



ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΤΗΝ
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΙΣΟΤΙΜΙΑΣ
ΚΑΝΑΔΑ-ΗΠΑ**

ΜΠΑΡΤΖΩΚΑ ΔΗΜΗΤΡΑ

Επιβλέπων Καθηγητής: Στυλιανός Φουντάς

Οκτώβριος, 2019

Ευχαριστώ τον καθηγητή μου, κ. Στυλιανό Φουντά, για την καθοδήγηση.

Περίληψη

Στην εργασία αυτή κάνουμε σύγκριση των οικονομικών μοντέλων ARIMA, VAR και VEC ως προς την ικανότητα πρόβλεψης της συναλλαγματικής ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ για 3 χρονικές περιόδους. Ξεκινώντας, βασιζόμαστε στην οικονομική θεωρία για να βρούμε οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την συναλλαγματική ισοτιμία των δύο αυτών χωρών. Καταλήγουμε σε έξι μεταβλητές και χρησιμοποιούμε δεδομένα που καλύπτουν την περίοδο 1990/01-2018/12. Οι μεταβλητές αυτές είναι η συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-Αμερικής, ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή του Καναδά, ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή των ΗΠΑ, το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου του Καναδά, το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου των ΗΠΑ και οι τιμές αδιυλίστου πετρελαίου της Οκλαχόμα. Για την εύρεση ενός κατάλληλου μοντέλου ARIMA μελετούμε μόνο την μεταβλητή για την συναλλαγματική ισοτιμία και βασιζόμαστε στις αυτοσυσχετίσεις των τιμών της. Όσον αφορά το μοντέλο VAR, αρχικά κάνουμε έλεγχο συνολοκλήρωσης Johansen στις 6 μεταβλητές που το αποτελούν. Στην περίπτωση ύπαρξης συνολοκλήρωσης, κάνουμε τροποποίηση του μοντέλου VAR σε ένα μοντέλο VEC. Τέλος, κάνουμε out-of-sample πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας για κάθε μια περίοδο πρόβλεψης (2 έτη, 1 έτος, 6 μήνες), χρησιμοποιώντας κάθε φορά δεδομένα τριών διαφορετικών περιόδων. Καταλήγουμε στο ότι η καλύτερη πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ επιτυγχάνεται με την χρήση του μοντέλου ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), χρησιμοποιώντας δεδομένα της περιόδου 1990/01-2018/05 και έχοντας ως περίοδο πρόβλεψης τους 6 μήνες.

Πίνακας περιεχομένων

1. Εισαγωγή	5
2. Οικονομική διασύνδεση Καναδά-ΗΠΑ.....	6
2.1 Περιγραφή συναλλαγματικής ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ	6
2.2 Περιγραφή των μεταβλητών.....	7
2.2.1 Ανάλυση της σχέσης συναλλαγματικής ισοτιμίας και CPI.....	9
2.2.2 Ανάλυση της σχέσης συναλλαγματικής ισοτιμίας και επιτοκίων	10
3. Βιβλιογραφική ανασκόπηση	11
4. Μεθοδολογία.....	15
4.1 Οικονομικά μοντέλα πρόβλεψης	15
4.2 Περιγραφή του μοντέλου ARIMA.....	16
4.3 Περιγραφή των μοντέλων VAR και VEC	22
4.4 Περιγραφή των μοντέλων ARCH-GARCH.....	23
5. Εμπειρική ανάλυση	25
5.1 Περιγραφή των δεδομένων	25
5.2 Περίοδος πρόβλεψης: 2 έτη	25
5.2.1 Ανάλυση της 1ης περιόδου, 1990/01 - 2018/12	26
5.2.2 Ανάλυση της 2ης περιόδου, 2000/01 - 2018/12	28
5.2.3 Ανάλυση της 3ης περιόδου, 2010/01 - 2018/12	30
5.2.4 Επιλογή τελικού μοντέλου	32
5.3 Περίοδος πρόβλεψης: 1 έτος.....	32
5.3.1 Επιλογή τελικού μοντέλου	33
5.4 Περίοδος πρόβλεψης: 6 μήνες	33
5.4.1 Επιλογή τελικού μοντέλου	33
6. Συμπεράσματα.....	34
7. Βιβλιογραφία	35
8. Πίνακες	38

1. Εισαγωγή

Βασικό χαρακτηριστικό της διεθνούς οικονομίας και εμπορίου είναι η χρήση διαφορετικών νομισμάτων. Η χρήση διαφορετικών νομισμάτων συνεπάγεται την εισαγωγή στην έννοια των συναλλαγματικών ισοτιμιών, κάτι το οποίο μπορεί απλά να περιγραφεί ως η τιμή ενός νομίσματος. Η οικονομία κάθε κράτους επηρεάζεται σε σημαντικό βαθμό από το εμπόριο και τις επενδύσεις σε άλλα κράτη, κάτι το οποίο σημαίνει ότι επηρεάζεται από τις διακυμάνσεις των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Αυτές οι διακυμάνσεις μπορούν να επηρεάσουν τιμές απλών προϊόντων (ξένων ή εγχώριων), τιμές υπηρεσιών, όπως ο τουρισμός, καθώς και τιμές επενδύσεων, όπως για παράδειγμα, τα ομόλογα. Η ανάλυση και κατανόηση της συμπεριφοράς των συναλλαγματικών ισοτιμιών, επομένως, αποτελεί την βασική μελέτη η οποία έχει ως στόχο την διαμόρφωση της οικονομικής πολιτικής κάθε κράτους (). Θεωρείται κοινώς αποδεκτό ότι η πρόβλεψη των συναλλαγματικών ισοτιμιών είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί σε ικανοποιητικό βαθμό. Οι οικονομικοί αναλυτές βασίζονται κυρίως στην εμπειρία και πολλές φορές στην τύχη, και όχι τόσο στην χρήση συγκεκριμένων οικονομικών μοντέλων. Πάραυτα, κάποια οικονομικά μοντέλα χρησιμοποιούνται περισσότερο λόγω της απλότητάς τους, καθώς και λόγω των ικανοποιητικών τους αποτελεσμάτων στην πρόβλεψη της πορείας των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Κάποια από αυτά τα μοντέλα είναι τα μοντέλα ARIMA, VAR και VEC, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν και θα αναλυθούν στην συγκεκριμένη εργασία.

2. Οικονομική διασύνδεση Καναδά-ΗΠΑ

2.1 Περιγραφή συναλλαγματικής ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ

Το Καναδικό δολάριο είναι ένα από τα πιο μεγάλα σε κυκλοφορία νομίσματα στην Αγορά Συναλλάγματος, καθώς ανήκει στην λίστα των εφτά νομισμάτων που καταλαμβάνουν το 80% αυτής της αγοράς, με το Αμερικανικό δολάριο να είναι στην πρώτη θέση. Επίσης, είναι το πέμπτο, σε σειρά, νόμισμα καταθέσεων. Το Καναδικό δολάριο δεν ήταν μέλος της αρχικής συμφωνίας του Bretton Woods. Συγκεκριμένα, ήταν ελεύθερα κυμαινόμενο μέχρι το 1962, όταν λόγω ισχυρής υποτίμησης του νομίσματος, ακολουθήθηκε πολιτική σταθερής ισοτιμίας μέχρι το 1970. Ο μετέπειτα υψηλός πληθωρισμός ανάγκασε την κυβέρνηση να επιστρέψει στην ελεύθερη κυμαινόμενη ισοτιμία.

Λόγω της στενής εμπορικής σχέσης που υπάρχει μεταξύ του Καναδά και των ΗΠΑ, οι επενδυτές που χρησιμοποιούν το Καναδικό δολάριο παρακολουθούν τις εξελίξεις στις ΗΠΑ. Παρότι ο Καναδάς ακολουθεί σημαντικά διαφορετικές οικονομικές πολιτικές, διάφορες συνθήκες στις Ην. Πολιτείες επηρεάζουν αναπόφευκτα τον Καναδά, όπως για παράδειγμα τον πληθωρισμό του.

Τα διάφορα οικονομικά μοντέλα τα οποία έχουν σχεδιαστεί για να προβλέπουν ακριβώς τις τιμές των συναλλαγματικών ισοτιμιών είναι αναποτελεσματικά, κυρίως γιατί βασίζονται σε έναν μικρό αριθμό οικονομικών μεταβλητών. Οι επενδυτές, όμως, ενσωματώνουν έναν μεγάλο αριθμό οικονομικών δεδομένων για να κάνουν τις κατάλληλες επενδυτικές κινήσεις. Κύρια οικονομικά δεδομένα θεωρούνται το ΑΕΠ, οι λιανικές πωλήσεις, η βιομηχανική παραγωγή, ο πληθωρισμός, οι διάφορες εμπορικές συμφωνίες, καθώς και η ανεργία και οι τιμές των επιτοκίων. Για παράδειγμα, η τιμή του πετρελαίου επηρεάζει σημαντικά την αξία του νομίσματος του Καναδά, ενώ τα επιτόκια της FED επηρεάζουν σημαντικά την αξία του Αμερικανικού δολαρίου. Αυτά τα δεδομένα είναι διαθέσιμα μέσω διάφορων πηγών, όπως μέσω της βάσης δεδομένων της FRED ή μέσω άλλων χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, όπως είναι τα Wall Street Journal και Bloomberg. Ακολουθούν δύο λίστες με κάποιους από τους παράγοντες που θεωρείται ότι επηρεάζουν περισσότερο το κάθε νόμισμα. () ()

Παράγοντες επιρροής του Αμερικανικού νομίσματος ()

- Τα επιτόκια της τράπεζας FED (Federal Reserve Bank)
- Ο ρυθμός αύξησης του ΑΕΠ (Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος)
- Το επίπεδο ανεργίας
- Η προσφορά χρήματος και η εκτύπωση χρήματος από την FED
- Οι διεθνείς εμπορικές συμφωνίες
- Το επίπεδο πληρωμών (balance of payments)
- Το δημοσιονομικό έλλειμμα
- Διάφορες πολιτικές καταστάσεις
- Οι κοινωνικές παροχές (κοινωνική ασφάλιση και περίθαλψη)
- Οι αποταμιεύσεις των πολιτών και το επίπεδο οικογενειακού εισοδήματος

Παράγοντες επιρροής του Καναδικού νομίσματος

- Οι τιμές αγαθών, όπως το πετρέλαιο
- Τα επιτόκια της τράπεζας του Καναδά (Bank of Canada)
- Το επίπεδο ανεργίας και η δημιουργία θέσεων εργασίας
- Το δημοσιονομικό έλλειμμα
- Οι διάφορες πολιτικές καταστάσεις και οι διεθνείς πολιτικές της χώρας
- Η ποιότητα των σχέσεων μεταξύ Καναδά και Ηνωμένων Πολιτειών

2.2 Περιγραφή των μεταβλητών

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιούμε μηνιαία δεδομένα έξι μακροοικονομικών μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές είναι η συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-ΗΠΑ (Canada/U.S.) (), ο δείκτης τιμών καταναλωτή για τις ΗΠΑ (Consumer Price Index: Total All Items for the United States, Seasonally Adjusted) (), ο δείκτης τιμών καταναλωτή για τον Καναδά (Consumer Price Index: Total, All Items for Canada, Not Seasonally Adjusted) (), το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου των ΗΠΑ (Long-Term Government Bond Yields, United States: 10 year, %, Not Seasonally Adjusted) (), το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου του Καναδά (Long-Term Government Bond Yields, Canada: 10 year, %, Not Seasonally Adjusted) () και οι τιμές του αδιύλιστου πετρελαίου της Οκλαχόμα (Crude Oil Prices: West Texas Intermediate (WTI) - Cushing, Oklahoma, Not Seasonally Adjusted) (). Τα δεδομένα αντλήθηκαν από την βάση δεδομένων Federal Reserve Economic Data (FRED) της τράπεζας Federal Reserve Bank of St. Louis.

Συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά - Ηνωμένων Πολιτειών (Canadian Dollars to One U.S. Dollar, Monthly, Not Seasonally Adjusted)

Οι μηνιαίες τιμές αυτού του δείκτη είναι ο μέσος όρος των ημερησίων διαθέσιμων παρατηρήσεων.

Θα χρησιμοποιήσουμε την μεταβλητή αυτή ως μη εποχιακά προσαρμοσμένη (not seasonally adjusted), καθώς δεν παρατηρούμε εποχιακά φαινόμενα που να κρίνουν αναγκαία αυτήν την προσαρμογή.

Δείκτης Τιμών Καταναλωτή (CPI, Monthly, Seasonally Adjusted, Index 2015=100)

Ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή μετράει την κατά μέσο όρο μηνιαία μεταβολή στις τιμές των αγαθών και υπηρεσιών που αποκτήθηκαν από κατοίκους αστικών περιοχών μεταξύ δύο οποιονδήποτε περιόδων. Μπορεί, επίσης, να αντιπροσωπεύει τις αγοραστικές συνήθειες αυτών των καταναλωτών. Το CPI βασίζεται στις τιμές για σίτιση, ρουχισμό, κατοικία, καύσιμα, καθώς επίσης και τιμές για εισιτήρια μετακίνησης και υπηρεσίες (π.χ. νερό). Για τον υπολογισμό αυτού του δείκτη, χρησιμοποιείται ο μέσος όρος για τις μεταβολές των τιμών με βάρη αντίστοιχα της σημαντικότητας της κάθε κατηγορίας.

Θα χρησιμοποιήσουμε τις μεταβλητές CPI για τις ΗΠΑ και CPI για τον Καναδά. Στην συγκεκριμένη εργασία επιλέγουμε οι συγκεκριμένες μεταβλητές να είναι εποχιακά

προσαρμοσμένες (seasonally adjusted). Ο εποχιακά προσαρμοσμένος Δείκτης Τιμών Καταναλωτή αφαιρεί τις επιρροές εποχιακών φαινομένων, όπως είναι ο καιρός, το σχολικό έτος και οι περίοδοι διακοπών. Η μεταβλητή CPI ΗΠΑ είναι ήδη εποχιακά προσαρμοσμένη από την βάση δεδομένων της Fred. Η μεταβλητή για το CPI του Καναδά δεν είναι εποχιακά προσαρμοσμένη και για τον λόγο αυτόν χρησιμοποιούμε την επιλογή Census X-13 του Eviews για την μετατροπή της σε εποχιακά προσαρμοσμένη.

Επιτόκιο Κρατικού Δεκαετούς Ομολόγου (Long-Term Government Bond Yields: 10-year: Main (Including Benchmark), Monthly, Not Seasonally Adjusted, %)

Το κρατικό ομόλογο ή κυβερνητικό ομόλογο είναι η συνηθέστερη και πιο κοινή περίπτωση ομολόγου. Ομόλογα τέτοιου τύπου συναντώνται σε πολλές χώρες. Εκδίδονται για σχετικά μεγάλα ποσά, θεωρούνται εξαιρετικής πιστωτικής αξίας και έχουν μεγάλη ρευστότητα. Με τον τρόπο αυτό οι κυβερνήσεις καλύπτουν σε ένα βαθμό τις δανειακές τους ανάγκες. Θεωρούνται σημείο αναφοράς για την τιμολόγηση όλων των άλλων εκδόσεων.

Θα μετατρέψουμε την μεταβλητή αυτή σε εποχιακά προσαρμοσμένη (seasonally adjusted) χρησιμοποιώντας την επιλογή Census X-13 του Eviews.

Ανάλυση της σχέσης συναλλαγματικής ισοτιμίας και τιμών του πετρελαίου

Υπάρχει μια εκτενής βιβλιογραφία πάνω στο πώς οι τιμές μιας συναλλαγματικής ισοτιμίας επηρεάζονται από την πορεία των τιμών του πετρελαίου, αλλά και αντίστροφα. Στην συγκεκριμένη εργασία μάς ενδιαφέρει κυρίως το πρώτο μέρος της αμφίδρομης αυτής σχέσης. Η επικρατέστερη άποψη είναι ότι οι υψηλές τιμές του πετρελαίου συνδέονται με την υποτίμηση του Δολαρίου. Ένα από τα άρθρα στα οποία θα βασιστούμε είναι το άρθρο των **Beckmann et al. (2017)**, το οποίο αναλύει την σχέση των τιμών του πετρελαίου και διάφορων συναλλαγματικών ισοτιμιών. Με βάση το συγκεκριμένο άρθρο, υπάρχει μια ισχυρή ένδειξη μακροχρόνιας σχέσης αυτών των δύο μεταβλητών, αλλά και βραχυχρόνιες ενδείξεις σε ημερήσια και μηνιαία βάση. Οι συγγραφείς συμπεραίνουν ότι η χρήση των τιμών του πετρελαίου για την πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας δεν αρκεί. Πρέπει, όμως, να λαμβάνεται υπόψη λόγω των ενδεχομένως χρήσιμων πληροφοριών που περιέχει, ιδιαίτερα όσον αφορά τις βραχυχρόνιες προβλέψεις. Τέλος, επισημαίνεται ότι έχει ιδιαίτερη σημασία ο χρονικός ορίζοντας και η επιλογή του δείγματος για την εξέλιξη της πρόβλεψης των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Στο άρθρο τους οι **Brahmasrene et al. (2014)** εξετάζουν την μακροχρόνια και βραχυχρόνια σχέση των τιμών της συναλλαγματικής ισοτιμίας (με βάση το δολάριο) και του αργού πετρελαίου, χρησιμοποιώντας μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 1996-2009. Από την ανάλυση προκύπτει ότι μακροχρόνια υπάρχει αιτιότητα Granger από τις τιμές του πετρελαίου στην τιμές της ισοτιμίας. Πιο συγκεκριμένα, τα σοκ στην τιμή του πετρελαίου φαίνεται να έχουν σημαντική επίδραση στην τιμή του συναλλάγματος, με χαρακτηριστικό παράδειγμα τον Ιούνιο του 2008, όταν και η τιμή του πετρελαίου ήταν εξαιρετικά ευμετάβλητη. Παρόμοια συμπεράσματα προκύπτουν από τις έρευνες των **Uddin et al. (2013)**, **Wen et al. (2017)**, **Bénassy-Quéré et al. (2007)**, **Lizardo et al. (2010)** και **Chen et al. (2007)**. Συγκεκριμένα, οι Chen και Chen συμπεραίνουν ότι οι τιμές του πετρελαίου έχουν πολύ σημαντική συνεισφορά στην πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

2.2.1 Ανάλυση της σχέσης συναλλαγματικής ισοτιμίας και CPI

Για να εξηγήσουμε την σύνδεση ανάμεσα στις τιμές της συναλλαγματικής ισοτιμίας και τις τιμές του CPI, θα βασιστούμε στην οικονομική θεωρία του Purchasing Power Parity (PPP) ή αλλιώς, Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης, καθώς και στην έννοια του πληθωρισμού.

Ένα σημαντικό κομμάτι της πρόβλεψης των μελλοντικών συναλλαγματικών ισοτιμιών είναι η ανάπτυξη και ανάλυση μιας οικονομικής θεωρίας η οποία αφορά την συμπεριφορά των συναλλαγματικών ισοτιμιών μακροπρόθεσμα. Μια τέτοια θεωρία είναι η Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης (Purchasing Power Parity/PPP), η οποία συνδέει την συναλλαγματική ισοτιμία με τα επίπεδα τιμών κάθε χώρας μακροπρόθεσμα. Σύμφωνα με την Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης, οι τιμές των αγαθών σε οποιαδήποτε χώρα θα πρέπει να είναι ίδιες, αφού γίνει η μετατροπή τους σε ένα κοινό νόμισμα. Παρακάτω ορίζουμε μαθηματικά την έννοια της Ισοδυναμίας Αγοραστικής Δύναμης.

Ορίζουμε ως επίπεδο τιμών, P , σε κάθε χώρα τον αριθμητικό μέσο των τιμών όλων των αγαθών ενός καλαθιού, όπου, για κάθε χώρα χρησιμοποιούμε τα ίδια αγαθά και τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας. Έστω P_{US} η τιμή του καλαθιού στις Ηνωμένες Πολιτείες και P_{CA} η τιμή του καλαθιού στον Καναδά. Τέλος, συμβολίζουμε με $E_{C\$/\$}$ την συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά/ΗΠΑ.

Το PPP περιγράφεται μαθηματικά από τον εξής τύπο:

$$E_{C\$/\$} = \frac{P_{US}}{P_{CA}} \quad (\text{PPP})$$

Μέσα από την σχέση της Ισοδυναμίας Αγοραστικής Δύναμης μπορούμε να έχουμε μια εικόνα για το πώς προσδιορίζονται και προσαρμόζονται οι συναλλαγματικές ισοτιμίες. Αυτή η σχέση, επίσης, μπορεί να μας δώσει μια πρόβλεψη για μια συναλλαγματική ισοτιμία, εάν ξέρουμε μια πρόβλεψη για τα αντίστοιχα επίπεδα τιμών.

Πολλές φορές στην μακροοικονομική μελέτη αυτών των εννοιών, χρειαζόμαστε τον ρυθμό μεταβολής των τιμών, παρά τις απόλυτες τιμές τους. Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται το επίπεδο των τιμών ονομάζεται ρυθμός πληθωρισμού ή, απλούστερα, πληθωρισμός. Συνήθως εκφράζεται σε ποσοστό % και, ουσιαστικά, δηλώνει την μείωση της αγοραστικής δύναμης ενός συναλλάγματος σε μια χώρα. Παρακάτω ακολουθεί η μαθηματική σχέση του PPP με βάση τον πληθωρισμό, η οποία καλείται Σχετικό PPP.

$$\frac{\Delta E_{C\$/\$,t}}{E_{C\$/\$,t}} = \pi_{CA,t} - \pi_{US,t} \quad (\text{RPPP})$$

Το Σχετικό PPP διαφέρει από το PPP ως προς το ότι μπορούμε να προβλέψουμε συναλλαγματικές ισοτιμίες χρησιμοποιώντας την μεταβολή των συναλλαγματικών ισοτιμιών και την διαφορά του πληθωρισμού.

Ο βασικός τρόπος υπολογισμού του πληθωρισμού γίνεται μέσω του CPI και περιγράφεται μαθηματικά από τον εξής τύπο:

$$\pi_t = \frac{CPI_{t+1} - CPI_t}{CPI_t}$$

Επομένως, ο τύπος του σχετικού PPP μετατρέπεται ως εξής:

$$\frac{\Delta E_{C\$/\$,t}}{E_{C\$/\$,t}} = \frac{\Delta CPI_{CA,t}}{CPI_t} - \frac{\Delta CPI_{US,t}}{CPI_t}$$

Μέσα από αυτόν τον τύπο, λοιπόν, βλέπουμε πώς εκφράζεται μαθηματικά η σχέση της συναλλαγματικής ισοτιμίας και του δείκτη CPI.

2.2.2 Ανάλυση της σχέσης συναλλαγματικής ισοτιμίας και επιτοκίων

Για να εξηγήσουμε την σύνδεση ανάμεσα στις τιμές της συναλλαγματικής ισοτιμίας και τις τιμές των επιτοκίων, θα βασιστούμε στην οικονομική θεωρία του Interest Rate Parity, ή αλλιώς, Συνθήκη Ισοδυναμίας Επιτοκίων, και πιο συγκεκριμένα, στην θεωρία του Uncovered Interest Parity (UIP), ή αλλιώς, Ακάλυπτη Ισοδυναμία Επιτοκίων.

Το Uncovered Interest Parity είναι η θεμελιώδης εξίσωση που περιγράφει την σχέση μεταξύ των επιτοκίων και των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Συγκεκριμένα, περιγράφει μια συνθήκη ισορροπίας ανάμεσα στα επιτόκια δύο χωρών και στην συναλλαγματική τους ισοτιμία στην οποία δεν υπάρχει arbitrage, δεν γίνεται χρήση προθεσμιακών συμβολαίων και οι επενδυτές είναι αδιάφοροι ως προς τις αποδόσεις των καταθέσεών τους. Είναι, δηλαδή, αδιάφοροι ως προς το νόμισμα με το οποίο θα κάνουν την επένδυσή τους, αφού τα αναμενόμενα κέρδη θα είναι ίδια και δεν θα επηρεάζονται από τα επιτόκια του κάθε νομίσματος.

Παρακάτω ακολουθεί η μαθηματική περιγραφή του UIP, όπου με $i_{C\$}$ και $i_{\$}$ έχουμε συμβολίσει τα επιτόκια του Καναδά και των ΗΠΑ αντίστοιχα, με $E_{C\$/\$}$ την συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά/ΗΠΑ και με $E_{C\$/\e την αναμενόμενη συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά/ΗΠΑ.

$$\frac{1+i_{C\$}}{1+i_{\$}} = \frac{E_{C\$/\$}^e}{E_{C\$/\$}} \quad (\text{UIP})$$

Σύμφωνα με το UIP, λοιπόν, η αναλογία μεταξύ των δύο επιτοκίων ισούται με την αναμενόμενη μεταβολή στην συναλλαγματική ισοτιμία. Στην πιο απλή του μορφή, το UIP αναφέρεται στα απλά επιτόκια των τραπεζών. Μέσα από αυτόν τον τύπο, λοιπόν, βλέπουμε πώς εκφράζεται μαθηματικά η σχέση της συναλλαγματικής ισοτιμίας και των επιτοκίων.

3. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Στην έρευνα του **Varenius (2017)** χρησιμοποιούνται και συγκρίνονται τα μοντέλα ARIMA, VAR και Random Walk για out-of-sample προβλέψεις της συναλλαγματικής ισοτιμίας Ευρώ-Δολαρίου. Στα μοντέλα ARIMA και VAR χρησιμοποιούνται ως μεταβλητές οι διαφορές των πραγματικών επιτοκίων, καθώς και το εμπορικό ισοζύγιο της Ευρωζώνης. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα της περιόδου 1999-2016. Ο έλεγχος στασιμότητας της σειράς γίνεται μέσω του τεστ ADF. Η επιλογή του πιο κατάλληλου μοντέλου ARIMA γίνεται με βάση τα κριτήρια AIC και SIC. Η αξιολόγηση των επιδόσεων των τριών μοντέλων γίνεται με το κριτήριο RMSE. Ο συγγραφέας καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο ARIMA(1,1,0) είναι το καταλληλότερο για την πρόβλεψη ενός ορίζοντα τριών μηνών, το μοντέλο VAR(1) για την πρόβλεψη ορίζοντα ενός μήνα, ενώ και τα δύο μοντέλα υπερισχύουν του μοντέλου Random Walk.

Στην εργασία τους οι συγγραφείς **Rashid et al. (2017)** συγκρίνουν την προβλεπτική ικανότητα του υβριδικού γραμμικού μοντέλου, MEMD (Modified Empirical Mode Decomposition)-ARIMA, και του μη γραμμικού, MEMD-LSSVM (Least Squares Support Vector Machine), για την ισοτιμία USD/TWD (ΗΠΑ-Ταϊβάν), χρησιμοποιώντας ημερήσια δεδομένα για την περίοδο 2005-2009. Η τεχνική EMD (Empirical Mode Decomposition) χρησιμοποιείται για την ανάλυση δεδομένων μη-γραμμικών και μη-στάσιμων σειρών και την δημιουργία ενδογενών συναρτήσεων (Intrinsic Mode Function, IMF) και καταλοίπων. Για την βελτίωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται η μέθοδος Permutation Distribution Clustering (PDC), η οποία είναι μια μέθοδος κατηγοριοποίησης των δεδομένων που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου EMD. Το τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στην μέθοδο MEMD-ARIMA. Για την επιλογή του κατάλληλου μοντέλου ARIMA χρησιμοποιείται το κριτήριο AIC. Για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των RMSE, MAPE και MAE. Προκύπτει ότι η εφαρμογή της μεθόδου PDC στα μοντέλα EMD-ARIMA και EMD-LSSVM βελτιώνει τις προβλέψεις της συναλλαγματικής ισοτιμίας, σε σύγκριση με τα μοντέλα ARIMA, LSSVM, EMD-ARIMA και EMD-LSSVM. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι το μοντέλο MEMD-LSSVM υπερισχύει του μοντέλου MEMD-ARIMA ως προς την πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

Στην εργασία του **Newaz (2008)** γίνεται σύγκριση των μοντέλων ARIMA, εκθετικής εξομάλυνσης (Exponential Smoothing), Naive 1 και 2 για την πρόβλεψη συναλλαγματικών ισοτιμιών με βάση την Ρουπία Ινδίας. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 1985-2006, από τα οποία τα δεδομένα μέχρι το έτος 2002 χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου και τα δεδομένα μέχρι το 2006 για την αξιολόγηση της out-of-sample πρόβλεψης. Για την επιλογή ενός κατάλληλου μοντέλου ARIMA χρησιμοποιούνται τα κριτήρια AIC και SIC. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο μοντέλο ARIMA(2,1,2), παράλληλα με την χρήση μεταβλητών dummies. Τα τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) και Phillips Perron (PP) χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο ARIMA. Για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των MAE, MEAE, MAPE, MSE και RMSE. Τα αποτελέσματα

της έρευνας δείχνουν ότι το μοντέλο ARIMA έχει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα από τα υπόλοιπα μοντέλα.

Στην εργασία του **Melcher (2005)** γίνεται εύρεση ενός κατάλληλου μοντέλου ARIMA σε δύο περιόδους για την πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας Κορώνα Τσεχίας και Ευρώ. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 01/1998-11/2013, από τα οποία τα δεδομένα μέχρι τον Οκτώβριο του έτους 2013 χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου και τα δεδομένα του Νοεμβρίου του έτους 2013 για την αξιολόγηση της out-of-sample πρόβλεψης. Το τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων. Για την επιλογή ενός κατάλληλου μοντέλου ARIMA χρησιμοποιούνται τα κριτήρια AIC, SBIC και HQIC. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο μοντέλο ARIMA(0,1,1), παράλληλα με την χρήση μεταβλητών dummies. Η ίδια ανάλυση γίνεται, έπειτα, και για την περίοδο 08/2008-11/2013, όπου οι συγγραφείς καταλήγουν στο μοντέλο ARIMA(2,0,0), παράλληλα με την χρήση μεταβλητών dummies. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι το μοντέλο ARIMA έχει μεγαλύτερη προβλεπτική ικανότητα χρησιμοποιώντας δεδομένα της περιόδου 2008-2013, σε σύγκριση με την περίοδο 1998-2013.

Στην εργασία των **Driss et al. (2018)** γίνεται ανάλυση της πρόβλεψης των συναλλαγματικών ισοτιμιών του Ντιρχάμ Μαρόκου έναντι του Ευρώ και του Δολαρίου, χρησιμοποιώντας ένα οικονομετρικό μοντέλο ARIMA και ένα στοχαστικό μοντέλο Vasicek. Η μελέτη χρησιμοποιεί ημερήσια δεδομένα της περιόδου 2000-2018. Το τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο ARIMA. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο μοντέλο ARIMA(2,1,2) για την συναλλαγματική ισοτιμία Ευρώ-Ντίρχαμ και στο ARIMA(3,1,2) για την συναλλαγματική ισοτιμία Δολαρίου-Ντίρχαμ. Το συμπέρασμα της έρευνας είναι ότι το μοντέλο ARIMA έχει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα έναντι του μοντέλου Vasicek.

Στην εργασία του **Priyadarshini (2014)** χρησιμοποιούνται τα μοντέλα ARIMA και ANN, καθώς και τα υβριδικά μοντέλα ANN - ARIMA, ANN - ARIMA - ARIMA, ANN - ARIMA - ANN, για την πρόβλεψη συναλλαγματικών ισοτιμιών με βάση το δολάριο. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 01/2001-09/2013. Οι χρονικοί ορίζοντες των προβλέψεων είναι 2 έτη, 1 έτος, μισό έτος και τρεις μήνες. Το μοντέλο ARIMA που επιλέγεται ως το καταλληλότερο για το υβριδικό μοντέλο ANN-ARIMA είναι το ARIMA(0,1,1). Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των MAE, MAPE, MSE και RMSE. Το μοντέλο το οποίο δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα είναι το υβριδικό μοντέλο ANN - ARIMA - ANN.

Η εργασία των **Mia et al. (2017)** κάνει σύγκριση των μοντέλων ARIMA, εκθετικής εξομάλυνσης και ANN για την in-sample και out-of-sample πρόβλεψη των τιμών της συναλλαγματικής ισοτιμίας Τάκα Μπαγκλαντές και αμερικανικού δολαρίου (BDT/USD). Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 08/2001-03/2016. Με βάση τα κριτήρια των AIC, SIC, MAE, MAPE και RMSE, το μοντέλο ARIMA που επιλέγεται ως το καταλληλότερο είναι το ARIMA(1,1,1). Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των MAE, MAPE και RMSE. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο

ότι το μοντέλο ANN είναι το καταλληλότερο εκ των τριών μοντέλων για την πρόβλεψη της συγκεκριμένης ισοτιμίας.

Στην εργασία οι **Birer et al. (2005)** κάνουν σύγκριση των μοντέλων ARIMA, Random Walk, εκθετικής εξομάλυνσης και VAR για out-of-sample προβλέψεις της συναλλαγματικής ισοτιμίας Ευρώ-Δολαρίου. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 01/1980-12/2003, από τα οποία τα δεδομένα μέχρι τον Δεκέμβριο του έτους 2002 χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του μοντέλου και τα δεδομένα του έτους 2003 για την αξιολόγηση της out-of-sample πρόβλεψης. Το τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο ARIMA. Με βάση το κριτήριο AIC, το μοντέλο ARIMA που επιλέγεται ως το καταλληλότερο είναι το ARIMA(1,1,2). Στα μοντέλα προστίθενται μεταβλητές για προσφορά χρήματος, δείκτη τιμών καταναλωτή, τιμή τριμηνιαίου επιτοκίου και βιομηχανική παραγωγή και για τα δύο νομίσματα. Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιείται το κριτήριο MSE. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι το μοντέλο VAR είναι το καταλληλότερο εκ των τεσσάρων μοντέλων για την πρόβλεψη της συγκεκριμένης ισοτιμίας.

Η εργασία των **Babu et al. (2015)** κάνει σύγκριση των μοντέλων ARIMA, Neural Network και Fuzzy Neuron για την out-of-sample πρόβλεψη των συναλλαγματικών ισοτιμιών αμερικανικού δολαρίου, αγγλικής λίρας, ευρώ και γιεν ως προς την ρουπία Ινδίας. Χρησιμοποιούνται ημερήσια δεδομένα για την περίοδο 01/01/2010-30/04/2015, από την οποία, η περίοδος 04/2014-04/2015 χρησιμοποιείται για την out-of-sample πρόβλεψη. Το τεστ Augmented Dickey-Fuller (ADF) χρησιμοποιείται για τον έλεγχο στασιμότητας των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο ARIMA. Με βάση το κριτήριο BIC, το μοντέλο ARIMA που επιλέγεται ως το καταλληλότερο είναι το ARIMA(1,1,1) για τις ισοτιμίες δολαρίου, λίρας και γιεν, ενώ το μοντέλο ARIMA(1,1,0) για το ευρώ. Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των AIC και BIC. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι το μοντέλο ARIMA είναι το καταλληλότερο εκ των τριών μοντέλων για την πρόβλεψη των συγκεκριμένων συναλλαγματικών ισοτιμιών.

Στην εργασία των **Pahlavani (2015)** γίνεται σύγκριση ενός μοντέλου ARIMA και διαφόρων υβριδικών μοντέλων ARMA-GARCH ως προς την πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας ιρανικού ριάλ και αμερικανικού δολαρίου. Χρησιμοποιούνται ημερήσια δεδομένα για την περίοδο 20/03/2014-20/06/2015, από τα οποία, τα δεδομένα της περιόδου 20/04/2015-20/06/2015 χρησιμοποιούνται για την out-of-sample πρόβλεψη της ισοτιμίας. Για τον έλεγχο στασιμότητας της σειράς χρησιμοποιούνται τα τεστ μοναδιαίας ρίζας ADF και Philips-Perron. Με βάση τα κριτήρια AIC και BIC, το μοντέλο ARIMA που επιλέγεται ως το καταλληλότερο είναι το ARIMA((2,4,11),(4)). Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των MAE, TIC και RMSE. Οι συγγραφείς καταλήγουν στο μοντέλο ARIMA((7,2),(12))-EGARCH(2,1) ως το καταλληλότερο για την πρόβλεψη της ισοτιμίας ριάλ-δολαρίου.

Στην εργασία των **Tan et al. (1996)** γίνεται σύγκριση τριών οικονομικών μοντέλων πρόβλεψης για τρεις συναλλαγματικές ισοτιμίες. Τα μοντέλα αυτά είναι ένα μοντέλο ARIMA, ένα δομικό μοντέλο και ένα μακροπρόθεσμο μοντέλο. Οι ισοτιμίες είναι το αμερικανικό δολάριο ως προς την αγγλική λίρα, το γερμανικό μάρκο και το κινεζικό γιεν.

Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για την περίοδο 1987-1995 και γίνονται in-sample και out-of-sample προβλέψεις. Για τον έλεγχο στασιμότητας της κάθε σειράς χρησιμοποιείται το τεστ μοναδιαίας ρίζας Phillips-Perron. Για την ταυτοποίηση του μοντέλου ARIMA χρησιμοποιείται η μέθοδος bootstrap, βάση του οποίου το μοντέλο ARIMA(1,1,0) κρίνεται ως το καταλληλότερο. Η κατασκευή του δομικού μοντέλου βασίζεται στην έννοια του προθεσμιακού πριμ, δηλαδή στην διαφορά της προθεσμιακής ισοτιμίας και στην ισοτιμία όψεως. Η εκτίμηση του μοντέλου γίνεται με την μέθοδο OLS. Το δομικό μοντέλο χρησιμοποιείται για την κατασκευή ενός μακροπρόθεσμου μοντέλου VAR με σφάλματα τύπου Gauss. Ο προσδιορισμός του μοντέλου γίνεται με βάση τα κριτήρια AIC και SIC. Η εκτίμηση του μοντέλου γίνεται με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας. Για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται τα κριτήρια των RMSE και MAE. Από τα αποτελέσματα των προβλέψεων προκύπτει ότι το δομικό μοντέλο υπερισχύει του μοντέλου ARIMA και για τις τρεις συναλλαγματικές ισοτιμίες, αν και οριακά. Αντίθετα, το μακροπρόθεσμο μοντέλο έχει ασθενή προβλεπτική ικανότητα σε σύγκριση με το μοντέλο ARIMA. Το τελικό πόρισμα του άρθρου είναι ότι αν και το μοντέλο ARIMA υπερισχύει των μακροπρόθεσμων μοντέλων για την πρόβλεψη και των τριών συναλλαγματικών ισοτιμιών, ιδιαίτερα για μακροπρόθεσμες περιόδους, απαιτείται ένα δομικό μοντέλο το οποίο δεν βασίζεται αποκλειστικά στις παρελθοντικές τιμές των ισοτιμιών, αλλά περιέχει και άλλες πληροφορίες.

Στο άρθρο του ο **Bentour (2015)** συγκρίνει δύο δομικά μακροοικονομικά μοντέλα με άλλα δύο βασικά οικονομετρικά μοντέλα, τα VAR και ARIMA. Τα δομικά μοντέλα αποτελούνται από 86 μεταβλητές, οι οποίες αναφέρονται στην οικονομία του Μαρόκο. Χρησιμοποιούνται ετήσια δεδομένα για την περίοδο 1985-2004 (5 μεταβλητές), καθώς και τριμηνιαία δεδομένα για την περίοδο 1998/1-2004/4 (8 μεταβλητές). Το άρθρο καταλήγει στο ότι το μοντέλο VAR υπερτερεί των δομικών μοντέλων, όσον αφορά την προβλεπτική ισχύ.

Στο άρθρο του ο **Gudan (2016)** συγκρίνει την out-of-sample προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου Random Walk και των δομικών μοντέλων VECM, Flexible Price Monetary Model και DCC-GARCH(1,1), όσον αφορά τις συναλλαγματικές ισοτιμίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, Ηνωμένου Βασιλείου, ΗΠΑ, Δανίας και Πολωνίας. Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα της περιόδου 1995/01- 2016/03 των 4 μεταβλητών που αποτελούν το flexible price monetary model. Οι προβλέψεις αξιολογούνται μέσω των μέτρων ME, RMSE, MAE. Συμπεραίνεται ότι για πρόβλεψη μικρότερη του ενός έτους, το Random Walk υπερισχύει των υπολοίπων μοντέλων.

Στο άρθρο τους οι **Beckmann et al. (2011)** εξετάζουν την δυναμική της σχέσης της συναλλαγματικής ισοτιμίας Γερμανικού Μάρκου-Ευρώ και 10 μακροοικονομικών μεταβλητών (fundamentals). Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα της περιόδου 1975/01-2007/12. Το άρθρο καταδεικνύει την σημαντική επίδραση των fundamentals στην διαμόρφωση της συναλλαγματικής ισοτιμίας Μάρκο-Ευρώ, λαμβάνοντας υπόψη την χρονική περίοδο ανάλυσης.

4. Μεθοδολογία

4.1 Οικονομικά μοντέλα πρόβλεψης

Σε αυτήν την ενότητα θα αναφερθούμε σε κάποια από τα πιο γνωστά οικονομικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Υπάρχουν πολλά μοντέλα πρόβλεψης συναλλαγματικών ισοτιμιών, αλλά κανένα μοντέλο δεν υπερτερεί των άλλων, μιας και η πρόβλεψη κάθε συναλλαγματικής ισοτιμίας εξαρτάται από παράγοντες μοναδικούς και συνεχώς μεταβαλλόμενους.

Random walk ()

Η υπόθεση του τυχαίου περιπάτου είναι μια οικονομική θεωρία σύμφωνα με την οποία οι μεταβολές των τιμών μιας μεταβλητής θεωρούνται τυχαίες και δεν μπορούν να προβλεφθούν. Είναι μια υποκατηγορία του μοντέλου ARMA και περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω τύπο.

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t ,$$

όπου ε_t είναι όρος σφάλματος ο οποίος θεωρείται λευκός θόρυβος, δηλαδή μια μεταβλητή με μηδενικό μέσο όρο και διακύμανση ίση με 1.

Η λογική στην οποία βασίζεται αυτός ο τύπος είναι ότι η καλύτερη πρόβλεψη για τις μελλοντικές του τιμές του Y είναι οι σημερινές τιμές του Y . Με άλλα λόγια, η διαφορά $Y_t = Y_{t-1}$ δεν μπορεί να προβλεφθεί. Η μεταβολή της μεταβλητής Y , δηλαδή, είναι τυχαία.

Purchasing Power Parity ()

Η Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης είναι μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους πρόβλεψης συναλλαγματικών ισοτιμιών. Σύμφωνα με την Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης, οι τιμές των αγαθών σε οποιαδήποτε χώρα θα πρέπει να είναι ίδιες, αφού γίνει η μετατροπή τους σε ένα κοινό νόμισμα. Περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω τύπο.

$$E_{C\$/\$} = \frac{P_{US}}{P_{CA}}$$

Uncovered Interest Parity ()

Το Uncovered Interest Parity είναι η θεμελιώδης εξίσωση που περιγράφει την σχέση μεταξύ των επιτοκίων και των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Συγκεκριμένα, περιγράφει μια συνθήκη ισορροπίας ανάμεσα στα επιτόκια δύο χωρών και στην συναλλαγματική τους ισοτιμία. Περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω τύπο.

$$1 + i_{C\$} = (1 + i_{\$}) \frac{E_{C\$/\$}^e}{E_{C\$/\$}}$$

Με $E_{C\$/\e συμβολίζουμε την αναμενόμενη συναλλαγματική ισοτιμία. Έτσι, αν υποθέσουμε ότι το UIP ισχύει, τότε η μελλοντική συναλλαγματική ισοτιμία δυο νομισμάτων μπορεί να

προβλεφθεί χρησιμοποιώντας τα επιτόκια του κάθε νομίσματος και την συναλλαγματική τους ισοτιμία.

Autoregressive Moving Average (ARMA) ()

Το μοντέλο ARMA είναι μια από τις βασικές οικονομετρικές μεθόδους πρόβλεψης των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Συνδυάζει τα μοντέλα Autoregressive και Moving Average. Περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω τύπο.

$$\text{ARMA}(p, q) : Y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ όπου}$$

Y = η τιμή της συναλλαγματικής ισοτιμίας, p = η τάξη του μοντέλου AR, q = η τάξη του μοντέλου MA, φ = παράμετροι του μοντέλου AR, θ = παράμετροι του μοντέλου MA, ε = λευκός θόρυβος (white noise), c = σταθερός όρος

Vector Autoregressive (VAR) ()

Το μοντέλο VAR χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό γραμμικών αλληλοεξαρτήσεων ανάμεσα σε διάφορες χρονοσειρές. Είναι μια γενίκευση του μοντέλου AR, καθώς χρησιμοποιεί περισσότερες εξαρτημένες μεταβλητές. Περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω τύπο.

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + e_t,$$

όπου c είναι ένα $k \times 1$ διάνυσμα σταθερών, A_i είναι ένα χρονικά μεταβαλλόμενο $k \times k$ διάνυσμα και e_t είναι ένα $k \times 1$ διάνυσμα σφαλμάτων τα οποία έχουν σταθερό μέσο, θετικό πίνακα συνδιακύμανσης και δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ τους.

Artificial Neural Network (ANN) ()

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι μια πρόσφατη, δημοφιλής, εναλλακτική τεχνική για την πρόβλεψη χρονοσειρών. Χρησιμοποιήθηκε αρχικά για ιατρικούς σκοπούς, αλλά επεκτάθηκε σε διάφορους τομείς, όπως, για παράδειγμα, στην πρόβλεψη και κατηγοριοποίηση δεδομένων. Μέσω της μεθόδου ANN γίνεται μια προσπάθεια εύρεσης ενός μοντέλου το οποίο μιμείται την λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου. Το μοντέλο αυτό προσπαθεί να βρει συσχετισμούς και μοτίβα στα δεδομένα που του δίνονται. Η μέθοδος ANN εξαρτάται αποκλειστικά από τα δεδομένα και έχει την ιδιότητα της αυτοπροσαρμογής. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει η ανάγκη προσδιορισμού ενός συγκεκριμένου μοντέλου, καθώς το κατάλληλο μοντέλο δημιουργείται μέσω της προσαρμογής του στα εκάστοτε χαρακτηριστικά των δεδομένων.

4.2 Περιγραφή του μοντέλου ARIMA

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιάσουμε κάποιες βασικές έννοιες για τα μοντέλα ARMA/ARIMA.

Δύο βασικές κατηγορίες των οικονομετρικών μοντέλων είναι τα δομικά και τα μη δομικά μοντέλα. Το βασικό χαρακτηριστικό για την δημιουργία ενός κατάλληλου δομικού μοντέλου είναι ο συνδυασμός μιας θεωρητικής οικονομικής προσέγγισης και η εύρεση δεδομένων τα οποία προσδιορίζουν το μοντέλο. Στην προσπάθεια, όμως, να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, πολλές φορές καταλήγουμε σε ένα μοντέλο δύσχρηστο, τόσο από θεωρητικής όσο και πρακτικής πλευράς. Επιπροσθέτως, η δημιουργία ενός δομικού μοντέλου γίνεται ακόμη πιο δύσκολη λόγω της κατηγοριοποίησης των μεταβλητών σε ενδογενείς και εξωγενείς. Αυτά τα προβλήματα μπορούν να αποφευχθούν κάνοντας χρήση μη δομικών μοντέλων, τα οποία χειρίζονται τις μεταβλητές με περισσότερο πρακτικό τρόπο, παρά θεωρητικό. Ένα από αυτά τα μη δομικά μοντέλα είναι το μοντέλο ARIMA. ()

Τα **ARMA** και **ARIMA** είναι ακρωνύμια των **Autoregressive Moving Average** και **Autoregressive Integrated Moving Average**.

Όταν αναφερόμαστε μόνο σε μοντέλα Autoregressive (Αυτοπαλίνδρομα), τότε χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό **AR**. Στα μοντέλα AR, η εξαρτημένη μεταβλητή μπορεί να γραφτεί ως ένας σταθμικός μέσος των παρελθοντικών και σύγχρονων τιμών της.

Όταν αναφερόμαστε μόνο σε μοντέλα Moving Average (Κινητού Μέσου), τότε χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό **MA**. Στα μοντέλα MA, η εξαρτημένη μεταβλητή μπορεί να γραφτεί ως ένας σταθμικός μέσος των παρελθοντικών και σύγχρονων σφαλμάτων.

Το **I** αναφέρεται στον βαθμό που μια μεταβλητή είναι Integrated, ή αλλιώς, στο πόσες φορές χρειάστηκε να πάρουμε πρώτες διαφορές για την μεταβλητή.

Η μέθοδος ARIMA είναι γνωστή και ως μέθοδος Box-Jenkins (1976).

Τι είναι το μοντέλο ARIMA; () ()

1. Είναι μια από τις βασικές οικονομετρικές μεθόδους πρόβλεψης διάφορων τιμών.
2. Χρησιμοποιεί την πληροφορία που περιέχουν οι μεταβλητές για να προβλέψει την μελλοντική τους τάση.
3. Κάθε μεταβλητή παλινδρομείται σε παρελθοντικές της τιμές.
4. Βασίζεται σε μονοπαραγοντική ανάλυση (Univariate Analysis), ουσιαστικά, δηλαδή, χρησιμοποιούμε μία μόνο μεταβλητή.
5. Απαιτεί την στοχαστική γνώση των μεταβλητών.

Που χρησιμοποιείται το μοντέλο ARIMA;

Το μοντέλο ARIMA βοηθάει τους επενδυτές, τους κυβερνητικούς ρυθμιστές και γενικά σχετικούς οργανισμούς να λαμβάνουν αποφάσεις οι οποίες βασίζονται σε εμπειριστατωμένες μελέτες. Για παράδειγμα, ένας επενδυτής πριν προχωρήσει στην αγορά ενός προϊόντος, όπως μια μετοχής ή ενός ομολόγου, θέλει να ξέρει αν αξίζει η αγορά και διακράτηση για κάποιο διάστημα αυτού του περιουσιακού στοιχείου. Επομένως, θέλει να

γνωρίζει τις μελλοντικές τιμές και αποδόσεις αυτού του στοιχείου, οι οποίες βασίζονται στην πληροφορία που περιέχουν οι παρελθοντικές τιμές του. Με την ίδια λογική, οι κρατικοί ρυθμιστές θέλουν να προβλέπουν τις μελλοντικές τάσεις κάποιων οικονομικών σειρών μελετώντας την παρελθοντική τους συμπεριφορά και, έτσι, να σχεδιάζουν τις αντίστοιχες πολιτικές.

Τα μοντέλα ARIMA, όμως, δεν περιορίζονται σε οικονομικές μελέτες. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διάφορους άλλους τομείς και, για παράδειγμα, να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη του καιρού ή των σεισμών.

Υποθέσεις του μοντέλου ARIMA

1. Στασιμότητα της σειράς (αναφέρεται στα μοντέλα AR).

Μια σειρά είναι στάσιμη (stationary) όταν:

α) Έχει σταθερό μέσο, σταθερή διακύμανση και συνδιακύμανση

β) Έχει πεπερασμένη και χρονικά ανεξάρτητη διακύμανση

γ) Έχει έναν θεωρητικό πίνακα συσχετίσεων (correlogram), ο οποίος χαρακτηρίζεται από μια συνεχή μείωση, όσο αυξάνεται ο αριθμός των υστερήσεων (lags).

2. Αντιστρεψιμότητα της σειράς (αναφέρεται στα μοντέλα MA).

Μια σειρά είναι αντιστρέψιμη (invertible) όταν:

α) Μπορεί να παρασταθεί από ένα πεπερασμένης τάξης μοντέλο MA ή από μια συγκλίνουσα αυτοπαλίνδρομη διαδικασία.

β) Για την ταυτοποίησή του χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (Autocorrelation Function, ACF) και μερικής αυτοσυσχέτισης (Partial Autocorrelation Function, PACF).

γ) Πολύ απλά, μπορεί να παρασταθεί από ένα μοντέλο AR.

Περιγραφή των μοντέλων AR, MA και ARMA

Στις χρονολογικές σειρές τύπου ARMA, η εξαρτημένη μεταβλητή, Y_t , μπορεί να ερμηνευτεί από παρελθοντικές τιμές της, καθώς και από όρους τυχαίων σφαλμάτων. Τα μοντέλα αυτά συχνά καλούνται μη-θεωρητικά μοντέλα, αφού δεν προέρχονται από συγκεκριμένες οικονομικές θεωρίες και προσπαθούν να ερμηνεύσουν την μεταβλητή χρησιμοποιώντας μόνο την πληροφορία που περιέχεται στην ίδια την μεταβλητή. Η σειρά, δηλαδή, αναλύεται βάσει των δικών της παρελθοντικών τιμών. Ένα μοντέλο ARMA δημιουργείται από τα δύο διαφορετικά μοντέλα, AR και MA, τα οποία εξηγούν την συμπεριφορά της σειράς μέσα από δύο διαφορετικές οπτικές. Παρακάτω, παρατίθενται οι τύποι για τα τρία αυτά μοντέλα.

$$\mathbf{AR}(p) : Y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ όπου}$$

p = η τάξη του μοντέλου, ή αλλιώς, ο αριθμός των υστερήσεων της μεταβλητής Y_t

$\varphi_1, \dots, \varphi_p$ = οι παράμετροι του μοντέλου

c = σταθερός όρος

ε_t = λευκός θόρυβος (white noise), ή αλλιώς, σφάλμα

$$\mathbf{MA}(q) : Y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ όπου}$$

q = η τάξη του μοντέλου, ή αλλιώς, ο αριθμός των υστερήσεων του όρου ε_t

$\theta_1, \dots, \theta_q$ = οι παράμετροι του μοντέλου

μ = ο μέσος της σειράς

$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ = λευκός θόρυβος (white noise)

$$\mathbf{ARMA}(p, q) : Y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ όπου, όπως και πριν,}$$

p = η τάξη του μοντέλου AR

q = η τάξη του μοντέλου MA

$\varphi_1, \dots, \varphi_p$ = οι παράμετροι του μοντέλου AR

$\theta_1, \dots, \theta_q$ = οι παράμετροι του μοντέλου MA

$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ = λευκός θόρυβος (white noise)

c = σταθερός όρος

Για παράδειγμα, το μοντέλο ARMA (1,1) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$Y_t = c + \varphi Y_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Το μοντέλο ARIMA είναι μια γενίκευση του μοντέλου ARMA. Χρησιμοποιείται όταν υπάρχει η ένδειξη ότι μια σειρά δεν είναι στάσιμη. Ο αριθμός των παραγωγίσεων ή, το ίδιο, των πρώτων διαφορών που πρέπει να πάρουμε ώστε η σειρά να γίνει στάσιμη, αντιστοιχεί στον συμβολισμό I (Integrated). Οι περισσότερες οικονομικές χρονολογικές σειρές δεν είναι στάσιμες, επομένως χρησιμοποιούμε το μοντέλο ARIMA. Ένα μοντέλο ARIMA έχει γενικό συμβολισμό **ARIMA(p,d,q)**, όπου οι παράμετροι p, d, q είναι μη αρνητικοί ακέραιοι και συγκεκριμένα, το d είναι ο αριθμός των παραγωγίσεων που χρειάστηκαν για να γίνει η σειρά στάσιμη και, όπως και πριν, p είναι η τάξη του μοντέλου AR και q είναι η τάξη του

μοντέλου MA. Έτσι, το μοντέλο ARIMA(1,0,0) είναι το AR(1), το μοντέλο ARIMA(0,0,1) είναι το MA(1) και το μοντέλο ARIMA(0,1,0) είναι το I(1). Συγκεκριμένα, το μοντέλο ARIMA(0,1,0) είναι το γνωστό μοντέλο του Random Walk και περιγράφεται από τον τύπο $\Delta Y_t = \varepsilon_t$ ή, αλλιώς, $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Μεθοδολογία Box-Jenkins

Για την εφαρμογή του μοντέλου ARIMA(p,d,q) είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις τιμές των p,d,q. Η μέθοδος Box-Jenkins μάς βοηθάει να προσδιορίσουμε αυτές τις τιμές. Τα βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

1. Ταυτοποίηση του μοντέλου – Εύρεση υποψήφια p,d,q
2. Εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου
3. Διαγνωστικός έλεγχος του μοντέλου – Ελέγχουμε αν τα κατάλοιπα είναι λευκός θόρυβος. Εάν δεν είναι, επιστρέφουμε στο Βήμα 1.
4. Πρόβλεψη της σειράς

Παρακάτω αναλύουμε κάθε βήμα της μεθόδου.

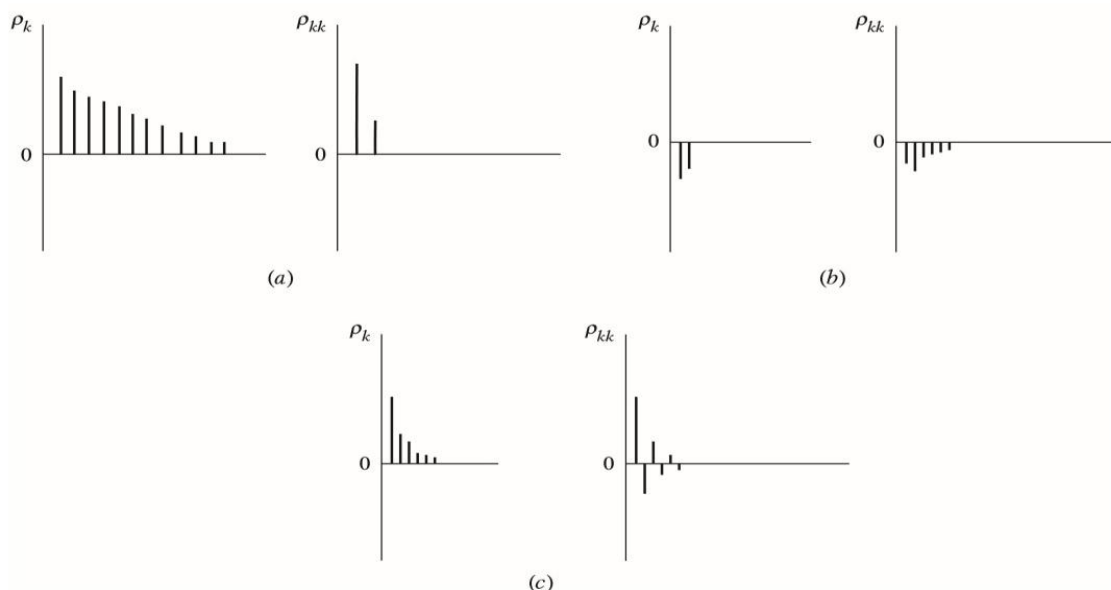
1. Ταυτοποίηση του μοντέλου

Για την ταυτοποίηση του μοντέλου ARIMA χρησιμοποιούμε τον πίνακα συσχετίσεων ή αλλιώς, κορελόγραμμα, και συγκεκριμένα τους πίνακες των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης (ACF) και μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF). Η συνάρτηση της μερικής αυτοσυσχέτισης διαφέρει από αυτήν της απλής αυτοσυσχέτισης ως προς το ότι εξετάζει την συσχέτιση της μεταβλητής Y_t με μια υστέρησή της, χωρίς να λαμβάνει υπόψη τις συσχετίσεις των ενδιάμεσων υστερήσεων. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την ανάλυση αυτών των πινάκων παίζει σημαντικό ρόλο η εμπειρία, μιας και δεν υπάρχουν συγκεκριμένοι κανόνες ανάλυσης. Ακολουθεί ένας ενδεικτικός πίνακας που μας βοηθάει να κατανοήσουμε σε ποιες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι AR, MA και ARMA με βάση την μορφή των πινάκων των ACF και PACF.

Μοντέλο	Μοτίβο του ACF	Μοτίβο του PACF
AR(p)	Φθίνει γεωμετρικά ή/και ακολουθεί ημιτονοειδή συμπεριφορά	Μεγάλες τιμές μέχρι την p υστέρηση. Οι επόμενες τιμές είναι κοντά στο μηδέν.
MA(q)	Μεγάλες τιμές μέχρι την q υστέρηση. Οι επόμενες τιμές είναι κοντά στο μηδέν.	Φθίνει γεωμετρικά ή/και ακολουθεί ημιτονοειδή συμπεριφορά
ARMA(p,q)	Φθίνει γεωμετρικά ή/και ακολουθεί ημιτονοειδή συμπεριφορά	Φθίνει γεωμετρικά ή/και ακολουθεί ημιτονοειδή συμπεριφορά

Παρατηρούμε ότι τα μοντέλα AR και MA έχουν αντίθετη συμπεριφορά. Επίσης, μπορούμε να πούμε ότι όταν οι πίνακες ACF και PACF έχουν παρόμοια συμπεριφορά, τότε χρησιμοποιούμε μοντέλο ARMA. Παρακάτω παραθέτουμε τρία διαγράμματα των ACF και PACF τα οποία είναι ενδεικτικά της κάθε περίπτωσης (περιέχεται στο βιβλίο των Gujarati και Porter, Basic Econometrics, 5^η έκδοση). ()

ACF and PACF of selected stochastic processes: (a) AR(2): $\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.3$; (b) MA(2): $\beta_1 = 0.5, \beta_2 = 0.3$; (c) ARMA(1, 1): $\alpha_1 = 0.5, \beta_1 = 0.5$.



Τα βήματα που ακολουθούμε, λοιπόν, για την ταυτοποίηση του μοντέλου είναι τα εξής:

1. Από την γραφική παράσταση της σειράς, βλέπουμε αν είναι στάσιμη ή όχι. Μπορούμε, επίσης, να εξετάσουμε τους πίνακες ACF και PACF. Πιο συγκεκριμένα, αν μια σειρά δεν είναι στάσιμη, τότε ο γράφημα ACF φθίνει με πολύ αργό ρυθμό προς το μηδέν. Πιο επίσημα, για την εύρεση μοναδιαίας ρίζας, μπορούμε να κάνουμε έλεγχο μέσω των τεστ Augmented Dickey–Fuller (ADF) και Phillips-Perron (PP).

1α. Εάν η σειρά δεν είναι στάσιμη, τότε παίρνουμε τις πρώτες διαφορές και ελέγχουμε εάν η νέα σειρά είναι στάσιμη (γράφημα, ACF, PACF ή ADF/PP).

2. Χρησιμοποιούμε τους πίνακες ACF και PACF για την εύρεση των μοντέλων που θα εξετάσουμε. Πιθανές τιμές για τα p και q των AR και MA αντίστοιχα, είναι ο βαθμός εκείνων των υστερήσεων που είναι εκτός του διαστήματος εμπιστοσύνης ή, πιο απλά, εκτός των συνόρων (error bounds) του γραφήματος. Γενικά, αποφεύγουμε υψηλές τιμές για τα p και q , δηλαδή, αποφεύγουμε να χρησιμοποιούμε πολλές παραμέτρους στο μοντέλο γιατί, έτσι, μειώνεται η ακρίβεια της πρόβλεψης. Έτσι, εάν έχουμε, για παράδειγμα, μεγάλες συσχετίσεις στις υστερήσεις 1,3 και 20 σε μια μη στάσιμη σειρά, τότε τα μοντέλα που θα εξετάσουμε θα είναι τα ARIMA(1,1,1), ARIMA(1,1,3), ARIMA(3,1,1) και ARIMA(3,1,3) και θα

αποφύγουμε την χρήση της 20ης υστέρησης. Όπως αναφέραμε, δεν υπάρχουν συγκεκριμένοι κανόνες για να προσδιορίζουμε τις τιμές των p και q , παρά μόνο κάποιοι πρακτικοί.

2. Εκτίμηση του μοντέλου

Σε αυτό το βήμα, κάνουμε μια εκτίμηση όλων εκείνων των μοντέλων στα οποία καταλήξαμε στο προηγούμενο βήμα και τα συγκρίνουμε. Το πιο κατάλληλο μοντέλο θα είναι εκείνο το οποίο έχει:

1. Στατιστικά πιο σημαντικές παραμέτρους
2. Την μικρότερη διακύμανση, σ^2 (SIGMASQ)
3. Την μικρότερη τιμή Akaike και Schwarz (AIC, SIC)
4. Την μεγαλύτερη τιμή για το Adjusted R^2

3. Διαγνωστικός Έλεγχος

Στον διαγνωστικό έλεγχο βλέπουμε αν υπάρχει κάποια πληροφορία στα δεδομένα την οποία δεν έχουμε χρησιμοποιήσει. Αυτό μπορούμε να το δούμε από τον πίνακα συσχετίσεων των ACF και PACF των καταλοίπων. Εάν υπάρχουν τιμές οι οποίες είναι εκτός συνόρων και είναι στατιστικά σημαντικές, τότε προσαρμόζουμε το μοντέλο μας και κάνουμε ξανά την εκτίμησή του. Εάν οι τιμές είναι εντός συνόρων, τότε έχουμε βρει ένα κατάλληλο μοντέλο ARIMA με το οποίο θα κάνουμε την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της σειράς.

4. Πρόβλεψη

Για την διαδικασία της πρόβλεψης χρησιμοποιούμε το μοντέλο ARIMA στο οποίο έχουμε καταλήξει στα προηγούμενα βήματα. Με την χρήση αυτού του μοντέλου, προβλέπουμε μελλοντικές τιμές της σειράς. Σε περίπτωση που η σειρά ήταν μη στάσιμη, η πρόβλεψη που θα κάνουμε αφορά τις πρώτες διαφορές της σειράς. Επομένως, για να πάρουμε την πρόβλεψη των τιμών της αρχικής σειράς, πρέπει να ακολουθήσουμε την αντίστροφη διαδικασία των πρώτων διαφορών.

Για να αξιολογήσουμε την πρόβλεψη, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μέτρα σύγκρισης, όπως την Ρίζα του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Root Mean Squared Error/RMSE) και το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error/MAE).

4.3 Περιγραφή των μοντέλων VAR και VEC () ()

Δύο βασικά οικονομετρικά μοντέλα πρόβλεψης είναι τα Vector Autoregression (VAR) και Vector Error Correction (VEC). Στο μοντέλο VAR χρησιμοποιούνται στάσιμες μεταβλητές και θεωρούνται όλες ενδογενείς. Κάθε εξίσωση εκτιμάται ξεχωριστά με την μέθοδο OLS. Μια απλή μορφή ενός μοντέλου VAR δύο μεταβλητών x και y είναι η εξής:

$$y_t = \beta_{10} - \beta_{12}x_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}x_{t-1} + u_{yt}$$

$$x_t = \beta_{20} - \beta_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}x_{t-1} + u_{xt}$$

Αυτό το μοντέλο αποτελεί ένα VAR 1^{ης} τάξης ή, αλλιώς, VAR(1).

Πριν την περιγραφή ενός μοντέλου VEC, πρέπει να αναφερθούμε στην έννοια της συνολοκλήρωσης. ()

Η χρήση μη στάσιμων μεταβλητών σε μια παλινδρόμηση μπορεί να δημιουργήσει εσφαλμένες εκτιμήσεις και οι μακροοικονομικές μεταβλητές είναι συνήθως μη στάσιμες. Ένας τρόπος επίλυσης αυτού του προβλήματος είναι η παραγωγή των σειρών μέχρι να εξαφανιστεί η τάση τους. Υπάρχουν, όμως, κάποια προβλήματα σε αυτήν την μέθοδο. Ένα από αυτά είναι ότι όταν πάρουμε τις πρώτες διαφορές στις μεταβλητές, το μοντέλο δεν μπορεί να κάνει μια μοναδική μακροχρόνια εκτίμηση. Στόχος μας είναι να δημιουργήσουμε ένα μοντέλο το οποίο θα συνδυάζει τις βραχυχρόνιες, αλλά και τις μακροχρόνιες ιδιαιτερότητες των σειρών, διατηρώντας την στασιμότητα στις μεταβλητές. Υπάρχει η περίπτωση από έναν γραμμικό συνδυασμό των μεταβλητών σε επίπεδα να προκύψει μια σειρά χωρίς στασιμότητα. Σε αυτήν την περίπτωση λέμε ότι οι μεταβλητές συνολοκληρώνονται. Η συνολοκλήρωση είναι μια έννοια που αναφέρεται στην μακροχρόνια σχέση των μεταβλητών και σε αυτήν βασίζεται το μοντέλο Vector Error Correction (VEC).

Ένα μοντέλο VEC είναι ένα μοντέλο VAR με περιορισμούς και εφαρμόζεται όταν οι σειρές τις οποίες χρησιμοποιούμε είναι μη στάσιμες και παρουσιάζουν συνολοκλήρωση. Ένα μοντέλο VECM συμπεριλαμβάνει την σχέση συνολοκλήρωσης των μεταβλητών, προσδιορίζοντας την μακροχρόνια συμπεριφορά τους και περιγράφοντας ταυτόχρονα και τις βραχυχρόνιες μεταβολές τους. Ο όρος συνολοκλήρωσης καλείται συντελεστής διόρθωσης ή Error Correction Term (ECT), εφόσον η απόκλιση από την μακροχρόνια ισορροπία διορθώνεται σταδιακά μέσα από μια σειρά βραχυχρόνιων προσαρμογών. Η πιο απλή μορφή ενός VECM μοντέλου είναι ένα σύστημα δύο μεταβλητών, με μία εξίσωση συνολοκλήρωσης, χωρίς lags στους όρους των διαφορών. Έστω, για παράδειγμα, οι μεταβλητές x και y και η εξίσωση συνολοκλήρωσής τους είναι η $x_t = by_t$. Το αντίστοιχο VEC μοντέλο είναι το εξής:

$$\Delta y_t = \alpha_1(x_{t-1} - by_{t-1}) + \varepsilon_{1,t}$$

$$\Delta x_t = \alpha_2(x_{t-1} - by_{t-1}) + \varepsilon_{2,t}$$

Στο παραπάνω μοντέλο, ο όρος $x_{t-1} - by_{t-1}$ είναι το ECT. Οι συντελεστές α_i αντιπροσωπεύουν την ταχύτητα σύγκλισης των μεταβλητών στην συνθήκη ισορροπίας.

4.4 Περιγραφή των μοντέλων ARCH-GARCH

Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) ()

Το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο ετεροσκεδαστικότητας υπό συνθήκη (Autoregressive conditional heteroskedasticity/ARCH) είναι ένα μοντέλο χρονοσειρών που περιγράφει την διακύμανση του τυχαίου όρου της σειράς ως μια συνάρτηση των παρελθοντικών τιμών του τυχαίου όρου. Ένα μοντέλο ARCH κρίνεται κατάλληλο όταν η διακύμανση του τυχαίου όρου σε μια σειρά περιγράφεται από ένα αυτοπαλίνδρομο μοντέλο. Η ετεροσκεδαστικότητα σε ένα οικονομικό μοντέλο περιγράφει μια ακανόνιστη συμπεριφορά στην διακύμανση του τυχαίου όρου. Όταν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, τα αποτελέσματα και οι προβλέψεις ενός μοντέλου για μια μεταβλητή δεν θα είναι αξιόπιστα. Για την διαδικασία μιας πρόβλεψης, μπορεί να γίνει συνδυασμός των μοντέλων ARIMA και ARCH, δημιουργώντας, έτσι, ένα υβριδικό μοντέλο. Παρακάτω ακολουθεί η μαθηματική περιγραφή του μοντέλου ARCH(q), όπου q είναι το πλήθος των όρων ε^2 .

Με ε_t δηλώνουμε τον τυχαίο όρο της σειράς. Ο όρος ε_t περιγράφεται από έναν τυχαίο όρο, z_t , και από μια χρονικά εξαρτημένη τυπική απόκλιση, σ_t , με βάση τον παρακάτω τύπο.

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

Η τυχαία μεταβλητή, z_t , είναι καθαρά μια διαδικασία λευκού θορύβου. Οι όροι της σειράς σ_t^2 περιγράφονται από την παρακάτω σχέση.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2,$$

όπου $\alpha_i \geq 0, i \geq 0$

Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)

Η εφαρμογή ενός μοντέλου ARMA για την διακύμανση του τυχαίου όρου είναι ένα γενικευμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο ετεροσκεδαστικότητας υπό συνθήκη (Generalized Autoregressive conditional heteroskedasticity/GARCH). Η μέθοδος GARCH αναπτύχθηκε το 1982 από τον Robert Engle για να περιγράψει μια προσέγγιση στον υπολογισμό της μεταβλητότητας στην χρηματοοικονομική αγορά. Παρακάτω ακολουθεί η μαθηματική περιγραφή του μοντέλου GARCH(p,q), όπου p είναι το πλήθος των GARCH όρων, σ^2 , και q είναι το πλήθος των ARCH όρων, ε^2 .

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \text{ όπου}$$

$$\sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 < 1$$

Η γενική διαδικασία της μεθόδου GARCH περιγράφεται ως εξής:

Αρχικά, κάνουμε εκτίμηση ενός κατάλληλου αυτοπαλίνδρομου μοντέλου (AR). Έπειτα, υπολογίζουμε τις αυτοσυσχετίσεις του τυχαίου όρου και, τέλος, κάνουμε έλεγχο σημαντικότητας αυτών των αυτοσυσχετίσεων. Στην παρούσα εργασία κρίνεται κατάλληλη η χρήση του μοντέλου GARCH(1,1) για τον τυχαίο όρο.

5. Εμπειρική ανάλυση

5.1 Περιγραφή των δεδομένων

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιούμε μηνιαία δεδομένα έξι μεταβλητών που καλύπτουν την περίοδο 1990/01 – 2018/12. Οι μεταβλητές αυτές είναι η συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-Αμερικής (Canada/U.S.), ο δείκτης τιμών καταναλωτή για τις ΗΠΑ (Consumer Price Index: Total All Items for the United States, Seasonally Adjusted), ο δείκτης τιμών καταναλωτή για τον Καναδά (Consumer Price Index: Total, All Items for Canada, Not Seasonally Adjusted), το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου του Καναδά (Long-Term Government Bond Yields, Canada: 10 year, %, Not Seasonally Adjusted), το επιτόκιο του δεκαετούς ομολόγου των ΗΠΑ (Long-Term Government Bond Yields, United States: 10 year, %, Not Seasonally Adjusted) και οι τιμές του αδιύλιστου πετρελαίου της Οκλαχόμα (Crude Oil Prices: West Texas Intermediate (WTI) - Cushing, Oklahoma, Not Seasonally Adjusted). Οι γραφικές παραστάσεις των μεταβλητών περιέχονται στον Πίνακα 1.

5.2 Περίοδος πρόβλεψης: 2 έτη

Κάνουμε out-of-sample πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας για την διετία 2017/01-2018/12, χρησιμοποιώντας τις περιόδους 1990/01-2016/12, 2000/01-2016/12 και 2010/01-2016/12.

Πιο συγκεκριμένα:

α) Χρησιμοποιούμε το δείγμα της περιόδου 1990/01-2016/12 για να κάνουμε πρόβλεψη τιμών για την περίοδο 2017/01-2018/12. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την πρόβλεψη είναι το ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1) και ένα μοντέλο VEC.

β) Χρησιμοποιούμε το δείγμα της περιόδου 2000/01-2016/12 για να κάνουμε πρόβλεψη τιμών για την περίοδο 2017/01-2018/12. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την πρόβλεψη είναι το ARIMA(1,1,4) και ένα μοντέλο VEC.

γ) Χρησιμοποιούμε το δείγμα της περιόδου 2010/01-2016/12 για να κάνουμε πρόβλεψη τιμών για την περίοδο 2017/01-2018/12. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε για την πρόβλεψη είναι το ARIMA(3,1,1), ένα μοντέλο VAR και ένα μοντέλο VEC.

Οι εκτιμήσεις των μοντέλων γίνονται με την μέθοδο Maximum Likelihood (ML).

Η αξιολόγηση της κάθε πρόβλεψης βασίζεται στις τιμές των Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE) και Mean Absolute Percentage Error (MAPE).

Καταλήγουμε στο ότι η καλύτερη πρόβλεψη για την συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-ΗΠΑ επιτυγχάνεται με την χρήση του μοντέλου ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), χρησιμοποιώντας δεδομένα της περιόδου 1990-2016.

5.2.1 Ανάλυση της 1ης περιόδου, 1990/01 - 2018/12

Ακολουθεί η εφαρμογή της μεθόδου *Box-Jenkins* για την συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-ΗΠΑ, όπως περιγράφηκε παραπάνω.

Έλεγχος στασιμότητας των σειρών

Μπορούμε να δούμε από τις γραφικές παραστάσεις ότι οι σειρές που χρησιμοποιούμε δεν είναι στάσιμες. Πάραυτα, κάνουμε έναν πιο τυπικό έλεγχο της στασιμότητας των σειρών χρησιμοποιώντας τα τεστ μοναδιαίας ρίζας *Augmented Dickey-Fuller (ADF)* και *Phillips-Perron (PP)*. Τα τεστ αυτά έχουν ως μηδενική υπόθεση προς απόρριψη ότι η σειρά έχει μοναδιαία ρίζα, δηλαδή ότι είναι μη στάσιμη. Και για τις έξι μεταβλητές, με βάση την *t*-στατιστική, η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί. Επομένως, οι σειρές έχουν μοναδιαία ρίζα. Στους ελέγχους αυτούς θα χρησιμοποιηθούν οι λογαριθμικές τιμές των σειρών. Τα αποτελέσματα των σχετικών ελέγχων περιέχονται στον Πίνακα 2.

Εφόσον οι σειρές έχουν μοναδιαία ρίζα, θα κάνουμε εκ νέου έλεγχο στασιμότητας στις πρώτες λογαριθμικές διαφορές των σειρών. Τα αποτελέσματα περιέχονται στον Πίνακα 3.

Οι συμβολισμοί των νέων σειρών έχουν ως εξής:

<i>Λογάριθμοι</i>	<i>Πρώτες λογαριθμικές διαφορές</i>
EX_CAN_USA	DLEX
OIL	DLOIL
BOND10_USA	DLBOND_USA
BOND10_CAN	DLBOND_CAN
CPI_USA	DLCPIUSA
CPI_CAN	DLCPICAN

Προκύπτει ότι για κάθε επίπεδο σημαντικότητας, η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται. Δηλαδή οι σειρές δεν έχουν μοναδιαία ρίζα. Επομένως, οι νέες σειρές είναι στάσιμες.

Μοντέλο ARIMA

Για την ταυτοποίηση του μοντέλου $ARIMA(p,d,q)$ που θα χρησιμοποιήσουμε, θα κάνουμε ανάλυση του πίνακα συσχετίσεων (ACF και PACF, 24 lags) της νέας μεταβλητής DLEX, η οποία θα είναι η βασική μεταβλητή της ανάλυσης (Πίνακας 4).

Παρατηρούμε ότι οι συσχετίσεις οι οποίες ξεπερνούν τα σύνορα του γραφήματος βρίσκονται στα 1,4 και 21 lags. Δεν θα μελετήσουμε το μοντέλο χρησιμοποιώντας το 21ο lag γιατί θέλουμε όσον το δυνατόν μικρότερες τιμές για τα p και q . Έτσι, τα μοντέλα τα οποία θα αναλύσουμε και θα συγκρίνουμε είναι τα εξής: $ARIMA(1,1,0)$, $ARIMA(0,1,1)$, $ARIMA(1,1,1)$, $ARIMA(1,1,4)$ και $ARIMA(4,1,1)$. Εκτιμώντας και τα πέντε αυτά μοντέλα, για την περίοδο 1990/01-2016/12, με την μέθοδο ML και κάνοντας διαγνωστικό έλεγχο, παρατηρούμε πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα τετράγωνα των καταλοίπων. Με βάση,

λοιπόν, τον πίνακα συσχετίσεων των καταλοίπων, κρίνεται κατάλληλη η τροποποίηση των μοντέλων ARIMA σε ARIMA/GARCH(1,1). Για την επιλογή του πιο κατάλληλου μοντέλου θα βασιστούμε κυρίως στις τιμές του κριτηρίου Akaike (AIC) και Schwarz (SIC), παραθέτουμε όμως ενδεικτικά και τις τιμές του Adjusted R^2 (Πίνακας 5).

Παρόλο που το μοντέλο ARIMA(1,1,4) έχει την μεγαλύτερη τιμή στο Adjusted R^2 , θα επιλέξουμε το μοντέλο ARIMA(0,1,1), καθώς έχει την μικρότερη AIC και SIC τιμή. Στους Πίνακες 6, 7, 8 περιέχονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου του μοντέλου.

Μοντέλο VEC

Εφόσον οι αρχικές σειρές δεν είναι στάσιμες, θα ελέγξουμε εάν υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ των μεταβλητών. Ο έλεγχος της συνολοκλήρωσης γίνεται σε μη στάσιμες χρονοσειρές για να διαπιστωθεί εάν ένας γραμμικός συνδυασμός αυτών των σειρών οδηγεί σε μια στάσιμη σειρά. Για τον έλεγχο συνολοκλήρωσης θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο Johansen, η οποία χρησιμοποιεί την στατιστική Trace ή/και Maximum Eigenvalue και επιτρέπει τον έλεγχο πολλών μεταβλητών ταυτόχρονα. Η παλινδρόμηση των μεταβλητών γίνεται με την μέθοδο Maximum Likelihood (ML). Θέτοντας μέγιστο τα 12 lags λόγω χρήσης μηνιαίων στοιχείων, τα lag length criteria των AIC και FPE προτείνουν την χρήση τεσσάρων lags, ενώ από τα κριτήρια SIC και HQ προτείνονται δύο lags. Επιλέγουμε την χρήση τεσσάρων lags, δίνοντας έμφαση στο κριτήριο AIC. Στον Πίνακα 9 δίνονται οι αντίστοιχες τιμές των κριτηρίων.

Έπειτα, κάνοντας τον έλεγχο Johansen, προκύπτει, με βάση και την στατιστική Trace και την στατιστική Maximum Eigenvalue, ότι υπάρχει μια εξίσωση συνολοκλήρωσης. Σε αυτήν την περίπτωση, δημιουργούμε ένα Vector Error Correction Model (VECM), δηλαδή μια εξίσωση όλων των μεταβλητών στην οποία γίνεται προσαρμογή της μακροχρόνιας και βραχυχρόνιας τους σχέσης. Προκύπτει ότι μόνο η μεταβλητή για το πετρέλαιο προσαρμόζεται ώστε το σύστημα των μεταβλητών να επιστρέψει στην ισορροπία.

Στον Πίνακα 10 δίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου Johansen και στον Πίνακα 11 οι εκτιμήσεις του μοντέλου VEC.

Επιλέγουμε από το VECM μόνο την μεταβλητή DLEX και κάνουμε εκ νέου εκτίμηση χρησιμοποιώντας την μέθοδο OLS. Στους Πίνακες 12, 13, 14 περιέχονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου.

5.2.1.1 Αποτελέσματα πρόβλεψης 1ης περιόδου

Ορίζουμε ως περίοδο πρόβλεψης το διάστημα 2017/01-2018/12 και επιλέγουμε ως μέθοδο πρόβλεψης την στατική πρόβλεψη (Static forecast). Ακολουθούν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης με την χρήση μοντέλου ARIMA και του VEC μοντέλου.

Πίνακας 15: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

Σειρές πρόβλεψης: DLEXF_ARMA, DLEXF_VECM, Σειρά: DLEX			
Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24			
	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA	0.018314	0.014633	144.8280
VECM	0.020211	0.016778	319.4355

Στον Πίνακα 16 δίνεται η κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων.

5.2.2 Ανάλυση της 2ης περιόδου, 2000/01 - 2018/12

Μοντέλο ARIMA

Θα κάνουμε ακριβώς την ίδια διαδικασία και για την περίοδο 2000/01-2018/12. Στον Πίνακα 17, πάνω στον οποίο θα βασιστούμε για την εύρεση του κατάλληλου μοντέλου ARIMA, περιγράφονται οι αυτοσυσχετίσεις των τιμών της μεταβλητής DLEX.

Οι τιμές σε σύγκριση με την περίοδο 1990-2016 έχουν αλλάξει, αλλά και πάλι οι τιμές εκτός συνόρων είναι στα 1 και 4 lags. Αφήνουμε εκτός ανάλυσης τις τιμές στα 21 και 22 lags, γιατί θέλουμε όσο το δυνατόν λιγότερες μεταβλητές για το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε. Επομένως, τα μοντέλα ARIMA τα οποία θα μελετήσουμε και θα συγκρίνουμε είναι τα ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,1), ARIMA(1,1,1), ARIMA(1,1,4) και ARIMA(4,1,1). Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι στην μελέτη της περιόδου 2000-2016 δεν έχουμε συσχέτιση στα κατάλοιπα, όπως είχαμε στην περίοδο 1990-2016. Επομένως, δεν θα χρησιμοποιήσουμε το τροποποιημένο μοντέλο ARIMA/GARCH. Και πάλι, για την επιλογή του πιο κατάλληλου μοντέλου, θα βασιστούμε στις τιμές των κριτηρίων AIC και SIC, αλλά παραθέτουμε ενδεικτικά και τις τιμές του Adjusted R². Στον Πίνακα 18α περιέχονται οι τιμές των κριτηρίων για κάθε ένα από τα μοντέλα ARIMA που εξετάζουμε.

Αυτήν την φορά, οι τιμές των AIC και Adjusted R² συμπίπτουν ως προς την καταλληλότητα του μοντέλου και, έτσι, επιλέγουμε το μοντέλο ARIMA(1,1,4). Στους Πίνακες 18, 19 και 20 περιέχονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου του μοντέλου.

VEC μοντέλο

Ξεκινάμε πάλι με την εύρεση του κατάλληλου αριθμού lags για την χρήση στον έλεγχο συνολοκλήρωσης. Θέτοντας μέγιστο τα 12 lags λόγω χρήσης μηνιαίων στοιχείων, τα lag length criteria των AIC και FPE προτείνουν την χρήση τεσσάρων lags, ενώ από τα κριτήρια SIC, HQ και LR προτείνονται 1,2 και 6 lags αντίστοιχα. Επιλέγουμε την χρήση τεσσάρων lags, δίνοντας έμφαση στο κριτήριο AIC. Στον Πίνακα 21 δίνονται οι αντίστοιχες τιμές των κριτηρίων.

Αυτήν την φορά, από την στατιστική Trace προκύπτει 1 εξίσωση συνολοκλήρωσης, αλλά από την στατιστική Maximum Eigenvalue δεν προκύπτει καμία. Σε αυτήν την περίπτωση, επιλέγουμε να προχωρήσουμε με βάση τα αποτελέσματα της στατιστικής Trace. Δημιουργούμε εκ νέου ένα Vector Error Correction Model. Προκύπτει και πάλι ότι μόνο η μεταβλητή για το πετρέλαιο προσαρμόζεται ώστε το σύστημα των μεταβλητών να επιστρέψει στην ισορροπία.

Στους Πίνακες 22 και 23 δίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου και οι εκτιμήσεις του μοντέλου VECM, αντίστοιχα.

Επιλέγουμε από το VECM μόνο την μεταβλητή DLEX και κάνουμε εκ νέου εκτίμηση χρησιμοποιώντας την μέθοδο OLS. Στους Πίνακες 24, 25 και 26 περιέχονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου του μοντέλου.

5.2.2.1 Αποτελέσματα πρόβλεψης 2ης περιόδου

Ορίζουμε ως περίοδο πρόβλεψης το διάστημα 2017/01-2018/12 και επιλέγουμε ως μέθοδο πρόβλεψης την στατική πρόβλεψη (Static forecast). Ακολουθούν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης με την χρήση του μοντέλου ARIMA και του μοντέλου VEC.

Πίνακας 27: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

Σειρές πρόβλεψης: DLEX_ARMA_2, DLEX_VECM_2, Σειρά: DLEX			
Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24			
	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA	0.019066	0.015678	241.1197
VECM	0.018919	0.015368	253.1700

Στον Πίνακα 28 δίνεται η κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων.

5.2.3 Ανάλυση της 3ης περιόδου, 2010/01 - 2018/12

Μοντέλο ARIMA

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για την περίοδο 2010/01-2018/12. Στον Πίνακα 29, πάνω στον οποίο θα βασιστούμε για την εύρεση του κατάλληλου μοντέλου ARIMA, περιγράφονται οι αυτοσυσχετίσεις των τιμών της μεταβλητής DLEX.

Αυτήν την φορά οι τιμές εκτός συνόρων είναι στα 1,2 και 3 lags. Θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τα μοντέλα ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,1), ARIMA(1,1,1), ARIMA(1,1,3) και ARIMA(3,1,1). Παρατηρούμε ότι δεν έχουμε συσχέτιση στα κατάλοιπα επομένως, δεν θα χρησιμοποιήσουμε το τροποποιημένο μοντέλο ARIMA/GARCH. Και πάλι, για την επιλογή του πιο κατάλληλου μοντέλου, θα βασιστούμε στις τιμές του κριτηρίου AIC, αλλά παραθέτουμε ενδεικτικά και τις τιμές του Adjusted R². Στον Πίνακα 30 περιέχονται οι τιμές των κριτηρίων για κάθε ένα από τα μοντέλα ARIMA που εξετάζουμε.

Με βάση, λοιπόν, την τιμή του AIC, επιλέγουμε το μοντέλο ARIMA(3,1,1). Στους Πίνακες 31, 32 και 33 περιέχονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου του μοντέλου.

VAR/VEC μοντέλα

Για την εύρεση του κατάλληλου αριθμού των lags για τον έλεγχο συνολοκλήρωσης, τα κριτήρια των AIC, FPE και HQ προτείνουν την χρήση 12 lags, ενώ από τα κριτήρια SIC και LR προτείνονται 1 και 10 lags αντίστοιχα. Επιλέγουμε την χρήση 12 lags, δίνοντας έμφαση στο κριτήριο AIC. Στον Πίνακα 34 δίνονται οι αντίστοιχες τιμές των κριτηρίων.

Λόγου του σχετικά μικρού αριθμού παρατηρήσεων, θα βασιστούμε στο άρθρο των **Cheung et al. (1993)** και θα τροποποιήσουμε τις κριτικές τιμές του τεστ συνολοκλήρωσης Johansen, και για τον έλεγχο Trace και για τον έλεγχο Max Eigenvalue. Ο τύπος τον οποίο θα χρησιμοποιήσουμε είναι ο εξής:

$$\frac{CR_T}{CR_\infty} = \frac{T}{T-nk}, \text{ όπου}$$

CR_T είναι οι νέες κριτικές τιμές, CR_∞ οι αρχικές κριτικές τιμές, T το μέγεθος του δείγματος, n το πλήθος των μεταβλητών και k ο αριθμός των lags που θα χρησιμοποιήσουμε. Προκύπτει $T/(T - nk) = 4,7$.

Από τις στατιστικές Trace και Max Eigenvalue προκύπτουν διαφορετικά συμπεράσματα. Συγκεκριμένα, από τον έλεγχο Trace προκύπτουν 2 εξισώσεις συνολοκλήρωσης, ενώ από τον έλεγχο Max Eigenvalue προκύπτει ότι δεν υπάρχει συνολοκλήρωση. Αυτήν την φορά επιλέγουμε να διερευνήσουμε και τις δύο περιπτώσεις.

α) Στην πρώτη περίπτωση, βασιζόμαστε στα αποτελέσματα του ελέγχου Trace και θεωρούμε ότι υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ των μεταβλητών. Έτσι, δημιουργούμε εκ νέου ένα Vector Error Correction Model χρησιμοποιώντας 11 lags. Αυτήν την φορά

προκύπτει ότι μόνο οι μεταβλητές της ισοτιμίας και του ομολόγου του Καναδά προσαρμόζονται μακροχρόνια για να επιτευχθεί η ισορροπία.

Στους Πίνακες 35 και 36 δίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου Johansen και οι εκτιμήσεις του μοντέλου VECM για μία εξίσωση συνολοκλήρωσης.

Επιλέγουμε από το VECM μόνο την μεταβλητή DLEX και κάνουμε εκ νέου εκτίμηση χρησιμοποιώντας την μέθοδο OLS. Στους Πίνακες 37, 38 και 39 δίνονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου.

β) Στην δεύτερη περίπτωση, βασιζόμαστε στα αποτελέσματα της στατιστικής Max Eigenvalue και συνεχίζουμε την ανάλυση θεωρώντας ότι δεν υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ των μεταβλητών. Έτσι, θα κάνουμε εκτίμηση ενός απλού μοντέλου VAR. Αρχικά, επιλέγουμε δύο lags για τις μεταβλητές και στα κριτήρια lag length θέτουμε αρχικά ως μέγιστο τα 12 lags. Κάνοντας εκτίμηση της εξίσωσης που προκύπτει μόνο για την μεταβλητή LEX, προκύπτει ότι υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα του μοντέλου. Έτσι, κάνουμε επανεκτίμηση του μοντέλου VAR, αλλά αυτήν την φορά θέτουμε ως μέγιστο τα 6 lags για τα κριτήρια lag length. Το κριτήριο AIC προτείνει την χρήση 4 lags για το μοντέλο VAR. Θέτουμε εκ νέου 4 lags στο μοντέλο VAR και κάνουμε εκτίμηση της εξίσωσης που προκύπτει για την μεταβλητή LEX, χρησιμοποιώντας την μέθοδο OLS. Στον Πίνακα 40 δίνονται οι αντίστοιχες τιμές των κριτηρίων. Στους Πίνακες 41, 42 και 43 δίνονται τα αποτελέσματα του διαγνωστικού ελέγχου για την παλινδρόμηση με εξαρτημένη μεταβλητή την LEX.

5.2.3.1 Αποτελέσματα πρόβλεψης 3ης περιόδου

Ορίζουμε ως περίοδο πρόβλεψης το διάστημα 2017/01-2018/12 και επιλέγουμε ως μέθοδο πρόβλεψης την στατική πρόβλεψη (Static forecast). Όσον αφορά τις προβλέψεις με βάση το μοντέλο VAR, κάνουμε πρόβλεψη των τιμών για την μεταβλητή LEX και έπειτα παίρνουμε τις πρώτες διαφορές της νέας σειράς, ώστε να μπορέσουμε να κάνουμε σύγκριση με τα αποτελέσματα των υπολοίπων μοντέλων. Ακολουθούν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης.

Πίνακας 44: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

Σειρές πρόβλεψης: DLEX_ARMA_3, DLEX_VECM_3, Σειρά: DLEX			
Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24			
	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA	0.018796	0.015455	284.3433
VECM	0.139968	0.115431	5265.086
VAR	0.033154	0.025586	417.5590

Στον Πίνακα 45 δίνεται η κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων.

5.2.4 Επιλογή τελικού μοντέλου

Ο Πίνακας 46 περιέχει συνοπτικά τα αποτελέσματα των RMSE, MAE και MAPE των τριών περιόδων ανάλυσης με περίοδο πρόβλεψης τα 2 έτη.

Η υπεροχή του μοντέλου ARIMA έναντι του μοντέλου VEC είναι οριακή για την 1η περίοδο ανάλυσης (1900-2018), αλλά ξεκάθαρη στην 3η περίοδο (2010-2018), όπου το πλήθος των δεδομένων είναι πολύ μικρότερο. Μόνο στην 2η περίοδο (2000-2018), το μοντέλο VEC, έστω και οριακά, υπερισχύει του μοντέλου ARIMA. Με βάση τις τιμές των RMSE, MAE και MAPE, λοιπόν, η καλύτερη πρόβλεψη επιτυγχάνεται παίρνοντας δεδομένα για την περίοδο 1990-2016 και χρησιμοποιώντας το μοντέλο ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1).

5.3 Περίοδος πρόβλεψης: 1 έτος

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία, αυτήν την φορά όμως, αλλάζουμε την περίοδο πρόβλεψης και επομένως, την περίοδο εκτίμησης του μοντέλου. Ορίζουμε ως περίοδο πρόβλεψης το 1 έτος. Επομένως, η πρόβλεψη θα γίνεται για την περίοδο 2018/01-2018/12, ενώ η εκτίμηση του μοντέλου θα είναι μέχρι την περίοδο 2017/12. Τα μοντέλα ARIMA τα οποία επιλέγονται είναι αυτά τα οποία επιλέξαμε και στην 1η περίοδο πρόβλεψης: ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), ARIMA(1,1,4) και ARIMA(3,1,1). Περιληπτικά, τα αποτελέσματα της ανάλυσης VAR έχουν ως εξής:

1990-2018: Ξεκινώντας με ένα VAR μοντέλο, το κριτήριο AIC προτείνει την χρήση 4ων lags. Κάνοντας έλεγχο συνολοκλήρωσης Johansen, προκύπτει ότι υπάρχει 1 διάνυσμα συνολοκλήρωσης για τις μεταβλητές του μοντέλου. Έτσι, προχωράμε σε ένα VEC μοντέλο με 3 lags. Κάνουμε εκ νέου εκτίμηση με την μέθοδο OLS μόνο για την μεταβλητή DLEX ως εξαρτημένη. Έπειτα, προβλέπουμε τις τιμές της μεταβλητής για την περίοδο 2018/01-2018/12.

2000-2018: Ξεκινώντας με ένα VAR μοντέλο, το κριτήριο AIC προτείνει την χρήση 2 lags. Κάνοντας έλεγχο συνολοκλήρωσης Johansen, προκύπτει ότι δεν υπάρχει συνολοκλήρωση για τις μεταβλητές του μοντέλου. Έτσι, συνεχίζουμε την ανάλυση με το VAR μοντέλο. Κάνουμε εκ νέου εκτίμηση μόνο για την μεταβλητή DLEX ως εξαρτημένη και προβλέπουμε τις τιμές της μεταβλητής για την περίοδο 2018/01-2018/12.

2010-2018: Ξεκινώντας με ένα VAR μοντέλο, το κριτήριο AIC προτείνει την χρήση 2 lags. Στον συγκεκριμένο έλεγχο επιλέξαμε να θέσουμε μέγιστο αριθμό lags το 6 και όχι το 12, λόγω του μικρού αριθμού των παρατηρήσεων. Κάνοντας έλεγχο συνολοκλήρωσης Johansen, προκύπτει ότι δεν υπάρχει συνολοκλήρωση για τις μεταβλητές του μοντέλου. Έτσι, συνεχίζουμε την ανάλυση με το VAR μοντέλο. Κάνουμε εκ νέου εκτίμηση μόνο για την μεταβλητή DLEX και προβλέπουμε τις τιμές της μεταβλητής για την περίοδο 2018/01-2018/12.

5.3.1 Επιλογή τελικού μοντέλου

Στον Πίνακα 47 παραθέτουμε τα αποτελέσματα των προβλέψεων, παραλείποντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης των μοντέλων.

Προκύπτει ότι το μοντέλο ARIMA έχει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα συγκριτικά με τα μοντέλα VEC και VAR και στις 3 περιόδους ανάλυσης. Συγκεκριμένα, το μοντέλο ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), με δεδομένα της 1ης περιόδου, υπερτερεί των μοντέλων VAR και VEC.

5.4 Περίοδος πρόβλεψης: 6 μήνες

Ορίζουμε ως 3η περίοδο πρόβλεψης τους 6 μήνες. Επομένως, η πρόβλεψη θα γίνεται για την περίοδο 2018/06-2018/12, ενώ η εκτίμηση του μοντέλου θα είναι μέχρι την περίοδο 2018/05. Τα μοντέλα ARIMA τα οποία επιλέγονται είναι αυτά τα οποία επιλέξαμε στην 1η και 2η περίοδο πρόβλεψης: ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), ARIMA(1,1,4) και ARIMA(3,1,1). Η ανάλυση των μοντέλων είναι ίδια, έχοντας μικρές διαφοροποιήσεις στον διαγνωστικό έλεγχο.

Όσον αφορά τα VAR/VEC μοντέλα, τα συμπεράσματα που προκύπτουν είναι όμοια με την προηγούμενη περίοδο πρόβλεψης. Δηλαδή, επιλέγονται τα μοντέλα VEC, VAR και VAR για κάθε περίοδο ανάλυσης αντίστοιχα.

5.4.1 Επιλογή τελικού μοντέλου

Στον Πίνακα 48 παραθέτουμε τα αποτελέσματα των προβλέψεων, παραλείποντας τα αποτελέσματα της ανάλυσης των μοντέλων.

Προκύπτει ότι, έστω και οριακά, το μοντέλο ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1) με δεδομένα της 1ης περιόδου, υπερτερεί των μοντέλων VAR και VEC.

6. Συμπεράσματα

Σε αυτήν την εργασία επιχειρήσαμε να συγκρίνουμε την out-of-sample προβλεπτική ικανότητα των μοντέλων ARIMA και VAR στην συναλλαγματική ισοτιμία Καναδά-ΗΠΑ για τρεις περιόδους πρόβλεψης: α) την διετία 2017/01-2018/12, β) το έτος 2018/01-2018/12 και γ) το εξάμηνο 2018/06-2018/12. Επιλέξαμε να μελετήσουμε τις χρονικές περιόδους 1990/01-2018/12, 2000/01-2018/12, 2010/01-2018/12.

Όσον αφορά το μοντέλο ARIMA, διαπιστώσαμε ότι για κάθε περίοδο ανάλυσης καταλήγουμε σε διαφορετικό μοντέλο. Συγκεκριμένα, από την ανάλυση της 1ης περιόδου προκύπτει ότι υπάρχει συσχέτιση στα κατάλοιπα του μοντέλου, με αποτέλεσμα να κρίνεται κατάλληλη η εφαρμογή ενός μοντέλου ARIMA/GARCH. Καταλήξαμε στο ότι το μοντέλο ARIMA δίνει πιο ακριβείς προβλέψεις χρησιμοποιώντας δεδομένα της μεγαλύτερης χρονικά περιόδου.

Παράλληλα, δημιουργήσαμε ένα μοντέλο VAR, το οποίο αποτελείται από έξι μακροοικονομικές μεταβλητές και προχωρήσαμε σε έλεγχο συνολοκλήρωσης Johansen. Λόγω ισχυρής ένδειξης συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεταβλητών σε ορισμένες περιόδους, προχωρήσαμε στην χρήση ενός μοντέλου VEC.

Τέλος, συγκρίναμε τα αποτελέσματα των προβλέψεων των τριών αυτών μοντέλων και καταλήξαμε στο ότι η καλύτερη πρόβλεψη της συναλλαγματικής ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ επιτυγχάνεται με την χρήση του μοντέλου ARIMA(0,1,1)/GARCH(1,1), χρησιμοποιώντας δεδομένα της περιόδου 1990/01-2018/05 και κάνοντας πρόβλεψη 6 μήνες μπροστά. Πιο γενικά, για κάθε περίοδο πρόβλεψης (2 έτη, 1 έτος, 6 μήνες), το μοντέλο ARIMA υπερισχύει των μοντέλων VAR και VEC ως προς την προβλεπτική ικανότητα της ισοτιμίας Καναδά-ΗΠΑ.

7. Βιβλιογραφία

Asteriou Dimitrios και Hall Stephen Applied Econometrics (Second Edition) [Βιβλίο]. - [s.l.] : PALGRAVE MACMILLAN, 2011.

Babu AS και Reddy SK Exchange Rate Forecasting using ARIMA, Neural Network and Fuzzy Neuron [Άρθρο] // Journal of Stock & Forex Trading, Vol. 4, Issue 3. - 2015.

Beckmann Joscha, Belke Ansgar και Kuhl Michael The dollar-euro exchange rate and macroeconomic fundamentals: a time-varying coefficient approach [Άρθρο] // Review of World Economics, Vol. 147, No. 1. - 2011. - σσ. 11–40.

Beckmann Joscha, Czudaj Robert και Arora Vipin U.S. Energy Information Administration [Ηλεκτρονικό] = The Relationship between Oil Prices and Exchange Rates: Theory and Evidence. - 2017. - https://www.eia.gov/workingpapers/pdf/oil_exchangerates_61317.pdf.

Bénassy-Quéré Agnès, Mignon Valérie και Penot Alexis China and the relationship between the oil price and the dollar [Άρθρο] // Energy Policy, Vol. 35, No. 11. - 2007. - σσ. 5795-5805.

Bentour El Mostafa A ranking of VAR and structural models in forecasting [Εργασία]. - [s.l.] : Munich Personal RePEc Archive, 2015. - No. 61502.

Birer Gurkan, Holler Johannes και Weichselbaumer Michael Forecasting the Exchange Rate: A forecasting application with the exchange rate between the Euro and the US Dollar (1980-2003) [Εργασία]. - [s.l.] : University of Vienna, 2005.

Brahmasrene Tantatape, Huang Jui-Chi και Sissoko Yaya Crude oil prices and exchange rates: Causality, variance decomposition and impulse response [Άρθρο] // Energy Economics, Vol. 44. - 2014. - σσ. 407-412.

Chen Shiu-Sheng και Chen Hung-Chyn Oil prices and real exchange rates [Άρθρο] // Energy Economics, Vol. 29, No. 3. - 2007. - σσ. 390-404.

Cheung Yin-Wong και Lai Kon S. FINITE-SAMPLE SIZES OF JOHANSEN'S LIKELIHOOD RATIO TESTS FOR COINTEGRATION [Άρθρο] // OXFORD BULLETIN OF ECONOMICS AND STATISTICS, 55, 3. - 1993.

CmapTools [Ηλεκτρονικό] = A random walk process. - https://cmapskm.ihmc.us/rid=1052458884462_996058812_7176/randomwalk.pdf.

Corporate Finance Institute CFI [Ηλεκτρονικό] = USD/CAD Currency Cross. - 2019. - <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/knowledge/trading-investing/us-to-cad-currency/>.

Driss Ezouine και Fatima Idrissi Predicting Exchange Rates of Morocco Using an Econometric [Άρθρο] // International Journal of Accounting and Finance Studies, Vol. 1, No. 1. - 2018. - σσ. 54-70.

EViews [Ηλεκτρονικό] = EViews 8.1 User's Guide II. -

<http://www.eviews.com/EViews8/EViews8/EViews%208%20Users%20Guide%20II.pdf>.

Farhath Asha, Arputhamary B. και Arockiam L. A SURVEY ON ARIMA FORECASTING USING TIME SERIES MODEL [Άρθρο] // International Journal of Computer Science and Mobile Computing. - 2016. - 8 : Τόμ. 5. - σσ. 104-109 .

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Consumer Price Index: Total All Items for the United States. - <https://fred.stlouisfed.org/series/CPALTT01USM661S>.

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Consumer Price Index: Total, All Items for Canada. - <https://fred.stlouisfed.org/series/CPALCY01CAM661N>.

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Long-Term Government Bond Yields: 10-year: Main (Including Benchmark) for the United States. - <https://fred.stlouisfed.org/series/IRLTLT01USM156N>.

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Long-Term Government Bond Yields: 10-year: Main (Including Benchmark) for Canada. - <https://fred.stlouisfed.org/series/IRLTLT01CAM156N>.

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Crude Oil Prices: West Texas Intermediate (WTI) - Cushing, Oklahoma. - <https://fred.stlouisfed.org/series/MCOILWTICO>.

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό].

Federal Reserve Bank of St. Louis [Ηλεκτρονικό] = Canada / U.S. Foreign Exchange Rate . - <https://fred.stlouisfed.org/series/EXCAUS>.

Feenstra Robert και Taylor Alan International Economics [Βιβλίο]. - [s.l.] : Worth Publishers, 2014.

Gudan Jovita MODELING AND FORECASTING EXCHANGE RATES [Άρθρο] // Lithuanian Journal of Statistics. - 2016. - σσ. 19-30.

Gujarati Damodar και Porter Dawn Basic Econometrics (5th Edition) [Βιβλίο]. - [s.l.] : McGraw-Hill/Irwin, 2009.

Hillnotes [Ηλεκτρονικό] = The Canadian Dollar: What Determines the Exchange Rate?. - 2018. - <https://hillnotes.ca/2018/09/26/the-canadian-dollar-what-determines-the-exchange-rate/>.

Hock Melvyn Tan Chwee και Tan Randolph FORECASTING EXCHANGE RATES: AN ECONOMETRIC ILLUSION [Εργασία]. - [s.l.] : Nanyang Business School, 1996.

Lizardo Radhamés και Mollick André Oil price fluctuations and U.S. dollar exchange rates [Άρθρο] // Energy Economics, Vol. 32, No. 2. - 2010. - σσ. 399-408.

Low Hamish και Meghir Costas The Use of Structural Models in Econometrics [Άρθρο] // Journal of Economic Perspectives, Vol. 31, No. 2. - 2017. - σσ. 33–58.

Maggiora Daniel Della και Skerman Robert JOHANSEN COINTEGRATION ANALYSIS OF AMERICAN AND EUROPEAN STOCK MARKET INDICES: An Empirical Study [Εργασία]. - [s.l.] : LUND UNIVERSITY, 2009.

Melcher Ota TRENDS IN THE CZK DEVELOPMENT AND AR(I)MA FORECASTING [Άρθρο] // ACTA OECONOMICA PRAGENSIA, Vol. 23, No. 2. - 2005. - σσ. 3-21.

Mia Md. Shahajada, Rahman Md. Siddikur και Das Sukanta Forecasting the BDT/USD Exchange Rate: An Accuracy Comparison of Artificial Neural Network Models and Different Time Series Model [Άρθρο] // Journal of Statistics Applications & Probability Letters. - 2017. - σσ. 131-138.

Newaz M.K. COMPARING THE PERFORMANCE OF TIME SERIES MODELS FOR FORECASTING EXCHANGE RATE [Άρθρο] // BRAC University Journal, vol. V, no. 2. - 2008. - σσ. 55-65 .

Ngozi Bosede Adeleye [Ηλεκτρονικό]. - <https://www.youtube.com/channel/UCK9hD254JKbCZ4Bf8Iz1s7g>.

Obi Pat [Ηλεκτρονικό]. - <https://www.youtube.com/channel/UC8FqOAXU6eZUJalbUaDFiyQ>.

Pahlavani Mosayeb και Roshan Reza The Comparison among ARIMA and hybrid ARIMA-GARCH Models in Forecasting the Exchange Rate of Iran [Άρθρο] // International Journal of Business and Development Studies Vol. 7, No. 1. - 2015. - σσ. 31-50 .

Priyadarshini E. Predictive Analysis of Exchange Rates Using Hybrid Models [Άρθρο] // Applied Mathematical Sciences, Vol. 8, no. 160. - 2014. - σσ. 7987 - 7992.

Rashid Nur Izzati Abdul, Shabri Ani και Samsudin Ruhaidah Comparison between MEMD-LSSVM AND MEMD-ARIMA in forecasting exchange rate [Άρθρο] // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. - 2017. - σσ. 328-339.

Simpson Stephen D. Investopedia [Ηλεκτρονικό] = The Canadian Dollar: What Every Forex Trader Needs To Know. - 2019. - <https://www.investopedia.com/articles/forex/11/cad-dollar-what-fx-traders-should-know.asp>.

Uddin Gazi και Tiwari Aviral Measuring co-movement of oil price and exchange rate differential in Bangladesh [Άρθρο] // Economics Bulletin, Vol. 33, No. 3. - 2013. - σσ. 1922-1930.

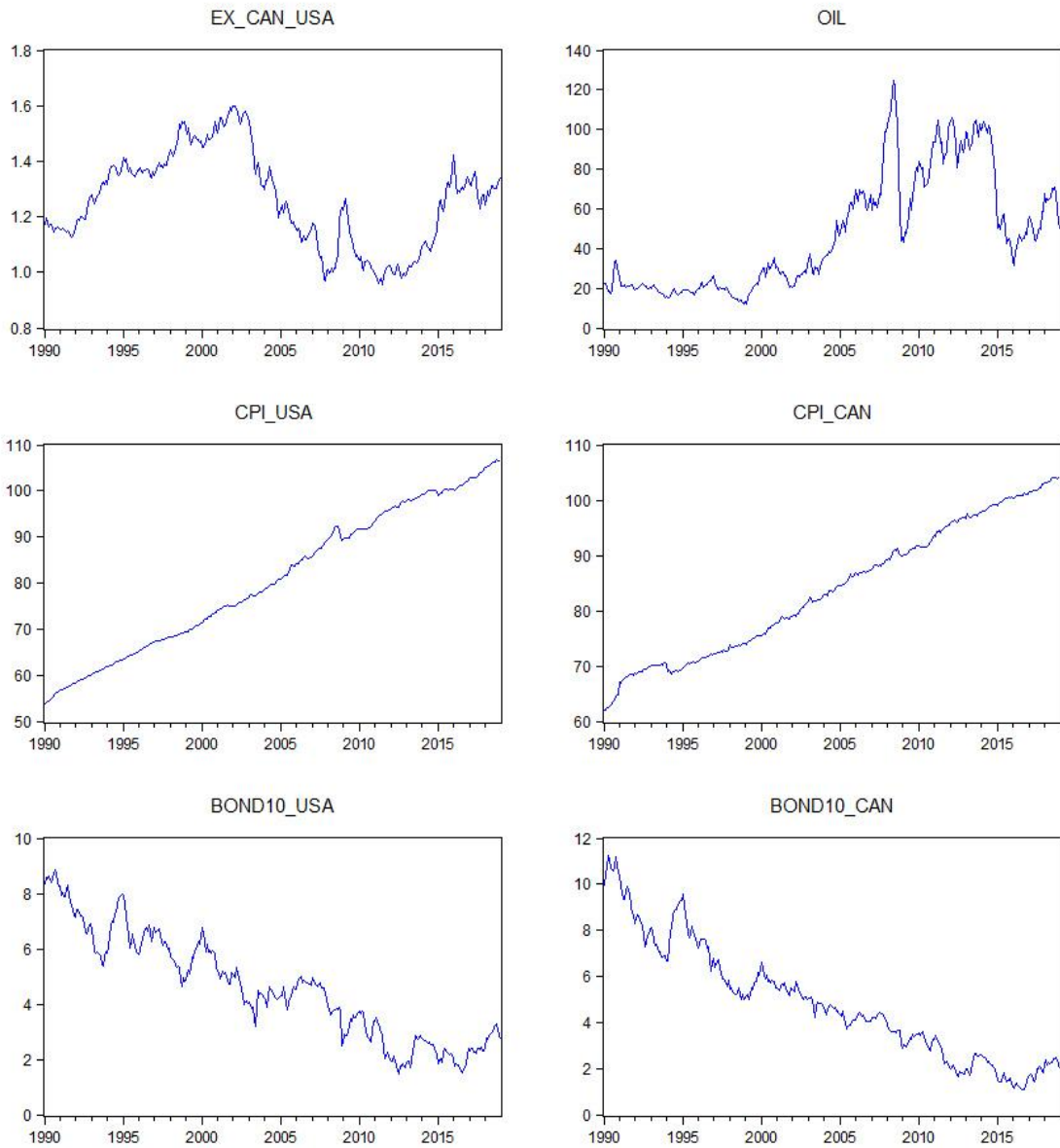
Varenus Malin Real currency exchange rate prediction.- A time series analysis. [Εργασία] : Bachelor Thesis / Pennsylvania State University (PSU). - [s.l.] : Stockholm University, 2017.

Wen Fenghua [και συν.] Interaction between oil and US dollar exchange rate: nonlinear causality, time-varying influence and structural breaks in volatility [Άρθρο] // Applied Economics, 50:4. - 2017. - σσ. 319-334.

Wikipedia [Ηλεκτρονικό] = Autoregressive conditional heteroskedasticity. - https://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive_conditional_heteroskedasticity.

8. Πίνακες

Πίνακας 1: Γραφική Παράσταση των Μεταβλητών



Πίνακας 2: Αποτελέσματα ελέγχων ADF και PP

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LEX

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-1.6707	0.7623	Σταθερά	-1.5633	0.5003
PP	Τάση - Σταθερά	-1.5855	0.7970	Σταθερά	-1.4774	0.5441

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LOIL

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-2.2808	0.4428	Σταθερά	-1.6239	0.4692
PP	Τάση - Σταθερά	-1.9208	0.6414	Σταθερά	-1.5084	0.5284

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LCPICAN

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-3.4251	0.0497	Σταθερά	-2.1178	0.2378
PP	Τάση - Σταθερά	-3.6015	0.0311	Σταθερά	-1.9567	0.3061

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LCPIUSA

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-2.2212	0.4757	Σταθερά	-2.9761	0.0382
PP	Τάση - Σταθερά	-2.1704	0.5041	Σταθερά	-3.7771	0.0035

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LBONDCAN

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-3.8363	0.0158	Σταθερά	-1.0293	0.7437
PP	Τάση - Σταθερά	-3.1281	0.1014	Σταθερά	-1.0426	0.7388

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - LBONDUSA

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-3.6551	0.0268	Σταθερά	-1.5912	0.4860
PP	Τάση - Σταθερά	-3.3368	0.0621	Σταθερά	-1.4068	0.5793

Πίνακας 3: Αποτελέσματα ελέγχων ADF και PP

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLEX

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-13.6594	0.0000	Σταθερά	-13.6793	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-13.5960	0.0000	Σταθερά	-13.6162	0.0000

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLOIL

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-14.2135	0.0000	Σταθερά	-14.2274	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-14.0787	0.0000	Σταθερά	-14.0935	0.0000

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLCPICAN

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-19.6567	0.0000	Σταθερά	-19.4956	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-19.7396	0.0000	Σταθερά	-19.6476	0.0000

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLCPIUSA

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-12.2377	0.0000	Σταθερά	-11.8113	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-11.5511	0.0000	Σταθερά	-11.5265	0.0000

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLBONDCAN

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-12.9219	0.0000	Σταθερά	-12.9436	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-13.2860	0.0000	Σταθερά	-13.3158	0.0000

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας - DLBONDUSA

		<i>t</i> -στατιστική (-3.4227)	<i>p</i> -value (0.05)		<i>t</i> -στατιστική (-2.8696)	<i>p</i> -value (0.05)
ADF	Τάση - Σταθερά	-15.2359	0.0000	Σταθερά	-15.2555	0.0000
PP	Τάση - Σταθερά	-15.1069	0.0000	Σταθερά	-15.1487	0.0000

Πίνακας 4: Πίνακας συσχετίσεων της DLEX, 1990-2016

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.297	0.297	30.933	0.000
		2	0.035	-0.059	31.355	0.000
		3	-0.037	-0.034	31.844	0.000
		4	0.090	0.125	34.724	0.000
		5	0.046	-0.021	35.488	0.000
		6	-0.023	-0.039	35.671	0.000
		7	-0.068	-0.040	37.328	0.000
		8	-0.071	-0.052	39.141	0.000
		9	-0.021	0.008	39.305	0.000
		10	0.078	0.093	41.524	0.000
		11	0.068	0.024	43.188	0.000
		12	-0.047	-0.074	43.995	0.000
		13	-0.070	-0.025	45.769	0.000
		14	-0.044	-0.034	46.467	0.000
		15	-0.015	-0.023	46.552	0.000
		16	-0.026	-0.010	46.802	0.000
		17	-0.031	-0.002	47.163	0.000
		18	0.028	0.062	47.456	0.000
		19	0.053	0.034	48.500	0.000
		20	0.049	0.008	49.379	0.000
		21	0.138	0.127	56.521	0.000
		22	0.093	0.012	59.763	0.000
		23	0.044	0.009	60.502	0.000
		24	-0.052	-0.062	61.522	0.000

Πίνακας 5: Τιμές κριτηρίων για ARIMA, 1990-2016

	<i>AIC</i>	<i>SIC</i>	<i>Adjusted R²</i>	<i>RESID(-1)² + GARCH(-1)</i>
<i>ARIMA(1,1,0)</i>	-5.536094	-5.477749	0.093469	0.964349
<i>ARIMA(0,1,1)</i>	-5.544127	-5.485782	0.089714	0.960939
<i>ARIMA(1,1,1)</i>	-5.538098	-5.468084	0.088718	0.960500
<i>ARIMA(1,1,4)</i>	-5.533161	-5.463148	0.101506	0.964804
<i>ARIMA(4,1,1)</i>	-5.541135	-5.471121	0.097395	0.961168
<i>ARIMA(4,1,4)</i>	-5.459154	-5.389141	-0.000317	0.980989

Πίνακας 6: Συσχετίσεις κανονικοποιημένων καταλοίπων,
1990-2016

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 0.024	0.024	0.1897	
		2 0.080	0.080	2.2915	0.130
		3 -0.050	-0.054	3.1158	0.211
		4 0.063	0.060	4.4221	0.219
		5 0.012	0.017	4.4684	0.346
		6 -0.021	-0.035	4.6143	0.465
		7 0.001	0.007	4.6145	0.594
		8 0.001	0.003	4.6147	0.707
		9 0.011	0.006	4.6568	0.794
		10 0.091	0.095	7.4411	0.591
		11 0.101	0.097	10.866	0.368
		12 0.007	-0.013	10.885	0.453
		13 -0.047	-0.055	11.633	0.476
		14 -0.026	-0.025	11.864	0.539
		15 -0.039	-0.047	12.389	0.575
		16 -0.014	-0.011	12.454	0.644
		17 -0.016	0.001	12.544	0.706
		18 0.071	0.076	14.263	0.648
		19 0.041	0.043	14.832	0.673
		20 0.029	0.008	15.117	0.715
		21 0.099	0.083	18.523	0.553
		22 0.009	-0.014	18.549	0.614
		23 0.040	0.028	19.113	0.638
		24 -0.041	-0.018	19.690	0.661

Πίνακας 7: Συσχετίσεις κανονικοποιημένων τετραγώνων
των καταλοίπων, 1990-2016

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
		1 -0.060	-0.060	1.1854	0.276
		2 0.075	0.072	3.0440	0.218
		3 -0.037	-0.029	3.5056	0.320
		4 -0.023	-0.032	3.6772	0.451
		5 -0.001	0.001	3.6774	0.597
		6 -0.034	-0.031	4.0549	0.669
		7 -0.001	-0.007	4.0554	0.773
		8 -0.071	-0.068	5.7353	0.677
		9 -0.000	-0.010	5.7353	0.766
		10 0.005	0.012	5.7433	0.836
		11 -0.023	-0.027	5.9185	0.879
		12 0.098	0.090	9.1389	0.691
		13 0.046	0.061	9.8656	0.705
		14 -0.034	-0.048	10.261	0.743
		15 -0.077	-0.087	12.293	0.657
		16 0.012	0.014	12.346	0.720
		17 0.137	0.155	18.768	0.342
		18 0.102	0.123	22.335	0.217
		19 0.013	0.001	22.396	0.265
		20 -0.022	-0.024	22.567	0.311
		21 -0.056	-0.049	23.648	0.310
		22 -0.027	-0.033	23.908	0.352
		23 -0.064	-0.060	25.360	0.332
		24 -0.009	-0.011	25.390	0.385

Πίνακας 8: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, ARIMA(0,1,1)

<i>Σειρά: Κανονικ. κατάλοιπα, Δείγμα: 1990M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 324</i>			
<i>Μέσος</i>	-0.022686	<i>Λοξότητα</i>	0.381910
<i>Διάμεσος</i>	-0.048260	<i>Κύρτωση</i>	4.846958
<i>Τυπική απόκλιση</i>	1.001310	<i>Jarque-Bera Πιθανότητα</i>	53.92908 0.000000

Πίνακας 9: Τιμές κριτηρίων Lag Length

<i>Lag</i>	<i>LR</i>	<i>FPE</i>	<i>AIC</i>	<i>SC</i>	<i>HQ</i>
0	NA	5.64e-13	-1.117.699	-1.110.697	-1.114.904
1	7.057.544	1.51e-22	-3.321.831	-3.272.821	-3.302.269
2	2.044.016	9.77e-23	-3.365.333	-32.74315*	-33.29003*
3	5.867.332	1.01e-22	-3.362.348	-3.229.321	-3.309.251
4	8.769.246	9.39e-23*	-33.69454*	-3.194.420	-3.299.590
5	3.043.055	1.06e-22	-3.357.618	-3.140.575	-3.270.986
6	57.43059*	1.08e-22	-3.355.406	-3.096.355	-3.252.007
7	3.320.969	1.21e-22	-3.345.002	-3.043.943	-3.224.836
8	4.871.644	1.27e-22	-3.340.495	-2.997.428	-3.203.561
9	3.600.942	1.40e-22	-3.331.659	-2.946.583	-3.177.958
10	3.404.812	1.54e-22	-3.322.383	-2.895.299	-3.151.915
11	3.169.540	1.72e-22	-3.312.494	-2.843.401	-3.125.258
12	2.922.054	1.93e-22	-3.301.913	-2.790.813	-3.097.910

Πίνακας 10: Αποτελέσματα ελέγχου συνολοκλήρωσης Johansen

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	Critical Value (0.05)	Prob.
None	0.176782	115.8419	95.75366	0.0010
At most 1	0.068345	52.81292	69.81889	0.5134

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	Critical Value (0.05)	Prob.
None	0.176782	63.02895	40.07757	0.0000
At most 1	0.068345	22.93678	33.87687	0.5353

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

Πίνακας 11: Εκτίμηση μοντέλου VEC

Normalized cointegrating coefficients					
LEX(-1)	LOIL(-1)	LBOND_CAN(-1)			
1.000000	0.736935	-1.016834			
LBOND_USA(-1)	LCPICAN(-1)	LCPIUSA(-1)	C		
0.449619	-2.808601	-1.980302	18.93650		
Adjustment coefficients ([t- statistic])					
D(LEX)	D(LOIL)	D(LBOND_CAN)	D(LBOND_USA)	D(LCPICAN)	D(LCPIUSA)
0.019075	-0.094349	0.042547	0.030822	0.005695	0.004231
[2.35592]	[-2.52288]	[2.00707]	[1.19142]	[3.28727]	[3.90827]

Πίνακας 12: Συσχετίσεις καταλοίπων, 1990-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.010	0.010	0.0332	0.855
		2	0.018	0.018	0.1367	0.934
		3	-0.005	-0.006	0.1462	0.986
		4	0.101	0.101	3.5364	0.472
		5	-0.006	-0.008	3.5471	0.616
		6	-0.035	-0.038	3.9443	0.684
		7	-0.093	-0.092	6.8420	0.446
		8	-0.031	-0.039	7.1554	0.520
		9	-0.051	-0.048	8.0438	0.530
		10	0.074	0.085	9.8895	0.450
		11	0.085	0.108	12.329	0.339
		12	-0.050	-0.050	13.176	0.356
		13	-0.006	-0.007	13.189	0.433
		14	-0.021	-0.052	13.345	0.500
		15	-0.037	-0.070	13.803	0.541
		16	-0.023	-0.015	13.989	0.600
		17	-0.025	-0.000	14.202	0.653
		18	0.045	0.077	14.888	0.670
		19	0.044	0.066	15.550	0.687
		20	-0.008	-0.010	15.571	0.743
		21	0.119	0.090	20.474	0.491
		22	0.056	0.025	21.580	0.485
		23	0.075	0.059	23.575	0.428
		24	-0.023	-0.027	23.760	0.475

Πίνακας 13: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 1990-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.004	0.004	0.0063	0.937
		2	0.098	0.098	3.1268	0.209
		3	-0.007	-0.008	3.1420	0.370
		4	0.001	-0.008	3.1426	0.534
		5	0.016	0.018	3.2287	0.665
		6	0.028	0.028	3.4839	0.746
		7	0.096	0.093	6.5385	0.478
		8	-0.011	-0.017	6.5756	0.583
		9	0.001	-0.017	6.5758	0.681
		10	0.131	0.138	12.340	0.263
		11	-0.009	-0.009	12.370	0.336
		12	0.147	0.122	19.693	0.073
		13	0.055	0.057	20.736	0.078
		14	-0.011	-0.046	20.781	0.107
		15	-0.024	-0.029	20.979	0.138
		16	0.029	0.033	21.260	0.169
		17	0.134	0.120	27.466	0.052
		18	0.036	0.032	27.923	0.063
		19	0.094	0.049	31.007	0.040
		20	-0.008	-0.031	31.028	0.055
		21	-0.019	-0.016	31.149	0.071
		22	-0.015	-0.041	31.230	0.092
		23	-0.029	-0.051	31.517	0.111
		24	-0.002	-0.032	31.519	0.139

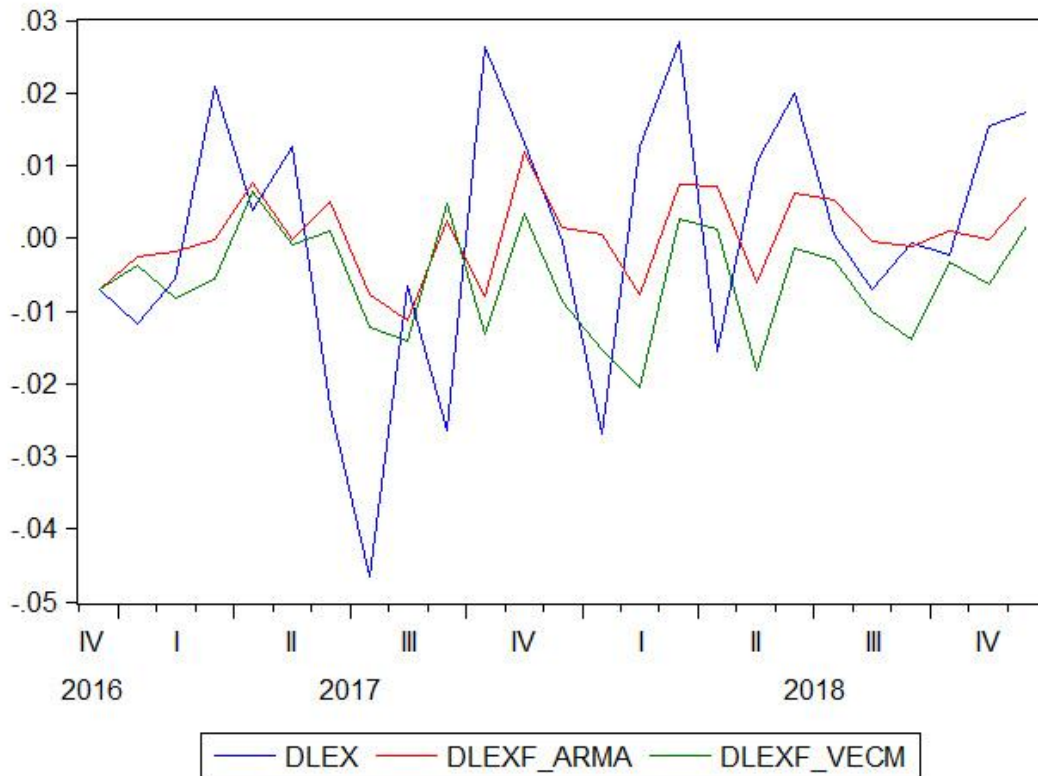
Πίνακας 14: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, VECM

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 1990M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 324</i>			
Μέσος	8.14e-18	Λοξότητα	0.946605
Διάμεσος	0.000684	Κύρτωση	10.98340
Τυπική απόκλιση	0.015687	Jarque-Bera Πιθανότητα	908.8058 0.000000

Πίνακας 15: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

<i>Σειρές πρόβλεψης: DLEXF_ARMA, DLEXF_VECM, Σειρά: DLEX</i>			
<i>Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24</i>			
	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA	0.018314	0.014633	144.8280
VECM	0.020211	0.016778	319.4355

Πίνακας 16: Κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων, 01/2017-12/2018



Πίνακας 17: Πίνακας συσχετίσεων της DLEX, 2000-2016

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.337	0.337	23.529	0.000
		2	0.055	-0.066	24.168	0.000
		3	-0.025	-0.025	24.295	0.000
		4	0.127	0.167	27.691	0.000
		5	0.074	-0.029	28.857	0.000
		6	-0.025	-0.056	28.991	0.000
		7	-0.137	-0.105	33.006	0.000
		8	-0.108	-0.046	35.499	0.000
		9	-0.053	-0.016	36.114	0.000
		10	0.090	0.127	37.850	0.000
		11	0.082	0.046	39.309	0.000
		12	-0.027	-0.062	39.470	0.000
		13	-0.056	-0.012	40.162	0.000
		14	-0.055	-0.079	40.822	0.000
		15	-0.056	-0.078	41.518	0.000
		16	-0.094	-0.064	43.508	0.000
		17	-0.039	0.055	43.858	0.000
		18	0.053	0.112	44.494	0.000
		19	0.084	0.069	46.083	0.000
		20	0.071	0.040	47.241	0.001
		21	0.160	0.119	53.085	0.000
		22	0.149	0.016	58.198	0.000
		23	0.104	-0.008	60.686	0.000
		24	-0.015	-0.073	60.740	0.000

Πίνακας 18α: Τιμές κριτηρίων για ARIMA, 2000-2016

	<i>AIC</i>	<i>SIC</i>	<i>Adjusted R²</i>
ARIMA(1,1,0)	-5.111.231	-5.062.435	0.105265
ARIMA(0,1,1)	-5.106.636	-5.057.840	0.101080
ARIMA(1,1,1)	-5.104.811	-5.039.750	0.103855
ARIMA(1,1,4)	-5.124.454	-5.059.393	0.121744
ARIMA(4,1,1)	-5.118.112	-5.053.051	0.116003

Πίνακας 18: Συσχετίσεις καταλοίπων, 2000-2016
Μοντέλο ARIMA(1,1,4)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.024	0.024	0.1233	
		2	-0.041	-0.041	0.4708	
		3	-0.085	-0.083	1.9901	0.158
		4	-0.007	-0.005	1.9999	0.368
		5	0.061	0.055	2.7799	0.427
		6	-0.019	-0.029	2.8564	0.582
		7	-0.124	-0.121	6.1435	0.293
		8	-0.058	-0.046	6.8635	0.334
		9	-0.066	-0.078	7.8054	0.350
		10	0.113	0.091	10.584	0.226
		11	0.103	0.091	12.916	0.166
		12	-0.023	-0.020	13.035	0.222
		13	-0.020	-0.001	13.127	0.285
		14	-0.049	-0.046	13.649	0.324
		15	-0.037	-0.068	13.959	0.377
		16	-0.082	-0.115	15.480	0.346
		17	-0.050	-0.036	16.048	0.379
		18	0.043	0.062	16.475	0.420
		19	0.052	0.063	17.080	0.449
		20	0.021	0.023	17.179	0.511
		21	0.120	0.111	20.492	0.366
		22	0.090	0.080	22.356	0.321
		23	0.080	0.056	23.826	0.302
		24	-0.066	-0.074	24.849	0.304

Πίνακας 19: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 2000-2016
Μοντέλο ARIMA(1,1,4)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.018	-0.018	0.0646	0.799
		2	0.090	0.090	1.7531	0.416
		3	-0.021	-0.018	1.8463	0.605
		4	-0.011	-0.020	1.8718	0.759
		5	-0.009	-0.006	1.8891	0.864
		6	0.049	0.052	2.4032	0.879
		7	0.108	0.112	4.9065	0.671
		8	-0.036	-0.043	5.1870	0.737
		9	-0.019	-0.040	5.2638	0.811
		10	0.109	0.124	7.8179	0.647
		11	-0.018	-0.005	7.8854	0.724
		12	0.127	0.105	11.398	0.495
		13	0.026	0.023	11.544	0.565
		14	-0.017	-0.045	11.607	0.638
		15	-0.047	-0.032	12.092	0.672
		16	-0.007	-0.005	12.103	0.737
		17	0.126	0.118	15.695	0.546
		18	0.021	0.026	15.798	0.607
		19	0.101	0.055	18.106	0.515
		20	-0.034	-0.042	18.377	0.563
		21	-0.033	-0.025	18.625	0.609
		22	-0.048	-0.052	19.155	0.636
		23	-0.043	-0.058	19.586	0.667
		24	-0.029	-0.061	19.785	0.709

Πίνακας 20: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, ARIMA(1,1,4)

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 2000M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 204</i>			
<i>Μέσος</i>	-3.92e-05	<i>Λοξότητα</i>	0.892352
<i>Διάμεσος</i>	0.000238	<i>Κύρτωση</i>	8.151435
<i>Τυπική απόκλιση</i>	0.018336	<i>Jarque-Bera Πιθανότητα</i>	252.6408 0.000000

Πίνακας 21: Τιμές κριτηρίων Lag Length

Lag	LR	FPE	AIC	SIC	HQ
0	NA	1.66e-14	-1.470.260	-1.460.501	-1.466.313
1	3.651.968	2.10e-22	-3.288.757	-32.20443*	-3.261.123
2	1.667.911	1.25e-22	-3.340.788	-3.213.919	-32.89467*
3	5.318.890	1.34e-22	-3.334.245	-3.148.820	-3.259.237
4	7.632.446	1.25e-22*	-33.41590*	-3.097.611	-3.242.896
5	3.212.889	1.48e-22	-3.324.868	-3.022.333	-3.202.487
6	65.76191*	1.44e-22	-3.328.952	-2.967.862	-3.182.885
7	3.501.393	1.67e-22	-3.315.405	-2.895.761	-3.145.652
8	4.492.616	1.81e-22	-3.309.096	-2.830.896	-3.115.656
9	3.340.832	2.12e-22	-3.296.224	-2.759.469	-3.079.097
10	2.475.765	2.61e-22	-3.278.242	-2.682.933	-3.037.429
11	3.696.768	2.95e-22	-3.269.932	-2.616.067	-3.005.432
12	3.806.869	3.29e-22	-3.263.698	-2.551.278	-2.975.511

Πίνακας 22: Αποτελέσματα ελέγχου συνολοκλήρωσης Johansen

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	Critical Value (0.05)	Prob.
None	0.165320	97.92600	95.75366	0.0351
At most 1	0.102016	61.06171	69.81889	0.2042

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	Critical Value (0.05)	Prob.
None	0.165320	36.86429	40.07757	0.1102

Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 0.05 level

Πίνακας 23: Εκτίμηση μοντέλου VEC

Normalized cointegrating coefficients

LEX(-1)	LOIL(-1)	LBOND_CAN(-1)	
1.000000	0.439665	-0.299289	
LBOND_USA(-1)	LCPICAN(-1)	LCPIUSA(-1)	C
0.141142	-1.516387	-0.006431	5.066095

Adjustment coefficients ([t- statistic])

D(LEX)	D(LOIL)	D(LBOND_CAN)	D(LBOND_USA)	D(LCPICAN)	D(LCPIUSA)
0.068735	-0.486435	0.083427	0.054205	0.000183	0.000846
[2.31473]	[-4.07918]	[1.11817]	[0.56518]	[0.04023]	[0.21454]

Πίνακας 24: Συσχετίσεις καταλοίπων, 2000-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.019	0.019	0.0727	0.787
		2	0.027	0.027	0.2248	0.894
		3	0.010	0.009	0.2469	0.970
		4	0.093	0.092	2.0452	0.727
		5	-0.020	-0.024	2.1261	0.831
		6	-0.040	-0.045	2.4671	0.872
		7	-0.128	-0.129	5.9689	0.543
		8	-0.056	-0.059	6.6305	0.577
		9	-0.078	-0.068	7.9448	0.540
		10	0.065	0.083	8.8634	0.545
		11	0.039	0.069	9.1892	0.604
		12	-0.040	-0.037	9.5422	0.656
		13	0.008	0.005	9.5564	0.730
		14	-0.027	-0.070	9.7224	0.782
		15	-0.035	-0.066	9.9905	0.820
		16	-0.071	-0.080	11.118	0.802
		17	-0.008	0.010	11.132	0.850
		18	0.041	0.077	11.509	0.872
		19	0.057	0.086	12.242	0.875
		20	0.019	0.032	12.324	0.904
		21	0.151	0.122	17.585	0.675
		22	0.110	0.077	20.362	0.560
		23	0.105	0.058	22.926	0.465
		24	-0.038	-0.067	23.262	0.504

Πίνακας 25: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 2000-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.004	-0.004	0.0035	0.953
		2	0.067	0.067	0.9408	0.625
		3	-0.010	-0.009	0.9612	0.811
		4	-0.036	-0.040	1.2261	0.874
		5	-0.006	-0.005	1.2327	0.942
		6	-0.001	0.004	1.2332	0.975
		7	0.065	0.065	2.1355	0.952
		8	-0.038	-0.039	2.4394	0.964
		9	-0.021	-0.031	2.5320	0.980
		10	0.128	0.137	6.1072	0.806
		11	-0.023	-0.015	6.2216	0.858
		12	0.127	0.108	9.7281	0.640
		13	0.039	0.043	10.063	0.689
		14	-0.034	-0.048	10.325	0.738
		15	-0.046	-0.043	10.797	0.767
		16	0.022	0.039	10.905	0.815
		17	0.124	0.121	14.343	0.643
		18	0.034	0.042	14.612	0.688
		19	0.091	0.063	16.473	0.625
		20	-0.033	-0.051	16.725	0.671
		21	-0.042	-0.025	17.122	0.704
		22	-0.044	-0.060	17.567	0.731
		23	-0.051	-0.061	18.170	0.748
		24	-0.015	-0.027	18.221	0.792

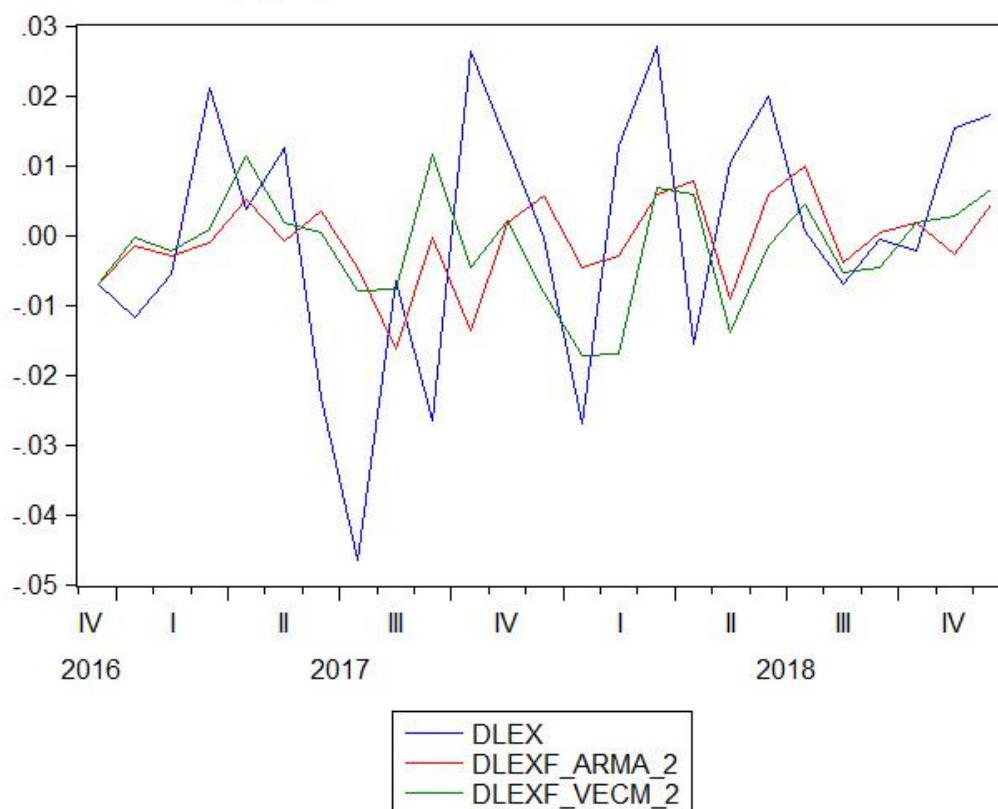
Πίνακας 26: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, VECM

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 2000M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 204</i>			
Μέσος	6.02e-17	Λοξότητα	0.844802
Διάμεσος	0.001171	Κύρτωση	8.097469
Τυπική απόκλιση	0.017825	Jarque-Bera Πιθανότητα	245.1311 0.000000

Πίνακας 27: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

<i>Σειρές πρόβλεψης: DLEX_ARMA_2, DLEX_VECM_2, Σειρά: DLEX</i>			
<i>Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24</i>			
	RMSE	MAE	MAPE
ARIMA	0.019066	0.015678	241.1197
VECM	0.018919	0.015368	253.1700

Πίνακας 28: Κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων, DLEX_ARMA_2 και DLEX_VECM_2



Πίνακας 29: Πίνακας συσχετίσεων της DLEX, 2010-2016

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.355	0.355	10.981	0.001
		2 -0.097	-0.255	11.803	0.003
		3 -0.228	-0.115	16.430	0.001
		4 -0.065	0.064	16.808	0.002
		5 0.118	0.082	18.085	0.003
		6 0.117	0.001	19.357	0.004
		7 -0.103	-0.157	20.357	0.005
		8 -0.172	-0.025	23.164	0.003
		9 -0.004	0.098	23.166	0.006
		10 0.203	0.121	27.170	0.002
		11 0.155	-0.023	29.553	0.002
		12 0.170	0.225	32.446	0.001
		13 -0.014	-0.061	32.466	0.002
		14 -0.157	-0.118	35.024	0.001
		15 -0.054	0.059	35.327	0.002
		16 -0.042	-0.125	35.518	0.003
		17 -0.079	-0.076	36.188	0.004
		18 -0.008	0.074	36.196	0.007
		19 0.019	0.020	36.238	0.010
		20 0.069	0.065	36.778	0.012
		21 0.093	0.026	37.779	0.014
		22 0.116	0.047	39.354	0.013
		23 0.087	0.095	40.257	0.014
		24 0.061	0.011	40.708	0.018

Πίνακας 30: Τιμές κριτηρίων για ARIMA, 2010-2016

	<i>AIC</i>	<i>SIC</i>	<i>Adjusted R²</i>
ARIMA(1,1,0)	-5.301.796	-5.227.292	0.074166
ARIMA(0,1,1)	-5.328.504	-5.254.000	0.098938
ARIMA(1,1,1)	-5.309.986	-5.210.647	0.090274
ARIMA(1,1,3)	-5.315.126	-5.215.787	0.095126
ARIMA(3,1,1)	-5.342.331	-5.242.993	0.119885

Πίνακας 31: Συσχετίσεις καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο ARIMA(3,1,1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.034	0.034	0.2456	
		2	0.086	0.084	1.7685	
		3	-0.001	-0.007	1.7687	0.184
		4	0.140	0.134	5.8710	0.053
		5	0.032	0.025	6.0939	0.107
		6	-0.012	-0.037	6.1261	0.190
		7	-0.103	-0.107	8.3782	0.137
		8	-0.044	-0.055	8.7937	0.186
		9	-0.069	-0.061	9.8144	0.199
		10	0.079	0.099	11.158	0.193
		11	0.061	0.104	11.965	0.215
		12	-0.048	-0.046	12.477	0.254
		13	-0.035	-0.033	12.744	0.310
		14	-0.037	-0.068	13.040	0.366
		15	-0.019	-0.061	13.122	0.438
		16	-0.079	-0.078	14.519	0.412
		17	-0.032	0.010	14.748	0.470
		18	0.051	0.113	15.329	0.501
		19	0.069	0.109	16.401	0.496
		20	0.018	0.024	16.475	0.559
		21	0.135	0.098	20.670	0.355
		22	0.092	0.040	22.626	0.308
		23	0.093	0.020	24.650	0.263
		24	-0.055	-0.100	25.348	0.281

Πίνακας 32: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο ARIMA(3,1,1)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.016	-0.016	0.0551	0.814
		2	0.103	0.103	2.2781	0.320
		3	-0.024	-0.022	2.4035	0.493
		4	0.024	0.013	2.5264	0.640
		5	-0.004	0.001	2.5294	0.772
		6	0.047	0.043	2.9940	0.810
		7	0.095	0.099	4.9366	0.668
		8	-0.031	-0.039	5.1444	0.742
		9	-0.019	-0.038	5.2216	0.815
		10	0.119	0.131	8.2683	0.603
		11	-0.031	-0.028	8.4798	0.670
		12	0.134	0.111	12.413	0.413
		13	0.051	0.061	12.996	0.448
		14	-0.022	-0.062	13.101	0.519
		15	-0.040	-0.032	13.449	0.568
		16	-0.002	-0.003	13.450	0.640
		17	0.107	0.094	16.047	0.520
		18	0.011	0.022	16.076	0.587
		19	0.069	0.024	17.155	0.579
		20	-0.024	-0.037	17.288	0.634
		21	-0.033	-0.020	17.545	0.678
		22	-0.031	-0.046	17.769	0.720
		23	-0.043	-0.063	18.208	0.746
		24	-0.020	-0.039	18.303	0.788

Πίνακας 33: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, ARIMA(3,1,1)

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 2010M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 84</i>			
<i>Μέσος</i>	1.75e-05	<i>Λοξότητα</i>	1.022252
<i>Διάμεσος</i>	-0.000232	<i>Κύρτωση</i>	9.679175
<i>Τυπική απόκλιση</i>	0.018518	<i>Jarque-Bera Πιθανότητα</i>	414.7267 0.000000

Πίνακας 34: Τιμές κριτηρίων Lag Length

Lag	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	NA	1.92e-17	-2.146.247	-2.128.884	-2.139.267
1	1.044.681	5.82e-23	-3.417.261	-32.95720*	-3.368.402
2	8.027.440	4.49e-23	-3.444.609	-3.218.890	-3.353.872
3	5.594.796	4.62e-23	-3.444.969	-3.115.072	-3.312.353
4	5.760.618	4.37e-23	-3.456.892	-3.022.818	-3.282.398
5	3.758.691	5.64e-23	-3.442.096	-2.903.844	-3.225.723
6	4.340.854	6.25e-23	-3.448.741	-2.806.311	-3.190.489
7	2.998.963	9.13e-23	-3.436.172	-2.689.564	-3.136.042
8	4.086.654	9.68e-23	-3.467.219	-2.616.433	-3.125.210
9	3.330.749	1.24e-22	-3.496.358	-2.541.394	-3.112.471
10	54.62446*	5.95e-23	-3.648.142	-2.589.000	-3.222.376
11	4.270.909	3.78e-23	-3.813.657	-2.650.338	-3.346.013
12	4.539.966	1.05e-23*	-41.40667*	-2.873.170	-36.31144*

Πίνακας 35: Αποτελέσματα ελέγχου συνολοκλήρωσης Johansen

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)					
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	Critical Value (0.05)	Critical Value (adjusted)	Prob.
None	0.851401	515.8469	95.75366	450.04220	0.0001
At most 1	0.826836	355.7004	69.81889	328.14878	0.0001
At most 2	0.645192	208.4049	47.85613	224.92381	0.0000
At most 3	0.536601	121.3659	29.79707	140.04622	0.0000
At most 4	0.399908	56.75586	15.49471	72.82513	0.0000
At most 5	0.152101	13.85944	3.841466	18.054890	0.0002

Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)					
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	Critical Value (0.05)	Critical Value (adjusted)	Prob.
None	0.851401	160.1464	40.07757	188.36457	0.0001
At most 1	0.826836	147.2955	33.87687	159.22128	0.0000
At most 2	0.645192	87.03903	27.58434	129.64639	0.0000
At most 3	0.536601	64.61005	21.13162	99.31861	0.0000
At most 4	0.399908	42.89642	14.26460	67.04362	0.0000
At most 5	0.152101	13.85944	3.841466	18.054890	0.0002

Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 0.05 level

Πίνακας 36: Εκτίμηση μοντέλου VEC

Normalized cointegrating coefficients					
LEX(-1)	LOIL(-1)	LBOND_CAN(-1)			
1.000000	-6.222062	27.74882			
LBOND_USA(-1)	LCPICAN(-1)	LCPIUSA(-1)	C		
-18.90159	241.3459	-119.1870	-535.5832		
Adjustment coefficients ([t-statistic])					
D(LEX)	D(LOIL)	D(LBOND_CAN)	D(LBOND_USA)	D(LCPICAN)	D(LCPIUSA)
-0.034798	0.385595	-0.100344	0.005086	0.007524	0.005621
[-1.21869]	[3.71429]	[-1.09399]	[0.04101]	[1.59597]	[1.64582]

Πίνακας 37: Συσχετίσεις καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.100	-0.100	0.8661	0.352
		2 0.178	0.170	3.6525	0.161
		3 0.162	0.202	5.9967	0.112
		4 -0.175	-0.183	8.7525	0.068
		5 0.081	-0.022	9.3485	0.096
		6 0.031	0.087	9.4355	0.151
		7 -0.128	-0.080	10.964	0.140
		8 0.082	-0.004	11.608	0.170
		9 -0.210	-0.183	15.861	0.070
		10 0.021	0.030	15.902	0.102
		11 -0.044	-0.012	16.096	0.138
		12 -0.008	0.060	16.103	0.187
		13 0.013	-0.038	16.119	0.243
		14 0.022	0.028	16.169	0.303
		15 -0.104	-0.101	17.309	0.301
		16 -0.039	-0.102	17.469	0.356
		17 -0.084	-0.055	18.237	0.374
		18 0.125	0.172	19.954	0.335
		19 -0.114	-0.084	21.404	0.315
		20 0.083	-0.008	22.177	0.331
		21 -0.060	-0.059	22.594	0.366
		22 0.033	0.102	22.723	0.418
		23 0.032	0.020	22.844	0.470
		24 -0.010	-0.066	22.855	0.528

Πίνακας 38: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο VEC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.092	0.092	0.7336	0.392
		2 0.126	0.118	2.1225	0.346
		3 -0.040	-0.062	2.2621	0.520
		4 0.078	0.074	2.8138	0.589
		5 0.188	0.193	6.0329	0.303
		6 -0.063	-0.125	6.4054	0.379
		7 -0.009	-0.034	6.4128	0.492
		8 -0.110	-0.066	7.5602	0.478
		9 0.033	0.016	7.6655	0.568
		10 -0.095	-0.112	8.5382	0.576
		11 -0.042	-0.005	8.7122	0.648
		12 -0.071	-0.026	9.2171	0.684
		13 0.095	0.138	10.141	0.682
		14 -0.010	-0.043	10.152	0.751
		15 -0.016	-0.002	10.180	0.808
		16 0.038	0.062	10.333	0.849
		17 0.035	0.033	10.463	0.883
		18 0.160	0.075	13.278	0.775
		19 0.045	0.054	13.504	0.812
		20 -0.039	-0.104	13.677	0.846
		21 0.029	0.047	13.774	0.879
		22 0.061	0.038	14.201	0.894
		23 0.106	0.054	15.531	0.875
		24 -0.031	-0.044	15.647	0.900

Πίνακας 39: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, VECM

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 2010M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 84</i>			
<i>Μέσος</i>	1.14e-15	<i>Λοξότητα</i>	-0.427373
<i>Διάμεσος</i>	0.000944	<i>Κύρτωση</i>	2.803342
<i>Τυπική απόκλιση</i>	0.006851	<i>Jarque-Bera Πιθανότητα</i>	2.692428 0.260224

Πίνακας 40: Τιμές κριτηρίων Lag Length

Lag	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	NA	1.92e-17	-2.146.247	-2.128.884	-2.139.267
1	1.044.681	5.82e-23	-3.417.261	-32.95720*	-33.68402*
2	8.027.440	4.49e-23	-3.444.609	-3.218.890	-3.353.872
3	5.594.796	4.62e-23	-3.444.969	-3.115.072	-3.312.353
4	57.60618*	4.37e-23*	-34.56892*	-3.022.818	-3.282.398
5	3.758.691	5.64e-23	-3.442.096	-2.903.844	-3.225.723
6	4.340.854	6.25e-23	-3.448.741	-2.806.311	-3.190.489

Πίνακας 41: Συσχετίσεις καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο VAR

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.017	-0.017	0.0255	0.873
		2 -0.007	-0.007	0.0299	0.985
		3 0.003	0.003	0.0307	0.999
		4 -0.088	-0.088	0.7303	0.948
		5 -0.059	-0.063	1.0537	0.958
		6 -0.019	-0.023	1.0860	0.982
		7 -0.095	-0.098	1.9350	0.963
		8 -0.137	-0.153	3.7201	0.881
		9 -0.034	-0.060	3.8331	0.922
		10 0.065	0.049	4.2433	0.936
		11 -0.166	-0.196	6.9561	0.803
		12 0.136	0.089	8.8014	0.720
		13 0.045	0.015	9.0119	0.772
		14 -0.133	-0.161	10.850	0.698
		15 0.019	-0.046	10.887	0.761
		16 -0.080	-0.125	11.573	0.773
		17 -0.071	-0.095	12.120	0.793
		18 0.117	0.069	13.609	0.754
		19 0.024	-0.032	13.673	0.802
		20 0.061	0.050	14.091	0.826
		21 0.094	0.098	15.101	0.818
		22 -0.008	-0.102	15.108	0.858
		23 -0.056	-0.052	15.477	0.877
		24 0.009	-0.001	15.488	0.906

Πίνακας 42: Συσχετίσεις τετραγώνων των καταλοίπων, 2010-2016
Μοντέλο VAR

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.142	0.142	1.7629	0.184
		2	0.149	0.131	3.7082	0.157
		3	0.111	0.077	4.8020	0.187
		4	-0.054	-0.100	5.0675	0.280
		5	-0.085	-0.098	5.7348	0.333
		6	-0.053	-0.021	5.9901	0.424
		7	-0.049	0.001	6.2188	0.514
		8	-0.084	-0.058	6.8974	0.548
		9	-0.018	-0.000	6.9271	0.645
		10	0.051	0.069	7.1835	0.708
		11	0.078	0.078	7.7859	0.732
		12	0.047	0.001	8.0106	0.784
		13	0.071	0.017	8.5298	0.807
		14	0.139	0.116	10.516	0.724
		15	0.060	0.037	10.894	0.760
		16	-0.005	-0.051	10.897	0.816
		17	0.154	0.146	13.466	0.704
		18	-0.036	-0.035	13.610	0.754
		19	-0.108	-0.110	14.910	0.728
		20	-0.091	-0.089	15.837	0.727
		21	-0.093	-0.018	16.826	0.722
		22	-0.131	-0.053	18.837	0.655
		23	-0.100	-0.077	20.032	0.640
		24	0.004	0.013	20.034	0.695

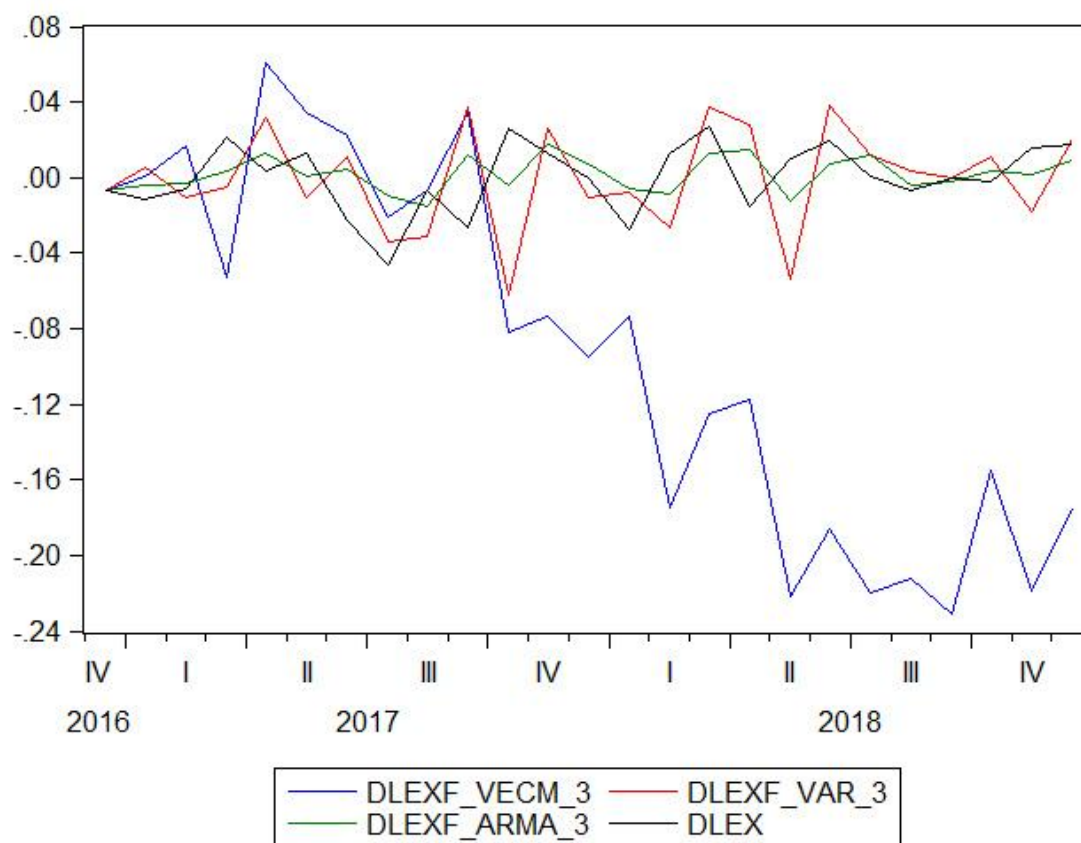
Πίνακας 43: Περιγραφικές στατιστικές – Τεστ Κανονικότητας, VECM

<i>Σειρά: Κατάλοιπα, Δείγμα: 2010M01 2016M12, Παρατηρήσεις: 84</i>			
Μέσος	-4.80e-15	Λοξότητα	-0.156613
Διάμεσος	0.001005	Κύρτωση	2.654823
Τυπική απόκλιση	0.012736	Jarque-Bera Πιθανότητα	0.760403 0.101791

Πίνακας 44: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων

<i>Σειρές πρόβλεψης: DLEXF_ARMA_3, DLEXF_VECM_3, Σειρά: DLEX</i>			
<i>Διάστημα πρόβλεψης: 2017M01 2018M12, Αριθμός παρατηρήσεων: 24</i>			
	<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>
ARIMA	0.018796	0.015455	284.3433
VECM	0.139968	0.115431	5265.086
VAR	0.033154	0.025586	417.5590

Πίνακας 45: Κοινή γραφική παράσταση της αρχικής σειράς, DLEX, και των προβλέψεων, DLEX_ARMA_3, DLEX_VECM_3 και DLEX_VAR_3



Πίνακας 46: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων – Σύνοψη 1ης περιόδου πρόβλεψης

	1990-2018		2000-2018		2010-2018		
	ARIMA(0,1,1)	VECM	ARIMA(1,1,4)	VECM	ARIMA(3,1,1)	VECM	VAR
RMSE	0.018314	0.020211	0.019066	0.018919	0.018796	0.139968	0.033154
MAE	0.014633	0.016778	0.015678	0.015368	0.015455	0.115431	0.025586
MAPE	144.8280	319.4355	241.1197	253.1700	284.3433	5265.086	417.5590

Πίνακας 47: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων – Σύνοψη 2ης περιόδου πρόβλεψης

	1990-2018		2000-2018		2010-2018	
	ARIMA(0,1,1)	VECM	ARIMA(1,1,4)	VAR	ARIMA(3,1,1)	VAR
RMSE	0.015846	0.018986	0.015951	0.023770	0.016349	0.024757
MAE	0.013621	0.015990	0.013886	0.017026	0.014246	0.017935
MAPE	156.8894	258.6048	204.0412	525.3645	280.3224	424.1219

Πίνακας 48: Κριτήρια αξιολόγησης των μοντέλων – Σύνοψη 3ης περιόδου πρόβλεψης

	1990-2018		2000-2018		2010-2018	
	ARIMA(0,1,1)	VECM	ARIMA(1,1,4)	VAR	ARIMA(3,1,1)	VAR
RMSE	0.009590	0.011920	0.010720	0.012551	0.009954	0.010657
MAE	0.007990	0.008754	0.008866	0.009139	0.008755	0.007656
MAPE	186.2871	240.3621	280.4625	728.4697	364.6358	552.6881