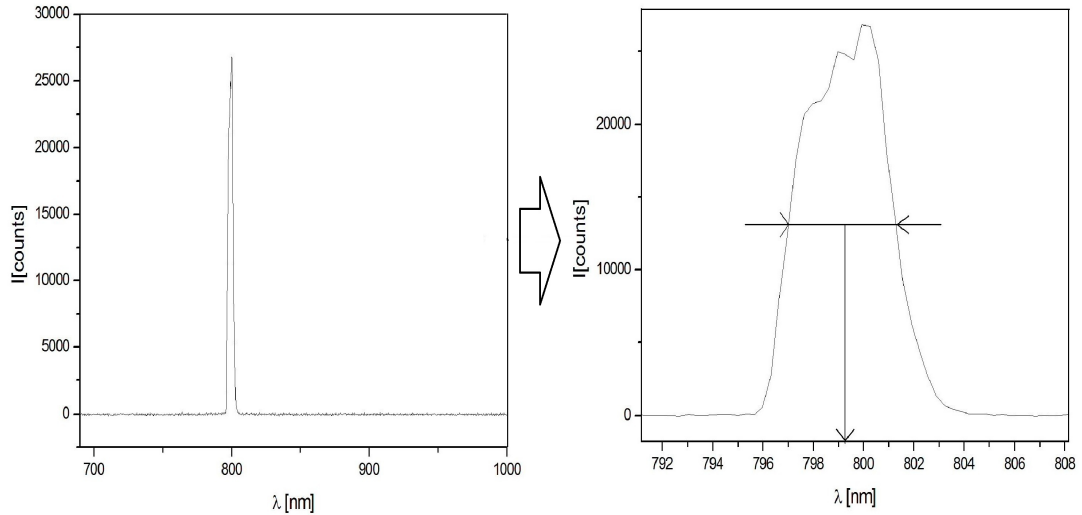
5.1 Kontinuální titan-safírový laser 3900S

Ladění vlnové délky u tohoto laseru je realizováno počítačem řízeným otáčením šroubu, který rotuje filtrem uvnitř. Ručním nastavením náklonu zrcátek se dá zvýšit výkon laserového záření. Jako první jsme proměřili přesný vztah mezi vlnovou délkou vycházejícího záření a natočením šroubu uvedeném v ovládacím programu na počítači. Spolu s tím jsme měřili závislost výkonu na vlnové délce s a bez nastavování zrcátek, závislost šumu na vlnové délce, pološířky svazku na vlnové délce a stabilitu směřování svazku v čase a v závislosti na vlnové délce. Na obr. 2 je znázorněno schéma experimentálního uspořádání.



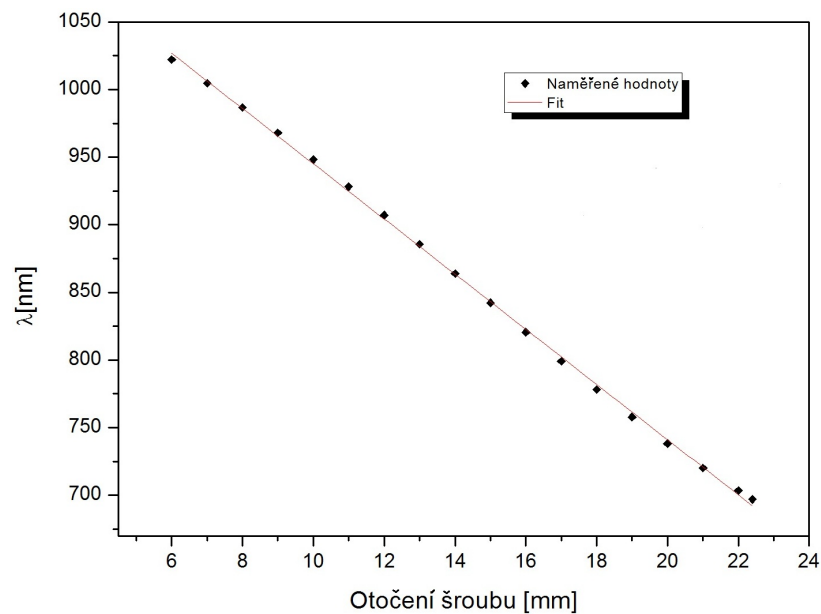
Obr. 2: Schéma experimentálního uspořádání

Rozsah laditelnosti laseru je zhruba od 690 nm do 1040 nm. Tomu odpovídá natočení šroubu od 6 mm do zhruba 22 mm. Vlnovou délku jsem určoval po jednom milimetru posunu šroubu ze spektra naměřeného spektrografem. Způsob určení vlnové délky bude patrný z obr. 3.



Obr. 3: Metoda určení centrální vlnové délky

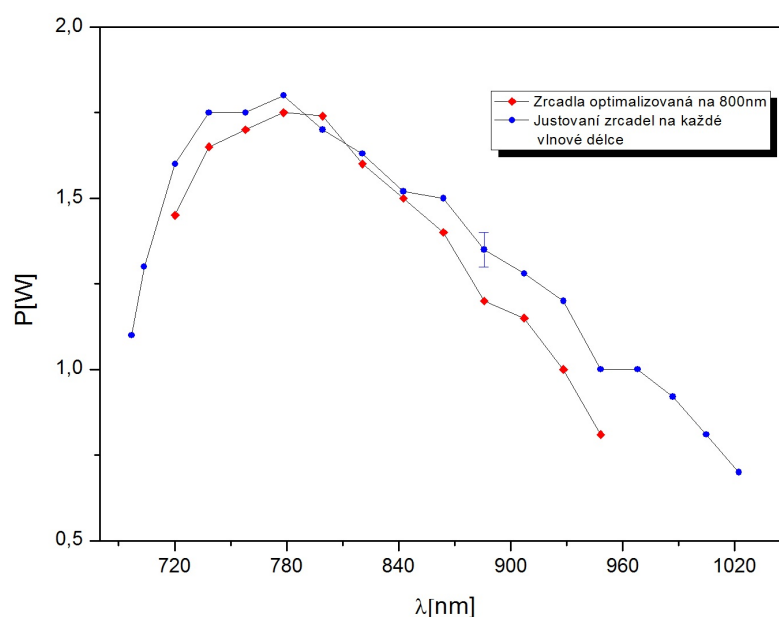
Vlevo na obrázku máme naměřené spektrum laserového záření s jasně patrným píkem. Přiblížíme-li si tento pík zjistíme, že je nesymetrický, což je důsledek konečného počtu naměřených bodů. Není tedy správné určit vlnovou délku z maxima této funkce. Lepší způsob je vzít pološířku FWHM funkce a říci, že její střed je centrální vlnová délka laserového záření, protože nepřesnost způsobená konečným počtem bodů se zde neprojevuje. Chybu určení vlnové délky způsobuje nepřesnost určení středu a FWHM spektrální čáry. Tu odhaduji jako 0,5 nm. Na obr. 4 je závislost vlnové délky na natočení šroubu, která je naitována lineární funkcí.



Obr. 4: Závislost vlnové délky v nanometrech na potočení šroubu x v milimetrech, fitováno funkcí $\lambda[nm] = Ax + B$, kde $A = -20 \text{ nm/mm}$ a $B = 1149 \text{ nm}$

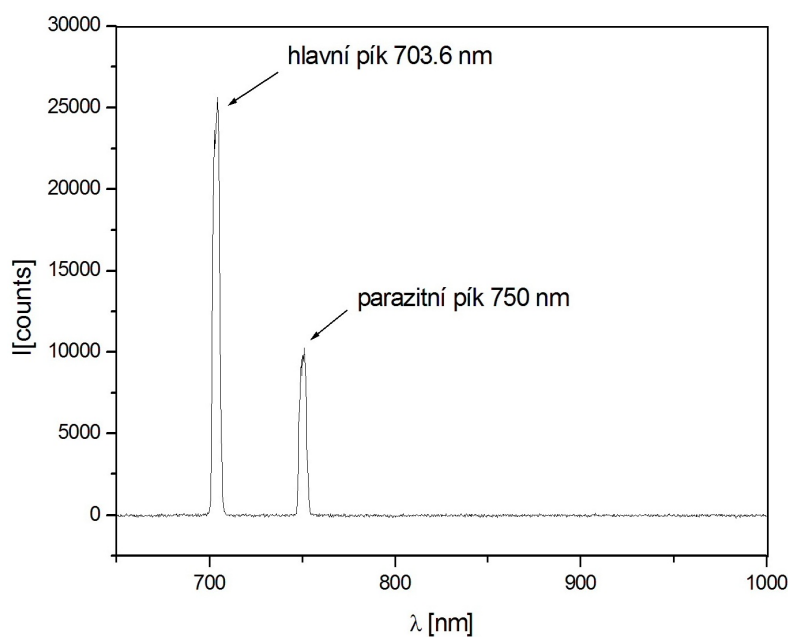
Poté jsme měřili výkon laseru v závislosti na vlnové délce pomocí pyrometru. Poprvé jsme při každé změně vlnové délky doladili zrcadla rezonátoru na maximální výkon. Po proměření celé závislosti jsme nastavili zrcadla na maximální

výkon na vlnové délce 800 nm a dále s nimi nemanipulovali během ladění vlnové délky počítačem. Výkon byl značně citlivý na manipulaci se zrcátky, proto odhadují chybu výkonu na 0,05W.



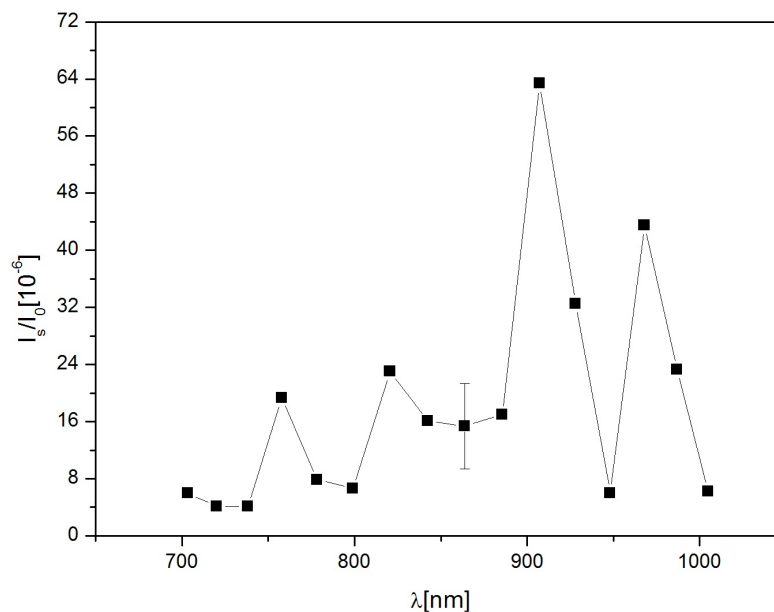
Obr. 5: Závislost výkonu na vlnové délce s a bez justování zrcadel

Námi provedené měření ukázalo, že bez justování zrcadel se nedá obsáhnout celý rozsah laditelnosti laseru. To je způsobeno tím, že při vlnových délkách kolem 720 nm a 950 nm jsou ztráty tak vysoké, že je pro laser výhodnější začít oscilovat na jiných vlnových délkách. Jako příklad je na obr. 6 spektrum naměřené při nastavení laseru na zhruba 700 nm, kde v laseru oscilují dva módy o různých vlnových délkách.



Obr. 6: Spektrum laseru bez optimalizace zrcadel na maximální výkon při nastavení otočení šroubu na 22 mm

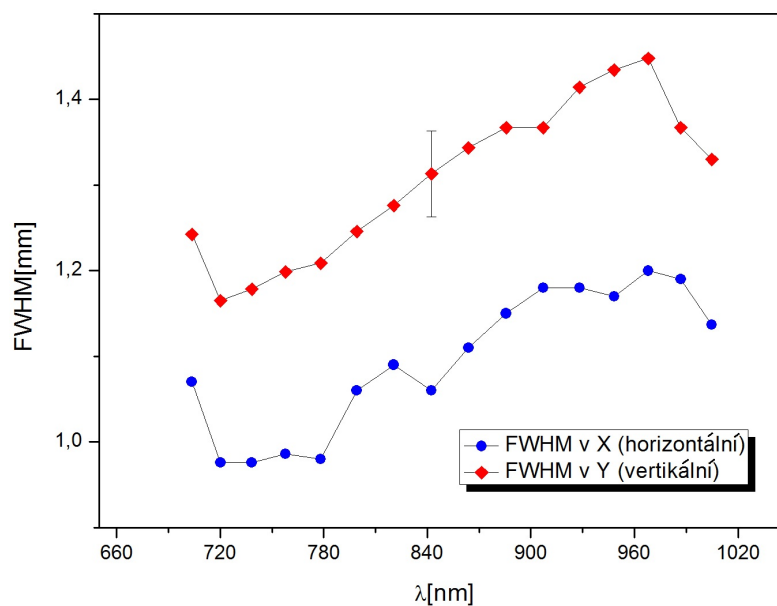
Dále nás zajímala velikost šumu na různých vlnových délkách. K tomuto měření jsme použili techniku měření pomocí fázově citlivého zesilovače (*lock-in*). Přerušovač svazku byl nastaven na 2000 Hz. Pokud je přerušovač v laserovém svazku, měříme v připojeném křemíkovém detektoru intenzitu laseru, protože má námi detekovanou frekvenci. Vydáme-li přerušovač ze svazku, není již svazek modulován na této frekvenci a je zesilovačem ignorován a měříme pouze šum na příslušné frekvenci. Pro určení poměru šum/signál jsem vzal střední hodnotu intenzity šumu a vydělil ho střední hodnotou intenzity signálu. Chybu odhaduji na $6 \cdot 10^{-6}$.



Obr. 7: Závislost poměru šum/signál na vlnové délce

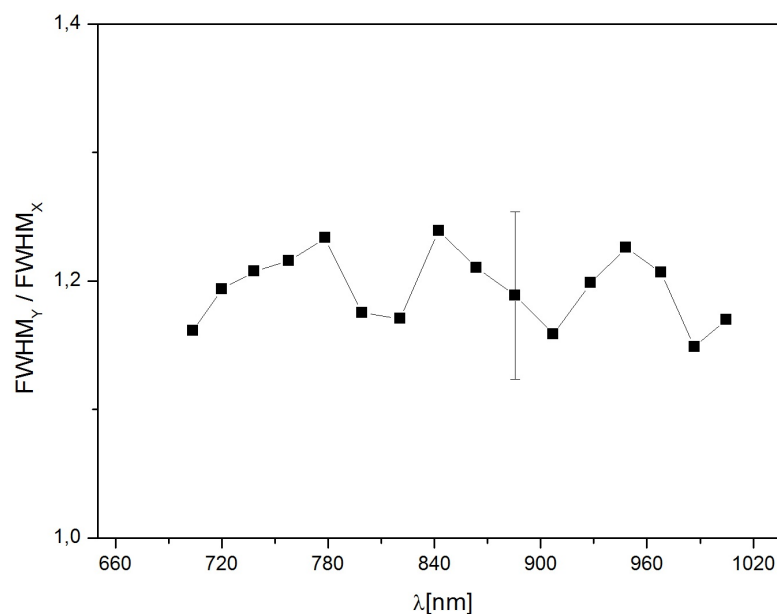
Z obr. 7 je vidět, že velikost šumu na vlnové délce příliš nezáleží a detekční mez při použití tohoto laseru pro studium materiálů je na úrovni 10^{-4} dopadající intenzity.

Dále nás zajímal příčný profil laserového svazku. K jeho měření jsme použili polohově citlivý detektor, což je vlastně síť menších detektorů. Ten je připojen do počítače a přímo zobrazuje profil svazku. Program také automaticky bere průřez ve směru X (horizontálně) a ve směru Y (vertikálně) a fituje je Gaussovou funkcí a vypisuje FWHM v příslušném směru. Na obr. 8 je zobrazena závislost FWHM svazku ve směru X a Y na vlnové délce. Chybu FWHM odhaduji na 0,05 mm.



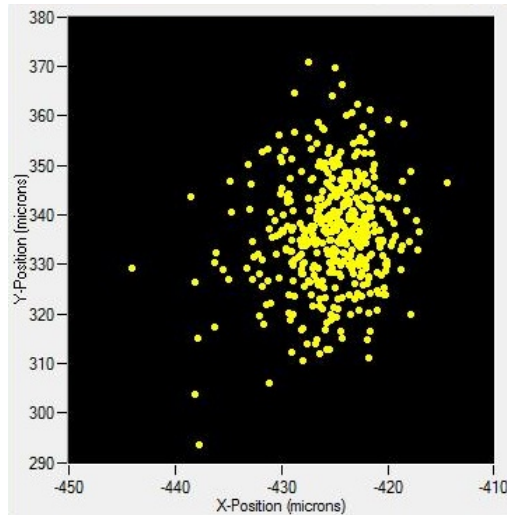
Obr. 8: Závislost FWHM na vlnové délce

Z obr. 8 jasně vidíme, že svazek je mírně vertikálně eliptický. V obr. 9 jsem vynesl eliptičnost svazku, tedy poměr $FWHM_Y / FWHM_X$, v závislosti na vlnové délce. Z tohoto grafu je patrné, že při změně vlnové délky se eliptičnost svazku podstatným způsobem nemění.



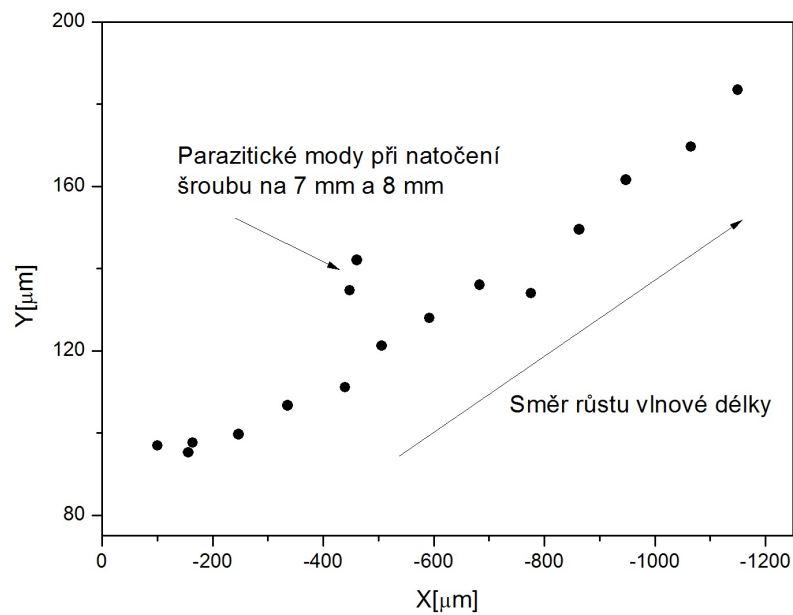
Obr. 9: Závislost eliptičnosti svazku na vlnové délce

Použitý detektor zároveň každou vteřinu přepočítává střed svazku z maxima fitovaných funkcí. Z toho se dá určit stabilita směřování svazku. Nejdříve nás zajímá, jak se svazek hýbe v čase. Nechali jsme tedy detektor měřit 10 minut při vlnové délce 800 nm a on každou vteřinu určil střed. Na obr. 10 je právě výstup takového měření. Každá žlutá tečka zobrazuje střed. Detektor byl ve vzdálenosti (185 ± 2) cm od laseru.



Obr. 10: Měření stability směřování svazku v čase, pozn.: na obrázku není zobrazená správná kalibrace osy Y, skutečná vzdálenost v ose Y je třikrát menší

Z tohoto měření je patrné, že střed svazku se v čase pohybuje řádově o deset μm . Na obr. 11 je znázorněn pohyb středu svazku při změně vlnové délky bez optimalizace zrcadel.



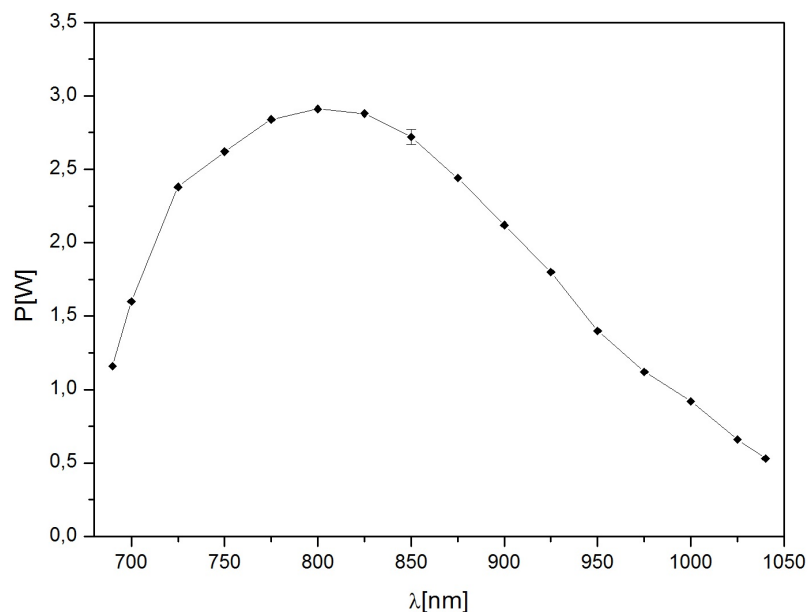
Obr. 11: Měření stability směřování svazku při změně vlnové délky

Z tohoto měření je tedy patrné, že pohyb středu v čase je zanedbatelný vůči pohybu způsobenému měněním vlnové délky. Zároveň je vidět, že pohyb je mnohem větší v horizontální rovině.

5.2 Pulzní titan-safírový laser Mai-tai HP

Tento laser je plně ovládaný počítačem. Není tedy třeba ručně nastavovat žádná zrcadla, stačí nastavit vlnovou délku a program sám otočí krystalem a posune zrcátka, jak je potřeba. Protože se jedná o pulzní laser, zajímáme se zde také o délku pulzů. Tu měříme jednak ve spektru pomocí spektrografu a jednak v čase pomocí autokorelátoru. Kromě délky pulzů jinak měříme vše, co jsme měřili u kontinuálního laseru, a také stejnými metodami.

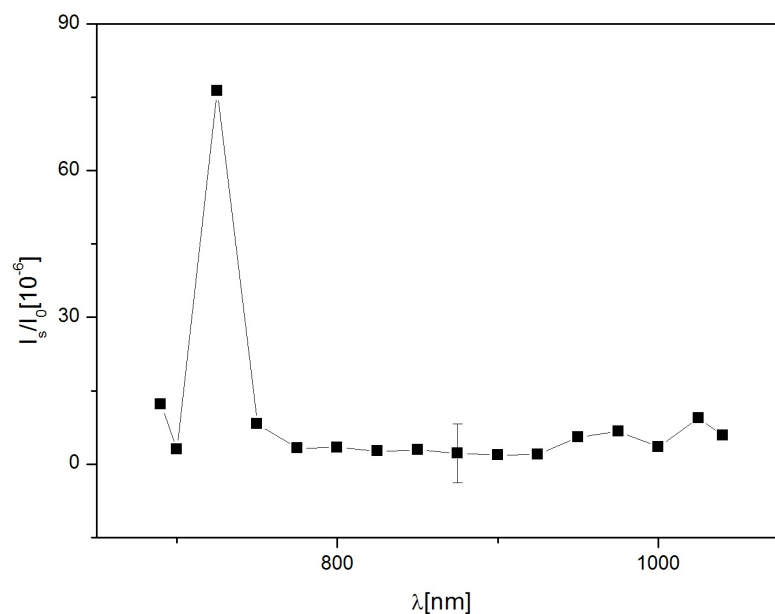
Na obr. 12 je závislost výkonu na vlnové délce. Chybu odhaduji na 0,05W.



Obr. 12: Závislost výkonu na vlnové délce

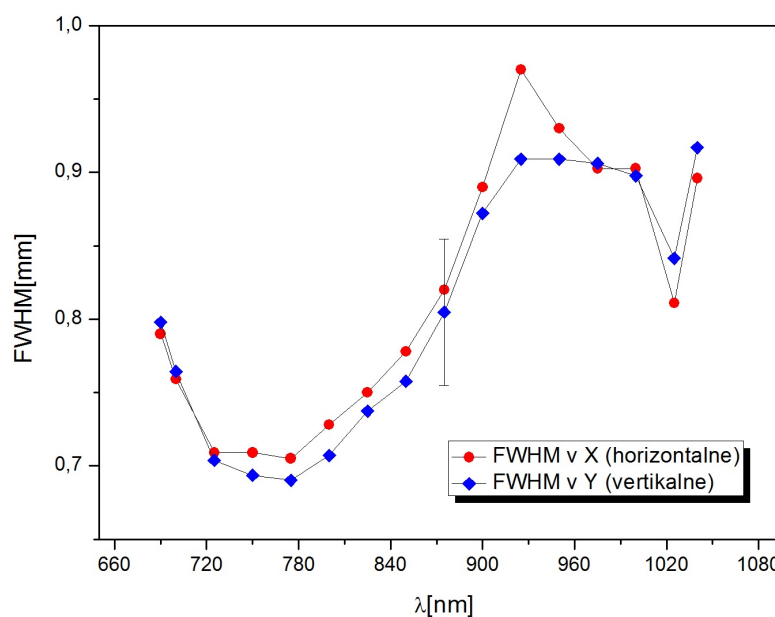
Tato závislost skoro přesně odpovídá závislosti dané výrobcem.

Dále jsme měřili poměr šum/signál opět při frekvenci přerušování svazku 2000 Hz. Chybu odhaduji na $6 \cdot 10^{-6}$. Na obr. 13 vidíme, že tento poměr prakticky nezáleží na vlnové délce. Sice je patrný výrazný nárůst šumu na vlnové délce 725 nm, ale jedná se pouze o náhodný jev. Srovnáním obr. 7 a obr. 13 je patrné, že šum je pro většinu vlnových délek menší pro pulzní laser než pro laser kontinuální.



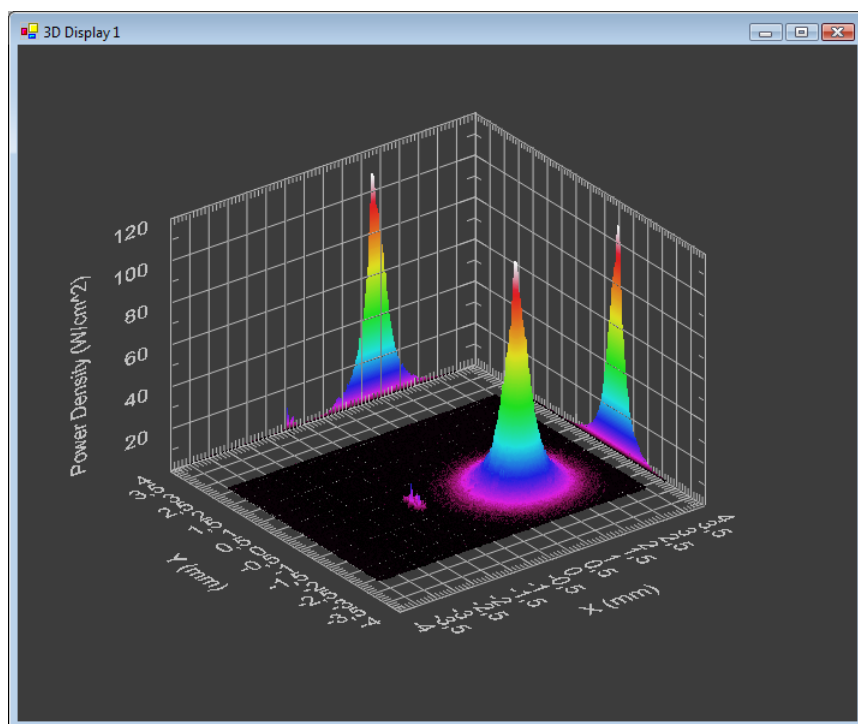
Obr. 13: Závislost poměru šum/signál na vlnové délce

Příčný profil svazku jsme měřili opět polohově citlivým detektorem ve vzdálenosti (208 ± 2) cm od výstupní štěrbině laseru. Na obr. 14 je vynesena závislost FWHM na vlnové délce, kde X je horizontální směr a Y vertikální směr. Chybu FWHM odhaduji na 0,05 mm.



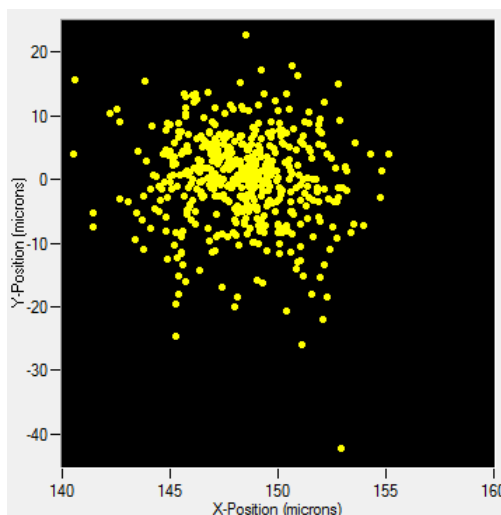
Obr. 14: Závislost FWHM na vlnové délce

Tento svazek je tedy v rámci chyby kruhový. To je dobře vidět i z obr. 15, což je profil svazku ve 3D na vlnové délce 800 nm.



Obr. 15: 3D intenzitní profil svazku

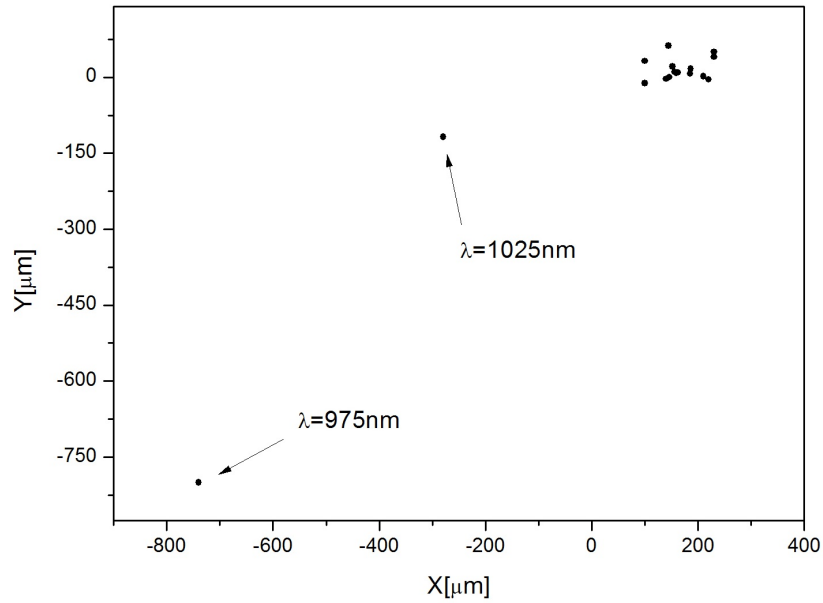
Dále jsme měřili pohyb středu svazku v čase a při změně vlnové délky. Na obr. 16 je výstup měření středu svazku v čase. Laser byl nastaven na 800 nm a měřili jsme 10 minut.



Obr. 16: Měření stability směřování svazku v čase, pozn.: na obrázku není zobrazená správná kalibrace osy Y, skutečná vzdálenost v ose Y je třikrát menší

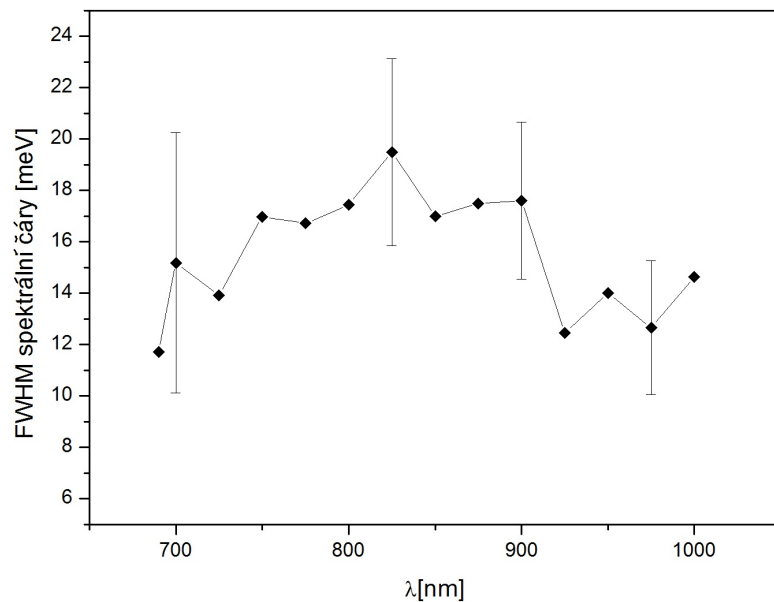
Vidíme, že pohyb středu svazku je řádově stejný jako u kontinuálního laseru, ale je mírně lepší u modelu Mai-Tai.

Poté jsme měřili pohyb středu při změně vlnové délky. Zde už dochází k velkému zlepšení oproti modelu 3900S. Pohyb v horizontální ose je téměř pětikrát menší. Vychýlené body na vlnových délkách 975 nm a 1025 nm jsou pravděpodobně nevěrohodné, protože v této oblasti nám došlo vlivem odrazu úaserového svazku zpět do rezonátoru k narušení laserování.



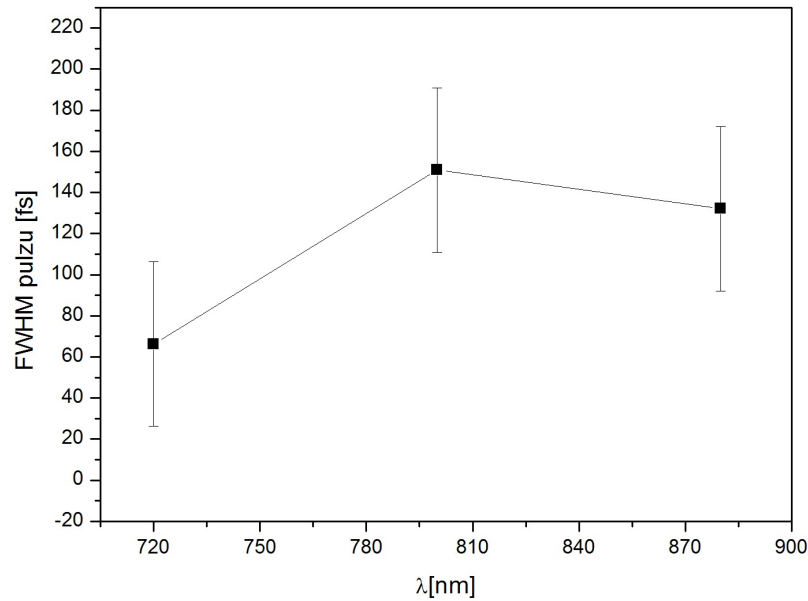
Obr. 17: Měření stability směřování svazku při změně vlnové délky

Nakonec jsme určovali délku laserových pulzů. Z naměřeného spektra jsem určil FWHM čáry stejnou metodou, jako při měření vlnové délky u modelu 3900S. Chybu FWHM ve vlnové délce odhaduji na 2 nm. Fyzikálně správnější je ale vyjadřovat spektrální šířku v energii, a proto byly naměřené šířky převedeny podle vztahu $\Delta E[eV] = \frac{1240}{\lambda^2[nm]} \Delta \lambda[nm]$ a vynesl v závislosti na vlnové délce. Z obr. 18 je patrné, že spektrální šířka má maximum zhruba kolem vlnové délky 825 nm.



Obr. 18: Závislost spektrální šířky pulzu na vlnové délce

Nakonec jsme pro vybrané vlnové délky 720 nm, 800 nm a 880 nm měřili délku pulzu v čase metodou autokorelace. Toto měření bylo z důvodu poměrně citlivé kalibrace osciloskopu zatíženo velkou chybou, kterou odhaduji na 40 fs.

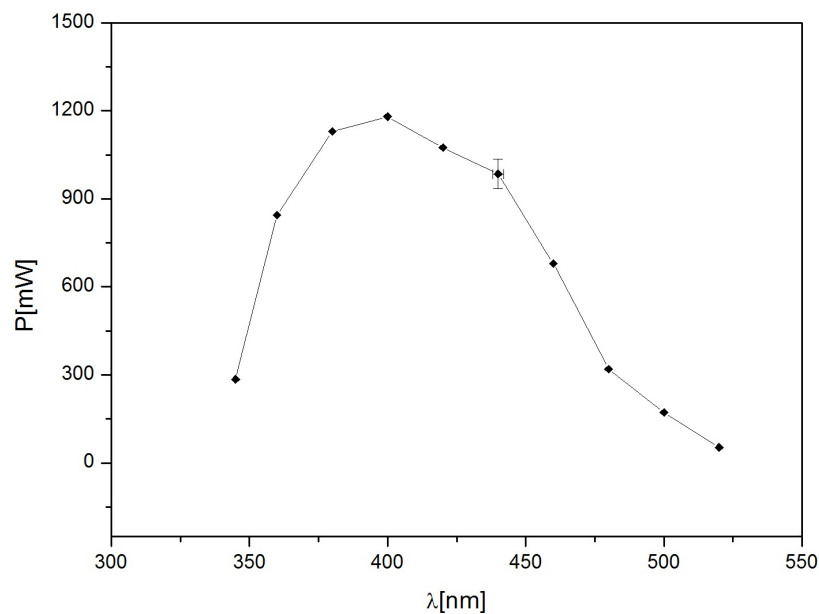


Obr. 19: Měření délky pulzu v čase autokorelací

5.3 Inspire optický parametrický oscilátor

Měřili jsme výstup generace druhé harmonické. Zajímá nás výkon v celém rozsahu laditelnosti 345-520nm, velikost šumu, šířka svazku FWHM a stabilita středu svazku.

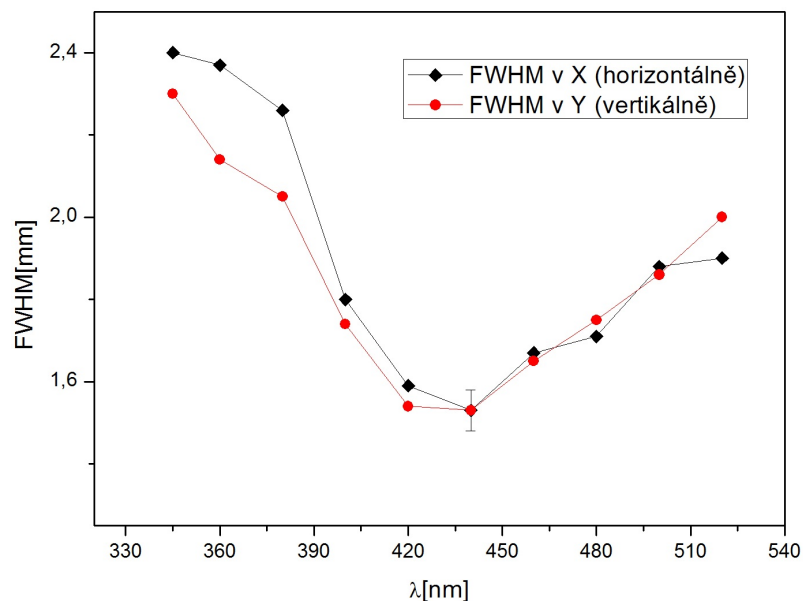
Na obr. 20 je závislost výkonu na vlnové délce. Chybu výkonu odhaduji na 10mW. Protože je OPO řízeno počítačem, je možné nastavit dva operační módy. První nastaví OPO, aby přesně nastavovalo vlnovou délku a nezajímalo se o výkon, druhý zase maximalizuje výkon, ale přesně nedrží vlnovou délku. My jsme pracovali právě ve druhém módu. Proto odhaduji chybu vlnové délky na 2 nm.



Obr. 20: Závislost výkonu na vlnové délce

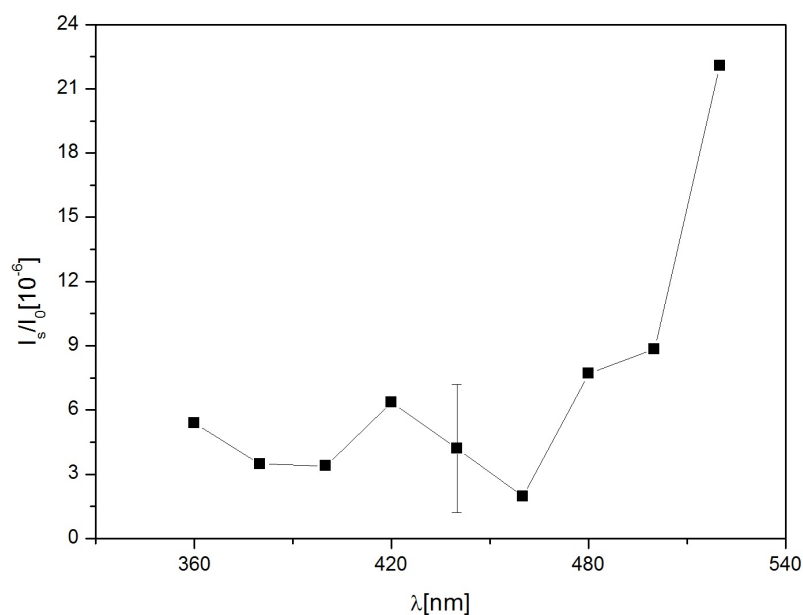
Dále jsme měřili FWHM prostorové šířky vystupujícího gaussovského svaz-

ku stejné jako u předchozích laserů. Vzdálenost polohově citlivého detektoru od výstupní štěrbině OPO je (91 ± 1) cm. Chybu FWHM opět odhaduji na 0,05 mm.



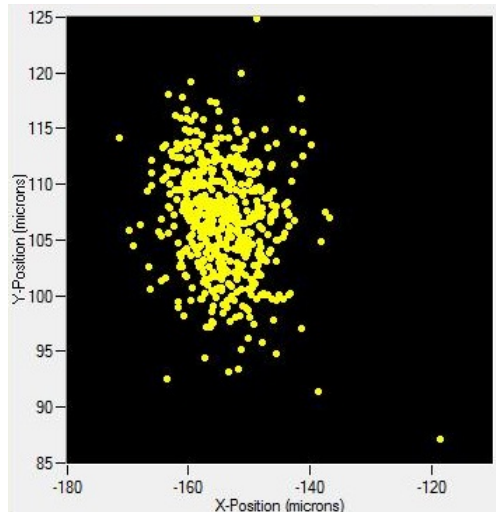
Obr. 21: Závislost FWHM na vlnové délce

Poté jsme měřili velikost šumu stejným způsobem, jako u předchozích měření. Frekvence choppování byla 2000 Hz. Chybu odhaduji na $3 \cdot 10^{-6}$.



Obr. 22: Závislost poměru šum/signál na vlnové délce

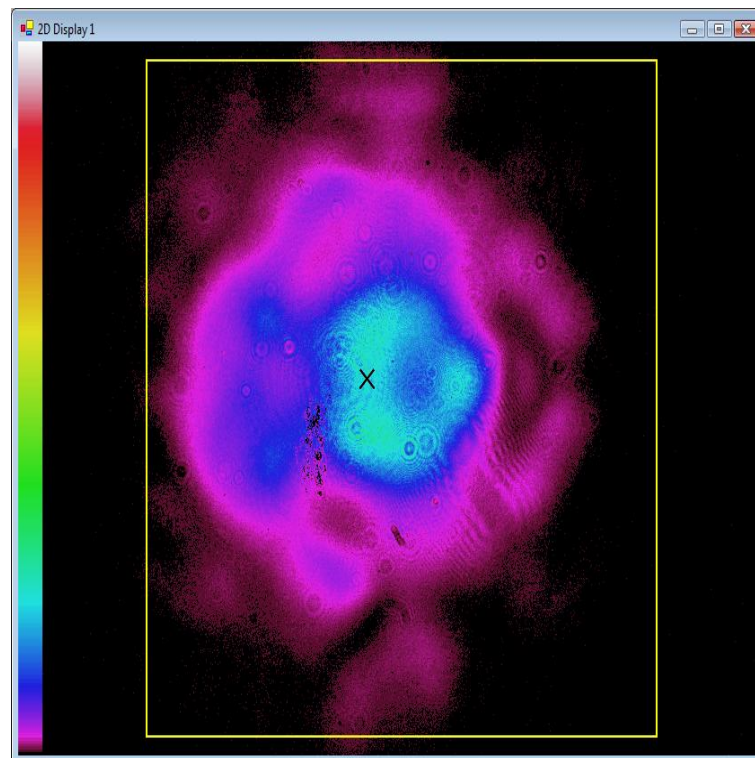
Nakonec jsme měřili stabilitu středu svazku v čase. Měřili jsme 10 minut na vlnové délce 400 nm. Na obr. 23 je výstup tohoto měření. Je patrné, že svazek v čase mění svoji pozici jen velice málo.



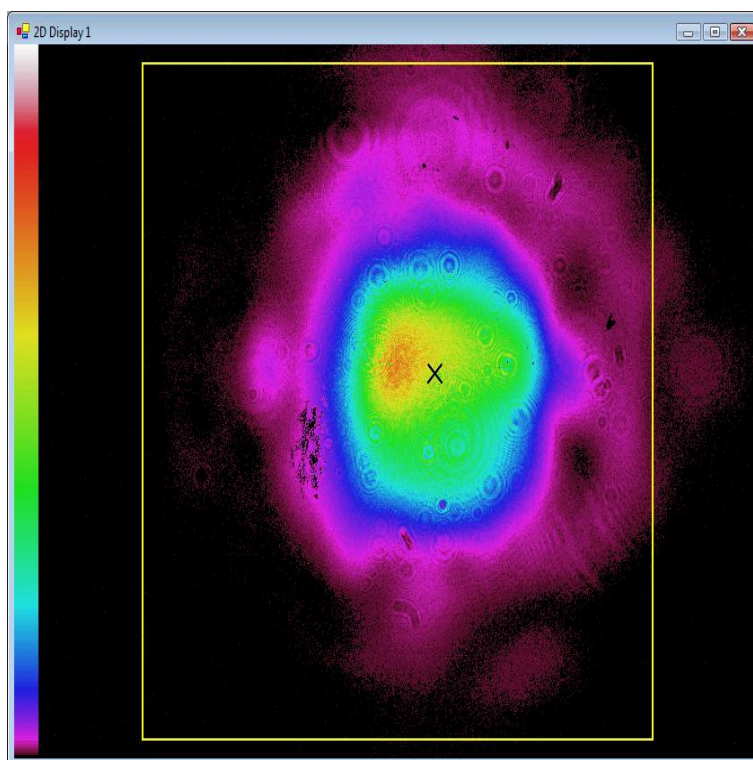
Obr. 23: Měření stability směřování svazku v čase

Stranový pohyb svazku při změně vlnové délky je už ovšem tak velký, že svazek vystupuje z detektoru a při každém přeladění laseru je nutné posunout detektor, aby jsme naměřili alespoň FWHM.

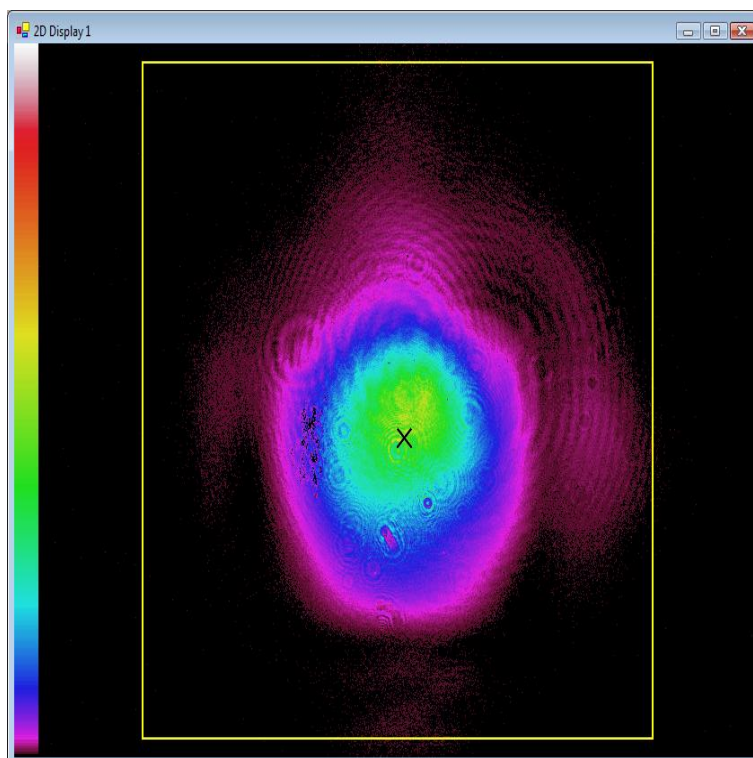
Podrobnou charakterizaci dalších svazků vycházejících z OPO jsme ale již z časových důvodů nestihli. Pouze pro ilustraci na obr. 24 až 26 uvádíme příčný profil signálního svazku na 3 vybraných vlnových délkách. Tvar svazku již není tak ideálně gaussovský jako v předchozích případech, ale i zde je patrná přibližná rotační symetrie svazků.



Obr. 24: Příčný průřez svazku na vlnové délce 500nm



Obr. 25: Příčný průřez svazku na vlnové délce 550nm



Obr. 26: Příčný průřez svazku na vlnové délce 700nm

Závěr

V této práci jsme měřili vlastnosti laserového záření vycházejícího z kontinuálního titan-safrírového laseru 3900S, pulzního titan-safrírového laseru Mai-Tai a optického parametrického oscilátoru s vestavěným zdvojovačem frekvence Inspire. Konkrétně jsme se zajímali o závislost výkonu na vlnové délce, o šířku svazků, velikost šumu a o stabilitu směru optického svazku. U pulzního laseru jsme se také zajímali o šířku pulzu ve spektru i v čase. Model 3900S je laděn pomocí šroubu otáčeném počítačem a dá se doladovat pomocí zrcátek, narozdíl od modelu Mai-Tai, který je plně ovládán počítačem. U něj jsme se tedy navíc zajímali o přesný vztah mezi hodnotou natočení šroubu na počítači a vlnovou délkou záření měřeného spektrografem. Při měření modelu 3900S jsme zjistili, že je jeho svazek mírně eliptický. Zároveň jsme zjistili, že při změně vlnové délky se svazek značně vychyluje v horizontální rovině. Při posunu přes celou oblast laditelnosti tj. 690-1040 nm se svazek posune příčně o zhruba milimetr ve vzdálenosti necelé dva metry od výstupní šterbiny laseru. Měření novějšího modelu Mai-Tai ukazuje, že výrobci na obou těchto vadách zapracovali. Svazek je v rámci chyby téměř úplně kruhový a posun v horizontální rovině je zhruba desetkrát menší než u modelu 3900S. U Inspiru jsme měřili druhou harmonickou generovanou ve vestavěném zdvojovači frekvence. Zjistili jsme opět, že svazek je v rámci chyby kruhový. Závislost výkonu na vlnové délce zhruba odpovídá křivce uváděné výrobcem. Horší je to s posunem svazku při přeladování, což je způsobeno úhlovým natáčením krystalu, ve kterém dochází ke generaci 2. harmonické frekvence. Při posunu vlnové délky o zhruba 50nm už jsme museli posouvat s polohově citlivým detektorem. Příčný posun svazku při změně vlnové délky je už v řádu milimetrů. Předběžná měření výstupu druhého modu Inspiru, tedy samotné parametrické oscilace, ukazují, že vystupující svazek není zcela gaussovský a při větší změně vlnové délky také mění svůj tvar. Studium této části parametrického oscilátoru bude dále pokračovat.

Seznam použité literatury

- [1] SALEH, TEICH . *Základy fotoniky 3*. Matfyzpress, Praha, 1996, 521-610.
- [2] SALEH, TEICH . *Základy fotoniky 4*. Matfyzpress, Praha, 1996, 822-886.
- [3] http://www.rp-photonics.com/titanium_sapphire_lasers.html, 16.4.2012