

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

---

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV MECHANIKY, BIOMECHANIKY A MECHATRONIKY

Odbor mechaniky a mechatroniky



**Diplomová práce**

**Návrh a optimalizace  
dynamického hltiče kmitů  
s více stupni volnosti**

**Praha, 2017**

**Vít Hlaváček**

## **Zadání – vložit**

- 1. Seznamte se s principy pasivních dynamických hltičů**
- 2. Připravte model rovinného manipulátoru s dynamickým hltičem**
- 3. Optimalizujte parametry dynamického hltiče**
- 4. Rozšiřte řešení na prostorovou úlohu**

## Anotační list

<b>Jméno autora:</b>	Bc. Vít Hlaváček
<b>Název diplomové práce:</b>	Návrh a optimalizace dynamického hltiče kmitů s více stupni volnosti
<b>Anglický název:</b>	Design and Optimization of a Dynamic Vibration Absorber with Multiple Degrees of Freedom
<b>Akademický rok:</b>	2016/2017
<b>Obor studia:</b>	Aplikovaná mechanika
<b>Ústav/odbor:</b>	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Odbor Mechaniky a mechatroniky
<b>Vedoucí bakalářské práce:</b>	Ing. Petr Beneš, Ph.D
<b>Bibliografické údaje:</b>	Počet stran: 77 Počet obrázků: 76 Počet příloh: 1 CD
<b>Klíčová slova:</b>	Optimalizace, návrh, pasivní dynamický hltič, kmitání, manipulátor, metoda genetických algoritmů, simplex, více stupňů volnosti
<b>Keywords:</b>	Optimization, design, passive dynamic absorber, vibration, manipulator, genetic algorithms, simplex, multiple degrees of freedom
<b>Anotace:</b>	Práce se zabývá principy optimalizace a volbou optimalizačních parametrů pasivního hltiče vibrací. Dále obsahuje rovinný a prostorový model manipulátoru, na kterém jsou principy ukázány.
<b>Abstract:</b>	This thesis deals with principles of optimization and choice if optimization parameters for a passive vibration absorber. It also contains planar and spatial model of manipulator on which the principles are demonstrated.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, dne .....

.....  
Podpis

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za ochotu, veškerý věnovaný čas, připomínky a rady, které vedly k dokončení mé práce. Za mnohdy popůlnoční snahu a úsilí při tvorbě matematického modelu děkuji Ing. Karlu Krausovi. Nakonec bych rád poděkoval všem, kteří mě při tvorbě této práce byli oporou.

## Obsah

Anotační list.....	3
Prohlášení .....	4
Obsah .....	6
Seznam obrázků.....	8
1. Úvod.....	11
2. Cíle .....	12
3. Teorie .....	13
3.1. Vibrace s jedním stupněm volnosti.....	13
3.2. Vibrace s více stupni volnosti .....	15
3.3. Torzní kmitání.....	18
3.4. Ohybové kmity .....	19
3.5. Krouživé kmity .....	21
3.5.1. Analytické řešení krouživých kmitů.....	21
3.5.2. MKP řešení rotujícího hřídele .....	23
3.6. Absorbéry v praxi .....	27
3.7. X-shape prvek .....	27
4. Teorie Optimalizace .....	29
4.1. Formulace optimalizační úlohy .....	29
4.2. Lokální a globální optimalizační přístup .....	30
4.3. Simplexová metoda.....	30
4.4. Metoda genetických algoritmů .....	34
5. Rovinná platforma.....	36
6. Optimalizační výpočet.....	37
6.1. Optimalizace GA, fminsearch.....	37
6.2. Vlastní GA algoritmus .....	38
6.2.1. Křížení .....	38
6.2.2. Mutace .....	39
6.2.3. Výpočet v01.....	40
6.2.4. Výpočet v02.....	42
6.3. Robustnost vůči změně směru buzení.....	45
6.4. Absorbér s tlumením.....	47
6.5. Identifikace platformy.....	49
6.6. Optimalizace na zatížení s proměnnou frekvencí .....	50
6.7. Návrh tlumení .....	53
6.8. Robustnost vůči změně pracovní polohy .....	55
6.9. Optimalizovatelnost v pracovních polohách.....	56
6.10. Celková optimalizace systému.....	58
7. Prostorový model .....	63
7.1. Volená prostorová konstrukce .....	63
7.2. Optimalizace 3d01 .....	65

7.3. Optimalizace 3d02 .....	69
7.4. Optimalizace v polohách .....	71
7.5. Tlumení prostorového modelu.....	72
8. Závěr.....	75
9. Literatura .....	76

## Seznam obrázků

- Obr. 1 – Mechanismus s jedním stupněm volnosti
- Obr. 2 – Mechanismus s vibračním hltičem
- Obr. 3 – Hmotný bod v rezozanci
- Obr. 4 – Antirezonance
- Obr. 5 – Systém MDOF
- Obr. 6 – 3DOF, vlastní frekvence
- Obr. 7 – Ladění na frekvenci 57.7 rad/s
- Obr. 8 – Rotační systém
- Obr. 9a – Kmity nosníku v ohybu
- Obr. 9b – Převezená soustava
- Obr. 10 – Vetknutý nosník
- Obr. 11 – Vlastní frekvence systému kmitajícího v ohybu
- Obr. 12 – Systém naladěný na první rezonanci.
- Obr. 13 – Model krouživého kmitání
- Obr. 14 – Průhyb pro krouživé kmity
- Obr. 15 – Model hřídele
- Obr. 16 – Model hřídele pomocí MKP
- Obr. 17 – Hodnoty amplitudy před optimalizací
- Obr. 18 – Optimalizovaný design rotačního systému
- Obr. 19 – Hodnoty amplitudy po optimalizaci
- Obr. 20– Schéma X-shape prvku
- Obr. 21 – Vývoj síly v závislosti na poloze X-shape prvku
- Obr. 22 – Pareto hranice
- Obr. 23 – Překlopení 2-simplexu
- Obr. 24 – Vyšetřovaná funkce
- Obr. 25a – Počáteční poloha Simplexu
- Obr. 25b – Postup Simplexu prostorem k lok. minimu
- Obr. 25c – Změna algoritmu na „contraction“



Obr. 25d – Zkoumání oblasti okolo minima

Obr. 26 – Změny 3-simplexu

Obr. 27 – Schéma metody genetických algoritmů

Obr. 28 – Platforma v počáteční poloze

Obr. 29 – Pokrytí oblasti první generací

Obr. 30 – Parabola pravděpodobnosti výběru ke křížení

Obr. 31 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet A

Obr. 32 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet B

Obr. 33 – Geometrie uložení po výpočtu 01A

Obr. 34 – Geometrie uložení po výpočtu 01B

Obr. 35 – Skupiny genů pro potomky

Obr. 36 – Simulace optimalizované soustavy

Obr. 37 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet 02

Obr. 38a – Rychlosti pro konfiguraci v01A, zatížení f01 až f04

Obr. 38b – Rychlosti pro konfiguraci v02, zatížení f01 až f04

Obr. 39a – Rychlosti platformy s tlumením hltiče 5 N\*s/m

Obr. 39b – Rychlosti platformy s tlumením hltiče 10 N\*s/m

Obr. 39c – Rychlosti platformy s tlumením hltiče 50 N\*s/m

Obr. 40 – Bodeho diagram platformy bez hltiče

Obr. 41 – Optimalizovaná konfigurace

Obr. 42a – Bodeho diagram optimalizované struktury bez tlumení

Obr. 42b – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 10 \text{ N*s/m}$

Obr. 42c – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 50 \text{ N*s/m}$

Obr. 42d – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 100 \text{ N*s/m}$

Obr. 43 – Bodeho diagram pro navržené tlumení

Obr. 44a – Poloha NorthEast

Obr. 44b – Poloha NorthWest

Obr. 44c – Poloha SouthWest

Obr. 44d – Poloha SouthEast

Obr. 45 – Průběh rychlostí simulace

Obr. 46 – Bodeho diagram výsledku celkové optimalizace

Obr. 47 – Geometrie výsledné konfigurace

Obr. 48a – Rozběh systému (10-130 rad/s)

Obr. 48b – Pracovní frekvence (130-160 rad/s)

Obr. 49a – Prostorový model

Obr. 49b – detail prostorového hltiče

Obr. 50 – Průběhy souřadnic během simulace

Obr. 51 – Průběhy rychlostí během simulace

Obr. 52a – Průběhy rychlostí 3d01 A1

Obr. 52b – Průběhy rychlostí 3d01 A2

Obr. 52c – Průběhy rychlostí 3d01 B1

Obr. 52d – Průběhy rychlostí 3d01 B2

Obr. 53a – Průběhy rychlostí 3d02 B1

Obr. 53b – Průběhy rychlostí 3d02 B2

Obr. 54a – Poloha A

Obr. 54b – Poloha B

Obr. 54c – Poloha C

Obr. 54d – Poloha D

## 1. Úvod

Vibrace struktur jsou všudypřítomným problémem pohybujících se mechanismů i statických konstrukcí, neboť v reálném světě se vždy vyskytuje v čase proměnné silové či kinematické buzení. Vibrace mechanismů způsobují mnoho problémů jak u výrobních strojů, tak i u průmyslových manipulátorů a mnoha dalších aplikací.

V současnosti se využívá několik způsobů zmírnění vibrací. Je možné provést opatření přímo na zdroji vibrací, na cestě od zdroje k chráněné konstrukci nebo právě na chráněné konstrukci samotné. K tomuto třetímu způsobu patří vibrační hltiče. Jedná se o aktivně řízené systémy a o systémy pasivní. Právě pasivní hltiče, výhradně mechanické způsoby snížení vibrací, jsou předmětem této práce. Vibrační hltič může mít mnoho podob a provedení. V této práci budou uvedeny základní principy a fungování některých druhů hltičů.

Pasivní hltiče jsou vždy konstruovány pro jeden konkrétní vibrační mód, a tedy pro omezený frekvenční rozsah. Koncové tlumiče výfukových systému aut jsou dobrý příkladem. Jejich prvotní návrh je proveden za účelem snížení akustických vibrací za vysokých frekvencí. Z tohoto požadavku vychází celková hmotnost a provedení tlumiče. Celý výfukový systém je ale buzen nejen za vysokých frekvencí od motoru, ale také v širokém pásmu nižších frekvencí za běžné jízdy. Právě uložení celého systému včetně tlumičů je možno ladit pro změnu vlastních frekvencí celého výfuku. Držáky výfuku se mohou nacházet přímo na tlumiči nebo v jeho blízkosti. V tomto případě je tedy hmotnost dána, ale je možno volit jednotlivé tuhosti, počet a přesnou polohu držáků výfuku.

Oproti tomu je možno uvést dynamický hltič vibrací vysokých budov. Tento hltič se zpravidla nachází v horní části budovy, kde má nevyšší účinnost při své minimální hmotnosti, a má podobu velkého kyvadla, které je zavěšeno na délce odpovídající vlastní frekvenci budovy v jednotkách Hz. Dále je toto kyvadlo tlumeno, což má za účel disipaci kinetické energie budovy, jež ji získala buzením větrem nebo zemětřesením. Toto zařízení má za úkol chránit samotnou budovu proti zřícení, ale především zajistit plynulé utlumení kmitání pro pohodlí obyvatel.

Tyto dva příklady ukazují, že pasivní hltiče mají mnoho podob a užití a je možno je naladit na širokou škálu aplikací.

## 2. Cíle

Cílem této práce je návrh a použití vibračních hltičů ke snížení rychlostí vibrací a změny rezonančních frekvencí pohyblivého mechanismu mimo zvolený pracovní interval.

Na daném mechanismu budou použity základní principy a provedena optimalizace vibračního chování. Výsledky budou demonstrovány na virtuálním linearizovaném a nelinearizovaném modelu.

Díličí cíle lze formulovat do jednotlivých bodů:

1. Shrnutí teorie vibrací a její matematický popis
2. Uvedení základních principů optimalizace a demonstrace na jednoduchých příkladech
3. Sestavení matematického modelu rovinné konstrukce v programu MATLAB a její identifikace
4. Optimalizačního naladění daných mechanických a geometrických parametrů na zvolené konstrukci
5. Ověření robustnosti optimalizované konstrukce s jiným buzením a v dalších pracovních polohách
6. Návrh tlumení
7. Celkový optimalizační výpočet dle nalezených principů
8. Použití získaných optimalizačních principů na prostorovém modelu platformy s přidaným hltičem a předepsanou geometrií

### 3. Teorie

V této kapitole budou vysvětleny teoretické principy vibrační struktur a jejich matematické vyjádření. Dále budou uvedeny druhy vibračních hltičů a popsány jejich vlastnosti. Poté budou popsány způsoby mechanického modelování reálných systémů

#### 3.1. Vibrace s jedním stupněm volnosti

Pro zjednodušení si představme systém s jedním stupněm volnosti (Obr. 1). Hmotný bod hmotnosti  $m_1$  na pružině o tuhosti  $k_1$  a tlumení  $b_1$ . Na hmotný bod působí harmonická budící síla  $f(t)$  jako funkce času. Pohyb hmotného bodu lze popsat pohybovou rovnicí

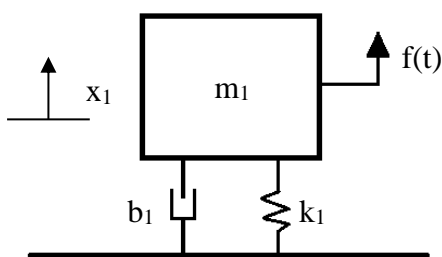
$$m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = f(t) \quad 1$$

Charakteristická rovnice kmitavého pohybu po dosazení  $\frac{k_1}{m_1} = \Omega_0^2$ ,  $\frac{b_1}{m_1} = 2b_r \Omega_0$ , kde  $\Omega_0$  je vlastní úhlová frekvence a  $b_r$  je poměrný útlum, nabývá tvaru

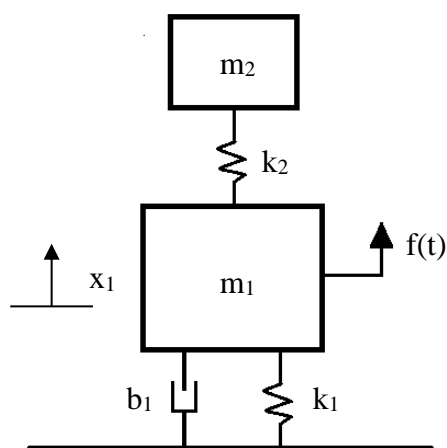
$$\ddot{x}_1 + 2b_r \Omega_0 \dot{x}_1 + \Omega_0^2 x_1 = \frac{1}{m_1} f(t) \quad 2$$

Z rovnice 2 je patrné, že rezonance systému nastane ve chvíli, kdy budící síla působí při frekvenci  $\omega = \Omega_0$ . Není-li systém tlumen, tedy  $b_1 = 0$ , amplituda vynucených kmitů roste k nekonečnu (Obr. 3).

Tomuto jevu lze zabránit přidáním vibračního hltiče v podobě dalšího hmotného bodu  $m_2$  na pružině o tuhosti  $k_2$  (Obr. 2). Naladění parametrů hltiče vychází z rovnice  $\Omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ . Souřadnice  $x$  je měřena od statické rovnovážné polohy.



Obr. 1 – Mechanismus s jedním stupněm volnosti

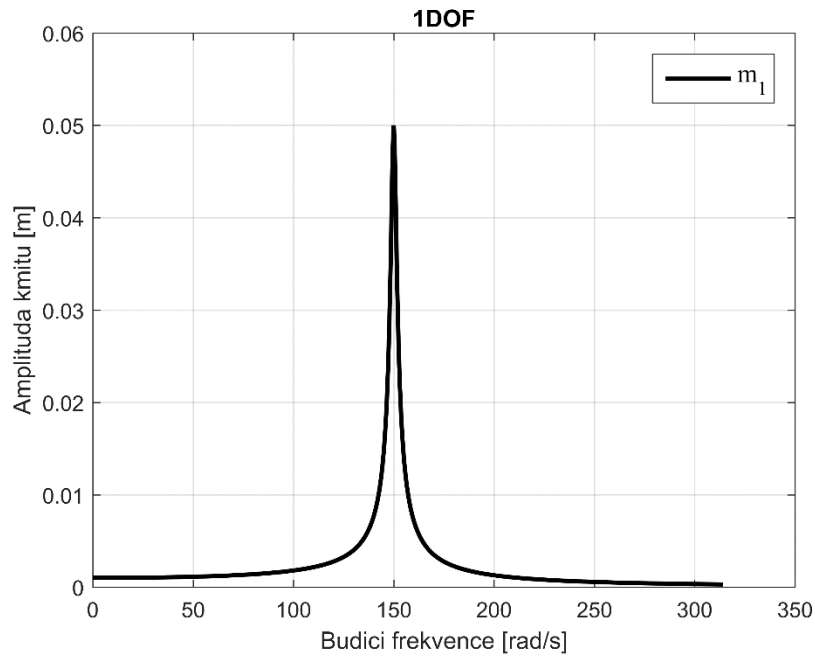


Obr. 2 – Mechanismus s vibračním hltičem

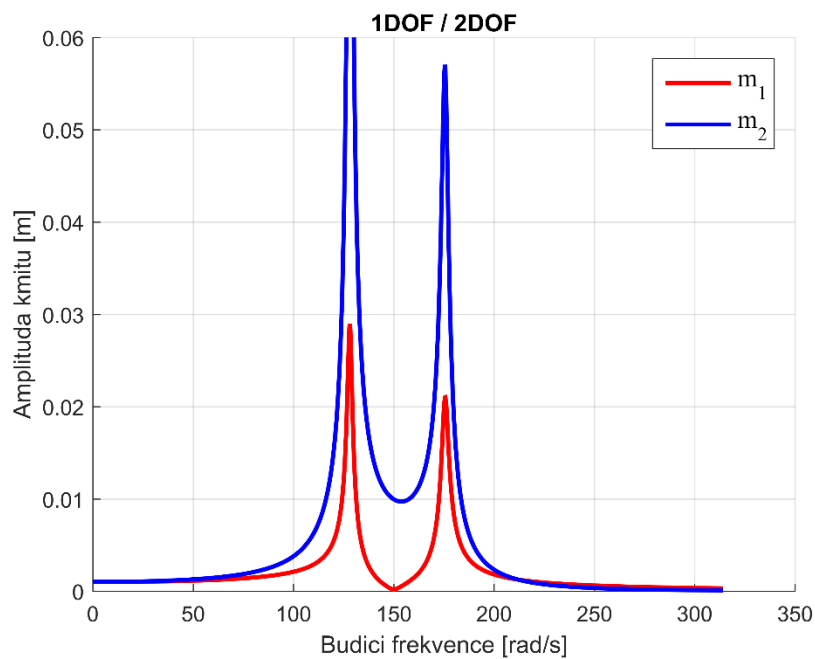
Z grafu (Obr. 4) je patrné, že amplituda hmotného bodu 1 je nulová ve frekvenci původní rezonance, bod je v klidu, nastala tzv. antirezonance. Je vidět, že hmotný bod 2 se nyní pohybuje s konečnou amplitudou při stejné frekvenci. Pro grafy byly voleny hodnoty dle Tab. 1

$m_1$	$m_2$	$k_1$	$k_2$	$\Omega_0$	$\omega_a$	$\omega_b$	$b_r$
100 kg	10 kg	2,25e6 N/m	2,25e5 N/m	150 rad/s	128 rad/s	176 rad/s	1 %

Tab. 1 – Hodnoty pro příklad naladění 1DOF systému.



Obr. 3 – Hmotný bod v rezonanci



Obr. 4 – Antirezonance

Po přidání druhého hmotného bodu má systému dvě nové rezonanční frekvence  $\omega_a$  a  $\omega_b$ . Tento způsob ladění je tedy vhodný, pokud se pracovní frekvence systému pohybuje v úzkém pásu v okolí rezonance. Doporučeného hodnoty koeficientu  $r = \frac{\omega}{\Omega_0}$  jsou v rozmezí 0,908 až 1,118 [12], při hodnotě  $r$  mimo tento interval hrozí přiblížení k nové rezonanční frekvenci. To může být problematické při spouštění a zastavení systému.

Dále je doporučeno ladit parametry hltiče při naladění  $\beta = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$ , kde  $\omega_1$  je rezonance původního systému  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$  a  $\omega_2$  je rezonance samotného hltiče  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ .

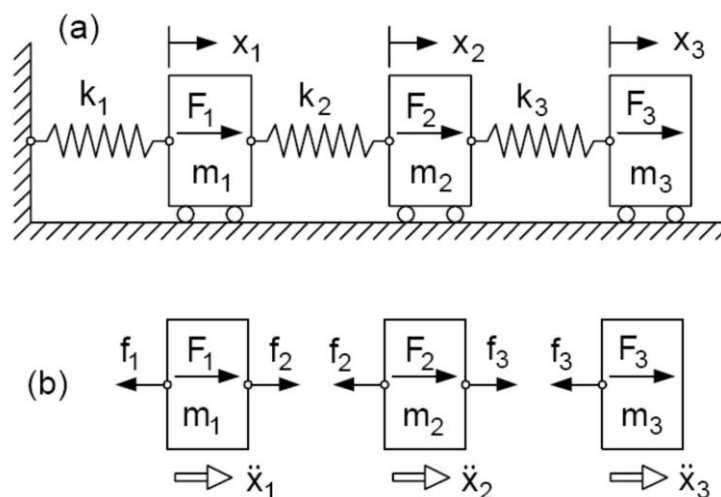
Dále je definován  $\mu = \frac{m_2}{m_1} \in (0,05; 0,25)$  jako parametr hmotnosti hltiče a  $\omega_{prac} \in (0,908 \Omega_0; 1,118 \Omega_0)$  jako pracovní frekvence systému s hltičem [1].

Na Obr. 3 je rezonanční frekvence  $\Omega_0 = 150,0 \text{ rad/s}$ , zatímco na Obr. 4 jsou rezonanční frekvence  $\omega_a = 128,1$  a  $\omega_b = 175,6 \text{ rad/s}$ . Obě uvedené frekvence jsou v dostatečné vzdálenosti od pracovní antirezonanční frekvence.

V reálných systémech se vždy vyskytuje určitá forma tlumení. Nemusejí to být vždy přímo tlumiče, samotný materiál má vždy určitý útlumový efekt. Toto strukturální tlumení (Tab. 1) bylo použito pro přehlednější vykreslení grafů.

### 3.2. Vibrace s více stupni volnosti

Skutečné systémy jsou zpravidla složitější. Při jejich popisu se často užívá diskretizace na hmotné a dokonale tuhé součásti spojené pružnými vazbami. Takový systém se dá dobře matematicky zapsat v maticové podobě a vede na systém s více stupni volnosti (MDOF). Na Obr. 5a je uveden systém  $i$  hmot  $m_i$  spojený pružinami s tuhostmi  $k_i$  a kmitající jedním směrem v ose  $x$ .



Obr. 5 – Systém MDOF [3]

System je uvolněn (Obr. 5b) a lze pro něj psát pohybové rovnice. Rovnice 3 popisuje pohyb hmoty 1.

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = f_1(t) \quad 3$$

Rovnice 4 popisuje pohyb i-té hmoty systému. Vyjděme z předpokladu, že  $x_i < x_{i+1}$ .

$$m_i \ddot{x}_i + k_i x_{i-1} + (k_i + k_{i+1}) x_i - k_{i+1} x_{i+1} = f_i(t) \quad 4$$

Rovnice pro můžeme přepsat maticově

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad 5$$

V rovnici 5 je uveden tvar pro soustavu se třemi hmotnými body (3DOF), aby byly vidět vlastnosti matic. Matice hmotnosti  $\mathbf{M}$  je tomto případě diagonální a umožňuje tedy tzv. modální řešení. Matice tuhosti  $\mathbf{K}$  je symetrická pásová. Vektor  $\mathbf{x}$  je vektor posuvu jednotlivých hmotných bodů. Tečka nad symbolem značí derivaci podle času,  $\ddot{\mathbf{x}}$  je tedy vektor zrychlení.

Zkrácený zápis ukazuje rovnice 6.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad 6$$

Z tohoto tvaru lze vypočítat vlastní frekvence nebuzeého systému pomocí modální analýzy (Rce. 7).

$$|\mathbf{K} - \Omega_i^2 \mathbf{M}| = 0 \quad 7$$

System 3DOF (Tab. 2) byl modelován a řešen modální analýzou (Obr. 5). Z obr. 6 je vidět, že všechny tři hmoty mají společné rezonanční frekvence  $\omega_r = [54,7 \ 114 \ 160] \text{ rad/s}$ .

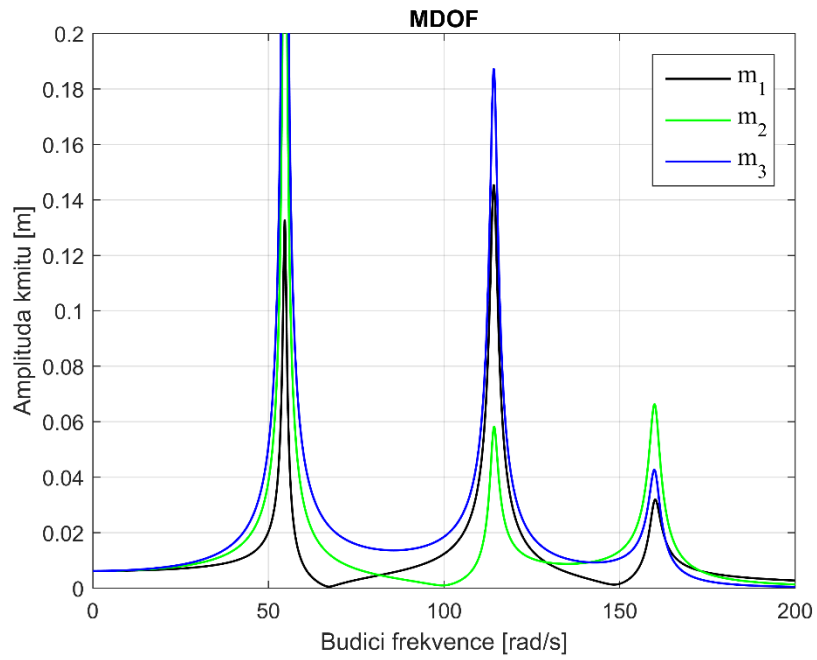
Při použití stejného principu odstraněním rezonanční frekvence a jejím nahrazením antirezonancí můžeme naladit čtvrtou přidanou hmotu  $m_4$  a její spojující tuhost  $k_4$ . K ladění jsou použity dva parametry a je proto nutné je volit úměrně zbytku systému. K tomu lze použít přibližně parametry z kapitoly 2.1.

Na Obr. 7 je použita jedna zvolená dvojice  $m_4$  a  $k_4$  naladěná na frekvenci  $\omega_{r1} = 54,7 \text{ rad/s}$ . Je vidět, že všechny původní hmoty jsou téměř v antirezonanci a hltič  $m_4$  se pohybuje s konečnou amplitudou. Podle očekávání tento princip utlumení vibrací funguje. Dvě nové rezonanční frekvence jsou ovšem velice blízko volené rezonanční frekvence. V příkladu byla vždy silově buzena hmota  $m_1$ .

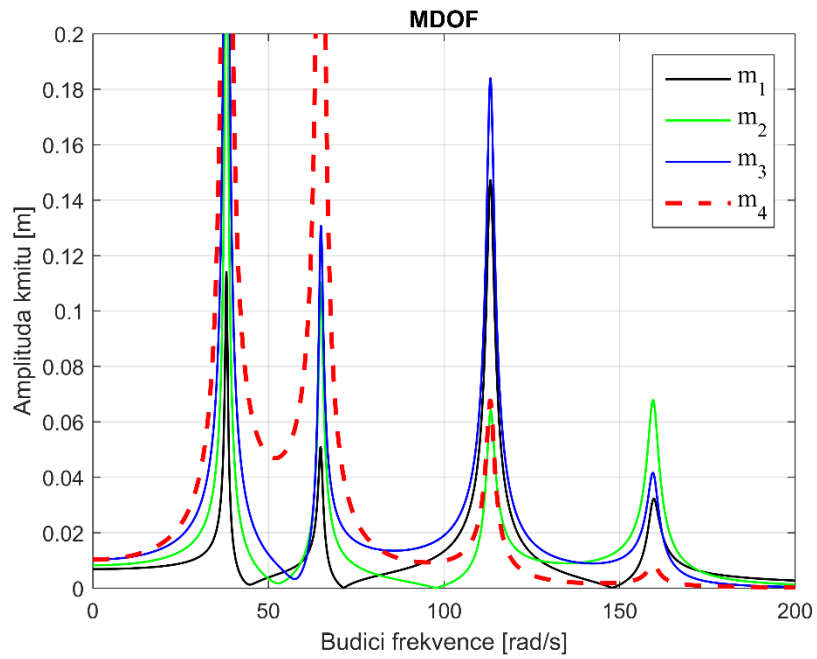


$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_a$	$b_s$
40 kg	20 kg	13,3 kg	4 kg	4e5 N/m	2e5 N/m	1,07e5 N/m	1,3e4 N/m	1 %

Tab. 2 – Hodnoty pro příklad MDOF



Obr. 6 – 3DOF, vlastní frekvence

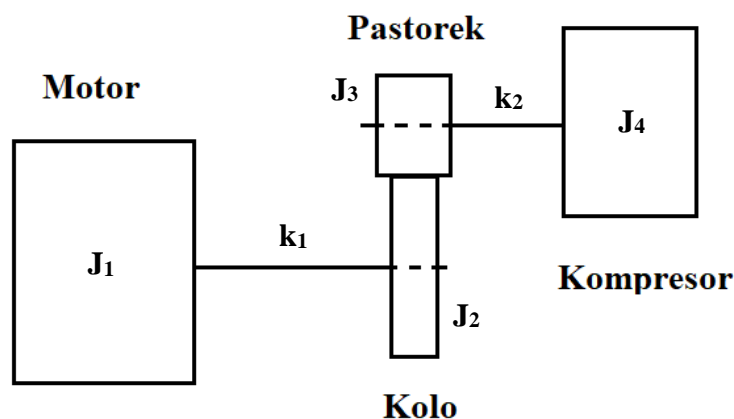


Obr. 7 – Ladění na frekvenci 54.7 rad/s

V celém příkladu byly pružiny považovány za ideálně lineární a 1% strukturální tlumení.

### 3.3. Torzní kmitání

Tato kapitola pojednává o torzních kmitech. Ty jsou způsobeny krutem hřídele a relativním natočením systému. Setrvačný účinek nemá na svědomí hmotnost  $m$  [kg], ale moment setrvačnosti (inercia) značený zpravidla  $I$  nebo  $J$  [kgm<sup>2</sup>] odpovídající přímo úměrně hmotnosti a její vzdálenosti od osy rotace přímo úměrně s druhou mocninou  $J = \int_M r^2 dm$ . Dle obrázku 8 je možno psát pohybové rovnice 8. Systém lze zjednodušit a místo individuálního řešení momentů  $J_2$  a  $J_3$  je lze spojit přes převod s koeficientem  $n$ . Toto je možné provést za předpokladu, že je převod bez vůlí a trvale spojený. Hřídele jsou v tomto modelu považovány za nehmotné a mají pouze funkci pružin o tuhosti  $k$  [N/rad].



Obr. 8 – Rotační systém

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + J_3 n^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_4 n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 n^2 & -k_2 n^2 \\ 0 & -k_2 n^2 & k_2 n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad 8$$

V rovnici 8 jsou  $J_i$  jednotlivé momenty setrvačnosti,  $k_i$  jsou torzní tuhosti a  $q_i$  jsou souřadnice natočení a  $f_i(t)$  případná momentová buzení působící na jednotlivé rotační prvky.

Torzní tuhost  $k_t$  lze vyjádřit jakou součin polárního momentu průřezu  $I_p$  a Youngova modulu pružnosti ve smyku  $G$ .

$$k_t = G I_p \quad 9$$

kde pro kruhový průřez  $I_p = \pi \frac{d^4}{32}$

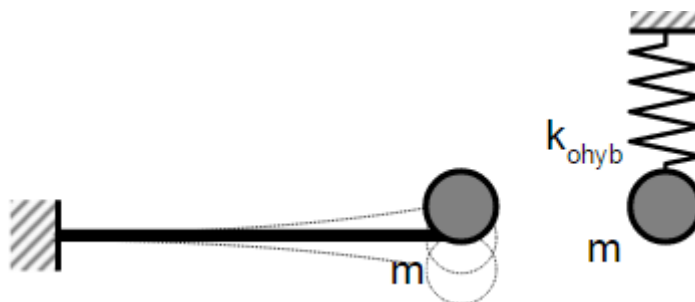
V příkladu nebyla uvažována změna průřezu v krutu a tedy tuhost  $k_t$  byla považována za konstantní.

Je vidět, že systém rovnic je tvarově stejný jako pro lineární kmity a má tedy obdobné řešení v oblasti vlastních frekvencí a vynucených kmitů. Dá se i podobně ladit v použití přidané hmotnosti, resp. momentu setrvačnosti.

### 3.4. Ohybové kmity

V konstrukcích mohou nastat rovněž kmity ohybové, o nichž pojednává tato kapitola.

Pružným členem nemusí být vždy pružina, ale jakýkoli deformovatelný objekt. Při zanedbání hmotnosti tohoto objektu, v tomto případě ohýbaného nosníku (Obr. 9a), lze takový systém opět převést na kmitání hmotného bodu na lineární pružině (Obr. 9b). Veškeré vztahy pak platí beze změny jako v předchozích kapitolách.



Obr. 9a – Kmity nosníku v ohybu      Obr. 9b – Převedená soustava [4]

Tuhost nosníku v ohybu  $k_{ohyb}$  pro nosník na jednom konci vetknutý a na druhém volný lze vyjádřit vztahem

$$k_{ohyb} = \frac{3EJ}{L^3} \quad 10$$

Kde  $L$  je délka nosníku,  $E$  Youngův modul pružnosti a  $J$  průřezový moment setrvačnosti.

Pohybovou rovnicí soustavy lze opět psát ve tvaru rovnice 6. V mnoha případech ale nelze nosník považovat za vetknutý. Existuje mnoho způsobů modelování uložení nosníku. Pro základní typy uložení byla z rovnice průhybové čáry odvozena tabulka tzv. příčinkových činitelů, ze které je možno učit tuhost nosníku.

Pro matici příčinkových činitelů  $P$  platí  $P^{-1} = K$ . Lze tedy soustavu popsat

$$PM\ddot{x} + x = PF(t) \quad 11$$

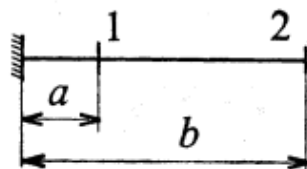
Následně je možné vyšetřit vlastní frekvence systému ze vztahu

$$|E - \Omega_i^2 PM| = 0 \quad 12$$

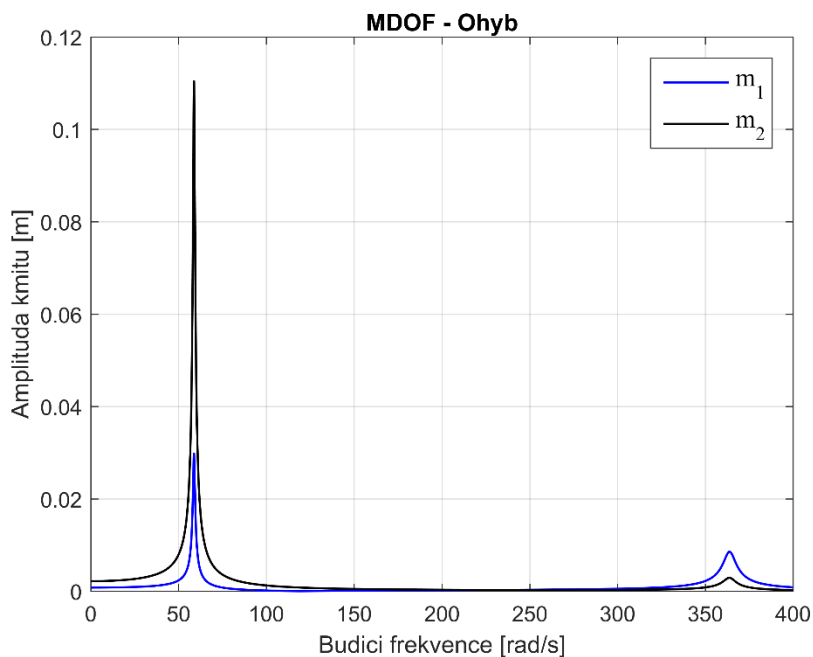
Pro systém se dvěma hmotnými body byly vyšetřeny vlastní frekvence (Obr. 11). Byly voleny hodnoty dle Tab. 3, Obr. 10, kde nosník byl z oceli o modulu  $E$  a průměru  $d$ . Ukázalo se, že systém je v rezonanci při frekvencích 58,8 a 364  $rad/s$ . To je vidět i na grafu na Obr. 11.

$m_1$	$m_2$	$d$	$a$	$b$	$E$
100 kg	80 kg	50 mm	0,5 m	1,1 m	2,1e5 MPa

Tab. 3 – Hodnoty pro ohybové kmity



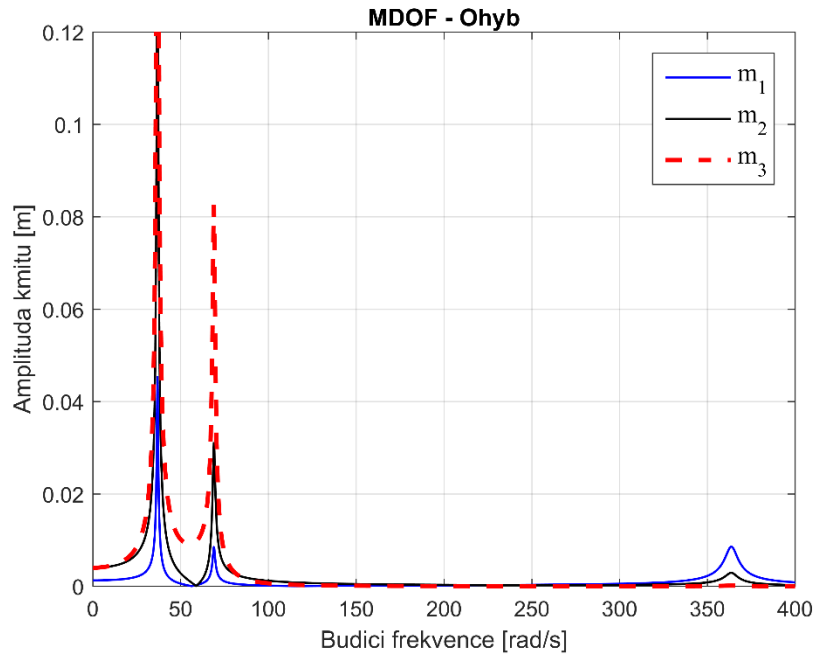
Obr. 10 – Vetknutý nosník



Obr. 11 – Vlastní frekvence systému kmitajícího v ohybu

Byl použit stejný princip při odstranění nežádoucí frekvence  $58,8 \text{ rad/s}$ . Pokud uvažujeme přidání hltiče na jeho volný konec jako pokračování stejného nosníku, hledáme jeho tuhost jako funkci délky. Byly hledány hodnoty hmotnosti  $m_3$ , která byla zvolena  $20 \text{ kg}$ , a tuhosti zbytku nosníku. Pro zvolenou hmotnost  $20 \text{ kg}$  by musel být tento hmotný bod umístěn přibližně ve vzdálenosti  $2 \text{ m}$  od vetknutí. Nové rezonance systému nastanou při frekvencích  $36,8$ ,  $69,0$  a  $363,8 \text{ rad/s}$  (Obr. 12).

Na Obr. 12 je patrné, že dvě nové rezonanční frekvence jsou blízko eliminované rezonanční hodnoty a jejich amplitudy jsou výrazně vyšší, než je tomu u frekvence třetí.



Obr. 12 – Systém naladěný na první rezonanci.

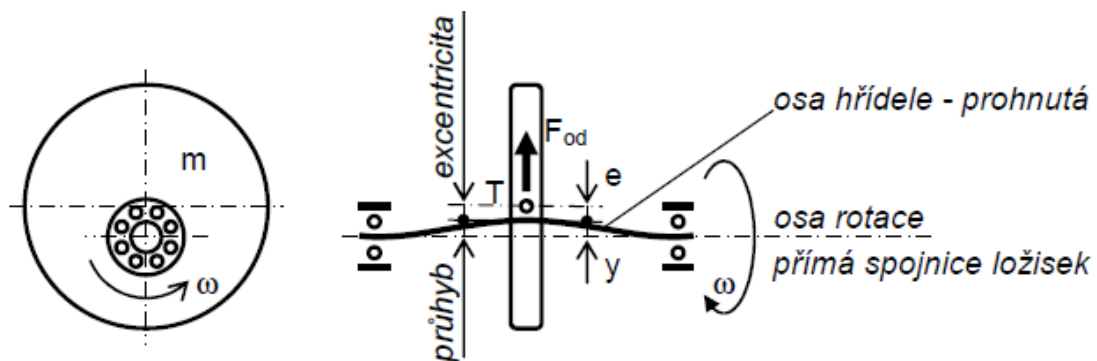
### 3.5. Krouživé kmity

Tato kapitola se zabývá krouživými kmity. Tento jev se vyskytuje u rotujících systémů s nevyvážením nebo vnější normálovou silou a je mnohdy problematictější než kmitání torzní nebo lineární. Způsobuje totiž proměnnou polohu rotoru ve směrech kolmých na osu rotace. Problém se projevuje především u rychle rotujících hřídelí.

V této kapitole bude ukázán analytický popis problému krouživých kmitů a dále možnost snížení amplitudy kmitu změnou provedení konstrukce systému.

#### 3.5.1. Analytické řešení krouživých kmitů

Krouživě kmitající hřídel je namáhán zpravidla v krutu, čímž přenáší žádaný výkon, a v nežádoucím ohybu. Střih bude v této kapitole zanedbán. Ohybové namáhání je způsobeno buďto nevyvážením, těžištěm rotoru mimo osu otáčení, (Obr. 13) a tím odstředivou normálovou silou  $F(y, \omega)$  (Rce. 13), nebo vnější normálovou silou  $F_n$ .



Obr. 13 – Model krouživého kmitání

$$F(y, \omega) = mr\omega^2 \quad 13$$

V rovnici 13 je  $r$  okamžitá vzdálenost těžiště od osy rotace, tedy  $r = e + y$ , kde  $y$  je okamžitý průhyb a  $e$  je počáteční excentricita. Pro výpočet průhybu je možno systém zjednodušit na ohybové kmitání a následně na kmitání lineární s časově proměnnou zatěžovací silou.

Při konstantní úhlové rychlosti  $\omega$  se ustálí i velikost průhybu  $y$ . Tuhost nosníku považujeme za konstantní  $k_0$  a zanedbejme i jeho hmotnost. Průhyb lze vyjádřit rovnicí 14.

$$y = \frac{em\omega^2}{k_0 - m\omega^2} \quad 14$$

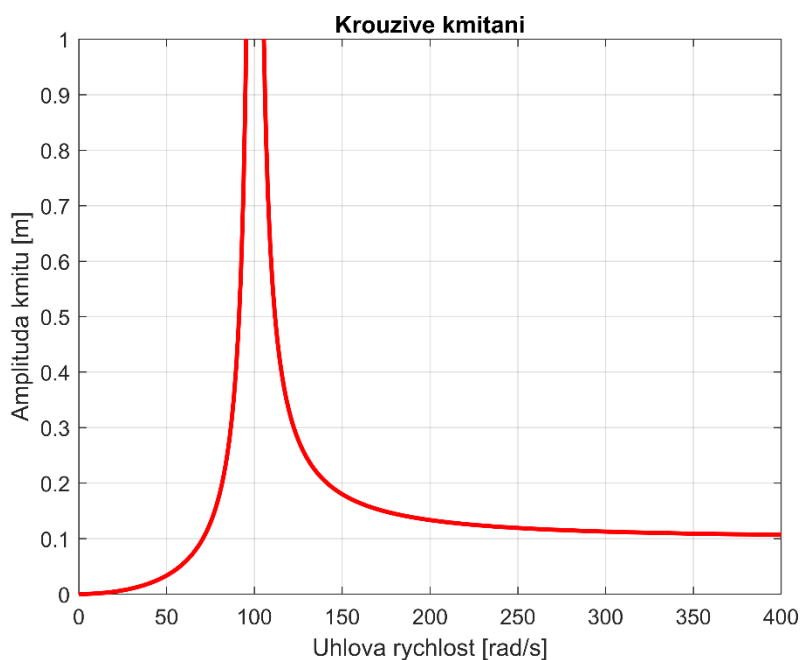
Pro rezonanční frekvenci ve tvaru  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}$  dostaneme výraz pro průhyb ve tvaru rovnice 15

$$y = \frac{e\omega^2}{\Omega_0^2 - \omega^2} \quad 15$$

Při buzení na rezonanční frekvenci roste průhyb pro netlumený systém k nekonečnu. To nastává pro činitel naladění  $\eta = \frac{\omega}{\Omega_0} = 1$  [7] (Obr. 14). V příkladu byly použity hodnoty dle Tab. 4.

m	e	$k_0$	$\Omega_0$
10 kg	0,1 m	1e5 N/m	100 rad/s

Tab. 4 – Hodnoty pro krouživé kmitání



Obr. 14 – Průhyb pro krouživé kmity

Ve skutečnosti se ale směr průhybu mění v závislosti na otáčkách, Průhybová křivka je konstantní, tedy bod na horní straně nosníku je namáhán stále tahem, zatímco bod na spodní straně je namáhán tlakem při modelu ohybových kmitů [6], [15].

Pro vysoké otáčky se průhyb  $y$  ustálí přibližně na hodnotě excentricity  $e$  (Obr. 14). Pokud je tedy rezonanční frekvence výrazně nižší než provozní otáčky, lze systém bez problémů provozovat za předpokladu, že start a doběh systému budou rychlé a rezonanční oblast rychle překonána.

### 3.5.2. MKP řešení rotujícího hřídele

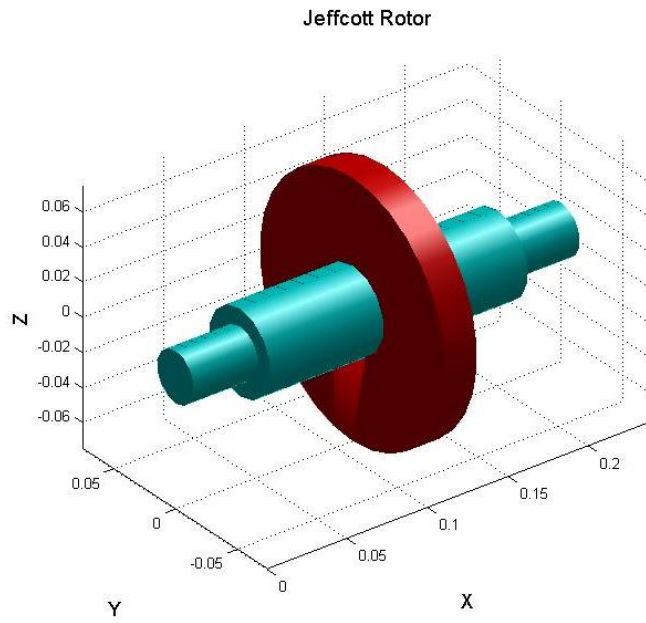
Analytický přímý přístup není jedinou možností řešení mechanických úloh. Metoda konečných prvků (MKP nebo FEM) je dnes nejrozšířenějším způsobem výpočtu. To je především z důvodu řešení složitějších konstrukcí, na které již nelze analytický přístup bez velkého zjednodušení konstrukce aplikovat, nebo by bylo jeho matematické vyjádření příliš složité. S rozvojem výpočetní techniky mizí problém řešení velkého množství rovnic v přijatelném čase a přesnost modelů MKP je velice dobrá.

V této kapitole je řešen rotující hřídel s nevyváženým diskem uložený na obou koncích v ložiscích (Obr.15). Model je tvořen hmotným hřídelem o průměru  $D_1$  v místě uložení a průměru  $D_2$  pod diskem. Hřídel má konstantní materiálové charakteristiky modulu pružnosti  $E$ , hustoty  $\rho$  a modulu  $\mu$ .

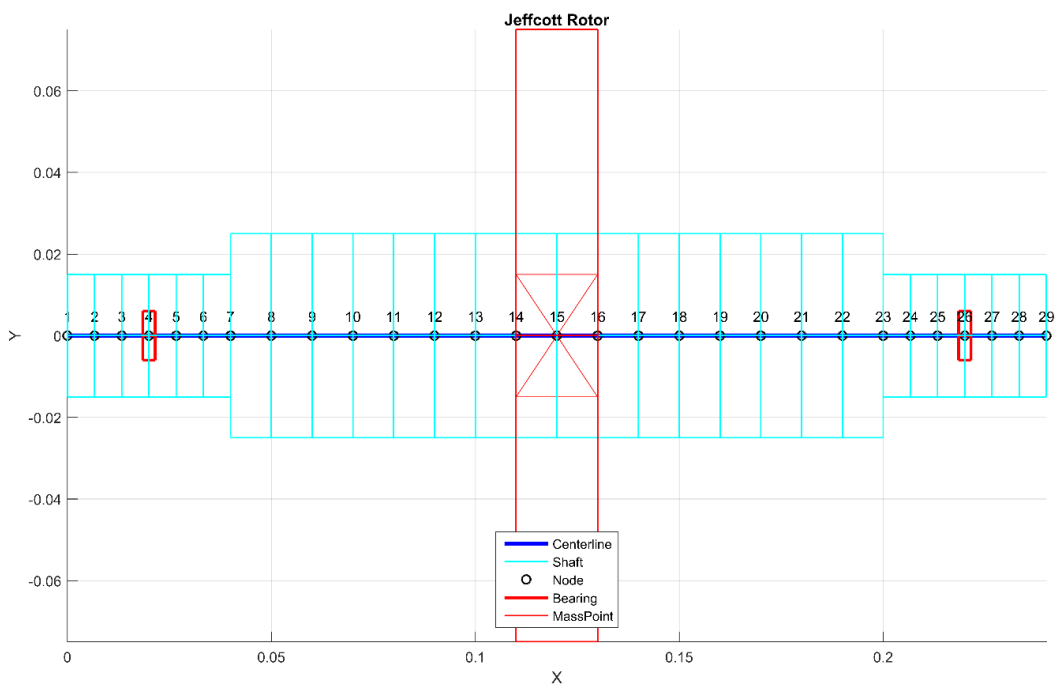
Model je rozdělen na nosníkové prvky (beam) spojené uzly v ose hřídele (Obr.16). Ložiska jsou uložena na čtvrtém a dvacátém šestém uzlu a střední část hřídele je tvořena šestnácti prvky. Počáteční hodnoty pro výpočet jsou uvedeny v Tab. 4, kde *MassNode* je číslo uzlu, na kterém je umístěn disk o hmotnosti  $M_{disk}$ ,  $m_{unb}$  je hmotnost nevyvážku vzdáleného o hodnotu  $e$  od osy rotace a umístěného na stejném uzlu jako disk. Tuhost ložisek ve všech směrech je konstantní o hodnotě  $K_{lož}$ .

E	$\mu$	$\rho$	$M_{disk}$	D1	D2	Mass Node	e	$m_{unb}$	$K_{lož}$
2e11 Pa	0,28	7800 kg/m <sup>3</sup>	15 kg	0,03 m	0,05 m	15	0,006 m	7,96e-2 kg	5e5 N/m

Tab. 4 – Hodnoty pro MKP řešení

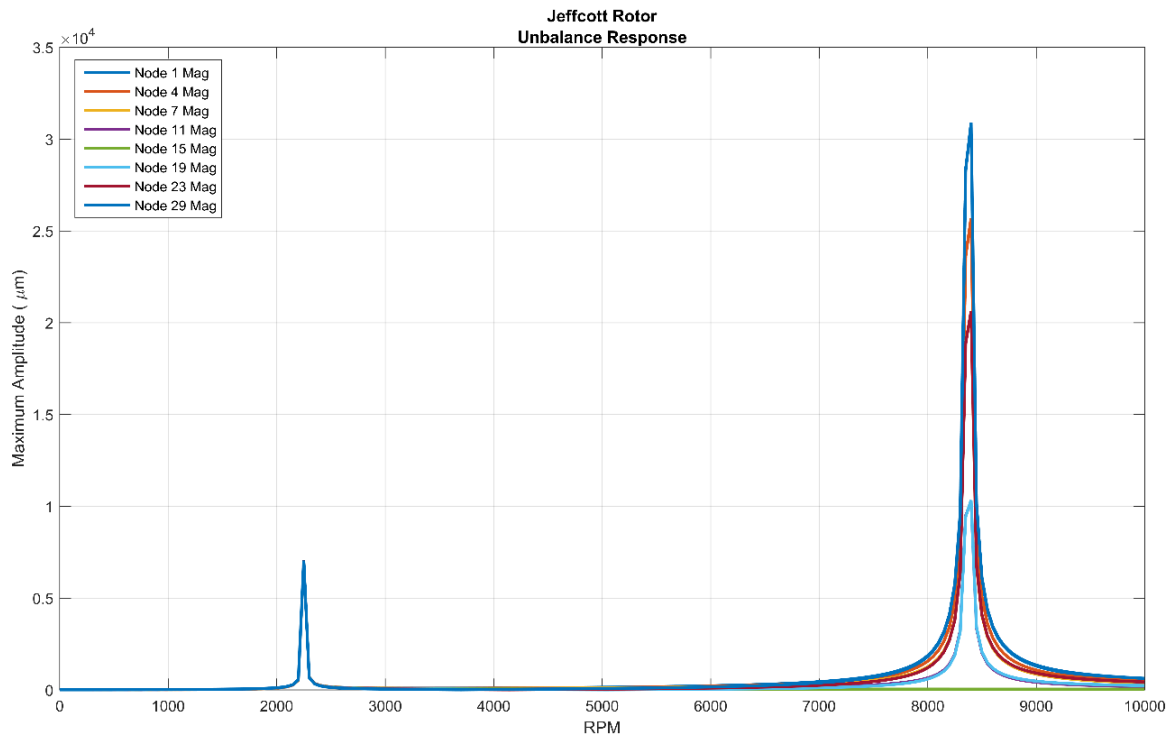


Obr. 15 – Model hřídele



Obr. 16 – Model hřídele pomocí MKP





Obr. 17 – Hodnoty amplitudy před optimalizací

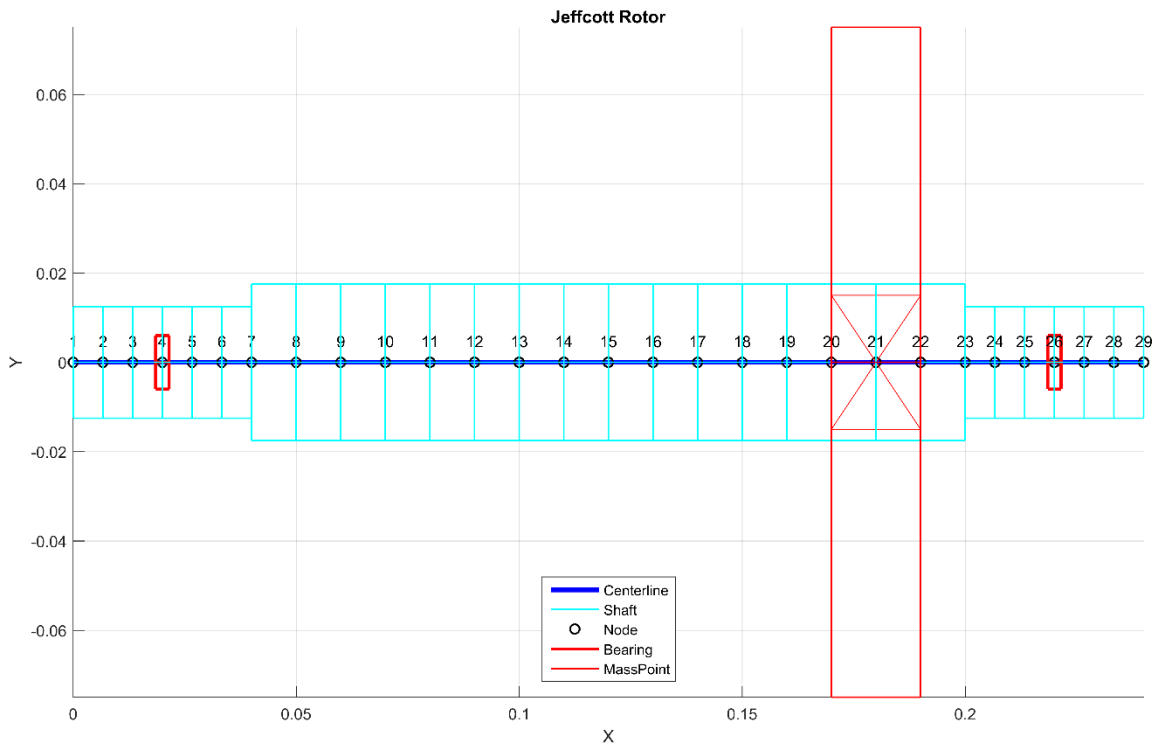
Ke snížení vibrací lze použít i jiné přístupy než pouze přidání hltičů. I změna designu konstrukce, teda geometrie, může pomoci snížit amplitudu vibrací.

V tomto případě byla použita simplexová optimalizační metoda, což je lokální metoda hledající minimum cílové funkce, reprezentována funkcí *fminsearch* v programu MATLAB 2015b. Detailnějším popisem optimalizačních postupů bude pojednávat kapitola 4. Cílová funkce byla zaměřena na snížení hmotnosti celého systému a snížení maximální amplitudy vibrací v uzlech (Rce. 16), kde  $CF_1$  značí hmotnost celého systému,  $CF_2$  součet maximálních hodnot amplitud volených uzlů a  $K_i$  jsou penalizační koeficienty nabývající vysoké hodnoty, pokud se hodnoty CF nacházejí mimo dovolený interval.

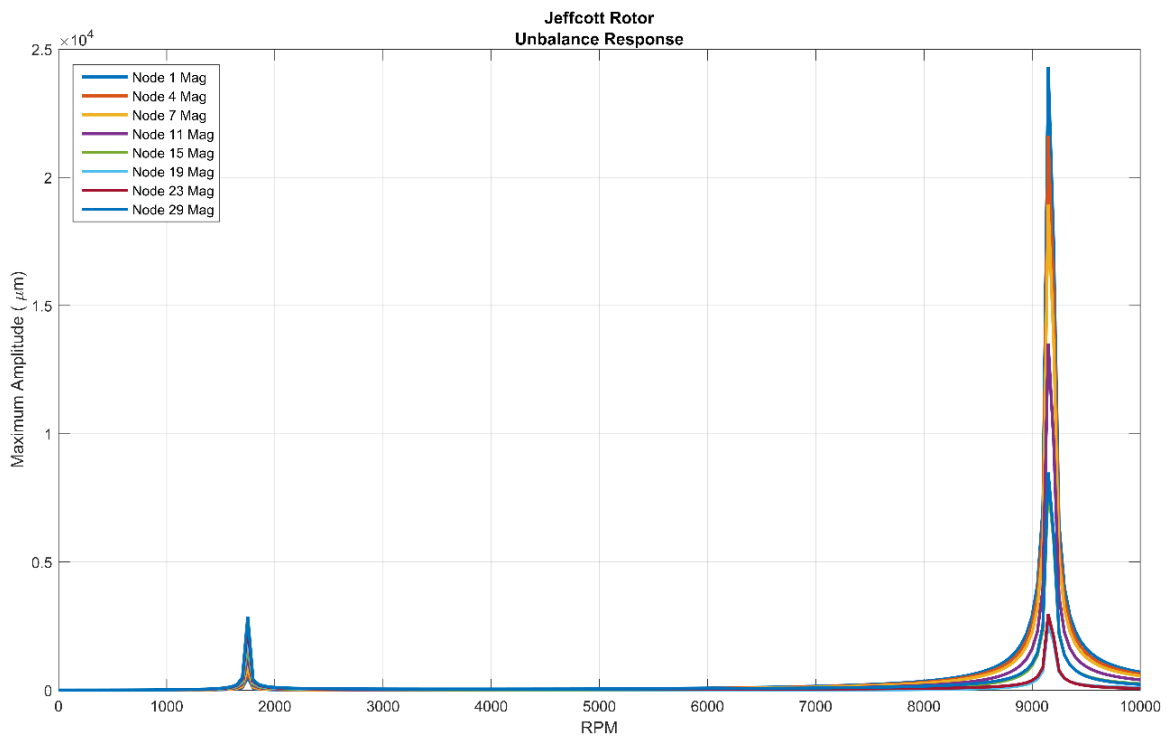
$$CF = K_3 * (K_1 * CF_1 + K_2 * CF_2) \quad 16$$

Požadavky nízké hmotnosti a malé amplitudy kmitů jdou do značné míry proti sobě, protože nižší hmotnost hřídele znamená i nižší tuhost, a tedy i vyšší amplitudu vibrací. Proměnné koeficienty, jejichž optimální hodnota byla hledána, byly průměry  $D_1$  a  $D_2$  a poloha disku s nevyvážkem na jednotlivých uzlech *MassNode*. Dále byly aplikovány další podmínky pro minimální velikost průměrů a polohu disku mezi ložisky.

Po dokončení iteračního procesu se ukázalo nejvýhodnější použít minimální dovolené hodnoty průměrů  $D_1 = 0.025 \text{ m}$  a  $D_2 = 0.035 \text{ m}$ . Toto řešení sníží hmotnost, ale zároveň nesníží příliš tuhost hřídele. Na hodnotu amplitudy vibrací měla více vliv poloha nevyváženého disku. Jako optimální se ukázala poloha v blízkosti ložiska na uzlu 21 (Obr. 18).



Obr. 18 – Optimalizovaný design rotačního systému



Obr. 19 – Hodnoty amplitudy po optimalizaci

Grafy na Obr. 17 a 19 ukazují zlepšení maximální amplitudy vybraných uzlů. Grafy ale nejsou přesně vypovídající, jelikož cílová funkce byla definována jako součet maximálních amplitud všech uzlů v širokém rozsahu rychlostí, a je tedy je považovat a pouze orientační.

K výpočtu byl využit program RoBeDyn (Rotor Bearing Dynamics) vytvořený na Lappeenranta University of Technology v týmu Jussi Sopenena.

### 3.6. Absorbéry v praxi

Myšlenka naladěného dynamického hltiče připevněného na primární strukturu byla publikována a patentována již před více než sto lety [1]. Ukázala se jako efektivní řešení pro snížení vibrací výrobních strojů, budov, lodí a dalších konstrukcí při použití tak jednoduchého zařízení, jako je hmota na pružině s příslušným tlumením. Největší výhodou pasivních hltičů je to, že není třeba jim dodávat žádnou energii, naopak nežádoucí energii dissipují. Jejich nevýhodou je ale pouze úzké frekvenční pásmo užitnosti, jak bylo demonstrováno v kapitolách 3.1 a 3.2. Tento nedostatek lze omezit vhodným naladěním tlumení absorbéru nebo použitím aktivního řízení [7]. Další možností je užití skupiny 1DOF hltičů nebo naladěného MDOF hltiče. Skupina 1DOF hltičů může být naladěna, aby potlačila několik vlastních tvarů primární struktury [17] [18].

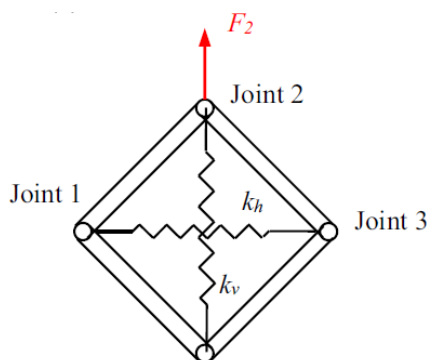
Lepších výsledků lze dosáhnout aktivním přístupem k hlčení vibrací za použití řízených prvků. Pro aktivní řízení stačí použít mechanismu, kde bude možnost jeden parametr hltiče měnit v reálném čase. Může se jednat například o kyvadlo s proměnnou délkou závěsu [19], píšť ve válci s proměnným množstvím oleje nebo piezo-aktuátor místo klasické pružiny [20].

Dále je možno použít systém se zpětnou vazbou a senzorem umístěným přímo na hltiči. Ideální hltič bez tlumení je laděn tak, aby jeho rezonanční frekvence odpovídala budící frekvenci vstupující do systému. Senzor může snímat polohu, rychlost nebo zrychlení a zvyšuje tak univerzálnost modelu. Při aktivní zpětné vazbě je ale nutné mít na paměti dopravní zpoždění a chyby měření senzoru, což může při experimentu nebo v praxi vykazovat jiné chování, než bylo simulováno na matematickém modelu [21] [22].

Z těchto myšlenek je tedy možno volit jednotlivé parametry, jež mohou být měněny za účelem získání hledaného dynamického výstupu celkového systému primární struktury a hltičů.

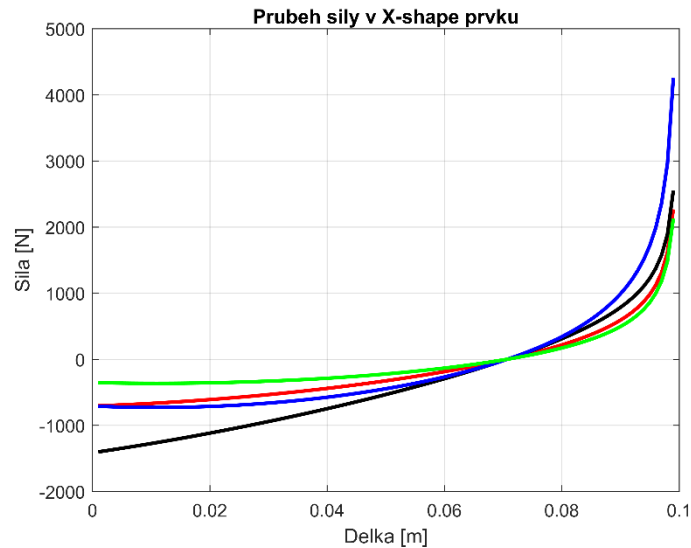
### 3.7. X-shape prvek

Jak uvádí [16], dalším způsobem připojení pasivního hltiče je jednoduchá konstrukce tuhých prutů spojených pružinami. Na Obr. 20 je schematicky ukázán způsob konstrukce.



Obr. 20– Schéma X-shape prvku

Byla ověřena nelinearita tohoto prvku. X-shape prvek byl kinematicky zatěžován v jednotlivých polohách a byla počítána výsledná síla  $F_2$  (Obr. 21) působící na rám. Úloha byla řešena v jednotlivých polohách staticky a pruty byly považovány za nehmotné, jelikož jejich celková hmotnost je zanedbatelná oproti hmotnosti zbytku soustavy, kam by byl prvek umístěn, a dokonale tuhé. Konstanty byly voleny dle Tab. 5.



Obr. 21 – Vývoj síly v závislosti na poloze X-shape prvku

	$k_V$	$k_H$	barva
1	10 000 N/m	10 000 N/m	Červená
2	20 000 N/m	10 000 N/m	Černá
3	10 000 N/m	20 000 N/m	Modrá
4	5 000 N/m	10 000 N/m	Zelená

Tab. 5 – Hodnoty pro vývoj síly v X-shape prvku

Tento prvek lze použít jako náhradu lineárních pružin. V různých případech může tento prvek vykazovat lepší výsledky v oblasti hlčení kmitů. Dále je tento prvek vhodný pro konstrukci aktivních hltičů. V této práci bude nicméně nadále pracováno v lineárními pružinami

## 4. Teorie Optimalizace

V této kapitole je vysvětlen princip optimalizace v mechanice.

Tato kapitola zkoumá možné optimalizační přístupy aplikovatelné na kmitající systémy. Dále se zaměřuje na způsoby formulování cílové funkce, volbu optimalizačních parametrů a porovnává možnosti využití lokálních a globálních optimalizačních metod.

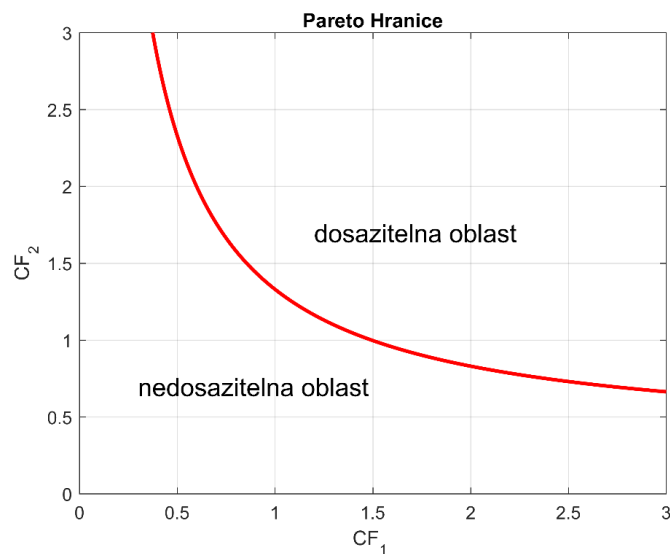
### 4.1. Formulace optimalizační úlohy

Nejprve je nutné definovat tzv. cílovou funkci (dále jen CF). Jedná se o funkci několika proměnných, optimalizačních parametrů, jejíž číselná hodnota vyjadřuje kvalitu navrženého systému. Celková cílová funkce může být i součtem (Rce. 17), kde  $K_i$  je koeficient určující váhu dané vlastnosti, nebo součinem (Rce. 18) několika dílčích CF popisujících jednotlivé vlastnosti systému. Optimalizační parametry jsou měněny tak, aby hodnota cílová funkce dosáhla požadovaného minima nebo maxima.

$$CF = \sum_i K_i * CF_i \quad 17$$

$$CF = \prod_i CF_i \quad 18$$

Požadované vlastnosti si často navzájem odporují, kdy změna jednoho parametru zlepší jednu vlastnost, hodnotu CF, ale zhorší jinou. Typickým příkladem je tuhost a hmotnost systému nebo manipulovatelnost a zástavbový prostor. Bylo ukázáno, že lze najít hranici nazývanou Pareto hranice, kterou nelze změnou parametrů překonat. Na Obr. 22 je ukázka Pareto hranice pro hledání minima dvou dílčích cílových funkcí.



Obr. 22 – Pareto hranice

Existují různé principy hledání optima CF. Základní optimalizační algoritmy při procházení prostoru optimalizačních parametrů pracují pouze s hodnotou CF. Složitější metody využívají i hodnot gradientu CF za účelem rychlejší konvergence. Největším rozdílem v optimalizačním přístupu je hledání lokálních a globálních extrémů popsané v následující kapitole.

## 4.2. Lokální a globální optimalizační přístup

V této části bude stručně popsán optimalizační přístup pomocí lokálních a globálních metod a jejich základní rozdíly a použití.

Jak již název vypovídá, lokální a globální metody se liší především oblastí, na níž jsou schopny nalézt extrém cílové funkce. Lokální používají obvykle jednodušší algoritmy vedoucí k rychlé konvergenci i pro větší počet optimalizačních parametrů a jsou náročnější na kvalitu CF. Zpravidla vyžadují její spojitost a hladkost. Dále není zaručeno, že extrém nalezený lokální metodou je skutečné hledané celkové optimum ani nejbližší extrém počátečním hodnotám optimalizačních parametrů.

Globální metody používají strategie hledání, heuristiky, na celé funkční oblasti. Tyto metody se velice liší způsobem výběru změny optimalizačních parametrů a nevyžívají gradientní postup, ale pouze vyčíslení hodnoty CF ve zvoleném bodě. Jsou tedy robustnější vůči kvalitě CF a umožňují nalézt celkově nejlepší kombinaci vstupních proměnných parametrů cílové funkce. Jednotlivé iterace jsou ale časově náročnější a není zaručena konvergence bez přidání podmínek ukončení algoritmu.

Vhodným řešením se jeví kombinace globální metody na začátku optimalizačního výpočtu pro zjištění oblasti globálního extrému a následné použití lokální metody pro nalezení optimální výsledné kombinace parametrů v tomto okolí.

## 4.3. Simplexová metoda

Simplex je  $n$ -rozměrným vyjádřením trojúhelníku v euklidovském prostoru. Pro  $k$  optimalizačních parametrů bude mít daný simplex  $k + 1$  vrcholů o  $k$  souřadnicích a konstantní délce hrany  $a$ . Rovinný simplex, trojúhelník, je zobrazen na Obr.23.

Jsou voleny počáteční podmínky, souřadnice počátečního bodu. Následně je sestrojen simplex předem volené délky hrany. To může být provedeno náhodně nebo dle určité metody. Počáteční natočení simplexu není pro výpočet rozhodující.

Každý iterační krok začíná tím, že ve všech vrcholech je vyčíslena hodnota CF. Bod s nejnepríznivější hodnotou CF je překlopen (Obr. 26a, - reflection). Je-li nyní hodnota v tomto bodě příznivější než před překlopením, je tento nový bod zachován. Není-li tomu tak, je navrácen na původní pozici a překlopen je druhý nejnepríznivější z původního výpočtu. Takto se simplex pohybuje prostorem  $k$ -parametrů. Dojde-li k situaci, že překlopení bodů již nestačí pro zlepšení hodnoty CF v žádném z nich, provede simplex smrštění (Obr. 26c – contraction) zachováváje nejpríznivější body. Tím se sníží délka hrany

$a$  a metoda může jemněji procházet prostor. Pohyb simplexu prostorem a situace před smrštěním je ukázána na Obr. 25a a 25b.

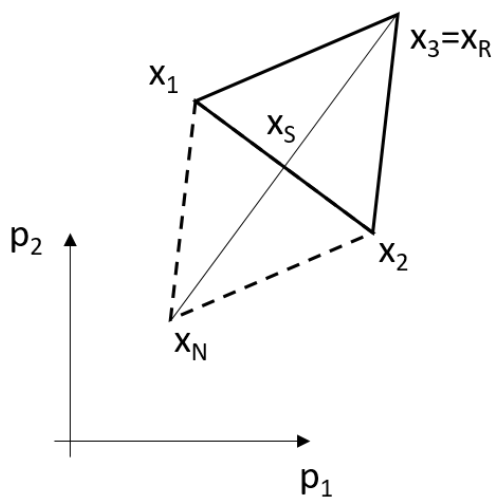
Matematické vyjádření souřadnic 2-simplexu je ukázáno v rovnici 19. Body  $x_i$  mají souřadnice optimalizačních parametrů  $[p_1, p_2]$ , bod  $x_R$  je bod s nejnepríznivější hodnotou CF a je tedy nahrazen bodem  $x_N$ . Ten je sestrojen jako součet vektorů těžiště  $x_S$  bodů zbývajících a spojnice tohoto těžiště s původním bodem  $x_R$ .

Tento zápis jde jednoduše zobecnit pro  $n$ -rozměrný prostor do rovnic 20 a 21.

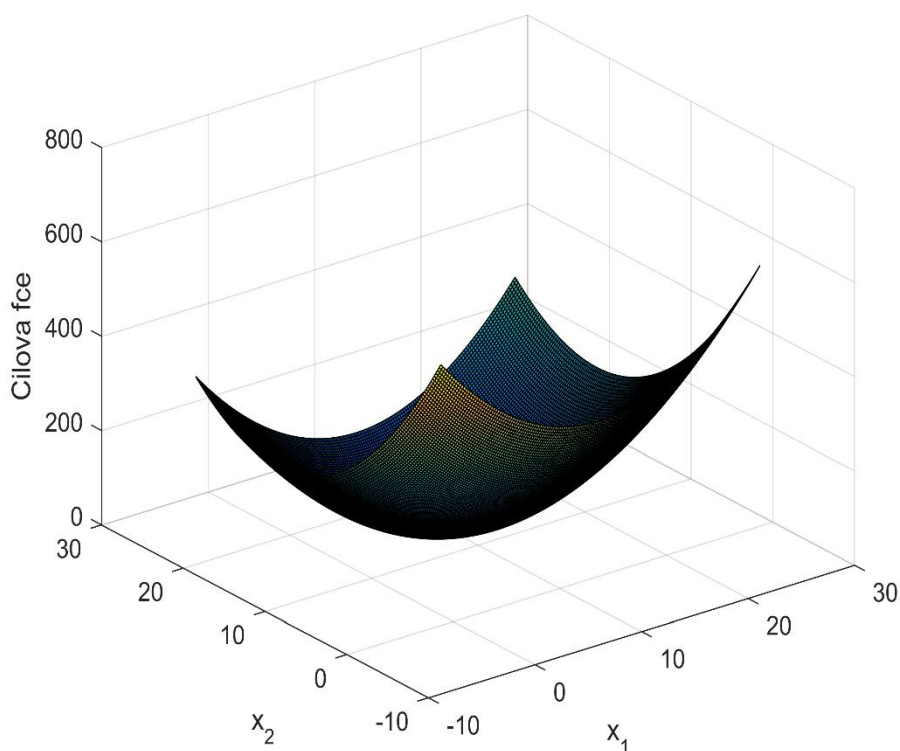
$$\vec{x}_N = \vec{x}_S + (\vec{x}_S - \vec{x}_R) = 2\vec{x}_S - \vec{x}_R \quad 19$$

$$\vec{x}_S = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^{n+1} \vec{x}_i - \vec{x}_R \right) \quad 20$$

$$\vec{x}_N = \frac{2}{n} \left( \sum_{i=1}^{n+1} \vec{x}_i - \vec{x}_R \right) - \vec{x}_R \quad 21$$



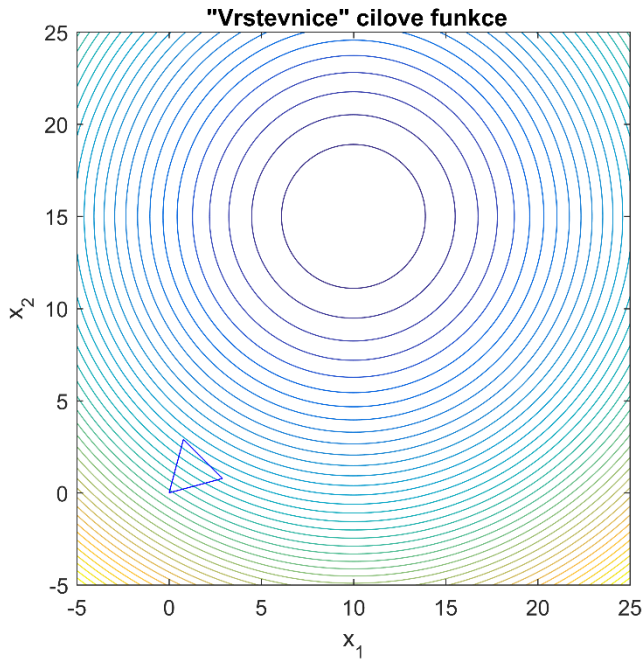
Obr. 23 – Překlopení 2-simplexu



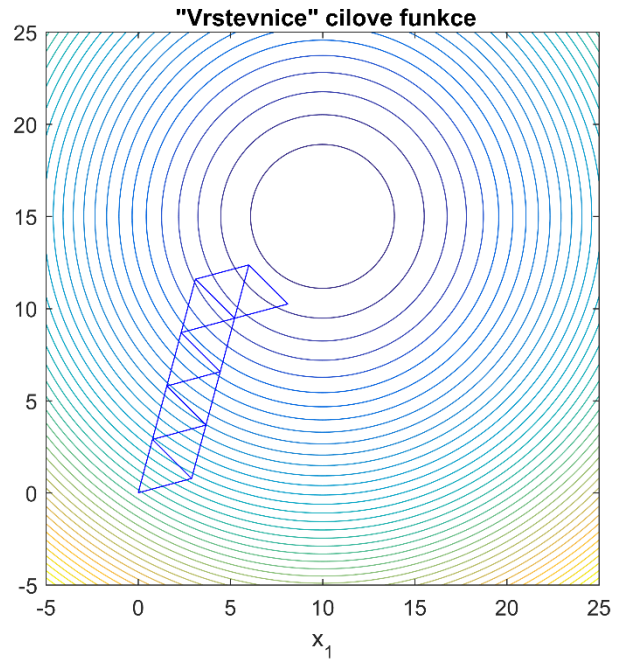
Obr. 24 – Vyšetřovaná funkce

Postup simplexové metody je ukázán na funkci dvou proměnných  $x_1$  a  $x_2$ , která je vykreslena na Obr. 24. Funkce má pouze jedno minimum a lze na ni tedy aplikovat lokální optimalizační metodu. Obr. 25a ukazuje počáteční náhodně vygenerovaný nebo zvolený simplex. Obr. 25b a 25c ukazují postup simplexu prostorem směrem k minimu a jeho zmenšení v blízkosti absolutní minimální hodnoty cílové funkce. Detail s konečným nalezením parametrů  $x_1$  a  $x_2$  s volenou přesností, délkou hrany je vidět na Obr. 25d.

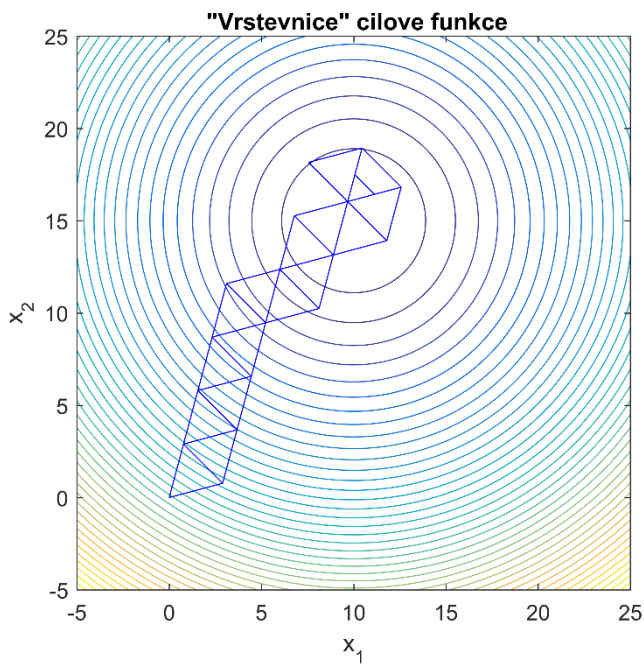




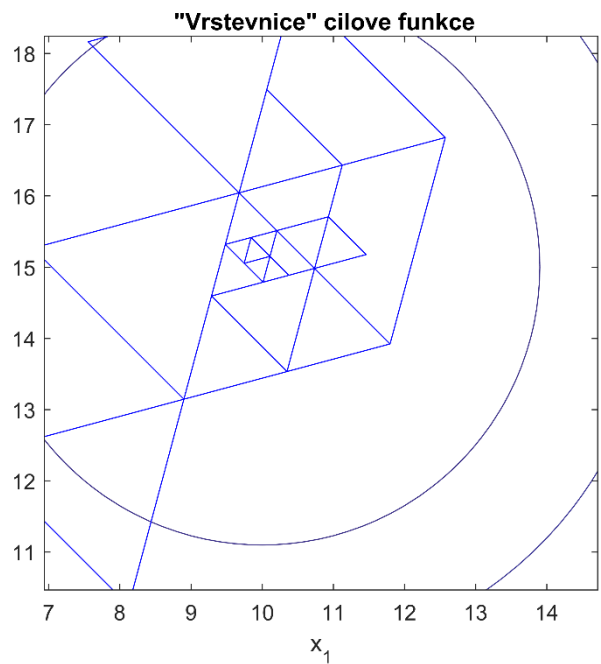
Obr. 25a – Počáteční poloha Simplexu



Obr. 25b – Postup Simplexu prostorem k lok. minimu



Obr. 25c – Změna algoritmu na „contraction“

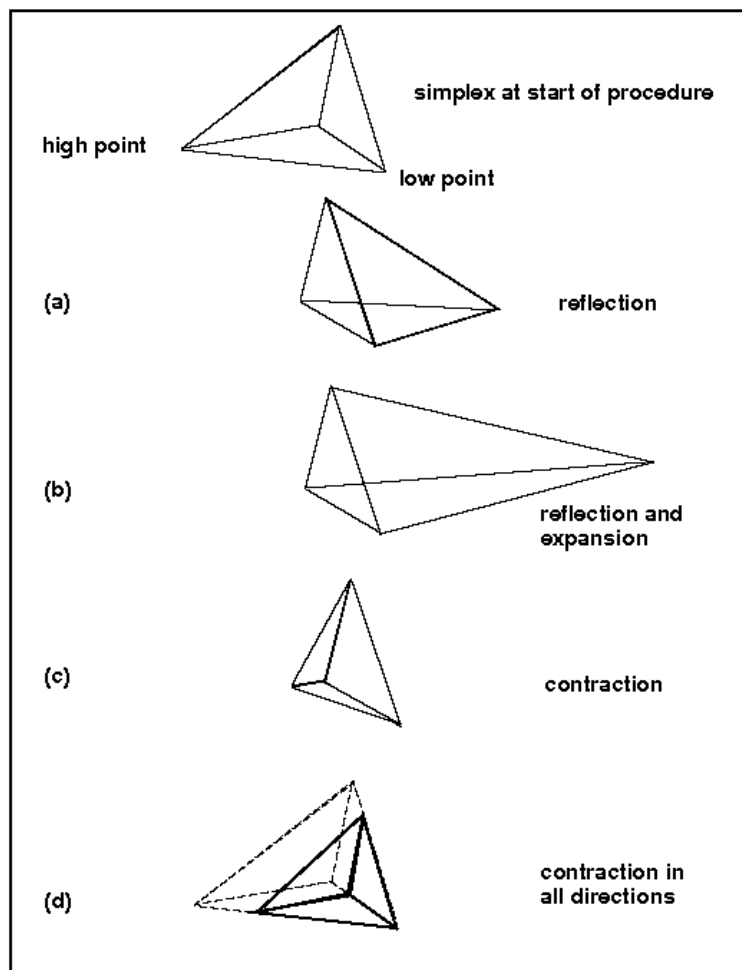


Obr. 25d – Zkoumání oblasti okolo minima

Do simplexové metody je možné implementovat další postupy chování simplexu. Jedním z nich je polytopová metoda, deformace základního tvaru obrazce. Nevyhovující bod je nejen překlopen, ale na úsečce definované délkou, na které ležel starý bod a těžiště všech ostatních, je hledána nejnižší hodnota CF jako nová poloha pracovního bodu

(Obr. 26b – reflection and expansion). Tento způsob hledání může výrazným způsobem urychlit konvergenci a snížit počet iterací. Rovněž smrštěním lze podrobněji specifikovat a zachovávat pouze jeden nejprůzračnější bod. (Obr. 26d – contraction in all directions).

Jako podmínka pro ukončení algoritmu se používá minimální míra zlepšení nebo počet iteračních kroků.



Obr. 26 – Změny 3-simplexu

[ <http://www2.geog.ucl.ac.uk/~plewis/invert/fig5.gif>, cit. 4.5.2017 ]

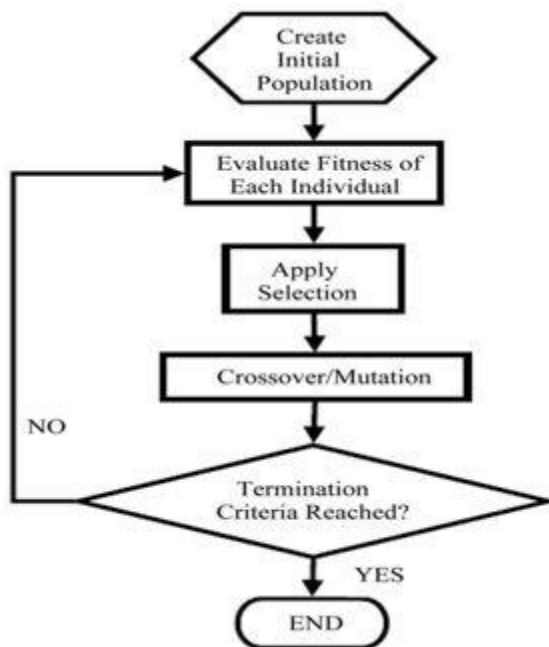
#### 4.4. Metoda genetických algoritmů

Metoda genetických algoritmů je globální negradientová metoda zpravidla maximalizující CF, která se u této metody nazývá často fitness. Postup výpočtu je naznačen na Obr. 27. Nejprve je definován prostor optimalizačních parametrů a v něm počáteční skupina bodů, původní populace. Původní populace je generována pseudonáhodným algoritmem o počtu N jedinců.

Každému členu populace, bodu v prostoru, je přiřazena hodnota cílové funkce, jeho zdatnost neboli fitness. Tato hodnota určuje nejen jeho kvalitu, ale udává i jakou má bod šanci na úspěšnou reprodukci.

Během následného křížení je pravděpodobnostně na základě hodnoty fitness vybrána vždy dvojice jedinců k reprodukci. Dva jedinci, rodiče, vytvoří opět dva jedince, potomky. Každý potomek má od každého rodiče určitou sadu jeho parametrů, jejichž poměr je možno dále definovat. Takto je vytvořena nová sada jedinců, jejichž počet je nadále  $N$ . Výběr pro křížení není určován ostře, ale pouze statisticky, takže i méně zdatní jedinci mají určitou šanci se reprodukovat. To zaručí algoritmu, že některé jedince nevyločí ihned. Můžeš nastat situace, kde jeden jedinec, jehož celková hodnota fitness není příznivá, obsahuje jeden velmi kvalitní gen, parametr, který by jinému jedinci výrazně pomohl a který ostatní jedinci mají horší. Zkříží-li se tedy tento jedinec, může mít jeden z jeho potomků, lepší zdatnost než ostatní členové populace.

Dalším jevem v metodě genetických algoritmů je mutace. Mutace působí vždy na jednotlivé jedince a umožňuje jim náhodně změnit jeden nebo více parametrů. Pravděpodobnost výskytu mutace i mutování samotné je nutno definovat na začátku výpočtu.



Obr. 27 – Schéma metody genetických algoritmů

[<https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/12/f5/69/12f569eb7144ebe744f9bda15aeac61d.jpg>,  
cit. 6.5.2017]

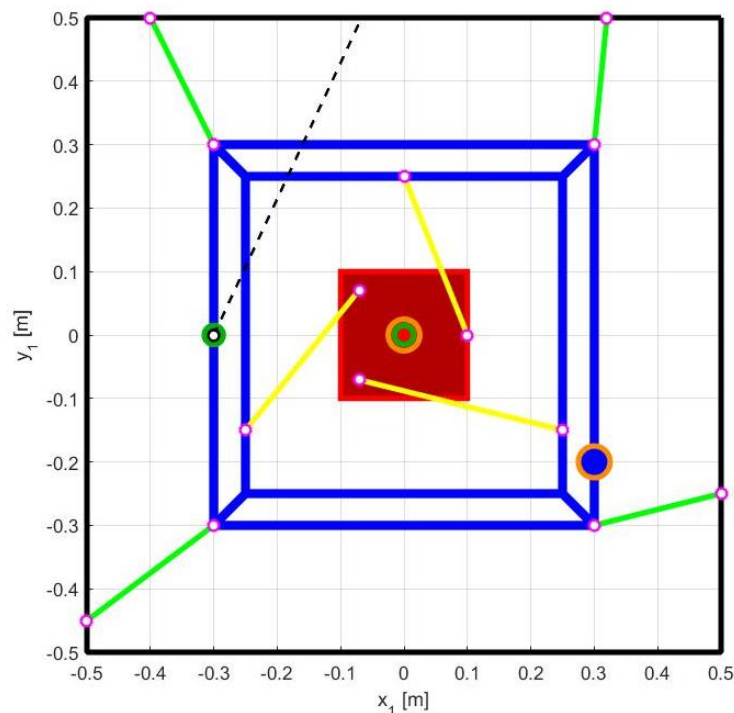
Výhodou genetických algoritmů je skutečnost, že rychle najdou nadějně oblasti výskytu globálního extrému. Nevýhodou je, že v této oblasti velmi pomalu konvergují ke skutečnému bodu extrému, což může právě mutace značně komplikovat. Podmínkou ukončení algoritmu je tedy vhodné volit vyšší minimální hodnotu zlepšení než u simplexové metody. Následně pak použít konečné hodnoty parametrů nejlepších jedinců jako počáteční hodnoty pro vytvoření simplexu a jeho pomocí nalézt konkrétní polohu extrému.

## 5. Rovinná platforma

Tato kapitola popisuje zvolenou rovinnou konstrukci a způsob připojení tlumícího prvku ke zbytku mechanismu.

Na Obr. 28 je znázorněna navržená rovinná dokonale tuhá platforma (modrá), která byla uchycena k ránu (černá) soustavou pružin (zelená), a její těžiště je znázorněno modrým bodem. Na platformě je ukotven hltič vibrací (červená) s červeným bodem v těžišti. Absorbér je uchycen třemi pružinami bez tlumení (žlutá). Soustava je zobrazena v rovnovážné poloze.

System byl buzen harmonickou silou (černě čárkovaná) v referenčním bodě  $R_{p2}$ , kde jsou zároveň zkoumány vibrace s cílem jejich eliminace. Bod buzení konstrukce je považován zároveň za bod pracovní. Konkrétní počáteční podmínky modelu jsou znázorněny v Tab. 6. Indexy „p“ značí platformu a indexy „a“ absorbér.



Obr. 28 – Platforma v počáteční poloze

$R_{p2}$	$m_p$	$I_{tp}$	$m_a$	$I_{tp}$	$k_{Lp}$	$k_{La}$	$b_{Lp}$
$[-0,3; 0]$	5 kg	0,1271 kgm <sup>2</sup>	0,5 kg	0,01271 kgm <sup>2</sup>	1,8e5 N/m	1,8e4 N/m	2 Ns/m

Tab. 6 – Počáteční hodnoty mechanismu

## 6. Optimalizační výpočet

V této kapitole je popsán návrh a postup výpočtu s cílem optimalizovat zvolenou konstrukci na minimální vibrační odezvu v pracovním bodě. Budou uvedeny různé metody a přístupy a hodnoceny průběžné výsledky konkrétních simulací.

### 6.1. Optimalizace GA, fminsearch

Cílová funkce byla volena na snížení maximálních rychlostí v referenčním bodě, ve kterém je zároveň platforma buzena. Definice cílové funkce je znázorněna rovnicí 22. Členy  $v_{xMAX}$  a  $v_{yMAX}$  jsou maximální hodnoty rychlostí v daném směru po dobu simulace. Tvar rovnice je volen tak, aby nebyl výrazně potlačen pouze jeden směr rychlostí.

$$CF = v_{xMAX} + v_{yMAX} + 10 * v_{xMAX} * v_{yMAX} \quad 22$$

Jako optimalizačními parametry byly voleny jednotlivé tuhosti tří prvků spojujících absorbér s platformou, dále poloha jejich ukotvení na hltiči a nakonec hmotnost a moment setrvačnosti samotného hltiče. Výše zmíněné parametry a jejich limitní dovolené hodnoty jsou uvedeny v Tab. 7.

K optimalizaci byl nejprve použit algoritmus genetických algoritmů *ga* dostupný v optimalizačním toolboxu programu MATLAB. Tento algoritmus využívá velmi často mutaci jedinců a díky tomu dokáže nalézt nadějně oblasti, kde by se mohlo celkové minimum CF nacházet. Dále se snadno definují okrajové podmínky, které nesmějí být překročeny. Po objevení nejnadějnější oblastí ale velice pomalu konverguje ke konkrétnímu výsledku a je vhodné optimalizaci ručně ukončit.

Následně byl použit simplexový algoritmus funkce *fminsearch* programu MATLAB. Vstupem a počátečními podmínkami pro tuto fázi výpočtu byly právě hodnoty z poslední iterace výpočtu pomocí genetických algoritmů. Výpočet velmi rychle dokonvergoval k cíli s definovanou přesností. Výsledky jsou zaznamenány v Tab. 7.

	počátek	okrajové podmínky		po optimalizaci	
		min	max	GA	fminsearch
ma [kg]	0,1	0,08	2,01	1,906	1,918
I <sub>ta</sub> [kgm <sup>2</sup> ]	0,001271	1,00E-04	1,00E-03	0,00072	0,00072
kLa1 [N/m]	17000	10000	30000	24926	25008
kLa2 [N/m]	21000			19131	19078
kLa3 [N/m]	21000			28454	28302
xa1 [m]	0,08	-0,1	0,1	-0,0767	-0,0768
ya1 [m]	0,08			0,0333	0,0342
xa2 [m]	-0,04			0,0582	0,0583
ya2 [m]	0,04			0,0028	0,0028
xa3 [m]	-0,08			0,0332	0,0332
ya3 [m]	-0,08			-0,0473	-0,0473
CF	-	0	inf	0,049112	0,046472

Tab. 7. – Výpočet optimalizace mechanismu

Předdefinované funkce optimalizačního toolboxu jsou snadné pro použití a robustní vůči vlastnostem zkoumané funkce. Jejich nevýhodou je malá možnost regulace výpočtu a nastavení jeho průběhu, jako například způsob mutace.

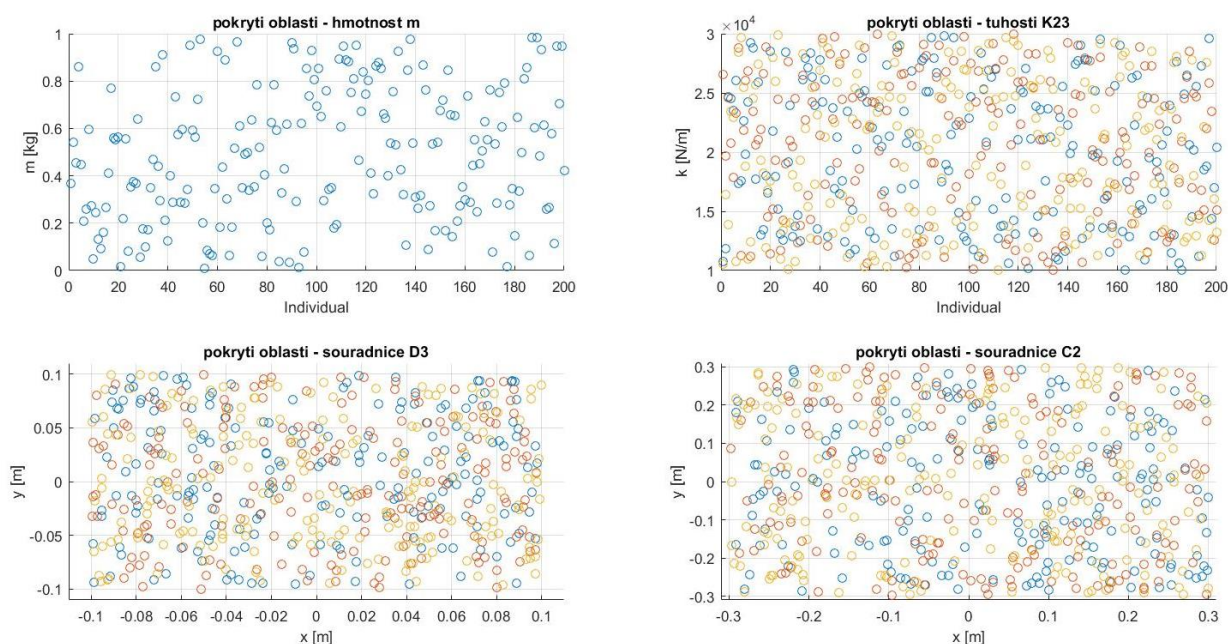
## 6.2. Vlastní GA algoritmus

Jelikož funkce *ga* z optimalizačního toolboxu programu MATLAB není zcela univerzální a snadno modifikovatelná, bylo rozhodnuto pro sestavení vlastního algoritmu.

Výpočtový model zůstal stejný. Stejná zůstala i rovnice pro výpočet hodnoty CF dle Rce. 22. Mezi optimalizační parametry byly nadále přidány souřadnice uchycení pružin držících absorbér na vlastní buzené platformě. Jako okrajové hodnoty byly zvoleny -0,3 a 0,3 m, hranice platformy. Uchycení se nicméně mohlo nacházet i pod absorbérem.

Tím bylo přidáno dalších 6 proměnných a vektor parametrů obsahoval 17 členů. Pro možnost porovnání algoritmu do jisté míry s předchozím s použitím funkce *ga* byly zachovány všechny ostatní okrajové podmínky.

Pro výpočet byla volena populace o 200 jedincích. Tento počet dobře pokryl oblast vymezenou okrajovými podmínkami, jak je ukázáno na Obr. 29. Jedinci byli voleni náhodně v daném rozmezí.



Obr. 29 – Pokrytí oblasti první generací

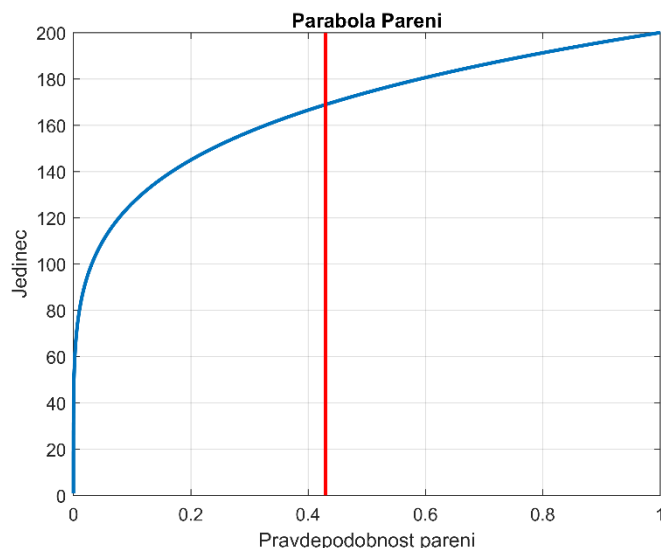
Dále bylo nutné zvolit metody křížení a mutace.

### 6.2.1. Křížení

Před křížením byl vektor výsledků CF seřazen dle velikosti od nejmenšího k nejvyššímu. Těm byla přiřazena hodnota dle jejich pořadí. Jednalo se převrácenou hodnotu pořadí umocněno na pátou a normováno od 0 do 1 (Obr. 30 – modrá). Dále bylo zvoleno náhodné



číslo (Obr. 28 – červená). K páření byl vybrán jedinec, jehož hodnota byla nejbližší vyšší náhodnému číslu. Jelikož se intervaly pravděpodobnosti k páření s nižší CF zvětšují, mají lepší jedinci vyšší šanci být vybráni. Naopak horší jedinci mají šanci nižší, avšak nenulovou. Poslední jedinec nemá možnost být vybrán.



Obr. 30 – Parabola pravděpodobnosti výběru ke křížení

Při křížení se vytvoří noví jedinci, kde každý potomek získá od jednoho rodiče buď parametry souřadnic uložení, nebo všechny ostatní, a zbylé parametry od rodiče druhého.

Tento způsob se osvědčil jako vhodný, přestože nedovoloval měnit kombinaci tuhostí a hmotnosti. Dále jedinci ve spodní polovině intervalu jsou zpravidla ti, jejichž parametry nebo výsledek se nacházejí mimo dovolený interval.

### 6.2.2. Mutace

Přírozená mutace byla volena tak, že s 10% pravděpodobností se 20 % populace změní všechny vlastnosti náhodně v daných intervalech.

Vynucená mutace nastala, pokud některé vlastnosti všech členů populace byly příliš podobné. Pokud rozdíl maximální a minimální hodnoty skupiny daných optimalizačních parametru byl příliš nízký, byla u 20 % populace celá tato skupina vyměněna za náhodně generované hodnoty. Jako skupiny parametrů byly vybrány společně všechny tři tuhosti, hmotnost, moment setrvačnosti a všechny souřadnice.

Cílem tohoto postupu bylo ověření, zda se funkce nachází v blízkosti globálního minima. Měl-li zmutovaný jedinec lepší vlastnosti, měl pak větší šanci se pářit a celá populace následující generace se mohla přesunout k novému extrému, kde by následně opět mohla nastat mutace.

### 6.2.3. Výpočet v01

Po předchozí zkušenosti byla volena cílová hodnota  $CF = 0,05$  pro dva výpočty se stejnými vstupními hodnotami. Jak ukazuje Tab. 8, cílových hodnot CF bylo dosaženo s rozdílnými parametry. Největší rozdíly je možno pozorovat v hodnotách souřadnic uložení.

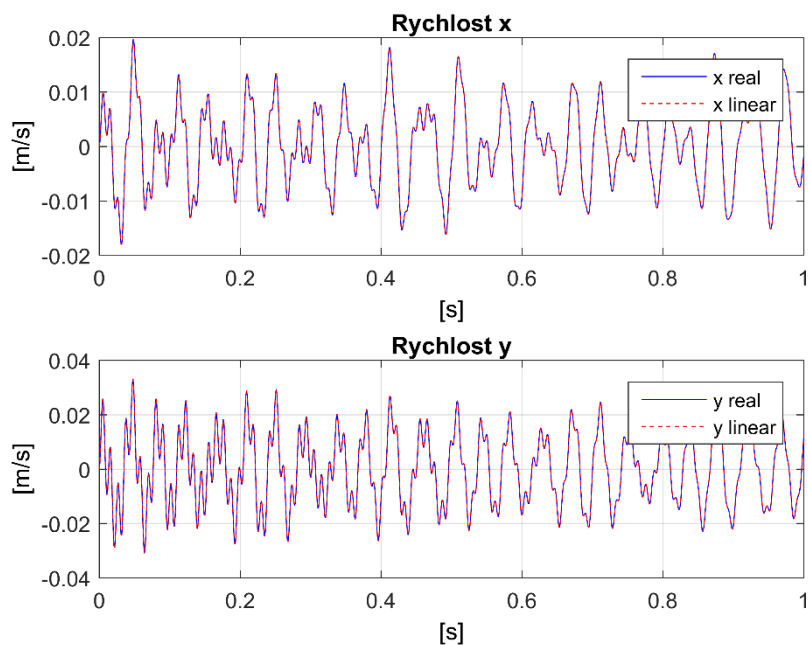
Je možno diskutovat, že má CF více lokálních minim splňující hledanou hodnotu. V tomto případě je řešením dále zpřísnit hledanou cílovou hodnotu, nebo se spokojit s tímto výsledkem a více specifikovat a omezit možné polohy uchycení absorbéru.

Optimalizační parametry	okrajové podmínky		výpočet	
	min	max	01A	01B
ma [kg]	0,08	2,01	1,7718	1,9512
Ita [kgm <sup>2</sup> ]	1,00E-04	1,00E-03	0,0004	0,0006
kLa1 [N/m]	10000	30000	21613	23704
kLa2 [N/m]			22336	24746
kLa3 [N/m]			20611	23167
xa1 [m]	-0,1	0,1	0,0753	-0,0498
ya1 [m]			0,0045	0,0154
xa2 [m]			-0,0441	-0,0806
ya2 [m]			0,0099	-0,0968
xa3 [m]			0,0628	0,064
ya3 [m]			0,0463	0,0929
xp1 [m]	-0,3	0,3	-0,2643	-0,0082
yp1 [m]			-0,2622	0,0161
xp2 [m]			0,0619	-0,1818
yp2 [m]			-0,1655	0,2971
xp3 [m]			-0,1916	-0,1701
yp3 [m]			0,1352	-0,0581

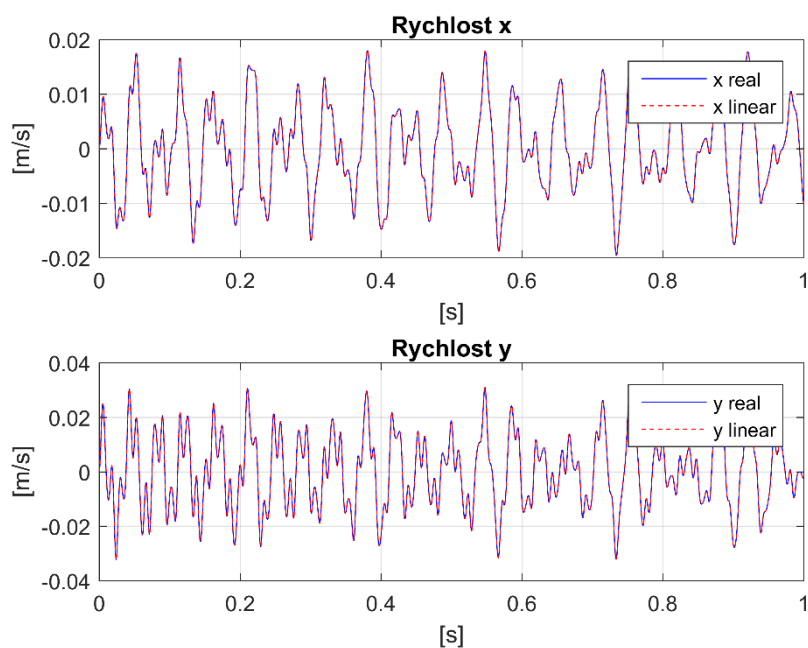
Tab. 8 – Výsledky optimalizace

Optimalizace byla provedena na linearizovaném stavovém modelu popsaném pomocí matic ABCD pro snížení výpočtového času simulace. Tento lineární model byl porovnán s modelem nelinearizovaným (Obr. 31 a Obr. 32). Je vidět, že výsledky v rychlostech jsou pro oba výpočty v tomto rozsahu totožné a lineární model byl dostatečně přesný.



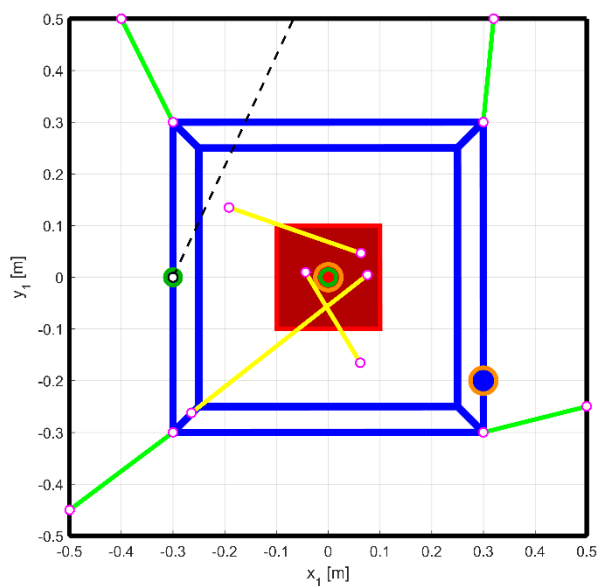


Obr. 31 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet A

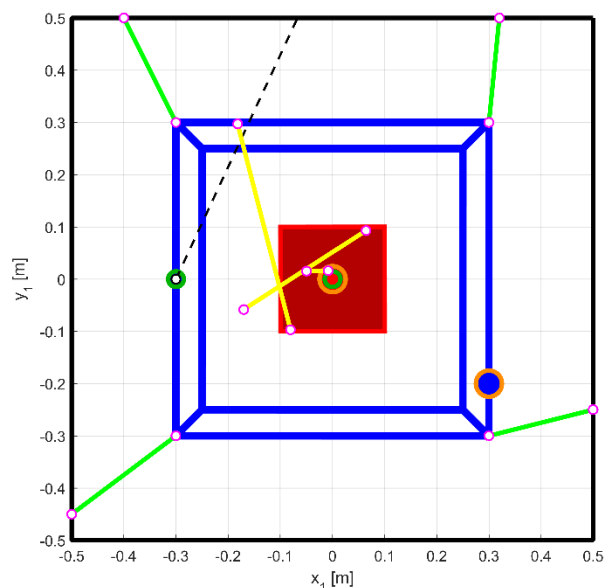


Obr. 32 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet B

Geometrie uložení dosažené pomocí optimalizace byly rovněž vykresleny pro přesnější ilustraci (Obr. 33 a Obr. 34). Obě schémata ukazují tendenci směřů pružin spojujících absorbér s platformou zaujmout rovnoběžné postavení s pružinami spojující platformu s rámem. Ukazuje se, že pro neúčinnější pohlcení vibrací je třeba naistalovat hltič ve směru uložení.



Obr. 33 – Geometrie uložení po výpočtu 01A

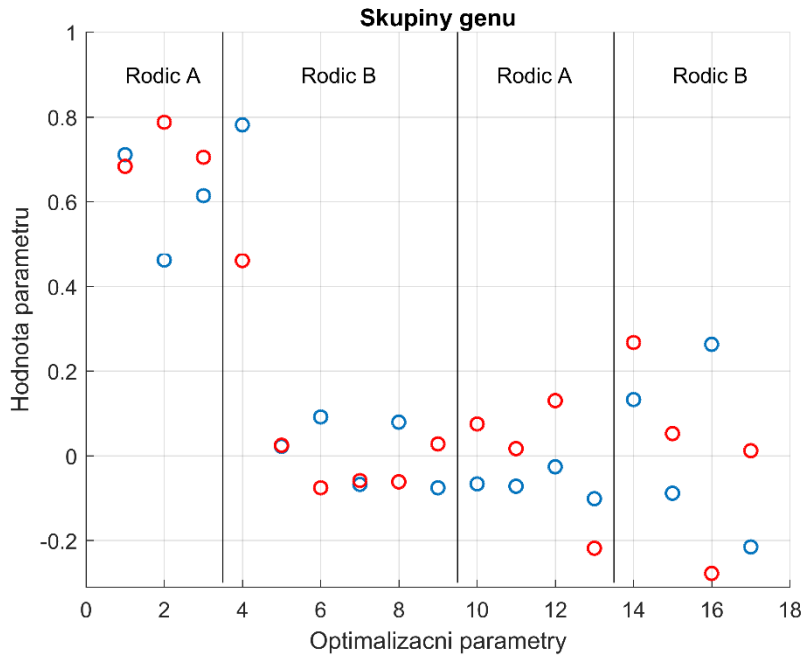


Obr. 34 – Geometrie uložení po výpočtu 01B

#### 6.2.4. Výpočet v02

V následujícím výpočtu byla zpřísněna hodnota  $CF = 0,04$ . Byl také pozměněn mechanismus křížení. V tomto výpočtu dostane potomek dvě části náhodně zvolené skupiny parametrů od jednoho rodiče a dvě další od druhého. Je tedy nyní možné získat od jednoho rodiče několik tuhostí i souřadnic uložení pružin jak na absorbéru, tak na platformě.

Obr 35. ukazuje geny, optimalizační parametry, dvou rodičů (modrá a červená). Černé svislé čáry oddělují skupiny genů, které dostane potomek od jednotlivých rodičů. Potomek C tedy dostane od rodiče A první tři geny (modrá), od rodiče B geny 4 až 7 (červená), od rodiče A opět geny 10 až 13 (modrá) a od rodiče B geny 14 až 17 (červená). Zbylé geny případnou potomku D.



Obr. 35 – Skupiny genů pro potomky

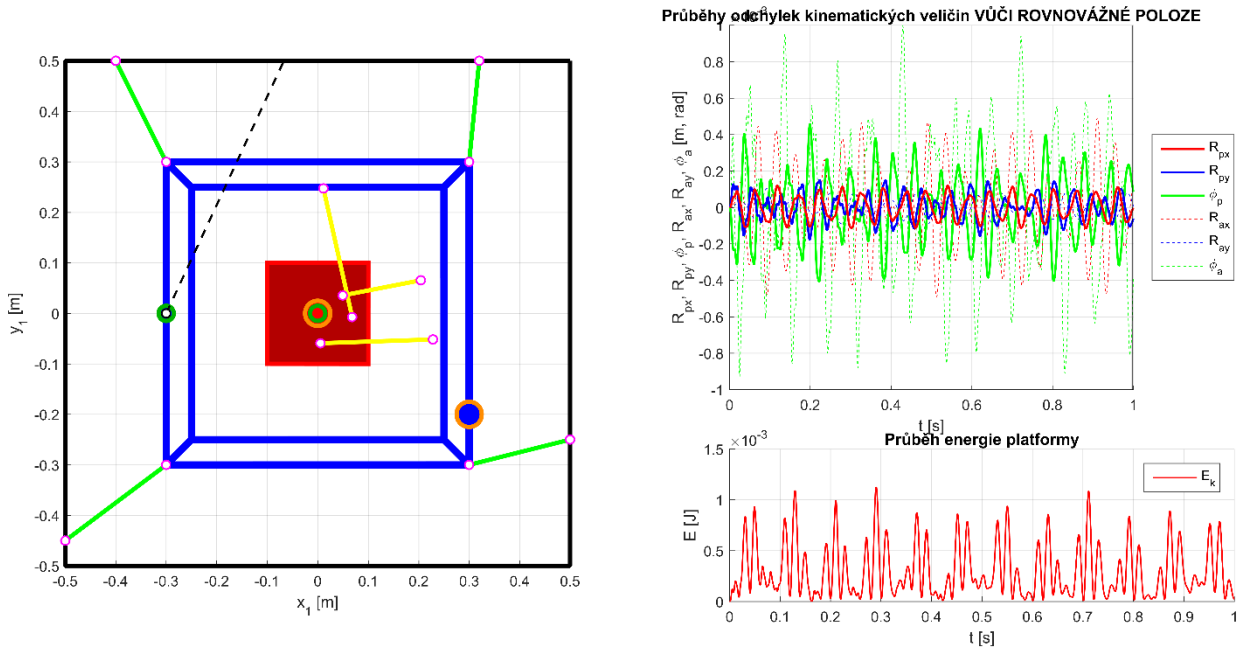
Během výpočtu nebyla hodnota CF 0,04 dosažena. Výpočet byl zastaven na hodnotě 0,046 a konečné parametry byly použity jako vstup do lokální simplexové metody funkce *fminsearch*. Bylo dosaženo hodnoty CF 0,045. Detailní výsledky ukazují Tab. 9.

Optimalizační parametry	okrajové podmínky		po optimalizaci	
	min	max	GA	fminsearch
ma [kg]	0,08	2,01	1,98280	2,03160
I <sub>ta</sub> [kgm <sup>2</sup> ]	1,00E-04	1,00E-03	0,00019	0,00019
kLa <sub>1</sub> [N/m]	10000	30000	24153	26648
kLa <sub>2</sub> [N/m]			21712	21337
kLa <sub>3</sub> [N/m]			38984	38515
xa <sub>1</sub> [m]	-0,1	0,1	0,0492	0,0473
ya <sub>1</sub> [m]			0,0355	0,0369
xa <sub>2</sub> [m]			0,0054	0,0055
ya <sub>2</sub> [m]			-0,0592	-0,0586
xa <sub>3</sub> [m]			0,0681	0,0689
ya <sub>3</sub> [m]			-0,0073	-0,0073
xp <sub>1</sub> [m]	-0,3	0,3	0,2043	0,2034
yp <sub>1</sub> [m]			0,0655	0,0635
xp <sub>2</sub> [m]			0,2284	0,2278
yp <sub>2</sub> [m]			-0,0517	-0,0510
xp <sub>3</sub> [m]			0,0113	0,0111
yp <sub>3</sub> [m]			0,2473	0,2438
CF	0	inf	0,045973	0,045432

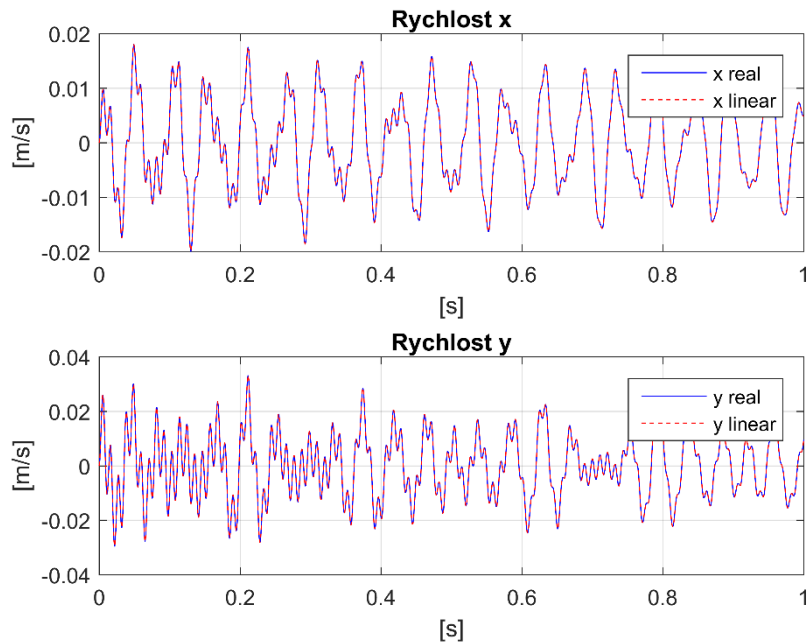
Tab. 9 – Výsledky optimalizace

Z výsledků (Tab. 9) je vidět, že použití lokální metody na již stávající parametry nepřineslo zlepšení. Ukazuje se, že použitý optimalizační algoritmus našel dostatečně přesně hledané parametry a následné použití lokální metody není vhodné.

Výsledná soustava (Obr. 36) byla podrobena přímé simulaci a výsledky byly vykresleny do grafů na Obr. 37.



Obr. 36 – Simulace optimalizované soustavy



Obr. 37 – Porovnání lin. a real. modelu pro výpočet 02

Výsledky tohoto výpočtu se ukazují příznivější než výpočty předchozí, ale rozdíl není velký. Geometrické rozmístění uložení hltiče je opět značně odlišné. Všechny tři výsledné konfigurace byly dále testovány.

### 6.3. Robustnost vůči změně směru buzení

Pro optimalizaci systému byla zvolena jedna stálá časově proměnná funkce zatížení působící pod daným úhlem (Tab. 10). Její směr je zobrazen černě čárkovaně na Obr. 33, 34 a 36.

zatížení	funkce		orientovaný úhel
	F [N]	M [Nm]	
f01	$10 \cdot \sin(150 \cdot t)$	0	65°
f02	$10 \cdot \sin(150 \cdot t)$	0	295°
f03	0	$10 \cdot \sin(150 \cdot t)$	-
f04	0	$10 \cdot \sin(180 \cdot t)$	-

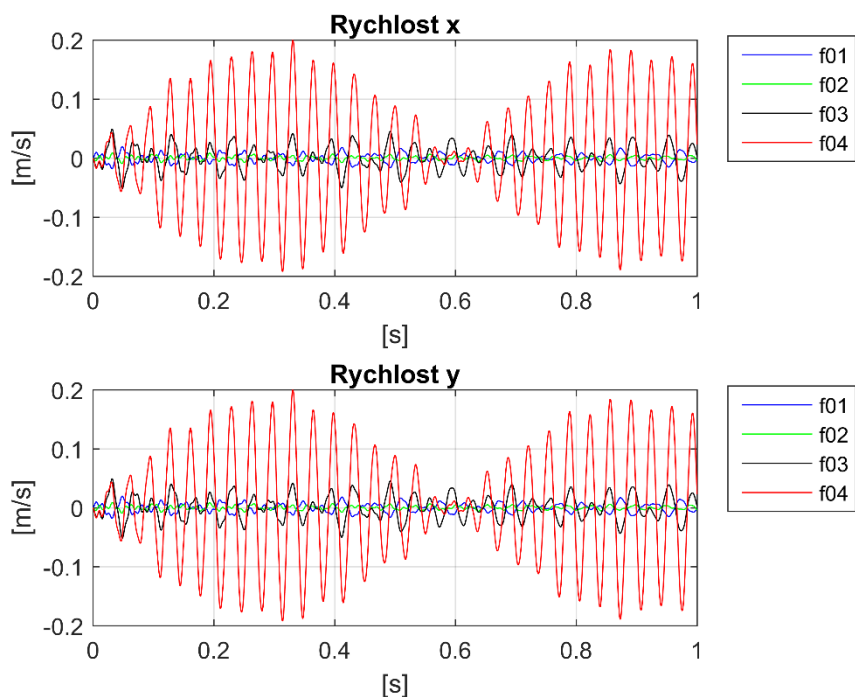
Tab. 10 – Změny zatížení

Aby byla ověřena robustnost výsledných konfigurací po optimalizaci vůči změně zatížení, byla provedena časová simulace pro jiné časové funkce zatížení. Velikost zátěžné síly zůstávala stejná, ale měnil se její orientovaný úhel. Následně byla soustava zatížena momentem. Byla sledována odezva systému v podobě rychlostí, ze kterých byla tvořena CF, a jsou tedy nejdůležitějším měřítkem úspěšnosti optimalizace. Pro zajímavost byla odečtena celková energie systému a kinetická energie platformy během simulovaného kmitání.

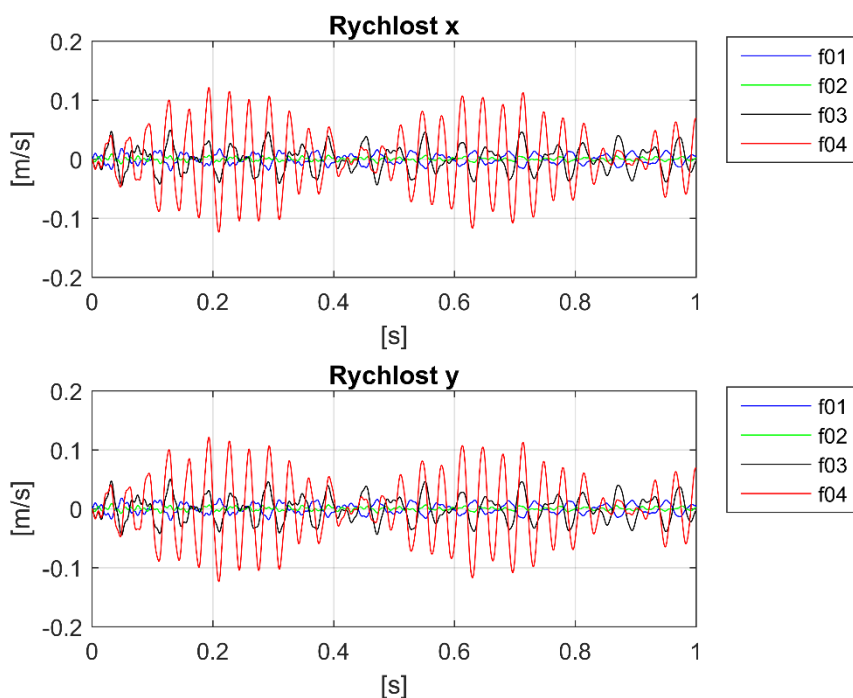
Z výsledků (Obr. 38) je vidět, že optimalizovaná struktura funguje dobře i pro zatížení f02 a f03. Je možné diskutovat, že soustava, na níž byla provedena optimalizace má natolik nesymetrické uložení k rámu, že výsledné rozložení pružin hltiče je robustní vůči změně směru zatížení i momentem. Naopak je vidět, že změna frekvence zatížení výrazně zhorší výsledky v oblasti rychlostí kmitů platformy. Hodnota 180 rad/s, se kterou je platforma buzena při zatížení f04, je blíže hodnotě rezonance systému (Tab. 11). Dále je vidět, že varianta v02 je robustnější než varianta v01A (Obr. 38).

konfigurace	v01A	v01B	v02
vlastní fr. [rad/s]	106	23	85
	121	119	119
	197	193	194
	280	279	279
	590	562	579
	1107	1311	1177

Tab. 11 – Vlastní frekvence optimalizovaných struktur



Obr. 38a – Rychlosti pro konfiguraci v01A, zatížení f01 až f04



Obr. 38b – Rychlosti pro konfiguraci v02, zatížení f01 až f04

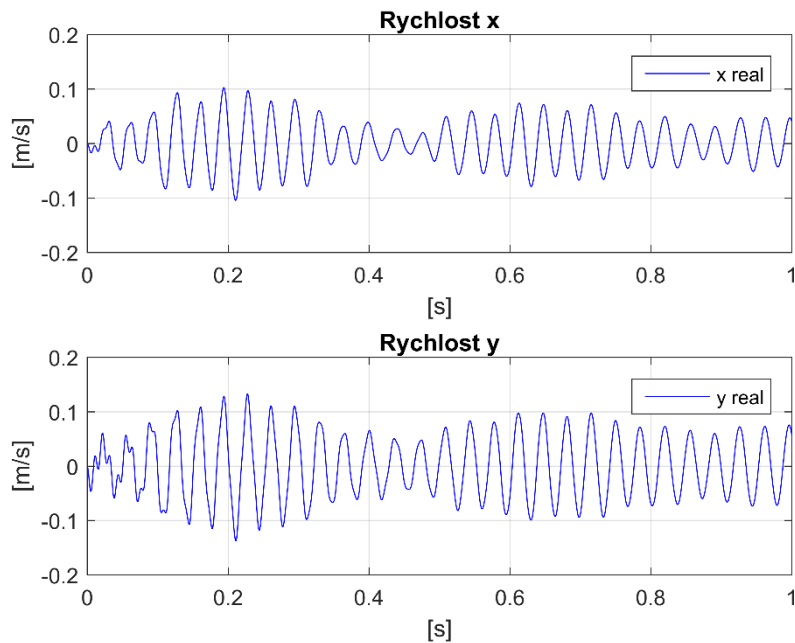
Pro zvýšení robustnosti systému bude přidáno tlumení k pružinám absorberu. To by mělo mít za následek mírné zhoršení odezvy vůči původnímu zatížení oproti optimalizované variantě bez tlumení, ale rozšíření frekvenční oblasti, kde lze takto navržený hltič použít.

Dále bude provedena nová optimalizace za stejných počátečních podmínek jako předchozí výpočty, ale zátěžná funkce bude v průběhu simulace měnit svou frekvenci s diskrétním krokem. Výsledkem by měl být systém robustní v daném intervalu budících frekvencí.

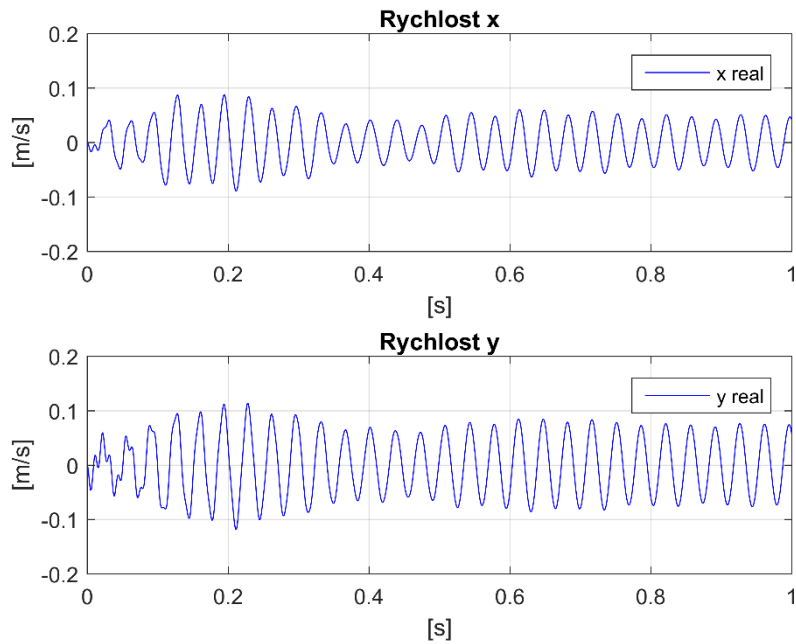
#### 6.4. Absorbér s tlumením

K uchycení hltiče vibrací, které bylo v předchozích výpočtech realizováno pouze prvky s lineární tuhostí, byly přidány tlumiče se stejnou tlumící konstantou  $b_a$ . K navrženým tuhostem (Tab. 9) byla přidávána konstanta tlumení 5, 10 a 50 N\*s/m, zatímco platforma je upevněna k rámu prvky s konstantní tuhostí 10 N/m a tlumením 2 N\*s/m. Tlumení hltiče bylo voleno jako podkritické, kdy volené hodnoty tlumení odpovídají  $b_r = 0,01$  až 0,9.

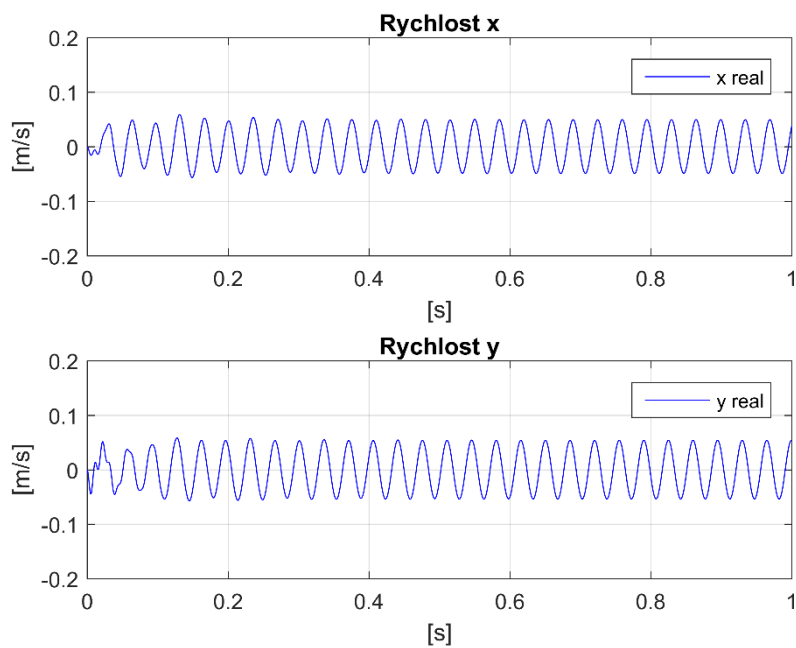
Na Obr. 39 je zobrazen výsledek simulace s odpovídajícím tlumením pro konfiguraci dle výsledků výpočtu 02. Systém byl buzen zatížením  $f_{04}$  dle Tab. 10.



Obr. 39a – Rychlosti platformy s tlumením hltiče 5 N\*s/m



Obr. 39b – Rychlosti platformy s tlumením hltiče 10 N\*s/m



Obr.39c– Rychlosti platformy s tlumením hltiče 50 N\*s/m

Jelikož byla soustava v předchozích výpočtech téměř netlumena, i malé tlumení výrazně změnil tvar rezonanční křivky. Hltič s tlumením o konstantě  $b_a = 10 \text{ Ns/m}$  Významně snížil amplitudu rychlostí kmitů platformy na hodnoty nižší než 0,1m/s. Přidání tlumení k absorberu je tedy jedna z možností, jak docílit požadovaného snížení rychlostí vibrací ve větším frekvenčním rozsahu.



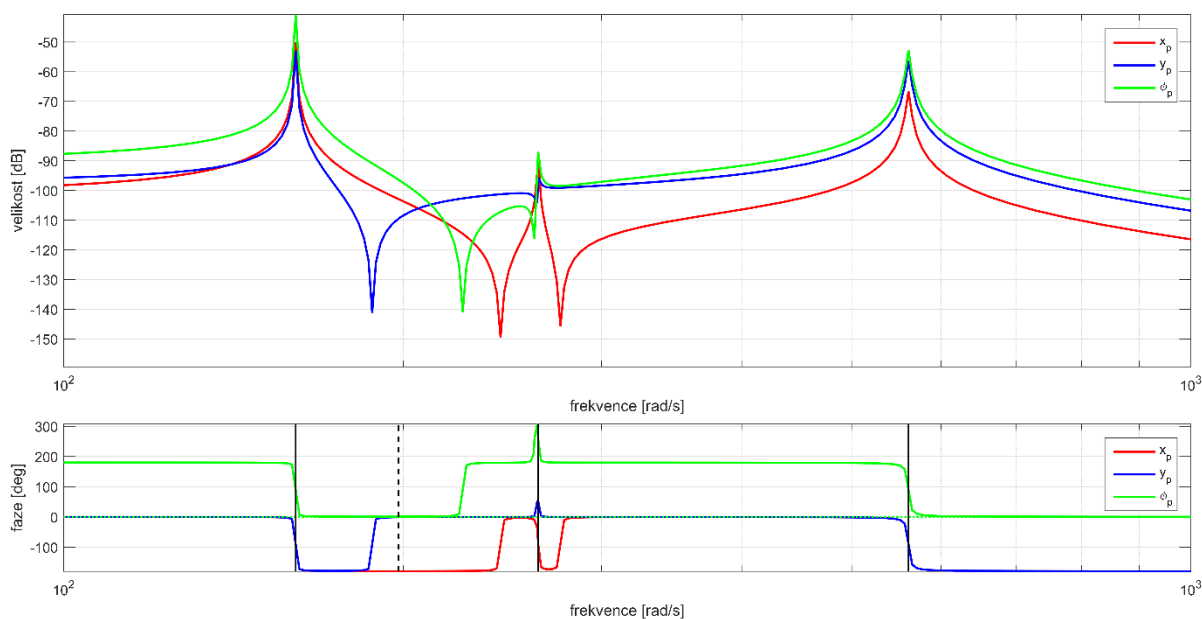
## 6.5. Identifikace platformy

Jelikož bylo zjištěno, že proměnná frekvence zatížení má největší vliv na zvýšení rychlostí v referenčním bodě optimalizované soustavy a principem hltiče je omezit kmity pro jednu danou frekvenci, byla provedena identifikace platformy bez hltiče.

Model byl linearizován a byly spočteny matice A, B, C, a D stavového popisu. Vlastní čísla matice A ukázaly na hodnoty vlastních frekvencí platformy (Tab. 12). Tyto hodnoty potvrdil i Bodeho diagram (Obr. 40).

Vlastní frekvence	
rad/s	Hz
160.6	25.6
263.6	42.0
561.6	89.4

Tab. 12 – Vlastní frekvence platformy bez hltiče



Obr. 40 – Bodeho diagram platformy bez hltiče

V dalším výpočtu bude sledován tvar přenosových křivek v Bodeho diagramu s cílem snížení jejich strmosti a odstranění rezonancí z pracovního frekvenčního intervalu.

## 6.6. Optimalizace na zatížení s proměnnou frekvencí

Cílem této kapitoly bylo spustit optimalizaci soustavy, jejímž výsledkem by byla geometrická a mechanická konfigurace systému, který by splnil:

1. Hodnota cílové funkce nižší než 0,045
2. Žádná rezonanční frekvence ve zvoleném intervalu 130 až 170 rad/s
3. Robustnost vůči změně zatížení jak do směru, tak i frekvence

S těmito požadavky byla navržena zátěžná funkce, která během simulace měnila svou budící frekvenci (Rce. 23) v závislosti na aktuálním simulačním čase. Budící frekvence se pohybovala na hodnotách 130 až 170 rad/s. Pokud by byla frekvence buzení zvolena jen jako krajní hodnota intervalu, hrozí, že optimalizovaná struktura bude mít jednu nebo více rezonancí právě uvnitř tohoto intervalu. Je tedy nutné volit dostatečný počet diskrétních hodnot i uvnitř intervalu. Je samozřejmě nutné zvážit i dobu, po kterou bude daná síla působit, a celkový výpočtový čas. Jednotlivé budící časy a frekvence jsou specifikovány v Tab. 13.

$$F = 10 * [\sin((t \geq tkrok(i)) * (t < 2 * tkrok(i + 1) * fr(i) * t))] \quad 23$$

časový krok	Budící frekvence
1 až 100	130 rad/s
101 až 200	140 rad/s
201 až 300	150 rad/s
301 až 400	160 rad/s
401 až 500	170 rad/s

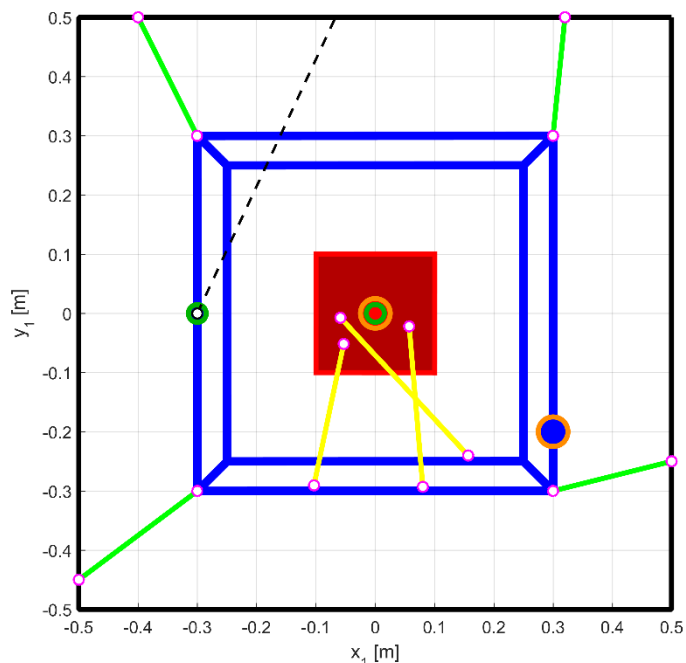
Tab. 13 – Budící frekvence

Výsledkem optimalizačního výpočtu pomocí genetického algoritmu, jehož parametry byly představeny v kapitole 6.2 byly navrženy parametry systému.

Výsledné geometrické konfigurace (Obr. 41) se významně liší od předchozích výpočtových variant. Tuhosti, hmotnost a moment setrvačnosti vycházejí také mírně vyšší (Tab. 14).

Optimalizační parametry	okrajové podmínky		po optimalizaci
	min	max	GA
ma [kg]	0,08	2,01	1,8719
Ita [kgm <sup>2</sup> ]	1e-4	1e-3	0,0010
kLa1 [N/m]	1e4	1e5	81218
kLa2 [N/m]			51707
kLa3 [N/m]			70953
xa1 [m]	-0,1	0,1	-0.0532
ya1 [m]			-0.0516
xa2 [m]			0.0570
ya2 [m]			-0.0220
xa3 [m]			-0.0586
ya3 [m]			-0.0074
xp1 [m]	-0,3	0,3	-0.1033
yp1 [m]			-0.2907
xp2 [m]			0.0801
yp2 [m]			-0.2930
xp3 [m]			0.1567
yp3 [m]			-0.2402
CF	0	inf	0,0483

Tab. 14 – Výsledky optimalizace s proměnnou budící frekvencí



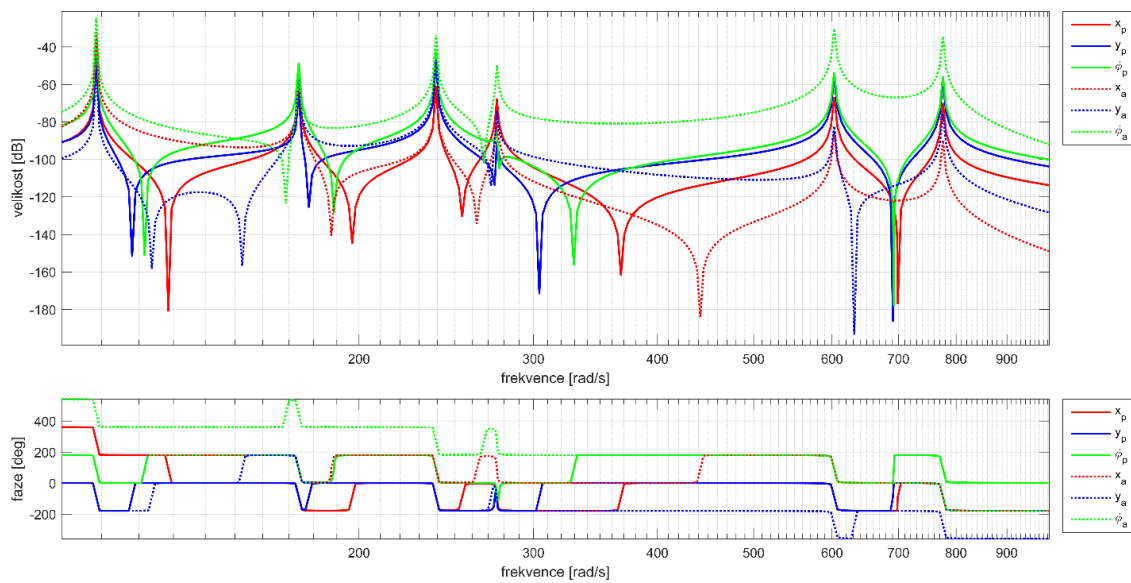
Obr. 41 – Optimalizovaná konfigurace

Z vlastních frekvencí ukázaných v Tab. 15 je vidět, že žádná vlastní frekvence neleží v intervalu budících frekvencí. Tento způsob výpočtu je tedy použitelný pro vymezení vlastních frekvencí struktury při známém rozsahu buzení. V Bodeho diagramu (Obr. 42a) je ukázán tvar přenosových funkcí optimalizovaného systému. Tento tvar byl upraven

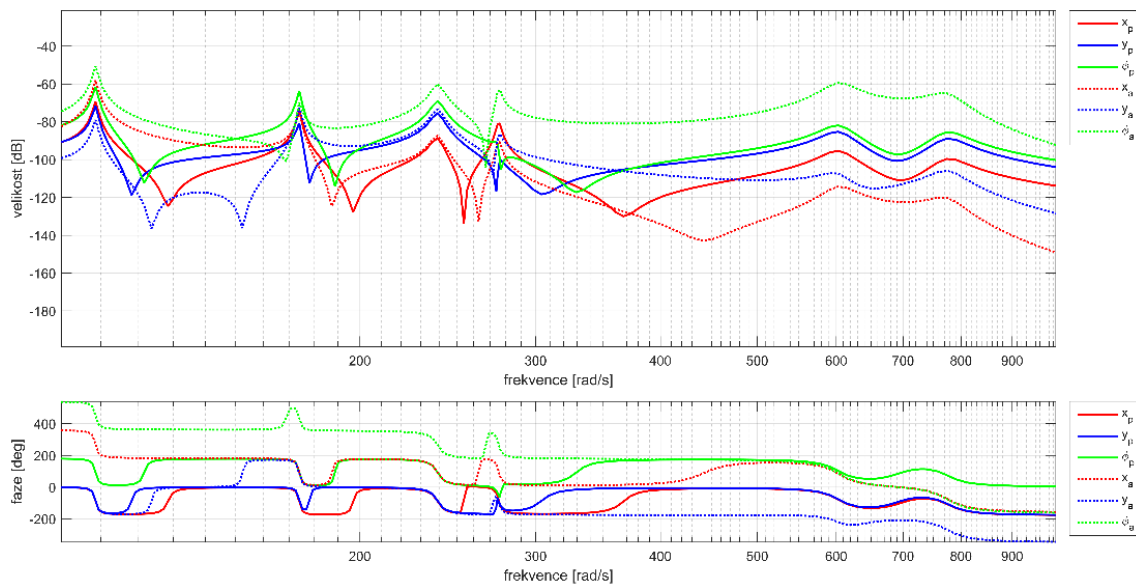
přidáním tlumení (Obr. 42b až 42d). Konstanty tlumení  $b_a = 10, 50$  a  $100 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$  byly nejprve navrženy odhadem jako neměnné. V následujícím výpočtu budou tlumicí konstanty jednotlivých spojení platformy s hltičem předmětem optimalizace.

Rezonance [rad/s]	Antirezonance [rad/s]
108.7	120.6
173.9	181.0
239.2	268.6
275.5	315.7
603.1	691.9
776.0	-

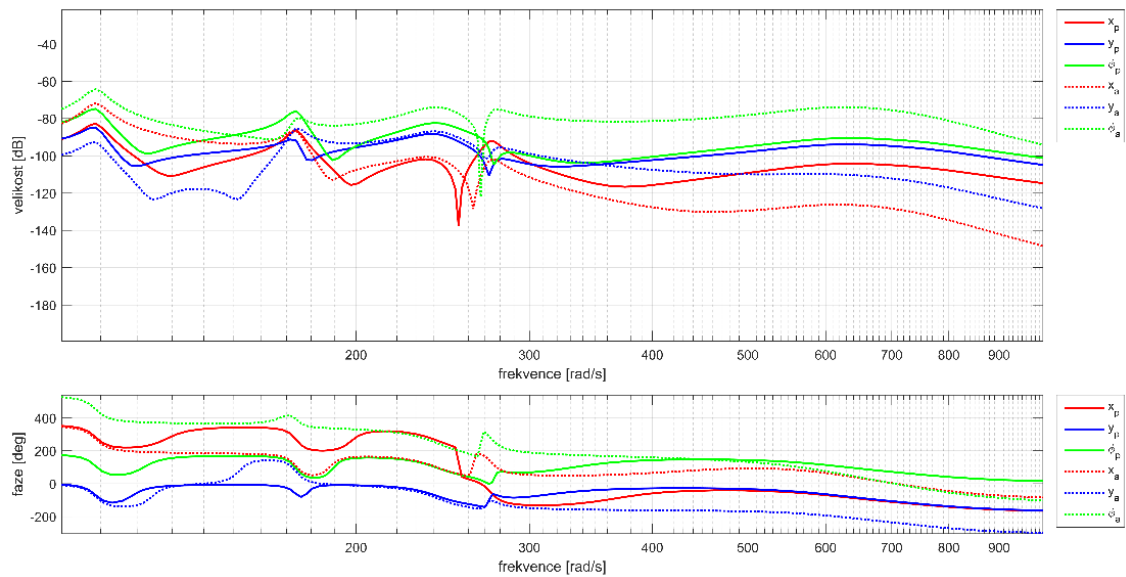
Tab. 15 – Vlastní frekvence optimalizované struktury



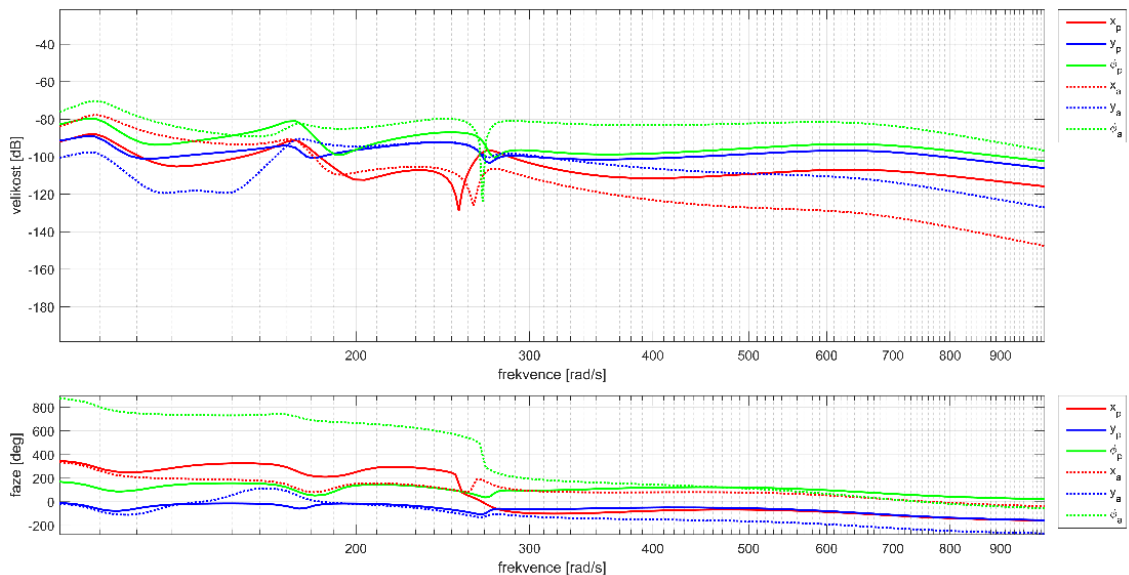
Obr. 42a – Bodeho diagram optimalizované struktury bez tlumení



Obr. 42b – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 10 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$



Obr. 42c – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 50 \text{ N*s/m}$



Obr. 42d – Bodeho diagram optimalizované struktury s tlumením  $b = 100 \text{ N*s/m}$

Bylo ukázáno (Obr. 42b až 42d), že se přidáním tlumení do soustavy sníží vrchol přenosové funkce a její tvar se vyhladí. Rezonance se nacházejí v těsné blízkosti hranic intervalu. V okolí zkoumaného frekvenčního intervalu tedy po přidání tlumení nedojde k nežádoucímu zesílení, které by mohlo nastat při spuštění a doběhu stroje nebo při selhání řízení a změně pracovní frekvence.

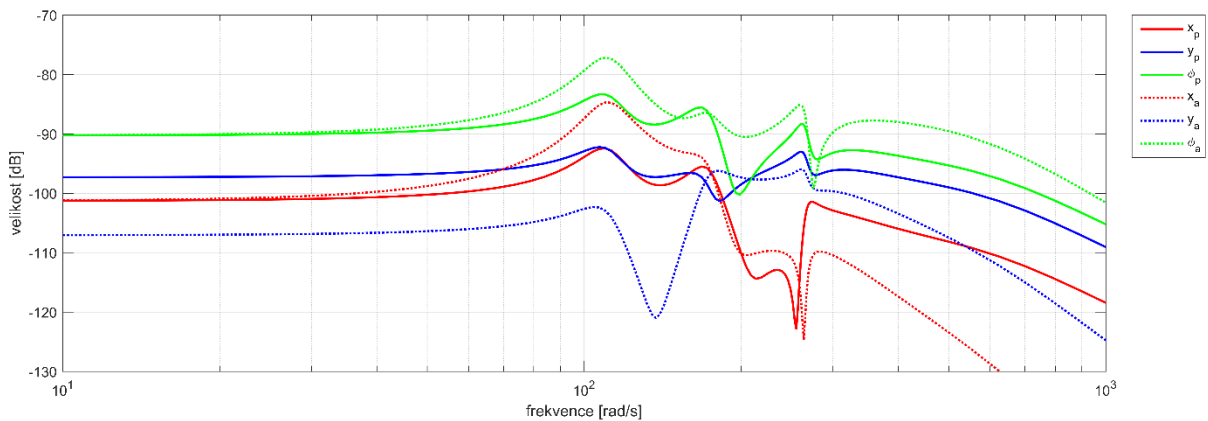
## 6.7. Návrh tlumení

Byl navržen výpočet, který testuje tvar přenosové funkce Bodeho diagramu. Cílem výpočtu bylo navrhnout nejmenší možné tlumení, které by splňovalo požadavek maximálního dovoleného zesílení. Tlumení bylo voleno jako konstantní a stejné pro všechny prvky spojující platformu a hltič. Cílovou funkcí byla absolutní hodnota rozdílu uvedeného

v rovnici 24. Hodnota  $max(magnitude)$  byla hodnota nejvyšší špičky rezonance systému a hodnota  $min(magnitude)$  byla hodnota nejnižší křivky Bodeho diagramu (Obr. 43) pro nejnižší vypočtenou nenulovou frekvenci. Volba minima nebyla jednoznačná, jelikož přenosová funkce pro vyšší frekvence strmě klesá a lokální minima pro antirezonance nemění úměrně hodnotu s rostoucím tlumením.

$$CF_{tlum} = |max(magnitude) - min(magnitude)| \quad 24$$

Byla použita konstrukce dle výsledku optimalizace pro zatížení s proměnnou frekvencí (Tab. 14). Hledaná velikost cílové funkce byla volena  $CF_{tlum} = 30$ . Byla nalezena odpovídající konstanta tlumení  $b_a = 240 \text{ N} * \text{s}/\text{m}$ .



Obr. 43 – Bodeho diagram pro navržené tlumení

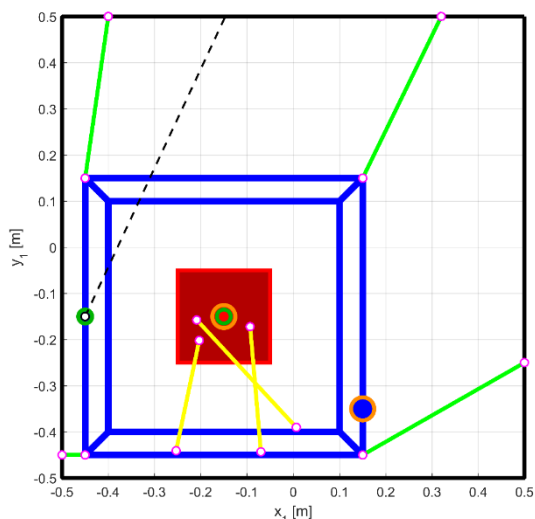
S tímto výsledkem byla provedena simulace pro zjištění maximálních rychlostí. Simulačním zatížením byla funkce s proměnnou zatěžovací frekvencí v závislosti na simulačním čase (Rce. 23 a Tab. 13). Výsledky simulace prezentované v Tab. 16 ukazují vyhovující vlastní frekvence systému (tj. mimo volený interval) a vyrovnání maximálních rychlostí, které je ovšem dobře přijatelné.

S takto vysokým tlumením jedna rezonance ze systému vymizela, jelikož hodnota  $b_a = 240 \text{ N} * \text{s}/\text{m}$  odpovídá nadkritickému tlumení pro daný systém.

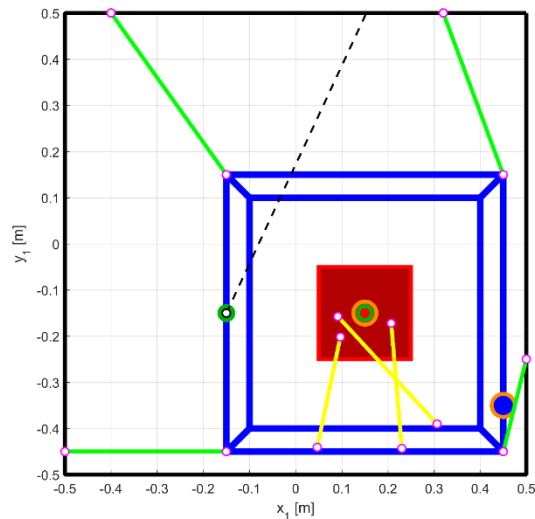
Poloha	Původní	S tlumením
Rezonance [rad/s]	108.7	110.5
	173.9	172.6
	239.2	265.6
	275.5	269.9
	603.1	495.6
	776.0	-
$v_{X_{max}}$ [m/s]	0.015	0.022
$v_{Y_{max}}$ [m/s]	0.029	0.023
CF	0.048	0.049

Tab. 16 – Porovnání hodnot s tlumením





Obr. 44c – Poloha SouthWest



Obr. 44d – Poloha SouthEast

Ukazuje se (Tab. 17), že změna polohy systému má vliv především na hodnoty vlastních frekvencí. V polohách NorthEast a SouthEast se jedna z frekvencí dostala do pracovního intervalu 130 až 170 rad/s. Jelikož ale tento interval není již mezi první a druhou vlastní frekvencí, jak tomu bylo u původní optimalizace, ale je v poloze NorthWest mezi druhou a třetí vlastní frekvencí, objevila by se rezonanční frekvence v pracovním intervalu během pracovního cyklu mezi polohou středu a NorthWest, což bylo i ověřeno simulací.

V oblasti rychlostí nenastalo s výjimkou polohy SouthEast výrazné zhoršení. Naopak v několika polohách vyšly maximální hodnoty ze simulace nižší. Tento jev ale je třeba brát s rezervou, jelikož simulace byla provedena pouze pro jeden způsob zatížení.

Natočení systému o 30° nemělo na zkoumané jevy nepříznivý vliv.

Poloha	Původní	NorthEast	NorthWest	SouthWest	SouthEast	Rotace 30°
Rezonance [rad/s]	108.7	70.0	55.9	75.0	94.2	120.4
	173.9	131.7	121.9	136.5	174.9	171.9
	239.2	174.8	224.9	276.4	247.3	241.2
	275.6	361.9	320.4	303.7	321.7	342.5
	607.7	678.1	685.9	668.0	497.5	683.8
	781.2	937.4	1377.4	976.4	732.2	1241.9
$v_{X_{max}}$ [m/s]	0,025	0.018	0.002	0.006	0.065	0.004
$v_{y_{max}}$ [m/s]	0.041	0.046	0.006	0.012	0.157	0.012

Tab. 17 – Výsledky simulace v různých polohách

## 6.9. Optimalizovatelnost v pracovních polohách

V této kapitole byla provedena optimalizace systému v jednotlivých polohách na krajích pracovního prostoru. Byly sledovány výsledné vlastní frekvence a optimalizační parametry. Předmětem zkoumání byla možnost využití získaných hodnot pro vylepšení soustavy optimalizované ve středu pracovního prostoru.



Poloha	Původní	NorthEast	NorthWest	SouthWest	SouthEast	Rotace 30°
Rezonance [rad/s]	108.7	73.6	57.5	81.4	-	118.1
	173.9	100.1	149.8	177.5	-	179.6
	239.2	223.7	232.3	303.8	-	235.4
	275.5	465.1	385.3	389.9	-	322.3
	603.1	827.5	1238.6	950.6	-	598.9
	776.0	1665.8	1512.3	1121.3	-	1206.3
$v_{x_{max}}$ [m/s]	0.015	0.016	0.002	0.009	0.029	0.006
$v_{y_{max}}$ [m/s]	0.029	0.025	0.004	0.010	0.052	0.008
CF	0.048	0,038	0,005	0,016	0.096	0.011

Tab. 18 – Optimalizace na krajích pracovního prostoru

Tab. 18 ukazuje dobrou optimalizovatelnost v polohách NorthEast a NorthWest, kde rychlosti nabývají velice nízkých hodnot. U polohy NorthWest ale nastala rezonance uvnitř pracovního intervalu. Rezonanční zesílení se ale objevuje u hltiče, proto sledované rychlosti nedosahují vysokých hodnot. Hodnoty splňující CF byly nalezeny již mezi jedinci první, náhodně generované populace. Poloha SouthWest vyšla dobře s obdobnými hodnotami vlastních frekvencí jako referenční výpočet ze středu pracovního prostoru. Oproti tomu se v poloze SouthEast nepodařilo nalézt konfiguraci, která by splňovala kritérium hodnoty CF a výpočet byl zastaven. Hodnoty parametrů nebyly použity pro další výpočty, a proto nejsou uvedeny. Výsledky pro polohu pootočenou o +30° vycházejí rovněž příznivě a ukazují na stabilitu systému vůči natočení. V Tab. 18 je uvedena vždy hodnota nejlepšího jedince z dané populace.

Výsledky optimalizace jsou dobře porovnatelné s výsledky simulace v kapitole 6.8, kdy byla základní konfigurace pouze přemístěna do krajní polohy.

Získané hodnoty parametrů z optimalizací v krajních polohách (tab. 18) byly průměrovány (Tab. 19) a tyto výsledky použity pro simulace.

poloha	Původní	NorthEast	NorthWest	SouthWest	SouthEast	Rotace 30°
výpočet	váha					
v101	1	1	1	1	0	1
v102	5	1	1	1	0	1
v103	5	5	5	1	0	1
v104	5	5	5	1	0	5
v105	1	5	5	1	0	5

Tab. 19 – Váhy optimalizačních výpočtů

Simulace byla provedena s váženými průměry všech sedmnácti optimalizačních parametrů: hmotnosti a momentu setrvačnosti hltiče, tuhosti a polohy jeho uložení. Byly sledovány vlastní frekvence a rychlosti referenčního bodu na platformě jako u předchozích výpočtů. Soustava byla buzena frekvenčně proměnným zatížením (Rce. 23).

Z výsledků (Tab. 20.) vyplývá, že průměrování optimalizovaných parametrů není vhodný postup. Ve všech případech došlo ke zvýšení hodnot rychlostí a jedna z rezonančních frekvencí se dostala do pracovního frekvenčního intervalu. Nejhorších výsledků bylo

dosaženo při výpočtu v102, kde měla nejvyšší váhu pro průměr parametrů původní konfigurace. Soustava pravděpodobně zachytila jednu z budících frekvencí jako půlnásobek vlastní rezonance. Vzhledem k celkovým nepříznivým výsledkům postupu nebyl tento jev dále zkoumán.

Výpočet	v101	v102	v103	v104	v105
Rezonance [rad/s]	53.0	128.7	122.6	35.5	86.4
	153.7	176.8	147.4	150.0	160.3
	239.7	253.9	245.8	245.4	250.5
	297.1	318.6	401.4	365.3	318.7
	528.1	495.4	632.3	570.6	442.8
	775.1	705.8	809.6	713.7	806.5
$v_{x_{max}}$ [m/s]	0.063	0.360	0.080	0.072	0.049
$v_{y_{max}}$ [m/s]	0.062	0.357	0.072	0.072	0.054
CF	0.163	2.001	0.210	0.195	0.128

Tab. 20 – Výsledky průměrovaných struktur

System je velice citlivý na směr uchycení hltiče. Bylo pozorováno, že nezáleží tolik na konkrétní poloze uložení, jako na kombinaci směrů všech tří pružin. Tento jev, kterého bylo zpravidla při optimalizaci dosaženo, byl průměrováním hodnot eliminován. Dále se ukázalo, že s rostoucí tuhostí pružin, jež vyjde z optimalizace, roste i optimalizovaná hmotnost hltiče, což průměrováním odstraněno nebylo.

Pro dosažení lepších výsledků je nutno provést jeden optimalizační výpočet pro celý pracovní prostor.

## 6.10. Celková optimalizace systému

V této kapitole byl sestaven kompletní model optimalizace zvoleného systému. Mechanismus byl nejprve optimalizován na požadovanou hodnotu cílové funkce obsahující hodnoty maximálních rychlostí dosažených během simulace (Rce. 25). Hodnota CF byla rovněž přenásobena penalizačním koeficientem  $K = 1e15$ , pokud se jedna z rezonančních frekvencí systému nacházela v intervalu 135 až 165 rad/s.

$$CF = K * (v_{x_{MAX}} + v_{y_{MAX}} + 10 * v_{x_{MAX}} * v_{y_{MAX}}) \quad 25$$

Simulace byla provedena časově závislou budící silou (Rce. 23), kde se během simulačního času měnila frekvence této harmonické síly. Simulace byla provedena s jedním jedincem, stejnými optimalizačními parametry (tuhostmi, hmotnostmi a momentu setrvačnosti hltiče a jeho uchycení na platformě a na něm samotném) nejprve ve středu pracovního prostoru, následně ve čtyřech krajních pracovních polohách (Obr. 44) a konečně ve středu pracovního prostoru pro systém pootočený o 30°. Hodnoty cílových funkcí byly sečteny přes všechny polohy značení indexem  $i$  v Rci. 26 a tato hodnota porovnávána mezi jedinci generace.

$$CF_{Sum} = \sum_i K * (v_{x_{MAX}} + v_{y_{MAX}} + 10 * v_{x_{MAX}} * v_{y_{MAX}})_i \quad 26$$

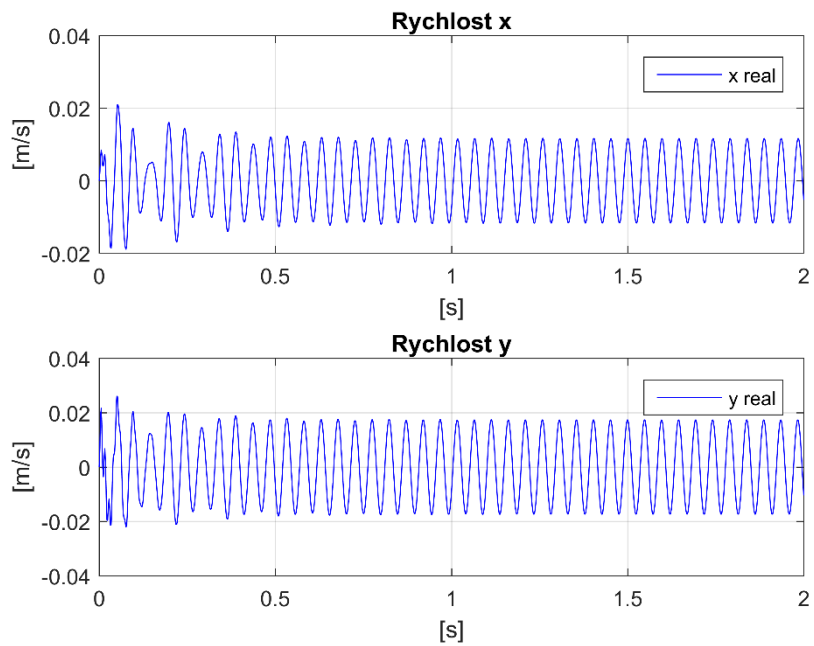
Ukázalo se, že pokud se některá rezonanční frekvence v alespoň jedné poloze nacházela uvnitř zmíněného intervalu, měl jedinec zanedbatelnou naději na křížení.

Následně byl nejlepší jedinec (Tab. 21), který dosáhl požadované hodnoty sumy cílových funkcí, vybrán pro optimalizaci minimálního požadovaného tlumení. V Bodeho diagramu byla volena maximální dovolená hodnota zesílení v rezonanci, přestože se žádná z rezonancí již nenacházela v intervalu pracovních frekvencí. Byla nalezena hodnota minimálního požadovaného tlumení uchycení hltiče.

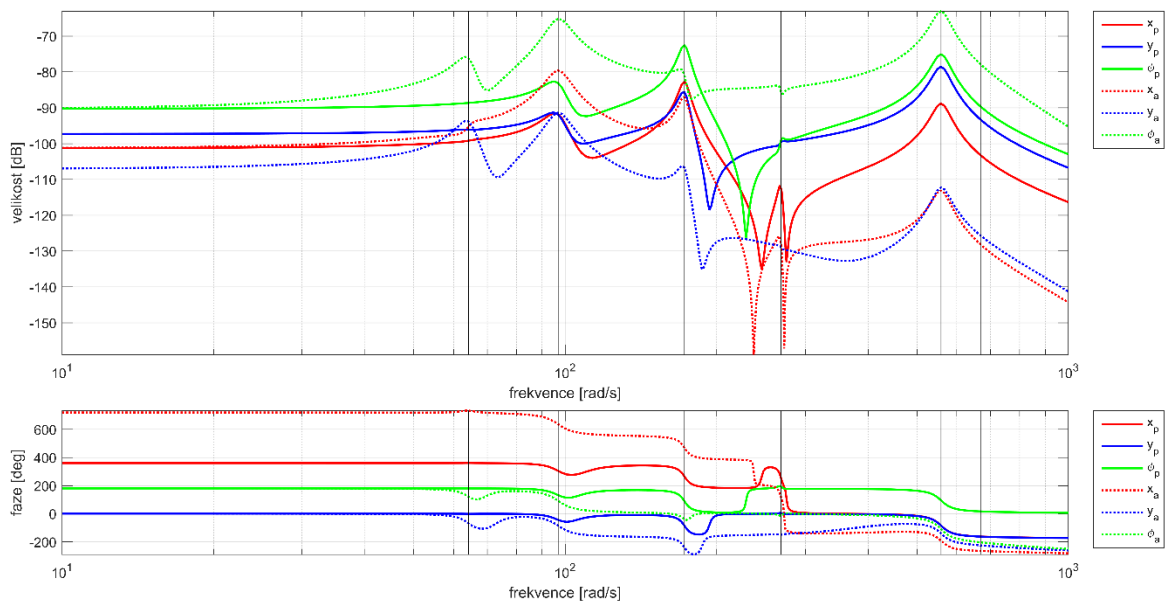
V posledním kroku byla provedena časová simulace ve středu pracovního prostoru, vykreslen průběh hodnot rychlostí (Obr. 45) v čase a zobrazen Bodeho diagram (Obr. 46) pro kontrolu rezonančních frekvencí. Geometrická konfigurace výsledné struktury je znázorněna na Obr. 47.

ma [kg]	1.97
Ita [kgm <sup>2</sup> ]	0.001
kLa1 [N/m]	27928
kLa2 [N/m]	17666
kLa3 [N/m]	21377
CF <sub>sum</sub>	0.317
b [Ns/m]	30
Rezonance [rad/s]	64.3
	96.8
	172.6
	268.6
	558.6
	669.2
v <sub>xmax</sub> [m/s]	0.021
v <sub>ymax</sub> [m/s]	0.026
CF	0.053

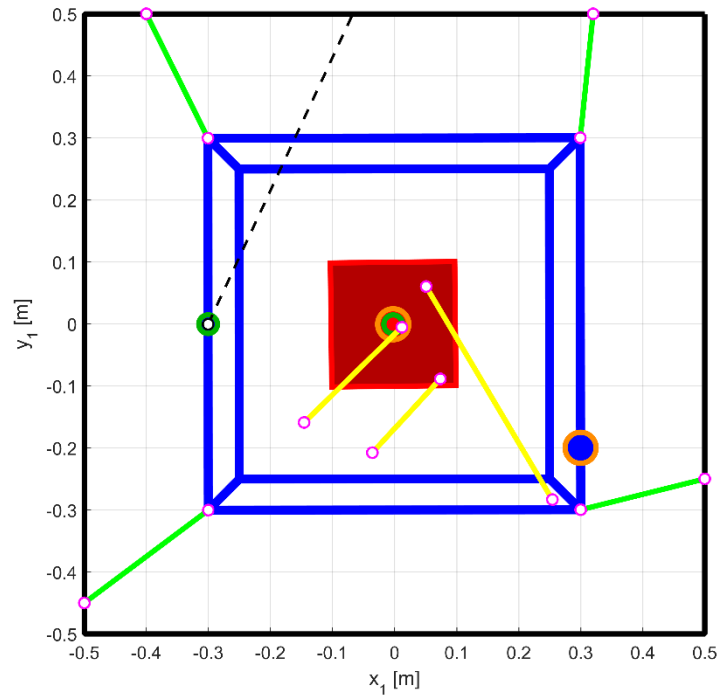
Tab. 21 – Výsledky celkové optimalizace



Obr. 45 – Průběh rychlostí simulace



Obr. 46 – Bodeho diagram výsledku celkové optimalizace

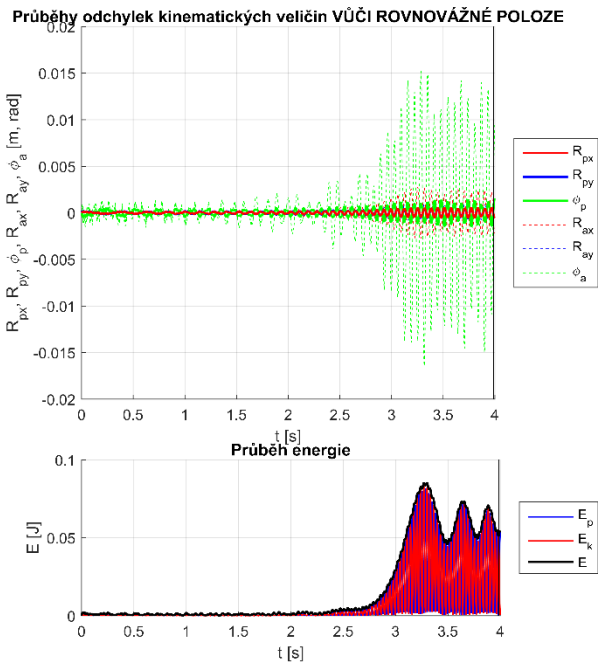


Obr. 47 – Geometrie výsledné konfigurace

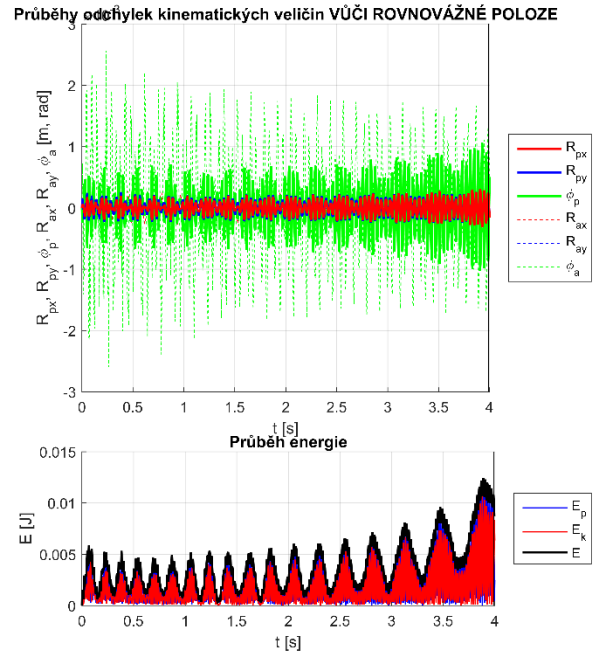
Pro ověření použitelnosti výsledného systému byl tento systém buzen časově proměnnou silou (Rce. 27) ve tvaru funkce chirp s postupně rostoucí budící frekvencí v rozsahu  $f_{r_{min}}$  až  $f_{r_{max}}$  [Hz].

$$F(t) = 10 * [\cos(2\pi \left( f_{r_{min}} * t + (f_{r_{max}} - f_{r_{min}}) * \frac{t}{2 * t_{end}} \right) * t)] \quad 27$$

Obr. 48 ukazuje průběhy energií a souřadnic platformy a hltiče během simulace. Při rozběhu (Obr. 48a) je nejvýraznější nárůst energie systému v čase 3,25 s, který odpovídá druhé rezonanci systému o hodnotě 97 rad/s. Během pracovního cyklu (Obr. 48b) je celková energie systému větší, ale systém je stabilní po celou dobu simulace a hodnoty amplitud kmitů mají konstantní velikost.



Obr. 48a – Rozběh systému  
(10-130 rad/s)



Obr. 48b – Pracovní frekvence  
(130-160 rad/s)

Výsledná konfigurace splnila veškeré požadavky pro hodnoty rychlostí a vlastních frekvencí. Zároveň se ukázala dostatečně robustní vůči změně pracovní polohy a frekvenčně proměnnému buzení.

Pokud neznáme přesně frekvenční pracovní interval, je možno v konstrukci použít prvky s nelineární tuhostí popsané v kapitole 3.7.

## 7. Prostorový model

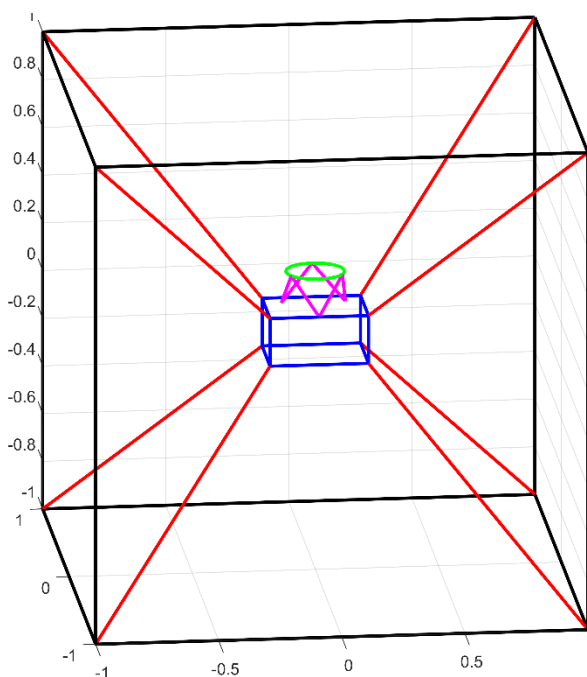
V této kapitole bude popsán jednoduchý prostorový model platformy a hltiče, na kterém budou použity optimalizační principy nalezené na rovinném modelu. Budou zvoleny obdobné optimalizační parametry a sledovány rychlosti platformy za účelem jejich snížení.

### 7.1. Volená prostorová konstrukce

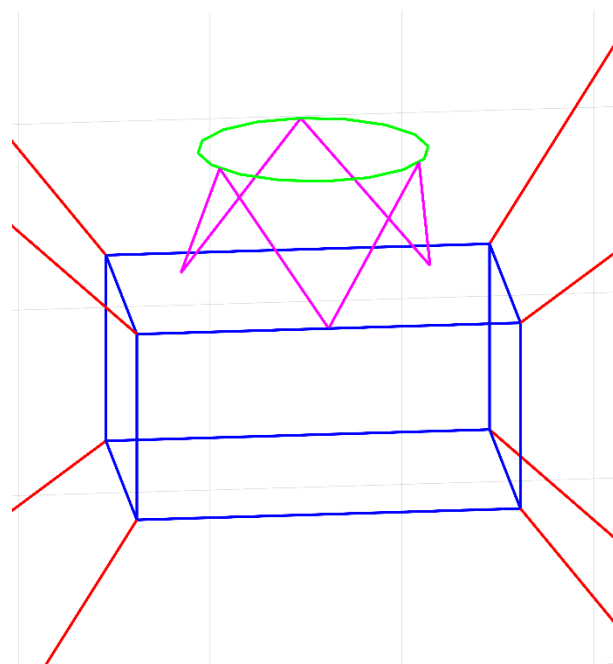
Byla navržena dokonale tuhá platforma tvaru kvádru ukotvená v rozích poddajnými prvky se stejnou lineární tuhostí v tahu i tlaku (Obr. 49a). Na tu byl připevněn dokonale tuhý absorbér tvaru kruhové desky pomocí tzv. kubické konfigurace. To znamená pomocí šesti pružin tvořící uskupení, kdy se ve třech bodech na platformě a třech bodech na absorbéru pootočených mezi sebou o 120° stýkaly vždy dvě pružiny (Obr. 49b) [16]. Geometrie systému je neměnná (Tab. 22).

pracovní prostor [m]	platforma [m]	hltič [m]
1 x 1 x 1	0.2 x 0.15 x 0.1	0.12 x 0.05

Tab. 22 – Geometrie systému



Obr. 49a – Prostorový model



Obr. 49b – Detail prostorového hltiče

Platforma byla harmonicky buzena v těžišti kombinací síly a momentu (Rce 28). Jako počáteční hodnoty systému byly voleny konstanty dle Tab. 23. Všechny tuhosti prvků spojujících hltič s platformou byly nejprve voleny identické.

$$F(t) = \sin(\omega_1 * t) * [F_x, F_z, F_y] N$$

$$M(t) = \sin(\omega_2 * t) * [M_x, M_z, M_y] Nm$$

28

mp	Itxp	Ityp	Itzp	kp	ma	Itxa	Itya	Itza	ka
5 kg	0.02	0.02	0.015	500 N/m	1 kg	0.001	0.001	0.0005	100 N/m

Tab. 23 – Počáteční hodnoty mechanismu  
(Hodnoty momentů setrvačnosti Ii jsou uvedeny v kgm<sup>2</sup>)

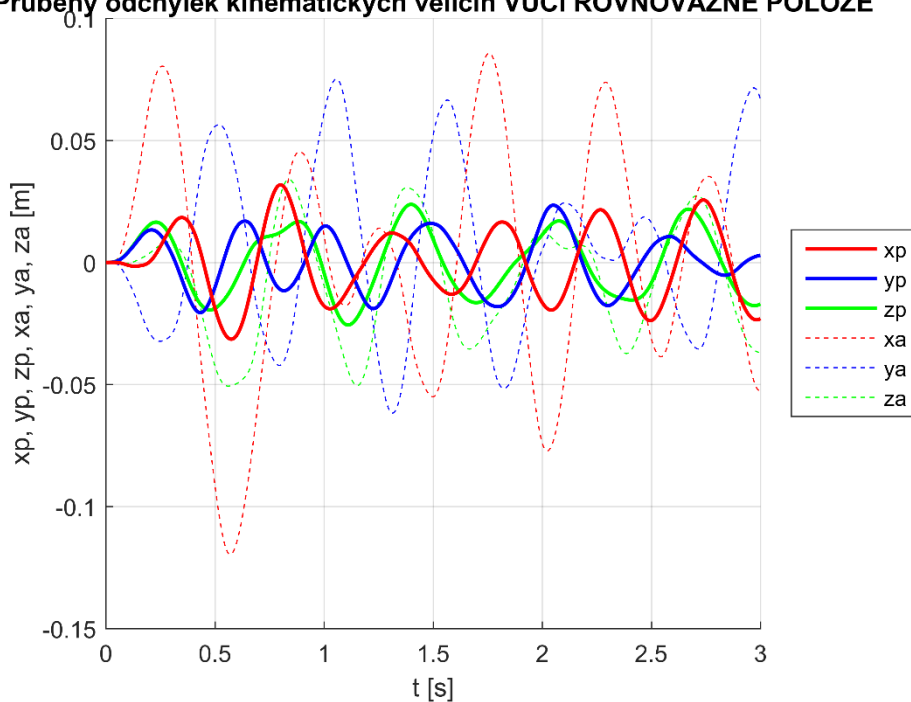
S těmito hodnotami byla provedena simulace pochybu modelu za účelem ověření jeho správnosti. Byl sledován průběh odchylek vůči počáteční stabilní poloze. Systém byl buzen kombinací síly a momentu s různou frekvencí (Rce. 29).

$$F(t) = \sin(10 * t) * [5,10,15] N$$

$$M(t) = \sin(13 * t) * [15,10,15] Nm$$
29

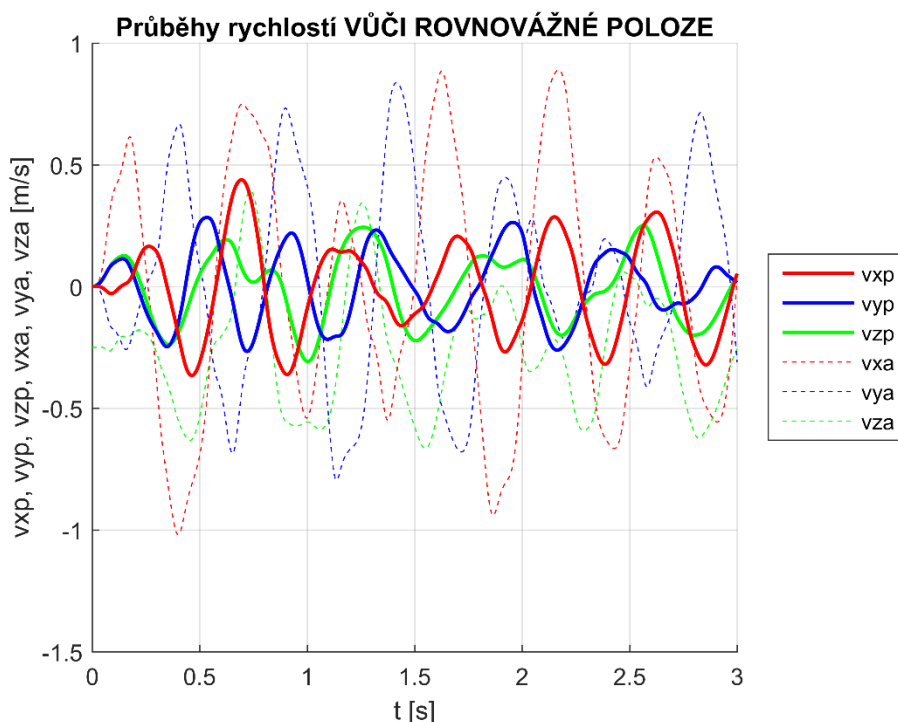
Z výsledků simulace je patrné (Obr. 50 a 51), že systém reaguje dle očekávání. Odchylky i rychlosti hltiče jsou větší, jelikož jeho spojení s platformou má nižší tuhost než platforma s rámem. Zároveň se pohybuje v ose z výrazně méně než v ostatních osách, což je způsobeno geometrií jeho uložení.

Průběhy odchylek kinematických veličin VŮČI ROVNOVÁŽNÉ POLOZE



Obr. 50 – Průběhy souřadnic během simulace





Obr. 51 – Průběhy rychlostí během simulace

Bylo dosaženo rychlostí (Tab. 24) řádově obdoby jako v rovinném modelu (Tab. 17). Bude tedy možné srovnat úspěšnost optimalizačního výpočtu s rovinnou úlohou.

$v_{X_{max}}$	0.44 m/s
$v_{Y_{max}}$	0.28 ms/
$v_{Z_{max}}$	0.31 m/s
CF	1.41

Tab. 24 – Rychlosti platformy

## 7.2. Optimalizace 3d01

V této kapitole byla provedena optimalizace dle principů uvedených v předchozích kapitolách a na obdobné cílové funkci. Byla použita metoda genetických algoritmů uvedená v kapitolách 4.4 a 6.2.

Byly sledovány rychlosti platformy v jejím těžišti, které se nachází v jejím geometrickém středu. Z výsledků simulace byla určena maxima absolutních hodnot rychlostí a použita do CF dle Rce. 30. Tato rovnice má podobný tvar jako Rce. 22. Navíc je zde uveden koeficient  $K_p$ , který nabývá hodnoty 1, pokud je splněna podmínka podobnosti rychlostí. Ta byla formulována tak, že žádná z maximálních rychlostí nesmí nabýt větší hodnoty, než je trojnásobek hodnoty nejmenšího maxima. V takovém případě byla optimalizace považována za neúspěšnou a koeficient nabývá hodnoty  $K_p = 100$ . Ostatní koeficienty, má-li jeden z optimalizačních parametrů nežádoucí hodnoty, nejsou v rovnici uvedeny. V takovém

případě nabývají tyto penalizační koeficienty hodnot  $1e15$  a takový jedinec má zanedbatelnou šanci se dále křížit.

$$CF = K_p * [ (v x_{max} + v y_{max} + v z_{max}) + 10 * v x_{max} * v y_{max} * v z_{max} ] \quad 30$$

Hledaná hodnota cílové funkce byla volena s ohledem na výsledky simulace nejprve jako  $CF = 0.9$  pro výpočet A, později  $0.75$  pro výpočet B, které se liší limity tuhosti (Tab. 25).

Jako optimalizační parametry byly voleny hmotnost hltiče, jeho momenty setrvačnosti vůči všem osám a jedna hodnota tuhosti všech pružin mezi platformou a hltičem.

Vstupní parametry pro náhodně zvolenou první generaci jedinců byly voleny, jak je uvedeno v Tab. 25. Tyto hodnoty byly voleny s ohledem na velikost mechanismu s cílem přiblížit se skutečným hodnotám manipulátorů v průmyslu. Je vidět, že rozsah parametrů je větší, než bylo dovoleno v rovinné úloze. To je z důvodu, že dynamické chování prostorového systému je hůře předvídatelné, a proto je kladen větší důkaz na optimalizační výpočet než na inženýrský odhad.

parametr	$k_{a_i}$ A [N/m]	$k_{a_i}$ B [N/m]	$m_a$ [kg]	$I_{t_{a_i}}$ [kgm <sup>2</sup> ]
spodní hranice	100	10	0.08	0.0001
horní hranice	10 000	1000	2.01	0.01

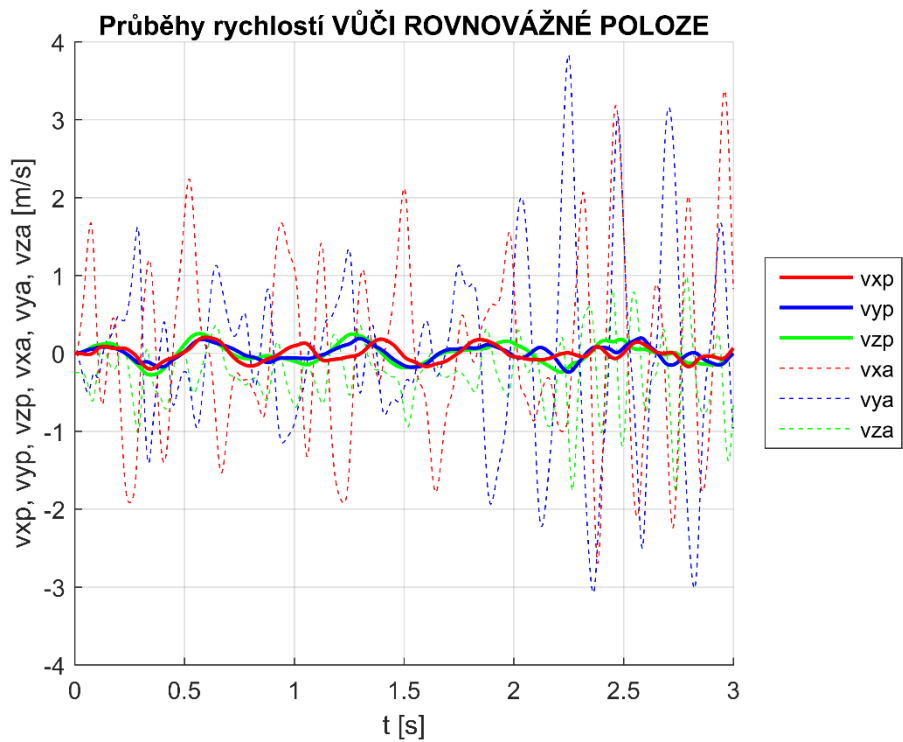
Tab. 25 – Mezní hodnoty optimalizačních parametrů

Byly provedeny dva optimalizační výpočty. Hodnoty CF bylo dosaženo v první až páté generaci.

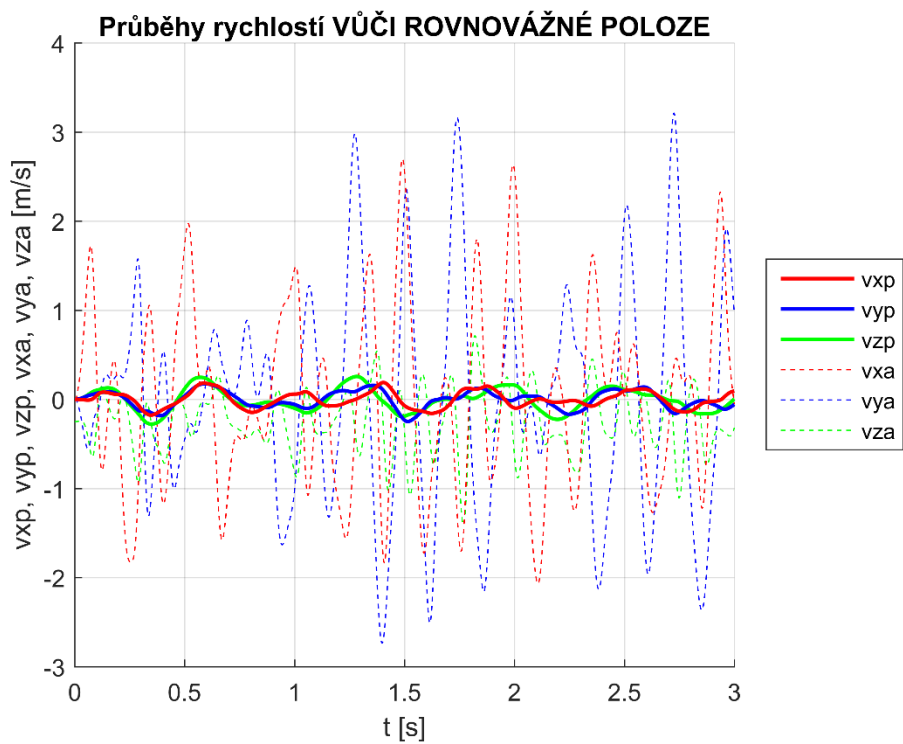
Optimalizované parametry nabývají hodnot dle Tab. 26. S těmito hodnotami byla provedena simulace a výsledky číselně (Tab. 26) a graficky znázorněny (Obr. 52).

výpočet	3d01 A1	3d01 A2	3d01 B1	3d01 B2
$k_a$ [N/m]	3563	7092	19.4	16.6
$m_a$ [kg]	0.1177	0.0918	1.510	1.468
$I_{t_{ax}}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.0047	0.0036	0.0037	0.0095
$I_{t_{ay}}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.0056	0.0073	0.0050	0.0099
$I_{t_{az}}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.0068	0.0079	0.0064	0.0072
$v_x$ [m/s]	0.20	0.19	0.19	0.18
$v_y$ [m/s]	0.24	0.25	0.20	0.19
$v_z$ [m/s]	0.28	0.28	0.24	0.24
CF	0.86	0.84	0.71	0.70

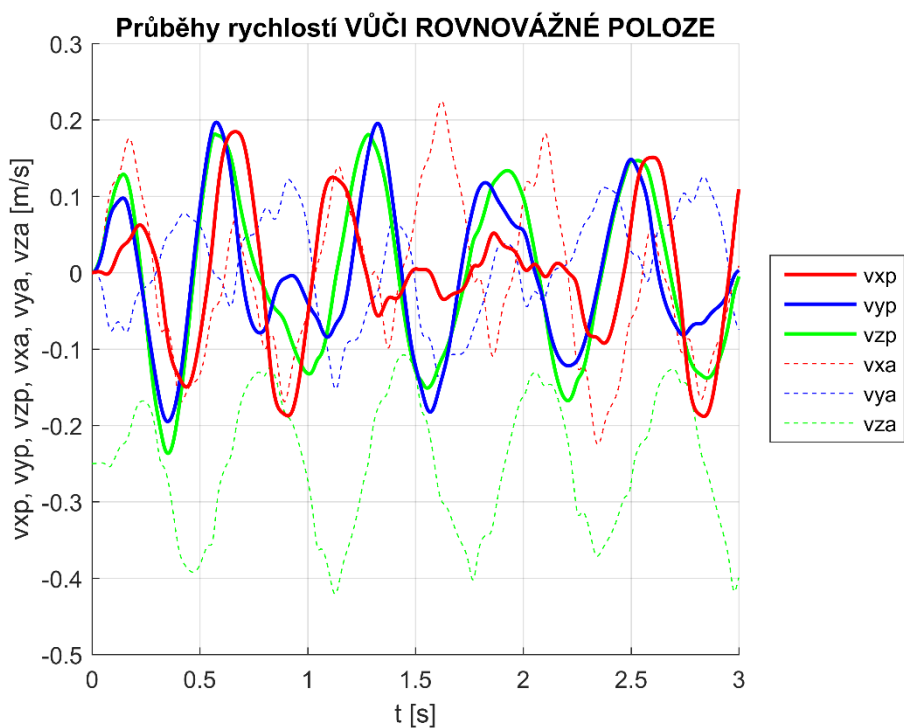
Tab. 26 – Tabulka výsledků



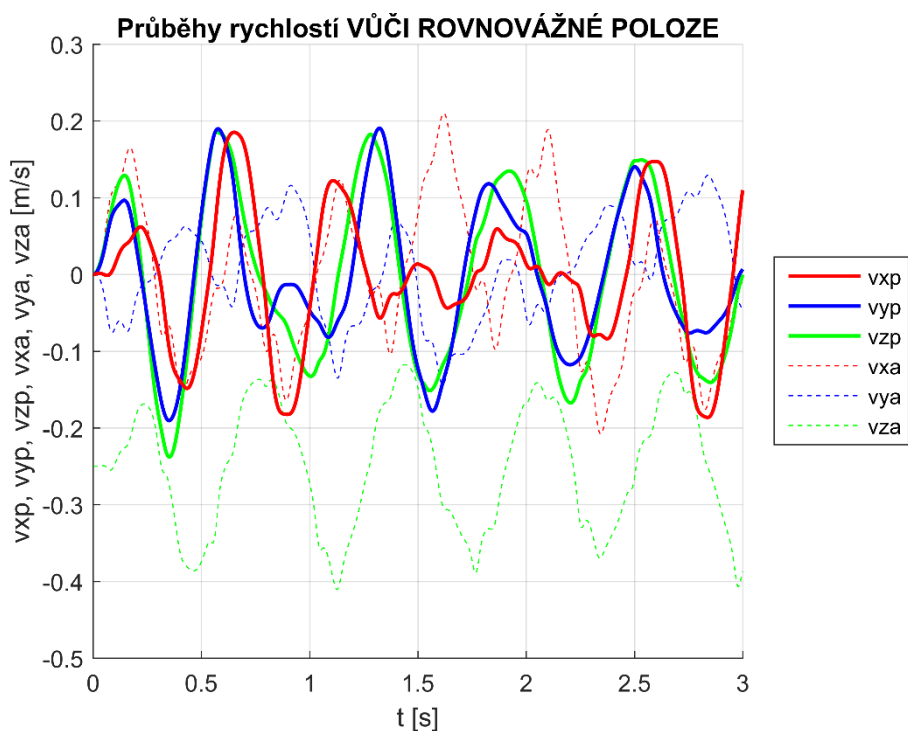
Obr. 52a – Průběhy rychlostí 3d01 A1



Obr. 52b – Průběhy rychlostí 3d01 A2



Obr. 52c – Průběhy rychlostí 3d01 B1



Obr. 52d – Průběhy rychlostí 3d01 B2

Výpočty 3d01 A ukazují výrazné zlepšení v oblasti rychlosti kmitání platformy. Z grafického zobrazení průběhu simulace je ale patrné, že navržená vysoká tuhost pružin hltiče mu zabraňuje kmitat a funguje spíše jako přídatné téměř pevně spojené těleso. Proto

bylo překročeno k optimalizace 3d01 B s nižšími limity tuhostí. V tomto případě bylo dosaženo ještě lepších výsledků a přídavný hltič plní svou funkci absorbérů vibrací.

Z výsledků je patrné, že především optimalizace B zlepšila hodnoty dosahovaných rychlostí oproti původní zvolené konfiguraci. Dále je vidět, že velikost momentů setrvačnosti nemá příliš velký vliv na výsledek, jelikož jsou sledovány pouze rychlosti posuvů, nikoli rychlosti rotace. Výsledky tuhosti a hmotnosti byly velice podobné, a dá se tedy soudit, že toto naladění je v blízkosti globálního minima pro dané buzení.

Jako nejproblematictější se ukázalo být splnění koeficientu podobnosti  $K_p$ . Během výpočtu byly nalezeni jedinci, kteří při simulaci vykazovali maximální rychlosti ve směru  $x$  nižší než  $v_x = 0.15 \text{ m/s}$ . Takový jedinec ale nebyl přijat jako vhodný z důvodu špatného utlumení ve směru osy  $z$ .

### 7.3. Optimalizace 3d02

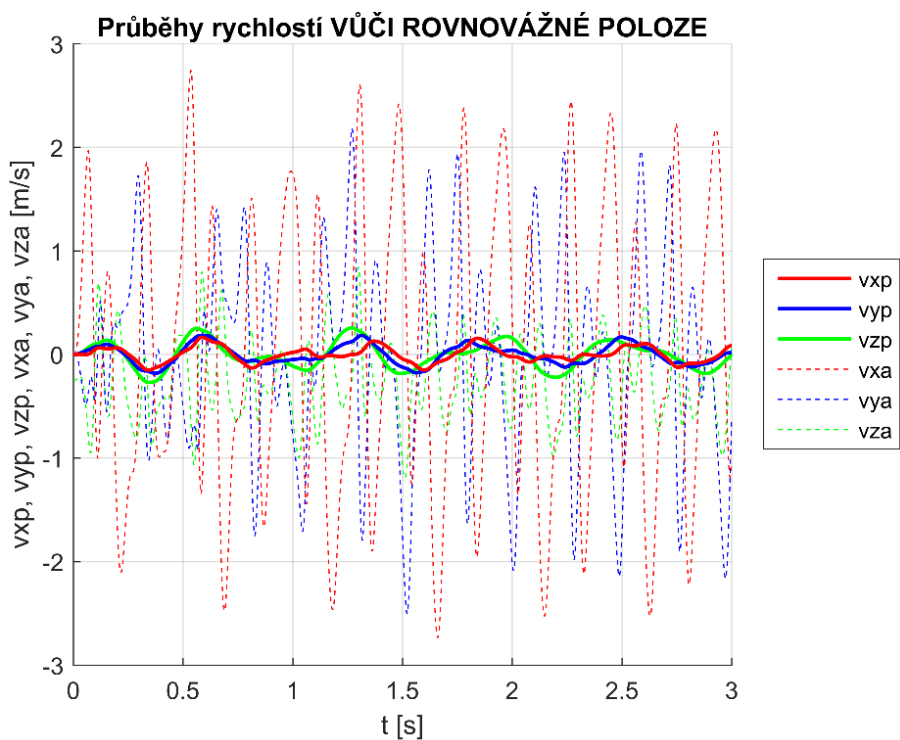
Tato kapitola se věnuje optimalizaci, do které byly uvedeny jako optimalizační parametry všechny tuhosti spojující hltič s platformou jako nezávislé proměnné v rozsahu pouze 100 až 1000 N/m. Jelikož je platforma buzena různě vůči jednotlivým osám a geometrie stále považována za neměnnou, je cílem ověřit, zda proměnné tuhosti budou mít příznivý vliv na výsledek.

Opět byly provedeny dva optimalizační výpočty se stejnou hledanou hodnotou  $CF = 0.75$ .

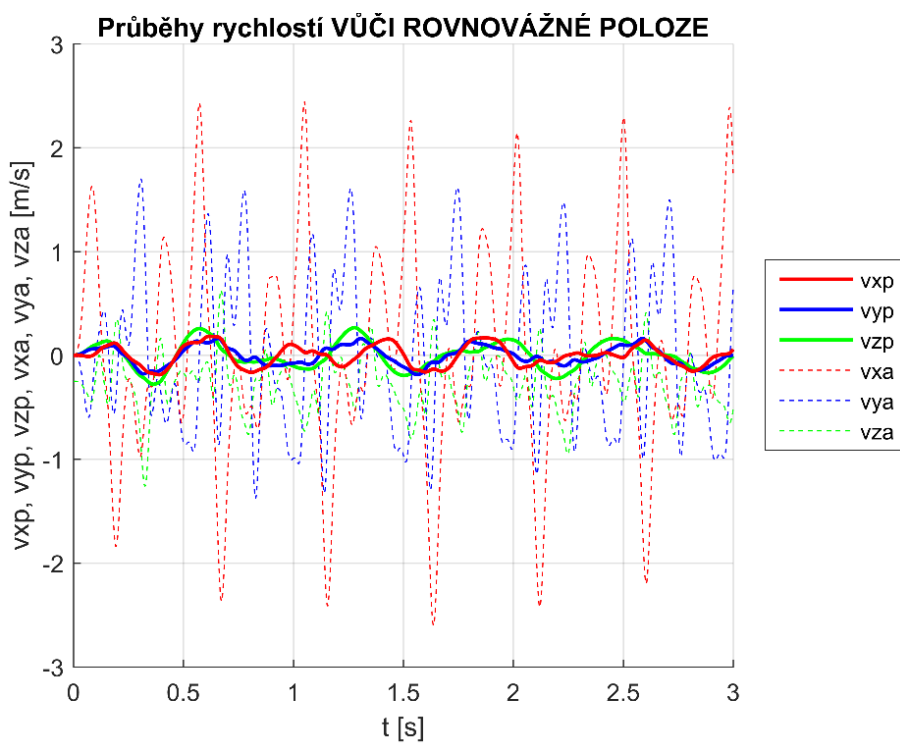
Výsledky optimalizačních parametrů jsou zobrazeny v Tab. 27. a Obr. 53. Je patrné, že v tomto případě jsou rozdíly mezi jednotlivými tuhostmi značné a hodnoty se blíží oběma limitům. Dále se ukázalo, že i malá hmotnost absorbérů má výrazný vliv na chování celé soustavy.

výpočet	3d01 B1	3d01 B2
ka1 [N/m]	145.2	357.7
ka2 [N/m]	522.0	497.2
ka3 [N/m]	964.3	102.6
ka4 [N/m]	380.8	974.8
ka5 [N/m]	273.0	312.5
ka6 [N/m]	535.2	691.2
ma [kg]	0.052	0.121
Itax [kgm <sup>2</sup> ]	0.0088	0.0092
Itay [kgm <sup>2</sup> ]	0.0008	0.0084
Itaz [kgm <sup>2</sup> ]	0.0020	0.0087
vx [m/s]	0.16	0.18
vy [m/s]	0.18	0.18
vz [m/s]	0.27	0.29
CF	0.70	0.74

Tab. 27 – Tabulka výsledků



Obr. 53a – Průběhy rychlostí 3d02 B1



Obr. 53b – Průběhy rychlostí 3d02 B2

Lze diskutovat, že rozdílné tuhosti jednotlivých pružin v uchycení mají příznivý vliv na ladění hltiče. Je ale nutné si uvědomit, že toto naladění bude vždy výrazně jiné pro jiný druh a směr buzení. Z hlediska konstrukce je v tomto případě možno použít pouze prvky

s proměnnou tuhostí nebo tuhostí snadno měnitelnou, závislou například na protékajícím napětí. Takové prvky jsou nadále vhodné pro aktivní řízení.

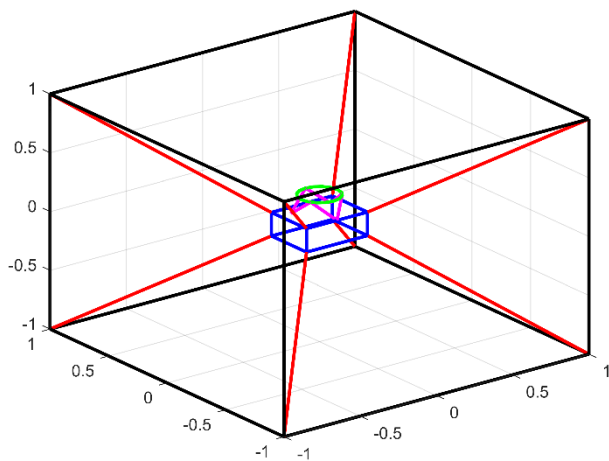
Dále se během simulace ukázalo, že optimalizovaná struktura nedosahuje vysokých rychlostí a posuvů ve směru os, ale výrazně kmitá ve všech třech rotačních směrech. Je tedy nutné mít na paměti, že struktura je optimalizována pouze na hodnoty tvořící cílovou funkci a může vykazovat nežádoucí chování v jiných oblastech.

#### 7.4. Optimalizace v polohách

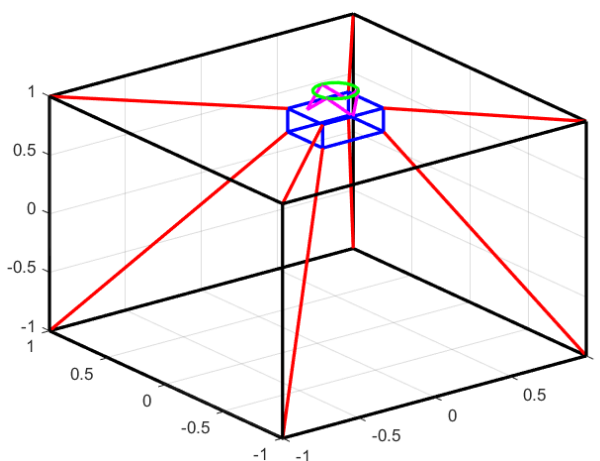
V této kapitole bude proveden optimalizační výpočet v krajních pracovních polohách mechanismu, jak bylo ukázáno na rovinném modelu. Pro jednoduchost bude nejprve uveden model s jednotnou konstantou tuhosti spojení hltiče s platformou. Ze symetrie ideálního uvažování pružin v tahu a tlaku je pak možné počítat optimalizace pouze ve čtyřech polohách (Tab. 28.). Natočení počáteční polohy platformy nebylo do výpočtu zahrnuto. Počáteční polohy jsou znázorněny na Obr. 54.

Poloha	A	B	C	D
x [m]	0	0.5	0.5	-0.5
y [m]	0	0.5	-0.5	-0.5
z [m]	0	0.5	0.5	-0.5

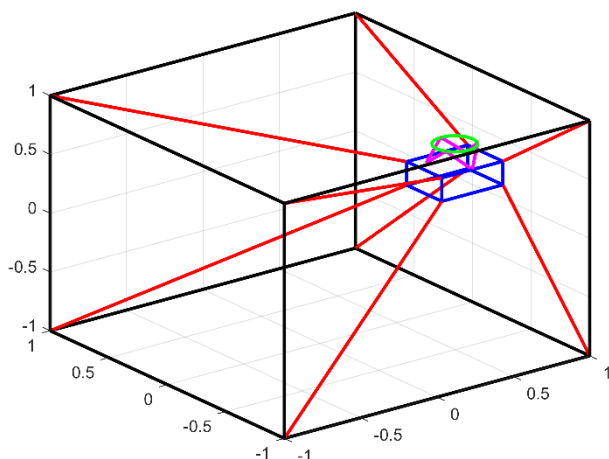
Tab. 28 – Polohy platformy



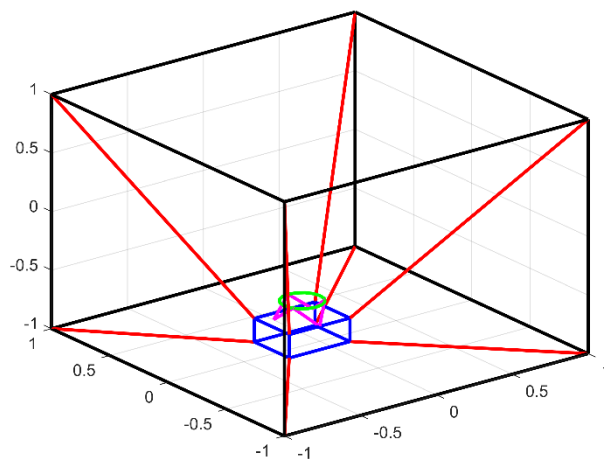
Obr. 54a – Poloha A



Obr. 54b – Poloha B



Obr. 54c – Poloha C



Obr. 54d – Poloha D

Celková CF byla volena obdobně jako v rovinném modelu, tedy jako součet dílčích CF z jednotlivých poloh. Nejprve byl proveden výpočet s jednou proměnnou tuhostí a následně se šesti nezávislými parametry tuhosti. Budící síla i moment byly shodné jako v předchozích prostorových výpočtech.

Hledaná hodnota CF byla volena s ohledem na výraznou velikost změny dynamických vlastností systému v různých polohách  $CF = 10$ .

Po 100 generacích o 200 členech nebyl nalezen jedinec, který by splnil hledanou hodnotu CF. Ukázalo se, že pouze změnou hmotnostních a tuhostních konstant nelze utlumit kmity struktury, jak bylo požadováno. Rychlost kmitů vždy v alespoň dvou polohách dosahovala vyšších hodnot než  $1 \text{ m/s}$ . Nejproblematičtější polohou byla poloha C, pro jejíž utlumení byly nalezeny výrazně jiné hodnoty optimalizačních parametrů než pro polohy ostatní.

Dále bylo zjištěno, že optimalizace systému pouze v oblasti hmotnosti hltiče, jeho momentů setrvačnosti a tuhostí jeho připojení na platformu nemusí splnit stanovené požadavky. Jak bylo diskutováno již v rovinné úloze, zahrnutí geometrie mezi optimalizační parametry má kritický význam pro úspěšnost optimalizace.

Dalším krokem v optimalizačním výpočtu by byl návrh optimálního tlumení. To bylo v předchozích kapitolách na rovinném modelu definováno jako funkce maximálního povoleného zesílení přenosové funkce v Bodeho diagramu. Je ale také možné definovat požadavek minimálního požadovaného snížení rychlosti v procentech nebo najít nejvhodnější tlumicí konstantu ze zvoleného rozsahu.

## 7.5. Tlumení prostorového modelu.

Jelikož nebyl v prostorovém modelu řešen stavový popis a vypočítávány matice ABCD, byla cílová funkce pro návrh tlumení definována s požadavkem snížení maximální rychlosti kmitů platformy.

Nejprve byla provedena optimalizace systému ve všech polohách zvlášť. Dle aktuální polohy byla i volena hledaná hodnota CF ze zkušenosti získané při optimalizaci ve všech



polohách najednou. S výslednými optimalizačními parametry tuhostí, hmotnosti a momentů setrvačnosti bylo provedeno hledání optimálního tlumení v rozsahu 0 až 100 N\*s/m.

Ukázalo se, že navyšování tlumicí konstanty nepřinášelo vždy zlepšení v podobě snížení rychlostí, jak tomu bylo zpravidla u rovinného modelu. Optimalizovaný systém je velice citlivý na jakoukoli změnu parametrů. Nejprve bylo provedeno zkoumání oblasti, ve které se vhodná tlumicí konstanta nachází. Tady oblast byla dále detailněji zkoumána. Byla provedena zjednodušená obdoba simplexového algoritmu pro jednu proměnnou.

Výsledné rychlosti a hodnoty CF jsou uvedeny v Tab. 29. Původní optimalizace označená jako „bez tlumení“ byla počítána s tlumicí konstantou pro hltič  $ba = 2 \text{ N} * \text{s/m}$ . Ta byla zavedena kvůli stabilitě.

	poloha	A	B	C	D
bez tlumení ( $b = 2$ )	$v_x$ [m/s]	0.19	0.90	1.49	0.88
	$v_y$ [m/s]	0.18	1.19	1.14	1.28
	$v_z$ [m/s]	0.27	0.97	1.45	0.77
	CF	0.75	12.30	28.79	11.65
tlumení	$b$ [N*s/m]	1.6	4.8	1.97	2.29
s tlumením	$v_x$ [m/s]	0.19	0.97	1.50	0.74
	$v_y$ [m/s]	0.18	0.93	1.14	1.28
	$v_z$ [m/s]	0.28	0.70	1.41	0.76
	$CF_b$	0.74	8.94	28.10	9.95

Tab. 29 – Výsledky návrhu tlumení

Ukázalo se, že optimalizovaný systém není možné příliš vylepšit pouze navýšením tlumení. Naopak zvyšující se tlumení mělo spíše nepříznivý vliv na rychlosti systému. To bylo způsobeno tím, že změna tlumení změnila celé ladění systému. Systém byl rovněž velmi citlivý i na drobné změny parametrů tuhostí, z čehož se dá předpokládat, že se buzení nacházelo v blízkosti rezonance.

Pro detailnější ověření bylo nutno ověřit tyto závěry pro různé formy buzení. Bylo provedeno buzení platformy pouze silou, nebo momentem a následně s proměnnou frekvencí lineární funkcí chirp. Rozsah frekvencí byl volen 0 až 30 rad/. Tyto simulace byly provedeny na nejproblémovější poloze C (Tab. 30).

Buzení [N, Nm]	F, M	F	M	F chirp	M chirp	M
Frekvence [rad/s]	10,13	10	13	0-30	0-30	10
$v_x$ [m/s]	1.49	0.43	1.73	0.35	2.78	2.77
$v_y$ [m/s]	1.14	1.09	1.6	0.75	1.36	2.34
$v_z$ [m/s]	1.45	0.7	1.03	0.69	1.48	1.78
CF	28.79	5.48	32.75	3.66	61.39	135.53

Tab. 30 – Simulace polohy C

Ukázalo se, že nejkritičtější je momentové buzení o frekvenci 10 rad/s. To potvrdila i simulace chirpem. Poloha C má tedy rezonanci právě v této frekvenční oblasti, a proto bylo velice náročné najít v této poloze optimalizační parametry snižující hodnoty rychlostí obdobně jako v ostatních polohách.

Bylo ukázáno, že posouváním platformy v pracovním prostoru se systém natolik přeladí, že není možné najít jedno optimální nastavení pro celý prostor. Dokonce při stejném buzení se v jedné poloze (C) systém dostal díky přeladění do rezonance, takže ani individuální optimalizace tlumení jen pro toto místo nevede k uspokojivému výsledku.

V tomto případě je zde tedy prostor pro aktivní hltiče, resp. pro nastavitelné hltiče schopné přeladění v závislosti na aktuální poloze (tím může být pasivní hltič s laditelnou tuhostí, hmotové parametry by bylo obtížné ladit, ale moment setrvačnosti lze změnit při stejné hmotnosti například změnou poloměru). V porovnání s rovinným modelem, kde se optimální nastavení pro celou soustavu najít podařilo, by mohl hrát roli poměr velikosti platformy k velikosti pracovního prostoru.

V neposlední řadě by bylo třeba vše ověřit na laboratorním experimentu. Toto ověření ale přesahuje rozsah této diplomové práce.

## 8. Závěr

Diplomová práce se zabývá problematikou optimalizace pasivního hltiče vibrací. Byl popsán obecný princip vibrací a myšlenka jejich utlumení pomocí přidané hmotnosti na pružném prvku. Byly ukázány princip optimalizace, možnosti volby parametrů a definice cílové funkce a rozdíly v lokálním a globálním přístupu. Byl sestaven univerzální skript pro výpočet optimalizace pomocí metody genetických algoritmů.

Byl sestaven mechanický model rovinného manipulátoru ve vývojovém prostředí MATLAB. Model byl silově buzen a během simulace byly sledovány dynamické výstupy tvořící cílovou funkci.

Práce obsahuje návrh a sestavení cílové funkce pro model s dynamickým hltičem. Dále obsahuje optimalizační výpočty při různých volbách optimalizačních parametrů, včetně dynamických vlastností a geometrického uložení systému, a jejich vliv na výsledky a úspěšnost optimalizačního výpočtu. Principy odvozené na rovinném modelu byly následně použity v prostorovém modelu.

Na rovinném modelu bylo prokázáno, že je možné pomocí metody genetických algoritmů nalézt skupinu parametrů splňující požadované podmínky maximální dovolené rychlosti kmitů. Je zároveň možné sestavit pomocí těchto parametrů takový mechanismus, který bude robustní vůči změně pracovní polohy, a tedy změně uložení, a nebude obsahovat žádnou vlastní frekvenci ve zvoleném pracovním intervalu. Dále bylo zjištěno, že zahrnutí geometrických souřadnic uložení mezi optimalizační parametry má významný vliv na možnosti dosažení požadovaných výsledků. Při optimalizaci geometrie struktury je možno dosáhnout výrazně lepších výsledků se stejnými intervaly ostatních parametrů. Byl proveden návrh minimálního nutného tlumení s požadavkem na maximální dovolené zesílení odečteného z přenosové funkce.

Na prostorovém modelu byl ověřen postup optimalizačního výpočtu. Bylo zjištěno, že je možné najít pomocí stejných algoritmů vhodné mechanické parametry dynamického hltiče zlepšující chování sledované platformy. Dále bylo ověřeno, že pouze volbou mechanických optimalizačních parametrů bez možnosti změny geometrie, nemusejí být kladené požadavky splněny.

Byly splněny všechny cíle diplomové práce a zadání v plném rozsahu. Získané principy je možno použít k návrhu reálných konstrukcí.

## 9. Literatura

- [1] **VYHLIDAL T., OLGAC N., KUCERA V.**, (2014), Delayed resonator with acceleration feedback – Complete stability analysis by spectral methods and vibration absorber design, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, Issue 25, pp 6781–6795
- [2] **STEJSKAL, V. AND VALÁŠEK, M.** Kinematics and Dynamics of Machinery. New York : Dekker, 1996.
- [3] **SOPANEN, JUSSI**, Machine Dynamics – Lecture Notes, 2015, Lappeenranta University of Technology
- [4] **FRAHM, H.**, (1911), Device for Damping Vibrations of Bodies, US Patent 989,958.
- [5] **NOPDANAI AJAVAKOM**. Design of Vibration Absorbers , cit 28.6.2017
- [online] <http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~anopdana/433/ch62.pdf>
- [6] **KOPECKÁ, A.** Kmitání Dynamika I, 11. přednáška, cit. 15.6.2017
- [online] <http://slideplayer.cz/slide/3000358/>
- [7] **LIN GL, LIN CC, CHEN BC, SOONG TT.** (2015) Vibration control performance of tuned mass dampers with resettable variable stiffness. *Engineering Structures* ; 83: pp 187-97.
- [8] **VERBAAN CAM, ROSIELLE PCJN, STEINBUCH M.** (2014). Broadband damping of non-rigid-body resonances of planar positioning stages by tuned mass dampers. *Mechatronics*; 24(6): pp 712-23.
- [9] **ZUO, L., AND NAYFEH, S. A.**, (2006), The two-degree-of-freedom tuned-mass damper for suppression of single mode vibration under random and harmonic excitation. *Journal of vibration and acoustics*, 128(1), pp 56-65.
- [11] **RICE, H. J.**, (1993), Design of Multiple Vibration Absorber Systems Using Modal Data, *J. Sound Vib.*, 160, pp. 378–385.
- [12] **AJAVAKOM, N.** Design of Vibration Absorbers - Lecture Notes, Chulalongkorn University
- [13] **SMITH, O.J.M.** Posicast Control of Damped Oscillatory Systems. *Proceedings of the IRE*. 1957.
- [14] **PREUMONT, A., HORODINCA, M., ROMANESCU, I., DE MARNEFFE, B., AVRAAM, M., DERAEMAERKER, M., BOSSENS, F., ABU HANIEH A.**, (2007), A six-axis single-stage active vibration isolator based on Stewart platform, *Journal of sound and vibration*, 300, pp. 644-661.

- [15] **ONDROUCH, J., PODEŠVA, J.** Technické kmitání, Ostrava 2012
- [16] **WU, Z., JING, X., SUN, B., LI, F.** (2016) A 6DOF passive vibration isolator using X-shape supporting structures, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 1-8.
- [17] **XU, K., IGUSA, T.**, (1992), Dynamic Characteristics of Multiple Substructures With Closely Spaced Frequencies, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 21, pp. 1059–1070.
- [18] **RICE, H. J.**, (1993), Design of Multiple Vibration Absorber Systems Using Modal Data, *J. Sound Vib.*, 160, pp. 378–385.
- [19] **WU, S. T., CHEN, Y. R., AND WANG, S. S.**, (2011), Two-degree-of-freedom rotational-pendulum vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 330(6), pp. 1052-1064.
- [20] **KIM, S-M., WANG, S., BRENNAN, M. J.**, (2011), Optimal and robust modal control of a flexible structure using an active dynamic vibration absorber, *Smart Materials and Structures*, 20(4), pp. 1-11.
- [21] **N. OLGAC, B. HOLM-HANSEN**, (1994) A Novel Active Vibration Absorption Technique: Delayed Resonator, *Journal of Sound and Vibration*, 176, p. 93-104.
- [22] **N. OLGAC** (1995) Delayed Resonators as Active Dynamic Absorbers, *United States Patent* 5, 431, 261.