

Métodos de simulación. Nociones elementales en el armado de carteras de inversión

Tapia, Gustavo N.

I. Introducción: sobre la simulación

La simulación es un proceso numérico diseñado para experimentar el comportamiento de cualquier sistema en una computadora a lo largo del tiempo, en base a modelos matemáticos y lógicos diseñados para tal fin. Se utiliza en sistemas tan complejos que no es posible su tratamiento analítico o mediante métodos numéricos. Éstos requieren la simplificación del sistema real bajo estudio con el fin de que cumpla condiciones que fundamentan la teoría del modelo en uso, lo que en sistemas complejos podría llevarnos a resolver un sistema muy lejano del real bajo estudio.

Permiten estudiar el sistema real sin deformarlo, generando una visión mucho más profunda y detallada que cualquier modelo analítico o numérico. Sin embargo, no producen resultados óptimos, sino simplemente buenos, siendo costosos en cuanto a tiempo de computadora y de diseño, prueba y verificación del modelo de simulación.

Algunas de las ventajas que se puede derivar del uso de la simulación son:

- Permite al analista comprimir y expandir el tiempo. El mecanismo de control se puede usar para ralentizar o acelerar la ocurrencia de sucesos y situarlos en una escala adecuada para el analista.

- Aunque la construcción del modelo de simulación puede ser costosa, éste puede ser aplicado repetidamente para varios tipos de experimentación.

- Frecuentemente es menos costoso obtener datos de una simulación que del sistema real.

- Se puede utilizar para analizar un sistema propuesto o experimentar en el sistema real sin perturbar al sistema actual. La experimentación sobre sistemas reales, particularmente en sistemas que impliquen la participación humana, a menudo hacen que el comportamiento del sistema cambie como respuesta a la experimentación.

- Los modelos de simulación no necesariamente requieren las hipótesis de simplificación que pueden ser requeridas por modelos analíticos.

La simulación según Robert Shannon, es el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo con el propósito de entender el comportamiento del sistema o evaluar varias estrategias con las cuales se puede operar el sistema; en tanto que un modelo de simulación es un conjunto de hipótesis acerca del funcionamiento del sistema expresado como relaciones matemáticas y/o lógicas entre los elementos del sistema.

Se denomina modelo, en general, a todo esquema simplificado de una determinada realidad, en el que se pretenden recoger aquellas relaciones o leyes fundamentales. Una definición usual es la que dice que un modelo es una representación simplificada de la realidad. Para el autor Di Fenizio, "un modelo es la coordinación de proposiciones empíricas y de hipótesis (previa su formulación) en un sistema axiomático". Según este autor, por lo tanto, en todo modelo

económico existen dos tipos de proposiciones:

a) unas proposiciones empíricas obtenidas por observación de la propia realidad económica,
y

b) unas hipótesis o supuestos que son explicaciones a priori de fenómenos reales.

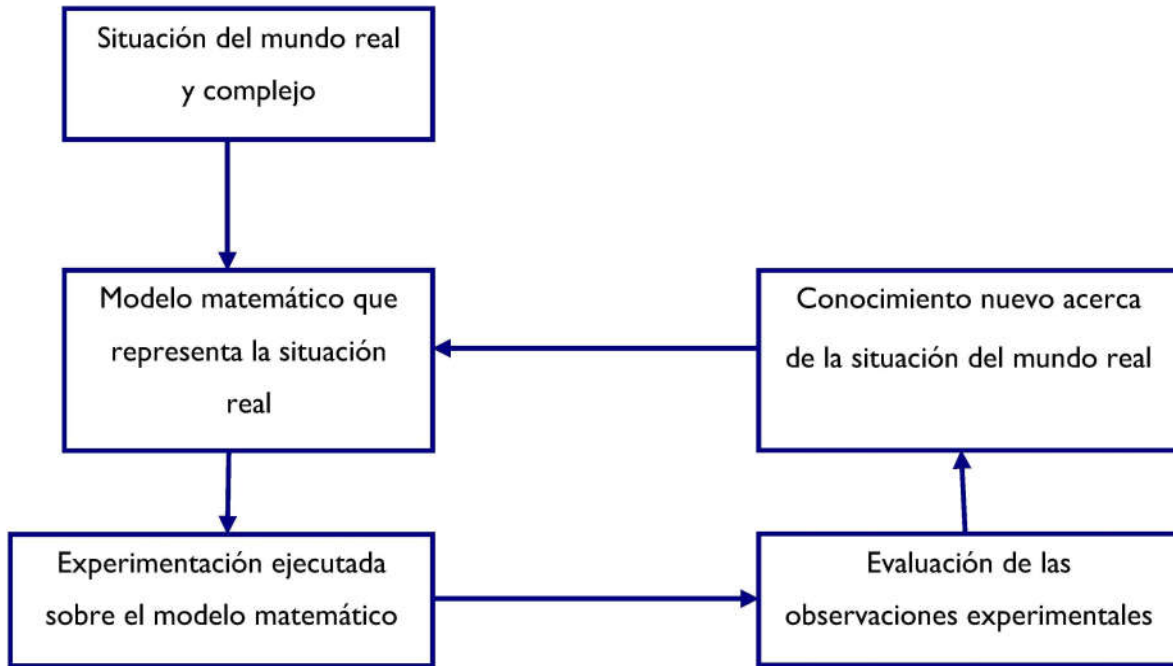
Simular significa reproducir situaciones reales mediante fenómenos parecidos pero artificiales, por lo que simular también significa reproducir. Para algunos estudiosos, continuando con esta línea, la simulación es esencialmente una analogía, porque se presentan una similitud de propiedades o de relaciones, sin que haya identidad. Cuando nosotros podemos construir sistemas análogos, las medidas u otras observaciones efectuadas sobre uno de ellos pueden ser utilizadas para predecir las respuestas de otros. Simular significa además, la acción de usar un modelo para representar las características esenciales del sistema o proceso que queremos estudiar a lo largo del tiempo; lo que implica que al operar con el modelo se pretende poner de manifiesto el comportamiento dinámico del sistema.

Los modelos de simulación se refieren a casos concretos, en los cuales el número de proposiciones no empíricas es mínimo. Los modelos utilizados normalmente en economía son mucho más generales, son modelos prefabricados a los que se trata de ajustar los fenómenos reales. Tanto los modelos económicos clásicos como los modelos de simulación pueden ser deterministas o aleatorios (estocásticos), según que las magnitudes que intervienen en el modelo sean ciertas o vengan expresadas en términos de probabilidad.

	MODELOS TIPO	MODELOS DE SIMULACION
DETERMINISTAS		
PROBABILISTICOS		

Los modelos de programación lineal, los clásicos modelos de gestión de stocks, etc., son modelos-tipo y no de simulación. Existe sin embargo bastante confusión en torno al concepto de modelo de simulación. Algunos autores tienen un concepto excesivamente amplio de simulación y cualquier modelo, en tanto supone una representación artificial de la realidad, sería para ellos un modelo de simulación. El modelo en los estudios de simulación sirve como medio de experimentación estadística, y este procedimiento distingue a la simulación de la optimización, pues en los estudios de optimización los modelos matemáticos se resuelven analíticamente más que experimentalmente. Ahora bien, mediante la experimentación también llegamos a optimizar.

Las distintas etapas que han de seguirse en un estudio de simulación se recogen en el siguiente esquema:



El investigador Mori (1996) clasifica los métodos existentes en tres categorías o grupos:

- Métodos de simulación histórica, en los que, en primer lugar, se deriva una distribución empírica de las variaciones experimentadas por el valor de una cartera durante un determinado período de tenencia, anterior al momento del cálculo. El Valor en Riesgo se determina como la máxima pérdida de dicha distribución asociada a un percentil prefijado.

- Métodos de simulación de Monte Carlo, en los que se parte de la generación de series de variables pseudo-aleatorias, asumiéndose que siguen la distribución real de la población, y considerando las varianzas y covarianzas estimadas en base a información histórica. El VaR se calcula como la máxima pérdida, asociada a un percentil prefijado, que se puede derivar de estas variables pseudo-aleatorias.

- Métodos matriciales o de varianzas-covarianzas, en los que se asume que cada factor de riesgo varía en un importe equivalente a su desviación típica, obtenida en base a información histórica. El Valor en Riesgo se estima de modo proporcional a dicha variación.

Partiendo de un planteamiento algo distinto, Longerstae (1996), establece que para la determinación del Valor en Riesgo es necesario realizar simulaciones sobre los cambios en el valor de la cartera como consecuencia de posibles variaciones en los precios o posibles cotizaciones de los factores de riesgo. Según el autor, las simulaciones sobre el comportamiento futuro se pueden realizar mediante el método delta o bien mediante el método de valoración completa. Para la implementación de este último método se propone la generación de escenarios, bien directamente a partir de situaciones pasadas, o bien en base a simulaciones de Monte Carlo.

En esta misma línea, Lamothe y Leber (1996) realizan una distinción entre los dos grandes enfoques que se pueden realizar para determinar el riesgo de una cartera: el enfoque global y el enfoque de tipo delta. Este último será aceptable cuando los cambios potenciales en los valores

de la cartera puedan ser definidos mediante una aproximación lineal de los cambios en los precios, y su formulación se puede sintetizar en la siguiente ecuación:

$$R = SCE \times CPE$$

Donde R representa una medida del riesgo, SCE representa la sensibilidad de la cartera frente a cambios en el entorno, y CPE denota los cambios potenciales en dicho entorno.

Por otro lado, el enfoque global puede ser definido en base a la ecuación:

$$R = VCP - VCA$$

Donde VCP representa el valor de la cartera según la coyuntura prevista y VCA dicho valor de la cartera según la coyuntura actual.

En el anterior contexto, los autores hablan de cuatro métodos que pueden ser utilizados a la hora de definir el movimiento adverso del mercado que determine el riesgo de la posición, en definitiva que determine el valor riesgo:

- El método de simulación de escenarios, que supone la simulación de posibles escenarios futuros, en la que siempre será necesario introducir un componente subjetivo.

- El método del contraste histórico, similar a lo que otros autores denominan simulación histórica.

- El método del contraste histórico estructurado, que pasa por la aplicación del método del contraste histórico a un período pasado que se considera tiene características similares a las del momento en el que se aplica el método.

- El método de Monte Carlo estructurado.

Dentro de cada uno de los anteriores métodos se considera factible la aplicación del enfoque delta y del enfoque global.

En resumen, los métodos propuestos y utilizados en los trabajos a los que se ha hecho alusión, permiten distinguir dos grandes enfoques para la estimación de la volatilidad futura del rendimiento de una cartera, y por tanto para la estimación de su Valor en Riesgo:

Estimación directa, a partir de valores pasados del rendimiento de dicha cartera: enfoque global.

Estimación a partir de la volatilidad histórica de los factores de riesgo que influyen sobre la variabilidad de los componentes de la cartera: enfoque delta.

A su vez, dentro de ambos enfoques los métodos utilizables, como mencionásemos anteriormente pueden agruparse en tres categorías:

Métodos de simulación histórica: En éstos, la variación máxima que puede experimentar el valor de una cartera como consecuencia de la exposición frente al riesgo de mercado se calcula como la máxima variación que hubiera experimentado dicha cartera (o los factores de riesgo considerados), a lo largo de un período histórico determinado, dentro de un percentil prefijado. Este percentil precisamente, ofrece el nivel de fiabilidad estadística del importe calculado. El punto clave de éstos métodos, en los que no se realizan hipótesis estadísticas sobre el comportamiento de los rendimientos, lo constituye la elección del período histórico a considerar.

Métodos de simulación de Monte Carlo: En ellos se parte de la generación de series de números aleatorios, que no tiene otra finalidad sino la de fijar una distribución de probabilidad para la posible evolución futura, bien del factor o factores de riesgo considerados, o bien de la propia cartera. Es habitual la utilización de números aleatorios normalmente distribuidos, en los que los parámetros de la distribución (media y desviación típica) han sido obtenidos en base a datos históricos.

Métodos de varianzas y covarianzas: En éstos se asume que el Valor en Riesgo es proporcional a la desviación típica del rendimiento de la cartera, calculada en base a información histórica. En concreto, la expresión a utilizar para el cálculo de dicho Valor en Riesgo en un momento del tiempo t (VAR $_t$) es la siguiente:

$$VaR_t = \sqrt{\phi} \cdot \tau \cdot \sigma_{pt} \quad (3)$$

Donde ϕ es un parámetro que depende del grado de confianza estadística que se desee lograr con la medida; σ_{pt} es la desviación típica de la variación en el valor de la cartera, para un determinado período de tenencia; y τ es el período de tenencia o mantenimiento relevante en la situación concreta. Este último parámetro será igual a uno siempre que coincida el período de tenencia para el cual se desee calcular el VaR y utilizado para la determinación de la desviación típica de la cartera. Por otro lado, si, como es habitual se asume un comportamiento normal, el parámetro ϕ será el que se obtenga de la función de la densidad de dicha distribución, para el nivel de fiabilidad estadística pretendido.

El punto clave, por tanto, dentro de los métodos de varianzas y covarianzas, es el procedimiento a seguir para la determinación de la varianza de la cartera. A este respecto, Hendricks (1996) utiliza su trabajo de enfoques; el de las medias móviles igualmente ponderadas y el de las medias móviles exponencialmente ponderadas. En el primero de los casos se utiliza la fórmula estadística convencional de la varianza, en la que se asume que la totalidad de datos históricos utilizados tienen en mismo peso o ponderación. En el segundo de los enfoques se asume que la información más reciente debe tener un mayor peso a la hora de determinar la varianza.

Por su parte, Mori (1996) calcula la desviación típica de la cartera utilizando un esquema de media simple. Dicha desviación típica se estima en dos periodicidades: diariamente y semestralmente. En este último caso se está asumiendo implícitamente que las varianzas y covarianzas entre los factores de riesgo permanecen constantes a lo largo del semestre considerado.

Hopper (1996) señala que, en la medida en que la varianza de los factores de riesgo no sea

constante a largo del tiempo, para realizar predicciones sobre la misma deberán utilizarse metodologías que recojan dicha variabilidad. En concreto, en su trabajo recomienda dos alternativas: una basada en los modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva y otra denominada Riskmetrics, desarrollada por J.P. Morgan. Ambas calculan la varianza como una media ponderada de los cuadrados de los beneficios pasados de la cartera, dando una ponderación superior a los beneficios más recientes.

En suma, de acuerdo con lo aportado por los trabajos que se han ocupado de la cuantificación del Valor en Riesgo, básicamente existen cuatro posiciones o hipótesis de partida, que dan lugar a sendas metodologías aplicables para la realización de predicciones futuras sobre la varianza de una cartera:

- Asumir que la varianza permanece constante en el tiempo
- Asumir que dicha varianza varía a lo largo del tiempo, considerando que toda la información histórica es igualmente relevante a la hora de predecir cual será el comportamiento futuro de la varianza: medias móviles igualmente ponderadas.
- Asumir que la varianza no permanece constante a lo largo del tiempo, considerando que la información histórica es más relevante cuanto más próxima se encuentra al momento en el que se desea realizar la predicción de la varianza futura: medias móviles exponencialmente ponderadas.
- Asumir que la varianza no permanece constante a lo largo del tiempo, considerando que su evolución puede modelizarse mediante un modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH)

II. Tipos de modelos

Método de la varianza — covarianza estimada

Este método asume que los ingresos de mercado poseen una distribución normal; y siendo el rendimiento del portafolio una combinación lineal de las variables normales, también está distribuida en forma normal.

El método implica ir al pasado una determinada cantidad de años y computar las varianzas y correlaciones para todos los factores de riesgo. De esta forma, el riesgo del portafolio se genera por la combinación de las exposiciones lineales a muchos factores que se suponen normalmente distribuidos y por un pronóstico de la matriz de covarianza.

El método tiene dos suposiciones subyacentes. El primero es que la cartera de los componentes seleccionados captura todos los factores de riesgo importantes del mercado; y el segundo, supone que el futuro es igual al pasado, pudiéndose aplicar los parámetros estimados de la información histórica. Para cada factor de riesgo se requiere un pronóstico de volatilidad y correlaciones. También es necesario determinar las posiciones sobre los factores de riesgo.

Mientras más cercana sea la medida entre el modelo económico y la economía real, más cercano será el VAR estimado al verdadero VAR.

Método de simulación histórica

Este método consiste en aplicar ponderaciones actuales a una serie de tiempo de rendimientos de activos históricos. Volviendo en el tiempo por un período "x" de años se

obtiene un rendimiento que, si bien no representa un portafolio real, reconstruye bastante la historia de un portafolio hipotético utilizando la posición actual. En el caso de que los rendimientos de activo estén distribuidos normalmente, se obtendrá el mismo Var que en el método de varianza-covarianza.

Para desarrollar el método de simulación histórica, se debe determinar el valor del portafolio para un número de fechas del pasado y luego, estimar la distribución de los cambios del valor de esta muestra. Se necesita para cada factor de riesgo, una serie de tiempo de movimientos reales, así como posiciones sobre los factores de riesgo

Este método supone que el futuro será como el pasado, dado que el cambio en el precio será sacado de la distribución de la muestra.

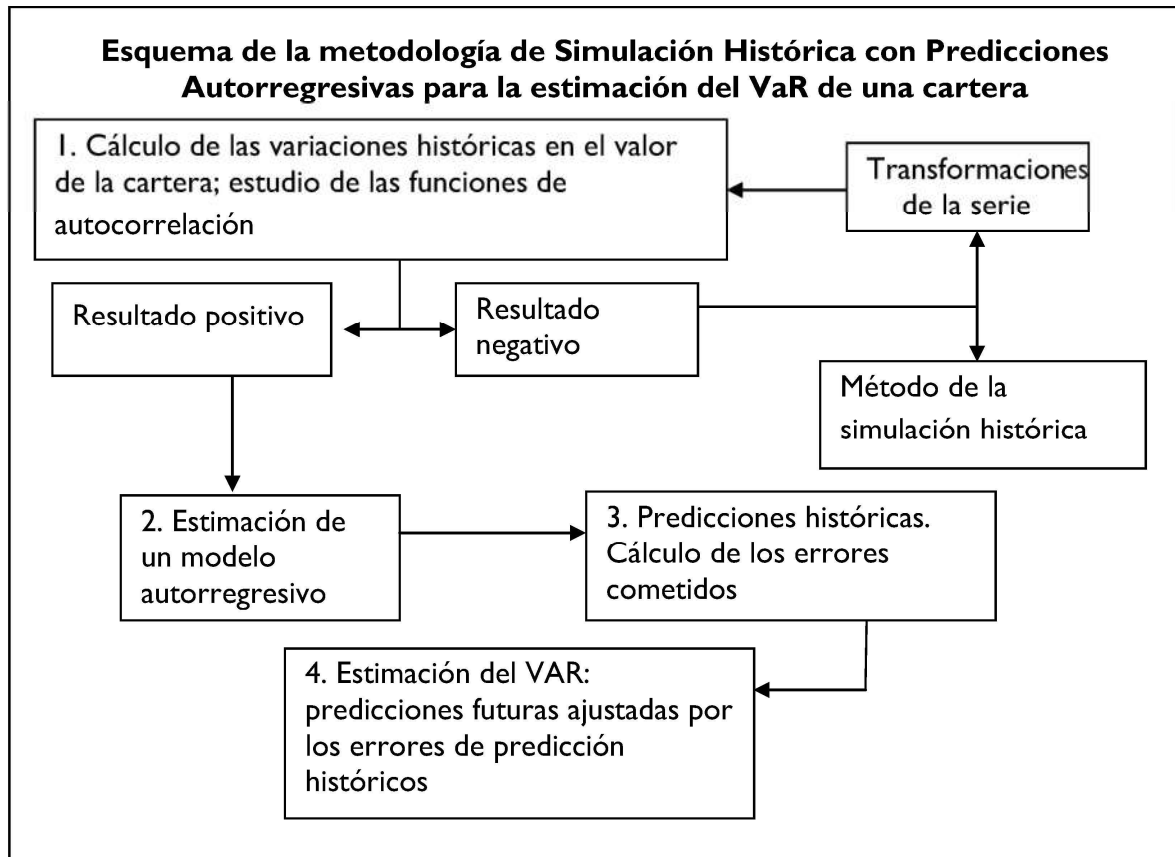
Existen otras formas dentro del método de simulación histórica para lograr el cálculo del VaR, por ejemplo obteniéndolo directamente a través de la selección del valor del percentil deseado de la distribución acumulada de la muestra, o de la ecuación.

Método de simulación histórica con predicciones autorregresivas

El método de Simulación Histórica con Predicciones Autorregresivas se encuadra, como su nombre indica, dentro del primero de los grupos. En este sentido, la variación prevista en el valor de la cartera se obtiene a partir de las variaciones experimentadas por dicha cartera a lo largo de un período anterior al momento en que se realiza la predicción. No obstante, mientras que en el enfoque general la variación prevista se obtiene de modo directo a partir del estudio de los percentiles de las variaciones históricas en el método (S.H.P.A.), los percentiles históricos utilizados son los correspondientes a los errores de predicción que proporciona el modelo autorregresivo planteado.

En este método se utiliza la autorrelación observada en gran parte de las variables económicas y financieras, cuando se toman sus rendimientos elevados al cuadrado. Concretamente, teniendo en cuenta que ésta es equivalente a la autocorrelación en los rendimientos, cuando son tomados en valor absoluto el método S.H.P.A. toma como base esta última autocorrelación.

En la siguiente figura se recoge el esquema con las distintas fases que deben ser seguidas para el cálculo del Valor en Riesgo de una cartera, utilizando el método de Simulación Histórica con Predicciones Autorregresivas.



Como puede apreciarse en la figura para este cálculo es necesario seguir 4 etapas:

- **Primera etapa:** Autocorrelación de los rendimientos de la cartera. En esta primera fase deben calcularse las variaciones relativas, en valor absoluto, en el valor de la cartera objeto de estudio, a lo largo de un determinado período histórico. Así mismo, deben estudiarse las funciones de autocorrelación y de autocorrelación parcial de dichas variaciones. Como resultado de este estudio pueden obtenerse las siguientes alternativas:

- En primer lugar, puede que no sea detectada autocorrelación en las variaciones históricas. En este caso, no será factible la estimación de un modelo autorregresivo para las mismas. Es decir, no se podrán realizar predicciones sobre los valores futuros de las variaciones en el valor de la cartera (valor absoluto) en base al comportamiento de dichas variaciones en el pasado. La mejor predicción, por tanto, será una variación nula, que, dentro de la metodología planteada, podrá utilizarse directamente en la tercera de las etapas. En todo caso, el uso de una predicción de esta índole es equivalente a la aplicación del enfoque general en el método de simulación histórica.

- El segundo de los posibles resultados puede ser la constatación de una autocorrelación elevada pero que no decrece a partir de un determinado retardo. Esta situación denota un comportamiento no estacionario de la serie temporal analizada. En este caso, también será factible, por supuesto, la utilización del método general de simulación histórica pero al mismo tiempo será posible la realización de alguna transformación en la serie original que la haga estacionaria. Concretamente, podrán tomarse sucesivas diferencias sobre esta serie, y tras comprobar la estacionalidad, respecto a la medida, de la serie transformada reiniciar el proceso

con la misma.

- Finalmente, la tercera de las posibilidades es la detección de autocorrelación en la serie estudiada, donde además el hecho de que dicha autocorrelación decrezca a partir de un determinado retardo. En este caso, se podrá estimar un modelo autorregresivo, y por tanto será posible el paso a la siguiente de las fases de la metodología propuesta.

- **Segunda etapa:** Estimación de un modelo autorregresivo. El estudio de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los rendimientos de la cartera (tomando valores absolutos), permitirá la determinación de los retardos que pueden resultar estadísticamente significativos, y la estimación a través de la metodología de Box-Jenkins, de los coeficientes del método correspondiente a dichos retardos.

- **Tercera etapa:** Predicciones históricas. En base a los coeficientes estimados en la anterior fase, en esta tercera etapa se deben realizar predicciones de las variaciones en el valor de la cartera. Para la realización de estas predicciones se debe tomar un período histórico obtenido en el contenido considerado para la estimación del modelo autorregresivo. La finalidad de esta fase no es otra sino la de determinar la cuantía del error de estimación cometido.

- **Cuarta etapa:** Estimación del VaR. En la última de las fases del método propuesto se puede proceder a la estimación del valor en riesgo de la cartera. Dicho valor se determina en base a una predicción del rendimiento futuro de dicha cartera, en valor absoluto, realizada en base al modelo estimado, en la segunda etapa para el período histórico inmediatamente anterior. No obstante, las predicciones realizadas se corrigen en base a los errores determinados en la fase tercera del proceso. De este modo, según cuál sea el grado de fiabilidad estadística que se pretenda obtener, la corrección se realizará en base a los correspondientes percentiles de la distribución del error, determinada en la fase anterior. Así, si el nivel de confianza estadística que se desea alcanzar es del 99%, la corrección se efectuará de acuerdo con el percentil 99 de la distribución de los errores. El Valor en Riesgo de la cartera será obtenido con esta predicción corregida.

Método Monte Carlo

La denominación de "método de Monte Carlo" al procedimiento anteriormente descrito, fue dado en 1940 por los matemáticos J.Von Neumann y S.Ulam. "Ellos desarrollaron la técnica mientras trabajaban sobre problemas relacionados con armas nucleares, que resultaban ser demasiado complicados para ser tratados analíticamente y muy peligrosos para ser resueltos por experimentación física. El nombre que ellos eligieron parece bastante apropiado porque el principio básico es el mismo que uno encuentra en el casino de Mónaco, en donde son usados artificios que producen muestras aleatorias de poblaciones bien definidas. El artificio podría ser la ruleta, dados o juegos de cartas. Nosotros suponemos, sin embargo, que tales estratagemas fueron rápidamente descartadas en las aplicaciones del método de Monte Carlo, al poder disponer de computadores". El famoso casino de Monte Carlo, situado sobre la Riviera Francesa, ha inspirado el desarrollo de un método de gran aplicabilidad en las ciencias experimentales.

Los números aleatorios constituyen la base del método de Monte Carlo. Se trata de números que han sido obtenidos al azar según una distribución rectangular reducida.

Uno de los proyectos importantes para la generación de números aleatorios ha sido el emprendido por la RAND Corporation en 1947, utilizando ordenadores electrónicos. Se ha obtenido así un millón de dígitos aleatorios que se han tabulado y han servido de base para la resolución de innumerables problemas de simulación. Las tablas de números aleatorios de la RAND Corporation y las de Kendall y Babington son las más conocidas.

En la actualidad existen innumerables procedimientos para obtener números aleatorios, pseudo-aleatorios y cuasi-aleatorios. Un procedimiento para generar números aleatorios es debido a Von Neumann, que consiste en obtener cada número elevando su predecesor al cuadrado y tomar solamente las cifras centrales del resultado. Lehmer ha ideado otro procedimiento para obtener números aleatorios utilizando una relación de recurrencia. El popular juego del bingo, la ruleta, etc., son también artificios que permiten generar números aleatorios (pseudo o cuasi-aleatorios).

La Estadística Matemática nos proporciona varios tests para verificar la aleatoriedad de los resultados. El método de Monte Carlo consiste esencialmente en un muestreo artificial o simulado. En cualquier estudio de simulación, la generación de observaciones acerca de las variables del modelo constituye un aspecto fundamental, con el objeto de llevar a cabo la experimentación del mismo. Sin embargo, en un gran número de problemas económicos tales observaciones no pueden obtenerse de la realidad, por resultar excesivamente costoso o físicamente imposible. En tales casos la única solución es apelar a un muestreo artificial o simulado. Para ello, se reemplaza el universo real por el universo teórico correspondiente, descrito por una ley de probabilidad que se supone conocida o adecuada, y luego se obtiene una muestra de la población teórica mediante una sucesión de números aleatorios. En esto consiste precisamente el método Monte Carlo; en generar números aleatorios y en convertirlos luego en observaciones de la variable (o variables) aleatoria del modelo. El método se aplica como sigue:

1. Una vez que se ha especificado la función de densidad de probabilidad $f(x)$ del universo teórico correspondiente, se representa gráficamente la función acumulativa de probabilidad (o de distribución):

$$y = F(x) = \int f(u) du$$

El método funcionaría igualmente si se representase gráficamente el complemento 1 — $F(x)$.

2. Se elige al azar el número comprendido entre 0 y 1, con tantos decimales como se desee. Dicho número puede extraerse de una tabla de números aleatorios, o generarse mediante un

artificio conveniente.

3. El número aleatorio se lleva sobre el eje de ordenadas y se proyecta horizontalmente hasta que intersecte la curva representativa de $F(x)$.

4. El valor de x (abscisa) que corresponde al punto de intersección, es el primer valor de la muestra artificial o simulada.

5. Repitiendo el experimento se podrá obtener el número deseado de valores muestrales.

En suma, mediante este procedimiento lo que se pretende es obtener la abscisa x de la función, a partir de un determinado valor (número aleatorio) de la ordenada y .

Los valores muestrales de x_i (artificiales o simulados) se pueden utilizar para estimar distintos parámetros (según convenga) de la variable del modelo que estamos estudiando, tales como la media, la proporción, la varianza poblacional, etc. En esta fase de aplicación del método de Monte Carlo, las fórmulas que nos brinda la Estadística Matemática para determinar el tamaño de la muestra son de gran utilidad ya que nos permite conocer el grado de bondad de los resultados obtenidos.

En muchos casos, no se conoce la función de densidad de probabilidad $f(x)$ del universo teórico correspondiente, ni tampoco se puede aventurar una conjetura acerca de la misma. En tales situaciones la única alternativa es obtener del universo real una muestra que permita inferir -al menos de forma aproximada- la ley de probabilidad $f(x)$ correspondiente.

En la práctica, cuando se trabaja con variables aleatorias discretas, no suele ser necesario representar gráficamente $F(x)$, basta con disponer de la sucesión de probabilidades (frecuencias relativas) acumuladas y de los correspondientes valores o marcas de clase de la variable aleatoria. Los números aleatorios se llevarán sobre la columna de probabilidades acumuladas y se anota el correspondiente valor de la variable, y así sucesivamente hasta que se haya obtenido la muestra artificial o simulada.

En síntesis, se debe especificar un proceso estocástico para variables así como para parámetros del proceso; y luego se deben simular los cursos de acción de los precios ficticios para todas las variables de interés. Para cada uno de los distintos horizontes considerados (de un solo día o de muchos meses) el portafolio se "marca al mercado" usando valuaciones completas. Finalmente, cada realización es usada para compilar una función de rendimientos de donde podemos medir el VaR. Se requiere, entonces la distribución y los parámetros (proceso estocástico) para cada factor de riesgo; modelos de valuación para todos los activos del portafolio y; posiciones sobre varias carteras

Existen algunas variantes del método de Monte Carlo, o diferentes modalidades de aplicación del mismo, por eso suele hablarse de "métodos o técnicas de Monte Carlo". Muchas otras veces se habla simplemente de "rutina de Monte Carlo".

III. Simulación y carteras de inversión

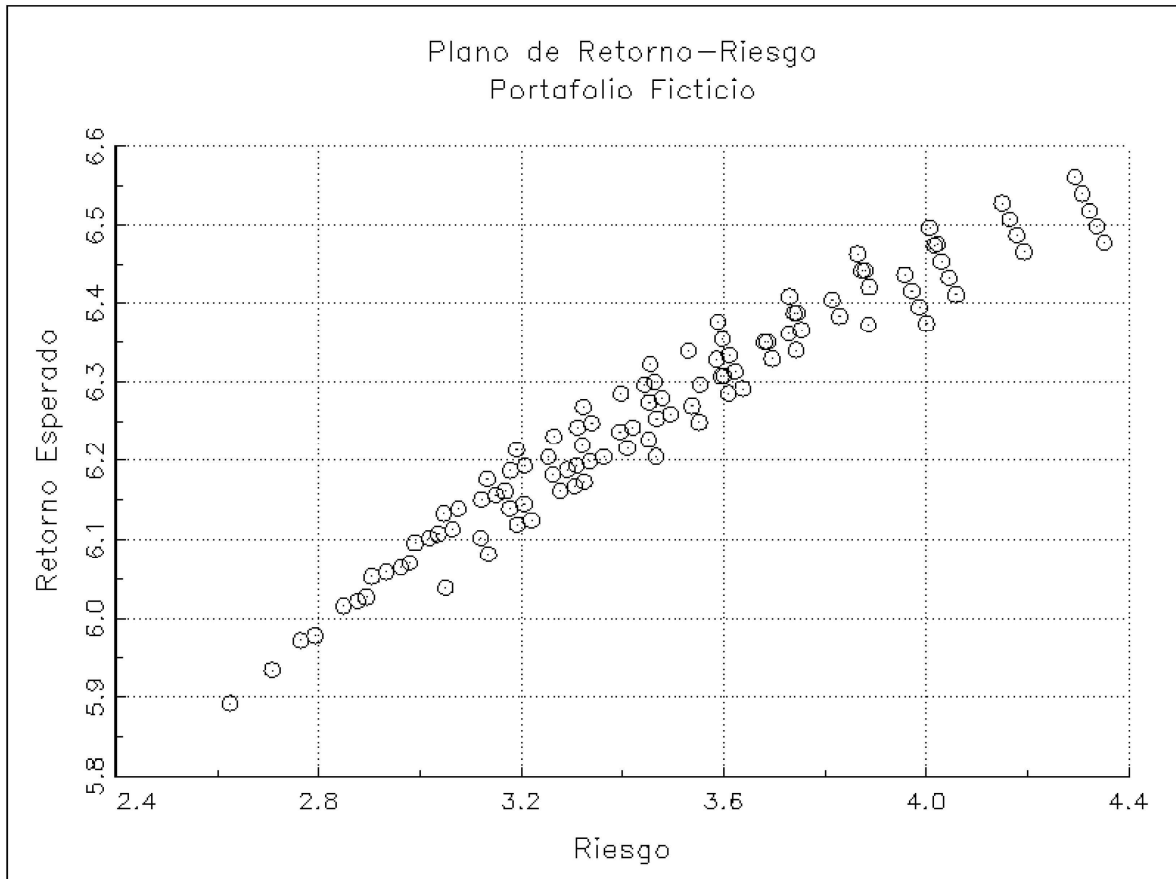
Las técnicas de simulación en estadística, como son los métodos de Monte Carlo y los procedimientos de remuestreo conocidos como bootstrap, son de gran utilidad cuando no tenemos expresiones cerradas para calcular medidas de incertidumbre como son la desviación estándar de estimadores y los intervalos de confianza. Estos métodos de simulación permiten

obtener estimaciones con menores supuestos que los métodos analíticos a cambio de un trabajo computacional mas intenso, a la vez que la disponibilidad creciente de los recursos informáticos, hacen de las técnicas de simulación una herramienta de uso creciente.

Antiguamente en el área de las matemáticas financieras bastaba con manipular eficientemente la relación de valor presente para dominar relativamente el área. Actualmente los desafíos son otros: Duración, Convexidad, Deltas, Gammas, Value at Risk, Tracking Error, Razón de Información, Teoría de Valores Extremos, Métodos de Simulación de Monte Carlo, etc., son algunos elementos que se deben manejar al momento de diseñar un portafolio.

Una frontera eficiente define los portafolios factibles (canastas de inversión) que cumplen con el requisito de maximizar retorno para todo nivel de riesgo. La frontera eficiente incluye aquellas ponderaciones W_i de los distintos activos i que cumplan con las condiciones de maximización de retornos para cada nivel de riesgo preestablecido, obedeciendo a que los ponderadores deben sumar 100% y no pueden en forma individual estar fuera del rango del 0% al 100% como porcentaje de inversión.

Según el análisis previo, queda claramente establecido que la relación existente entre retornos esperados y riesgo (desviación estándar) para los distintos portafolios eficientes es directa. Si se desea incrementar los retornos de un portafolio se debe considerar el incremento subyacente en el riesgo del portafolio propuesto. La evidencia muestra que para niveles bajos de riesgo es posible incrementar retornos sin una adición significativa de volatilidad, sin embargo esta relación es cada vez menos válida de manera que llega un momento en que la unidad de retorno adicional genera incrementos en la volatilidad por encima de los niveles observados a niveles de retornos bajos. Esta relación se conoce como Coeficiente de Sharpe, y define la razón Retorno/Riesgo de portafolios alternativos a lo largo de la frontera eficiente, la cual presenta, empíricamente, una relación normalmente decreciente a lo largo de la frontera eficiente a medida que se exige mayor nivel de retorno a un portafolio.



El diseño de una frontera eficiente requiere de dos insumos determinantes. Primero, el vector de retornos esperados, que proviene del análisis de retorno total para todos los activos elegibles de una cartera potencial, y segundo, de la matriz de riesgo, conocida como la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos, la cual tiene diversas alternativas de generación.

La visión tradicional es asumir que la matriz de varianzas y covarianzas esperada se puede obtener de los datos históricos directamente. Esta metodología si bien es usual, asume que las características de riesgo históricas persistirán en un futuro, lo cual no necesariamente corresponde, y además, no permite distinguir dos valores estadísticamente similares (como podrían ser 0.96 versus 0.91), con las consecuentes soluciones esquinas que surgen de esta diferencia numérica pero no estadísticamente significativa. Esta ambigüedad numérica impulsa la adopción de métodos correctivos para la matriz de riesgo.

Otro aspecto importante es la construcción de un portafolio comparador o benchmark, el cual es un referente para evaluar la performance (gestión) de operaciones de inversión efectuadas por un administrador de portafolio. Debe ser un portafolio neutral "factible" de reproducir, y debe incorporar todas las restricciones institucionales vigentes en la institución inversora. Estas restricciones se incorporan en el proceso de generación de la frontera eficiente, de manera que, si bien es cierto que el área de riesgo-retorno factible se ve disminuido, con la consiguiente reducción en los portafolios factibles a invertir, estamos incluyendo otra dimensión que nos cubre de riesgos que para la institución son importantes y que no son cuantificables en el plano de rentabilidad y riesgo financiero.

En este sentido, la generación de procesos estocásticos a través de simulaciones de Monte Carlo es un avance necesario en la medida que se tienen portafolios con instrumentos asimétricos, como por ejemplo Opciones. Si la cartera contiene solamente instrumentos lineales, los resultados del proceso de simulación de Monte Carlo serán equivalentes al resultado del análisis de simulación histórica, o a la metodología de Delta - Normal si no consideramos la volatilidad implícita en las opciones. La ventaja de esta metodología emerge de su flexibilidad para evaluar el riesgo de portafolios cuyos retornos son necesariamente asimétricos, como suele suceder en portafolios que contienen opciones sobre instrumentos o monedas.

Frente a la existencia de un portafolio comparador se incorpora otro concepto de riesgo similar al VaR, pero que guarda relación con el riesgo de distanciarse o aproximarse al portafolio benchmark. Este concepto se conoce como Tracking error (TE) y se define como el riesgo incremental de alejarse del portafolio comparador

A partir de modelos econométricos, se presentan otras formas para proyectar las volatilidades de un activo. Los modelos ampliamente difundidos corresponden a los desarrollados por Bollerslev (1986) denominados modelos Generalizados Autoregresivos de Heteroscedasticidad Condicionada (GARCH), que fueron la generalización a los modelos Autoregresivos de Heteroscedasticidad Condicionada (ARCH) desarrollados por Engle (1982).

El método de estimación utilizado para este tipo de modelos es el método de máxima verosimilitud, el cual consiste en encontrar los parámetros que permitan maximizar la función de densidad conjunta de la data, de manera de maximizar la probabilidad de que la función de densidad considerada replique las observaciones. Los modelos GARCH han sido popularizados en los informes de Riskmetrics del JP Morgan, al considerar que se minimizaría la pérdida de realidad en la estimación del riesgo de un activo si ponderaba por A al rezago de la desviación estándar y $(1 - A)$ al rezago del cuadrado de los retornos del activo.

Para el cálculo del valor en riesgo VaR, es usual utilizar las simulaciones de Monte Carlo. Como proponen Jorion y Best, se generan secuencias futuras de precios de activos que preserven las características históricas de correlación y de volatilidad, comenzando con el portafolio de un activo y extendiendo luego la metodología para n activos componentes de la cartera, en un horizonte predefinido. Se calculan los retornos conseguidos para cada activo y luego para el portafolio. Al efectuar esta operación muchas veces (10,000 por ejemplo) es posible generar un vector de 10,000 retornos de portafolio, lo cual nos permite obtener un número equivalente de medidas de riesgo VaR.

Es ésta la distribución que nos interesa, de manera que se estudian los primeros momentos como la media y la desviación estándar de la distribución de los VaR simulados, lo cual nos permite obtener una mejor visión del riesgo del portafolio escogido.

Concluyendo, las dimensiones consideradas en la elección de un portafolio de inversión descansan tradicionalmente en conceptos asociados al retorno y al grado de liquidez de los instrumentos alternativos. La dimensión de riesgo suele ser considerada tangencialmente en la medida de que no se dispone de una metodología de aplicación simple en el momento de medir

estos riesgos.

La finalidad ha sido profundizar en esta dimensión y familiarizar al lector con estas metodologías alternativas de medición del riesgo financiero.

Si el portafolio dispone de activos no lineales es recomendable la utilización del método de simulación de Monte Carlo. La aplicación de estos métodos va más allá del análisis de un portafolio en particular, y tal como obligan o recomiendan autoridades de contralor, las entidades financieras debieran emplear criterios como el VaR para controlar el riesgo financiero de inversiones e instrumentos de financiación.

Fuentes consultadas

- Best, Philip (1998). Implementing value at Risk, John Wiley & Sons.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Journal of Econometrics.
- Engle, R. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the United.
- Jorion, Philippe (1997). Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk, McGraw-Hill.
- Shannon Robert. (1988) Simulación de sistemas, diseño, desarrollo e implantación.
- Longerstae J (1996) VARs, Riskmetrics and Market Risk Methodology.
- Mori A. (1996). Cálculo del valor del riesgo y la simulación de resultados.
- Hopper J.P. (1996) Metodología para la medición del riesgo del portafolio.
- Lehmer (1951) Generación de Números Aleatorios.