

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická



Katedra elektroenergetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Návrh studeného kelímku

Design of Cold Crucible

Bc. Ondřej Koubek

Vedoucí práce: Ing. Lubomír Musálek

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management

Studijní obor: Elektroenergetika

2014

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra elektroenergetiky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Ondřej Koubek**

Studijní program: Elektrotechnika, energetika a management
Obor: Elektroenergetika

Název tématu: **Návrh studeného kelímku**

Pokyny pro vypracování:

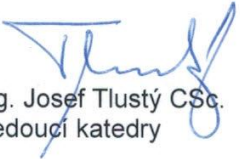
1. Seznamte se s problematikou indukčních ohřevů
2. Vytvořte elektromagnetický model v SW Flux3D
3. Vytvořte tepelný model v SW Agro2D
4. Proveďte sdružení vytvořených modelů

Seznam odborné literatury:

- [1] Rada Elektrotepelná technika II
- [2] KOLÁŘ, Vladimír, Ivan NĚMEC a Viktor KANICKÝ. FEM: principy a praxe metody konečných prvků.
- [3] MAYER, D. Aplikovaný elektromagnetismus.

Vedoucí: Ing. Lubomír Musálek

Platnost zadání: do konce letního semestru 2014/2015


prof. Ing. Josef Tlustý CSc.
vedoucí katedry




prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 6. 2. 2014

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Podpis

Poděkování

Děkuji vedoucímu této diplomové práce panu Ing. Lubomíru Musálkovi za příkladné vedení, poskytování rad a veškerých materiálů při jejím samotném zpracování. Dále bych chtěl poděkovat rodině a přítelkyni za jejich podporu.

Abstrakt

Tato diplomová práce je zaměřena na indukční tavení hliníku ve studeném kelímku a jeho návrh. Úvodní část je zaměřena na indukční ohřev a na různé varianty indukčních pecí. Následující část je věnována studenému kelímku. Další kapitola se zabývá principem výpočtu fyzikálních polí, tj. metodou konečných prvků. Závěrečné části této práce jsou zaměřeny na vytvoření samotného modelu studeného kelímku.

Klíčová slova

Indukční ohřev, studený kelímek, hliníková vsázka, konduktivita, tepelná vodivost, hustota, měrná tepelná kapacita, Agros2D

Abstract

This thesis is focused on the induction melting in a cold crucible and its design. The first part is focused on the induction heating and the different variants of induction furnaces. The following section is devoted to the cold crucible. The next chapter deals with the principle behind the calculation of physical fields so otherwise the finite element method. The final section of this paper is focused on creating design of cold crucible.

Keywords

Induction heating, cold crucible, aluminium charge, electric conductivity, thermal conductivity, density, specific heat, Agos2D

Obsah

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....	9
SEZNAM OBRÁZKŮ	10
SEZNAM TABULEK.....	12
1. ÚVOD	13
2. INDUKČNÍ OHŘEV	14
2.1 Indukční kelímkové pece.....	17
2.1.1 Kelímkové pece s nevodivým kelímkem.....	18
2.1.2 Kelímkové pece s vodivým stínícím pláštěm.....	19
2.1.3 Kelímkové pece se železným jádrem vně cívky	19
2.1.4 Kelímkové pece s vodivým kelímkem	19
2.2 Indukční kanálkové pece	20
2.3 Elektrické zdroje napájení indukčních pecí.....	22
2.3.1 Zařízení na síťovou frekvenci.....	22
2.3.2 Středofrekvenční zařízení (150 Hz až 20 kHz).....	22
2.3.3 Vysokofrekvenční elektronkový generátor nad 50 kHz	23
3. STUDENÝ KELÍMEK	25
3.1 Proces tavení ve studeném kelímku	25
3.2 Studené kelímky.....	28
3.2.1 Induktorový kelímek.....	28
3.2.2 Kelímek se separovaným induktorem	29
3.3 Možnosti využití studeného kelímku	30
4. AGROS2D.....	32
4.1 Metoda konečných prvků	32
4.1.1 Matematická definice MKP.....	33
4.1.2 Obecnější tvar MKP	34
4.1.3 Princip MKP.....	36
4.2 Postup řešení úlohy s MKP	37
4.2.1 Sestavení fyzikálního modelu a definování podmínek jednoznačnosti řešení	37
4.2.3 Diskretizace analyzované oblasti na konečné prvky	37

4.2.4	Identifikace primárních neznámých a volba vhodných interpolačních funkcí pole	38
4.2.5	Odvození prvkových rovnic	38
4.2.6	Odvození rovnic MKP pro celou oblast a jejich řešení pro primární neznámé	39
4.2.7	Výpočet sekundárních neznámých	39
5.	PARAMETRY MODELOVANÉHO STUDENÉHO KELÍMKU	40
5.1	Rozměry studeného kelímku	40
5.2	Vlastnosti použitých materiálů	41
5.2.1	Hliníková vsázka	41
5.2.2	Měď	44
5.2.3	Chladicí médium a keramika	46
6.	NÁVRH STUDENÉHO KELÍMKU	48
6.1	Sdružení polí	48
6.2	Elektromagnetický model	49
6.2.1	Podmínky pro vytvoření modelu	51
6.2.2	Výstupní parametry elektromagnetického modelu	51
6.2.3	Elektromagnetické pole studeného kelímku	55
6.3	Tepelný model	58
ZÁVĚR	60
POUŽITÁ LITERATURA	61
PŘÍLOHY	I

Seznam symbolů a zkratek

I	elektrický proud [A]
h	vzdutí
K	konstanta
P_1	příkon na jednotku plochy vsázky
ρ	hustota [kg/m^3]
μ_r	relativní permeabilita
γ, σ	konduktivita [S/m]
f	frekvence [Hz]
R	elektrický odpor [Ω]
L	indukčnost [H]
C	elektrická kapacita [F]
B	magnetická indukce [T]
J	proudová hustota [A/m^2]
λ	tepelná vodivost [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$]
C_p	měrná tepelná kapacita [$\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$]
t, T	teplota [$^{\circ}\text{C}$]
T	termodynamická teplota [K]
Φ_m	maximální hodnota magnetického toku [Wb]
N	počet závitů
H	intenzita magnetického pole [A/m]
δ	hloubka vniku
Q_v	teplo [W/m^3]
P_j	činné ztráty [W]
η	účinnost [%]
VF	vysokofrekvenční
skull	pevná slinutá druhově specifická vrstva
DR	diferenciální rovnice
MKP	metoda konečných prvků
FEM	Finite Element Method

Seznam obrázků

OBR. 1. PRINCIP INDUKČNÍHO OHŘEVU KOVOVÉHO VÁLCE [12].....	14
OBR. 2. ROZLOŽENÍ INTENZITY MAGNETICKÉHO POLE VE VÁLCOVÉ VSÁZCE [12]	15
OBR. 3. ROZLOŽENÍ PROUDOVÉ HUSTOTY VE VÁLCOVÉ VSÁZCE V ZÁVISLOSTI NA ARGUMENTU χ_2 [12].....	16
OBR. 4. INDUKČNÍ KELÍMKOVÁ PEC [2]	18
OBR. 5. INDUKČNÍ KELÍMKOVÁ PEC S VODIVÝM STÍNÍCÍM PLÁŠTĚM [2]	19
OBR. 6. INDUKČNÍ KANÁLKOVÁ PEC [2].....	20
OBR. 7. SCHÉMA ZAPOJENÍ INDUKČNÍHO OHŘEVU NA 50 Hz [2].....	22
OBR. 8. SCHÉMA ZAPOJENÍ STŘEDOFREKVENČNÍHO INDUKČNÍHO OHŘEVU [2]	22
OBR. 9. TYRISTOROVÝ MĚNIČ FREKVENCE PRO INDUKČNÍ OHŘEVY [2]	23
OBR. 10. ZAPOJENÍ VF ELEKTRONKOVÉHO GENERÁTORU NAD 50 KHz [2].....	24
OBR. 11. PROCES TAVENÍ VE STUDENÉM KELÍMKU [5]	26
OBR. 12. NEJJEDNODUŠŠÍ USPOŘÁDÁNÍ INDUKČNÍHO TAVENÍ S JEDNÍM INDUKTOREM [5].....	27
OBR. 13. INDUKTOROVÝ KELÍMEK [7]	29
OBR. 14. KELÍMEK SE SEPAROVANÝM INDUKTOREM [8]	30
OBR. 15. DISKRETIZOVANÁ OBLAST MODELOVANÉHO STUDENÉHO KELÍMKU	32
OBR. 16. MODELOVANÝ STUDENÝ KELÍMEK [5]	40
OBR. 17. ZÁVISLOST TEPELNÉ VODIVOSTI HLINÍKU NA TEPLITĚ	41
OBR. 18. ZÁVISLOST HUSTOTY HLINÍKU NA TEPLITĚ	42
OBR. 19. ZÁVISLOST MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY HLINÍKU NA TEPLITĚ.....	42
OBR. 20. ZÁVISLOST KONDUKTIVITY HLINÍKU NA TEPLITĚ.....	43
OBR. 21. ZÁVISLOST TEPELNÉ VODIVOSTI MĚDI NA TEPLITĚ.....	44
OBR. 22. ZÁVISLOST HUSTOTY MĚDI NA TEPLITĚ	45
OBR. 23. ZÁVISLOST MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY MĚDI NA TEPLITĚ	45
OBR. 24. ZÁVISLOST KONDUKTIVITY MĚDI NA TEPLITĚ	46
OBR. 25. PRINCIP SDRUŽENÍ ELEKTROMAGNETICKÉHO A TEPELNÉHO POLE.....	48
OBR. 26. PROUDY V JEDNOTLIVÝCH SEGMENTECH STUDENÉHO KELÍMKU	49
OBR. 27. POROVNÁNÍ SKUTEČNÉHO STUDENÉHO KELÍMKU VLEVO SE STUDENÝM KELÍMKEM PRO VYTVOŘENÍ ELEKTROMAGNETICKÉHO MODELU VPRAVO	50
OBR. 28. ZÁVISLOST MNOŽSTVÍ VYVINUTÉHO TEPLA VE VSÁZCE NA TEPLITĚ	53
OBR. 29. ZÁVISLOST MNOŽSTVÍ VYVINUTÉHO TEPLA V CÍVCE NA TEPLITĚ	53
OBR. 30. ZÁVISLOST MNOŽSTVÍ VYVINUTÉHO TEPLA V MĚDĚNÉM SEGMENTU NA TEPLITĚ	54
OBR. 31. ZÁVISLOST ÚČINNOSTI STUDENÉHO KELÍMKU NA TEPLITĚ.....	54
OBR. 32. ROZLOŽENÍ MAGNETICKÉ INDUKCE VE STUDENÉM KELÍMKU.....	55
OBR. 33. VEKTOROVÉ ZOBRAZENÍ MAGNETICKÉ INDUKCE.....	56

OBR. 34. DETAIL NEJVĚTŠÍHO PŮSOBENÍ MAGNETICKÉ INDUKCE V PROSTORU ROHU VÁZKY	57
OBR. 35. DETAIL VELIKOSTI HUSTOTY ZTRÁT	57
OBR. 36. VÝSLEDEK SDRUŽENÍ ELEKTROMAGNETICKÉHO A TEPELNÉHO POLE	58
OBR. 37. DETAIL ROZLOŽENÍ TEPLA V OBLASTI VSÁZKY	59

Seznam tabulek

TAB. 1. POLYNOMY POUŽITÉ PŘI VÝPOČTECH U HLINÍKOVÉ VSÁZKY	43
TAB. 2. POLYNOMY POUŽITÉ PŘI VÝPOČTECH U MĚDĚNÝCH ČÁSTÍ STUDENÉHO KELÍMKU	46
TAB. 3. TABULKA PARAMETRŮ VODY	47
TAB. 4. TABULKA PARAMETRŮ NITRIDU KŘEMÍKU	47
TAB. 5. TABULKA VSTUPNÍCH TEPLIT	48
TAB. 6. KONDUKTIVITA HLINÍKOVÉ VSÁZKY (VLEVO) A MĚDI (VPRAVO)	51
TAB. 7. TABULKA OBJEMŮ JEDNOTLIVÝCH UVAŽOVANÝCH OBLASTÍ	51
TAB. 8. TABULKA ČINNÝCH ZTRÁT	52
TAB. 9. TABULKA MNOŽSTVÍ TEPLA PŘI RŮZNÝCH TEPLITÁCH	52

1. Úvod

Jelikož jsou v současné době kladeny stále větší požadavky na vědeckotechnický rozvoj, tak se čím dál tím více využívá v nepřeberném množství činností po celém světě elektrického tepla. Jedním z dalších možných důvodů využívání elektrického tepla oproti teplu vytvořenému z fosilních paliv je jeho ekologičnost, na kterou se dnes klade stále větší důraz. Díky omezení výroby tepla z fosilních paliv se také snižují celkové náklady. Velké množství dnešních moderních výrobních technologických procesů se zakládá právě na využívání elektrického tepla a mnohdy by bez něj nebyly ani realizovatelné. Setkáváme se s ním v mnoha odvětvích, jako jsou jaderná energetika, sklářský průmysl, výroba a tavení různých kovových materiálů. Setkáme se s ním i v každodenním životě při používání elektrických vařičů a mikrovlnných trub.

Výhodou zařízení využívajících elektrické teplo je jejich vysoká účinnost. Také nelze opomenout, že je poměrně snadné nastavení libovolných teplot při práci takovýchto zařízení, a to s vysokou přesností.

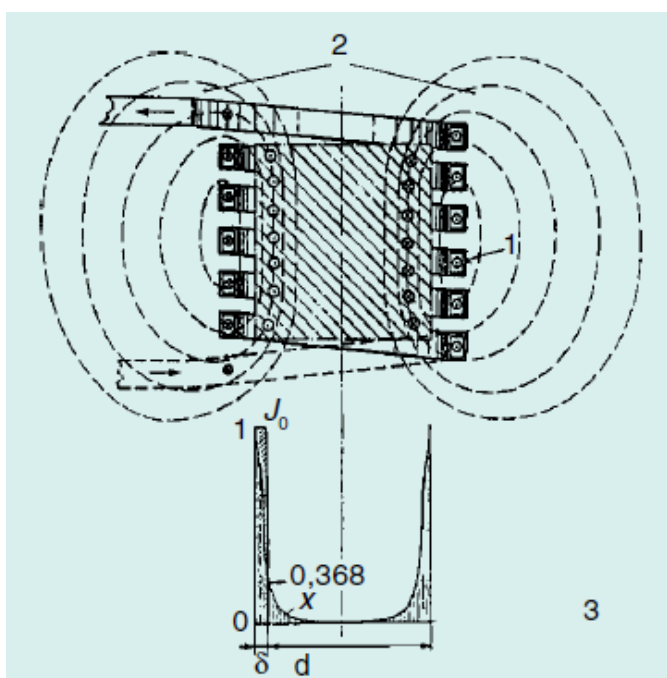
V dnešní době existuje mnoho různých typů zařízení využívajících elektrické teplo, pracujících na různém principu. Mohou to být odporová, oblouková, dielektrická, indukční, elektronová, laserová a plazmová zařízení.

Tato diplomová práce je zaměřena na indukční zařízení, tj. studený kelímek.

2. Indukční ohřev

Indukční ohřev využívá toho, že při průchodu obecně časově (periodicky, harmonicky i neperiodicky) proměnného elektrického proudu vodičem vzniká odpovídající, časově proměnné elektromagnetické pole. Toto pole indukuje ve vlastním vodiči a v okolních vodivých předmětech vířivé proudy, které působí proti smyslu proudu, který je vybudil. V důsledku těchto indukovaných vířivých proudů vznikají ve vodivých materiálech nerovnoměrně rozložené Jouleovy ztráty, které vyvolávají jejich následný ohřev.

Indukční ohřev se často zjednodušeně přirovnává k transformátoru, kde primární vinutí tvoří induktor, jímž protéká primární proud. Ohříváný materiál představuje sekundární vinutí s jedním závitem spojeným nakrátko. Teplo vzniká přímo ve vsázce, je tedy nejteplejším objektem celé soustavy. Indukční ohřev umožňuje vysoké měrné příkony do vsázky. Změnou frekvence proudu napájecího ohřívací vinutí (induktor), v jehož magnetickém poli je umístěna vsázka, můžeme ovlivnit i rozdělení tepla vyvíjeného ve vsázce. [1]



- 1 – induktor
- 2 – elektromagnetické pole
- J_0 – proudová hustota
- d – průměr válce zmenšený o hloubku vniku δ
- x – průměr proudové hustoty j_x

Obr. 1. Princip indukčního ohřevu kovového válce [12]

V sekundárním vinutí transformátoru se indukuje napětí

$$U_2 = \frac{2\pi f N_2 \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44f N_2 \phi_m \quad (1)$$

kde f je frekvence, N_2 počet závitů a ϕ_m maximální hodnota střídavého magnetického toku. Má-li sekundární vinutí pouze jeden závit, bude

$$U_2 = 4,44f \phi_m. \quad (2)$$

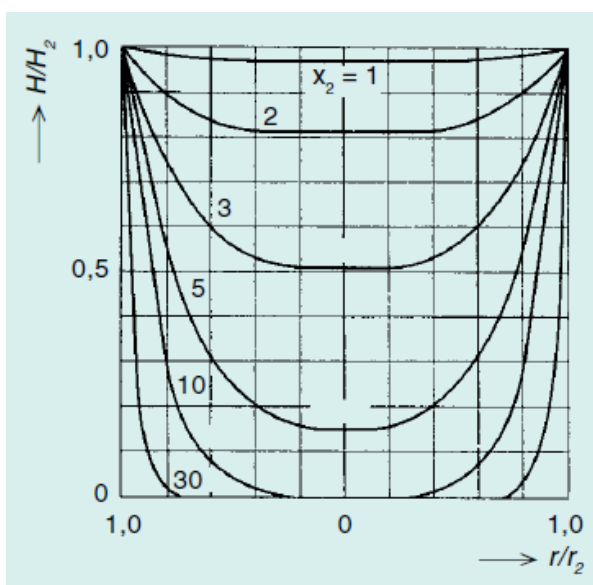
Sekundární proud bude

$$I_2 = I_1 N_1. \quad (3)$$

Uvažujeme-li v celé délce ohřívaného tělesa homogenní magnetické pole vyvolané cívkou s počtem závitů N_1 na 1 m délky, bude intenzita magnetického pole

$$H = I_1 N_1 \sqrt{2}. \quad (4)$$

Z Maxwellových rovnic je možné určit intenzitu magnetického pole H a hustotu proudu J v libovolném místě ohřívaného tělesa. [12]



H/H_2 – poměr intenzity mag. pole
 r/r_2 – poměr vzdálenosti od středu

Obr. 2. Rozložení intenzity magnetického pole ve válcové vsázce [12]

V ohřívané vodivé vsázce se hustota proudu J nerozdělí rovnoměrně, ale při vyšších frekvencích klesá od povrchu ke středu zhruba podle exponenciální křivky, která nahrazuje besselovu funkci řešení.

$$j_x = J_0 e^{-kx}. \quad (5)$$

Hloubka, ve které hustota proudu J_0 klesne na hodnotu $1/e = 1/2,718 = 0,368$, se nazývá hloubka vniku δ .

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}} \quad (6)$$

kde ω je úhlový kmitočet ($\omega = 2\pi f$), ρ je měrný elektrický odpor, μ_0 je permeabilita vakua a μ_r je poměrná permeabilita vsázky.

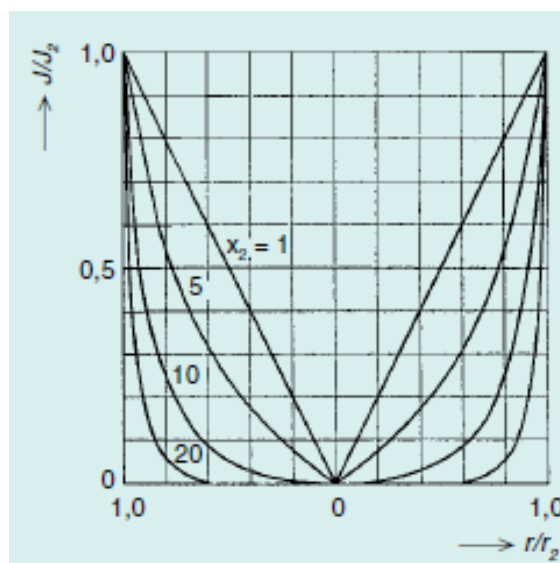
Na Obr. 2 je naznačeno rozložení intenzity magnetického pole H/H_2 válcové vsázky a na Obr. 3 rozložení hustoty proudu J/J_2 v závislosti na argumentu x_2 . Argument je definován vztahem

$$x_2 = \sqrt{2}r/\delta. \quad (7)$$

Čím je frekvence vyšší, tím je hloubka vniku δ menší a argument x_2 vyšší. [12]

Intenzita magnetického pole H_2 i hustota proudu J_2 mají svá maxima na povrchu vsázky, tj. ve vzdálenosti r_2 od střední osy. Z průběhů na Obr. 2 a Obr. 3 je zřejmé, že pro malé frekvence, tj. pro malé argumenty x_2 , je průběh intenzity magnetického pole H_2 v celém průměru vsázky téměř konstantní a hustota proudu J_2 roste téměř lineárně s rostoucím poloměrem.

[12]



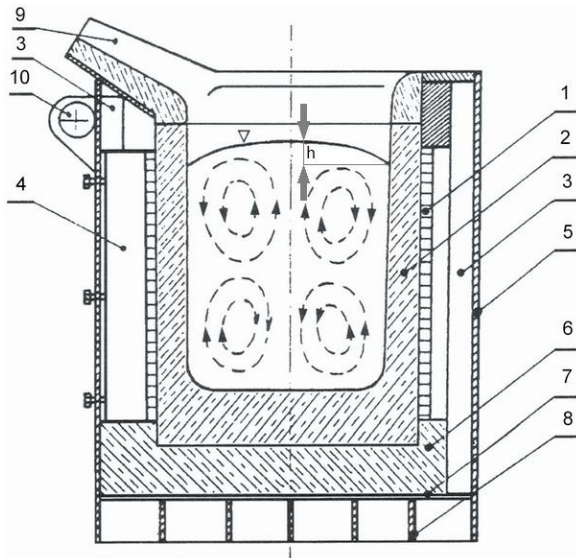
Obr. 3. Rozložení proudové hustoty ve válcové vsázce v závislosti na argumentu x_2 [12]

Od povrchu vsázky do hloubky vniku δ se v materiálu vyvine přibližně 86% celkového tepla. Ve zbývající části vsázky se tedy absorbuje pouze zbývajících 14% celkové energie. Volbou vysoké frekvence lze tedy např. dosáhnout toho, že se ohřeje pouze tenká povrchová vrstva. Při nízké frekvenci se naopak rovnoměrně prohřeje celá vsázka. K rovnoměrnému prohřátí celé vsázky v co nejkratším čase je ekonomicky výhodné volit takové parametry, aby průměr vsázky byl asi 3,5krát větší, než hloubka vniku δ . [12]

2.1 Indukční kelímkové pece

Kelímková pec je zobrazena na Obr. 4. Číslo 1 je kruhová ohřívací cívka. Cívka je navinuta jako jednovrstvová, nejčastěji dutým měděným vodičem čtyřhranného průřezu. Dutinou vodiče protéká chladicí voda, 2 je keramický zadusáný kelímek pece. Nejčastěji z křemičitého písku (SiO_2), 3 jsou svazky transformátorových plechů. Jsou svisle uspořádány po celém vnitřním obvodu pláště pece 5. Tyto svazky svádějí magnetický tok vně cívky, aby nezabíhal do pláště 5 a do dalších konstrukčních částí pece. 4 jsou středící žárobetonové trámce pro cívku 1, 5 je ocelový plášť pece, 6 je cihlová keramická vyzdívka na dně pece, 7 je stínící měděný plech zabraňující vniknutí magnetického toku cívky do mřížového dna pece, 8 je mřížové dno pece, 9 je hubice pece pro odlévání a 10 je osa, kolem které se pec otáčí při vyklápění, odpichu. Pec je vyklápěna většinou hydraulickými válci. Proud do cívky (několik tisíců ampérů) je přiváděn měděnými lany a chladicí voda do cívky je přiváděna izolačními hadicemi. [1]

Indukční tavicí pece se používají k tavení nejrůznějších kovů a vyrábějí se v nich vysoce kvalitní oceli. Napájí se napětím buď středofrekvenčním zařízením (velké pece 500 Hz, menší až 4 kHz) nebo s frekvencí 50 Hz resp. 150 Hz. Jsou dimenzovány od obsahu 10 kg oceli až do 100 t oceli. [1]



Obr. 4. Indukční kelímková pec [2]

Výhodou těchto pecí je silné víření taveniny vlivem elektrodynamických sil, které je čárkovaně naznačeno na Obr. 4. Vlivem tlaku magnetických sil na vsázku vzniká u stěny kelímku v tavenině podtlak a v ose taveniny přetlak. Tavenina tedy vtéká ke stěně vlivem hydrostatických sil a vzdouvá se ve středu kelímku. Vzduť se dá vyjádřit vztahem

$$h = K \frac{P_1}{\rho} \sqrt{\frac{\mu_r \gamma}{f}} \quad (8)$$

kde P_1 je příkon na jednotku plochy vsázky, K konstanta, ρ hustota vsázky, μ_r relativní permeabilita vsázky, γ konduktivita vsázky a f frekvence proudu v cívce. Vzduť h , a tím i intenzita víření roste s příkonem P_1 , γ a s klesající frekvencí. [1]

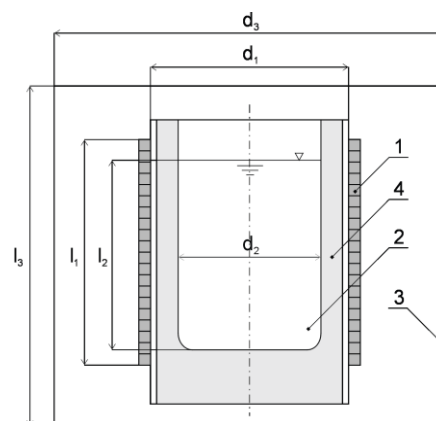
Víření limituje příkon především u pecí pro 50 Hz a u lehkých kovů (Al). Přiměřené víření je metalurgicky velmi vítané, neboť zajišťuje naprostou homogenitu kovu, pokud jde o složení i teplotu. [1]

2.1.1 Kelímkové pece s nevodivým kelímkem

V cívce je umístěn kelímek, který se pění z keramické hmoty. Pec má buď stínící plášť z mědi nebo ocelový plášť, který na vnitřní straně nese svazky transformátorových plechů. [2]

2.1.2 Kelímkové pece s vodivým stínícím pláštěm

Na Obr. 5 je zobrazen keramický kelímek 4 válcového tvaru elektricky nevodivý, obsahující vsázku 2, je ovinut cívkou 1. Cívku vineme zpravidla z měděné trubky obdélníkového průřezu. Cívkou prochází proud zvýšeného kmitočtu (500 až 1000 Hz), příp. proud síťového kmitočtu 50 Hz. Vnitřní povrch cívky vyzařuje do své dutiny elektromagnetické vlnění, které dopadá kolmo na povrch vsázky, je jí pohlcováno, energie elektromagnetická se mění v tepelnou. Dutinou cívky prochází magnetický tok, který se uzavírá vně cívky. Je třeba učinit vhodné opatření, aby intenzita magnetického pole vně pece byla co nejmenší, aby nedocházelo k zahřívání nosných konstrukcí pece. Toho dosáhneme buď tak, že pec opatříme stínícím pláštěm z dobře vodivého materiálu vhodného průměru, nebo umístíme vně cívky jádro ze železných plechů, kterým se magnetický tok uzavírá. Indukční kelímkové pece mají vždy stínění, a to buď jako vodivý stínící plášť, nebo jako jádro z transformátorových plechů vně cívky. [2]



Obr. 5. Indukční kelímková pec s vodivým stínícím pláštěm [2]

2.1.3 Kelímkové pece se železným jádrem vně cívky

Umístěním železného jádra vně cívky zajistíme, že se výrazně sníží intenzita magnetického pole vně pláště. Převážná část magnetického toku buzeného cívkou se bude uzavírat vně cívky magneticky dobře vodivou cestou, tj. svazky transformátorových plechů. Účinnost pece se železným jádrem je téměř o 5 % vyšší než u pece se stínícím pláštěm. [2]

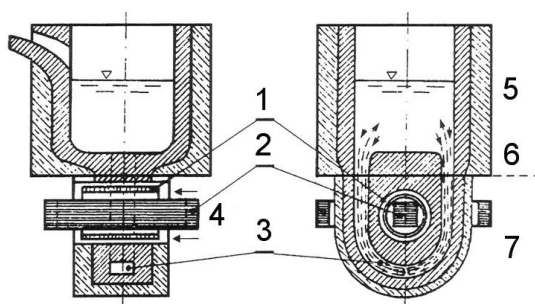
2.1.4 Kelímkové pece s vodivým kelímkem

Jedná-li se o nižší teploty, jaké přicházejí v úvahu při tavení hliníku a jeho slitin, zhotovuje se kelímek z ocelolitin. Pro vyšší teploty se používají tzv. grafitové kelímky. Zhotovují se ze směsi šamotu a grafitu. Čím více grafitu, tím je kelímek vodivější. Velká

vodivost však není žádoucí. Mezi kelímkem a cívkou je keramická izolační vrstva, která zmenšuje ztrátový tepelný tok ze žhavého kelímku do vodou chlazené cívky. Zavedeme-li do cívky proud, dopadá elektromagnetické vlnění vyzářené vnitřním povrchem cívky na vnější povrch vodivého kelímku, vstupuje do jeho stěny, indukuje proud ve stěně a jeho průchodem se kelímek zahřívá. Ten potom předává teplo vsázce, vložené do jeho dutiny. Poměry jsou obvykle takové, že ve stěně kelímku se přemění v teplo větší část dopadající elektromagnetické energie, menší část však projde stěnou a zahřívá přímo vsázku. [2]

2.2 Indukční kanálkové pece

Jedná se v podstatě o transformátor s uzavřeným železným jádrem s primární cívkou připojenou na síť. Kanálek vyplněný roztaveným kovem je sekundární stranou transformátoru. Je to vlastně závit spojený nakrátko (Obr. 6). [2]



Obr. 6. Indukční kanálková pec [2]

1 je ohřívací cívka chlazená vzduchem (vyznačeno šipkami), 2 je jádro z transformátorových plechů plášťového typu, na jehož středním sloupku je ohřívací cívka, 3 je kanálek, který obepíná ohřívací cívku jako závit nakrátko, 4 je chladicí vzduch, 5 je vana pece, 6 je dělicí spára a 7 je induktor. [2]

Staví se přímo pro síťovou frekvenci. Mají větší $\cos \varphi$ ohřívací cívky, protože magnetický tok prochází železným jádrem z elektrotechnických plechů. Z tohoto důvodu je nižší magnetizační proud v cívce, a proto stačí pro její chlazení ofukování vzduchem. Víření roztaveného kovu v kanálku je znázorněno na Obr. 6. Elektromagnetické pole, které vzniká kolem kanálku, a které je buzeno proudem

v kanálku, způsobuje tlak na kov v kanálku. Kov je tedy odtlačován od stěn kanálku k jeho středu. Hydrostatický tlak způsobí natékání nového kovu podél stěn kanálku. Středem kanálku vytéká kov do vany. Tímto způsobem se kov promíchává a je tedy homogenní. [1]

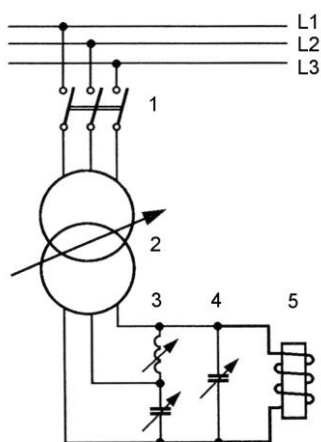
Nevýhodou kanálkových pecí je, že se do nich musí nalít již roztavený kov při první tavbě. Nehodí se proto pro přerušovaný provoz nebo pro časté střídání složení kovu. Často se musí udržovat na pracovní teplotě i při nepracovních směnách, což způsobuje zhoršení jejich celkové energetické účinnosti, která je jinak vyšší než u kelímkových pecí. [1]

Používají se na tavení barevných kovů, zejména mědi a jejich slitin, hliníku a jeho slitin, případně k přehřívání litiny roztavené předtím. Při zvyšování příkonu do pece s odkrytým kanálkem se zjistilo, že při překročení jisté kritické hodnoty proudu ve vsázce nastává nežádoucí účinek, tzv. „uskřipovací jev“. Vlivem elektrodynamických sil působících v radiálních rovinách všemi směry kolmo k povrchu tekutého vodiče, dojde k přerušení souvislého prstence roztaveného kovu. Tomuto jevu se předchází zakrytým kanálkem zapuštěným do dna pece. Hydrostatický tlak roztaveného kovu do značné míry zabraňuje vzniku uskřipovacího jevu. Při odlévání se v peci ponechá asi třetina vsázky, zaplňující kanálek a dno pece, aby se po zapnutí transformátoru v uzavřeném závitu mohlo vyvíjet teplo. Pec se potom naplní vsázkou, která se taví ponořením do přehřáté lázně u dna pece. U těchto pecí vzniká teplo pouze ve vsázce nalézající se v kanálku. Působením elektrodynamického tlaku je kov z kanálku plynule vytlačován do nístěje a chladnější kov z nístěje vtéká do kanálku. Tím se přenáší teplo z kanálku do celé vsázky v nístěji. Má-li kanálek svislou plochu, napomáhá intenzivnímu pronikání horkého kovu z kanálku i rozdíl teplot, protože teplejší kov je lehčí. [2]

2.3 Elektrické zdroje napájení indukčních pecí

2.3.1 Zařízení na síťovou frekvenci

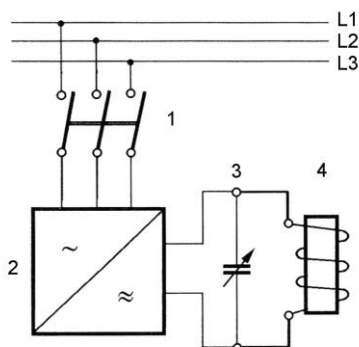
Schéma zapojení je na Obr. 7, kde je 1 výkonový spínač, 2 regulační transformátor, 3 symetrizační obvod převádějící jednofázovou zátěž na zátěž trojfázovou, symetrickou, 4 regulační kondenzátorová baterie kompenzující jalový výkon ohřívací cívky, 5 indukční pec. [1]



Obr. 7. Schéma zapojení indukčního ohřevu na 50 Hz [2]

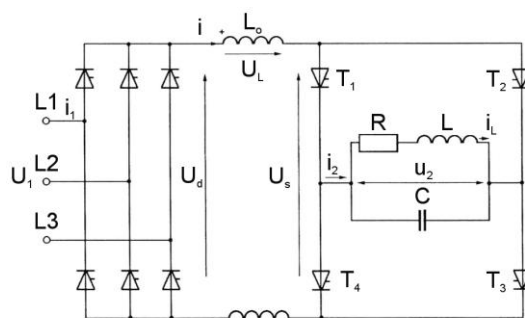
2.3.2 Středofrekvenční zařízení (150 Hz až 20 kHz)

Princip zapojení je na Obr. 8, kde 1 je výkonový vypínač, 2 je měnič frekvence, 3 je kondenzátorová baterie a 4 je indukční ohřev. [1]



Obr. 8. Schéma zapojení středofrekvenčního indukčního ohřevu [2]

Jako zdroje energie pro indukční ohřevy bylo až dosud využíváno rotačních měničů – zubových generátorů, poháněných asynchronním motorem. V poslední době se přechází na využití statických měničů s tyristory. Princip zapojení tyristorového měniče kmitočtu je na Obr. 9. [2]



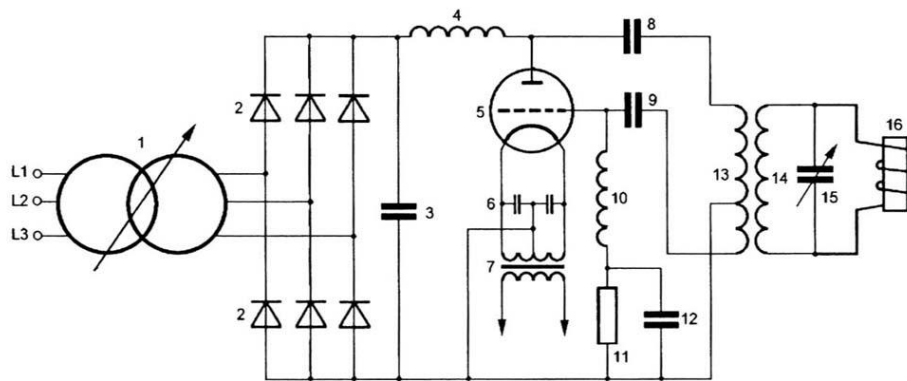
Obr. 9. Tyristorový měnič frekvence pro indukční ohřevy [2]

Tyristorový měnič se skládá z usměrňovače, meziobvodové tlumivky a střídače. Usměrňovač je celořízený trojfázový můstek s možností invertorového chodu. Střídač pracuje jako invertor proudu. Je řízený zátěží, tedy přímo topným obvodem. Tento oscilační obvod je složen z prvků cívky induktoru – R, L a kompenzačního kondenzátoru C. Tento kondenzátor slouží současně jako kondenzátor komutační pro tyristory střídače T1 až T4. Meziobvodová tlumivka L_0 má velkou indukčnost (několik mH) a má tyto tři funkce: a) zachycuje na sobě rozdíly napětí mezi usměrňovačem a střídačem, b) vyhlazuje stejnosměrný proud z usměrňovače, c) omezuje nárůst proudu při zkratu ve střídači do doby, než zapůsobí elektronické nadproudové ochrany. [2]

2.3.3 Vysokofrekvenční elektronkový generátor nad 50 kHz

Schéma zapojení vysokofrekvenčního indukčního ohřevu s elektronkovým generátorem je na Obr. 10, kde: 1 je regulační vstupní transformátor pro usměrňovač, 2 je usměrňovací diody usměrňovače, 3 je vyhlazovací kondenzátor, 4 je oddělovací tlumivka pro střídavou vysokofrekvenční složku na anodě výkonové triody, 5, 6 jsou kondenzátory zkratující vysokofrekvenční složky proudu katod, 7 je žhavicí transformátor triody, 8 je oddělovací kondenzátor, který propouští jen střídavé vysokofrekvenční složky, 9 je oddělovací kondenzátor pro stejnosměrné mřížkové předpětí triody, který však umožňuje průtok střídavých vysokofrekvenčních proudů

zpětné vazby, 10 je tlumivka znemožňující zkratování vysokofrekvenčního mřížkového zpětnovazebního napětí kondenzátorem 12, 11 je odpor, na němž vzniká záporné předpětí mřížky triody 5, 12 je filtrační kondenzátor mřížkového předpětí, 13 je primární vinutí vysokofrekvenčního transformátoru, 14 je sekundární vinutí vysokofrekvenčního transformátoru, 15 je kompenzační kondenzátor pro ohřívací cívku (induktor) 16. Indukčnosti vinutí 13, 14, 16 tvoří s kondenzátorem 15 oscilační obvod, který pracuje na daném vysokém kmitočtu, např. 360 kHz. Zpětná vazba oscilátoru je provedena odbočkou na vinutí 13 a zavedena na mřížku triody 5. [2]



Obr. 10. Zapojení VF elektronkového generátoru nad 50 kHz [2]

3. Studený kelímek

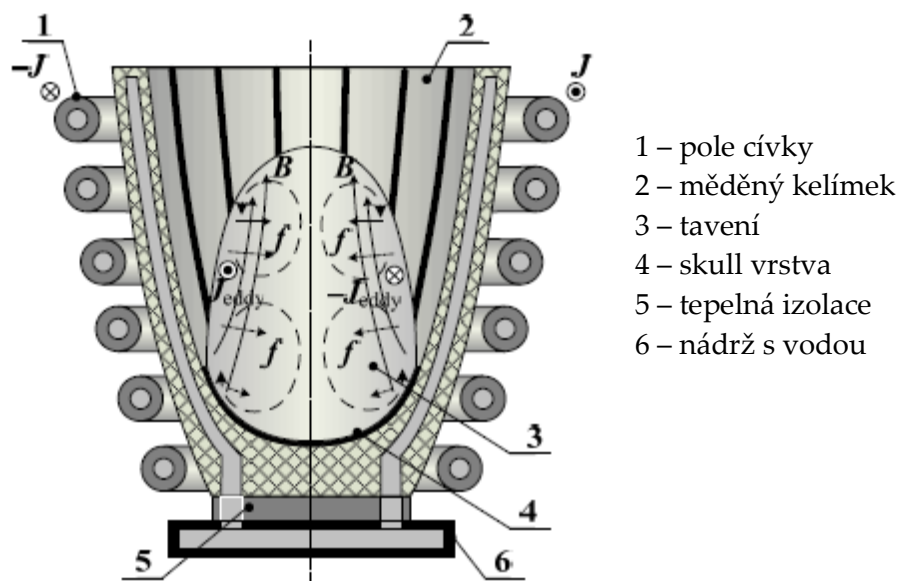
Studený kelímek je zařízení pro vysokofrekvenční indukční ohřev zaměřené na tavení různých materiálů. Kelímek je složen z jednotlivých trubkovitých, nejčastěji měděných dílů. Kolem těchto dílů jsou umístěny závity induktoru, které mají za úkol generovat elektromagnetické pole. Indukované elektromagnetické pole svými vířivými proudy ohřívá vsázku uvnitř kelímku. Princip kelímku spočívá v tom, že zdroj tepla je soustředěn přímo v ohřívaném materiálu a vlastní tavicí nádoba (studený kelímek) je vnitřně chlazená vodou. Studený kelímek si na všech svých částech udržuje stálou pracovní teplotu přibližně 50 °C, přestože materiál uvnitř kelímku dosahuje teploty až 3000 °C. [6]

Indukční ohřev má oproti konvenčnímu ohřevu některé nesporné výhody. Jelikož teplo nevstupuje do ohřívaného materiálu jeho povrchem, ale vzniká přímo v materiálu, je samotný proces ohřevu velmi rychlý. Další výhodou je skutečnost, že volbou kmitočtu generátoru můžeme volit rozložení tepla v ohřívaném materiálu – vsázce. Třetí výhodou studeného kelímku je jeho bezvyzdívková konstrukce, což znamená, že roztavený materiál se přímo nedotýká stěn kelímku ani jiného materiálu, který by se vlivem extrémní teploty mísil s taveninou, která proto dosahuje vysoké čistoty ve všech fázích tavby. Na rozhraní roztaveného materiálu a kelímku se vlivem intenzivního ochlazování vytvoří slabá asi milimetrová krusta z vlastního taveného materiálu, která prakticky nahrazuje nádobu pro roztavený materiál. [6]

3.1 Proces tavení ve studeném kelímku

Bezkontaktní ohřívání a tavení se používá zejména v případě silně reaktivních slitin (např. aluminidy titanu, některé slitiny vanadu a niklu) nebo materiály s vysokou teplotou tání (molybden nebo slitiny wolframu) používaných v chemii, vesmírném výzkumu, medicíně atd. Jejím cílem je, aby se zabránilo kontaminaci zpracovávaného materiálu. Tento proces se provádí buď ve vakuu, nebo ve vhodné inertní atmosféře (dusík, argon), který přispívá k vysoké čistotě výsledného materiálu. Existují dva hlavní

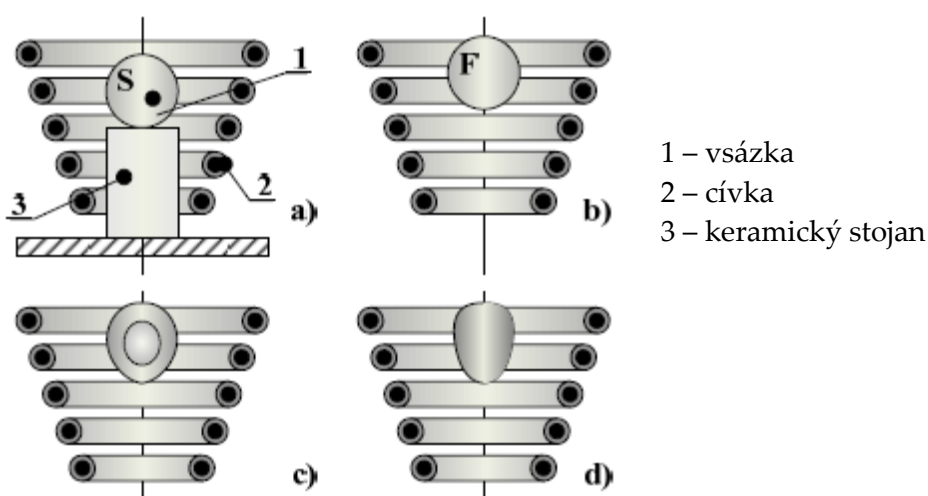
způsoby bezkontaktního tání: tání semi-levitací ve studeném kelímku pece a tání plnou levitací v systému cívek. [5]



Obr. 11. Proces tavení ve studeném kelímku [5]

Základní schéma studeného kelímku je znázorněno na Obr. 11, kde je již materiál roztavený. Budicí vinutí vede harmonický proud o hustotě J , který generuje harmonické nebo periodické magnetického pole B (dlouhé plné čáry s šipkami). Jeho časové změny vyvolají v tavenině vířivé proudy hustoty J_{eddy} , které jsou ve fázi posunuté o téměř 180° , pokud jde o pole proudové hustoty J . Interakce těchto proudů s primárním magnetickým polem vytváří Lorentzovy síly f působící v tavenině (přerušované šipky), což má za následek její pohyb ve směru čárkované šipky. Budicí vinutí, stejně jako měděný kelímek, se skládá z několika vzájemně izolovaných segmentů (aby nedocházelo k výrazným indukovaným vířivým proudům ve svých segmentových stěnách), které jsou chlazeny vodou dodané z vodní nádrže, která je oddělena od kelímku tepelnou izolací. Vzhledem k chladným stěnám kelímku se vytvoří tenká tuhá vrstva taveného materiálu, a tak vytvoří tzv. skull, který zabraňuje kontaktu zbývající taveniny se stěnou kelímku a její případné kontaminaci. Jakmile je kov roztavený, vsázka se začne částečně vznášet účinkem Lorentzových sil. Dotek s kelímek je nyní realizován pouze prostřednictvím pevné skull, který minimalizuje tepelné ztráty z taveniny a urychluje proces případného dalšího zahřívání. [5]

Technika levitace je také založena na tepelných a silových účincích elektromagnetického pole. Systém vhodně uspořádaných budících cívek (nejjednodušší příklad pro vysvětlení principu s jedním polem cívkou je znázorněn na Obr. 12) vedoucí harmonické proudy vytváří časově proměnné magnetické pole, které proniká do elektricky vodivé levitující vsázky a vytváří tak vířivé proudy přímo v něm. Tyto vířivé proudy ohřívají vsázku odpovídajícími Jouleovými ztrátami a odpuzuje ji z budících cívek účinkem Lorentzových sil. Jakmile je systém cívek a pole proudů správně nastaven, vyhřívaná vsázka začne levitovat prakticky od samého počátku procesu. [5]



Obr. 12. Nejjednodušší uspořádání indukčního tavení s jedním induktorem [5]

Celý proces ohřevu a tavení může být obecně rozdělen do čtyř fází. V první fázi pevné těleso přechází z výchozí pozice S na konečnou stabilizovanou pozici F (Obr. 12a, b). Časový vývoj této části procesu závisí na uspořádání induktorů, hodnotě pole proudů a výchozí poloze těla. Pokud jsou parametry navrženy nevhodně, může být přenos z těla doprovázen dlouhodobými pomalu tlumenými oscilacemi, což je naprosto nežádoucí (nestabilní chování systému, ztráty energie, delší doba ohřevu díky intenzivnějšímu chlazení díky pohybu atd.). Úroveň stability těla je obecně vysoká a může být užíváno několik různých opatření pro jeho zlepšení. Dalším krokem je ohřev tělesa na jeho bod tání (Obr. 12b). Během této doby se fyzikální vlastnosti materiálu mění s rostoucí teplotou, což může vést ke změnám magnetického pole a stabilní

polohy tělesa. Tento krok je velmi důležitý z hlediska délky a celkové účinnosti procesu. Třetím krokem je tavba vsázky (Obr. 12c). Jeho model je velmi komplikovaný (zejména z hlediska jeho měnící se geometrie), protože vnitřní část vsázky je stále pevný, zatímco povrchové vrstvy (charakterizované nejvyššími hodnotami Jouleových ztrát) jsou již v kapalném stavu. A konečně ve čtvrté fázi (Obr. 12d) je celá vsázka roztavena a tavenina může být dále zahřívána. [5]

3.2 Studené kelímky

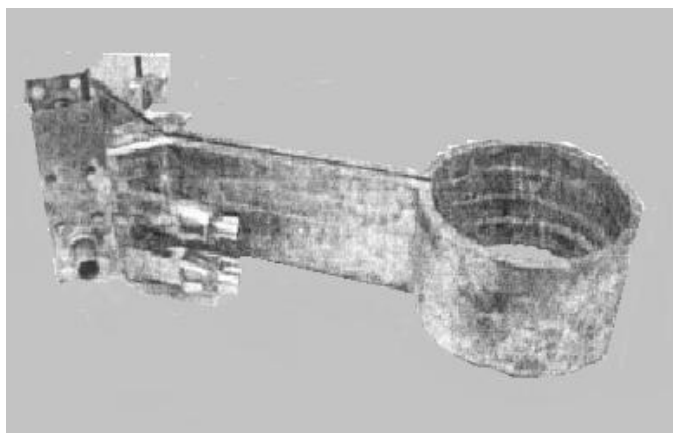
Existují dvě různé varianty studeného kelímku. První možností je, že induktor tvoří samotnou stěnu kelímku, která musí být intenzivně chlazená. Jedná se o tzv. induktorový kelímek. Druhou možností je studený kelímek se separovaným induktorem. Tento kelímek je sestaven z dutých měděných lamel, kterými protéká chladící voda a induktor je umístěn vně kelímku. [7]

3.2.1 Induktorový kelímek

Induktorový kelímek je proveden jako jednosmyčkový prstencový induktor. V induktorovém prstenu se nachází mezera v místě, kde je připojen vysokofrekvenční měnič. Z dolní strany se uzavře buď dnem z vysoce tavného elektricky vodivého materiálu, nebo se použije vodou chlazené dno. Induktorový kelímek nefunguje pouze jako induktor, ale také současně tvoří tavicí kelímek. Materiál, který bude taven, se umístí přímo do kelímku a v něm je roztaven. Tímto způsobem lze tavit materiály s bodem tavení až 3000 °C. Další nespornou výhodou je, že má vyšší elektrickou účinnost, jelikož nevznikají ztráty v dodatečném kelímku. [7]

Ochranná pevná „skull“ vrstva má oproti tavenině vysoký elektrický odpor. Přebírá zde izolující funkci. Pokud by byla příliš tenká, mohlo by dojít ke zkratům přes taveninu. Aby nedocházelo ke kontaktu mezi dnem kelímku a taveninou, používají se chlazená dna na místo nechlazených. Jedná se o masivní měděné dno chlazené vodou. Mezi měděným chlazeným dnem a stěnou kelímku je umístěn vysoce tavný keramický

kroužek. Na povrch vnitřní strany indukčního kelímku je termicky nanášena vrstva oxidu hlinitého, aby byly přerušeny zkratové proudy přes vodivou taveninu. [7]



Obr. 13. Induktorový kelímek [7]

3.2.2 Kelímek se separovaným induktorem

Studený kelímek musí být transparentní pro elektromagnetické pole a to proto, aby mohla být do taveniny přivedena energie. Z tohoto důvodu musí být buď vyroben z nějakého nevodivého materiálu, nebo kovového materiálu odděleného drážkami. Pokud je studený kelímek z kovového materiálu, jsou jeho stěny zhotoveny z jednotlivých lamel, které nejsou ve vzájemném kontaktu. Mezerami mezi lamelami vniká elektromagnetické pole do vsázky. A také v každé jednotlivé lamele vznikají vířivé proudy, tyto proudy jsou orientované proti indukovanému proudu. Kvůli tomu, že jsou lamely odděleny mezerami, se na stěnách lamely z vnitřní strany kelímku uzavře proudová smyčka, kde směr proudu odpovídá indukovanému proudu. Vnitřní stěna studeného kelímku tím funguje jako dodatečný induktor, který indukuje proudy do taveného materiálu. [7]

Vysoký počet drážek také umožňuje zmenšení rozestupu mezi lamelami. Studený kelímek by měl být z materiálu, který má vysokou tepelnou vodivost. A to kvůli vytvoření úzké, pevné, druhově specifické vrstvy „skull“, která vzniká při ochlazení stěn kelímku. Jako chladicí médium se nejčastěji používá voda. Jako materiál kelímku se nejčastěji používá měď. [7]



Obr. 14. Kelímek se separovaným induktorem [8]

3.3 Možnosti využití studeného kelímku

Studený kelímek je zařízení, které se využívá k tavení materiálů s vysokým bodem tání a řízené zonální krystalizaci. Umožňuje tedy pěstovat monokrystaly, např. ZrO_2 , které se používají jako náhrada přírodního diamantu. Takto vytvořené krystaly mají několikanásobně nižší cenu a pro jejich jedinečné vlastnosti se využívají i v optice a elektrotechnice, a to i při vysokých provozních teplotách, jelikož zirkon má vysoký index lomu blížíící se diamantu a disperze světla je dokonce vyšší. [9]

Další možností využití je simulace nestandardních jevů, jako např. těžké havárie jaderných reaktorů. Jedná se o sledování fyzikálně chemických vlastností lidických tavenin na bázi CORIA, které je právě produktem roztavených komponent primární zóny lehkovodních reaktorů. Tato směs se skládá z jen těžko tavitelných oxidických směsí UO_2 , ZrO_2 a kovové nebo zoxidované oceli. Při těžké havárii může směs vytéci mimo reaktorovou nádobu a smíchat se s rozkladnými produkty zachytného materiálu (obecně oxidy SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , Fe_2O_3). [9]

V souvislosti s jadernými elektrárnami je dalším využitím studeného kelímku vitrifikace radioaktivního odpadu, tedy jeho fixace do skelných nebo keramických maticí, v nichž může být skladován v hlubinných úložištích po dobu až několik tisíc

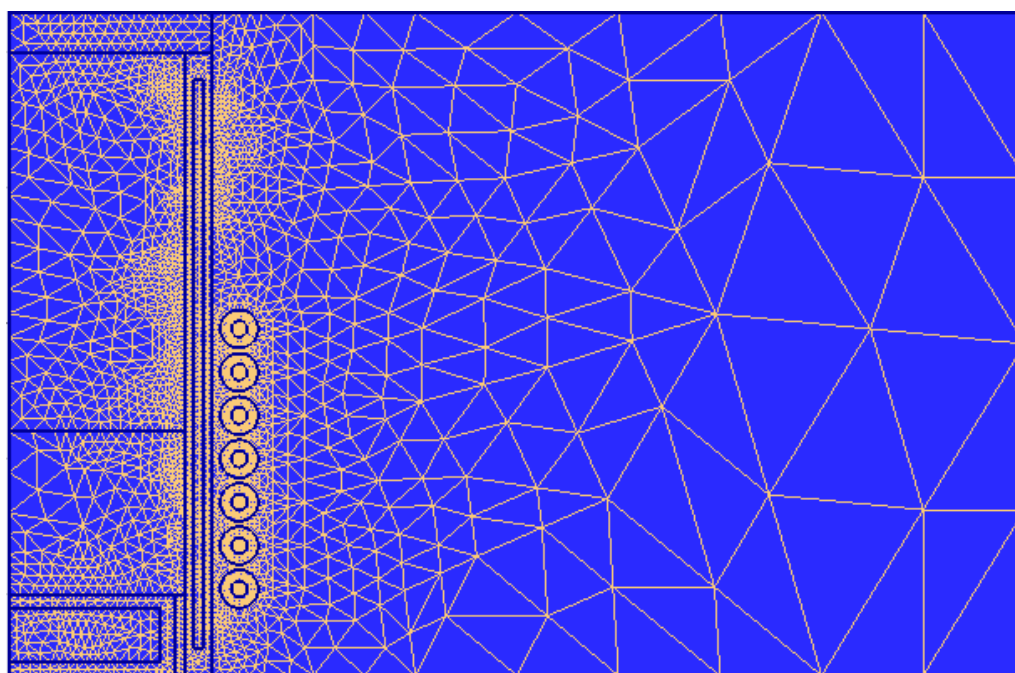
let. Vitrifikace je velmi náročná na proces regulace tavení ve studeném kelímku, teplota směsi se musí držet v přísně ohraničeném pásmu, jelikož při jejím překročení směrem nahoru se stává směs vysoce těkavou a směrem dolů pozbývá proces na účinnosti. [9]

4. Agros2D

Agros2D je univerzální multiplatformní aplikace určená pro řešení fyzikálních polí. Je napsaná v programovacím jazyce C++ a pro řešení parciálních diferenciálních rovnic (DR) využívá knihovnu Hermes2D založenou na FEM (Finite Element Method), neboli adaptivní metoda konečných prvků (MKP). [10]

4.1 Metoda konečných prvků

U metody konečných prvků se náhradní funkce nevolí pro celou oblast, ale pro jednotlivé podoblasti konečných rozměrů, na které je daná oblast rozdělená (diskretizovaná), tzn. vznik konečných prvků. Konečné prvky jsou navzájem spojené uzlovými body. Volné parametry jsou primárně neznámé řešeného pole (teploty, potenciály, atd.) v uzlových bodech. MKP transformuje výpočet primárních neznámých v teoreticky nekonečném počtu bodů na výpočet jejich hodnot v konečném počtu bodů, tj. v uzlových bodech. Konečné prvky mají tvar čáry, ploch (Obr. 15) nebo objemu konečných rozměrů. Čím jemnější je síť konečných prvků, tím vyšší je i přesnost řešení. [11]



Obr. 15. Diskretizovaná oblast modelovaného studeného kelímku

4.1.1 Matematická definice MKP

Matematická podstata MKP spočívá v tzv. diskretizaci úlohy, která je opakem kontinuálního, což znamená hledání neznámých funkcí v oblasti Ω s hranicí Γ , a je nahrazeno hledáním konečného počtu hodnot těchto funkcí nebo parametrů, z nichž lze zkonstruovat přibližné řešení. [15]

Tímto způsobem postupovali i starší metody:

- klasické variační metody, které hledaly součinitele předem zvolených funkcí, které měly obecně nenulové hodnoty v celé oblasti Ω ,
- metoda sítí (diferenční), která nahrazovala derivace diferencemi, obecněji lineárními kombinacemi několika funkčních hodnot v uzlech sítě,
- metoda kolokační se omezovala na přibližné splnění daných podmínek v několika vybraných bodech Ω a Γ .

Formálně se těmito metodami vždy převedlo analytické řešení diferenciálních rovnic na řešení soustav algebraických lineárních rovnic. Stejně je tomu i v případě FEM. Ovšem pokrok oproti předešlým metodám je ve způsobu tohoto převodu. Matematicky řečeno ve volbě básových funkcí, do kterých rozkládáme hledané funkce. Tento rozklad úzce vážeme na rozdělení oblastí Ω na podoblasti Ω_e , které nazýváme konečné prvky na rozdíl od „nekonečně malých diferenciálů“ $d\Omega$, $d\Gamma$ přesné analýzy. [15]

Přesná matematická definice MKP:

„FEM je zobecněná Ritz-Galerkinova variační metoda, užívající básových funkcí s malým kompaktním nosičem, úzce spjatým se zvoleným rozdělením řešené oblasti na konečné prvky.“ [15]

4.1.2 Obecnější tvar MKP

Pokud se budeme blíže zabývat aditivností funkcionálu

$$\Pi = \sum_e \Pi_e \quad (9)$$

případně řešením omezeného integrálu v oblasti

$$\Omega = \sum_e \Omega_e \quad (10)$$

potom,

$$I = \int_{\Omega} \dots d\Omega = \sum_e \int_{\Omega_e} \dots d\Omega_e \quad (11)$$

je jedinou podmínkou pro sestavování výpočtů součinitelů neznámých a absolutních členů vyvinutých FEM. Z tohoto důvodu se FEM používá i na úlohy, u kterých nelze definovat žádnou veličinu povahy Π , ale známe diferenciální rovnice $L_1(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ v oblasti Ω a okrajové podmínky $L_2(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ na její hranici Γ , kterým musí funkce u , kterou hledáme vyhovět. Může také jít o vektorovou funkci $\mathbf{u} = [u, v, \dots]^T$, potom je také více rovnic L_1 a podmínek L_2 , proto je zapsáno maticovým označením. Dále lze opět parametrizovat úlohu $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{U}\mathbf{a}$ nebo přímo $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{V}\Delta$ s neznámými součiniteli \mathbf{a} či parametry Δ . Pokud dosadíme nějaký soubor hodnot \mathbf{a} či Δ do předešlých rovnic, tyto rovnice nebudou splněny, protože na pravé straně nevyjdou identicky nuly, ale nějaké funkce v Ω a Γ , které můžeme nazvat „residuum ϵ_1 a ϵ_2 “, ty jsou obecně vektorové funkce:

$$L_1 \hat{\mathbf{u}} = \epsilon_1 \neq \mathbf{0} \text{ v } \Omega \quad (12)$$

$$L_2 \hat{\mathbf{u}} = \epsilon_2 \neq \mathbf{0} \text{ na } \Gamma \quad (13)$$

nyní lze využít princip vážených residuí. Základní úvaha je pro jednu neznámou funkci. Pro přesné řešení u jsou residua (12) a (13) identicky nulová, proto jsou také identicky nulové součiny $\epsilon_1 g_1$ v Ω a $\epsilon_2 g_2$ na Γ , při libovolných „váhových funkcích“ g_1 v Ω a g_2 na Γ . Omezený integrál z identické nuly má přesně nulovou hodnotu, proto pro přesné řešení u a libovolné „váhy“ g_1 , I musí platit:

$$\mathbf{R} = \int_{\Omega} \varepsilon_1 g_1 d\Omega + \int_{\Gamma} \varepsilon_2 g_2 d\Gamma = 0 \quad (14)$$

přibližné řešení podmínku (14) nesplní. Pokud bychom postupně dosazovali různé soubory hodnot Δ nebo a do (14), při pevně zvolených vahách g_1, g_2 , budou vycházet různé hodnoty celkové „chyby R oproti nule“, např. pro soubory $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$ budou vycházet $R = -6385,51; 800,75; -1263,04; \dots -38,51$. Absolutně nejmenší chyba R bude pro soubor Δ_{83615} , a to $R=0,0445996$. Je možné, že se také najde případ, který v dané přesnosti poskytne $R=0$. Potom lze tento soubor parametrů prohlásit za nejlepší ve smyslu splnění podmínky (14) při zvolených vahách g_1, g_2 a příslušné přibližné řešení \hat{u} použijeme dále. Tento postup je lehce pochopitelný, ale prakticky zcela nepoužitelný. I v případě, že bychom abstrahovali od kontinuální možnosti změn jednotlivých parametrů Δ_j souboru:

$$\Delta = [\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_j, \dots, \Delta_{N-1}, \Delta_N]^T \quad (15)$$

a dále se omezili na uzlové body číselné osy, vyloučili technicky nesmyslné hodnoty Δ_j , vyřešili vliv volby g_1, g_2 atd. Stejně by podle (15) zbylo tolik souborů, že žádný počítač by nenašel nejlepší hledaný soubor v přijatelném čase.

Řešení spočívá v tom, že se R po dosazení (15) do (14) a provedení integrací (po prvních Ω_e, Γ_e) stane funkcí N parametrů $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$:

$$R(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_N) = 0. \quad (16)$$

Pokud jsou rovnice (12), (13) lineární, potom je rovnice (14) lineární v parametrech $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$. Můžeme tedy sestavit N algebraických lineárních rovnic, tak, že rovnici (14) napíšeme N -krát s N různými váhovými funkcemi (g_1, g_2) , $j = 1, 2, \dots, N$;

$$R_j(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Podle soustavy N rovnic (17) lze vyřešit hledané parametry $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$, čímž nalezneme přibližné řešení úlohy. Pokud operátory L_1, L_2 nejsou lineární, rovnice (17) je také nelineární, což způsobí, že se musí použít např. Newton-Raphsonova metoda, ale zásadně tento fakt neomezí použitelnost postupu. [15]

4.1.3 Princip MKP

Metoda konečných prvků může být charakterizována jako modifikace klasických variačních metod. Princip si ukážeme na okrajovém problému $\Omega \cup \Gamma$, kde Ω je regulární oblast v \mathbf{R}^2 , resp. \mathbf{R}^3 a $\partial\Omega = \Gamma = \Gamma_I \cup \Gamma_{II}$, popsaného rovnicemi:

$$-\operatorname{div}(p \operatorname{grad} u) = f \quad \text{na } \Omega, \quad (18)$$

$$u = g_I \quad \text{na } \Gamma_I, \quad (19)$$

$$-p \frac{\partial u}{\partial n} = g_{II} \quad \text{na } \Gamma_{II}. \quad (20)$$

kde u je neznámá funkce proměnných souřadnic x, y (případně z), p na Ω je daná konstanta, nebo funkce souřadnic nebo funkce proměnný $|\operatorname{grad} u|$, f je daná konstanta nebo funkce souřadnic definovaná na Ω , g_I je daná funkce definovaná na Γ_I , parciální derivace u podle n je derivace ve směru vnější normály k Γ_{II} po spojitěm prodloužení z Ω do hranice Γ_{II} a p na Γ_{II} je spojitě prodloužení funkce p z oblasti Ω do hranice Γ_{II} . [16]

Rovnici (18) vynásobíme variací funkce u , tedy funkcí $v = \delta u$, takovou, že platí:

$$v = 0 \quad \text{na } \Gamma_I. \quad (21)$$

Vzniklou rovnici integrujeme přes oblast Ω , z čehož dostaneme:

$$\int_{\Omega} -\operatorname{div}(p \operatorname{grad} u) \cdot v d|\Omega| = \int_{\Omega} f \cdot v d|\Omega|. \quad (22)$$

Levou stranu rovnice (22) užitím Greenovy věty upravíme:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} -\operatorname{div}(p \operatorname{grad} u) \cdot v d|\Omega| &= \int_{\Omega} p \operatorname{grad} u \cdot \operatorname{grad} v d|\Omega| - \\ &- \int_{\Gamma} p \frac{\partial u}{\partial n} v d|\Gamma|. \end{aligned} \quad (23)$$

Z důvodu podmínky (21) je

$$\int_{\Gamma} p \frac{\partial u}{\partial n} v d|\Gamma| = \int_{\Gamma_{II}} p \frac{\partial u}{\partial n} v d|\Gamma| \quad (24)$$

Po dosazení rovnice (24) do rovnice (23) vznikne:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} -\operatorname{div}(p \operatorname{grad} u) \cdot v d|\Omega| &= \int_{\Omega} p \operatorname{grad} u \cdot \operatorname{grad} v d|\Omega| - \\ &- \int_{\Gamma_{II}} p \frac{\partial u}{\partial n} v d|\Gamma|. \end{aligned} \quad (25)$$

Když funkce u splňuje na Γ_I okrajovou podmínku (18) a na $\Omega \cup \Gamma_{II}$ pro funkci u , platí integrální podmínka (25), při čemž v je libovolná funkce, která splňuje podmínku (21). Potom se tato funkce u nazývá slabé řešení okrajového problému (18) a (20). Název slabá řešení se používá z důvodu skutečnosti, že slabé řešení okrajové úlohy nemá tak silné požadavky na hladkost vystupujících funkcí oproti klasickému řešení. [16]

4.2 Postup řešení úlohy s MKP

4.2.1 Sestavení fyzikálního modelu a definování podmínek jednoznačnosti řešení

Nejdříve je třeba stanovit, do které oblasti daný problém spadá (termomechanika, elektřina a magnetismus, atd.), nebo jde o vzájemnou interakci jednotlivých polí. Identifikuje se lineárnost resp. nelineárnost, stacionárnost resp. časová závislost řešené úlohy. Stanoví se podmínky jednoznačnosti řešení úlohy, tj. geometrie, materiálové vlastnosti, počáteční a okrajové podmínky. [11]

4.2.3 Diskretizace analyzované oblasti na konečné prvky

Diskretizací se rozumí rozdělení řešené oblasti na konečné prvky (Obr. 15). Základní skupiny prvků mají tvar čáry, plochy nebo objemu konečných rozměrů. Čárový konečný prvek se používá na řešení jednorozměrných úloh pole, když se primární neznámá veličina mění pouze v jednom směru. V teplotních a elektrických polích můžeme modelovat vodiče tepla, resp. elektrického proudu s převládající jednosměrnou vodivostí. [11]

Plošné prvky se používají na diskretizaci oblasti s dvourozměrnou změnou primární neznámé. Mohou být rovinné anebo rotačně symetrické s rovnými, anebo zakřivenými spojnicemi uzlových bodů. [11]

Objemové prvky se používají na diskretizaci všeobecných prostorových oblastí. Zkoumaná primární veličina se může měnit v bodech zkoumané oblasti v jakémkoliv

směru. Objemové prvky mají tvar jehlanu nebo kvádrů s rovnými anebo zakřivenými hranami. [11]

4.2.4 Identifikace primárních neznámých a volba vhodných interpolačních funkcí pole

Výběr primárních neznámých φ závisí na druhu řešeného pole. Jakmile jsme provedli identifikaci primárních neznámých, potom diskretizace pokračuje výběrem vhodných interpolačních funkcí. Tyto funkce určují vztah mezi primárními neznámými uvnitř prvku a v jeho uzlových bodech. Interpolační funkce musí splnit tyto podmínky:

- a) Výsledný funkcionál Π musí být spojitý na hranicích jednotlivých prvků, tj. tvarové funkce musí být derivovatelné až do řádu o jednu menší, než je nejvyšší řád derivace vyskytující se ve funkcionálu.
- b) Musí zabezpečit konvergenci výsledků pro neznámou φ , tj. funkcionál Π se přibližuje ke své limitní hodnotě, jestliže objem oblasti V se blíží k 0.

Existuje mnoho funkcí, které splňují uvedené podmínky. Nejčastěji používanými interpolačními funkcemi jsou lineární polynomy, Lagrangeovy polynomy, atd. [11]

4.2.5 Odvození prvkových rovnic

Prvková rovnice vyjadřuje závislost mezi akcemi a reakcemi v uzlových bodech elementu. Tato závislost je definovaná maticí konečného prvku pole. V teplotním poli je to matice tepelné vodivosti, v elektrickém poli je to matice elektrické vodivosti, atd. [11]

Matice konečného prvku obsahuje geometrické charakteristiky tělesa a jeho materiálové vlastnosti. V teplotním poli je to koeficient teplotní vodivosti, v elektrickém poli je to elektrická vodivost, atd. Prvkovou rovnici získáme zpravidla minimalizací funkcionálu, vyjádřeným příslušným energetickým principem daného pole, např. principem minima potenciální energie. Prvková rovnice je algebraickým systémem rovnic. [11]

4.2.6 Odvození rovnic MKP pro celou oblast a jejich řešení pro primární neznámé

Speciální sumací prvkových rovnic dostaneme algebraický systém rovnic celé oblasti. Tento systém rovnic vyjadřuje závislost mezi primárními neznámými v uzlových bodech všech konečných prvků diskretizujících řešenou oblast a akcemi působícími v daných uzlových bodech. Tato vzájemná závislost je vyjádřena prostřednictvím matice celého tělesa, která obsahuje matice jednotlivých konečných prvků. Matice prvků, stejně tak jako matice celého tělesa, je pozitivně symetrická a pásová. Před jejich vyřešením je třeba zohlednit příslušné okrajové podmínky. [11]

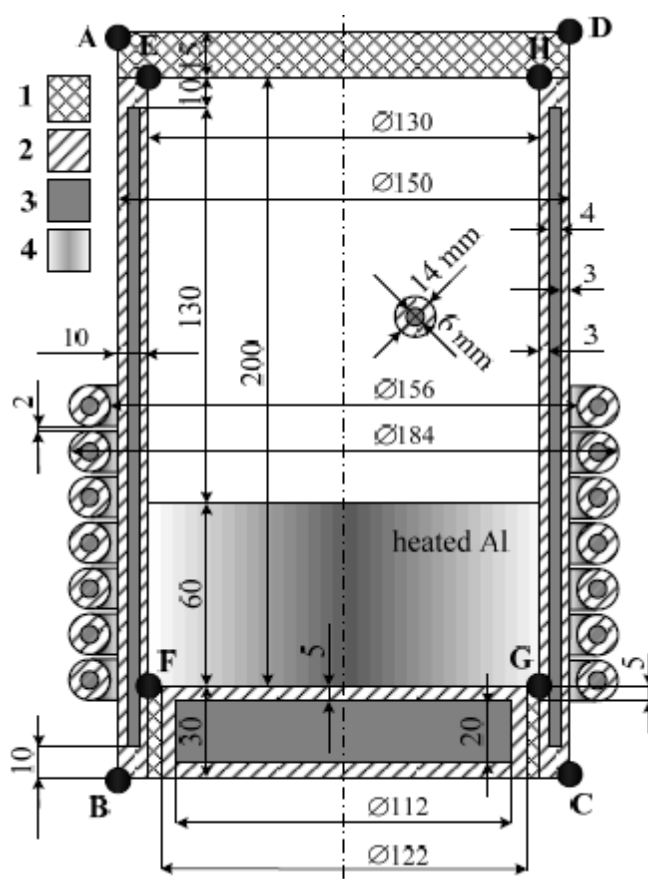
4.2.7 Výpočet sekundárních neznámých

Jakmile jsou primární neznámé vypočítané, potom použitím přípustných fyzikálních vztahů umíme vypočítat potřebné sekundární neznámé, jako jsou hustoty tepelných toků, proudová hustota, atd. [11]

5. Parametry modelovaného studeného kelímku

V této kapitole budou uvedeny parametry modelovaného studeného kelímku. Jedná se o studený kelímek se separovaným induktorem. Vsázkou studeného kelímku bude hliník.

5.1 Rozměry studeného kelímku



Obr. 16. Modelovaný studený kelímek [5]

Na Obr. 16 jsou veškeré rozměry uvedeny v mm. Plášť navrhovaného studeného kelímku se skládá z 16 rovnoměrně rozložených a vzájemně (keramikou) oddělených dutých měděných segmentů. Materiál označený číslem 1 je keramika, 2 je měď, 3 je voda a 4 je vsázka, tj. hliník. Toto uspořádání neobsahuje žádné feromagnetické komponenty a z tohoto důvodu je všude relativní permeabilita $\mu_r = 1$.

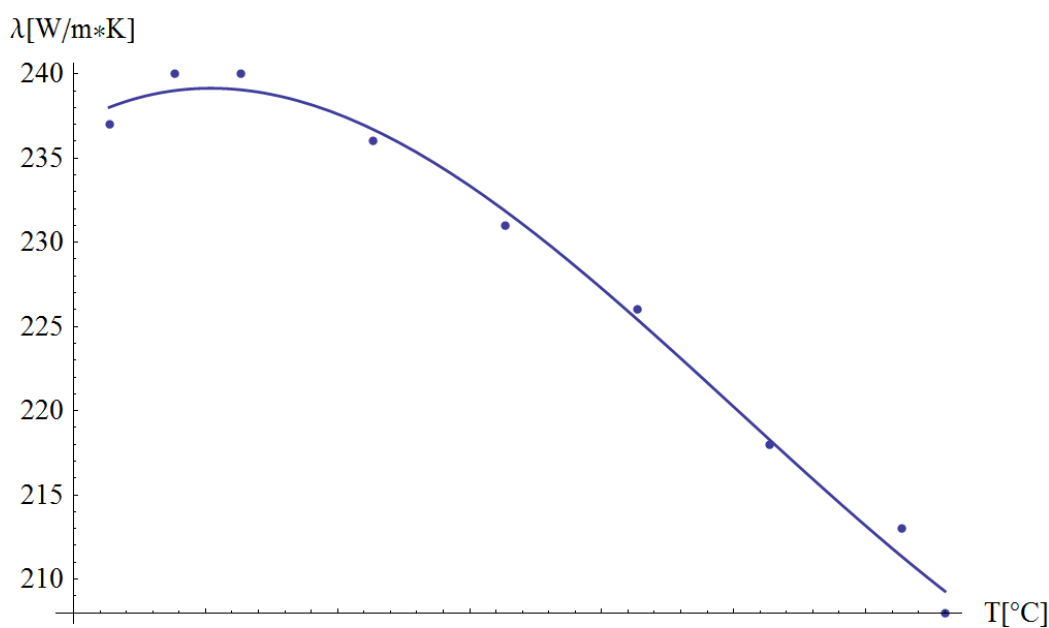
5.2 Vlastnosti použitých materiálů

Pro proces tavení je zvolený materiál vsázky hliník. Další použité materiály jsou na Obr. 16. Chladící médium je v tomto případě voda.

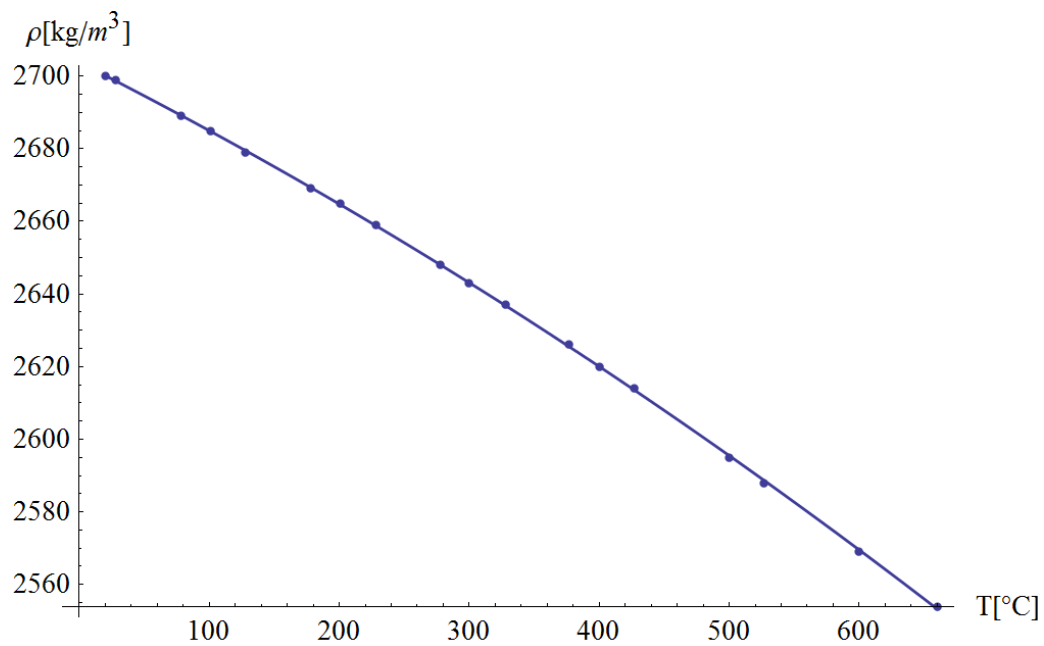
5.2.1 Hliníková vsázka

Hliník je neušlechtilý, stříbřitě šedý, velmi lehký, nestálý, kujný kov, elektricky velmi dobře vodivý. Při teplotách pod 1,18 K má supravodivé vlastnosti. V přírodě se vyskytuje převážně ve formě sloučenin, jako je např. bauxit nebo kryolit. Čistý hliník se vyrábí elektrolýzou taveniny kovových rud. Při elektrolýze se z taveniny směsi předem přečištěného bauxitu a kryolitu o teplotě asi 950 °C na katodě vylučuje elementární hliník, na grafitové anodě vzniká kyslík, který ihned reaguje s materiálem elektrody za vzniku toxického plynného oxidu uhelnatého. [13]

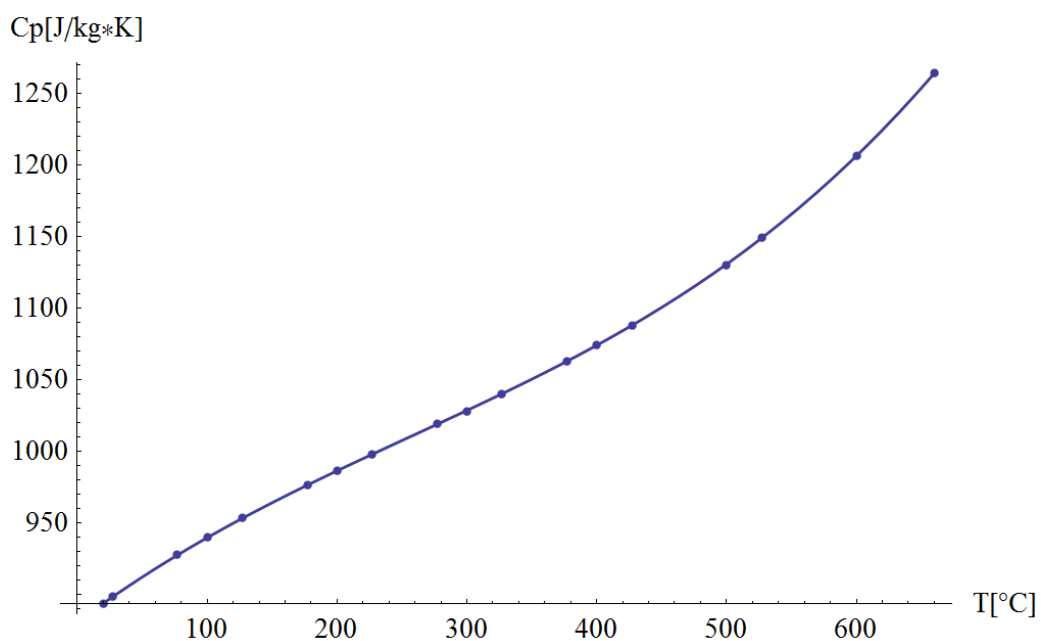
Teplota tání hliníku je 660,32 °C, tj. 933,47 K. Další důležité parametry hliníku jsou konduktivita σ [S/m], tepelná vodivost λ [W/m*K], hustota ρ [kg/m³] a měrná tepelná kapacita C_p [J/kg*K]. Všechny zmíněné parametry budou uvedeny v závislosti na teplotě.



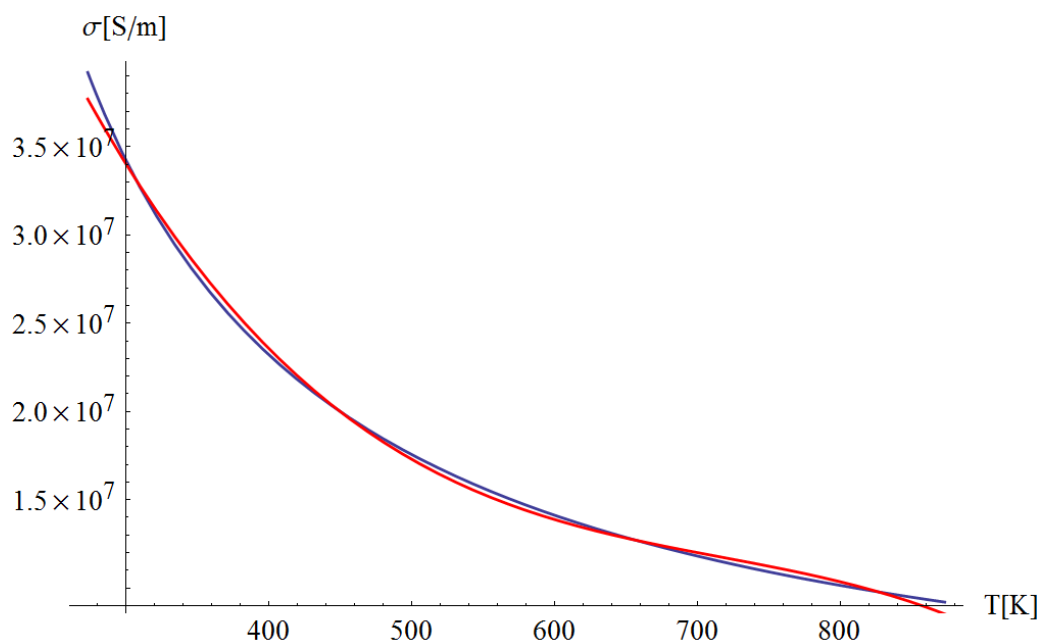
Obr. 17. Závislost tepelné vodivosti hliníku na teplotě



Obr. 18. Závislost hustoty hliníku na teplotě



Obr. 19. Závislost měrné tepelné kapacity hliníku na teplotě



Obr. 20. Závislost konduktivity hliníku na teplotě

Na Obr. 20 a Obr. 24 červená křivka zobrazuje průběh, jehož polynom třetího řádu bude zahrnut ve výpočtech modelovaného studeného kelímku. Všechny uvedené průběhy, které budou zahrnuty ve výpočtech, jsou v teplotním rozmezí od 20 °C do 660 °C, vyjma Obr. 20 a Obr. 24, které jsou uvedeny v teplotním rozmezí od 273 K do 873 K. Veškeré výpočty jsou prováděny v jednotkách Kelvin.

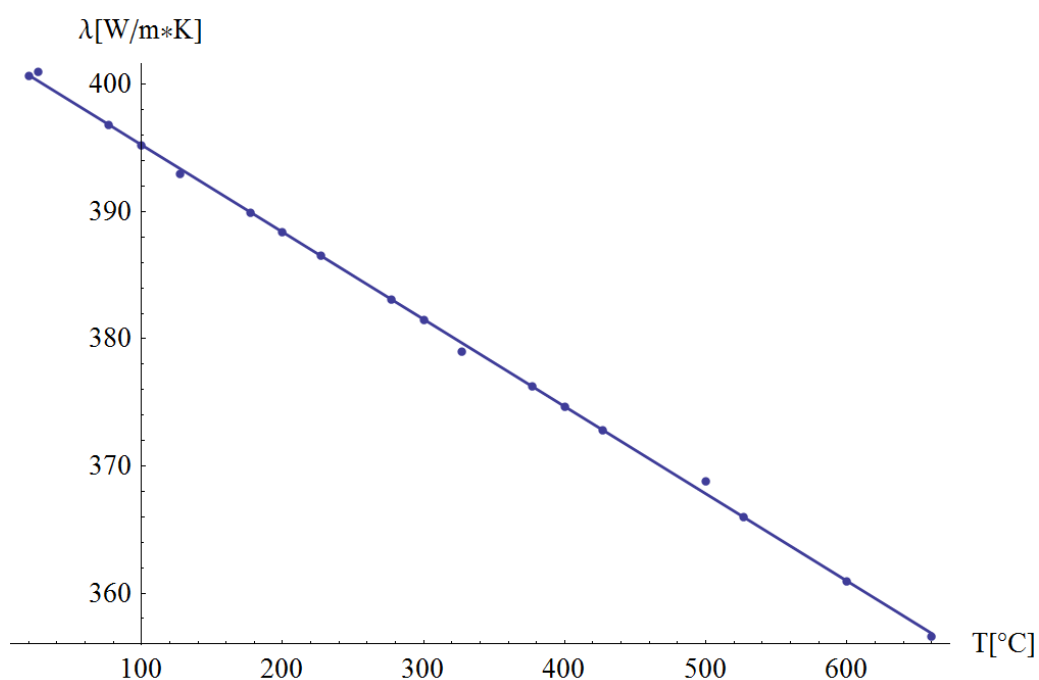
Závislost	Polynom
$\lambda = f(t)$	$237,035 + 0,042*(t-273) - 226,675*10^{-6}*(t-273)^2 + 149,91*10^{-9}*(t-273)^3$
$\varrho = f(t)$	$2703,78 - 0,181*(t-273) - 71,8*10^{-6}*(t-273)^2$
$C_p = f(t)$	$880,513 + 0,678*(t-273) - 1,009*10^{-3}*(t-273)^2 + 1,306*10^{-6}*(t-273)^3$
$\sigma = f(t)$	$1,035*10^8 - 353826*t + 472,48*t^2 - 0,219768t^3$

Tab. 1. Polynomy použité při výpočtech u hliníkové vsázky

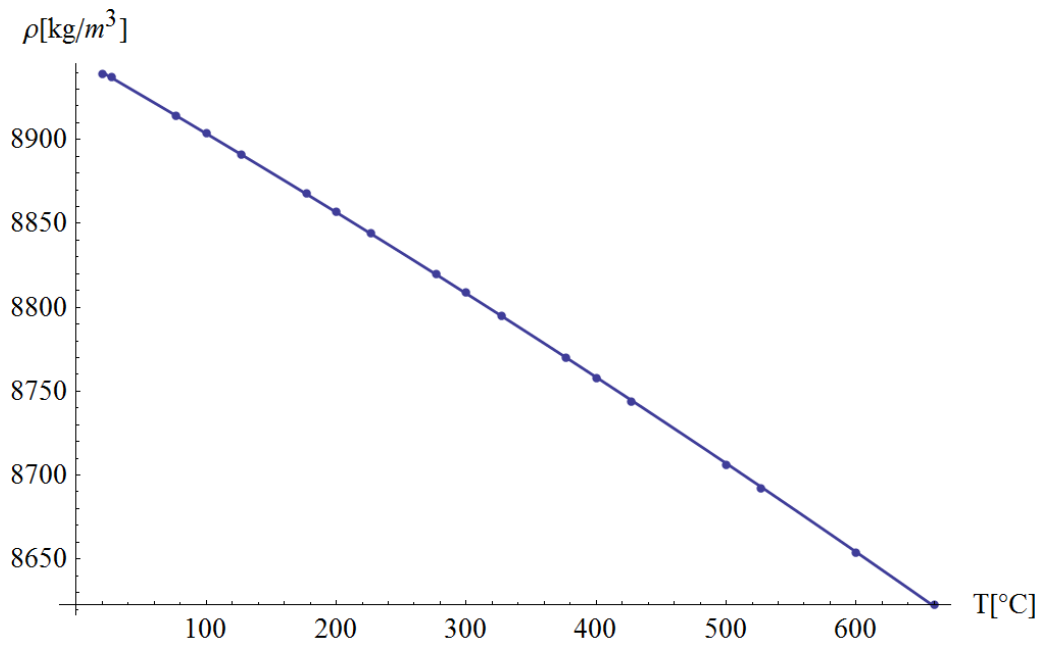
5.2.2 Měď

Jedná se o ušlechtilý kovový prvek načervenalé barvy. Ryzí měď se v přírodě nachází poměrně vzácně. Vyskytuje se tedy převážně ve sloučeninách, jako např. chalkopyrit nebo leštěnec měděný. Měď se vyznačuje velmi dobrou tepelnou a elektrickou vodivostí, z těchto důvodů nachází veliké uplatnění v elektrotechnice. Další výhodou je, že je velmi odolná proti atmosférické korozi a dobře se mechanicky zpracovává. [14]

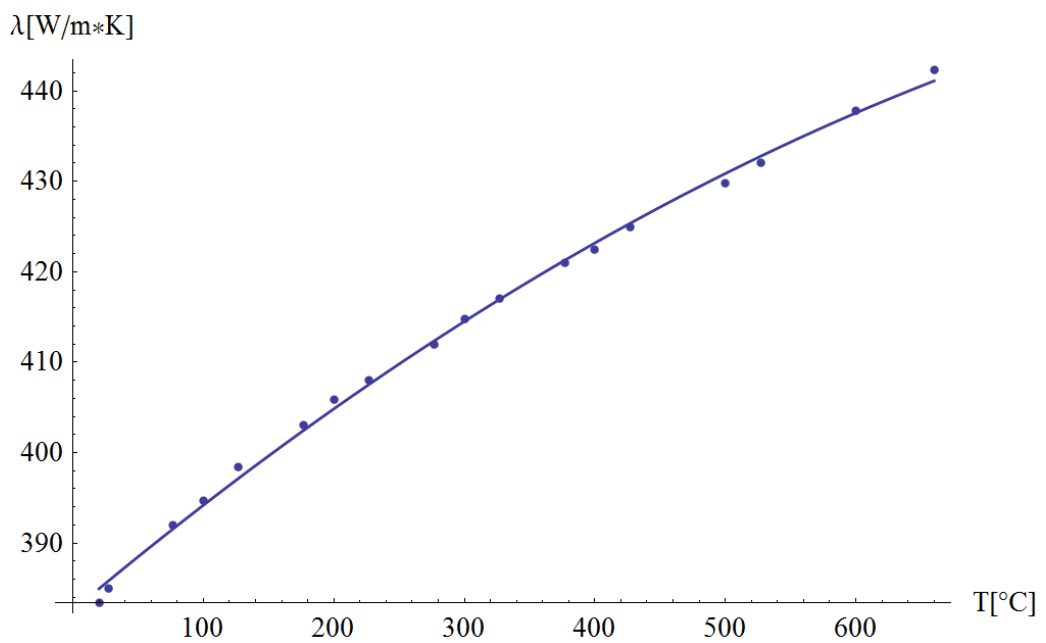
Teplota tání mědi je 1084,62 °C (2835 K). Stejně jako u hliníkové vsázky jsou důležité parametry σ , λ , ρ a C_p v závislosti na teplotě.



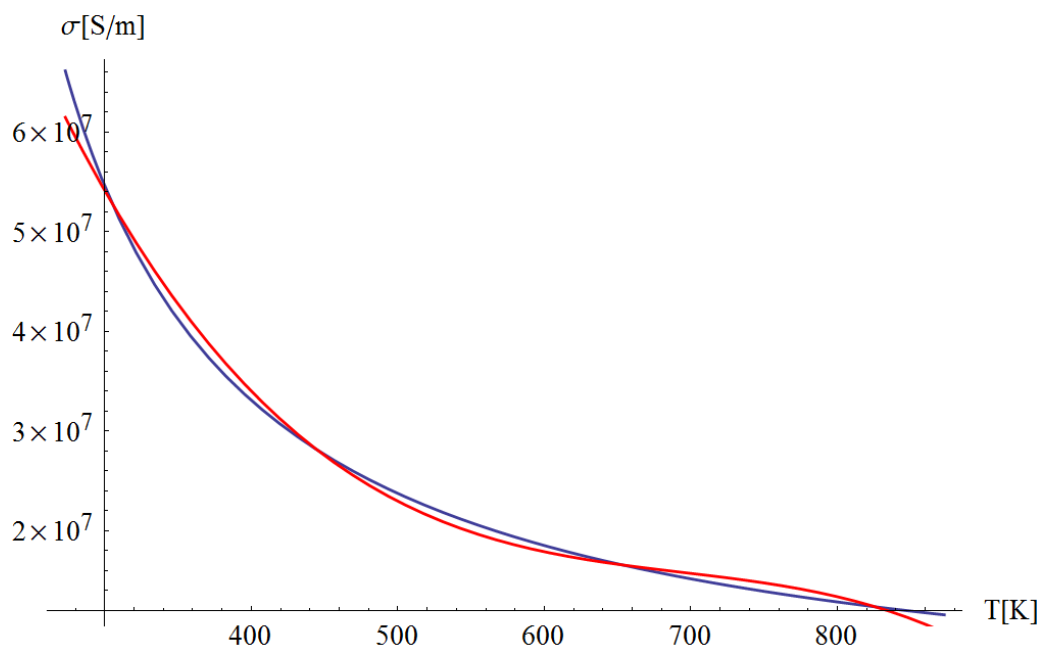
Obr. 21. Závislost tepelné vodivosti mědi na teplotě



Obr. 22. Závislost hustoty mědi na teplotě



Obr. 23. Závislost měrné tepelné kapacity mědi na teplotě



Obr. 24. Závislost konduktivity mědi na teplotě

Závislost	Polynom
$\lambda = f(t)$	$402,11 - 0,069*(t-273)$
$\rho = f(t)$	$8949,01 - 0,447*(t-273) - 74,03*10^{-6}*(t-273)^2$
$C_p = f(t)$	$382,553 + 0,121*(t-273) - 49,51*10^{-6}*(t-273)^2$
$\sigma = f(t)$	$1,99*10^8 - 758520*t + 1067,34*t^2 - 0,512368t^3$

Tab. 2. Polynomy použité při výpočtech u měděných částí studeného kelímku

5.2.3 Chladicí médium a keramika

V případě modelovaného studeného kelímku byla zvolena jako chladicí médium voda. Na rozdíl od hliníkové vsázky a mědi budou veškeré používané parametry brány jako konstanty.

Parametr	hodnota
λ [W/m*K]	0,618
ρ [kg/m ³]	1000
C_p [J/kg*K]	4180

Tab. 3. Tabulka parametrů vody

Materiál keramiky byl zvolen na bázi Si_3N_4 , neboli nitrid křemíku. Ideální pracovní teplota této keramiky se pohybuje v rozmezí od 1110 °C do 1600 °C. Tento materiál je téměř stejně lehký jako karbid křemíku (SiC), ale jeho mikrostruktura mu dodává vynikající odolnost proti tepelným rázům.

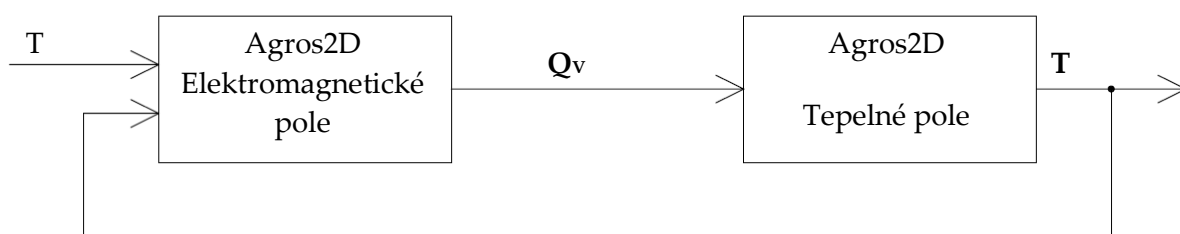
Parametr	hodnota
λ [W/m*K]	15
ρ [kg/m ³]	3110
C_p [J/kg*K]	800

Tab. 4. Tabulka parametrů nitridu křemíku

6. Návrh studeného kelímku

Návrh studeného kelímku bude zahrnovat dvě různá fyzikální pole. Jedná se o elektromagnetické pole, které mělo být řešeno za pomoci softwaru Flux3D, a tepelné pole, jehož řešení bude realizováno softwarem Agros2D. Pro komplexnost návrhu je nutné tato dvě pole sdružit.

6.1 Sdružení polí



Obr. 25. Princip sdružení elektromagnetického a tepelného pole

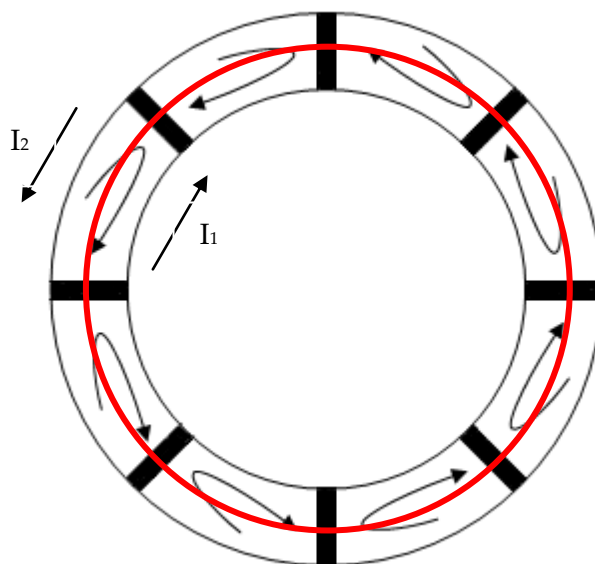
Na Obr. 25 je zobrazen princip sdružení elektromagnetického a tepelného pole. První vstupní proměnnou je teplota T_0 , která má hodnotu 20 °C a odpovídající hodnotu konduktivity. Velikost teploty je postupně zvyšována až do hodnoty 570 °C (Tab. 5). Výstupem elektromagnetického pole je hodnota tepla Q_v (cívka, vsázka, měď). Tento parametr Q_v je zároveň vstupem do výpočtu tepelného pole. Koncovým výstupem je hodnota teploty T (cívka, vsázka, měď 1, měď 2). Tento parametr je ale zároveň zpětně dosazen na vstup do výpočtu elektromagnetického pole. V tento moment je zároveň dosazena teplota $T_1 = 70\text{ °C}$. Celý proces je opakován až do hodnoty $T_{11} = 570\text{ °C}$.

Proměnná	hodnota	Proměnná	hodnota
T_0	20 °C	T_6	320 °C
T_1	70 °C	T_7	370 °C
T_2	120 °C	T_8	420 °C
T_3	170 °C	T_9	470 °C
T_4	220 °C	T_{10}	520 °C
T_5	270 °C	T_{11}	570 °C

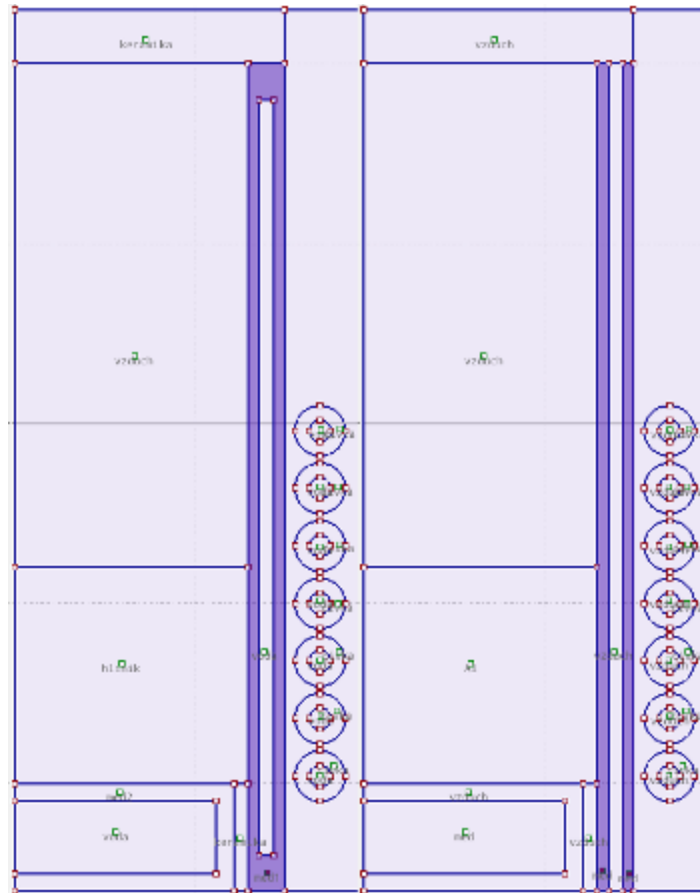
Tab. 5. Tabulka vstupních teplot

6.2 Elektromagnetický model

Model elektromagnetického pole studeného kelímku měl být původně realizován pomocí softwaru Flux3D. Jelikož software Flux3D nebyl k dispozici, byl jsem nucen vytvořit elektromagnetický model v softwaru Agros2D. Důvodem využití 3D modelu je, že studený kelímek je tvořen jednotlivými segmenty, v nichž se uzavírá elektrický proud (Obr. 26). Uvnitř vsázky a v induktorech se uzavírá elektrický proud, jemuž odpovídá elektrický proud vyznačený červeně. Proud I_1 odpovídá směru proudu v hliníkové vsázce a proud I_2 odpovídá směru proudu v cívce. Tato nastíněná situace se dá simulovat následujícím způsobem, viz Obr. 27.



Obr. 26. Proudů v jednotlivých segmentech studeného kelímku



Obr. 27. Porovnání skutečného studeného kelímku vlevo se studeným kelímkem pro vytvoření elektromagnetického modelu vpravo

Ve skutečném studeném kelímku je měděný segment vyznačený tmavomodrou plochou, uzavřený a uvnitř je chlazený vodou. Pro potřebu vytvoření elektromagnetického modelu je nutné tento segment rozdělit na dva jednotlivé měděné segmenty, mezi nimiž je voda jako chladící médium. Těmto segmentům snížíme elektrickou vodivost na 10 kS/m, tím vytvoříme podmínky pro vznik jednotného elektrického proudu vyznačeného červeně na Obr. 26. Takto nastavené podmínky nejsou zcela přesné a bude nutné je později ověřit na 3D modelu.

6.2.1 Podmínky pro vytvoření modelu

Okolo studeného kelímku je cívka se sedmi závitů. Cívkou bude protékat proud o velikosti $I = 3000 \text{ A}$ s frekvencí $f = 10000 \text{ Hz}$. Vstupními parametry budou konduktivita hliníkové vsázky a mědi v závislosti na teplotě (Tab. 6).

Teplota [°C]	konduktivita [S/m]	Teplota [°C]	konduktivita [S/m]
20	$9.67 \cdot 10^7$	20	$1.85 \cdot 10^8$
70	$8.10 \cdot 10^7$	70	$1.51 \cdot 10^8$
120	$6.75 \cdot 10^7$	120	$1.23 \cdot 10^8$
170	$5.59 \cdot 10^7$	170	$9.88 \cdot 10^7$
220	$4.62 \cdot 10^7$	220	$7.88 \cdot 10^7$
270	$3.81 \cdot 10^7$	270	$6.23 \cdot 10^7$
320	$3.15 \cdot 10^7$	320	$4.92 \cdot 10^7$
370	$2.62 \cdot 10^7$	370	$3.89 \cdot 10^7$
420	$2.20 \cdot 10^7$	420	$3.12 \cdot 10^7$
470	$1.88 \cdot 10^7$	470	$2.55 \cdot 10^7$
520	$1.64 \cdot 10^7$	520	$2.16 \cdot 10^7$
570	$1.47 \cdot 10^7$	570	$1.90 \cdot 10^7$

Tab. 6. Konduktivita hliníkové vsázky (vlevo) a mědi (vpravo)

6.2.2 Výstupní parametry elektromagnetického modelu

Pro účely sdružení elektromagnetického a tepelného pole je potřeba zjistit hodnoty tepla Q_v v závislosti na teplotě. Tuto hodnotu získáme jednoduchým výpočtem

$$Q_v = \frac{P_j}{V}, \quad (26)$$

kde P_j je velikost činných ztrát a V je objem dané oblasti.

$V_{Al} \text{ [m}^3\text{]}$	$7,694 \cdot 10^{-4}$
$V_{CuL} \text{ [m}^3\text{]}$	$2,88 \cdot 10^{-4}$
$V_{CuP} \text{ [m}^3\text{]}$	$3,187 \cdot 10^{-4}$
$V_{cívka} \text{ [m}^3\text{]}$	$6,71 \cdot 10^{-5}$

Tab. 7. Tabulka objemů jednotlivých uvažovaných oblastí

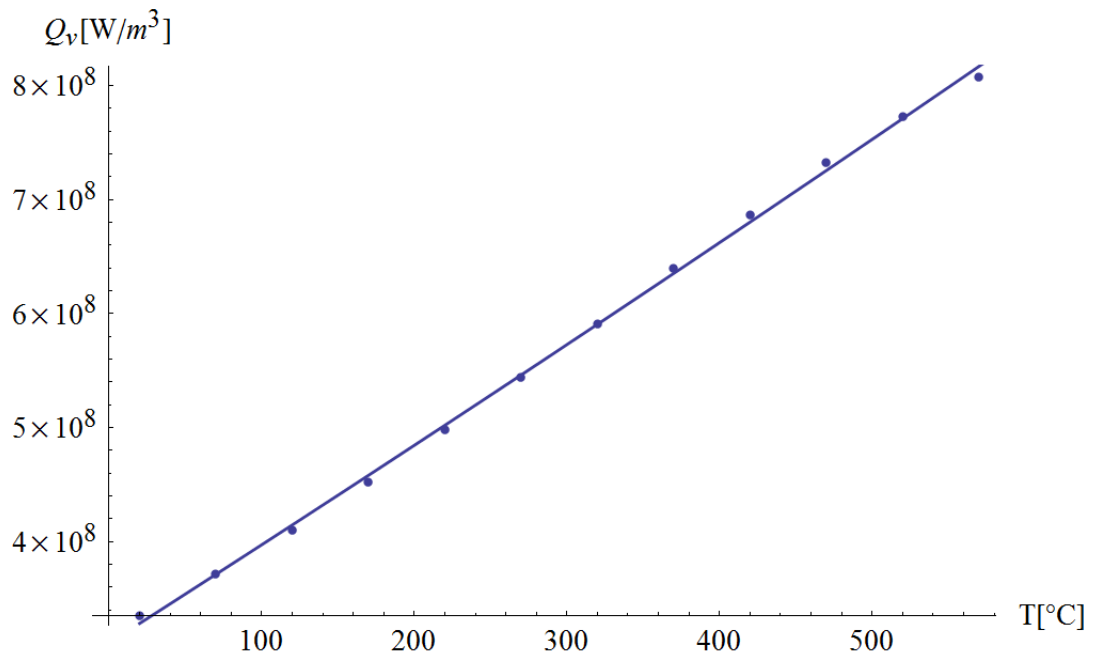
Teplota [°C]	P_{jAl} [W]	P_{jCuL} [W]	P_{jCuP} [W]	$P_{jCívka}$ [W]
20	56 810	37 480	89 730	13 600
70	62 870	37 660	90 060	14 630
120	69 480	37 870	90 450	15 870
170	76 580	38 120	90 900	17 260
220	84 360	38 400	91 420	18 970
270	92 080	38 710	91 990	21 000
320	100 100	39 060	92 620	23 330
370	108 300	39 430	93 280	25 950
420	116 300	39 810	93 950	28 720
470	124 000	40 180	94 600	31 540
520	130 900	40 520	95 190	34 080
570	136 800	40 800	95 680	36 180

Tab. 8. Tabulka činných ztrát

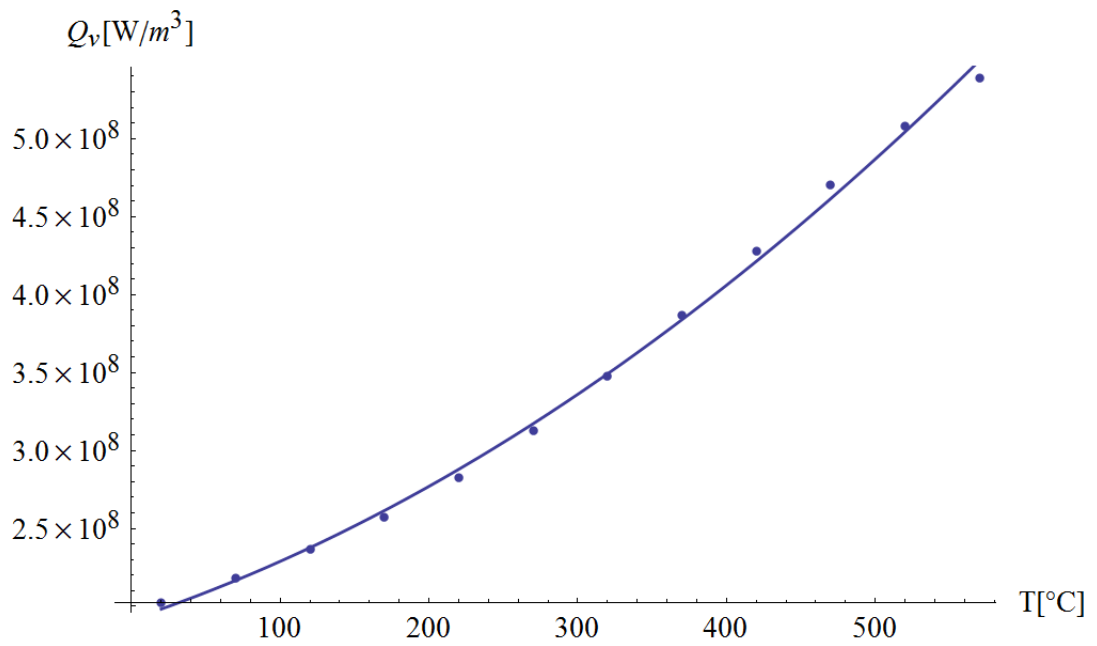
Činné ztráty a objem cívky jsou uvedeny pouze pro jeden závit. Dosazením hodnot z Tab. 8 a Tab. 5 do (26) dostaneme výsledné hodnoty Q_v . Zvýrazněné hodnoty budou použity ke sdružení elektromagnetického a tepelného pole.

Teplota [°C]	Q_{vAl} [W/m ³]	Q_{vCuL} [W m ³]	Q_{vCuP} [W m ³]	$Q_{vCuPrům}$ [W m ³]	$Q_{vCívka}$ [W m ³]
20	3,354*10 ⁸	1,301*10 ⁸	2,816*10 ⁸	2,058*10 ⁸	2,027*10 ⁸
70	3,711*10 ⁸	1,308*10 ⁸	2,826*10 ⁸	2,067*10 ⁸	2,181*10 ⁸
120	4,102*10 ⁸	1,315*10 ⁸	2,838*10 ⁸	2,077*10 ⁸	2,365*10 ⁸
170	4,521*10 ⁸	1,324*10 ⁸	2,852*10 ⁸	2,088*10 ⁸	2,572*10 ⁸
220	4,979*10 ⁸	1,333*10 ⁸	2,869*10 ⁸	2,101*10 ⁸	2,827*10 ⁸
270	5,436*10 ⁸	1,344*10 ⁸	2,886*10 ⁸	2,115*10 ⁸	3,129*10 ⁸
320	5,909*10 ⁸	1,356*10 ⁸	2,906*10 ⁸	2,131*10 ⁸	3,477*10 ⁸
370	6,393*10 ⁸	1,369*10 ⁸	2,927*10 ⁸	2,148*10 ⁸	3,867*10 ⁸
420	6,865*10 ⁸	1,382*10 ⁸	2,948*10 ⁸	2,165*10 ⁸	4,280*10 ⁸
470	7,319*10 ⁸	1,395*10 ⁸	2,968*10 ⁸	2,182*10 ⁸	4,701*10 ⁸
520	7,727*10 ⁸	1,407*10 ⁸	2,987*10 ⁸	2,197*10 ⁸	5,079*10 ⁸
570	8,076*10 ⁸	1,417*10 ⁸	3,002*10 ⁸	2,209*10 ⁸	5,392*10 ⁸

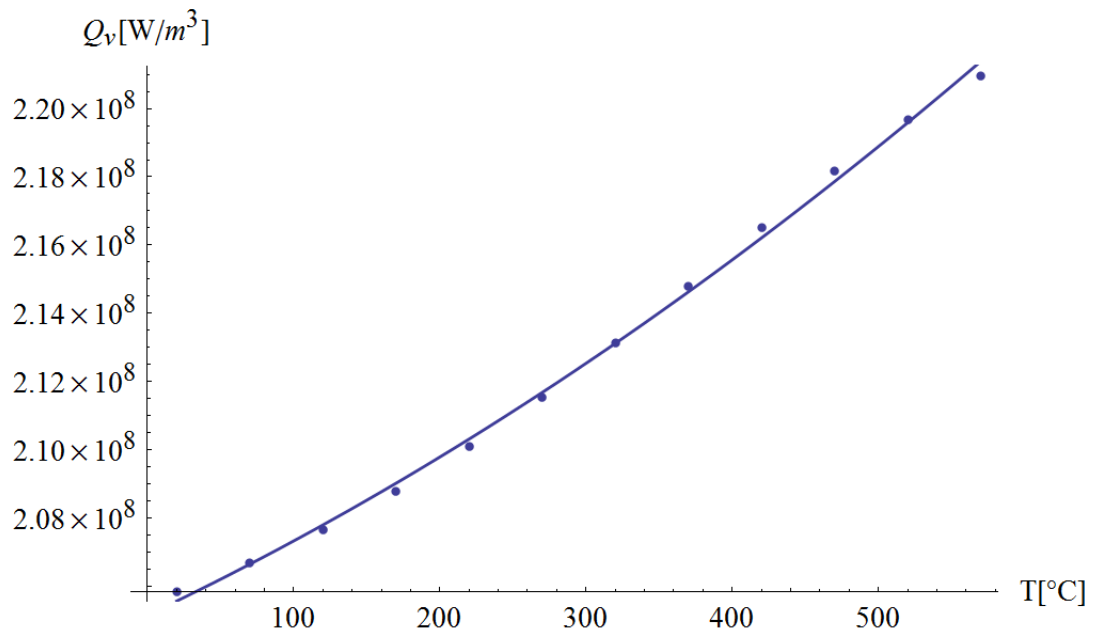
Tab. 9. Tabulka množství tepla při různých teplotách



Obr. 28. Závislost množství vyvinutého tepla ve vsázce na teplotě

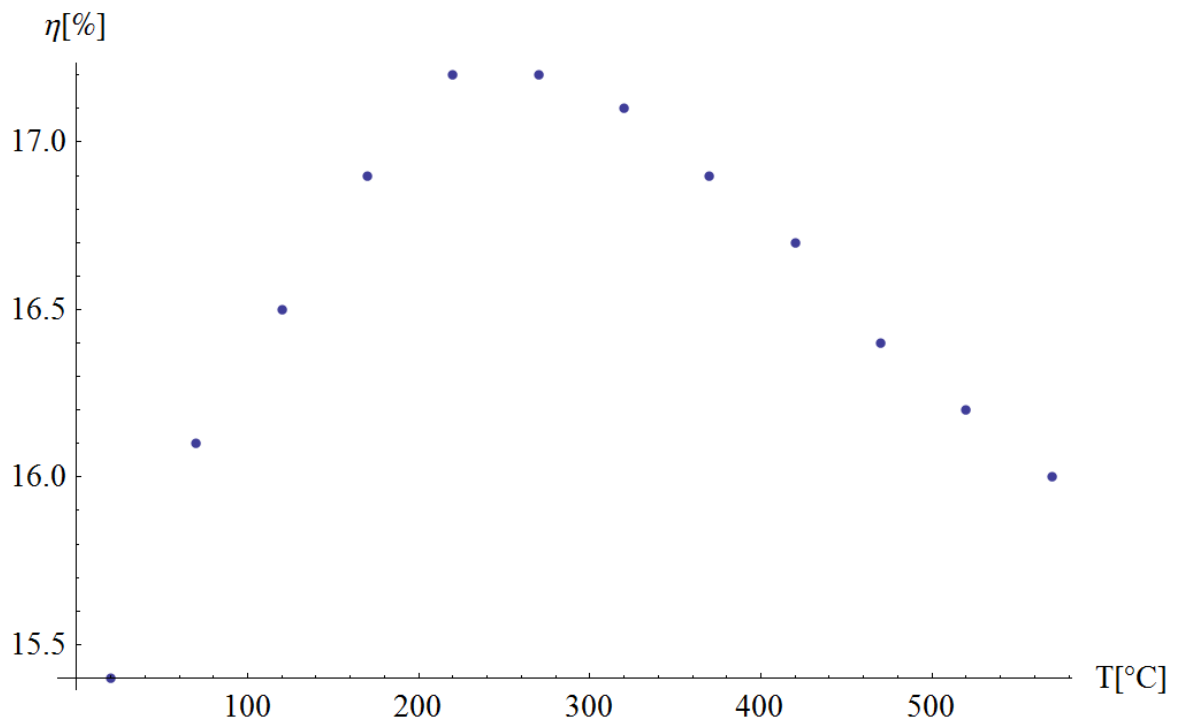


Obr. 29. Závislost množství vyvinutého tepla v cívice na teplotě



Obr. 30. Závislost množství vyvinutého tepla v měděném segmentu na teplotě

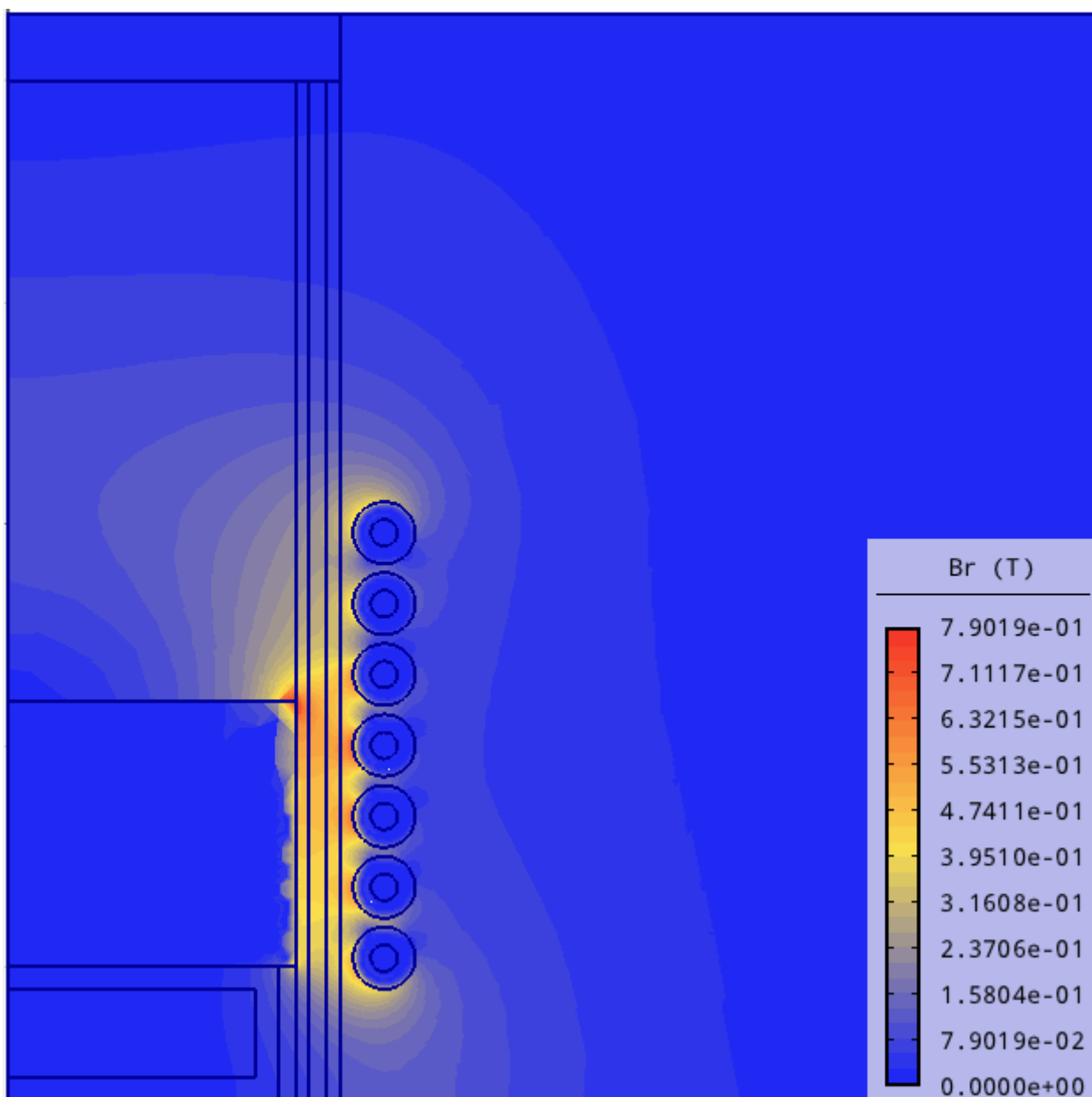
Další důležitá výstupní charakteristika elektromagnetického pole je závislost účinnosti studeného kelímku na teplotě. Z charakteristiky je zřejmé, že účinnost se roste až do teploty 220 °C, kde dosáhne hodnoty 17,2 %, poté začne účinnost s teplotou klesat.



Obr. 31. Závislost účinnosti studeného kelímku na teplotě.

6.2.3 Elektromagnetické pole studeného kelímku

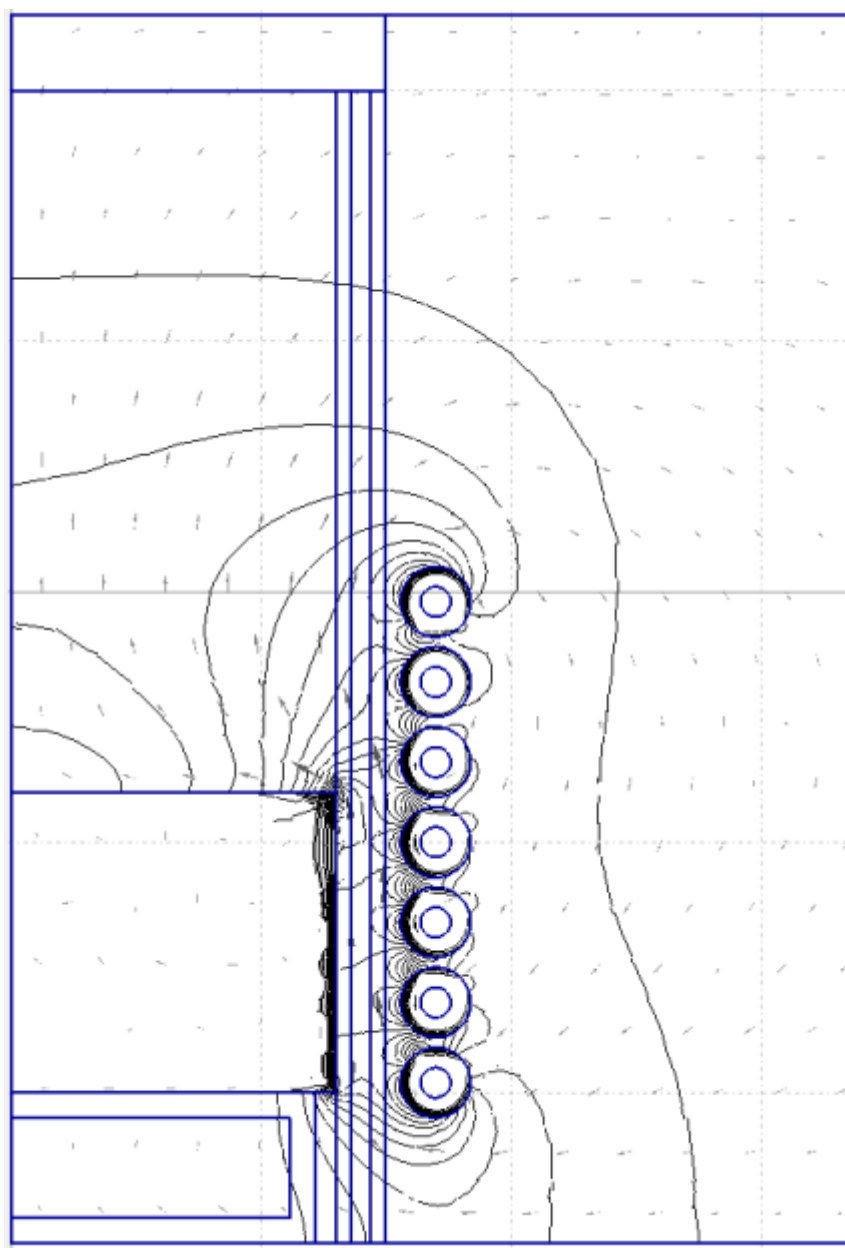
Rozložení magnetické indukce je jedním ze stěžejních parametrů elektromagnetického modelu studeného kelímku. Na Obr. 32 je vidět právě toto rozložení magnetické indukce, které je zaznamenáno při hodnotách měrné elektrické vodivosti $1.90 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ (cívka) resp. $1.47 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ (vsázka). U zbývajících měděných segmentů je nastavena hodnota elektrické vodivosti 10 kS/m .



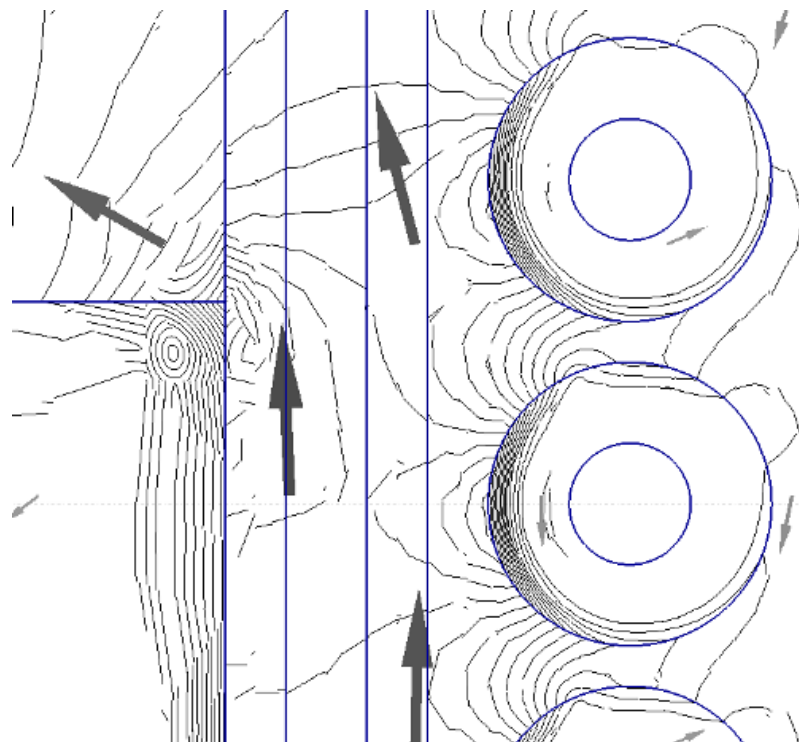
Obr. 32. Rozložení magnetické indukce ve studeném kelímku.

Nejvyšších hodnot dosahuje magnetická indukce v prostoru rohu hliníkové vsázky, kde dosahuje hodnot až $0,85\text{ T}$ a také v prostorech mezi závitem cívky a již zmíněného rohu.

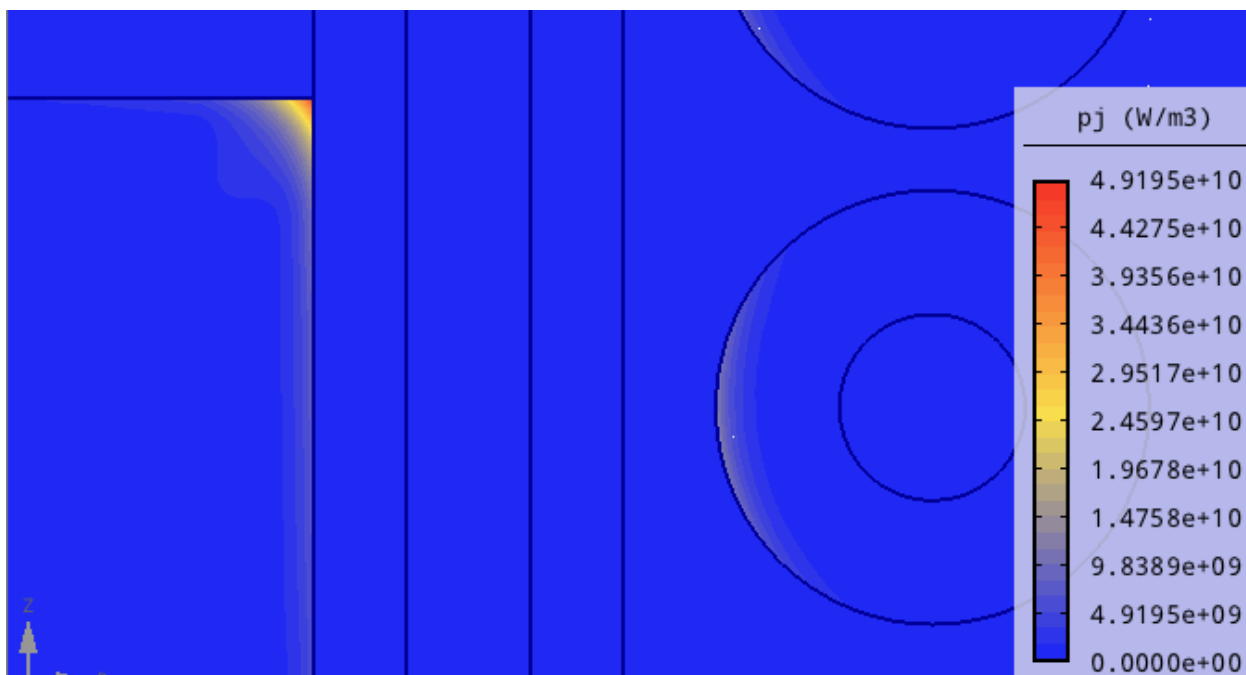
Na Obr. 33 je zobrazen směr působení magnetické indukce pomocí vektorů a kontur. Detail největšího působení magnetické indukce v prostoru rohu vložky je zobrazen na Obr. 34.



Obr. 33. Vektorové zobrazení magnetické indukce



Obr. 34. Detail největšího působení magnetické indukce v prostoru rohu vázky



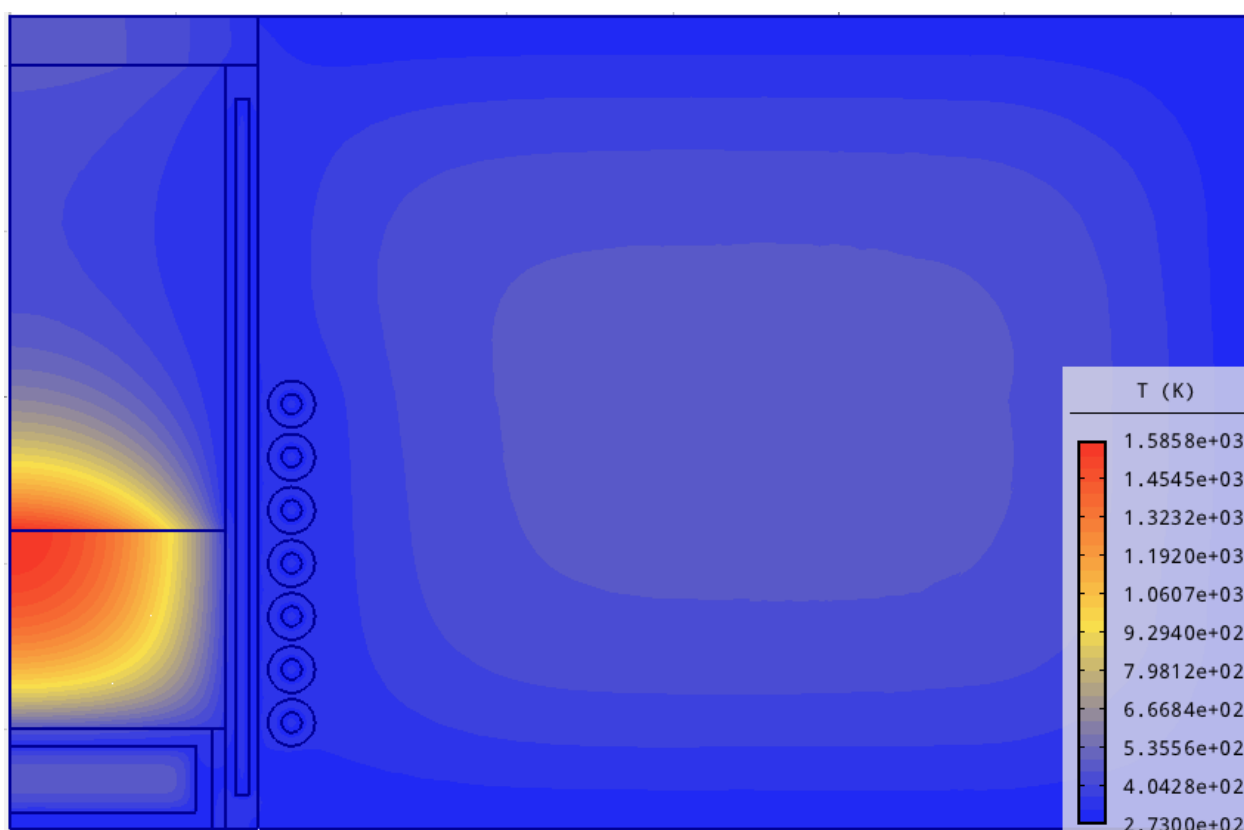
Obr. 35. Detail velikosti hustoty ztrát

Z Obr. 35 je patrné, že největší množství ztrát vzniká v místě, kde se stýkají hliníková vsázka, měď a vzduch. Velikost těchto ztrát dosahují hodnoty až $4,83 \cdot 10^{10} \text{ w/m}^3$.

6.3 Tepelný model

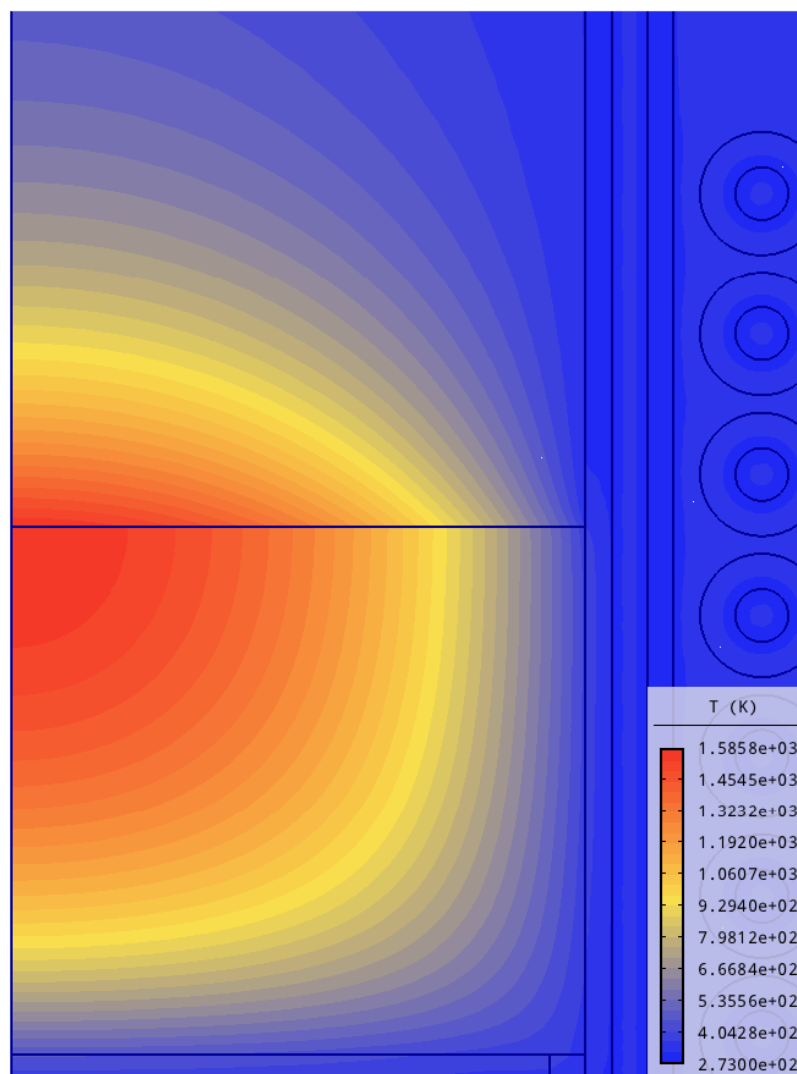
Tepelný model a zároveň sdružení elektromagnetického a tepelného pole bylo provedeno pomocí softwaru Agros2D. Veškeré vstupní parametry byly zmíněny v kapitole 5. Parametry modelovaného studeného kelímku.

Pokud napájíme cívku proudem 3000 A při zmíněných podmínkách, pak dosáhne vsázka požadované teploty 600 °C během 40 s. Při sdružení polí byla nastaven tento časový úsek. Při výpočtu tepelného pole proběhne celkem 8krát přechodový děj, jehož výsledkem je Obr. 36.



Obr. 36. Výsledek sdružení elektromagnetického a tepelného pole

Z Obr. 36 je patrné, že nemůže při procesu tavení dojít ke styku roztavené hliníkové vsázky a mědi, a tím i k znečištění hliníkové vsázky, protože v oblasti styku mědi s hliníkovou vsázkou je dosaženo teploty pouze 114 °C, přičemž teplota tání hliníku je 660 °C.



Obr. 37. Detail rozložení tepla v oblasti vsázky

Na Obr. 37 je vidět, že k tavení hliníku dochází pouze uvnitř materiálu, nikoliv na jeho okrajích. V tomto stavu dosahuje teplota uvnitř hliníkové vsázky hodnoty 1312 °C.

Závěr

Cílem této diplomové práce bylo vytvořit elektromagnetický a tepelný model studeného kelímku a následně tato dvě pole sdružit. Elektromagnetické pole mělo být modelováno pomocí softwaru Flux3D. Vzhledem k tomu, že Flux3D nebyl k dispozici, byl jsem nucen vytvořit elektromagnetický model v softwaru Agros2D. Tepelné pole a následné sdružení proběhlo také pomocí softwaru Agros2D.

Cívky okolo studeného kelímku byly napájeny elektrickým proudem o velikosti 3000 A s frekvencí 10000 Hz. Požadovaná teplota pro dosažení ustáleného stavu byla 600 °C. Této teploty bylo při uvedených podmínkách dosaženo za 40 s.

V elektromagnetickém modelu dosahovala magnetická indukce hodnot až 0,85 T. Této hodnoty bylo dosaženo v prostoru, kde se stýká hliníková vsázka, měděná část studeného kelímku a vzduch. Je tedy zřejmé, že nejvyšší ztráty (až $4,83 \cdot 10^{10} \text{ w/m}^3$) byly zaznamenány právě v této části modelovaného studeného kelímku.

Výsledkem sdružení je model studeného kelímku, který ukazuje, že při procesu tavení hliníkové vsázky nemůže dojít k znečištění vsázky okolními materiály, protože v oblasti styku hliníkové vsázky a mědi dosáhla teplota hodnoty pouze 114 °C, přičemž teplota tání hliníku je 600 °C. Na tomto principu je studený kelímek založen, což bylo získanými výsledky potvrzeno. Účinnost tohoto modelovaného studeného kelímku se pohybuje v rozmezí od 12,4 % do 17,2 %.

Všechny získané výsledky bude nutné později ověřit v již zmiňovaném softwaru Flux3D pomocí elektromagnetického 3D modelu.

Použitá literatura

- [1] **RADA, Josef. A KOLEKTIV.** Elektrotepelná technika. 1. vyd. Praha: SNTL, 1985, 344 s.
- [2] **HRADÍLEK, Zdeněk, Ilona LÁZNIČKOVÁ a Vladimír KRÁL.** Elektrotepelná technika. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2011, 264 s. ISBN 978-80-01-04938-9.
- [3] **MAYER, Daniel.** Aplikovaný elektromagnetismus: *úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*. České Budějovice: Kopp, 2012, 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [4] **KOLÁŘ, Vladimír, Viktor KANICKÝ a Ivan NĚMEC.** FEM *Principy a praxe metody konečných prvků*. Vyd. 1. Praha: Computer Press, 1997, 401 s. ISBN 80-722-6021-9.
- [5] **BARGLIK, Jerzy, Ivo DOLEŽEL, Jiří DOUBEK, Jerzy LABAJ, Lubomír MUSÁLEK, Adrian SZMAGÓR a Albert SMALCERZ.** *Modelling of Contactless Induction Melting System*. 2013. Dostupné z: <http://www.aedie.org/papers/122-barglik.pdf>
- [6] Laboratoř studených kelímků. *SUSEN* [online]. Centrum výzkumu Řež s.r.o., 2014 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: <http://susen2020.cz/vyzkumne-programy/program-jpc/laborator-studenych-kelimku/>
- [7] **HAVLOVÁ, Zuzana.** *Vhodné kmitočty pro tavení různých materiálů ve studeném kelímku*. Plzeň, 2012. Diplomová práce. Západočeská univerzita v plzni.
- [8] **ROT, David a Jiří KOŽENÝ.** Modelování startu tavby oxidů kovů elektromagnetickou indukcí ve studeném kelímku. *Electroscope*. 2010, č. 4. Dostupné z: http://147.228.94.30/images/PDF/Rocnik2010/Cislo4_2010/r4c4c1.pdf
- [9] **VOTAVA, Pavel.** Indukční tavení ve studeném kelímku. In: *Jaderná energetika v pracích mladé generace - 2012: Mikulášské setkání Mladé generace ČNS*. FSI VUT Brno: Česká nukleární společnost, 2012, s. 67-71. ISBN 978-80-02-02439-2.
- [10] Agros2D – aplikace pro řešení fyzikálních polí. *ABCLINUXU* [online]. 2010 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: <http://www.abclinuxu.cz/clanky/agros2d-aplikace-pro-reseni-fyzikalnich-poli#preprocessor>

- [11] **MURÍN, Justín.** *Metóda konečných prvkov (MKP)* [online]. Bratislava, 2010 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z:
http://aladin.elf.stuba.sk/Katedry/KMECH/slovakversion/Predmety/MKP/MKP%20v%20mechatronike_c2.pdf. Přednáška. Slovenská technická univerzita v Bratislave.
- [12] *Elektro: odborný časopis pro elektrotechniku* [online]. Praha: FCC PUBLIC s. r. o., 2002 [cit. 2014-05-10]. ISSN 1210-0889. Dostupné z:
<http://www.odbornecasopisy.cz/elektro-22832.html>
- [13] Hliník. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-2014 [cit. 2014-05-11]. Dostupné z:
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Hlin%C3%ADk>
- [14] Měď. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-2014 [cit. 2014-05-11]. Dostupné z:
<http://cs.wikipedia.org/wiki/M%C4%9B%C4%8F>
- [15] **KOLÁŘ, Vladimír, NĚMEC, Ivan.** *FEM Principy a praxe metody konečných prvků*. vyd. 3. Praha : Computer Press, 1997. ISBN 80-7226-021-9.
- [16] **DOLEŽEL, Ivo.** *Numerické metody řešení okrajových úloh*. [Učební text]. Plzeň : Doležel, 2002.
- [17] *Temperature Dependent Elastic & Thermal Properties Database* [online]. [cit. 2014-05-11]. Dostupné z: <http://www.jahm.com/>

Přílohy

Příloha 1 – Agros2D – Python – zdrojový kód.....I

Příloha 2 – Mathematica – zdrojový kód.....VI

Příloha 1 – Agros2D – Python – zdrojový kód

```
import agros2d as a2d
```

DEFINOVÁNÍ PROMĚNNÝCH

```
def roAl(t):
```

```
    return 2703.78 - 0.180665*(t-273) - 0.0000718011*(t-273)*(t-273)
```

```
def CpAl(t):
```

```
    return 880.513 + 0.678403*(t-273) - 0.00100997*(t-273)*(t-273) + 0.00000130641*(t-273)*(t-273)*(t-273)
```

```
def LambdaAl(t):
```

```
    return 237.035 + 0.0422559*(t-273) - 0.000226675*(t-273)*(t-273) + 0.00000014991*(t-273)*(t-273)*(t-273)
```

```
def roCu(t):
```

```
    return 8949.01 - 0.447016*(t-273) - 0.0000740344*(t-273)*(t-273)
```

```
def CpCu(t):
```

```
    return 382.553 + 0.121394*(t-273) - 0.0000495136*(t-273)*(t-273)
```

```
def LambdaCu(t):
```

```
    return 402.107 - 0.0685725*(t-273)
```

```
def QvCu(t):
```

```
    return 205157000 + 20289.4*(t-273) - 14.3451*(t-273)*(t-273)
```

```
def QvCivka(t):
```

```
    return 191756000 + 317049*(t-273) - 546.652*(t-273)*(t-273)
```

```
def QvAl(t):
```

```
    return 311014000 + 855802*(t-273) - 55.3638*(t-273)*(t-273)
```

```
def resTepPole((tPrumer,tMed1,tMed2,tVszaka,tCivka)):
```

```
# problem
```

```
problem = a2d.problem(clear = True)
```

```
    problem.coordinate_type = "axisymmetric"
```

```
    problem.mesh_type = "triangle"
```

```
    problem.time_step_method = "adaptive_numsteps"
```

```
    problem.time_method_order = 2
```

```
    problem.time_total = 40
```

```
    problem.time_steps = 4
```

```

# fields
# heat
heat = a2d.field("heat")
heat.analysis_type = "transient"
heat.matrix_solver = "mumps"
heat.transient_initial_condition = tPrumer
heat.number_of_refinements = 1
heat.polynomial_order = 2
heat.adaptivity_type = "disabled"
heat.solver = "linear"

```

DEFINOVÁNÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

```

# boundaries
heat.add_boundary("symetrie", "heat_heat_flux", {"heat_heat_flux" : 0,
    "heat_convection_heat_transfer_coefficient" : 0, "heat_convection_external_temperature" : 0,
    "heat_radiation_emissivity" : 0, "heat_radiation_ambient_temperature" : 0})
heat.add_boundary("T=273", "heat_temperature", {"heat_temperature" : 273})
heat.add_boundary("alfa", "heat_heat_flux", {"heat_heat_flux" : 0, "heat_convection_heat_transfer_coefficient" : 5,
    "heat_convection_external_temperature" : 273, "heat_radiation_emissivity" : 0.4,
    "heat_radiation_ambient_temperature" : 273})
heat.add_boundary("T=40", "heat_temperature", {"heat_temperature" : 313})

```

DEFINOVÁNÍ POUŽITÝCH MATERIÁLŮ

```

# materials
heat.add_material("voda", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : 0.618, "heat_volume_heat" : 0, "heat_density" : 1000, "heat_specific_heat" : 4180})
heat.add_material("civka", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : LambdaCu(tCivka), "heat_volume_heat" : QvCivka(tCivka), "heat_density" :
    roCu(tCivka), "heat_specific_heat" : CpCu(tCivka)})
heat.add_material("vzduch", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : 0.026, "heat_volume_heat" : 0, "heat_density" : 1.29, "heat_specific_heat" : 1000})
heat.add_material("hlinik", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : LambdaAl(tVsazka), "heat_volume_heat" : QvAl(tVsazka), "heat_density" :
    roAl(tVsazka), "heat_specific_heat" : CpAl(tVsazka)})
heat.add_material("med1", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : LambdaCu(tMed1), "heat_volume_heat" : QvCu(tMed1), "heat_density" :
    roCu(tMed1), "heat_specific_heat" : CpCu(tMed1)})
heat.add_material("keramika", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : 15, "heat_volume_heat" : 0, "heat_density" : 3110, "heat_specific_heat" : 800})
heat.add_material("med2", {"heat_velocity_x" : 0, "heat_velocity_y" : 0, "heat_velocity_angular" : 0,
    "heat_conductivity" : LambdaCu(tMed2), "heat_volume_heat" : 0, "heat_density" : roCu(tMed2),
    "heat_specific_heat" : CpCu(tMed2)})

```

GEOMETRIE STUDENÉHO KELÍMKU

```

# geometry
geometry = a2d.geometry
geometry.add_edge(0, 0.1, 0.065, 0.1)
geometry.add_edge(0, 0.115, 0.075, 0.115, boundaries = {"heat" : "alfa"})
geometry.add_edge(0.075, 0.115, 0.075, 0.1)
geometry.add_edge(0.065, 0.1, 0.075, 0.1)
geometry.add_edge(0, -0.105, 0.056, -0.105, boundaries = {"heat" : "T=40"})

```



```

geometry.add_edge(0.056, -0.105, 0.056, -0.125, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.056, -0.125, 0, -0.125, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0, -0.1, 0.061, -0.1)
geometry.add_edge(0.061, -0.1, 0.065, -0.1)
geometry.add_edge(0.061, -0.1, 0.061, -0.13)
geometry.add_edge(0.065, -0.1, 0.065, -0.13)
geometry.add_edge(0, -0.13, 0.061, -0.13, boundaries = {"heat" : "alfa"})
geometry.add_edge(0.061, -0.13, 0.065, -0.13, boundaries = {"heat" : "alfa"})
geometry.add_edge(0.065, -0.13, 0.075, -0.13, boundaries = {"heat" : "alfa"})
geometry.add_edge(0.068, 0.09, 0.072, 0.09, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.072, 0.09, 0.072, -0.12, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.072, -0.12, 0.068, -0.12, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.068, -0.12, 0.068, 0.09, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0, -0.04, 0.065, -0.04, boundaries = {"heat" : "alfa"})
geometry.add_edge(0.065, -0.04, 0.065, -0.1)
geometry.add_edge(0.065, 0.1, 0.065, -0.04)
geometry.add_edge(0, 0.115, 0, 0.1, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0, 0.1, 0, -0.04, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0, -0.04, 0, -0.1, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0, -0.1, 0, -0.105, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0, -0.105, 0, -0.125, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0, -0.125, 0, -0.13, boundaries = {"heat" : "symetrie"})
geometry.add_edge(0.078, -0.098, 0.085, -0.105, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.105, 0.092, -0.098, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.098, 0.085, -0.091, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.091, 0.078, -0.098, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.082, 0.085, -0.075, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.075, 0.078, -0.082, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.082, 0.085, -0.089, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.089, 0.092, -0.082, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.066, 0.085, -0.059, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.059, 0.078, -0.066, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.066, 0.085, -0.073, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.073, 0.092, -0.066, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.05, 0.085, -0.043, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.043, 0.078, -0.05, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.05, 0.085, -0.057, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.057, 0.092, -0.05, angle = 90)
geometry.add_edge(0.075, 0.1, 0.075, -0.13)
geometry.add_edge(0.092, -0.034, 0.085, -0.027, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.027, 0.078, -0.034, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.034, 0.085, -0.041, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.041, 0.092, -0.034, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.018, 0.085, -0.011, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.011, 0.078, -0.018, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.018, 0.085, -0.025, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.025, 0.092, -0.018, angle = 90)
geometry.add_edge(0.092, -0.002, 0.085, 0.005, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, 0.005, 0.078, -0.002, angle = 90)
geometry.add_edge(0.078, -0.002, 0.085, -0.009, angle = 90)
geometry.add_edge(0.085, -0.009, 0.092, -0.002, angle = 90)

```

```

geometry.add_edge(0.088, -0.098, 0.085, -0.095, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.095, 0.082, -0.098, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.098, 0.085, -0.101, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.101, 0.088, -0.098, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.082, 0.085, -0.079, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.079, 0.082, -0.082, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.082, 0.085, -0.085, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.085, 0.088, -0.082, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.066, 0.085, -0.063, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.063, 0.082, -0.066, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.066, 0.085, -0.069, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.069, 0.088, -0.066, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.053, 0.088, -0.05, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.05, 0.085, -0.047, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.047, 0.082, -0.05, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.05, 0.085, -0.053, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.034, 0.085, -0.031, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.031, 0.082, -0.034, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.034, 0.085, -0.037, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.037, 0.088, -0.034, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.015, 0.082, -0.018, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.018, 0.085, -0.021, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.021, 0.088, -0.018, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.018, 0.085, -0.015, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.088, -0.002, 0.085, 0.001, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, 0.001, 0.082, -0.002, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.082, -0.002, 0.085, -0.005, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.085, -0.005, 0.088, -0.002, angle = 90, boundaries = {"heat" : "T=40"})
geometry.add_edge(0.075, 0.115, 0.375, 0.115, boundaries = {"heat" : "T=273"})
geometry.add_edge(0.375, 0.115, 0.375, -0.13, boundaries = {"heat" : "T=273"})
geometry.add_edge(0.375, -0.13, 0.075, -0.13, boundaries = {"heat" : "T=273"})

```

```

geometry.add_label(0.033324, 0.0186179, materials = {"heat" : "vzduch"})
geometry.add_label(0.0298228, -0.066871, materials = {"heat" : "hlinik"})
geometry.add_label(0.0292392, -0.102467, materials = {"heat" : "med2"})
geometry.add_label(0.0280721, -0.113554, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0703789, -0.124933, materials = {"heat" : "med1"})
geometry.add_label(0.0695036, -0.0633697, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0849675, -0.0977987, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0887605, -0.0951728, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0896358, -0.0800007, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0852592, -0.0814595, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0902193, -0.0633697, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0849675, -0.0659957, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0899276, -0.0499483, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0849675, -0.049073, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0902193, -0.0336091, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0849675, -0.0341927, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0899276, -0.0175617, materials = {"heat" : "civka"})
geometry.add_label(0.0849675, -0.0175617, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.0905111, -0.00151432, materials = {"heat" : "civka"})

```

```

geometry.add_label(0.0852592, -0.00180609, materials = {"heat" : "voda"})
geometry.add_label(0.257265, 0.00670339, materials = {"heat" : "vzduch"})
geometry.add_label(0.0364004, 0.10651, materials = {"heat" : "keramika"})
geometry.add_label(0.0625986, -0.115205, materials = {"heat" : "keramika"})

```

TEPLOTNÍ POLE

```

problem.solve()
pomTeplotaPrumer=heat.volume_integrals(labels = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,21,22],
    time_step = -1)
konTepPrumer=pomTeplotaPrumer["T"]/pomTeplotaPrumer["V"]
print(konTepPrumer)
pomTeplotaHlinik=heat.volume_integrals(labels = [1], time_step = -1)
konTepHlinik=pomTeplotaHlinik["T"]/pomTeplotaHlinik["V"]
print(konTepHlinik)
pomTeplotaMed1=heat.volume_integrals(labels = [2], time_step = -1)
konTepMed1=pomTeplotaMed1["T"]/pomTeplotaMed1["V"]
print(konTepMed1)
pomTeplotaMed2=heat.volume_integrals(labels = [4], time_step = -1)
konTepMed2=pomTeplotaMed2["T"]/pomTeplotaMed2["V"]
print(konTepMed2)
pomTeplotaCivka=heat.volume_integrals(labels = [7], time_step = -1)
konTepCivka=pomTeplotaCivka["T"]/pomTeplotaCivka["V"]
print(konTepCivka)
return (konTepPrumer,konTepHlinik,konTepMed1,konTepMed2,konTepCivka)

```

SDRUŽENÍ POLÍ

```

pocTeplota=(293,293,293,293,293);
b=resTepPole(pocTeplota)
for i in range(7):
    b=resTepPole(b)

```

Příloha 2 – Mathematica – zdrojový kód

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI TEPELNÉ VODIVOSTI MĚDI NA TEPLOTĚ

```
dataCuLambda={{20,400.68},{27,401},{77,396.78},{100,395.2},{127,393},{177,389.93},{200,388.35},{227,386.5},{277,383.08},{300,381.5},{327,379},{377,376.23},{400,374.65},{427,372.8},{500,368.8},{527,366},{600,360.96},{660,356.6}}  
funkce=Fit[dataCuLambda,{1,T},T]  
pl1=ListPlot[dataCuLambda,AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
pl2=Plot[funkce,{T,20,660},AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
Show[pl2,pl1]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI KONDUKTIVITY MĚDI NA TEPLOTĚ

```
funkceOdporCu=(1.75/(1000000*100)*(1+0.0068*(T-293)))-1  
pl3=Plot[funkceOdporCu,{T,273,600+273},AxesLabel→{"T[K]","σ[S/m]"}]  
body=Table[{T,funkceOdporCu},{T,273,600+273,1}];  
proloz=Fit[body,{1,T,T2,T3},T]  
pl4=Plot[proloz,{T,273,600+273},PlotStyle→Red,AxesLabel→{"T[K]","σ[S/m]"}];  
Show[pl3,pl4]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI KONDUKTIVITY HLINÍKU NA TEPLOTĚ

```
funkceOdporAl=(2.828/(1000000*100)*(1+0.0049*(T-293)))-1;  
pl5=Plot[funkceOdporAl,{T,273,600+273},AxesLabel→{"T[K]","σ[S/m]"}]  
bodyAl=Table[{T,funkceOdporAl},{T,273,600+273,1}];  
prolozAl=Fit[bodyAl,{1,T,T2,T3},T]  
pl6=Plot[prolozAl,{T,273,600+273},PlotStyle→Red,AxesLabel→{"T[K]","σ[S/m]"}];  
Show[pl5,pl6]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI TEPELNÉ VODIVOSTI HLINÍKU NA TEPLOTĚ

```
dataAlLambda={{27,237},{77,240},{127,240},{227,236},{327,231},{427,226},{527,218},{627,213},{660,208}}  
funkce2=Fit[dataAlLambda,{1,T,T2,T3},T]  
pl7=ListPlot[dataAlLambda,AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
pl8=Plot[funkce2,{T,27,660},AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
Show[pl7,pl8]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY MĚDI NA TEPLOTĚ

```
CuCp={{20,383.45},{27,385},{77,392},{100,394.73},{127,398.44},{177,403},{200,405.9},{227,408},{277,412},{300,414.8},{327,417},{377,421},{400,422.42},{427,425},{500,429.76},{527,432},{600,437.82},{660,442.3}}  
funkce3=Fit[CuCp,{1,T,T2},T]  
pl9=ListPlot[CuCp,AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
pl10=Plot[funkce3,{T,20,660},AxesLabel→{"T[°C]","λ[W/m*K]"}];  
Show[pl9,pl10]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI HUSTOTY MĚDI NA TEPLOTĚ

```
Cu $\rho$ ={{20,8939},{27,8937},{77,8914},{100,8904},{127,8891},{177,8868},{200,8857},{227,8844},{277,8820},{300,8809},{327,8795},{377,8770},{400,8758},{427,8744},{500,8706},{527,8692},{600,8654},{660,8623}}
```

```
funkce4=Fit[Cu $\rho$ ,{1,T,T2},T]
```

```
pl11=ListPlot[Cu $\rho$ ,AxesLabel->{"T[°C]"," $\rho$ [kg/m3]"}];
```

```
pl12=Plot[funkce4,{T,20,660},AxesLabel->{"T[°C]"," $\rho$ [kg/m3]"}];
```

```
Show[pl11,pl12]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY HLINÍKU NA TEPLOTĚ

```
AlCp={{20,893.5},{27,898.2},{77,927.5},{100,939.7},{127,953.1},{177,976.1},{200,986.1},{227,997.6},{277,1019},{300,1028},{327,1040},{377,1063},{400,1074},{427,1088},{500,1130},{527,1149},{600,1206},{660,1264}}
```

```
funkce5=Fit[AlCp,{1,T,T2,T3},T]
```

```
pl13=ListPlot[AlCp,AxesLabel->{"T[°C]","Cp[J/kg*K]"}];
```

```
pl14=Plot[funkce5,{T,20,660},AxesLabel->{"T[°C]","Cp[J/kg*K]"}]
```

```
Show[pl13,pl14]
```

VÝPOČET A GRAF ZÁVISLOSTI HUSTOTY HLINÍKU NA TEPLOTĚ

```
Al $\rho$ ={{20,2700},{28,2699},{78,2689},{101,2685},{128,2679},{178,2669},{201,2665},{228,2659},{278,2648},{300,2643},{328,2637},{377,2626},{400,2620},{427,2614},{500,2595},{527,2588},{600,2569},{660,2554}}
```

```
funkce6=Fit[Al $\rho$ ,{1,T,T2},T]
```

```
pl15=ListPlot[Al $\rho$ ,AxesLabel->{"T[°C]"," $\rho$ [kg/m3]"}];
```

```
pl16=Plot[funkce6,{T,20,660},AxesLabel->{"T[°C]"," $\rho$ [kg/m3]"}]
```

```
Show[pl15,pl16]
```

```
Fcu[T_]:=1.9942503959326938`*^8-758519.9668948909` T+1067.3400596231425` T2-0.5123676732159144` T3
```

```
Table[{T,Fcu[T]},{T,20,600,50}]
```

```
FAl[T_]:=1.0354886909737208`*^8-353825.65861332545` T+472.480491179515` T2-0.21976835174954276` T3
```

```
Table[{T,FAl[T]},{T,20,600,50}]
```

VÝPOČET TEPLA V HLINÍKU

```
objemAl=1.694*10-4;
```

```
QvdataAl={{20,56810},{70,62870},{120,69480},{170,76580},{220,84360},{270,92080},{320,100100},{370,108300},{420,116300},{470,124000},{520,130900},{570,136800}}/.{a_,b_}->{a,b/objemAl}
```

VÝPOČET TEPLA V LEVÉM SEGMENTU MĚDI

```
objemLevaCu=2.88*10-4;
```

```
QvdataCuLeva={{20,37480},{70,37660},{120,37870},{170,38120},{220,38400},{270,38710},{320,39060},{370,39430},{420,39810},{470,40180},{520,40520},{570,40800}}/.{a_,b_}->{a,b/objemLevaCu}
```

VÝPOČET TEPLA V PRAVÉM SEGMENTU MĚDI

objemPravaCu= $3.187 \cdot 10^{-4}$;

QvdataCuPrava={{20,89730},{70,90060},{120,90450},{170,90900},{220,91420},{270,91990},{320,92620},{370,93280},{420,93950},{470,94600},{520,95190},{570,95680}}/.{a_,b_}:>{**a,b/objemPravaCu**}

VÝPOČET TEPLA V CÍVCE

objemCivka= $6.71 \cdot 10^{-5}$;

QvdataCivka={{20,13600},{70,14630},{120,15870},{170,17260},{220,18970},{270,21000},{320,23330},{370,25950},{420,28720},{470,31540},{520,34080},{570,36180}}/.{a_,b_}:>{**a,b/objemCivka**}

GRAFICKÉ ZPRACOVÁNÍ SPOČÍTANÝCH HODNOT TEPLA PRO JEDNOTLIVÉ MATERIÁLY

funkceQvdataCivka=Fit[**QvdataCivka**,{1,T,T²},T]

funkceQvdataLeva=Fit[**QvdataCuLeva**,{1,T,T²},T]

funkceQvdataAl=Fit[**QvdataAl**,{1,T,T²},T]

funkceQvdataPrava=Fit[**QvdataCuPrava**,{1,T,T²},T]

plfunkceQvdataCivka=ListPlot[**QvdataCivka**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

plfunkceQvdataCivka2=Plot[**funkceQvdataCivka**,{T,20,600},AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

Show[**plfunkceQvdataCivka**,**plfunkceQvdataCivka2**]

plfunkceQvdataLeva=ListPlot[**QvdataCuLeva**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

plfunkceQvdataLeva2=Plot[**funkceQvdataLeva**,{T,20,600},AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

Show[**plfunkceQvdataLeva**,**plfunkceQvdataLeva2**]

plfunkceQvdataAl=ListPlot[**QvdataAl**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

plfunkceQvdataAl2=Plot[**funkceQvdataAl**,{T,20,600},AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

Show[**plfunkceQvdataAl**,**plfunkceQvdataAl2**]

plfunkceQvdataPrava=ListPlot[**QvdataCuPrava**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

plfunkceQvdataPrava2=Plot[**funkceQvdataPrava**,{T,20,600},AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

Show[**plfunkceQvdataPrava**,**plfunkceQvdataPrava2**]

ZPRŮMĚROVÁNÍ HODNOT Q_v PRAVÉ A LEVÉ ČÁSTI

QvdataCu={{20,205844500},{70,206675000},{120,207651000},{170,208791000},{220,210093000},{270,211525500},{320,213121500},{370,214799500},{420,216510000},{470,218172500},{520,219688000},{570,220943500}}

funkceQvdataCu=Fit[**QvdataCu**,{1,T,T²},T]

plfunkceQvdataCu=ListPlot[**QvdataCu**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

plfunkceQvdataCu2=Plot[**funkceQvdataCu**,{T,20,600},AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}];

Show[**plfunkceQvdataCu**,**plfunkceQvdataCu2**]

VÝPOČET A GRAFICKÉ ZPRACOVÁNÍ ÚČINNOSTI

QvdataAl/(QvdataAl+7*QvdataCivka+QvdataCuLeva+QvdataCuPrava)/N

ucinnost={{20,0.154*100},{70,0.161*100},{120,0.165*100},{170,0.169*100},{220,0.172*100},{270,0.172*100},{320,0.171*100},{370,0.169*100},{420,0.167*100},{470,0.164*100},{520,0.162*100},{570,0.160*100}}

plfunkceucinnost=ListPlot[**ucinnost**,AxesLabel->{"T[°C]","Q_v[W/m³]"}]