Johanna HEITZER, Aachen

Relationen in sozialen Netzwerken – Mathematische Grundbegriffe sensibilisieren für verständige Techniknutzung

„Wir brauchen mehr Transparenz bei den Algorithmen!“, konstatierte Justizministerin Katarina Barley Ende März in Zusammenhang mit dem Zugriff auf Facebook-Daten durch Cambridge Analytica. Als ich im Herbst 2017 den Vortrag für die gdmv-Tagung anmeldete, konnte ich nicht wissen, dass ich im Auftrag des Justizministeriums handeln würde, aber: Nun, mit mehr Transparenz bei den Algorithmen kann ich dienen. Die sagenumwobenen Algorithmen nämlich, sofern sie hinter Sozialen Netzwerken stecken, können letzten Endes auch nicht mehr, als auf Relationseigenschaften zurückgreifen, die in der Mathematik schon lange klar erfasst, mit sprechenden Namen versehen und in ihren Konsequenzen untersucht sind.

Die aktuelle und gesellschaftlich relevante Problemlage wurde schon vor der Tagung deutlich: Am 12.02. 2018 urteilte das Landgericht Berlin, Facebook kläre seine Nutzer nur mangelhaft über die Verwendung persönlicher Daten auf. Facebook legte gegen das Urteil Berufung ein und schaltete schon am 15.02. einen Einseiter in der *ZEIT*: „Du hast die Kontrolle über deine Daten auf Facebook!“ – angesichts der Kosten einer solchen Anzeige fraglos ein Zeichen für die Ernstnahme der Kritik.

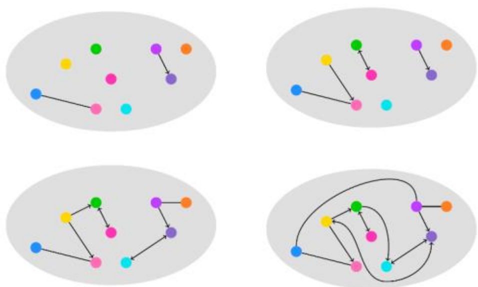
Der Gegenstand

Soziale Netzwerke wie facebook, twitter oder instagram lassen zwischen ihren Nutzern verschiedene Beziehungen zu: Man kann Gruppen bilden, Freunde finden, andere Nutzer empfehlen oder „follower sein“. Ein genauerer Blick auf die Eigenschaften dieser Beziehungen führt zu Begriffen wie Symmetrie oder Transitivität und zu Erkenntnissen wie der Eignung von Äquivalenzrelationen zur disjunkten, vollständigen Unterteilung von Mengen. Am Computer lassen sich Relationseigenschaften programmatisch festlegen und Netzwerkentstehungen simulieren. Die Medienwelt gibt also Anlass, sich mit eng hinter dem Lehrplan liegender Mathematik auseinanderzusetzen. Umgekehrt kann dies mittels bewusster Modellkritik zu reflektierten Nutzungsentscheidungen beitragen: Digitale Netzwerke verlangen statisch definierte Relationseigenschaften oder das Eingreifen Dritter auf Betreiberseite. Beides aber wird menschlichen Sozialgefügen nicht vollständig gerecht, sondern kann sogar asoziale Effekte haben.

Mögliche Motivation für die unterrichtliche Behandlung

Mathematikdidaktiker_innen und Lehrkräfte von heute sind vermutlich mehrheitlich aus der *Generation email*. Sie haben mit den außergewöhnlichen Vorteilen dieser Kommunikations- und sozialen Interaktionsform Erfahrungen gemacht, bei einer unüberlegten Nutzung von „Allen antworten“ evtl. aber auch schon die problematischeren Seiten kennen gelernt: Wer genau ist „alle“ bei Email-Ketten? Alle, die je, oder nur die, die in der letzten Email in Verteiler oder Kopie waren? Und was ist mit denen im *BCC*? Überhaupt, *BCC*: Diese Funktion kann – etwa zum verantwortungsvollen Umgang mit Adresslisten – durchaus sinnvoll eingesetzt werden, hat aber andererseits in ihrer bloßen Existenz bereits ethisch fragwürdige Seiten.

Die Lernenden von heute gehören eher einer *Generation Smartphone* an und nutzen andere digitale Kommunikationsformen. Einige sind oben genannt, was *in* ist, ändert sich teils schnell. Allen gemeinsam ist jedoch eine Grundstruktur, wie sie durch Grafiken wie die obige symbolisiert wird. Dabei ist allerdings ist nicht wirklich klar, was eine (ggf. gestrichelte) Verbindungslinie eigentlich genauer bedeuten soll, oder ob nicht ein Pfeil passender wäre. Anbieter legen nicht immer offen, wie die angebotenen Beziehungsstrukturen (Relationen) tatsächlich gehandhabt werden, oder welche Aktivitäten eines Nutzers evtl. weitere, nicht bewusst von ihm gewählte Konsequenzen für ihn oder sogar für unbeteiligte Dritte haben. Diese Thematik soll im Folgenden genauer betrachtet werden.



Nach dem Hinweis, dass die Mathematik brauchbare Begrifflichkeiten zur Beschreibung solcher Strukturen bietet, kann als Einstieg im Mathematikunterricht eine Einkleidung dienen: Ein Lehrer erdenkt regelmäßig neue Regeln für die Einteilung zur Gruppenarbeit. Es sollen etwa alle in eine Gruppe gehen, die ‚*den gleichen Geburtsmonat haben*‘ (Mo), ‚*sich schon aus der Grundschule kennen*‘ (Di), ‚*die gleiche Einerziffer in der Hausnummer haben*‘ (Do) oder ‚*einander mögen*‘ (Fr, weil es zuvor immer wieder individuelle Klagen gab). Letzteres allerdings macht erhebliche Probleme: Nur weil A den B mag und B den C, muss A den C nicht mögen. Wie jeder weiß, wird manche Zuneigung umgekehrt nicht erwidert, und es mag nicht einmal jeder sich selbst.

Die Probleme dieser Anekdote hängen damit zusammen, dass der gerichteten Beziehung „A mag B“ genau die Eigenschaften fehlen, die es für eine vernünftige – genauer: vollständige und disjunkte – Gruppenbildung braucht, d.h.: *Mögen* ist weder transitiv, noch symmetrisch, noch reflexiv.

Mathematischer Hintergrund und weitere Vermittlungsbausteine

Den mathematischen Hintergrund von Beziehungen in Alltag und Internet bilden Relationen und ihre Eigenschaften. Relationen, insbesondere Äquivalenz- und Ordnungsrelationen, sind wesentlich für die Mathematik. Sie dienen als Mittel, um mathematische Objekt zueinander in Beziehung zu setzen: Seien M und N Mengen. Eine **Relation zwischen *M* und *N*** ist eine Teilmenge des kartesischen Produkts, d. h. $\vdash \subseteq M \times N$. Statt $(m,n) \in \vdash$ schreibt man auch $m \vdash n$. Ist $M=N$, und nur dieser Fall kommt hier in Betracht, so spricht man von einer **Relation auf *M***. Zu den Eigenschaften von Relationen zählen die **Reflexivität**, **Symmetrie** und **Transitivität**.

Eigenschaft von $\vdash$	Definition	Alltagsbeispiel	math. Beispiel
reflexiv (lat. *rückbezüglich*)	$a \vdash a$ für alle a	Jeder ist **im gleichen Monat geboren wie** er selbst.	Jede natürliche Zahl *ist Vielfaches von* sich selbst.
symmetrisch (griech. *ebenmäßig*)	$a \vdash b \Rightarrow b \vdash a$ für alle Paare (a,b)	Wenn a **verheiratet ist mit** b, dann auch b mit a.	Ist Figur A **ähnlich** zu Figur B, dann auch Figur B zu Figur A.
transitiv (lat. *übergehend*)	$a \vdash b \wedge b \vdash c \Rightarrow a \vdash c$ für alle Tripel (a,b,c)	Wenn a **Nachfahre** von b ist und b von c, dann ist auch a Nachfahre von c.	Wenn $a \mid b$ (a **teilt** b) und $b \mid c$, dann gilt auch $a \mid c$.

Ist eine Relation über einer Menge von Objekten reflexiv, symmetrisch und transitiv, so nennt man sie dort eine **Äquivalenzrelation**. Äquivalenzrelationen ermöglichen das Bilden von Äquivalenzklassen und sind damit fundamental für jede abstrahierende Begriffsbildung.

Operatives Durcharbeiten, kreatives Reflektieren und Modellkritik: Konkretere Umsetzungsvorschläge und Arbeitsmaterialien für den Unterricht finden sich in [Heitzer, 2017]. Dies umfasst den Rückbezug auf die realen Plattformen und Verknüpfungseigenschaften sowie offenere Anregungen zur kreativen Durchdringung und reflektierenden Modellkritik.

@	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	@	-	@	-	-	-	-	-	-
B	-	@	-	@	@	@	-	-	-
C	@	-	@	-	-	-	-	-	-
D	-	@	-	@	@	@	-	-	-
E	-	@	-	@	@	@	-	-	-
F	-	@	-	@	@	@	-	-	-
G	-	-	-	-	-	-	@	-	-
H	-	-	-	-	-	-	-	@	@
I	-	-	-	-	-	-	-	@	@

Simulation mit Java: Ramon Janßen, Lehramtsstudent Ma/Inf bei uns in Aachen, hat nach dieser Idee eine Java-Umgebung zum Explorieren von Relationseigenschaften und Simulieren von Netzwerkentstehungen programmiert. In der unten gezeigten Nutzeroberfläche wählt man zunächst die Mächtigkeit von M ($\leq$ 26). Konkret eingerichtete Verknüpfungen werden dann in der Form A@C, B@D usw. eingegeben und sowohl tabellarisch als auch grafisch angezeigt. (Die Punktmenge ist zufallsgeneriert und kann bei optisch ungünstiger Lage blitzschnell modifiziert werden.) Mathematisch interessant wird es mit der Wahl vorgegebener Relationseigenschaften, nach denen das Netzwerk automatisch ergänzt wird; im Bild z.B. reflexiv, transitiv und symmetrisch, wobei ersteres anstelle von Ringpfeilen schlicht durch Färbung symbolisiert wird.

Das Programm erkennt logische Widersprüche. Programmiertechnisch interessant ist vor allem die Transitivität; denn hier muss in Schleifen erweitert werden, bis erstmals keine neue Verknüpfung mehr auftaucht. Ihre Durchschlagkraft bzgl. des Netzwerkaufbaus wird eindrucksvoll erlebt, etwa wenn man zwischen zwei existierenden Äquivalenzklassen eine einzige neue Verbindung von Hand eingibt und wieder ergänzt.

Fazit und Widmung: Den Karlspreis in Aachen erhielt 2017 Timothy Garton Ash, der über Prinzipien für die Redefreiheit in einer digital vernetzten Welt arbeitet. Wenige Wochen zuvor war ebendort Heinrich Winter verstorben, dem stets am Allgemeinbildungsauftrag des Mathematikunterrichts und der Ermündigung zum kritischen Vernunftgebrauch gelegen hat.

Literatur

Heitzer, J. (2017). Relationen in sozialen Netzwerken. In: *mathematik lehren 202*, S. 27-30.

Lehmann, I. & Schulz, W. (1997). Mengen – Relationen – Funktionen. *Mathematik-ABC für das Lehramt*. Wiesbaden: Springer Fachmedien, dort: S. 48-81.

• Bei Interesse an der Java-Simulation mailen Sie an die RWTH-Adresse der Autorin. •