



Masterarbeit

**Modellbasierte Online-Identifikation der  
Längsdynamik am NGT Versuchsfahrwerk**

erstellt von

Jonhny Light Tchuindjang Joda

Hochschullehrer: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudibert King, TU Berlin

Betreuer: M. Sc. Christoph Schwarz, M. Eng. Alexander Keck, DLR

M. Sc. Till Alexander Pökel, TU Berlin

Technische Universität Berlin, Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik

Institut für Prozess- und Verfahrenstechnik

Berlin, März 2019



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1 Motivation . . . . .	3
1.2 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Kraftschluss im Rad/Schiene-Kontakt</b>	<b>7</b>
2.1 Einflussfaktoren auf die Kraftschlusskräfte . . . . .	7
2.2 Methoden zur Berechnung der Kraftschlusskräfte . . . . .	9
2.2.1 Einführung . . . . .	9
2.2.2 Theorie von Kalker . . . . .	11
2.2.3 Methode von Shen, Hedrick und Elkins . . . . .	13
2.2.4 Methode von Polach . . . . .	14
<b>3 NGT-Versuchsfahrwerk</b>	<b>19</b>
3.1 Aufbau des Rollprüfstandes . . . . .	19
3.2 Systemidentifikation . . . . .	23
3.2.1 Einführung . . . . .	23
3.2.2 Identifikation der Rollwiderstandsmomente der Räder . . . . .	26
3.2.3 Identifikation des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle . . . . .	28
3.3 Sensorkonfigurationen und Bewegungsgleichungen . . . . .	31
<b>4 Ausgewählte Beobachteransätze</b>	<b>39</b>
4.1 Sliding-Mode-Beobachter . . . . .	39
4.1.1 First-Order Sliding-Mode-Beobachter . . . . .	40
4.1.2 Second-Order Sliding-Mode-Beobachter . . . . .	45
4.2 Extended Kalman-Filter . . . . .	48
<b>5 Realisierung und Auswertung</b>	<b>51</b>
5.1 Auswertung der Sensorkonfigurationen anhand des Second-Order Sliding- Mode-Beobachters . . . . .	51
5.1.1 Beobachterentwurf . . . . .	51
5.1.2 Auswertung in der Simulation . . . . .	55
5.1.3 Auswertung mit Prüfstanddaten . . . . .	57
5.2 Vergleich der Beobachteransätze mittels des validierten Modells . . . . .	70

<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>75</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	75
6.2	Ausblick . . . . .	76
<b>A</b>	<b>Ergebnisse der Beobachter</b>	<b>77</b>
A.1	Erste Sensorkonfiguration . . . . .	77
A.2	Dritte Sensorkonfiguration . . . . .	79
A.3	Vergleich der Beobachteransätze . . . . .	87
<b>B</b>	<b>Konvergenzanalyse des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters</b>	<b>89</b>
B.1	Erste Sensorkonfiguration . . . . .	89
B.2	Dritte Sensorkonfiguration . . . . .	90
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>96</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>97</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>

# Abkürzungen und Bezeichnungen

EKF	Extended Kalman-Filter
FOSMB	First-Order Sliding-Mode-Beobachter
IMU	Inertial measurement unit
KMS	Kraftmomentensensor
NGT	Next Generation Train
SOSMB	Second-Order Sliding-Mode-Beobachter

---

$\delta$	Kleiner positiver Skalar zur Einstellung der Approximationsgenauigkeit von $\nu$ durch $\nu_{eq}$
$\Delta$	Unsicherheiten
$\varepsilon$	Gradient der Tangentialspannung
$\varepsilon_x$	Steigung der Tangentialspannung in Längsrichtung
$\varepsilon_{xR}$	Reduzierte Steigung der Tangentialspannung in Längsrichtung
$\hat{\varepsilon}_{xR}$	Geschätzte reduzierte Steigung der Tangentialspannung in Längsrichtung
$\zeta$	Unsicherheiten und Störungen
$\theta$	Generalisierte Koordinate
$\mu$	Reibwert bzw. Reibungszahl
$\hat{\mu}$	Geschätzte Reibungszahl
$\mu_0$	Maximum der Reibungszahl bei $w_s = 0$
$\mu_\infty$	Minimum der Reibungszahl bei $w_s \rightarrow \infty$
$\nu$	Diskontinuierlicher Schaltvektor des FOSMBs
$\nu_{eq}$	Kontinuierliche Approximation des diskontinuierlichen Schaltvektors $\nu$ des FOSMBs
$\xi$	Unbekannte Eingänge bzw. Störungen
$\rho$	Positiver Verstärkungsfaktor der diskontinuierlichen Rückführung
$\varphi_{rad}$	Winkelposition des Rades
$\sigma_\chi$	Standardabweichung des normierten Schätzfehlers
$\tau^*$	Transformierte Variable von $\tau$
$\tau_{max}(x, y)$	Maximale Tangentialspannung
$\tau_0$	Maximale Tangentialspannung in der Kontaktfläche
$\chi$	Normierter Schätzfehler

$\bar{\chi}$	Mittelwert des Normierten Schätzfehlers
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\omega_{rad}$	Winkelgeschwindigkeit des Rades
$\omega_{rad,soll}$	Sollwinkelgeschwindigkeit des Rades
$\hat{\omega}_{rad}$	Geschätzte Winkelgeschwindigkeit des Rades
$\tilde{\omega}_{rad}$	Schätzfehler für die Winkelgeschwindigkeit des Rades
$\dot{\omega}_{rad}$	Winkelbeschleunigung des Rades
$\hat{\dot{\omega}}_{rad}$	Geschätzte Winkelbeschleunigung des Rades
$\omega_{rolle}$	Winkelgeschwindigkeit der Rolle
$\hat{\omega}_{rolle}$	Geschätzte Winkelgeschwindigkeit der Rolle
$\tilde{\omega}_{rolle}$	Schätzfehler für die Winkelgeschwindigkeit der Rolle
$\dot{\omega}_{rolle}$	Winkelbeschleunigung der Rolle
$\hat{\dot{\omega}}_{rolle}$	Geschätzte Winkelbeschleunigung der Rolle
$\omega_{gier}$	Gierwinkelgeschwindigkeit der Radträger
$a, b$	Halbachsen der Kontaktellipse
$A$	Dynamikmatrix
$\bar{A}$	Approximierte Dynamikmatrix
$A_{\mu}$	Verhältnisgröße für die Reibungszahl
$A_0$	Beobachtermatrix
$B$	Steuermatrix
$\bar{B}$	Approximierte Steuermatrix
$B_a$	Koeffizient der Abnahme der Reibungszahl
$b_n$	Nominale Spurweite
$c_{11}, c_{22}$	Kalker-Koeffizienten
$c_{23}, c_{33}$	Kalker-Koeffizienten
$C$	Ausgangsmatrix
$C_E$	Matrix der Corioliskraft und der Zentrifugalkraft
$C_{En}$	Nominelle Matrix der Corioliskraft
$C_T$	Tangentiale Kontaktsteifigkeit
$D$	Verteilungsmatrix der unbekanntten Eingänge
$e$	Schätzfehler des Modells
$e_1$	Beobachterfehler der nicht messbaren Zustände in den Koordinaten der kanonischen Form
$e_y$	Beobachterfehler der Ausgänge
$F$	Designmatrix
$F_T$	Tangentialkraft
$F_{linear}$	Gesamtkraft mit der linearen Theorie nach Kalker
$F_{nichtlinear}$	Gesamtkraft mit der nichtlinearen Theorie nach Vermeulen und Johnson
$F_{x,polach}$	Tangentialkraft in Längsrichtung nach der Methode von Polach
$\hat{F}_{x,polach}$	Geschätzte Tangentialkraft in Längsrichtung nach der Methode von Polach
$f_x$	Kraftschlussbeiwert
$F_x$	Tangentialkraft in Längsrichtung

$\hat{F}_x$	Geschätzte Tangentialkraft in Längsrichtung
$\tilde{F}_x$	Schätzfehler für die Tangentialkraft
$F_{xk}$	Tangentialkraft in Längsrichtung mit der linearen Theorie nach Kalker
$F_y$	Tangentialkraft in Querrichtung
$F_{yk}$	Tangentialkraft in Querrichtung mit der linearen Theorie nach Kalker
$G$	Schubmodul
$G_E$	Gravitationskräfte
$G_{En}$	Nominelle Gravitationskräfte
$G_l$	Verstärkungsmatrix der linearen Rückführung
$G_n$	Verstärkungsmatrix der nichtlinearen Rückführung
$i$	Index
$I$	Motorstrom des Rades
$I_p$	Einheitsmatrix
$j$	Index
$J_{rad}$	Trägheitsmoment des Rades
$J_{rolle}$	Trägheitsmoment der Rolle
$J_{rolle,eq}$	Äquivalentes Trägheitsmoment der Rolle
$J_{rolle,eq,h}$	Hälfte des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle
$J_{rolle,eq,mittel}$	Mittelwert des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle
$k$	Kalker-Faktor
$k_A$	Kalker-Faktor in der Haftfläche
$k_M$	Motorkonstante
$k_S$	Kalker-Faktor in der Gleitfläche
$K$	Kalman-Matrix
$K_F$	Verhältnisgröße für die Berechnung der Tangentialkraft nach Vermeulen und Johnson
$l$	Index
$L$	Entwurfsmatrix in kanonische Form
$M_{a,w}$	Approximation des Rollwiderstandes des Rades
$M_E$	Trägheitsmatrix
$M_{En}$	Nominelle Trägheitsmatrix
$M_{rad}$	Motormoment des Rades
$M_{rolle}$	Drehmoment der Rolle
$M_w$	Rollwiderstand des Rades
$M_z$	Bohrmoment
$p(x, y)$	Normalspannung
$p_0$	Maximale Normalspannung in der Kontaktfläche
$P$	Symmetrisch positiv definite Matrix
$P_E$	Matrix der coulombschen Reibung
$P_{En}$	Nominelle Matrix der coulombschen Reibung
$P_K$	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
$p_1 \dots p_6$	Verstärkungsfaktoren des SOSMBs

$Q$	Symmetrisch positiv definite Matrix
$Q_K$	Prozessrauschkovarianzmatrix
$Q_n$	Normalkraft
$r$	Rollradius bei zentrischer Stellung des Radsatzes
$r_{rad}$	Nominaler Rollradius des Rades
$r_{rolle}$	Radius der Rolle
$R_K$	Messrauschkovarianzmatrix
$s$	Schlupf
$s_B$	Bohrschlupf
$s_x$	Längschlupf
$\hat{s}_x$	Geschätzter Längschlupf
$s_y$	Querschlupf
$T$	Transformationsmatrix zur Überführung einer Zustandsraumdarstellung in kanonische Form
$u$	Einganggröße
$U$	Kontaktfläche
$v$	Messrauschen
$v_F$	Fahrgeschwindigkeit
$v_{ref}$	Referenzgeschwindigkeit
$v_u$	Radumfanggeschwindigkeit
$V$	Lyapunov-Funktion
$w$	Systemrauschen
$w_s$	Differenzgeschwindigkeit bzw. Schlupfgeschwindigkeit
$\hat{w}_s$	Geschätzte Differenzgeschwindigkeit bzw. Schlupfgeschwindigkeit
$x$	Zustandsgröße eines Modells
$\hat{x}$	Geschätzte Zustandsgröße eines Beobachters
$y$	Ausgangsgröße
$\hat{y}$	Rekonstruierte Ausgangsgröße
$y^*$	Transformierte Variable der $y$ -Koordinate
$z_1, z_2$	Ausgangsfehlerinjektionen des SOSMBs
$z_{eq}$	„Equivalent output injection Signal“ des SOSMBs
rang	Rang
sgn	Signum-Funktion
sup	Supremum

# Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt habe, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Berlin, den 27. März 2019

---

Jonhny Light Tchuindjang Joda



# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit illustriert die Entwicklung eines Beobachters für die Längsdynamik des Next Generation Train (NGT) Versuchsfahrwerks. Die zentrale Aufgabe des Beobachters ist die optimale Schätzung der Tangentialkräfte, welche während eines Brems- und Anfahrvorgangs, eine Beurteilung des Kraftschlussbeiwerts zwischen Rad und Schiene ermöglichen. Anhand dieser Informationen soll das Kraftschlusspotential im Betrieb voll ausgeschöpft und somit unerwünschte Bremswegverlängerungen durch das aktive Verhindern von blockierenden Rädern vermieden werden.

In dieser Arbeit werden, nach der Identifizierung der Rollwiderstände der Räder und des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle, zunächst drei mögliche Sensorkonfigurationen aufgezeigt und ihre zugehörigen Bewegungsgleichungen hergeleitet. Aufbauend auf diesen Bewegungsgleichungen werden, als Alternative zu dem in der Anwendung häufig eingesetzten Kalman-Filter, weitere nichtlineare Beobachteransätze vorgestellt. Der First- und Second-Order Sliding-Mode-Beobachter bringen zusätzlich den Vorteil der Rekonstruktion von unbekanntem Störungen. Des Weiteren wird mittels des robusten Second-Order Sliding-Mode-Beobachters zuerst die Tauglichkeit der Sensorkonfigurationen für die Beobachtung der Tangentialkräfte in der Simulation und mit Prüfstanddaten getestet und anschließend die vielversprechendste Konfiguration verwendet, um die Beobachter miteinander zu vergleichen. Die Ergebnisse zeigen, dass mit der dritten Sensorkonfiguration die Tangentialkräfte gut rekonstruierbar sind und dass, der Second-Order Sliding-Mode-Beobachter die beste Schätzgüte liefert.



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Die stark wachsende Weltbevölkerung stellt eine der größten Herausforderungen im 21. Jahrhundert dar. Dieses Bevölkerungswachstum ist mit einem zunehmenden Verbrauch an natürlich begrenzten, fossilen Energieressourcen, dem Ausstoß zusätzlicher, klimaschädlicher Emissionen und einem höheren Transportbedarf in urbanen Gebieten verbunden. Aus diesem Grund nutzen immer mehr Menschen öffentliche Verkehrsmittel wie die Bahn, die sich aufgrund ihres geringen Energiebedarfs bei hoher Transportkapazität als umweltfreundliches Verkehrsmittel auszeichnet. Die technische Weiterentwicklung von Schienenfahrzeugen ist daher eine wichtige und zukunftsorientierte Ingenieuraufgabe, die neben den Fragen des sicheren Betriebes auch die Gesamtfahrzeugdynamik und die Kraftschlussausnutzung berücksichtigen muss.

Der Kraftschluss zwischen Rad und Schiene bei Brems- und Antriebsvorgängen ist ein bekanntes Phänomen und ist im weiteren Kontext beschrieben. Kraftschlussprobleme werden durch Gleit- und Schleuderschutzsysteme kontrolliert. Ein Gleitschutzsystem wirkt auf ähnliche Weise wie das Antiblockiersystem (ABS) eines Kraftfahrzeugs. Es dient dazu, beim Bremsen die vorhandenen Haftwerte optimal auszunutzen, damit kürzeste Bremswege durch das aktive Verhindern von blockierenden Rädern (Gleiten) erreicht werden. Darüber hinaus ist eine Minimierung von Schäden an den Rädern und den Schienen durch ein Gleitschutzsystem möglich, woraus sich direkte Einspareffekte bei Instandhaltung- und Wartungskosten ergeben. Ein beispielhafter Verschleiß beim Gleitvorgang im Rad-Schiene-System ist in Abbildung 1.1 zu sehen. Parallel dazu sorgt es für eine Minimierung von Schleudergefahren bei Anfahrvorgängen [St0].



Abbildung 1.1: Verschleiß im Rad-Schiene-System [Dul].

Um diese Systeme weiterzuentwickeln, forschen Ingenieure des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt an einem innovativen Lösungskonzept für die nächste Generation von Schienenfahrzeugen. Die bahnbefugten Forschungsaktivitäten werden gebündelt im Projekt „Next Generation Train“ (NGT). Ziel des NGT Projektes ist es, einen noch sichereren, schnelleren, effizienteren und umweltfreundlicheren Bahnverkehr zu gestalten. Der Next



**Abbildung 1.2:** Designstudie des Next Generation Train für den Hochgeschwindigkeitsverkehr [DLRa].

Generation Train ist ein Doppelstockfahrzeug mit einer Höchstgeschwindigkeit von 400 km/h [KHWR14], siehe Abbildung 1.2. Neuartig am NGT-Konzept ist die Verwendung eines mechatronischen Fahrwerks mit aktiv gelenkten Losrädern, was bei Kurvenfahrten die Ausrichtung des Fahrwerks im Spurkanal ermöglicht. Da die Räder einzeln angetrieben und geregelt werden können, erhält jede Achse einen Lenkfreiheitsgrad. So lässt sich das Fahrwerk im Spurkanal ausrichten und in Bögen einlenken. Das macht den Radlauf leiser und mindert den Verschleiß [KHK<sup>+</sup>14], [Hec].

Die Ziele des Next Generation Train in Bezug auf Fahrgeschwindigkeit, Passagierkapazität, Komfort sowie Lärm- und Verschleißreduktion sind nur durch die Betrachtung und positive Beeinflussung der Dynamik des Systems Rad/Schiene zu erreichen [DLRb]. Des Weiteren ist die Sicherheitserhöhung von Schienenfahrzeugen mit der Betrachtung von Kraftschlussphänomenen verbunden. Diese Phänomene können durch eine zuverlässige und möglichst genaue Kenntnis des Kraftschlusswerts zwischen Rad und Schiene optimal kontrolliert werden.

## 1.2 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

Die Entwicklung eines Konzeptes, das Gleit- und Schleuderschutzsysteme vereint, erfordert eine genaue Kenntnis des Kraftschlusses im Rad/Schiene-Kontakt. Dies kann durch die optimale Schätzung der Tangentialkräfte erreicht werden, vorausgesetzt die Radaufstandskräfte sind bekannt. Im Gegensatz zur Radaufstandskraft, die in der realen Anwendung

durch passende Sensoren gemessen werden kann, sind die Tangentialkräfte nicht messbare Größen und daher mit Hilfe von einem geeigneten Beobachter zu schätzen. Die Aufgabe eines Beobachters in der Regelungstechnik ist aus bekannten Eingangsgrößen (z. B. Stellgrößen oder messbaren Störgrößen) und Ausgangsgrößen (Messgrößen) eines beobachteten Referenzsystems über einen endlichen Zeithorizont, nicht messbare Größen (Zustände) zu rekonstruieren [Kin16]. Das Ziel dieser Masterarbeit ist die optimale Schätzung der Tangentialkräfte für das NGT-Versuchsfahrwerk zur Unterstützung bei der Entwicklung eines Gleit- und Schleuderschutzsystems. Dazu wird ein Rollprüfstand im Maßstab 1:5 verwendet. Es werden durch die Einzelradmotoren die Rollbewegungen vorgegeben. Die Drehbewegung der Einzelräder wird auf die Rollen übertragen und damit eine Längsbewegung nachgebildet. Durch die geregelt angetriebenen Einzelräder können verschiedene Drehmomente erzeugt und Anfahr- und Bremsvorgänge realitätsnah modelliert werden.

Im Sinne einer systematischen Vorgehensweise lässt sich diese Arbeit in sechs Kapitel gliedern. In Kapitel 2 werden die Grundlagen des Rad/Schiene-Kontakts vorgestellt. Dabei werden die wichtigsten Einflussfaktoren erläutert und die verschiedenen Methoden zur Modellierung präsentiert. Kapitel 3 umfasst den Aufbau des Rollprüfstands, die Systemidentifikation, die verschiedenen Sensorkonfigurationen und zugehörigen Bewegungsgleichungen. Außerdem zeigt Kapitel 4 die Grundlagen der Systemdynamik für die ausgewählten Beobachteransätze auf. Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Realisierung und Auswertung der Arbeit. Es wird für jede Sensorkonfiguration ein Beobachter entworfen und anschließend anhand von Prüfstanddaten getestet und bewertet. Abschließend folgt in Kapitel 6 eine Zusammenfassung der Masterarbeit und ein Ausblick auf weitere mögliche Projekte.



## 2 Kraftschluss im Rad/Schiene-Kontakt

Im folgenden Kapitel werden die Grundlagen des Rad/Schiene-Kontakts vorgestellt. Beginnend werden in Abschnitt 2.1 Faktoren genannt, die im Rad/Schiene-Kontakt die Kraftschlusskräfte beeinflussen, darauffolgend werden die Methoden zur Berechnung dieser Kräfte in Abschnitt 2.2 erläutert.

### 2.1 Einflussfaktoren auf die Kraftschlusskräfte

Die Kraftschluss-Schlupf-Funktion ist die zentrale Beziehung zur Beschreibung der Kraftübertragung zwischen Rad und Schiene. Kraftschlusskräfte sind Tangentialkräfte, die bei rollendem Kontakt wirken. Als Kraftschlussbeiwert  $f_x$  wird eine dimensionslose Größe definiert, die bei rollendem Kontakt aus dem Verhältnis von der Tangentialkraft  $F_x$  am Rad und der Normalkraft  $Q_n$  gebildet wird.

$$f_x = \frac{F_x}{Q_n} \quad (2.1)$$

Die wesentliche Größe des Kraftschlusses ist der Schlupf. Während eines Anfahr- und Bremsvorgangs entsteht eine Differenzgeschwindigkeit  $w_{s,i}$  zwischen Rad und Schiene. Diese Differenzgeschwindigkeit wird auf eine Referenzgeschwindigkeit  $v_{ref}$  bezogen und als Schlupf  $s_i$  definiert

$$s_i = \frac{w_{s,i}}{v_{ref}} \quad (2.2)$$

mit  $i=x, y$  ( $x$ : in Längsrichtung;  $y$ : in Querrichtung). Die Referenzgeschwindigkeit kann auf verschiedene Weise gewählt werden. Für die technische Fragestellung ist es vielfach üblich als Referenzgeschwindigkeit die Fahrgeschwindigkeit  $v_F$  zu wählen. Da im Rahmen dieser Masterarbeit nur die Längsdynamik am NGT-Versuchsfahrwerk untersucht wird, ist nur der Schlupf in Längsrichtung zu betrachten. Der Längsschlupf ist definiert als:

$$s_x = \frac{r\omega - v_F}{v_F} \quad (2.3)$$

Hierbei ist  $v_F$  die Fahrgeschwindigkeit,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit und  $r$  der nominelle Rollradius, siehe Abbildung 2.1. Der Ausdruck  $r\omega$  wird auch als Radumfangsgeschwindigkeit  $v_U$  bezeichnet. Anhand dieser Definition ist der Längsschlupf beim Antriebsvorgang positiv

und beim Schleudern mit  $v_F = 0$  unendlich groß. Beim Bremsvorgang ist der Längsschlupf negativ und erreicht beim Gleiten mit  $r\omega = 0$  den Wert von -1. Bei schlupffreier Fahrt werden keine Tangentialkräfte vom Rad auf die Schiene übertragen [Pol16]. Mit zunehmendem

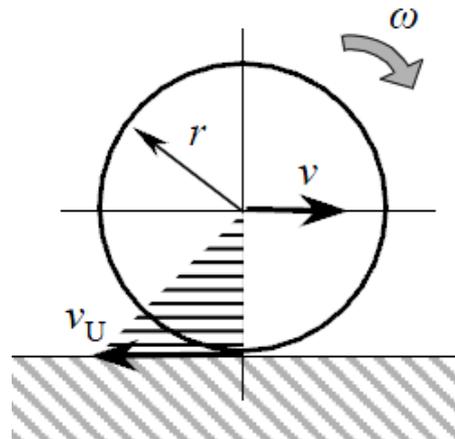


Abbildung 2.1: Zum Ableiten des Längsschlupfes zwischen Rad und Schiene [Pol16].

Schlupf, siehe Abbildung 2.2, nimmt der Kraftschlussbeiwert und somit bei konstanter Normalkraft auch die Tangentialkraft zunächst zu, bis ein Maximum  $\alpha$  erreicht wird, und fällt dann langsam ab. Der Bremsvorgang bzw. Anfahrvorgang ist stabil, wenn er

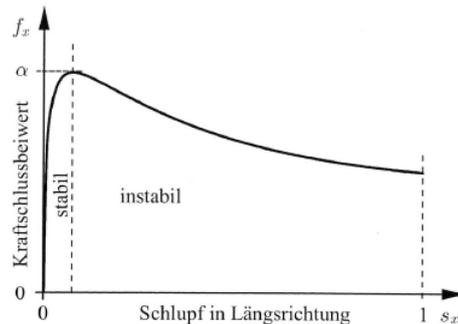
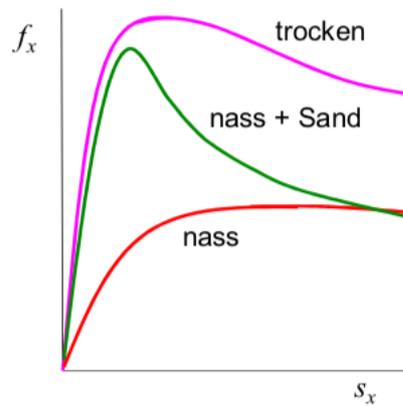


Abbildung 2.2: Prinzipieller Verlauf der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie [St0].

ausschließlich auf dem ansteigenden Ast der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie links von ihrem Maximum stattfindet. In diesem Fall unterscheidet sich die Fahrgeschwindigkeit und Radumfangsgeschwindigkeit kaum über den gesamten Bremsvorgang bzw. Anfahrvorgang hinweg. Wird ein zu hohes Bremsmoment bzw. Antriebsmoment aufgebracht, sodass das Maximum  $\alpha$  überschritten ist, wird der Vorgang hingegen instabil [St0] und das Rad blockiert oder dreht durch, je nachdem ob gebremst oder angetrieben wird. Die übertragbare Kraft verringert sich und der Brems- bzw. Anfahrvorgang dauert länger. Die Funktion eines Gleit- und Schleuderschutzsystems besteht also darin, die Kraftschlussaussnutzung zu optimieren. Dabei soll der Schlupf auf einem optimalen Niveau gehalten werden. So wird das Gleiten und Schleudern des Rades verhindert und die Längsdynamik verbessert.

Die Kraftschlusswerte sind nicht nur vom Schlupf abhängig, sondern auch von den Konditionen zwischen Rad und Schiene. Bei trockenen Verhältnissen, siehe Abbildung 2.3, steigt die Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie steil an und nach dem Erreichen eines Maximums fällt diese wieder ab. Sind die Gleise nass, glatt oder verschmutzt nimmt die Steigung ab und der abfallende Ast ist weniger ausgeprägt oder gar nicht erkennbar. Die Verwendung von



**Abbildung 2.3:** Einfluss der Konditionen von Rad und Schiene auf die Form der Kraftschlussfunktion [Pol16].

Sand zur Adhäsionssteigerung ist sehr stark verbreitet. Die größte übertragbare Kraft wird dadurch erhöht, die abfallende Charakteristik nach dem Kraftschlussmaximum ist aber dafür noch ausgeprägter als bei trockenen Bedingungen [Pol16].

Neben dem Längsschlupf existieren auch der Quer- und Bohrschlupf. Der Querschlupf wird durch den Schräglaufwinkel verursacht [HJ14]. Der Bohrschlupf ist hingegen eine Drehung um die vertikale Achse ( $z$  - Achse), die durch die Rad-Konizität verursacht wird [Ihm16].

## 2.2 Methode zur Berechnung der Kraftschlusskräfte

Um die zwischen Rad und Schiene wirkenden Kräfte aufgrund ihrer Differenzgeschwindigkeit zu bestimmen, sind eine Vielzahl von Berechnungsmethoden entwickelt worden. Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich in der Art der Betrachtung (zwei- oder dreidimensionales Rollkontaktproblem) und der Berechnung (linear- oder nichtlineares Rollkontaktproblem). Drei weit verbreitete Modellierungsansätze sind die Theorie von Kalker, die Methode von Shen, Hedrick und Elkins und die Methode von Polach [Pol16].

### 2.2.1 Einführung

Dieser Abschnitt dient dazu, die komplexen Vorgänge der Kraftschlusskräfte im rollenden Kontakt von Rad und Schiene zu erklären. Durch ein Bürstenmodell, siehe Abbildung 2.4, können diese Vorgänge anschaulich dargestellt werden. Bei einer geraden Bewegung einer

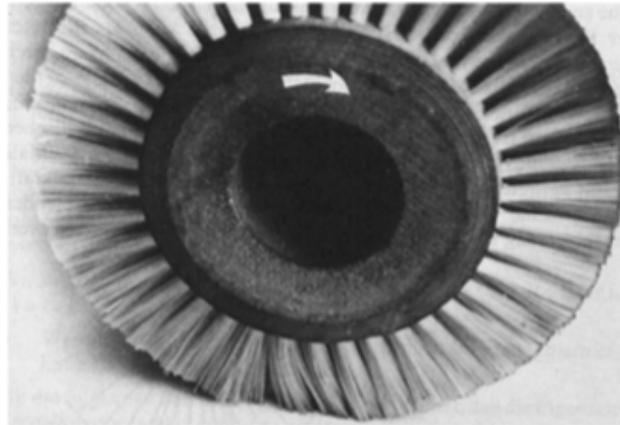


Abbildung 2.4: Bürstenmodell [PS93].

Bürste unter mäßiger Normalkraft über eine Ebene, haften die Bürstenhaare am anlaufenden Rand der Berührfläche und verbiegen sich über die Länge der Kontaktfläche zunehmend, bis bei Annäherung an den auslaufenden Rand ein Rückgleiten der Bürstenhaare erfolgt. So kann das Bürstenmodell als diskretes Ersatzsystem für ein elastisches Rad benutzt werden [PS93]. Ähnlich wie das Rad wird die elastische Schiene deformiert. In Abbildung 2.5 ist eine einfache Darstellung der Deformation der diskreten Materialsegmente von Rad und Schiene infolge des Antriebsmoments zu sehen. Die Kontaktfläche kann in eine Haftfläche am anlaufenden Rand und eine Gleitfläche am auslaufenden Rand unterteilt werden.

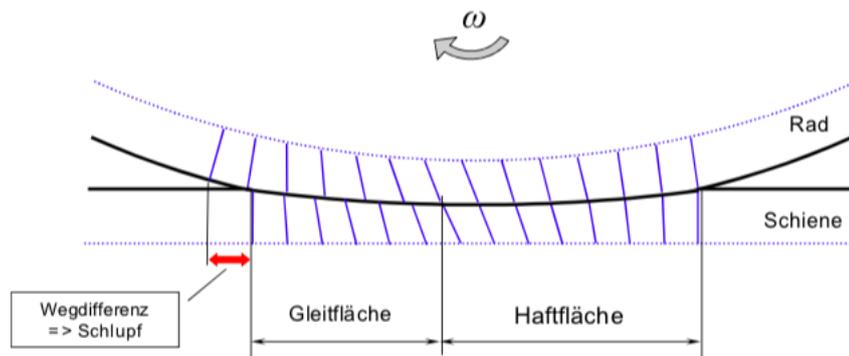
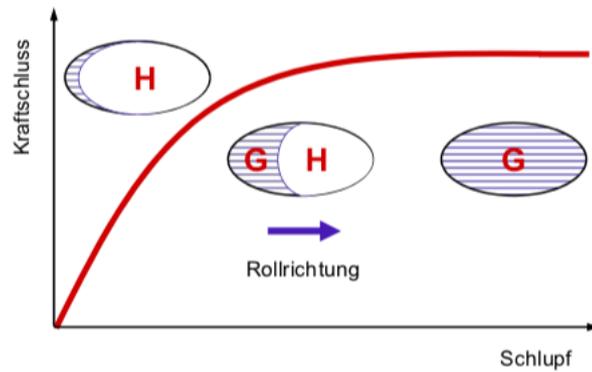
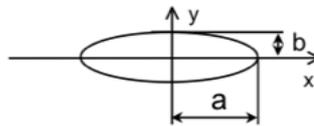


Abbildung 2.5: Darstellung der Haft- und Gleitfläche des Bürstenmodells [Pol16].

Bei sehr kleinem Schlupf ist die Gleitfläche gegenüber der Gesamtfläche sehr klein, siehe Abbildung 2.6. Die Haftfläche dehnt sich beinahe über die ganze Kontaktfläche aus und es tritt in der Kontaktzone ein fast reines Haften auf. Bei steigendem Schlupf vergrößert sich die Gleitfläche, bis sie die ganze Kontaktfläche einnimmt. In diesem Bereich gleitet das Rad auf der Schiene. Die Kontaktfläche zwischen Rad und Schiene wird in der Regel als Ellipse mit den Halbachsen  $a$ ,  $b$  modelliert, obwohl diese meistens eine allgemeine, von einer Ellipse abweichende Form hat, siehe Abbildung 2.7, [Pol16].



**Abbildung 2.6:** Zusammenhang der Kraftschlusskennlinie und der Aufteilung der Kontaktfläche in Haft- und Gleitfläche [Pol16].



**Abbildung 2.7:** Ellipse Darstellung der Kontaktfläche mit Halbachsen  $a$ ,  $b$  [Pol99].

### 2.2.2 Theorie von Kalker

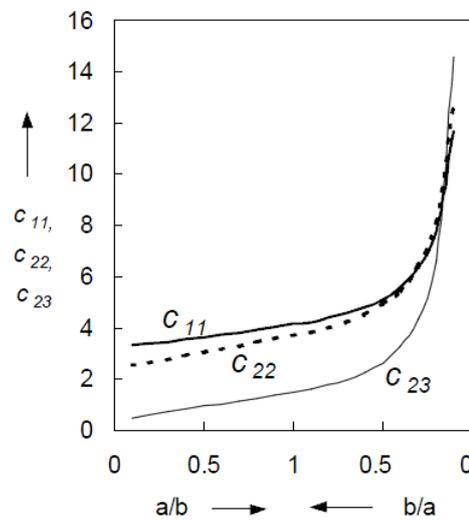
Die weit verbreiteten Arbeiten im Bereich des rollenden Kontaktes stammen von Kalker. Die Lösung des zweidimensionalen Kontaktproblems nach Kalker, d.h. das Abrollen einer Walze auf einer Ebene, beruht auf der Hypothese, dass die Spannungsverteilung im rollenden Kontakt als Superposition von zwei Spannungsverteilungen konstruiert werden kann [Kal90].

Die lineare Theorie von Kalker ist nur für kleine Schlupfwerte anwendbar, da die Existenz eines Gleitbereichs, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, bei diesem Ansatz vernachlässigt wird. Die lineare Abhängigkeit der Tangentialkraft ( $F_x$  in Längsrichtung,  $F_y$  in Querrichtung) und des Bohrmoments  $M_z$  vom Schlupf ( $s_x$  Längsschlupf,  $s_y$  Querschlupf und  $s_B$  Bohrschlupf) wird durch die sogenannten Kalker-Koeffizienten  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{23}$ ,  $c_{33}$  über die folgende Beziehung beschrieben [Kal67]:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = Gab \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23}\sqrt{ab} \\ 0 & -c_{23}\sqrt{ab} & c_{33}ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_B \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

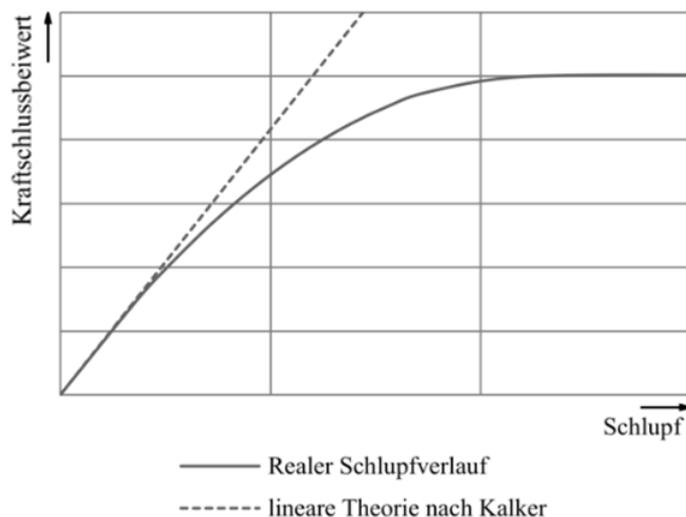
Dabei bezeichnet  $G$  den Schubmodul und  $a$ ,  $b$  die Halbachsen. Nach der Auswertung der Gleichung (2.4) ist zu sehen, dass die Tangentialkraft  $F_x$  nur vom Längsschlupf  $s_x$  abhängt, während die Kraft  $F_y$  und das Bohrmoment  $M_z$  sowohl vom Querschlupf  $s_y$  als auch vom

Bohrschlupf  $s_B$  beeinflusst werden [Kal67]. Die Abhängigkeit der Kalker-Koeffizienten von den Halbachsen ist in Abbildung 2.8 dargestellt.



**Abbildung 2.8:** Koeffizienten von Kalker in Abhängigkeit des Halbachsenverhältnisses  $a/b$  [Pol16].

Größere Schlupfwerte, die durch eine größere Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Rad und Schiene entstehen, werden durch die lineare Theorie von Kalker nicht korrekt abgebildet. Die lineare Theorie nach Kalker bestimmt somit nur die Anfangssteigung der nichtlinearen Kennlinie der Schlupfkurve. Abbildung 2.9 zeigt die qualitative Abweichung der linearen Theorie vom realen Schlupfverlauf. Der große Vorteil der linearen Theorie besteht allerdings



**Abbildung 2.9:** Kraftschluss-Schlupfkurve für die lineare Theorie und für einen realen nichtlinearen Verlauf [HK17].

in der vereinfachten Berechnung der Kontaktkräfte.

Zur Modellierung des Kontaktproblems in der Computersimulation hat Kalker einige Berechnungsmodelle entwickelt. Diese Modelle sind nur numerisch lösbar. Dabei werden die Kontaktflächen diskretisiert. Neben dem Programm FASTSIM steht auch das Programm CONTACT zur Verfügung. Das Programm FASTSIM benutzt die vereinfachte Theorie von Kalker zur Berechnung der Kontaktkräfte in der Simulation und stellt heute die meist benutzte Methode für Zeitschrittsimulationen dar [Kal82]. Die exakte Theorie von Kalker ist zwar im Programm CONTACT implementiert, findet aber aufgrund der langen Rechenzeit in den Simulationstools nur bedingt Anwendung. Das Programm wird vor allem als Referenzprogramm zur Verifikation von vereinfachten Lösungsansätzen eingesetzt [Kal90].

### 2.2.3 Methode von Shen, Hedrick und Elkins

Diese Methode ist eine Erweiterung der Approximation von Vermeulen-Johnson in Zusammenhang mit der linearen Theorie von Kalker. Der Einfluss vom Bohrschlupf wird dabei berücksichtigt. Deswegen wird diese Methode manchmal als „Vermeulen-Johnson“ oder „Vermeulen-Johnson mit Bohrschlupf“ bezeichnet [Pol16].

Die mit der linearen Theorie nach Kalker berechneten Längskräfte  $F_{xk}$  und Querkräfte  $F_{yk}$  werden addiert [SHE83] und die lineare Gesamtkraft  $F_{linear}$  wird zur Approximation der nichtlinearen Gesamtkraft  $F_{nichtlinear}$  nach Vermeulen und Johnson verwendet [VJ64].

$$F_{linear} = \sqrt{F_{xk}^2 + F_{yk}^2} \quad (2.5)$$

und

$$F_{nichtlinear} = \mu Q_n \left( K_F - \frac{1}{3} K_F^2 + \frac{1}{27} K_F^3 \right) \quad \text{für } K_F \leq 3 \quad (2.6)$$

$$F_{nichtlinear} = \mu Q_n \quad \text{für } K_F > 3 \quad (2.7)$$

wobei

$$K_F = \frac{F_{linear}}{\mu Q_n} \quad (2.8)$$

Die Tangentialkräfte  $F_x$  und  $F_y$  in Längs- und Querrichtung werden durch die Zerlegung der nichtlinearen Gesamtkraft  $F_{nichtlinear}$  proportional zu den Hilfskräften berechnet.

$$F_x = \frac{F_{xk}}{F_{linear}} F_{nichtlinear} \quad (2.9)$$

$$F_y = \frac{F_{yk}}{F_{linear}} F_{nichtlinear} \quad (2.10)$$

Die Approximation nach Vermeulen und Johnson liefert eine sehr gute Übereinstimmung mit der exakten Theorie nach Kalker (Programm CONTACT), wenn kein Bohrschlupf vorhanden ist. Nach der exakten Theorie von Kalker geht die Querkraft bei großem Bohrschlupf gegen Null, was bei der Methode von Vermeulen und Johnson jedoch nicht der Fall ist. So wird diese Methode nur im bohrschlupffreien Fall als geeignet betrachtet [Pol16],[Pol99].

### 2.2.4 Methode von Polach

Zur Berechnung der Tangentialkraft bei vorhandenem Bohrschlupf kann die Methode von Polach verwendet werden. Diese Methode liefert einen sehr guten Kompromiss zwischen der Rechenzeit und der benötigten Genauigkeit. Trotz der Vereinfachungen ist der Bohrschlupf bei der Berechnung der Querkraft berücksichtigt [Pol16].

Wie bei anderen Methoden wird die Kontaktfläche zwischen Rad und Schiene in Haft- und Gleitzone unterteilt und als Ellipse modelliert. Die maximale Tangentialspannung  $\tau_{max}(x, y)$  ist mit dem Reibwert  $\mu$  proportional zur Normalspannung  $p(x, y)$ .

$$\tau_{max}(x, y) = \mu p(x, y) \quad (2.11)$$

Es wird angenommen, dass die Tangentialspannung linear mit der Distanz vom anlaufenden Rand der Kontaktfläche ansteigt (elastische Bettung von Winkler, siehe Abbildung 2.10) mit Proportionalitätskonstante  $C_T$ . Mit dieser Konstante wird die Elastizität des Materials charakterisiert (tangentielle Kontaktsteifigkeit). Unter diesen Annahmen ist der Gradient  $\varepsilon$  der Tangentialspannung im Adhäsionsbereich (Abbildung 2.10) gegeben als [Pol05]

$$\varepsilon = \frac{2 C_T \pi a^2 b}{3 Q_n \mu} s \quad (2.12)$$

Durch das Integral der Tangentialspannung  $\tau$  lässt sich die Tangentialkraft  $F_T$  berechnen.

$$F_T = \iint_U \tau dx dy \quad \text{mit } U: \text{Kontaktfläche} \quad (2.13)$$

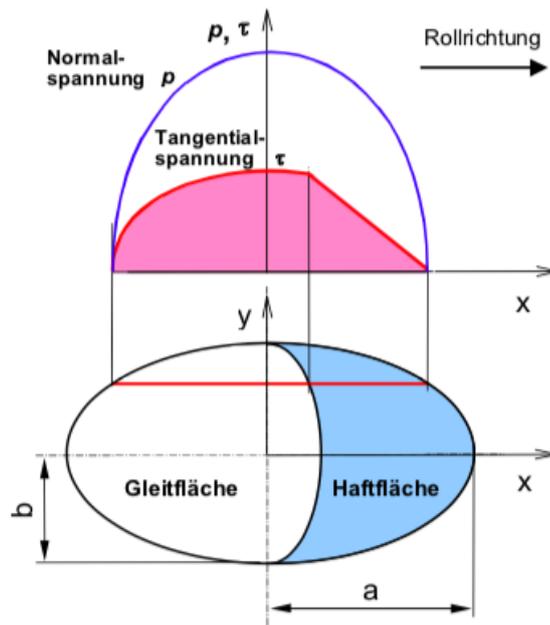
Die Tangentialkräfte in  $x$ - und  $y$ -Richtung  $F_x, F_y$  werden als proportional zum Schlupf in  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung angenommen

$$F_i = F_T \frac{s_i}{s} \quad i = x, y \quad (2.14)$$

mit

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad s_x, s_y: \text{Schlupf in Längs- bzw. Querrichtung} \quad (2.15)$$

Zur Vereinfachung der Berechnung wird nur der Fall ohne Bohrschlupf vorgestellt. Eine

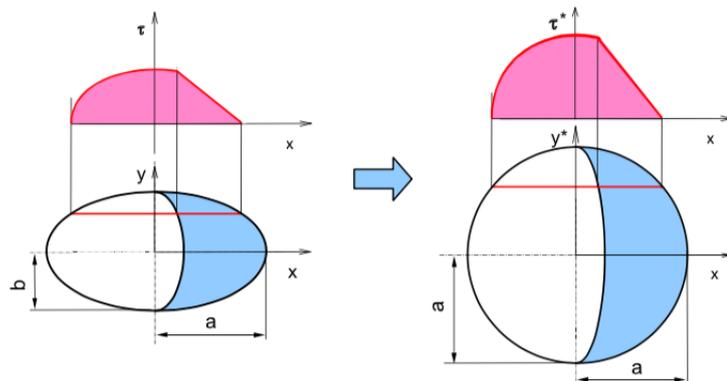


**Abbildung 2.10:** Verteilung der Normal- und Tangentialspannung in der Polach-Methode [Pol16].

Erweiterung der Herleitung mit Berücksichtigung des Bohrschlupfes kann [Pol00] entnommen werden. Zur Lösung des Falls ohne Bohrschlupf kann das Ellipsoid der Tangentialspannungen wie folgt in eine Halbkugel transformiert werden, siehe Abbildung 2.11.

$$y^* = \frac{a}{b}y; \quad \tau^* = \frac{a}{\tau_0}\tau \quad (2.16)$$

$y^*$  und  $\tau^*$  stellen die transformierten Variablen von  $y$ ,  $\tau$  dar und  $\tau_0$  die maximale Tangentialspannung in der Kontaktfläche. Durch die Berechnung des Volumens zweier geometrischer



**Abbildung 2.11:** Transformation der Kontaktfläche und der Spannungsverteilung [Pol16].

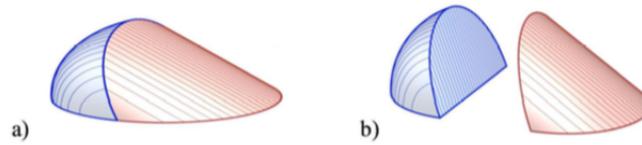
Körper kann dann die Tangentialkraft, siehe Gleichung (2.13), in der Kontaktfläche bestimmt werden. Die Verteilung der Tangentialspannung in der Kontaktfläche mittels zweier geometrischer Körper ist in Abbildung 2.12 zu sehen.

$$F_T = \tau_0 \frac{b}{a^2} \iint_U \tau^* dx dy^* = \tau_0 \frac{b}{a^2} \frac{4}{3} a^3 \left( \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} + \arctan \varepsilon \right) \quad (2.17)$$

mit  $\tau_0$  nach der Theorie von Hertz

$$\tau_0 = p_0 \mu = \frac{3}{2} \frac{Q_n \mu}{\pi a b} \quad (2.18)$$

$p_0$  ist die maximale Normalspannung in der Kontaktfläche. Setzen wir Gleichung (2.18) in



**Abbildung 2.12:** Verteilung der Tangentialspannung in der Kontaktfläche. a) Vor der Transformation und b) Nach der Transformation und Aufteilen in zwei geometrische Körper [Pol16].

Gleichung (2.17) kann die Tangentialkraft als

$$F_T = \frac{2Q_n \mu}{\pi} \left( \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} + \arctan \varepsilon \right) \quad (2.19)$$

gegeben werden [Pol05], [Pol16].

Wenn die tangentielle Kontaktsteifigkeit (Konstante  $C_T$ ) bekannt ist, kann der Gradient der Tangentialspannung  $\varepsilon$  berechnet werden. So können in Abhängigkeit von Längs- und Querschlupf die Tangentialkräfte bestimmt werden. Zur Bestimmung der Kontaktsteifigkeit kann die lineare Theorie von Kalker benutzt werden. Zur Vereinfachung wird des Weiteren nur die Längsrichtung und der Fall für einen sehr kleinen Längsschlupf ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) betrachtet. Ist der Längsschlupf sehr klein (es dehnt sich die Haftfläche beinahe über die ganze Kontaktfläche aus) kann aus Gleichung (2.19) die Längskraft wie folgt berechnet werden

$$F_x = \frac{2Q_n \mu}{\pi} (\varepsilon_x + \varepsilon_x) = \frac{4Q_n \mu}{\pi} \varepsilon_x \quad (2.20)$$

Und nach der linearen Theorie von Kalker gilt

$$F_x = Gabc_{11} s_x \quad (2.21)$$

Aus den Gleichungen (2.20) und (2.21) wird eine Näherung der Steigung der Tangentialspannung  $\varepsilon_x$  in  $x$ -Richtung in der Haftfläche erhalten [Pol16].

$$\varepsilon_x = \frac{1}{4} \frac{G\pi abc_{11}}{Q_n \mu} s_x \quad (2.22)$$

In der Fahrzeugdynamik ist die Modellierung von großen Schlüpfen relevant. Bei großen Schlupfwerten ist eine Abnahme der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinien nach dem Maximum zu erwarten, siehe Abschnitt 2.1. Um diesen Bereich vernünftig nachzubilden, kann angenommen werden, dass die Reibungszahl exponential mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit abnimmt. Der Verlauf der Reibungszahl  $\mu$  in Funktion der Schlupfgeschwindigkeit  $w_s$  kann wie folgt angenommen werden

$$\mu = \mu_0[(1 - A_\mu)e^{-B_a w_s} + A_\mu] \quad \text{mit} \quad A_\mu = \frac{\mu_\infty}{\mu_0} \quad (2.23)$$

wobei  $\mu_0$  das Maximum der Reibungszahl bei Schlupfgeschwindigkeit gleich Null,  $\mu_\infty$  das Minimum der Reibungszahl bei unendlicher Schlupfgeschwindigkeit,  $B_a$  der Koeffizient der Abnahme der Reibungszahl (s/m) und  $w_s$  die Schlupfgeschwindigkeit zwischen Rad und Schiene (m/s) ist. Weiterhin können zur Nachbildung der gemessenen Kraftschluss-Schlupf-Charakteristiken die Kalker-Koeffizienten  $c_{ii}$ , bekannt aus der linearen Theorie, reduziert werden. Dazu werden diese Koeffizienten mit dem Kalker-Faktor  $k$  multipliziert. Werden die Koeffizienten von Kalker mit einem Faktor  $k$  reduziert, gilt für die reduzierte Steigung  $\varepsilon_{x_R}$  die Tangentialspannung in  $x$ -Richtung.

$$\varepsilon_{x_R} = \frac{1}{4} \frac{G\pi abk c_{11}}{Q_n \mu} s_x = k \varepsilon_x \quad (2.24)$$

Falls in der Gleit- und Haftfläche unterschiedliche Kalker-Faktoren benutzt werden, ist die Tangentialkraft wie folgt zu berechnen

$$F_T = \frac{2Q_n \mu}{\pi} \left( \frac{k_A \varepsilon_{x_R}}{1 + (k_A \varepsilon_{x_R})^2} + \arctan(k_S \varepsilon_{x_R}) \right) \quad (2.25)$$

wobei  $k_A$ ,  $k_S$  die Kalker-Faktoren in der Haftfläche resp. in der Gleitfläche sind. Die Reduktion der Steigung bei großen Schlupfwerten ist deutlich größer als bei kleinem Schlupf, für den Fall, dass  $k_A > k_S$  ist. Die Anfangssteigung der Kraftschluss-Schlupf-Charakteristiken entspricht somit der Reduktion der Koeffizienten von Kalker mit dem Faktor [Pol05], [Pol16]

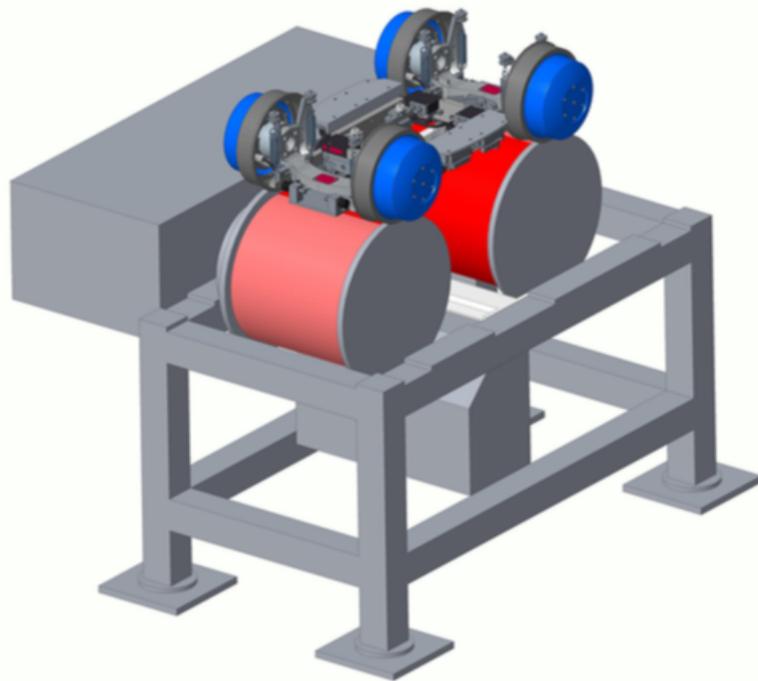
$$k = \frac{k_A + k_S}{2} \quad (2.26)$$



## 3 NGT-Versuchsfahrwerk

Im folgenden Kapitel werden die für diese Masterarbeit wichtigsten Bestandteile des NGT Versuchsfahrwerks vorgestellt und ihre Funktionsweise auf dem Rollprüfstand im Maßstab 1:5 erläutert. Beginnend wird in Abschnitt 3.1 der Aufbau des Rollprüfstandes präsentiert. Weiterhin wird in Abschnitt 3.2 eine Systemidentifikation durchgeführt, um eine realitätsnahe Nachbildung der Dynamik des Versuchsfahrwerks zu ermöglichen. Abschließend werden in Abschnitt 3.3 die möglichen Sensorkonfigurationen vorgestellt und die zugehörigen Bewegungsgleichungen für das mathematische Modell hergeleitet.

### 3.1 Aufbau des Rollprüfstandes



**Abbildung 3.1:** CAD-Modell des NGT Versuchsfahrwerks im Maßstab 1:5 auf dem Rollprüfstand [Nie18]

Aufgrund der zunehmenden Integration von mechanischen, elektrischen und informationstechnischen Komponenten in mechatronischen Systemen und der damit verbundenen Steigerung der Komplexität, ist es erforderlich bei der Entwicklung neuartiger Systeme, die Funktionalität in einer frühen Entwicklungsphase zu evaluieren. In diesem Kontext

ist ein Rollprüfstand eine geeignete und weit verbreitete Lösung für die Evaluierung der Fahreigenschaften neuartiger Fahrwerke. Daher wurde im Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik des DLR ein Versuchsfahrwerk im Maßstab 1:5 entwickelt und gefertigt. Die Bewertung seiner grundlegenden Anforderungen erfolgt mittels eines Rollprüfstandes [Jas90], siehe Abbildung 3.1.

Der Prüfstand besteht aus einem im Maßstab 1:5 skalierten Fahrwerk, zwei Zylinderrollen und einem Prüftisch. Die Zylinderrollen mit 0.18 m Radius werden mit dem Schienenprofil UIC60 im Maßstab 1:5 „umwickelt“, um eine Endlosschiene zu simulieren. Die Kraftübertragung zwischen Rad und Rolle kann in zwei unterschiedlichen Weisen erfolgen. Einerseits können die Rollen durch einen Asynchronmotor angetrieben werden und die Räder in diesem Fall nur passiv mitlaufen; Andererseits können die Räder von ihren integrierten, eigenen Motoren <sup>1</sup> angetrieben werden und anschließend die Drehbewegung auf die Rollen übertragen. Somit kann in beiden Fällen eine Fahrt mit einer bestimmten Geschwindigkeit simuliert werden. Das Motormoment wird mit Hilfe von zwei parallel laufenden Keilriemen auf die hintere Rolle übertragen und weiter über einen Zahnriemen von der hinteren Rolle auf die vordere Rolle gegeben, siehe Abbildung 3.2, [Val10]. Diese erste Variante wird zum Beispiel zur Untersuchung der Lateraldynamik bevorzugt, da beim Antrieb durch die Rollen, geringere Schlupfwerte zwischen Rad und Schiene entstehen.

Um eine realitätsnahe Nachbildung der Längsbewegung eines Zuges zu ermöglichen, werden die Räder angetrieben und das Kraftschlusspotential, durch eine möglichst auf dem Massenzentrum des Fahrwerks angebrachte Auflast von 20 kg, erhöht. Zentrale Komponenten

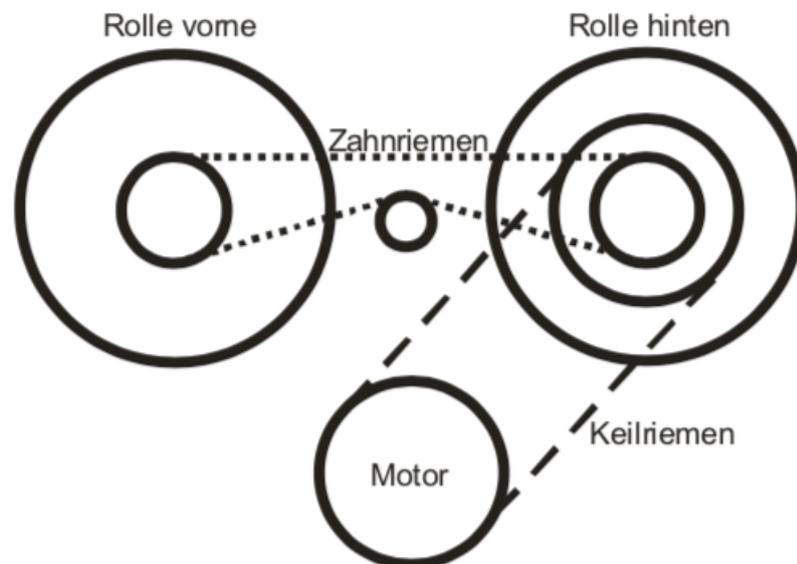


Abbildung 3.2: Antrieb für die Rolle [Val10]

<sup>1</sup>Einzelradmotoren: Die Räder sind gleichzeitig Antriebsaggregate und Aktuatoren.

des Fahrwerks sind die geregelt angetriebenen Einzelräder und der dazugehörige Radträger. Abbildung 3.3 zeigt das fertig gebaute Versuchsfahrwerk.



**Abbildung 3.3:** NGT Versuchsfahrwerk mit einem kartesischen Koordinatensystem [Val10]

Ein Radträger verbindet je zwei Radmodule miteinander. Mit Hilfe einer Lemniskatenlenkung wird das Fahrwerk, das auf den Rollen fährt, in Längsrichtung festgehalten, sodass zwischen Rad und Rolle immer ein Kontakt besteht. Zudem kann sich das Fahrwerk sowohl entlang seiner Querrichtung ( $y$ -Richtung) bewegen als auch um seine  $z$ -Achse (Gierwinkel  $\psi$ ) drehen. Diese beiden Bewegungen werden jedoch durch Anschläge begrenzt, um ein Ausbrechen des Fahrwerks aus dem Spurkanal zu verhindern. Darüber hinaus kann sich das Fahrwerk minimal in  $z$ -Richtung bewegen sowie Rollen<sup>2</sup> (Rollwinkel  $\alpha$ ) und Nicken<sup>3</sup> (Nickwinkel  $\beta$ ) [Val10]. Nach Berücksichtigung aller Zwangsbedingungen sind in Tabelle 3.1 alle möglichen Freiheitsgrade der wichtigsten Komponenten des NGT Versuchsfahrwerks inklusiv der Rolle zusammengefasst.

	Rad	Radträger	Rahmen	Rolle
translatorisch	-	-	$y, z$	-
rotatorisch	$\beta$	$\alpha, \beta, \psi$	$\alpha, \beta, \psi$	$\beta$

**Tabelle 3.1:** Freiheitsgrade des NGT Versuchsfahrwerks inklusiv der Rolle nach der Berücksichtigung aller Zwangsbedingungen

Ein Radmodul besteht aus einem Motor, einem Drehgeber, einem KMS<sup>4</sup>, einem Radreifen, einem Radträger<sup>5</sup> und abschließend einem Lager, siehe Abbildung 3.4. Der Drehgeber dient als Messwertaufnehmer für die Winkelgeschwindigkeit des Rades. Es handelt sich um einen absoluten Drehgeber, dies bedeutet, dass nach dem Einschalten der Positionswert sofort zur Verfügung steht. Der Kraftmomentensensor misst die Kräfte und Momente in

<sup>2</sup>Drehung um seine  $x$ -Achse

<sup>3</sup>Drehung um seine  $y$ -Achse

<sup>4</sup>Kraftmomentensensor

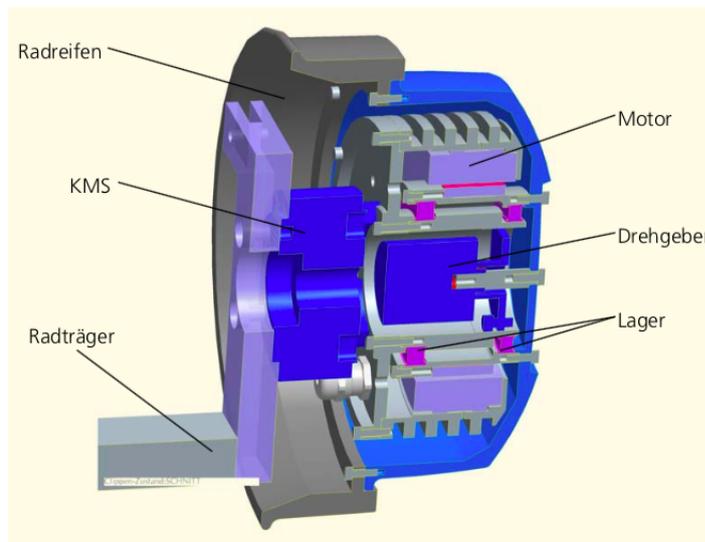
<sup>5</sup>Hier ist nur der Teil des Radträgers zur Befestigung des Rades gemeint.

**Messgrößen:**

- Winkelgeschwindigkeit der Räder
- Winkelgeschwindigkeit der Rolle
- Gierwinkelgeschwindigkeit der Radträger
- Normalkraft an den Rädern
- Motorstrom der Räder

**Tabelle 3.2:** Liste der für die Beobachter relevanten Messgrößen des NGT Versuchsfahrwerks

allen drei Koordinatenachsen. Dazu werden acht in einer Ebene applizierte Folien-DMS<sup>6</sup> verwendet [Val10]. Die in der realen Anwendung nicht messbaren Tangentialkräfte werden ebenso vom Kraftmomentensensor erfasst. Die Messung der Tangentialkraft bleibt somit eine Besonderheit des Prüfstandes. Damit ist es möglich, die im Rahmen dieser Masterarbeit entworfenen Beobachter, mit echten Prüfstanddaten zu evaluieren. Die Winkelgeschwindigkeit der Rolle wird ebenfalls mit einem Drehgeber erfasst und die Gierwinkelgeschwindigkeit der Radträger mit Hilfe von inertialen Messeinheiten (IMU). Eine Auflistung aller für die Beobachter relevanten Messgrößen des NGT Versuchsfahrwerks sind Tabelle 3.2 zu entnehmen.



**Abbildung 3.4:** Radmodul [Val10].

---

<sup>6</sup>Dehnungsmessstreifen

## 3.2 Systemidentifikation

### 3.2.1 Einführung

Die Beschreibung mechatronischer Systeme durch dynamische Modelle spielt bei verschiedenen Ingenieuraufgaben eine wichtige Rolle. Oft lässt sich die Dynamik mechatronischer Systeme mittels physikalischer Gesetze modellieren.

Um eine möglichst genaue Beschreibung der Längsdynamik des Fahrwerks mit Hilfe der ingenieurwissenschaftlichen Gesetze (z. B. Drallsatz<sup>7</sup>) zu erreichen, ist es erforderlich alle möglichen Systemeingänge zu identifizieren. So werden die Systemunsicherheiten deutlich minimiert und die nicht messbaren Größen werden gut eingeschätzt. Allerdings wird die Modellierung unbekannter, dynamischer Effekte wegen ihrer Schwierigkeit und Komplexität meist separat betrachtet.

Aus unregelmäßigen Testfahrten<sup>8</sup> des Versuchsfahrwerks auf dem Rollprüfstand hat sich ergeben, dass das Fahrwerk nach dem Erreichen einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit bei gleichbleibendem Motorstrom nicht mehr weiter beschleunigt. Mögliche Ursachen für dieses Systemverhalten sind auf die Rollwiderstände<sup>9</sup> der Räder zurückzuführen sowie auf den Einfluss der Rolle auf die Räder, die die Drehbewegung der Körper gegeneinander erschweren. In Abbildung 3.5 ist das Systemverhalten des Fahrwerks im unregelmäßigen Fall über die gesamte Messdauer von 120 Sekunden zu sehen. Die Räder<sup>10</sup> werden ab dem Zeitpunkt von ungefähr fünf Sekunden mit einem Motorstrom von 0.8 A angetrieben<sup>11</sup> und fangen alle mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit an sich zu drehen. Sie übertragen anschließend die Drehbewegung auf die Rolle. Es wird kenntlich, dass die Winkelgeschwindigkeit der Räder größer als die der Rolle ist, da die Räder einen kleineren Radius gegenüber der Rolle haben (0.1 m für das Rad und 0.18 m für die Rolle). Außerdem ist eine Drehung der Rolle erst nach einem späteren Zeitpunkt bemerkbar. Somit ergibt sich zwischen Rad und Rolle eine kleine Verzögerung. Dieses Verhalten ist in Abbildung 3.6 zu sehen.

Aufgrund der Konizität der Räder und der Drehzahlkopplung entsteht bei konventionellen Fahrzeugen ein natürlicher Sinuslauf, der maßgeblich zuständig für die Selbstzentrierung bei Rad/Schiene-Systemen ist. Dieser Vorteil der Selbstzentrierung bei konventionellen Zügen entfällt allerdings bei höheren Geschwindigkeiten am NGT Konzept, da dieses ein mechatronisches Fahrwerk mit Einzelrädern besitzt. Dabei werden die Räder geregelt, einzeln angetrieben und die Laufstabilität stattdessen durch eine aktive Fahrwerksregelung gewährleistet. Die Einzelradmotoren sind somit nicht nur für die Längsbewegung zuständig, sondern haben auch die Aufgabe, die Lateralbewegung des Fahrwerks zu stabilisieren. Diese Stabilisierungseigenschaft mittels der aktiven Fahrwerksregelung ist auch im Zeitpunkt von Null bis ungefähr vier Sekunden gut zu erkennen. Das Fahrwerk wird vor seiner

<sup>7</sup>Drehung des Körpers aufgrund vorgegebener Momente.

<sup>8</sup>Das heißt, dass keine Vorgabe für die Längsgeschwindigkeit einzuhalten war.

<sup>9</sup>Oft als Reibmoment bekannt.

<sup>10</sup>*vl*: vorne links; *vr*: vorne rechts; *hl*: hinten links; *hr*: hinten rechts.

<sup>11</sup>Dieser Motorstrom ist nur für die Längsbewegung des Fahrwerks zuständig.

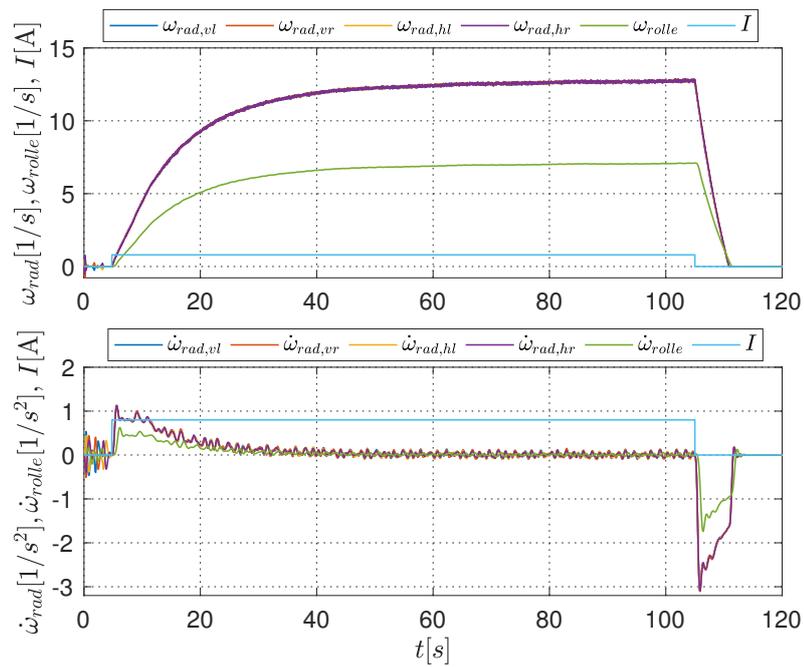


Abbildung 3.5: Systemverhalten des Fahrwerks im unregulierten Fall. Winkelgeschwindigkeit (oben) und Winkelbeschleunigung (unten)

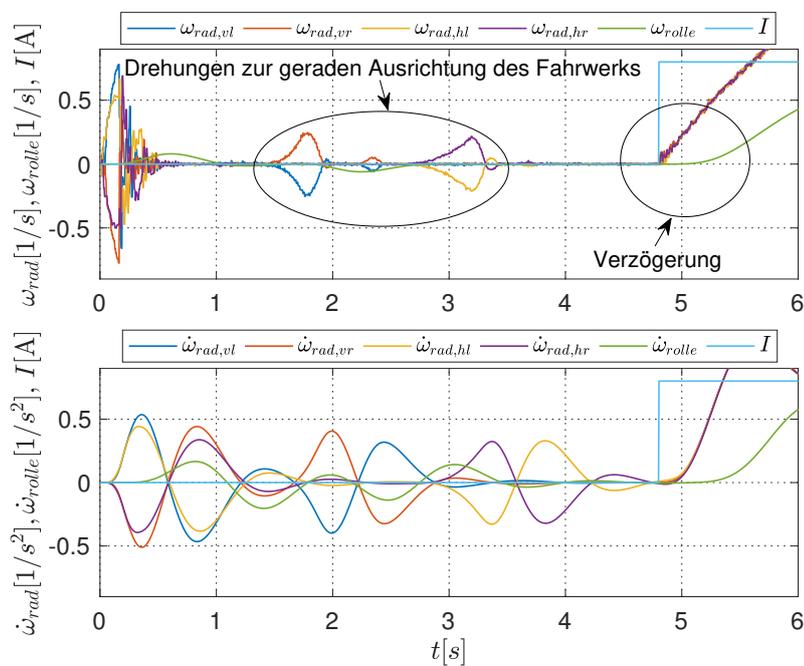


Abbildung 3.6: Gerade Ausrichtung des Fahrwerks und Drehverzögerung zwischen Rad und Rolle

Längsbeschleunigung durch ein zusätzliches Drehmoment zunächst im Spurkanal gerade ausgerichtet, siehe Abbildung 3.6 und beschleunigt dann ab 4.8 Sekunden bis zu einem maximalen Beschleunigungswert von  $1.12 \text{ s}^{-2}$ . Nach dem Maximum nimmt die Beschleunigung stark ab und erreicht sogar den Null-Wert, obwohl ein konstanter Strom an den Fahrwerksrädern weitergeführt wird, siehe Abbildung 3.5 (unten). Ab diesem Zeitpunkt drehen sich die Räder mit einer konstanten Geschwindigkeit. Nach etwa 105 Sekunden wird die Stromzufuhr abgeschaltet und die Winkelgeschwindigkeit nimmt schnell ab. In einem idealen störungsfreien System sollte diese jedoch konstant bleiben. In dieser Phase ist die Beschleunigung negativ<sup>12</sup> und die Räder werden abgebremst. Dieser Vorgang weist auf einen drehzahlabhängigen Rollwiderstand hin. Im System wirkt ab 110.9 Sekunden weiterhin ein Rollwiderstand, obwohl die Winkelgeschwindigkeit der Räder gleich Null ist, siehe Abbildung 3.7. Dieser überlagerte Rollwiderstand ist vermutlich auf die Drehbewegung der Rolle zurückzuführen, da ihre Winkelgeschwindigkeit den Null-Wert noch nicht erreicht hat.

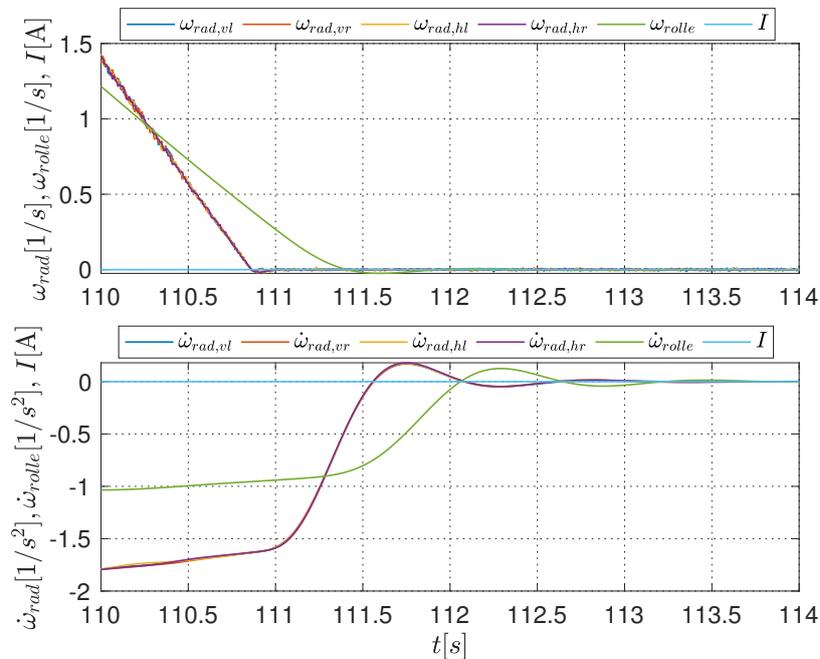


Abbildung 3.7: Überlagerter Rollwiderstand

Aufgrund der Komplexität des Antriebs für die Rolle, siehe Abbildung 3.2, ist eine komplette Isolierung der Rolle nur schwer zu realisieren. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Masterarbeit nur auf die auftretenden Rollwiderstände in allen vier Rädern eingegangen und auf die der Rolle verzichtet. Weiterhin genügt es, nur die physikalische Auswirkung der Drehbewegung der Rolle auf die Räder zu identifizieren.

<sup>12</sup>Eine Beschleunigung kann in der Realität nicht negativ werden. Das Vorzeichen ist nur zur Deutung eines Bremsvorgangs.

### 3.2.2 Identifikation der Rollwiderstandsmomente der Räder

Um den Einfluss der Rolle auf die Räder während der Identifikation ihrer Rollwiderstände zu verhindern, wird das Fahrwerk frei aufgehängt, sodass kein Kontakt zwischen Rad und Rolle besteht. In diesem Fall entfällt der überlagerte Rollwiderstand. Es wird deshalb angenommen, dass der Rollwiderstand  $M_w$  einzelner Fahrwerksräder von ihrer jeweiligen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{rad}$  abhängt. Des Weiteren wird den Rädern ein konstanter Strom zugeführt. Es wird angenommen, dass die Motoren die Stromvorgabe ideal in ein proportionales Drehmoment mit einer Motorkonstante von  $k_M$ <sup>13</sup> umsetzen. Weiterhin wird nach einer definierten Zeit die Stromzufuhr abgeschaltet und das Systemverhalten beobachtet. Wenn die Rollwiderstände die Drehbewegung der Räder tatsächlich beeinflussen, wird ein ähnlicher Verlauf wie in Abbildung 3.5 erwartet.

Ist die Stromzufuhr komplett ausgeschaltet, bleiben die inneren Widerstände als einzige, unbekannte Effekte im System. Diese entstehen aufgrund einer relativen Drehbewegung zwischen Rad und Lager. Fällt unter diesen Bedingungen die Winkelgeschwindigkeit der Räder ab, ist dies nur auf die inneren Widerstände zurückzuführen, da das System als komplett isoliert betrachtet wird. Somit ist dieser Bereich signifikant für die Identifikation der Rollwiderstände.

Mittels des Drallsatzes erfolgt die physikalische Modellierung des frei aufgehängten Fahrwerks.

$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = \sum Moment = M_{rad} - M_w \quad (3.1)$$

Ist der Motorstrom ausgeschaltet, gilt  $M_{rad} = 0$ . Es bleibt somit nur der Rollwiderstand übrig.

$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = -M_w \quad (3.2)$$

Daraus kann der Rollwiderstand identifiziert werden, solange die linke Seite von Gleichung (3.2) nicht gleich Null wird. In Abbildung 3.8 ist der Winkelgeschwindigkeitsverlauf des frei aufgehängten Fahrwerks zu sehen. Wie erwartet steigen die Winkelgeschwindigkeiten der Räder an, wenn der Strom zugeführt wird und klingen schnell ab, sobald der Strom ausgeschaltet ist. Die Räder drehen sich unterschiedlich schnell und weisen somit auf unterschiedliche Rollwiderstände hin. Mit Gleichung (3.2) können die Rollwiderstände berechnet werden.

$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} = -M_{w,i} \quad i = vl, vr, hl, hr \quad (3.3)$$

Das Trägheitsmoment des Rades beträgt  $J_{rad} = 0.0269 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Nach der Auswertung dieser Gleichung ist in Abbildung 3.9 der Rollwiderstandsverlauf in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit dargestellt. Diese Verläufe verdeutlichen, dass zwischen Rollwiderstand

<sup>13</sup>Das Motormoment ist gleich der Motorkonstante  $k_M$  multipliziert mit dem Motorstrom  $I$ .

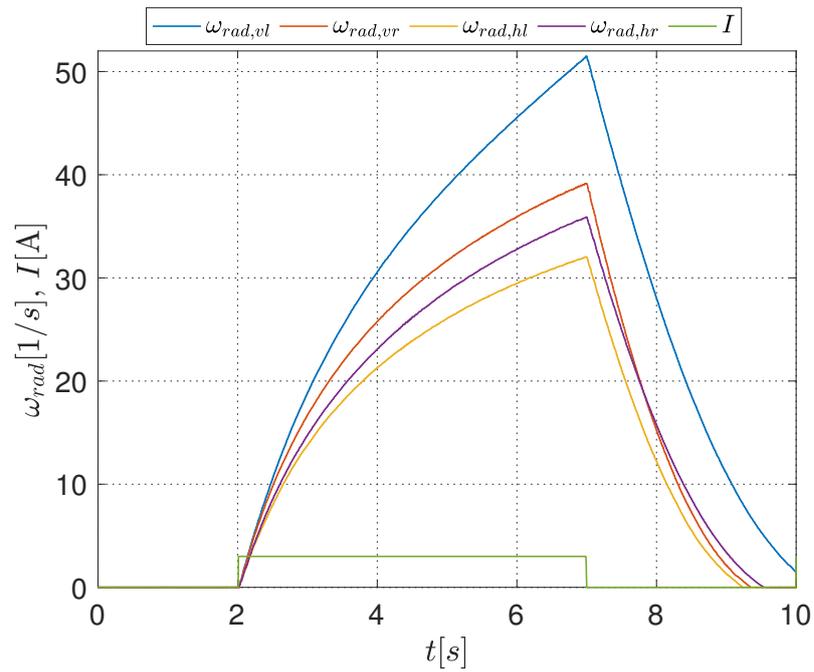


Abbildung 3.8: Winkelgeschwindigkeitsverlauf des freien aufgehängten Fahrwerks

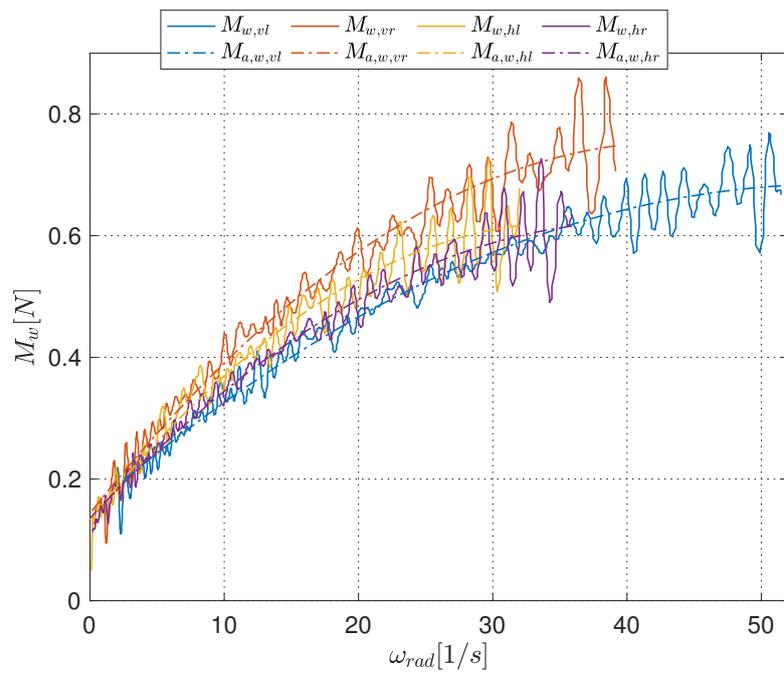


Abbildung 3.9: Approximation der Rollwiderstände  $M_{a,w}$  der Räder

und Winkelgeschwindigkeit näherungsweise ein quadratischer Zusammenhang besteht. Es wird deshalb für den Rollwiderstand ein quadratischer Ansatz gewählt. Die Approximation erfolgt mit dem *MATLAB Basic Fitting tool*<sup>14</sup>[MAT18]:

$$M_{w,vl} = -0.00017406\omega_{rad,vl}^2 + 0.019285\omega_{rad,vl} + 0.15049 \quad (3.4)$$

$$M_{w,vr} = -0.00031779\omega_{rad,vr}^2 + 0.027867\omega_{rad,vr} + 0.14367 \quad (3.5)$$

$$M_{w,hl} = -0.00038372\omega_{rad,hl}^2 + 0.027363\omega_{rad,hl} + 0.13416 \quad (3.6)$$

$$M_{w,hr} = -0.0002891\omega_{rad,hr}^2 + 0.023757\omega_{rad,hr} + 0.13554 \quad (3.7)$$

Außerdem ist die Steigung des Rollwiderstands beim vorderen rechten Rad am größten und beim vorderen linken Rad am kleinsten. Allerdings steigen die Rollwiderstände der beiden hinteren Räder etwa gleich an.

### 3.2.3 Identifikation des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle

Um den Einfluss der Rolle auf die Räder zu finden, wird angenommen, dass die Rolle ein zusätzliches Drehmoment auf die Räder bewirkt, sobald sie sich dreht. Das erzeugte Drehmoment  $M_{rolle}$  wird in Abhängigkeit der Winkelbeschleunigung der Rolle und proportional zu ihrem Trägheitsmoment  $J_{rolle}$  wie folgt definiert:

$$M_{rolle} = J_{rolle}\dot{\omega}_{rolle} \quad (3.8)$$

Hierzu ist die Kenntnis des Trägheitsmoments der Rolle erforderlich. Für diese Größe existieren am NGT Prüfstand allerdings keine technischen Daten. Man könnte jedoch versuchen, die Rolle zu isolieren und diese dann mit Hilfe des Motors anzutreiben. Aus der Drehbewegung der Rolle und bei Kenntnis des entsprechenden Motorstromverlaufs wäre es möglich, das Trägheitsmoment dieser zu identifizieren. Aufgrund des komplexen Aufbaus des Antriebs der Rolle ist jedoch eine Isolierung der Rolle nur sehr schwer umsetzbar, siehe Abbildung 3.2. Weiterhin erfolgt der Antrieb der Rolle am NGT Prüfstand nicht durch die Vorgabe eines Motorstromwerts, sondern durch die Vorgabe einer gewünschten Geschwindigkeit. Während der Drehung der Rolle kann darüber hinaus der notwendige Motorstrom zum Antrieb nicht gemessen werden. All dies erschwert die Identifikation des Trägheitsmoments der Rolle. Um die Tangentialkräfte zu rekonstruieren, genügt es nur die physikalische Auswirkung der Drehbewegung der Rolle auf die Räder zu kennen. Aus diesem Grund wird hier ein äquivalentes Trägheitsmoment der Rolle  $J_{rolle,eq}$  identifiziert. Das äquivalente Trägheitsmoment ist ein Maß für das gesamte Trägheitsmoment beim Antrieb der Rolle und umfasst somit das Trägheitsmoment der Rolle, das von Zahn- und Keilriemen und anschließend das vom Motor, siehe Abbildung 3.2.

Das Systemverhalten des Fahrwerks im unregelmäßigen Fall zeigt, dass die Winkelbeschleunigung des Fahrwerks bei gleichbleibendem Motorstrom schnell abklingt, siehe Abbildung 3.5

<sup>14</sup>*MATLAB Basic Fitting tool* ist ein Tool zur Bearbeitung von Daten. Daten können z. B. interpoliert, extrapoliert oder angepasst werden.

(unten). Dieses Verhalten des Abklingens weist möglicherweise auf einen starken Einfluss der Rolle auf die Räder hin, der dazu tendiert, die Drehbeschleunigung der Räder zu beeinflussen und ist somit signifikant für die Identifikation des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle. Für die Identifikation von  $J_{rolle,eq}$  wird ein Modell benötigt. Es ergibt sich aus dem Drallsatz pro Rad das folgende Modell

$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} = M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} + J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle} \quad (3.9)$$

Dabei bezeichnet  $J_{rolle,eq,h}$  die Hälfte des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle, da beide Räder eines Radträgers zusammen das aus dem Trägheitsmoment der Rolle entstehende Drehmoment überwinden müssen, bevor sie sich drehen können. Des Weiteren werden die vom Kraftmomentensensor gemessenen Tangentialkräfte eingesetzt, sodass die Gleichung (3.9) nur noch eine Unbekannte enthält. Da beide Rollen mit jeweils zwei Rädern in Kontakt sind, muss jede Rolle das Drehmoment  $J_{rad}\dot{\omega}_{rad}$  der beiden Räder zusammen überwinden, um sich drehen zu können. Aus diesem Grund wird pro Rolle ein neues System gebildet, das aus einem Rad statt zwei Rädern besteht. Dazu werden beide Räder des vorderen und hinteren Radträgers jeweils zusammen addiert und als ein System betrachtet. Wertet man Gleichung (3.9) für den vorderen und hinteren Radträger aus, ergeben sich die folgenden Bewegungsgleichungen

#### Vorderer Radträger

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,vl} &= M_{rad,vl} - F_{x,vl}r_{rad} + J_{rolle,eq,vorne,h}\dot{\omega}_{rolle} \\ J_{rad}\dot{\omega}_{rad,vr} &= M_{rad,vr} - F_{x,vr}r_{rad} + J_{rolle,eq,vorne,h}\dot{\omega}_{rolle} \end{aligned} \quad (3.10)$$

#### Hinterer Radträger

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,hl} &= M_{rad,hl} - F_{x,hl}r_{rad} + J_{rolle,eq,hinten,h}\dot{\omega}_{rolle} \\ J_{rad}\dot{\omega}_{rad,hr} &= M_{rad,hr} - F_{x,hr}r_{rad} + J_{rolle,eq,hinten,h}\dot{\omega}_{rolle} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Addiert man die Bewegungsgleichungen des vorderen Radträgers bzw. des hinteren Radträgers, ist das neue System unter der Tatsache, dass alle Räder die gleiche Winkelgeschwindigkeit aufweisen, definiert als

#### Vorderer Radträger

$$2J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = (M_{rad,vl} + M_{rad,vr}) - (F_{x,vl}r_{rad} + F_{x,vr}r_{rad}) + J_{rolle,eq,vorne}\dot{\omega}_{rolle} \quad (3.12)$$

#### Hinterer Radträger

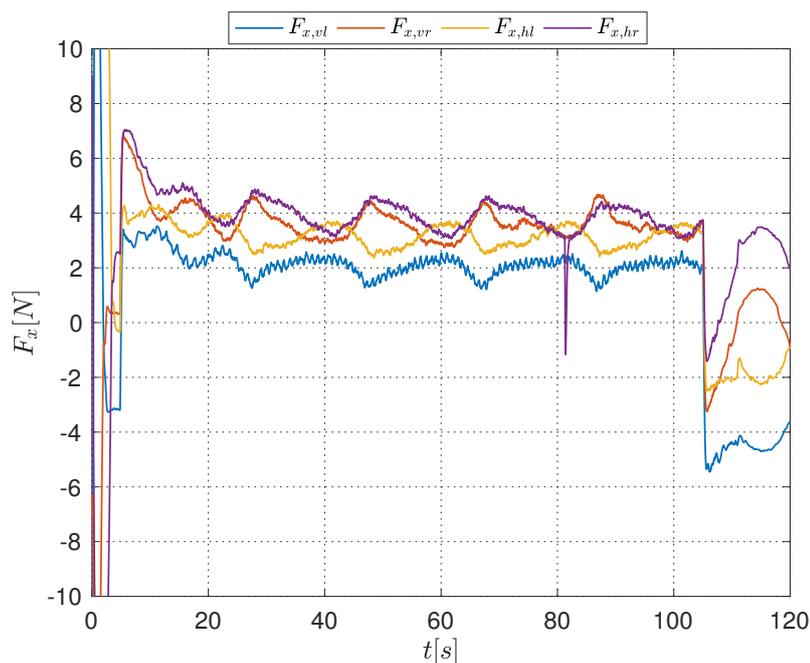
$$2J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = (M_{rad,hl} + M_{rad,hr}) - (F_{x,hl}r_{rad} + F_{x,hr}r_{rad}) + J_{rolle,eq,hinten}\dot{\omega}_{rolle} \quad (3.13)$$

Eine Umstellung der Gleichung 3.12 und 3.13 nach  $J_{rolle,eq,vorne}$  und  $J_{rolle,eq,hinten}$  liefert

$$J_{rolle,eq,vorne} = \frac{1}{\dot{\omega}_{rolle}} [2J_{rad}\dot{\omega}_{rad} - (M_{rad,vl} + M_{rad,vr}) + (F_{x,vl}r_{rad} + F_{x,vr}r_{rad})] \quad (3.14)$$

$$J_{rolle,eq,hinten} = \frac{1}{\dot{\omega}_{rolle}} [2J_{rad}\dot{\omega}_{rad} - (M_{rad,hl} + M_{rad,hr}) + (F_{x,hl}r_{rad} + F_{x,hr}r_{rad})] \quad (3.15)$$

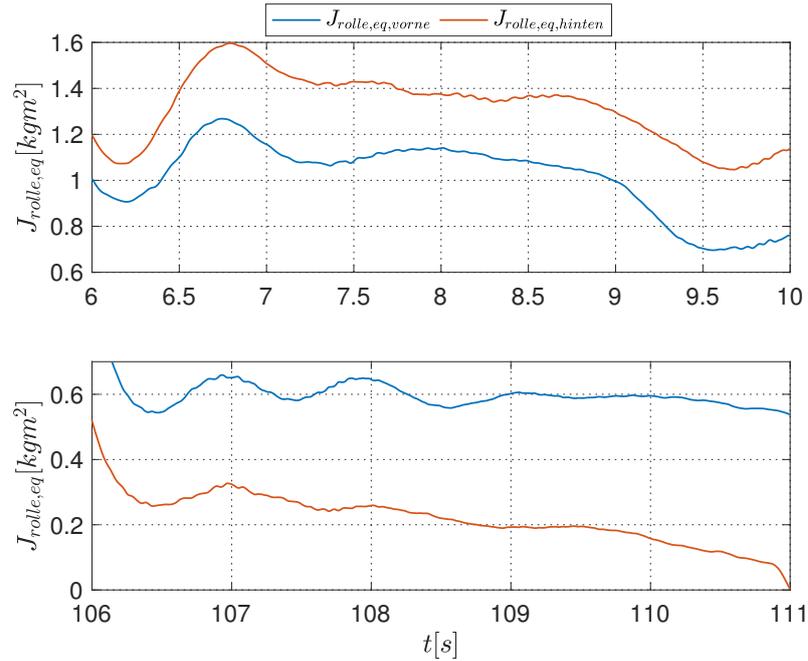
Der Verlauf der gemessenen Tangentialkräfte für den unregelmäßigen Fahrversuch ist in Abbildung 3.10 dargestellt. Die Kräfte sind nach etwa 40 Sekunden im Mittel konstant. Ab



**Abbildung 3.10:** Gemessene Kräfte für den unregelmäßigen Fahrversuch

diesem Zeitpunkt ist die Winkelbeschleunigung gleich Null, siehe Abbildung 3.5 (unten). Die Räder drehen sich mit einer konstanten Geschwindigkeit.

Die Auswertung der Gleichung (3.14) und (3.15) ergibt den Verlauf von  $J_{rolle,eq,vorne}$  und  $J_{rolle,eq,hinten}$ . In manchen Bereichen ist das äquivalente Trägheitsmoment unendlich groß. Das liegt daran, dass die Winkelbeschleunigung der Rolle  $\dot{\omega}_{rolle}$  für diesen Zeitpunkt gleich Null ist. Interessant in diesem Verlauf sind nur die Bereiche, bei denen im Mittel ein nahezu konstanter Verlauf besteht, siehe Abbildung 3.11. Bei diesen Bereichen fängt der Beschleunigungs- bzw. Bremsvorgang an. Insgesamt gibt es zwei solcher Bereiche. Ein erster Bereich im Zeitraum von circa sechs bis zehn Sekunden und ein weiterer von 106 bis 111 Sekunden, wobei beide unterschiedliche Werte von  $J_{rolle,eq}$  liefern. Um jedoch einen konstanten Wert für  $J_{rolle,eq}$  anzugeben, wird der Mittelwert zwischen beiden Bereichen gebildet. Darüber hinaus ist der Verlauf der äquivalenten Trägheitsmomente für den vorderen und hinteren Radträger unterschiedlich. Vermutlich ist dies auf die Präsenz der Zahn- und Keilriemen und des Motors zurückzuführen. Wertet man den Mittelwert



**Abbildung 3.11:** Verlauf des äquivalenten Trägheitsmoments

jeweils für den vorderen und hinteren Radträger aus den beiden in Abbildung 3.11 dargestellten Zeitbereichen aus, ergeben sich Werte von  $J_{rolle,eq,vorne,mittel} \approx 0,7\text{kg}\cdot\text{m}^2$  und  $J_{rolle,eq,hinten,mittel} \approx 0,7\text{kg}\cdot\text{m}^2$ .

### 3.3 Sensorkonfigurationen und Bewegungsgleichungen

Im folgenden Abschnitt werden die möglichen Sensorkonfigurationen vorgestellt und mittels des Drallsatzes die zugehörigen Bewegungsgleichungen hergeleitet.

Oftmals ist es in der realen Anwendung nicht möglich, alle dynamischen Effekte zu modellieren. Deshalb bildet die in den Ingenieurwissenschaften hergeleitete Dynamik ein allgemein mathematisches Modell. Dies soll möglichst einfach sein und gleichzeitig das funktionelle Verhalten des realen Systems nachbilden. Auf dieser Basis wird zur Vereinfachung der Bewegungsgleichungen der Längsdynamik des NGT Versuchsfahrwerks der Einfluss des Quer- und Bohrschlupfes nicht weiter berücksichtigt, da deren Werte als gering angenommen werden.

In Tabelle 3.2 wurden die für die Beobachter relevanten Messgrößen des NGT Versuchsfahrwerks aufgelistet. Aufbauend auf diesen Messgrößen haben sich drei sinnvolle Sensorkonfigurationen ergeben, siehe Tabelle 3.3. Um den Einfluss des Rollwiderstands  $M_w$  auf die Tangentialkraft  $F_x$  zu bewerten, werden von jeder Sensorkonfiguration zwei Varianten modelliert, von denen eine den Rollwiderstand betrachtet und die andere ihn vernachlässigt. Weiterhin wird in der Realität die Fahrgeschwindigkeit, hier die Winkelgeschwindigkeit der Rolle, oft nicht genau ermittelt. Deshalb ist der Stand der Technik, die Fahrgeschwindigkeit

Sensorkonfiguration	Messgröße
Sensorkonfiguration 1:	Winkelgeschwindigkeit der Räder $\omega_{rad}$
Sensorkonfiguration 2:	Winkelgeschwindigkeit der Räder $\omega_{rad}$ und Gierwinkelgeschwindigkeit der Radträger $\omega_{gier}$
Sensorkonfiguration 3:	Winkelgeschwindigkeit der Räder $\omega_{rad}$ und der Rolle $\omega_{rolle}$

**Tabelle 3.3:** Ausgewählte Sensorkonfigurationen

rechnerisch als sogenannte Referenzgeschwindigkeit nachzubilden [St0]. Aus diesem Grund werden sowohl für die erste als auch für die zweite Sensorkonfiguration Fälle betrachtet, bei der die Fahrgeschwindigkeit des Zuges, hier die Winkelgeschwindigkeit der Rolle, als unbekannt angenommen wird. Ziel ist es herauszufinden, ob eine Schätzung der Tangentialkraft ohne Berücksichtigung der Winkelgeschwindigkeit der Rolle möglich ist. Ist die Winkelgeschwindigkeit der Rolle unbekannt, kann die Methode von Polach zur Modellierung der Dynamik der Tangentialkraft nicht angewendet werden. Als Alternative dazu wird die zeitliche Änderung der Tangentialkraft gleich Null gesetzt, wie es beim Beobachterentwurf mit unbekannter Dynamik, hier die Tangentialkraft, meist der Fall ist. Daraus ergeben sich für jede Sensorkonfiguration insgesamt vier Fälle, siehe Tabelle 3.4 Beim ersten Fall

	$M_w$	$\dot{F}_x$
Fall 1	$= 0$	$= 0$
Fall 2	$\neq 0$	$= 0$
Fall 3	$= 0$	$\neq 0$
Fall 4	$\neq 0$	$\neq 0$

**Tabelle 3.4:** Modellierungsfälle für die Sensorkonfigurationen

wird der Rollwiderstand nicht berücksichtigt und die zeitliche Änderung der Tangentialkraft gleich Null gesetzt. Im zweiten Fall wird der Rollwiderstand berücksichtigt, aber die zeitliche Änderung der Tangentialkraft wieder gleich Null gesetzt. Weiter wird im dritten Fall noch einmal der Rollwiderstand vernachlässigt, jedoch die Methode von Polach zur Schätzung der Tangentialkraft verwendet. Letztendlich wird im vierten Fall sowohl der Rollwiderstand in der Bewegungsgleichung einbezogen, als auch die Methode von Polach eingesetzt.

In Abbildung 3.12 sind die Systemdefinitionen für die drei Sensorkonfigurationen zu sehen.

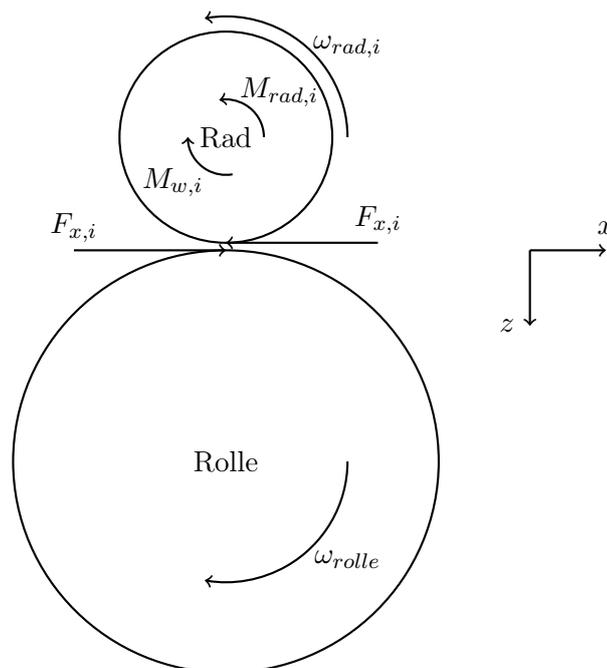


(a) Systemdefinition der ersten und dritten Sensor- (b) Systemdefinition der zweiten Sensorkonfiguration konfiguration

**Abbildung 3.12:** Systemdefinitionen der ausgewählten Sensorkonfigurationen

Bei der ersten Sensorkonfiguration werden die Räder einzeln modelliert. Diese Sensor-konfiguration entspricht somit einem Viertelfahrzeug, siehe Abbildung 3.12 (a). Mittels des Drallsatzes und der oben genannten Annahmen (Vernachlässigung des Quer- und Bohrschlupfes) lassen sich die dazugehörigen Bewegungsgleichungen der Fahrwerksräder herleiten.

**Sensorkonfiguration 1 (Messgröße  $\omega_{rad,i}$ )**



**Abbildung 3.13:** Freischnitt der ersten Sensorkonfiguration

$$\begin{aligned}
 \textbf{Fall 1: } M_{w,i} = 0 \textbf{ und } \dot{F}_{x,i} &= 0 \\
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} \\
 \dot{F}_{x,i} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
 \textbf{Fall 2: } M_{w,i} \neq 0 \textbf{ und } \dot{F}_{x,i} &= 0 \\
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} - M_{w,i} \\
 \dot{F}_{x,i} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

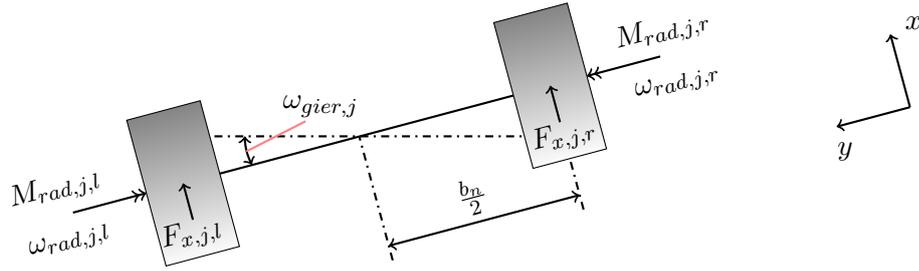
$$\begin{aligned}
 \textbf{Fall 3: } M_{w,i} = 0 \textbf{ und } \dot{F}_{x,i} &\neq 0 \\
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} \\
 \dot{F}_{x,i} &= \dot{F}_{x,polach,i}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
 \textbf{Fall 4: } M_{w,i} \neq 0 \textbf{ und } \dot{F}_{x,i} &\neq 0 \\
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} - M_{w,i} \\
 \dot{F}_{x,i} &= \dot{F}_{x,polach,i}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Die Kraft  $F_{x,polach,i}$  lässt sich nach der Methode von Polach berechnen

$$\begin{aligned}
 F_{x,polach,i} &= \frac{2Q_{n,i}\mu_i}{\pi} \left( \frac{k_A \varepsilon_{xR,i}}{1 + (k_A \varepsilon_{xR,i})^2} + \arctan(k_S \varepsilon_{xR,i}) \right) \\
 \mu_i &= \mu_0 [(1 - A_\mu) \exp(-B_a w_{s,i}) + A_\mu] \\
 \varepsilon_{xR,i} &= \frac{1}{4} \frac{G\pi abkc_{11}}{Q_{n,i}\mu_i} s_{x,i} \\
 w_{s,i} &= \omega_{rad,i}r_{rad} - \omega_{rolle}r_{rolle} \\
 s_{x,i} &= \frac{w_{s,i}}{\omega_{rolle}r_{rolle}} \\
 k &= \frac{k_A + k_S}{2}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Im Gegensatz zur ersten Sensorkonfiguration wird in der zweiten Sensorkonfiguration zusätzlich die Gierbewegung des Radträgers betrachtet. So kann geprüft werden, ob die Lateralbewegung die Tangentialkraft beeinflusst. Diese Sensorkonfiguration entspricht einem Halbfahrzeug, siehe Abbildung 3.12 (b). Der Drallsatz, angewendet mit der Annahme, dass die Rollwiderstände hier gleich Null sind,  $M_{w,j,l} = 0$  und  $M_{w,j,r} = 0$ , ergibt die folgend aufgeführten Bewegungsgleichungen.

**Sensorkonfiguration 2 (Messgröße  $\omega_{rad,j,l}$ ,  $\omega_{rad,j,r}$  und  $\omega_{gier,j}$ )**

**Abbildung 3.14:** Freischnitt der zweiten Sensorkonfiguration

$$\begin{aligned}
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,j,l} &= M_{rad,j,l} - F_{x,j,l}r_{rad} \\
 J_{rad}\dot{\omega}_{rad,j,r} &= M_{rad,j,r} - F_{x,j,r}r_{rad} \\
 J_{gier}\dot{\omega}_{gier,j} &= F_{x,j,l}\frac{b_n}{2} - F_{x,j,r}\frac{b_n}{2}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

wobei  $j$  = vorne, hinten;  $l$ : links;  $r$ : rechts

Dabei ist  $b_n$  die nominale Spurweite. In den ersten beiden Bewegungsgleichungen der Gleichung 3.21 sind die Tangentialkräfte entkoppelt, das heißt, dass die Tangentialkräfte unabhängig voneinander, wie in der ersten Sensorkonfiguration, geschätzt werden. Die Berücksichtigung der Gierbewegung des Radträgers in der dritten Bewegungsgleichung würde somit keinen Einfluss mehr auf die Tangentialkräfte bewirken, da diese vorher schon geschätzt wurden. Um den Einfluss der Gierbewegung jedoch zu berücksichtigen ist es erforderlich das System zu koppeln, damit die Tangentialkräfte sowohl von der Winkelgeschwindigkeit des Rades als auch vom Gierwinkel des Radträgers abhängen. Dazu gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste ist eine Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen den linken und rechten Rädern  $\omega_{rad,j,l} - \omega_{rad,j,r}$  für den jeweiligen Radträger zu bilden. Die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen sind dann

$$\begin{aligned}
 J_{rad}\Delta\dot{\omega}_{rad,j} &= J_{rad}(\dot{\omega}_{rad,j,l} - \dot{\omega}_{rad,j,r}) = (M_{rad,j,l} - M_{rad,j,r}) - (F_{x,j,l}r_{rad} - F_{x,j,r}r_{rad}) \\
 J_{gier}\dot{\omega}_{gier,j} &= F_{x,j,l}\frac{b_n}{2} - F_{x,j,r}\frac{b_n}{2}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

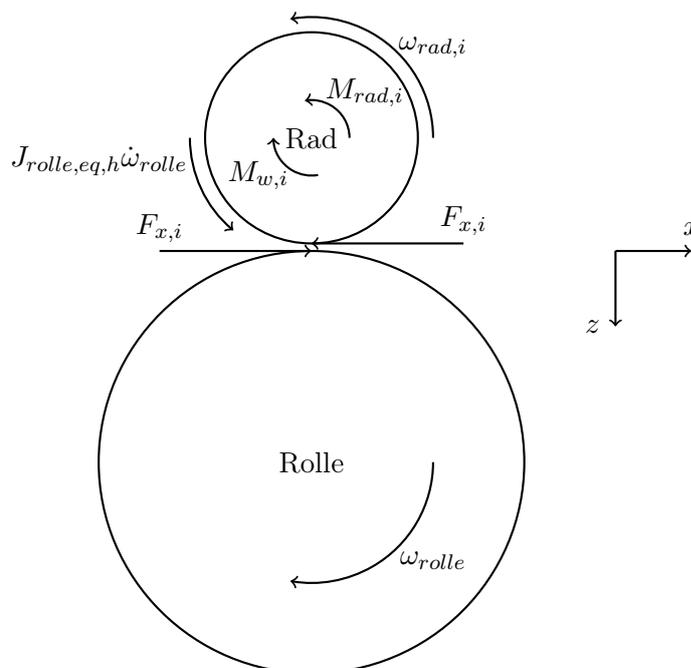
Dieser Ansatz ist jedoch unpassend, da aufgrund einer integrierten Längsgeschwindigkeitsregelung im Rahmen dieser Masterarbeit alle vier Räder ungefähr die gleiche Winkelgeschwindigkeit aufweisen. Eine Subtraktion der Winkelgeschwindigkeiten führt demnach dazu, dass die Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen den Rädern bei beiden Radträgern im gesamten System gleich Null wird. Damit ist das System nicht beobachtbar, da eine Rekonstruktion der gemessenen Winkelgeschwindigkeit der Räder in diesem Fall unmöglich ist. Dieser Ansatz ist wiederum hilfreich, wenn das Fahrwerk in einer Kurve fährt. Bei diesem Fahrmanöver drehen sich die Räder unterschiedlich schnell und das Fahrwerk wird im Spurkanal ausgerichtet. Somit ist die Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen den Rädern

ungleich Null. Da im Rahmen dieser Masterarbeit nur die Längsdynamik des Fahrwerks untersucht wird, wird dieser Ansatz nicht weiterverfolgt.

Eine Alternative ist eine Addition der Winkelgeschwindigkeit der Räder miteinander. Mit der Addition verschwindet zwar die Winkelgeschwindigkeit der Räder nicht und das System bleibt beobachtbar, aber dieser Ansatz ergibt für die Gierbewegung keinen physikalischen Sinn, denn eine Gierbewegung ist nur mit einer Differenzwinkelgeschwindigkeit verbunden. Damit ist die weitere Betrachtung der zweiten Sensorkonfiguration nicht hilfreich, da diese Sensorkonfiguration der ersten Sensorkonfiguration entspricht, wenn die Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen den Rädern gleich Null bleibt.

Abschließend wird in der dritten Sensorkonfiguration der Einfluss der Drehbewegung der Rolle auf die Räder modelliert. Das heißt, durch die Drehung der Rolle wird angenommen, dass diese ein zusätzliches Drehmoment  $J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle}$  auf die Räder bewirkt. Diese Sensorkonfiguration ist demnach ähnlich wie die erste Sensorkonfiguration aufgebaut, es wurde jedoch um ein weiteres Drehmoment erweitert und entspricht somit der Gleichung (3.9). Zudem ist anzumerken, dass eine Anpassung durch  $J_{rolle,eq}$  der Bewegungsgleichungen der dritten Sensorkonfiguration an die Längsdynamik des Fahrwerks eine Rekonstruktion der Tangentialkräfte im geregelten Fall nicht garantiert. Grund dafür ist das unterschiedliche Systemverhalten und somit der unterschiedliche Verlauf der Tangentialkräfte im ungeregelten und geregelten Fall. Allerdings kann mit dieser Anpassung die Performance des Beobachters erhöht werden, nachdem die Rolle einen starken Einfluss auf die Drehbewegung der Räder hat.

**Sensorkonfiguration 3 (Messgröße  $\omega_{rad,i}$  und  $\omega_{rolle}$ )**



**Abbildung 3.15:** Freischnitt der dritten Sensorkonfiguration

**Fall 1:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} + J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle} \\ \dot{\omega}_{rolle} &= 0 \\ \dot{F}_{x,i} &= 0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

**Fall 2:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} + J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle} - M_{w,i} \\ \dot{\omega}_{rolle} &= 0 \\ \dot{F}_{x,i} &= 0 \end{aligned} \tag{3.24}$$

**Fall 3:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} + J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle} \\ \dot{\omega}_{rolle} &= 0 \\ \dot{F}_{x,i} &= \dot{F}_{x,polach,i} \end{aligned} \tag{3.25}$$

**Fall 4:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{F}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned} J_{rad}\dot{\omega}_{rad,i} &= M_{rad,i} - F_{x,i}r_{rad} + J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle} - M_{w,i} \\ \dot{\omega}_{rolle} &= 0 \\ \dot{F}_{x,i} &= \dot{F}_{x,polach,i} \end{aligned} \tag{3.26}$$

Die Kraft  $F_{x,polach,i}$  lässt sich wie Gleichung (3.20) berechnen.



## 4 Ausgewählte Beobachteransätze

In Kapitel 3 wurden zur Schätzung der Tangentialkraft verschiedene Sensorkonfigurationen präsentiert und die zugehörigen Bewegungsgleichungen hergeleitet. Dabei wurden für jede Sensorkonfiguration vier Fälle betrachtet. Auf Basis der Bewegungsgleichungen werden im folgenden Kapitel unterschiedliche Beobachteransätze vorgestellt. Dabei werden ihre Grundfunktionalitäten und Eigenschaften erläutert.

### 4.1 Sliding-Mode-Beobachter

Der Zweck eines Beobachters besteht darin, aus der Kenntnis der Eingangs- und Ausgangsgröße eines Systems die nicht messbaren Zustände zu rekonstruieren. Außerdem sind oft die messbaren Zustände stark verrauscht, sodass diese vor der Weiterleitung (z. B. an einen Regler) oftmals in der realen Anwendung noch gefiltert werden müssen. Mit einem Beobachter ist es auch möglich, die verrauschten messbaren Zustände robust zu filtern und somit die tatsächlichen gemessenen Zustände zu rekonstruieren.

Der Sliding-Mode-Beobachter (Gleitmodusbeobachter) ist wie alle Beobachter im wesentlichen eine mathematische Nachbildung des realen Systems, der durch die Systemeingangsgrößen  $u$  zusammen mit der Differenz zwischen System- und Beobachtera Ausgangsgrößen  $e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  gesteuert wird, siehe Abbildung 4.1.

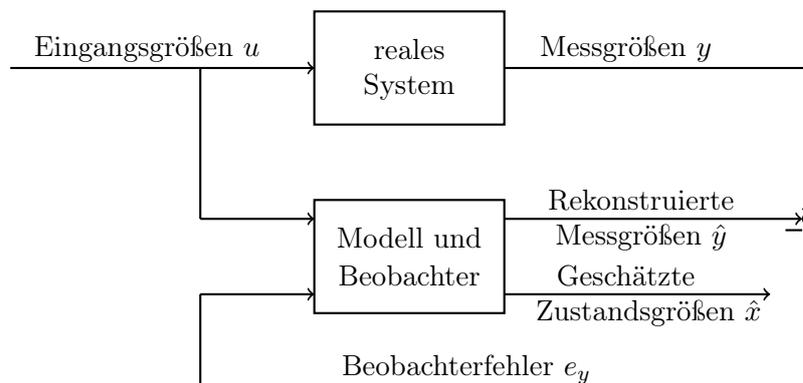


Abbildung 4.1: Funktion eines Beobachters

Bei sehr einfachen Beobachteransätzen wird die Differenz zwischen den System- und Beobachtera Ausgangsgrößen linear in den Beobachter zurückgeführt und mit einem konstanten

Faktor auf die Systemgleichungen gegeben. Bei unbekanntem Eingangssignalen oder Unsicherheiten sind solche Beobachter jedoch nicht in der Lage, den Ausgangsschätzfehler  $e_y(t)$  nahezu auf Null zu bringen. Die Beobachterzustände  $\hat{x}(t)$  konvergieren somit nicht gegen die Systemzustände  $x(t)$ .

Ein Sliding-Mode-Beobachter ist ein nichtlinearer Beobachter, der den Ausgangsschätzfehler über einen nichtlinearen Schaltterm in den Beobachter zurückführt. Er bietet damit eine effiziente Lösung für dieses Problem. Ist die Amplitude einer unbekanntem Störung bekannt, kann der Sliding-Mode-Beobachter den Ausgangsschätzfehler dazu zwingen, in endlicher Zeit gegen Null zu konvergieren, dem sogenannten Gleitzustand  $e_y(t) = 0$ . Während des Gleitens beträgt der Fehler zwischen System- und Beobachterzuständen  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  nahezu Null bzw. ist in dieser Phase der Sliding-Mode-Beobachter robust gegenüber begrenzten Störungen und Unsicherheiten. Außerdem können wirkende Störungen innerhalb des Systems rekonstruiert werden [SEFL14].

#### 4.1.1 First-Order Sliding-Mode-Beobachter

Eine Möglichkeit dynamische Systeme zu beschreiben bietet das Zustandsraummodell. Ein unsicheres, dynamisches System kann beispielsweise wie folgt beschrieben werden.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t) \tag{4.1}$$

$$y(t) = Cx(t) \tag{4.2}$$

Hierbei sind  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$  die Dynamikmatrix, die Steuermatrix, die Ausgangsmatrix und die Verteilungsmatrix der unbekanntem Eingänge.  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\xi(t) \in \mathbb{R}^q$  und  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  sind die Systemzustände, die Eingangsgrößen, die unbekanntem Eingänge (Unsicherheiten und äußere Störungen) und die Ausgangsgrößen.

Man nehme an, dass  $\xi(t)$  unbekannt aber begrenzt ist, sodass  $\|\xi(t)\| \leq \rho(t)$  ist, wobei  $\rho(t)$  bekannt ist. Ausgehend von dieser Zustandsraumdarstellung kann ein First-Order Sliding-Mode-Beobachter entworfen werden. Die Struktur des einfachen First-Order Sliding-Mode-Beobachters für das unsichere System sieht folgendermaßen aus

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_n\nu \tag{4.3}$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \tag{4.4}$$

Diese Form liefert jedoch keine vernünftigen Ergebnisse mehr, wenn die Anfangsabweichung zwischen dem realen System und dem Beobachter groß ist. Das Problem kann zwar durch eine Erhöhung des nichtlinearen Terms  $\nu$  gelöst werden, was aber eine Steigerung der Schaltfrequenz im System zur Folge hat. Dies führt zu einem Kompromiss, denn in der Praxis sind hochfrequente Signale meist unerwünscht. Um dies zu umgehen wird diese Form

in der Praxis um eine zusätzliche Verstärkungsmatrix  $G_l$  erweitert.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_l(y(t) - \hat{y}(t)) + G_n\nu \quad (4.5)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (4.6)$$

Hierbei sind  $G_l, G_n \in \mathbb{R}^{n \times p}$  geeignete Verstärkungsmatrizen und  $\nu(t) \in \mathbb{R}^p$  der notwendige diskontinuierliche Schaltvektor zum Einsetzen des Gleitens. Mit Hilfe des diskontinuierlichen hochfrequenten Schaltvektors  $\nu$  wird der Ausgangsschätzfehler gezwungen, in endlicher Zeit gegen Null zu konvergieren, der sogenannte Gleitzustand  $e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) = 0$ . Durch die Verstärkungsmatrix  $G_l$  werden die Eigenwerte der Beobachtermatrix so positioniert, dass beim Gleitzustand die Konvergenz des Beobachters garantiert werden kann. Des Weiteren wird mit der Verstärkungsmatrix  $G_l$  der Gleitbereich vergrößert. Damit werden sowohl die nicht messbaren Zustände, als auch die Störgrößen  $\xi(t)$  rekonstruiert [EST02], [SEFL14].

Zusammenfassend sind zum Entwurf eines robusten First-Order Sliding-Mode-Beobachters und zur Rekonstruktion der unbekanntenen Eingänge unter der Annahme  $G_n = D$  ( $p = q$ ) folgende Bedingungen erforderlich:

1. Die invarianten Nullstellen von  $(A, D, C)$  sind alle stabil [EST02], [SEFL14]
2.  $\text{rang}(CD) = q$
3.  $\|\xi(t)\| \leq \rho(t)$
4.  $PA_0 + A_0^T P = -Q \leq 0$
5.  $C^T F^T = PD$

wobei  $P$  und  $Q$  symmetrische, positiv definite Matrizen sind und  $F$  eine Designmatrix [EST02], [SEFL14].

Das System  $(A, D, C)$  ist relevant für die Auslegung eines robusten First-Order Sliding-Mode-Beobachters, da dieses die Ausbreitung der unbekanntenen Eingänge  $\xi(t)$  durch den Ausgang  $y(t)$  darstellt. Weiter zwingen viele Autoren die Einschränkung  $D = B$ , wenn der Sliding-Mode-Beobachter als Zustandsschätzer für einen entsprechenden Sliding-Mode-Regler verwendet wird. Damit besitzt der Sliding-Mode-Regler die Fähigkeit alle im Systemeingang auftretenden Unsicherheiten zurückzuweisen [Spu08].

Es ergibt sich aus der Definition des Schätzfehlers  $e(t)$  und Gleichung 4.1 sowie Gleichung 4.5 die folgende Fehlerdynamik

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - G_l(y(t) - \hat{y}(t)) - G_n\nu \quad (4.7)$$

$$\dot{e}(t) = (A - G_l C)e(t) + D\xi(t) - G_n\nu \quad (4.8)$$

Um den Nachweis der Konvergenz des Beobachters zu vereinfachen, wird die Verstärkungsmatrix  $G_n$  so ausgelegt, dass sie an die Störungsverteilungsmatrix  $D$  angepasst ist,  $G_n = D$

( $p = q$ ). Unter dieser Annahme ist die Beobachterdynamik

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_l(y(t) - \hat{y}(t)) + D\nu \quad (4.9)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (4.10)$$

und der Schätzfehler

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) - G_l(y(t) - \hat{y}(t)) - D\nu \quad (4.11)$$

$$\dot{e}(t) = (A - G_l C)e(t) + D\xi(t) - D\nu \quad (4.12)$$

Der diskontinuierliche Schaltvektor wird mit

$$\nu(t) = \begin{cases} \rho(t) \frac{FCe}{\|FCe\|}, & \text{falls } FCe \neq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.13)$$

beschrieben. Dabei ist die Matrix  $F \in \mathbb{R}^{p \times p}$  eine Designmatrix. Der Faktor  $\rho(t)$  legt die Amplitude von  $\nu(t)$  fest [SEFL14].

Mit der Dynamik des Schätzfehlers werden hier die zweite, dritte, vierte und fünfte Bedingung zum Entwurf eines robusten First-Order Sliding-Mode-Boebachters hergeleitet.

Die zweite Bedingung ( $\text{rang}(CD) = q$ ) definiert die Unabhängigkeit der Fehlerdynamik von der unbekanntten Störung. Um diese Bedingung nachzuweisen wird angenommen, dass die Verstärkungsmatrizen  $G_l, G_n$  ausgelegt sind, sodass  $A_0 = A - G_l C$  stabil ist. Weiter wird angenommen, dass das System sich im Gleitzustand ( $Ce = 0$  und  $C\dot{e} = 0$ ) befindet und dass,  $\det(CG_n) \neq 0$ . Die Fehlerdynamik ist somit im Gleitzustand

$$\dot{e}(t) = (A - G_l C)e(t) + D\xi(t) \quad (4.14)$$

$$\dot{e}(t) = (I - G_n(CG_n)^{-1}C)A_0e(t) + (I - G_n(CG_n)^{-1}C)D\xi(t) \quad (4.15)$$

Damit die Fehlerdynamik der Gleichung 4.15 unabhängig von der unbekanntten Störung  $\xi(t)$  wird, muss

$$(I - G_n(CG_n)^{-1}C)D = 0 \quad (4.16)$$

oder

$$D = G_n(CG_n)^{-1}CD = 0 \quad (4.17)$$

sein. Mit  $\text{rang}(D) = q$ , muss  $\text{rang}(CD) = q$  erfüllt sein [Spu08].

Als nächste werden die dritte, vierte und fünfte Bedingungen hergeleitet. Diese Bedingungen sind für das Sicherstellen der globalen asymptotischen Stabilität des Beobachters notwendig.

Dazu wird aufgrund der nichtlinearen Dynamik des Schätzfehlers  $\dot{e}(t)$  die Methode von Lyapunov verwendet.

Ist der Beobachter asymptotisch stabil, wird der Schätzfehler  $e(t)$  in endlicher Zeit den Null-Wert erreichen. Als geeignete Kandidaten für die Lyapunov-Funktion wird  $V(e) = e^T P e$  definiert, wobei  $P$  eine symmetrische, positiv definite Matrix ist. Die Ableitung der Lyapunov-Funktion ergibt

$$\dot{V}(e) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} \quad (4.18)$$

und weiter mit Gleichung (4.12) ist die Ableitung dann

$$\dot{V}(e) = e^T A_0^T P e + \xi^T D^T P e - \nu^T D^T P e + e^T P A_0 e + e^T P D \xi - e^T P D \nu \quad (4.19)$$

$$\dot{V}(e) = e^T [A_0^T P + P A_0] e + 2e^T P D \xi - 2e^T P D \nu \quad (4.20)$$

$$\dot{V}(e) = -e^T Q e + 2e^T P D \xi - 2e^T P D \nu \quad (4.21)$$

mit

$$A_0 = A - G_l C; \quad (4.22)$$

$$-Q = A_0^T P + P A_0; \quad (4.23)$$

Die Gleichung (4.23) definiert somit die vierte Bedingung.

Man nehme an, dass  $C^T F^T = P D$  (Fünfte Bedingung) gilt. Mit Gleichung (4.21) und dieser Annahme ergibt sich

$$\dot{V}(e) = -e^T Q e + 2e^T C^T F^T \xi - 2e^T C^T F^T \nu \quad (4.24)$$

Nach Einsetzen der Gleichung (4.13) in Gleichung (4.24) gilt

$$\dot{V}(e) = -e^T Q e + 2e^T C^T F^T \xi - 2e^T C^T F^T \rho(t) \frac{F C e}{\|F C e\|} \quad (4.25)$$

$$\dot{V}(e) = -e^T Q e + 2e^T C^T F^T \xi - 2\rho(t) \frac{\|F C e\|^2}{\|F C e\|} \quad (4.26)$$

$$\dot{V}(e) = -e^T Q e + 2e^T C^T F^T \xi - 2\rho(t) \|F C e\| \quad (4.27)$$

Können die Störungen  $\xi(t)$  nach oben begrenzt werden, ergibt sich

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q e - 2\|F C e\|(\rho(t) - \|\xi\|) \quad (4.28)$$

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q e - 2\eta \|F C e\| \quad (4.29)$$

Wenn die Eigenwerte der Matrix  $A_0$  nur negative Realteile besitzen und  $\|\xi(t)\| \leq \rho(t)$  (Dritte Bedingung), sind  $-e^T Q e$  (Vierte Bedingung),  $-2\eta \|F C e\|$  und damit  $\dot{V}(e)$  negativ. Der nicht-lineare Schätzfehler ist quadratisch stabil und eine Gleitbewegung auf der Gleitfläche  $S$  findet

statt. Der Schätzfehler strebt in endlicher Zeit nach Null [SEFL14]:

$$S = \{e \in \mathbb{R}^n : FCe = 0\} \quad (4.30)$$

Damit ist mit Hilfe der Methode von Lyapunov die dritte, vierte und fünfte Bedingung nachgewiesen.

Wenn das System alle Bedingungen für den Entwurf eines robusten First-Order Sliding-Mode-Beobachter erfüllt, wird der Gleitzustand ( $e_y(t) = 0$  und  $\dot{e}_y(t) = 0$ ) erreicht und die Rekonstruktion der unbekanntenen Eingänge findet statt. Deshalb wird im nächsten Schritt zur Schätzung bzw. Rekonstruktion von unbekanntenen Eingängen das sogenannte „equivalent output injection Signal  $\nu_{eq}$ “ aus dem Gleitzustand hergeleitet.

Da die erste und zweite Bedingung erfüllt ist, existiert stets eine Koordinatentransformation, mit der sich ein lineares System wie Gleichung (4.1) in kanonischer Form beschreiben lässt. Somit kann das System der Gleichung (4.1) mit der Transformationsmatrix  $T$  in kanonische Form transformiert werden

$$TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

wobei  $A_{11} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$  und  $B_1 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times m}$ .

Man nehme an, das System mit der Gleichung (4.1) liegt in kanonischer Form vor, dann hat der Verstärkungsfaktor  $G_n$  die folgende Struktur

$$G_n = \begin{bmatrix} L \\ -I_p \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

wobei  $L \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$ . Für die weitere Untersuchung wird davon ausgegangen, dass das System in Gleichung (4.1) bereits in einer kanonischen Form vorliegt.

Aus der Struktur der Ausgangsmatrix  $C$  in Gleichung (4.33) kann der Schätzfehler zerlegt werden

$$e^T(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) & e_y(t) \end{bmatrix}$$

wobei  $e_1 \in \mathbb{R}^{n-p}$ .

Um die Dynamik des Schätzfehlers zu vereinfachen wird angenommen, dass der Beobachter mit der Struktur gemäß Gleichung (4.3) entworfen wurde. Folglich kann die Dynamik des Schätzfehlers aus Gleichung (4.12) mit  $G_l = 0$  unter der Annahme  $D = G_n$  ( $p = q$ )

umgeschrieben werden

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + G_n\xi - G_n\nu \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ -I_p \end{bmatrix} \xi - \begin{bmatrix} L \\ -I_p \end{bmatrix} \nu \quad (4.36)$$

weiter

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + L\xi - L\nu \quad (4.37)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - \xi + \nu \quad (4.38)$$

Während der Gleitbewegung haben die Gleichungen (4.37) und (4.38) die Form

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + L\xi - L\nu_{eq} \quad (4.39)$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - \xi + \nu_{eq} \quad (4.40)$$

Wird die Gleichung (4.40) nach  $\nu_{eq}$  umgestellt und in die Gleichung (4.39) eingesetzt ergibt sich die Gleichung

$$\dot{e}_1(t) = (A_{11} + LA_{21})e_1(t) \quad (4.41)$$

welche unabhängig von der Störung  $\xi(t)$  ist. Ist der Schätzfehler der nicht messbaren Zustände  $e_1(t) = 0$ , dann können aus Gleichung (4.40) die unbekanntes Eingänge rekonstruiert werden:  $\nu_{eq} = \xi(t)$ . Dabei ist  $\nu_{eq}$  das „equivalent output injection Signal“, welches den Aufwand zur Aufrechterhaltung des Gleitens auf der Gleitfläche repräsentiert und lässt sich durch die folgende glatte Sigmoidfunktion approximieren:

$$\nu_{eq} \approx \rho(t) \frac{FCe}{\|FCe\| + \delta} \quad (4.42)$$

Dabei ist  $\delta$  ein positiver Skalar [SEFL14].

### 4.1.2 Second-Order Sliding-Mode-Beobachter

Regelsysteme arbeiten normalerweise unter Unsicherheiten/Störungen und mit verrauschten Messsignalen. Bei Systemen mit zuverlässigen Modellen und verrauschten Messsignalen ist ein Filteransatz (z.B. Kalman-Filter) effizient. Wie in Unterabschnitt (4.1.1) erläutert wurde, sind First-Order Sliding-Mode-Beobachter auch wirksam, wenn Unsicherheiten/Störungen im System vorhanden sind. Das gilt jedoch nur, wenn der relative Grad der Ausgänge in Bezug auf die Unsicherheiten/Störungen eins ist und die Ableitung von verrauschten Ausgangssignalen nicht erforderlich ist. Oft ist aber für die Beobachtung mechanischer Systeme mit gemessenen Positionen die Abschätzung der Geschwindigkeiten, das heißt die Ableitung der Positionen, notwendig. Des Weiteren sind bei mechanischen Systemen die Unsicherheiten/Störungen in den Beschleunigungsgleichungen enthalten und haben damit

einen relativen Grad zwei, in Bezug auf die gemessenen Positionen. Für diesen Fall ist der First-Order Sliding-Mode-Beobachter nicht mehr wirksam.

Der Second-Order Sliding-Mode-Beobachter ist aufgrund seiner hohen Präzision und seines robusten Verhaltens hinsichtlich Unsicherheiten/Störungen eine effiziente Lösung, um trotz eines relativen Grades von zwei in Bezug auf die Unsicherheiten/Störungen eine gute Beobachtung zu realisieren. Dabei können mit dem Second-Order Sliding-Mode-Beobachter verrauschte Signale robust approximiert werden [SEFL14].

Das allgemeine Modell mechanischer Systeme zweiter Ordnung wird aus den Euler-Lagrange-Gleichungen abgeleitet. Diese Methode basiert auf einer Energieanalyse der Systeme. Die abgeleiteten Bewegungsgleichungen werden üblicherweise in Matrixform ausgedrückt:

$$M_E(\theta)\ddot{\theta} + C_E(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + P_E(\dot{\theta}) + G_E(\theta) + \Delta(t, \theta, \dot{\theta}) = u \quad (4.43)$$

wobei  $\theta \in \mathbb{R}^n$  die generalisierte Koordinate ist,  $M_E(\theta)$  die Trägheitsmatrix,  $C_E(\theta, \dot{\theta})$  die Matrix der Corioliskraft und der Zentrifugalkraft,  $P_E(\dot{\theta})$  die Matrix der coulombschen Reibung,  $G_E(\theta)$  die Gravitationskräfte,  $\Delta(t, \theta, \dot{\theta})$  die Unsicherheiten und  $u$  das von den Stellgliedern erzeugte Drehmoment bzw. Kraft. Es wird angenommen, dass  $M_E(\theta)$  invertierbar ist und symmetrisch, positiv definit. Des Weiteren wird angenommen, dass alle Terme unsicher sind, wohingegen die entsprechenden nominellen Terme  $M_{En}(\theta)$ ,  $C_{En}(\theta)$ ,  $P_{En}(\theta)$ ,  $G_{En}(\theta)$  als bekannt vorausgesetzt werden. Durch die Einführung neuer Variablen  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$  kann das Modell aus Gleichung (4.43) in die Zustandsraumdarstellung umgeschrieben werden

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f(t, x_1, x_2, u) + \zeta(t, x_1, x_2, u) \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (4.44)$$

wobei der nominelle Teil der Systemdynamik durch die Funktion  $f(t, x_1, x_2, u)$  dargestellt wird

$$f(t, x_1, x_2, u) = -M_{En}^{-1}(x_1)[C_{En}(x_1, x_2)x_2 + P_{En}(x_2) + G_{En}(x_1) - u] \quad (4.45)$$

Der Term  $\zeta(t, x_1, x_2, u)$  repräsentiert die Unsicherheiten/Störungen. Es wird angenommen, dass die Funktion  $f(t, x_1, x_2, u)$  und die Unsicherheiten/Störungen  $\zeta(t, x_1, x_2, u)$  begrenzt sind. Der Second-Order Sliding-Mode-Beobachter hat die folgende Struktur

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + z_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(t, x_1, \hat{x}_2, u) + z_2 \end{aligned} \quad (4.46)$$

Dabei sind  $\hat{x}_1$  und  $\hat{x}_2$  die Zustandsschätzungen und die Korrekturvariablen  $z_1$ ,  $z_2$  die

Ausgangsfehlerinjektionen mit der Form

$$\begin{aligned} z_1 &= \lambda|x_1 - \hat{x}_1|^{1/2}\text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \\ z_2 &= \alpha\text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Hier wird das „equivalent output injection Signal“ im Gleitzustand durch den folgenden Term  $z_{eq} = (\alpha\text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1))_{eq}$  beschrieben. Nachdem die Struktur des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters vorgestellt wurde, wird im nächsten Schritt die Herleitung des „equivalent output injection Signal“ gezeigt.

Sei  $\tilde{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1$  und  $\tilde{x}_2 = x_2 - \hat{x}_2$ . Daraus ergeben sich aus den Gleichungen (4.44), (4.46) und (4.47) die Fehlergleichungen<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - \lambda|\tilde{x}_1|^{1/2}\text{sgn}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2) - \alpha\text{sgn}(\tilde{x}_1) \end{aligned} \quad (4.48)$$

wobei

$$F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2) = f(t, x_1, x_2, u) - f(t, x_1, \hat{x}_2, u) + \zeta(t, x_1, x_2, u). \quad (4.49)$$

Angenommen die Systemzustände sind begrenzt, dann ist das Vorhandensein einer Konstante  $f^+$  sichergestellt, so dass für alle  $t, x_1, x_2$  und  $|\hat{x}_2| \leq 2\text{sup}|x_2|$  die folgende Ungleichung gilt

$$|F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2)| < f^+. \quad (4.50)$$

Die Parameter  $\alpha$  und  $\lambda$  des Beobachters können mit  $\alpha = a_1 f^+$  und  $\lambda = a_2 (f^+)^{1/2}$  festgelegt werden, dabei ist  $a_1 = 1.1$  und  $a_2 = 1.5$  [SEFL14]. Meistens werden jedoch die Korrekturvariablen  $z_1$  und  $z_2$  des Beobachters in der Anwendung mittels einer Konvergenzanalyse ausgelegt. Dafür werden die Kandidaten  $V_1 = \frac{1}{2}\tilde{x}_1^2$  und  $V_2 = \frac{1}{2}\tilde{x}_2^2$  für die Lyapunov-Funktion verwendet.

Wie beim First-Order Sliding-Mode-Beobachter können auch beim Second-Order die Störungen/Unsicherheiten im System durch das „equivalent output injection Signal“ rekonstruiert werden. Wegen der zeitlich begrenzten Konvergenz des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters zum Gleitzustand gibt es eine Zeit  $t_0 > 0$ , so dass für alle  $t \geq t_0$  die folgende Identität gilt

$$0 \equiv \dot{\tilde{x}}_2 \equiv \Delta F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2, u) + \zeta(t, x_1, x_2, u) - (\alpha\text{sgn}(\tilde{x}_1))_{eq} \quad (4.51)$$

wobei  $\Delta F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2, u) = f(t, x_1, x_2, u) - f(t, x_1, \hat{x}_2, u) = 0$ , denn  $\hat{x}_2 = x_2$ . Dann ist das „equivalent output injection Signal“ gegeben durch

$$z_{eq}(t) \equiv (\alpha\text{sgn}(\tilde{x}_1))_{eq} \equiv \zeta(t, x_1, x_2, u) \quad (4.52)$$

<sup>1</sup>Hier wird angenommen, dass die Eingangsgröße  $u$  von den Zuständen  $x_1, x_2$  und  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  getrennt ist. Somit verschwindet mit der Subtraktion die Eingangsgröße  $u$  in  $F(t, x_1, x_2, \hat{x}_2)$ .

Der Term  $\zeta(t, x_1, x_2, u)$  besteht aus Unsicherheiten  $\Delta F(t, x_1, x_2, u)$  und äußeren Störungen  $\xi(t)$ :

$$\zeta(t, x_1, x_2, u) = \xi(t) + \Delta F(t, x_1, x_2, u) \quad (4.53)$$

Für den Fall, dass das nominelle System dem realen System vollständig entspricht, sind die Unsicherheiten nahe zu Null, das heißt für alle  $t > t_0$  gilt  $\Delta F(t, x_1, x_2, u) = 0$ . Daraus können die im System wirkenden Störungen rekonstruiert werden

$$z_{eq} = (\alpha \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1))_{eq} = \xi(t) \quad (4.54)$$

Um die hohe Schaltfrequenz des Beobachters zu minimieren, wird das diskontinuierliche Signal  $\alpha \operatorname{sgn}(\tilde{x}_1)$  ebenso durch eine glatte Sigmoidfunktion approximiert [SEFL14].

## 4.2 Extended Kalman-Filter

Mit einem Luenberger-Zustandsbeobachter können für ein beobachtbares System beliebige Anfangswerte des Zustandsvektors anhand der Informationen der Eingangs- und Ausgangsgrößen nach einer endlichen Zeit geschätzt werden. Mit diesem Beobachter können ebenfalls im System deterministisch auftretende Störungen berücksichtigt werden. Sind die auftretenden Störungen hingegen stochastischer Natur, ist eine Erweiterung des Systemmodells notwendig. Das hier vorgestellte diskrete Kalman-Filter bietet sich als eine effiziente Lösung für das Problem an [Gel74]. Hierzu werden die gemessenen Ausgangsgrößen zusätzlich mit einem Messrauschen überlagert. Außerdem wird zur Berücksichtigung von Modellungenauigkeiten und Störungen der Systemdynamik ein Systemrauschen überlagert.

Gegeben ist ein lineares, diskretes System, das eine Approximation des wahren zeitkontinuierlichen Systemmodells darstellt

$$x(k+1) = \bar{A}x(k) + \bar{B}u(k) + w(k) \quad (4.55)$$

wobei  $x$  ein  $n$ -dimensionaler Zustandsvektor ist und  $u$  eine  $p$ -dimensionale Stellgröße.  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  sind die approximierte, zeitdiskrete System- bzw. Steuermatrix. Sei der Prozess durch einen weißen Prozess  $w$  gestört, dessen Amplitude normalverteilt ist, gilt

$$E\{w(k)\} = 0, \quad \forall k \quad (4.56)$$

$$E\{w(k)w^T(l)\} = Q_K(k)\delta_{k,l}. \quad (4.57)$$

Durch dieses sogenannte weiße Systemrauschen  $w$  erfolgt die Beschreibung der in das System wirkenden Störungen und der nicht modellierten Effekte. Die tatsächliche Messung  $y \in \mathbb{R}^p$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (4.58)$$

ist ebenfalls durch einen weißen, normalverteilten Rauschprozess, das mittelwertfreie Messrauschen  $v$ , gestört. Seine Kovarianz beträgt

$$E\{v(k)v^T(l)\} = R_K(k)\delta_{k,l} \quad (4.59)$$

Darüber hinaus sind die beiden stochastischen Störgrößen  $w$  und  $v$  gegenseitig unabhängig voneinander [Kin17].

Aufbauend auf einem Modell entsprechend den (4.55) und (4.58), ist die Aufgabe des Kalman-Filters den Schätzwert  $\hat{x}(k)$  durch Minimierung des Ausdrucks  $E\{(x(k) - \hat{x}(k))^T(x(k) - \hat{x}(k))\}$  (Erwartungswert des quadratischen Fehlers) dem wahren Wert  $x(k)$  anzupassen [Gel74], [Maa18]. Hierfür wird ein rekursives Schema verwendet. Der Ablauf sieht folgendermaßen aus:

Unter Berücksichtigung aller Messungen bis zum Zeitpunkt  $k$  wird ausgehend von einer Schätzung  $\hat{x}(k|k)$  und der zugehörigen Kovarianzmatrix des Schätzfehlers  $P_K(k|k)$  zunächst die weitere Entwicklung des Systemzustandes und der Kovarianzmatrix bis zum nächsten Messzeitpunkt  $k + 1$  vorhergesagt. Dieser Schritt wird Prädiktion genannt und liefert die Werte  $\hat{x}(k + 1|k)$  und  $P_K(k + 1|k)^2$  [Kal60], [BW01], [Kin17].

$$\hat{x}(k + 1|k) = \bar{A}\hat{x}(k|k) + \bar{B}u(k) \quad (4.60)$$

$$\hat{y}(k + 1|k) = C\hat{x}(k + 1|k) \quad (4.61)$$

$$P_K(k + 1|k) = \bar{A}P_K(k|k)\bar{A}^T + Q_K(k) \quad (4.62)$$

Mit der Messinformation des aktuellen Messwerts  $y(k + 1)$  zum Zeitpunkt  $k + 1$  erfolgt dann mit der zugehörigen Kalman-Matrix  $K(k + 1)$  eine Korrektur der vorhergesagten Größen  $\hat{x}(k + 1|k)$  und  $P_K(k + 1|k)$ , um die aktuellen Größen  $\hat{x}(k + 1|k + 1)$  und  $P_K(k + 1|k + 1)$  zu erhalten [Kal60], [BW01], [Kin17].

$$\hat{x}(k + 1|k + 1) = \hat{x}(k + 1|k) + K(k + 1)(y(k + 1) - \hat{y}(k + 1|k)) \quad (4.63)$$

$$P_K(k + 1|k + 1) = P_K(k + 1|k) - K(k + 1)CP_K(k + 1|k) \quad (4.64)$$

wobei

$$K(k + 1) = P_K(k + 1|k)C^T(CP_K(k + 1|k)C^T + R_K(k + 1))^{-1} \quad (4.65)$$

Das bisher behandelte diskrete Kalman-Filter eignet sich zur Zustandsschätzung von linearen Systemen. Dies kann jedoch durch eine vergleichsweise einfache Erweiterung hin zum diskreten Extended Kalman-Filter (EKF) auch für nichtlineare Systeme angewendet werden. Die wesentliche Grundidee eines EKFs ist eine Linearisierung der nichtlinearen Gleichungen

<sup>2</sup>Die Indizierungsschreibweise  $k + 1|k$  drückt die Bedingtheit der Schätzungen zu den Zeitpunkten  $k + 1$  und  $k$  voneinander aus. Das heißt, dass der Zeitpunkt  $k + 1$  betrachtet wird, aber Messungen bisher nur bis  $k$  berücksichtigt sind.

mittels einer Jacobi-Matrix um den aktuellen Schätzzustand. So können die linearen Gleichungen zur Bestimmung der neuen Kovarianzmatrix des EKFs für das nichtlineare System verwendet werden. Ansonsten erfolgt weiterhin eine nichtlineare Vorhersage des Systemzustandes [Kin17].

Insgesamt folgt für ein nichtlineares System der Form<sup>3</sup>

$$x(k+1) = f(k, x(k), u(k)) + w(k) \quad (4.66)$$

$$y(k) = h(k, x(k), u(k)) + v(k) \quad (4.67)$$

das folgende zeitdiskrete EKF [BW01], [Kin17]. Der Prädiktorschritt wird beschrieben durch

$$\hat{x}(k+1|k) = f(u(k), k, \hat{x}(k|k)) \quad (4.68)$$

$$\hat{y}(k+1|k) = h(u(k+1), k+1, \hat{x}(k+1|k)) \quad (4.69)$$

$$P_K(k+1|k) = F_K(k)P_K(k|k)F_K^T(k) + Q_K(k) \quad (4.70)$$

und der Korrekturschritt ist

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)(y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)) \quad (4.71)$$

$$P_K(k+1|k+1) = P_K(k+1|k) - K(k+1)HP_K(k+1|k) \quad (4.72)$$

wobei

$$K(k+1) = P_K(k+1|k)H^T(HP_K(k+1|k)H^T + R_K(k+1))^{-1} \quad (4.73)$$

$$F_K(k) = \left. \frac{\partial f(u(k), k, x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k|k)} \quad (4.74)$$

$$H = \left. \frac{\partial h(u(k+1), k+1, x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k+1|k)} \quad (4.75)$$

---

<sup>3</sup>Auch bei nichtlinearen Systemen bleiben die Anforderungen an die beiden stochastischen Störgrößen  $w$  und  $v$  erhalten, siehe Gleichungen (4.56), (4.57) und (4.59).

## 5 Realisierung und Auswertung

Nachdem in Kapitel 3 die Sensorkonfigurationen vorgestellt und in Kapitel 4 die ausgewählten Beobachteransätze präsentiert wurden, wird im folgenden Kapitel zunächst die Beobachtbarkeit der Modelle für die Sensorkonfigurationen überprüft und anschließend die Tauglichkeit der Sensorkonfigurationen für die Beobachtung der Tangentialkraft getestet. Hierzu werden für die drei Sensorkonfigurationen mit jeweils vier Fällen ein Second-Order Sliding-Mode-Beobachter entworfen. Danach wird die vielversprechendste Sensorkonfiguration verwendet zur Überprüfung, ob der First-Order Sliding-Mode-Beobachter vergleichbare Ergebnisse liefert und ob durch den EKF eine hohe Präzision der Schätzgüte erreicht werden kann.

### 5.1 Auswertung der Sensorkonfigurationen anhand des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters

In diesem Abschnitt wird die Beobachtbarkeit der Modelle für die Sensorkonfigurationen überprüft und dann wird für die unterschiedlichen Sensorkonfigurationen jeweils ein Second-Order Sliding-Mode-Beobachterentwurf durchgeführt und dieser in der Simulation sowie mit Prüfstanddaten ausgewertet.

#### 5.1.1 Beobachterentwurf

Da die Bewegungsgleichungen der ersten und zweiten Sensorkonfiguration ähnlich aufgebaut sind, genügt es an dieser Stelle nur die Beobachtbarkeit für einen Fall zu überprüfen. Hierzu wird das Modell (3.23) verwendet. Ist das Modell beobachtbar sind automatisch die anderen Modelle ebenso beobachtbar. Ein System ist vollständig beobachtbar, wenn sich aus der Kenntnis der Eingang- und Ausgangsgrößen der Gesamtzustand in endlicher Zeit rekonstruieren lässt [Kin16].

Mit Hilfe der Lie-Ableitung kann schnell die Beobachtbarkeit des Modells überprüft werden. In der ersten Lie-Ableitung  $\dot{\omega}_{rad}$  der Ausgangsgröße  $\omega_{rad}$  taucht die Tangentialkraft auf. Somit sind die Tangentialkräfte mit der Messung der Winkelgeschwindigkeit der Räder beobachtbar. Allerdings ist das Modell nicht vollständig beobachtbar, da der Winkel der Räder in der Lie-Ableitung nicht auftaucht. Dieser Winkel ist jedoch für den Entwurf des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters irrelevant.

Im nächsten Schritt werden die Beobachter für die Sensorkonfigurationen dargestellt. Sei  $\hat{\omega}_{rad}$  die Schätzung der Winkelgeschwindigkeit der Rades,  $\hat{\omega}_{rolle}$  die Schätzung der Winkelgeschwindigkeit der Rolle und  $\hat{F}_x$  die geschätzte Tangentialkraft. Die Schätzfehler sind gegeben durch

$$\tilde{\omega}_{rad} = \omega_{rad} - \hat{\omega}_{rad} \quad (5.1)$$

$$\tilde{\omega}_{rolle} = \omega_{rolle} - \hat{\omega}_{rolle} \quad (5.2)$$

$$\tilde{F}_x = F_x - \hat{F}_x \quad (5.3)$$

Basierend auf den Gleichungen (4.46) und (4.47) ergeben sich die folgenden Beobachterdarstellungen für die jeweiligen Sensorkonfigurationen

**Sensorkonfiguration 1 (Messgröße  $\omega_{rad,i}$ )**

**Fall 1:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\ \dot{\hat{F}}_{x,i} &= p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \end{aligned} \quad (5.4)$$

**Fall 2:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} - \frac{1}{J_{rad}} M_{w,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\ \dot{\hat{F}}_{x,i} &= p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

**Fall 3:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\ \dot{\hat{F}}_{x,i} &= \dot{\hat{F}}_{x,polach,i} + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \end{aligned} \quad (5.6)$$

**Fall 4:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{F}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} - \frac{1}{J_{rad}} M_{w,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\ \dot{\hat{F}}_{x,i} &= \dot{\hat{F}}_{x,polach,i} + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die geschätzte Tangentialkraft  $\hat{F}_{x,polach,i}$  nach der Methode von Polach ist wie folgt definiert

$$\begin{aligned}
 \hat{F}_{x,polach,i} &= \frac{2Q_{n,i}\hat{\mu}_i}{\pi} \left( \frac{k_A\hat{\varepsilon}_{x_R,i}}{1 + (k_A\hat{\varepsilon}_{x_R,i})^2} + \arctan(k_S\hat{\varepsilon}_{x_R,i}) \right) \\
 \hat{\mu}_i &= \mu_0[(1 - A_\mu) \exp(-B_a\hat{w}_{s,i}) + A_\mu], \\
 \hat{\varepsilon}_{x_R,i} &= \frac{1}{4} \frac{G\pi abkc_{11}}{Q_{n,i}\hat{\mu}_i} \hat{s}_{x,i} \\
 \hat{w}_{s,i} &= \hat{\omega}_{rad,i}r_{rad} - \hat{\omega}_{rolle}r_{rolle} \\
 \hat{s}_{x,i} &= \frac{\hat{w}_{s,i}}{\hat{\omega}_{rolle}r_{rolle}}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Die Verstärkungsfaktoren  $p_1$  und  $p_2$  für die erste Sensorkonfiguration werden mittels einer Konvergenzanalyse festgelegt. Die Konvergenzanalyse ist in Anhang B beschrieben. Eine Wahl der Verstärkungsfaktoren wie folgt

$$p_1 > 0, \quad p_2 < 0, \quad |p_2| > p_1, \tag{5.9}$$

impliziert die Konvergenz der Schätzgrößen  $\hat{\omega}_{rad}$  und  $\hat{F}_x$  zu den Systemgrößen  $\omega_{rad}$  und  $F_x$ . Nach zahlreichen Tests mit Prüfstanddaten werden die folgenden Verstärkungsfaktoren gewählt

$$p_1 = 100, \quad p_2 = -200 \tag{5.10}$$

Diese Verstärkungsfaktoren werden gemäß Gleichung (5.9) empirisch gewählt. Dabei wird sowohl die Rechenzeit aufgrund des nichtlinearen Schaltterms, als auch das Sicherstellen einer schnellen Konvergenz berücksichtigt.

### Sensorkonfiguration 3 (Messgröße $\omega_{rad,i}$ und $\omega_{rolle}$ )

**Fall 1:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\hat{\omega}}_{rolle} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{\omega}}_{rolle} &= p_3 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_4 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{F}}_{x,i} &= p_5 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_6 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

**Fall 2:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{F}_{x,i} = 0$

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\hat{\omega}}_{rolle} - \frac{1}{J_{rad}} M_{w,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\
 &\quad + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{\omega}}_{rolle} &= p_3 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_4 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{F}}_{x,i} &= p_5 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_6 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

**Fall 3:**  $M_{w,i} = 0$  und  $\dot{F}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\hat{\omega}}_{rolle} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{\omega}}_{rolle} &= p_3 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_4 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{F}}_{x,i} &= \dot{\hat{F}}_{x,polach,i} + p_5 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_6 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

**Fall 4:**  $M_{w,i} \neq 0$  und  $\dot{\hat{F}}_{x,i} \neq 0$

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} &= \frac{1}{J_{rad}} M_{rad,i} - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_{x,i} + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\hat{\omega}}_{rolle} - \frac{1}{J_{rad}} M_{w,i} + p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) \\
 &\quad + p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{\omega}}_{rolle} &= p_3 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_4 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \\
 \dot{\hat{F}}_{x,i} &= \dot{\hat{F}}_{x,polach,i} + p_5 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i}) + p_6 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Die geschätzte Tangentialkraft  $\hat{F}_{x,polach,i}$  nach der Methode von Polach ist wie Gleichung (5.8) definiert. Die Verstärkungsfaktoren  $p_1, \dots, p_6$  für die dritte Sensorkonfiguration werden ebenfalls mit den gleichen Anforderungen wie bei der ersten Sensorkonfiguration festgelegt. Hier ist die Konvergenz der Schätzgrößen  $\hat{\omega}_{rad}$ ,  $\hat{\omega}_{rolle}$  und  $\hat{F}_x$  zu den Systemgrößen  $\omega_{rad}$ ,  $\omega_{rolle}$  und  $F_x$  durch die folgende Wahl der Verstärkungsfaktoren garantiert, siehe Anhang B

$$\begin{aligned}
 \{p_2, p_3\} &= 0, \\
 \{p_1, p_4, p_6\} &> 0, \\
 p_5 &< 0, \\
 p_4 &> |p_3|, \\
 |p_5| &> p_1
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Nach zahlreichen Tests mit Prüfstanddaten werden die folgenden Verstärkungsfaktoren gewählt

$$p_1 = 100, \quad p_2 = 0, \quad p_3 = 0, \quad p_4 = 10, \quad p_5 = -200, \quad p_6 = 1 \tag{5.16}$$

Aufgrund des sehr großen Parameterbereichs in der Polach Methode, ist es in der Anwendung schwer die richtigen Parameter zu finden. Die im Rahmen dieser Masterarbeit benutzten Polach Parameter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Parameter	Beschreibung	Optimierter Wert
$A_\mu$ [-]	Verhältnis der Reibungskoeffizienten $\frac{\mu_\infty}{\mu_0}$	0.38
$B_a$ [s/m]	Koeffizient der Abnahme der Reibungszahl	0.2
$k_S$ [-]	Koeffizient zur Reduktion der Koeffizienten von Kalker (Gleitfläche)	0.5
$k_A$ [-]	Koeffizient zur Reduktion der Koeffizienten von Kalker (Haftfläche)	0.9
$\mu_0$ [-]	Maximum der Reibungszahl bei $w_{s,i} = 0$	0.36
$\mu_\infty$ [-]	Minimum der Reibungszahl bei $w_{s,i} \rightarrow \infty$	0.14
$c_{11}$ [-]	Kalker-Koeffizient für Längsschlupf	3.62
$ab$ [m <sup>2</sup> ]	Kontaktfläche Rad/Schiene	$1e^{-5}$
$G$ [Pa]	Schubmodul	$0.8077e^{11}$

**Tabelle 5.1:** Optimierte Polach Parameter [KSH]

Für die Implementierung der Beobachter wird wegen der sonst zu hohen Rechenzeit der diskontinuierliche, hochfrequente Schalterterm  $\text{sgn}(e_y)$  durch die folgende glatte Sigmoidfunktion approximiert

$$\text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \approx \frac{\tilde{\omega}_{rad}}{|\tilde{\omega}_{rad}| + 0.0001} \quad (5.17)$$

$$\text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \approx \frac{\tilde{\omega}_{rolle}}{|\tilde{\omega}_{rolle}| + 0.0001} \quad (5.18)$$

### 5.1.2 Auswertung in der Simulation

Der entworfene Second-Order Sliding-Mode-Beobachter wird in der Simulation anhand der in Abbildung 5.1 gezeigten Simulationsumgebung getestet. Dabei wird ein Sollwinkelgeschwindigkeitsverlauf für die Räder z. B. eine Rampe vorgegeben. Die Modellierung der Kontaktkräfte zwischen Rad und Rolle im Simulationsmodell erfolgt über die Methode von Polach. Alle Simulationen werden in *Dymola/Modelica* durchgeführt. Das Simulationsmodell bildet realitätsnah das Versuchsfahrwerk auf dem Rollprüfstand ab.

In der Simulation werden die Räder im Zeitraum von 1 bis ca. 20 Sekunden beschleunigt, danach wird die Geschwindigkeit konstant gehalten und abschließend in einem späteren Zeitpunkt werden die Räder mit dem gleichen Beschleunigungswert abgebremst, siehe Abbildung 5.2 (oben). Wie in Unterabschnitt 2.2.4 beschrieben, hängt die Tangentialkraft

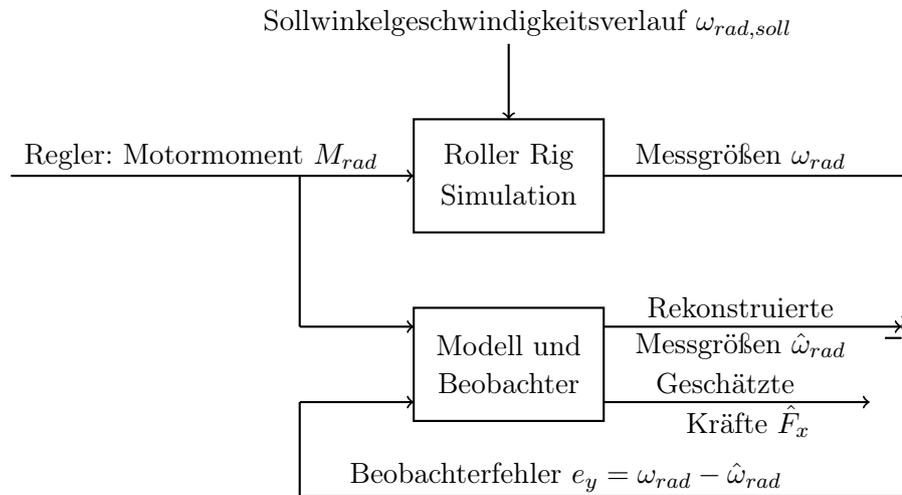


Abbildung 5.1: Schema für die Auswertung des Beobachters in der Simulation

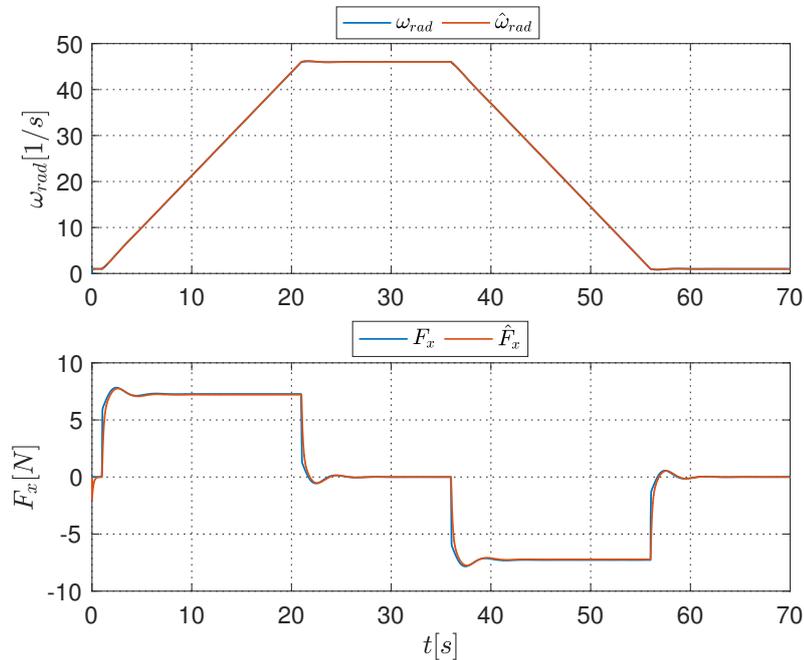


Abbildung 5.2: Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit (oben) und Tangentialkraft (unten) aller vier Räder in der Simulation

in der Methode von Polach vom Schlupf ab. Dieser Zusammenhang wird beim Verlauf der Tangentialkraft gut wiedergegeben. Die Tangentialkraft ist nur ungleich Null, wenn ein Beschleunigungs- bzw. Bremsvorgang stattfindet. Während dieser Vorgänge gibt es eine Differenzgeschwindigkeit zwischen Rad und Rolle, die meist aufgrund einer Verzögerung bei der Momentenübertragung vom Rad auf die Rolle entsteht, siehe Abbildung 3.6. Diese Differenzgeschwindigkeit verursacht einen Schlupf und somit eine Kraft. Außerhalb der Beschleunigungs- und Bremsphase ist der Schlupf und die Tangentialkraft hingegen gleich Null. Das entspricht einer Drehung der Räder mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit oder einem Stillstand. Des Weiteren ist aus der Simulation zu erkennen, dass die vier Räder über die gleichen Tangentialkräfte verfügen, siehe Abbildung 5.2 (unten).

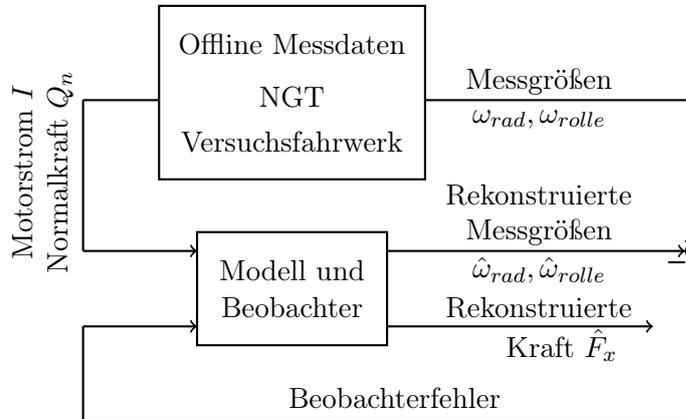
In der Simulation kann mit dem ersten Fall der ersten Sensorkonfiguration, Gleichung (5.4), die Tangentialkraft sehr gut geschätzt werden. Die Anfangsabweichung zwischen der geschätzten und modellierten Tangentialkraft ist bereits nach etwa zwei Sekunden kompensiert und die beiden geschätzten Werte  $\hat{\omega}_{rad}$  und  $\hat{F}_x$  folgen sehr gut den Werten  $\omega_{rad}$  und  $F_x$  des Simulationsmodells des NGT-Fahrwerks, siehe Abbildung 5.2. Die geschätzte Tangentialkraft ist jedoch gegenüber der Tangentialkraft des Simulationsmodells kurz verzögert. Grund dafür ist die Approximation der diskontinuierlichen, hochfrequenten Schaltterme  $p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i})$  und  $p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad,i})$  durch glatte Sigmoidfunktionen, zur Reduzierung der Rechenzeit, siehe Gleichung (5.17). Allerdings stellt die Simulation eine ideale Umgebung dar, in der die nichtmodellierbaren Effekte vernachlässigt werden. Deshalb wird dieser Beobachter mit realen Messdaten getestet.

Da bereits in der Simulation durch den ersten Fall der ersten Sensorkonfiguration eine hohe Genauigkeit für die Schätzung der Tangentialkraft erzielt werden konnte, wird auf weitere Tests des Simulationsmodells mit anderen Sensorkonfigurationen verzichtet.

### 5.1.3 Auswertung mit Prüfstanddaten

In der Simulation wurde der erste Fall der ersten Sensorkonfiguration validiert. Die Längsdynamik des NGT Modells konnte sehr gut rekonstruiert werden. Die Simulation ist jedoch nur eine näherungsweise Nachbildung des realen Modells. Deshalb ist es wichtig, die im Rahmen dieser Masterarbeit entwickelten Beobachteransätze am NGT Versuchsfahrwerk zu testen. Die Tests der Beobachter werden offline durchgeführt. Das heißt, die Winkelgeschwindigkeiten des Rades  $\omega_{rad}$  und der Rolle  $\omega_{rolle}$ , die Tangentialkraft  $F_x$ , die Normalkraft am Rad  $Q_n$  und der Motorstrom des Rades  $I$  werden am Prüfstand aufgenommen und als *Matlab-File* gespeichert. Diese werden dann in der Simulationsumgebung mit dem Programm *Dymola/Modelica* ausgelesen. Abhängig von der jeweiligen Sensorkonfiguration sind als Ausgangsgröße für die im *Dymola/Modelica* gespeicherten Werten des NGT Versuchsfahrwerks die Winkelgeschwindigkeit des Rades  $\omega_{rad}$ , die Winkelgeschwindigkeit der Rolle  $\omega_{rolle}$ , die Normalkraft am Rad  $Q_n$  und der Motorstrom des Rades  $I$ . Die vom Beobachter

geschätzten Werte für die Winkelgeschwindigkeiten  $\hat{\omega}_{rad}$ ,  $\hat{\omega}_{rolle}$  werden mit den gemessenen Werten verglichen und die daraus resultierenden Abweichungen werden mit nichtlinearen Schalttermen zur Beobachterdynamik addiert, siehe Abbildung 5.3.



**Abbildung 5.3:** Schema für die Auswertung der Beobachter mit Prüfstanddaten

Um das Kraftschlusspotential zu erhöhen, wird auf dem Massenzentrum des Fahrwerks eine Auflast von 20 kg angebracht. Des Weiteren wird das Fahrwerk mit unterschiedlichen Beschleunigungen angefahren und abgebremst. Allerdings wird innerhalb eines Testversuchs das Fahrwerk gleich beschleunigt und abgebremst und jeweils zwei gleiche Zyklen gefahren. Insgesamt wurden fünf Versuche durchgeführt mit gleicher Auflast aber verschiedenen Beschleunigungswerten. Die Versuchsbedingungen sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Durch eine schrittweise Erhöhung der Beschleunigung von  $0.1 \text{ m/s}^2$  bis  $0.5 \text{ m/s}^2$  können unterschiedliche Fahrscenarien getestet werden.

Versuch		1	2	3	4	5
Versuchsbedingung	Auflast [kg]	20	20	20	20	20
	Beschleunigung [ $\text{m/s}^2$ ]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5

**Tabelle 5.2:** Auflistung der Versuchsbedingungen

Hier wird neben der ersten Konfiguration auch die dritte Sensorkonfiguration anhand realer Prüfstanddaten getestet und ausgewertet. Der Test der Sensorkonfigurationen erfolgt ebenso anhand des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters.

Um ein Maß für die Schätzgüte der Beobachter zu erhalten, wird ein normierter Schätzfehler berechnet. Der normierter Schätzfehler  $\chi$  für eine Schätzung  $z$  der gemessenen Größe  $z_{mess}$  ist definiert als

$$\chi(i) = 100 \frac{|z(i) - z_{mess}(i)|}{\max |z_{mess}(i)|} \quad (5.19)$$

Wie in Abbildung 3.6 erläutert, versucht das Fahrwerk sich vor einer Längsbeschleunigung zunächst gerade auszurichten. Durch diesen Vorgang entstehen große Tangentialkräfte zwischen Rad und Rolle, welche den Wert des normierten Schätzfehlers verfälschen, da die

Längsdynamik des Fahrwerks während dieses Vorgangs nicht beobachtbar ist. Das kann an dieser Stelle durch eine Zerlegung der Gleichungen der Sensorkonfigurationen schnell nachgewiesen werden. Seien  $M_{rad,lateral}$  und  $F_{x,lateral}$  das benötigte Motormoment und die Tangentialkraft des Rades während der lateralen Bewegung (Zur geraden Ausrichtung) des Fahrwerks sowie  $M_{rad,gerade}$  und  $F_{x,gerade}$  das benötigte Motormoment und die Tangentialkraft des Rades während der Längsbewegung. Der Drallsatz, angewendet für die erste Sensorkonfiguration (Fall 1) ergibt

$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = M_{rad,lateral} + M_{rad,gerade} - F_{x,lateral}r_{rad} - F_{x,gerade}r_{rad} \quad (5.20)$$

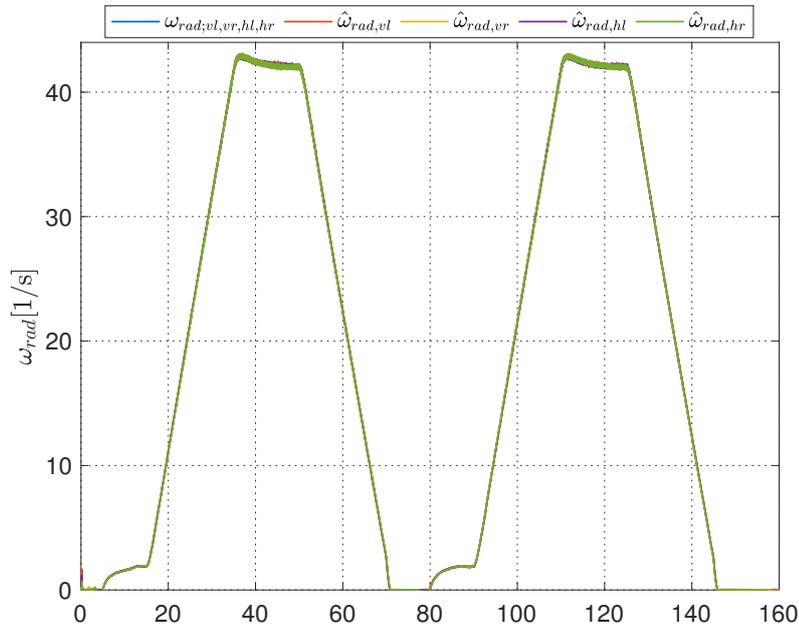
$$J_{rad}\dot{\omega}_{rad} = (M_{rad,lateral} - F_{x,lateral}r_{rad}) + (M_{rad,gerade} - F_{x,gerade}r_{rad}) \quad (5.21)$$

Da nur die Längsbewegung des Fahrwerks betrachtet wird, verschwindet der erste Summand  $M_{rad,lateral} - F_{x,lateral}r_{rad} = 0$ . Falls das Motormoment  $M_{rad,gerade}$  gleich Null ist, findet keine Längsbewegung des Fahrwerks statt und die zugehörige Winkelbeschleunigung  $\dot{\omega}_{rad}$  ist somit gleich Null. Daraus folgt, dass die Tangentialkraft in diesem Fall nicht beobachtbar ist.

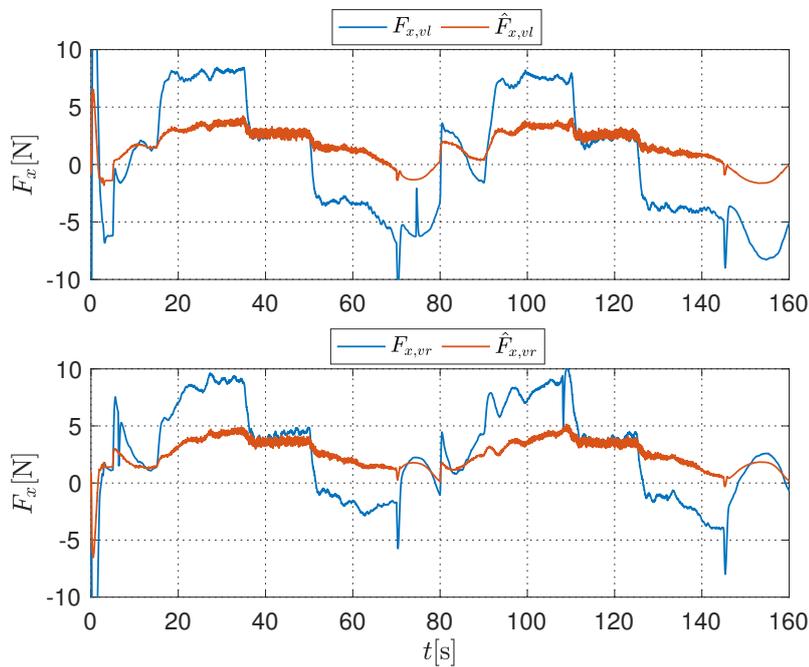
Dieser unerwünschte Vorgang ist auch in den Abbildungen 5.4 und 5.5-5.8 zu erkennen. Von null bis etwa fünf Sekunden steigen die Kräfte sehr stark an, obwohl die Winkelgeschwindigkeit des Rades nahezu Null ist. Weiterhin ist auch der gleiche Vorgang von 70 bis 80 Sekunden und von 145 bis 160 Sekunden zu erkennen, bei dem die Längsgeschwindigkeit ebenso gleich Null ist. Die in diesen Zeitpunkten gemessenen Tangentialkräfte sind nicht beobachtbar und somit für die Beobachter irrelevant. Daher werden diese Bereiche für alle Sensorkonfigurationen nicht betrachtet. Um den negativen Einfluss dieses Vorgangs auf die Berechnung des normierten Schätzfehlers zu minimieren, wird der normierte Schätzfehler nur für den Beschleunigungs- und Bremsvorgang ausgewertet. Dies entspricht dem Zeitraum von ca. 5 bis 70 bzw. 80 bis 145 Sekunden. Da beide Zyklen nahezu einen identischen Verlauf der Tangentialkräfte zeigen, genügt es nur einen Bereich zu betrachten. Aufgrund des geringeren Schwingverhaltens der Tangentialkräfte zwischen 5 und 70 Sekunden, wird dieser Bereich untersucht. In Abbildung 5.4 ist die geschätzte Winkelgeschwindigkeit aller vier Fälle und aller vier Räder für die erste Sensorkonfiguration zu sehen. In den Abbildungen 5.5, 5.6, 5.7 und 5.8 sind die geschätzten Tangentialkräfte des vorderen Radträgers für die erste Sensorkonfiguration dargestellt<sup>1</sup>.

---

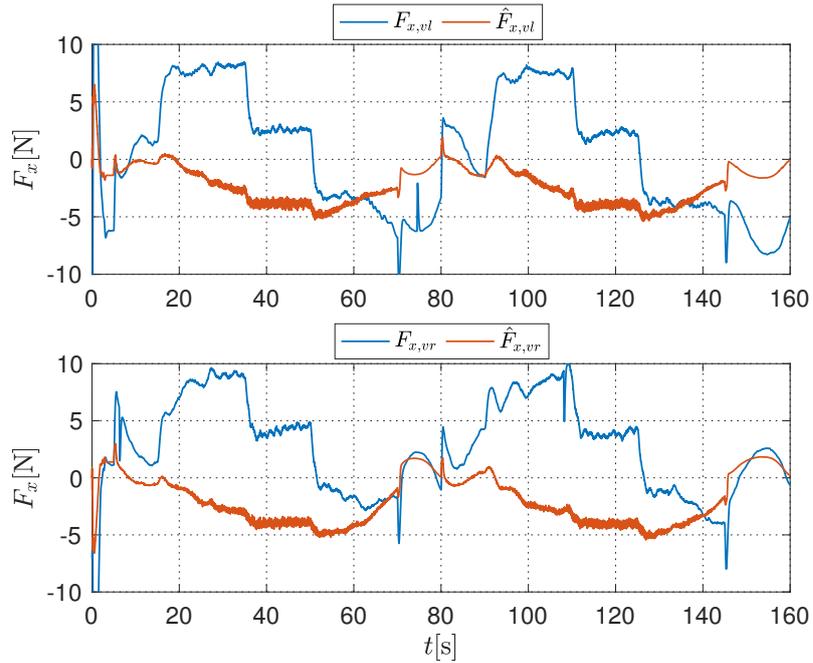
<sup>1</sup>Die Verläufe der geschätzten Tangentialkräfte für den hinteren Radträger sind in Anhang A zu entnehmen.



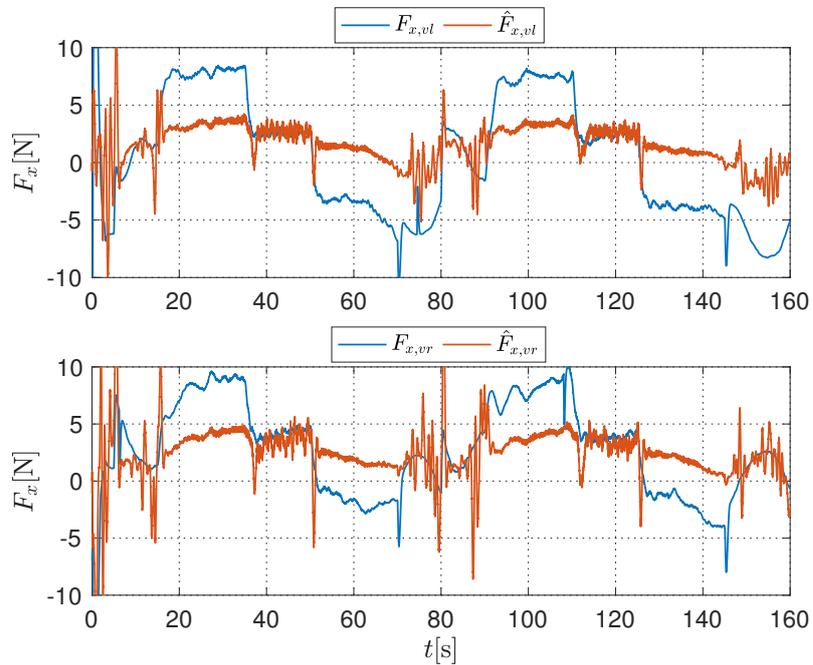
**Abbildung 5.4:** Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und aller vier Fälle für die erste Sensorkonfiguration,  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



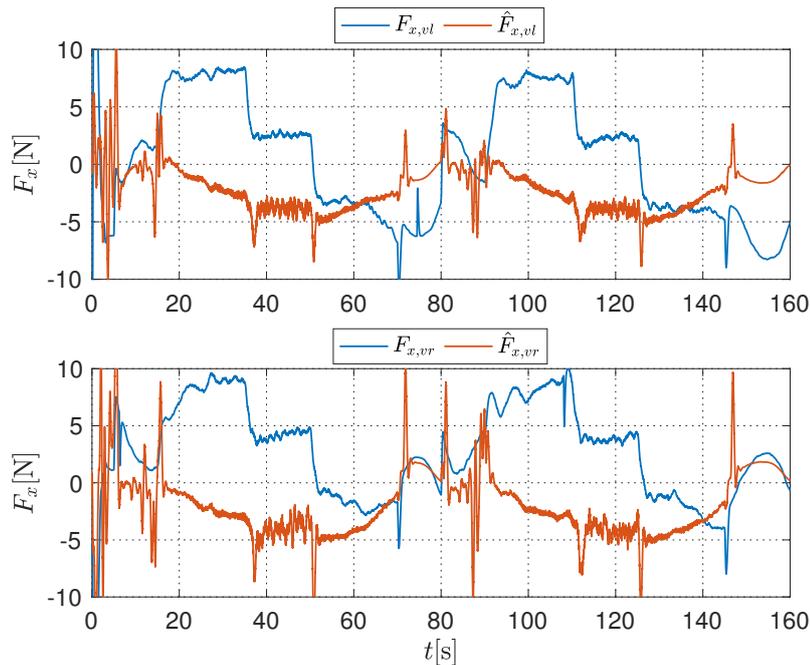
**Abbildung 5.5:** Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.6:** Zweiter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.7:** Dritter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.8:** Vierter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Fall	$z$	$\max  z_{mess} $	$\bar{\chi}$	$\sigma_{\chi}$
Erster	$F_{x,vl}$	8.4419 N	35.6656%	24.5716%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	27.7483%	17.1757%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	27.1802%	17.9367%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	24.9427%	14.5400%
Zweiter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	58.8136%	42.5019%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	62.9037%	38.8519%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	70.2843%	37.3498%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	73.0042%	26.0864%
Dritter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	37.7139%	25.0780%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	31.5570%	17.3600%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	39.0946%	37.6985%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	31.3326%	24.9760%
Vierter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	61.0030%	42.7019%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	65.8179%	39.6137%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	79.7437%	48.7063%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	77.8929%	32.4793%

**Tabelle 5.3:** Schätzfehler der ersten Sensorkonfiguration, Messgröße  $z$ , maximaler Messwert  $\max |z_{mess}|$ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers  $\bar{\chi}$  und Standardabweichung  $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden,  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

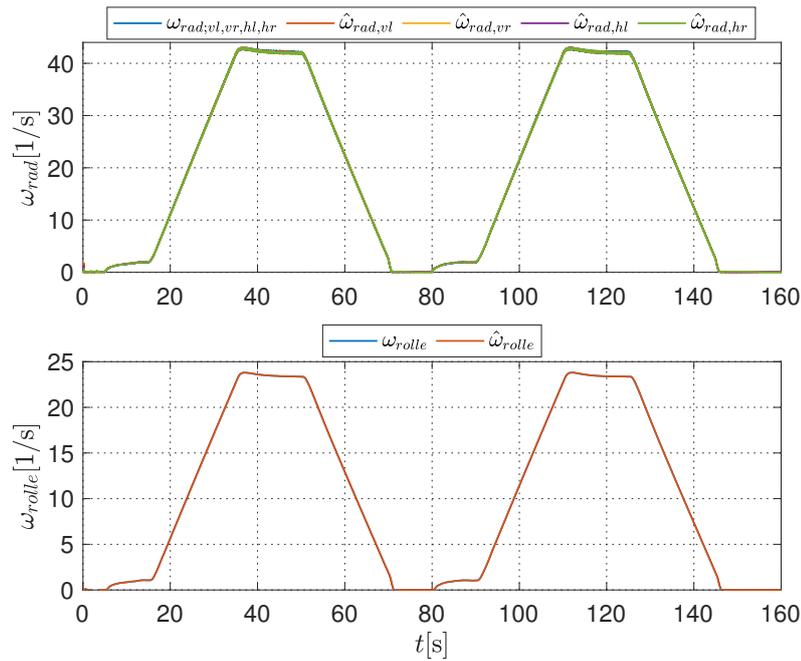
Es ist zu sehen, dass die Tangentialkräfte mit der ersten Sensorkonfiguration durch die Beobachter für alle vier Fälle nicht nachgebildet werden können und das obwohl die Winkelgeschwindigkeit des Rades gut rekonstruierbar ist. Die gute Rekonstruktion der gemessenen Winkelgeschwindigkeit des Rades weist auf einen Gleitzustand des Systems hin. Außerdem sind die Tangentialkräfte bei allen vier Rädern unterschiedlich, obwohl alle Räder den gleichen Geschwindigkeitsverlauf haben. Das weist darauf hin, dass jedes Rad über eine eigene spezifische Dynamik verfügt. In der Simulation wurde schon mit dem ersten Fall die Tangentialkraft gut rekonstruiert. Der erste Test mit realen Prüfstanddaten verdeutlicht somit eine starke Abweichung der Längsdynamik des NGT Modells vom realen Fahrwerk.

In Tabelle 5.3 sind die zugehörigen normierten Schätzfehler der Tangentialkräfte der ersten Sensorkonfiguration aufgelistet. Hier ist zu erwähnen, dass der normierte Schätzfehler für die Winkelgeschwindigkeit des Rades für alle vier Fälle auf dem gleichen Niveau liegt ( $\omega_{rad,vl} : 0.0503\%$ ,  $\omega_{rad,vr} : 0.0514\%$ ,  $\omega_{rad,hl} : 0.0531\%$  und  $\omega_{rad,hr} : 0.0525\%$ ). Der normierte Schätzfehler der Tangentialkraft erreicht für den ersten Fall den Wert von 35.6656% beim vorderen linken Rad. Weiterhin verschlechtern sich die geschätzten Tangentialkräfte (um etwa 23.1% für *vl*, 35.15% für *vr*, 43.1% für *hl* und sogar bis 48.06% für *hr*), wenn der Rollwiderstand der Räder berücksichtigt wird, dies entspricht dem zweiten Fall. Auch durch die Polach Methode kann die Schätzgüte nicht verbessert werden. Der vierte Fall liefert insgesamt die schlechtesten Ergebnisse für die erste Sensorkonfiguration. All das weist auf andere Effekte hin, die durch die Beobachter nicht modelliert sind.

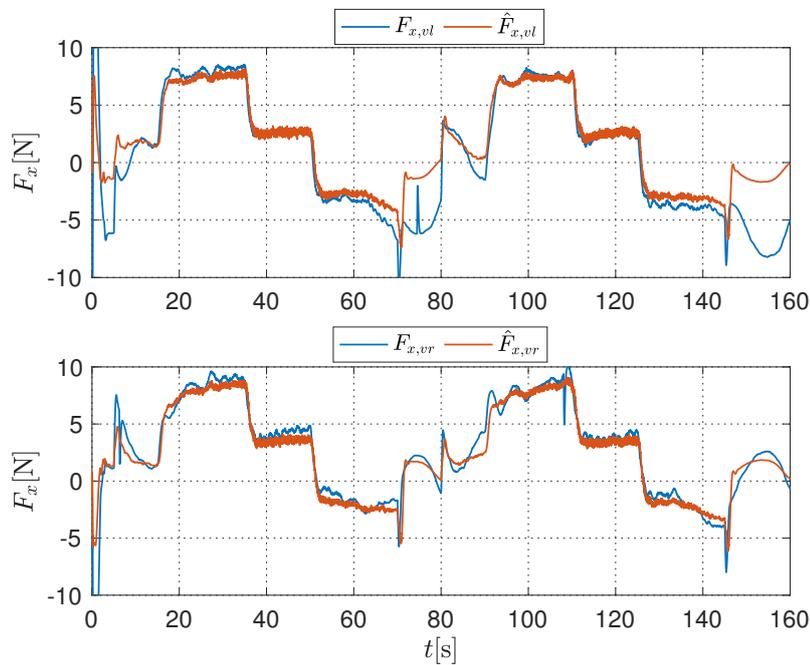
Die Verläufe der geschätzten Tangentialkräfte der dritten Sensorkonfiguration für den vorderen Radträger sind in den Abbildungen 5.10, 5.11, 5.12 und 5.13 dargestellt<sup>2</sup>. Außerdem sind die geschätzten Winkelgeschwindigkeiten aller Räder und aller vier Fälle und der Rolle in Abbildung 5.9 zu sehen. Tabelle 5.4 zeigt die normierten Schätzfehler der Tangentialkräfte für die dritte Sensorkonfiguration auf.

---

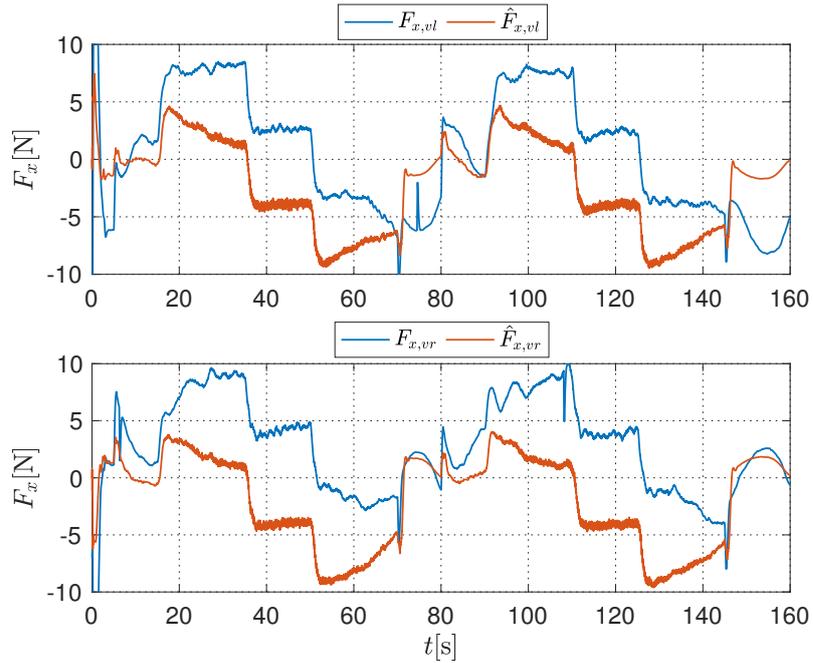
<sup>2</sup>Die Verläufe der geschätzten Tangentialkräfte für den hinteren Radträger sind in Anhang A zu entnehmen.



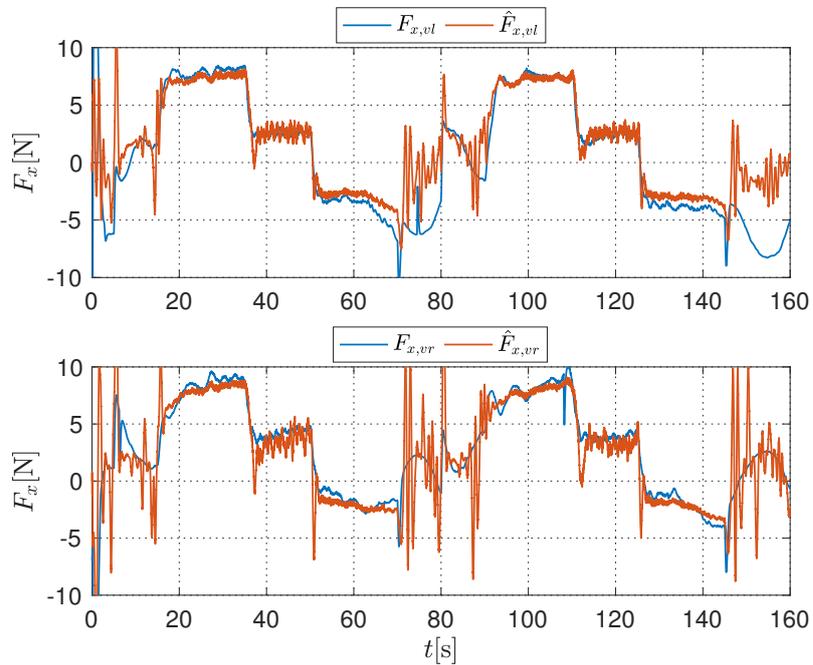
**Abbildung 5.9:** Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und aller vier Fälle und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration,  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



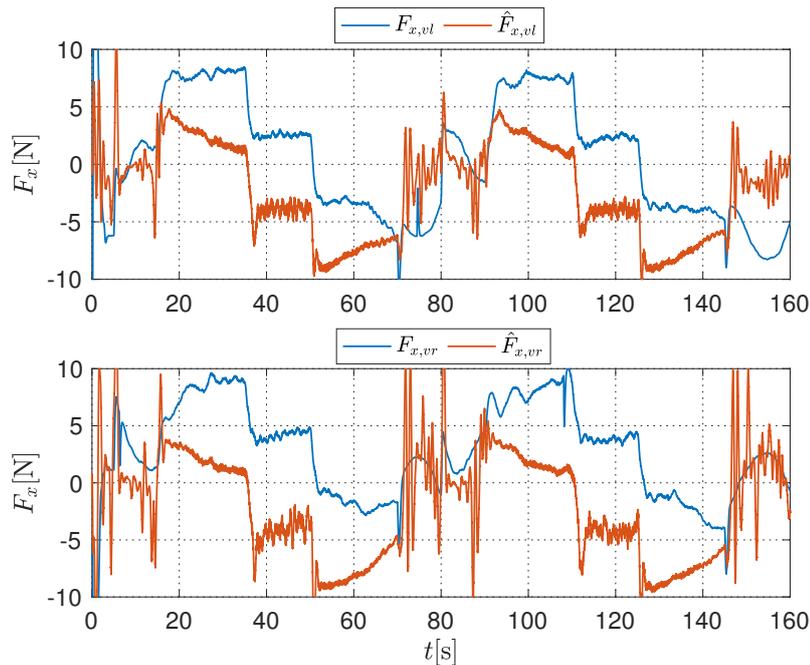
**Abbildung 5.10:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.11:** Zweiter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.12:** Dritter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



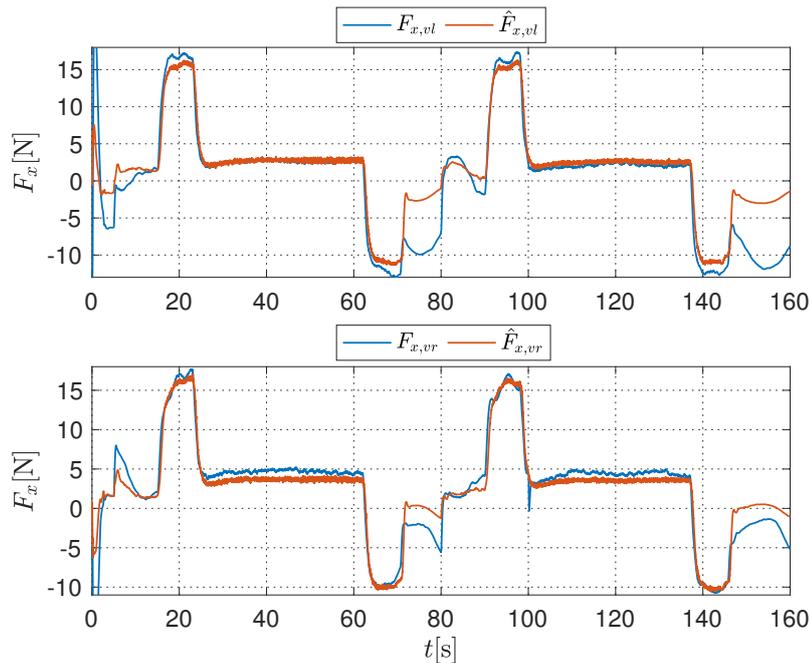
**Abbildung 5.13:** Vierter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Fall	$z$	$\max  z_{mess} $	$\bar{\chi}$	$\sigma_{\chi}$
Erster	$F_{x,vl}$	8.4419 N	8.0434%	7.8402%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	6.4832%	4.9341%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	10.7114%	7.5274%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	20.2507%	12.9007%
Zweiter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	53.7254%	23.9734%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	61.5559%	23.7392%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	68.4891%	24.5910%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	71.6432%	21.8924%
Dritter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	10.3965%	15.0537%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	10.9813%	15.0252%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	23.1005%	40.3508%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	24.8259%	25.7185%
Vierter	$F_{x,vl}$	8.4419 N	54.9663%	25.9451%
	$F_{x,vr}$	9.6336 N	64.8220%	25.1334%
	$F_{x,hl}$	7.6855 N	78.5401%	40.2748%
	$F_{x,hr}$	7.9897 N	77.4976%	27.0568%

**Tabelle 5.4:** Schätzfehler der dritten Sensorkonfiguration, Messgröße  $z$ , maximaler Messwert  $\max |z_{mess}|$ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers  $\bar{\chi}$  und Standardabweichung  $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden,  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Mit dem ersten und dritten Fall der dritten Sensorkonfiguration kann der Verlauf der gemessenen Tangentialkraft gut wiedergegeben werden. Sowohl seine Amplitude als auch seine zeitliche Änderung stimmen gut mit den geschätzten Werten überein. Es ist noch anzumerken, dass in Bereichen von null bis fünf Sekunden, 70 bis 80 Sekunden und 145 bis 160 Sekunden die Längeschwindigkeit des Fahrwerks nahezu Null ist und die Tangentialkräfte in diesen Bereichen nicht beobachtbar sind. Die Schätzabweichung ist beim vorderen linken Rad am Anfang etwas hoch und wird nach zehn Sekunden bereits gut kompensiert. Die Beobachterdynamik entspricht ab dieser Zeit nahezu der Längsdynamik des Fahrwerks. Daraus folgt, dass für eine kleine Winkelgeschwindigkeit die Längsdynamik des Fahrwerks schwer beobachtbar ist. Vermutlich ist in diesem Bereich die laterale Ausrichtung des Fahrwerks noch nicht komplett abgeschlossen. Weiterhin wird die Schätzgüte dieser Sensorkonfiguration durch die Berücksichtigung des Rollwiderstands auch nicht verbessert, siehe Abbildungen 5.11 und 5.13. Im Vergleich zum dritten Fall weist jedoch der erste Fall ein viel stabileres Schwingverhalten auf. Der Grund dafür ist, dass im dritten Fall die zeitliche Änderung der Tangentialkraft mit der Methode von Polach angenähert wird. In der Methode von Polach sind viele nichtlineare Terme enthalten, welche schon bei einer minimalen Änderung der Tangentialkraft starke Schwingungen in den Schätzergebnissen verursachen.

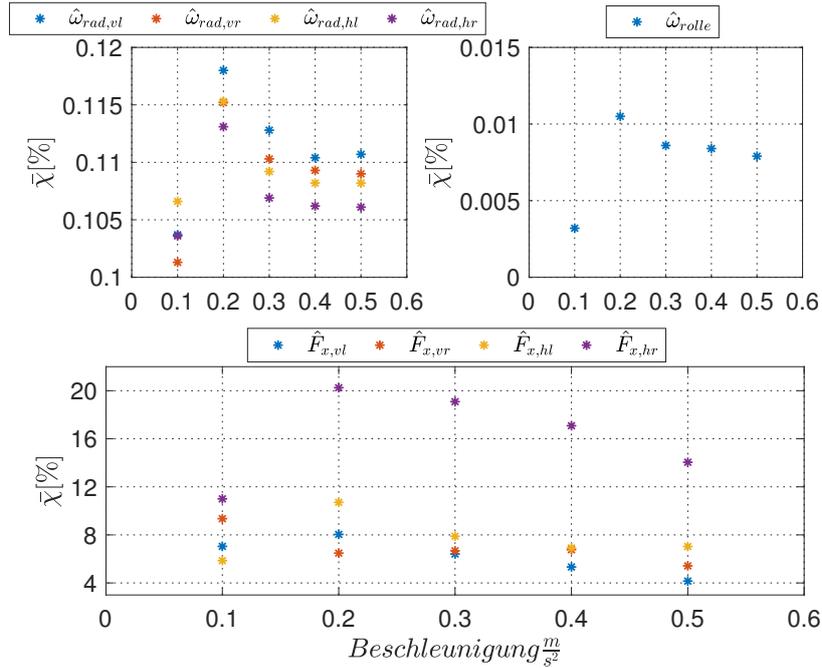
Allerdings bestätigt die hohe Schätzgüte der dritten Sensorkonfiguration im Vergleich zur ersten den starken Einfluss der Drehbewegung der Rolle auf die Tangentialkraft. Tabelle 5.4 (Erster Fall) verdeutlicht die Qualität der Beobachtung. In den beiden vorderen Rädern ist der Mittelwert des normierten Schätzfehlers kleiner als 9%. Beim hinteren Radträger ist die Schätzgüte allerdings geringer. Der normierte Schätzfehler beim hinteren linken Rad ist etwa 3% größer als beim vorderen linken Rad und ist beim hinteren rechten Rad am größten. Vermutlich ist die schlechte Qualität der Schätzung im hinteren Radträger auf den Einfluss des Motors für den Antrieb der Rolle zurückzuführen, der noch weitere Effekte in der Längsdynamik des Fahrwerks verursacht, siehe Abbildung 3.2. Zudem wurde das tatsächliche äquivalente Trägheitsmoment der Rolle gemittelt und somit schon ein Fehler in der Beobachtung der Tangentialkraft gebaut.



**Abbildung 5.14:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Um den Lösungsansatz des ersten Falls der dritten Sensorkonfiguration endgültig zu validieren, werden noch weitere Tests benötigt. Wie in Tabelle 5.2 aufgelistet, wurden noch weitere Messwerte für unterschiedliche Beschleunigungen aufgenommen. Abbildung 5.14 zeigt, dass bei hoher Beschleunigung der Beobachter in der Lage ist, die Tangentialkräfte des vorderen Radträgers zu rekonstruieren<sup>3</sup>. Die Anfangsabweichung zwischen Modell und Beobachter wird bereits nach zehn Sekunden abgebaut. Außerdem gibt der Beobachter gut die Amplitude der Tangentialkraft wieder. Die Schätzergebnisse für die Beschleunigungen  $0.1 \text{ m/s}^2$ ,  $0.3 \text{ m/s}^2$  und  $0.4 \text{ m/s}^2$  sind in Anhang A zu entnehmen. Abbildung 5.15 zeigt wie sich der normierte Schätzfehler verändert, wenn das Fahrwerk unterschiedlich beschleunigt wird.

<sup>3</sup>Die Verläufe der geschätzten Tangentialkräfte für den hinteren Radträger sind in Anhang A zu entnehmen.



**Abbildung 5.15:** Mittelwert der normierten Schätzfehler in Abhängigkeit der Beschleunigung, Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden

Mit steigender Beschleunigung wird der Gleitzustand immer erreicht,  $\tilde{\omega}_{rad} \approx 0$  und  $\tilde{\omega}_{rolle} \approx 0$ , denn die Winkelgeschwindigkeit des Rades und der Rolle werden gut rekonstruiert. Darüber hinaus verkleinert sich insgesamt der normierte Schätzfehler und liegt sogar beim vorderen linken und rechten Rad und beim hinteren linken Rad unter 8% bei einer Beschleunigung von 0.3 m/s<sup>2</sup>, 0.4 m/s<sup>2</sup> und 0.5 m/s<sup>2</sup>. Weiterhin verbessert sich die Qualität der Schätzung beim hinteren rechten Rad von 20% bei 0.2 m/s<sup>2</sup> auf 14% bei 0.5 m/s<sup>2</sup>. Trotz vieler Unsicherheiten und Störungen bleibt der Beobachter robust und ist fähig unter verschiedenen Versuchsbedingungen die Längsdynamik des Fahrwerks nachzubilden. Der erste Fall des vorgestellten Lösungsansatzes der dritten Sensorkonfiguration ist somit validiert.

Weiterhin ist an dieser Stelle anzumerken, dass vor der Auslegung der Beobachter die Offsets für die gemessenen Tangentialkräfte entfernt wurden, siehe Tabelle 5.5.

$z$	Offset
$F_{x, vl}$	18.66 N
$F_{x, vr}$	7 N
$F_{x, hl}$	50.25 N
$F_{x, hr}$	9.05 N

**Tabelle 5.5:** Offset für die Messgröße  $z$

## 5.2 Vergleich der Beobachteransätze mittels der validierten Sensorkonfiguration

Im vorherigen Abschnitt wurde der erste Fall der dritten Sensorkonfiguration validiert. Dieser wird nun anhand weiterer Beobachteransätze getestet und bewertet. Dazu wird der First-Order Sliding-Mode-Beobachter und der Extended Kalman-Filter verwendet. Die Schätzgüte der Beobachter wird miteinander verglichen und es wird überprüft, ob diese weiteren Beobachteransätze die Schätzergebnisse verbessern können.

Zunächst wird die physikalische Bewegungsgleichung (3.23) in Ein-/Ausgangsform der Zustandsraumdarstellung umgeformt, um den Sliding-Mode-Beobachter in der nächsten Stufe zu entwerfen

$$\begin{bmatrix} \omega_{rad,i} \\ \dot{\omega}_{rad,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{rad,i} \\ \omega_{rad,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{M_{rad,i}}{J_{rad}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle}}{J_{rad}} \quad (5.22)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} F_{x,i} \quad (5.23)$$

Dabei sind  $\varphi_{rad,i}$  die Winkelposition und  $\omega_{rad,i}$  die Winkelgeschwindigkeit der Räder. Durch die Betrachtung in der dritten Sensorkonfiguration des Terms  $J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle}$  als ein zusätzliches Drehmoment für das System, kann die Gleichung (5.22) in eine minimale Zustandsraumdarstellung weiter umgeformt werden. Die neue Zustandsraumdarstellung ist damit definiert als

$$\begin{bmatrix} \omega_{rad,i} \\ \dot{\omega}_{rad,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{rad,i} \\ \omega_{rad,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{M_{rad,i}}{J_{rad}} \\ \frac{J_{rolle,eq,h}\dot{\omega}_{rolle}}{J_{rad}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} F_{x,i} \quad (5.24)$$

Die Idee bei der Auslegung des First-Order Sliding-Mode-Beobachters ist die Tangentialkraft  $F_{x,i}$  als unbekanntem Systemeingang festzulegen. Des Weiteren wird angenommen, dass die Tangentialkraft nach oben begrenzt ist,  $\|F_{x,i}\| \leq \rho(t)$ . So lässt sich das System (5.24) durch ein Zustandsraummodell wie in Gleichungen (4.1) und (4.2) mit den Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

weiter beschreiben. Die Struktur des First-Order Sliding-Mode-Beobachters ist gemäß Gleichung (4.9) festzulegen. Zur Erfüllung der Bedingungen 1 und 2 des First-Order Sliding-Mode-Beobachters wird der Ausgangsvektor des Beobachters als  $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$  definiert<sup>4</sup>. Somit hat das System (A, D, C) eine invariante Nullstelle mit negativem Realteil  $s = -1$ . Zur Berechnung der invarianten Nullstellen wird die folgende Rosenbrock-Matrix

<sup>4</sup>Die Winkelposition des Rades wird hier durch die Integration der Winkelgeschwindigkeit des Rades ermittelt.

verwendet

$$R_o(s) = \begin{bmatrix} sI - A & -D \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Die Nullstellen  $s$  sind die Werte für die gilt

$$\text{rang}(R_o(s)) < 3$$

Wählt man

$$G_l = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

dann sind die Eigenwerte von  $A - G_l C$  gleich  $\{-1, -1\}$  und außerdem

$$PA_0 + A_0^T P = -Q \leq 0 \quad (5.27)$$

mit

$$Q = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix},$$

falls

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Des Weiteren ist für die folgende Wahl von  $P$  die Gleichung  $C^T F^T = PD$  mit  $F = 1$  erfüllt. Somit sind alle Anforderungen zum Entwurf eines robusten First-Order Sliding-Mode-Beobachters erfüllt. Die robuste First-Order Sliding-Mode-Beobachterdynamik ist dann

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rad,i} \\ \dot{\hat{\omega}}_{rad,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{rad,i} \\ \hat{\omega}_{rad,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{M_{rad,i}}{J_{rad}} \\ \frac{J_{rolle,eq,h}\omega_{rolle}}{J_{rad}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e_{y,i} \quad (5.28)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 100 \frac{e_{y,i}}{|e_{y,i}| + 0.0001} \quad (5.29)$$

Trotz der Approximation des „equivalent output injection“ durch eine glatte Sigmoidfunktion  $100\text{sgn}(e_y) \approx 100 \frac{e_{y,i}}{|e_{y,i}| + 0.0001}$  wird das approximierte Signal weiter durch einen *Butterworth-Filter* 4. Ordnung mit einer Eckfrequenz von 3 Hz gefiltert.

Die im System wirkende unbekannt Tangentialkraft lässt sich dann im Gleitzustand

zu

$$F_{x,i} = \frac{-J_{rad}}{r_{rad}} \left( 100 \frac{e_{y,i}}{|e_{y,i}| + 0.0001} \right)_{Filter} \quad (5.30)$$

rekonstruieren.

Für die Auslegung des Extended Kalman-Filters wird die Kalman-Filter Bibliothek des Programms *Simulink* verwendet [MAT18]. Dazu wird Gleichung (3.23) wie folgt umgestellt

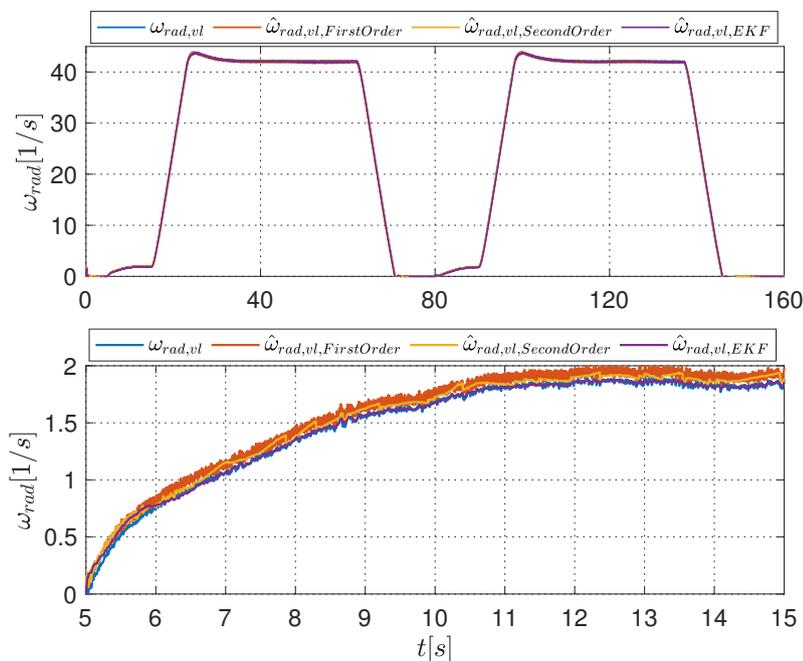
$$\begin{bmatrix} \omega_{rad,i} \\ \dot{\omega}_{rad,i} \\ \dot{F}_{x,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{rad,i} \\ \omega_{rad,i} \\ F_{x,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \left( \frac{M_{rad,i} + J_{rolle,eq,h} \dot{\omega}_{rolle}}{J_{rad}} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \omega_{rad,i} \quad (5.31)$$

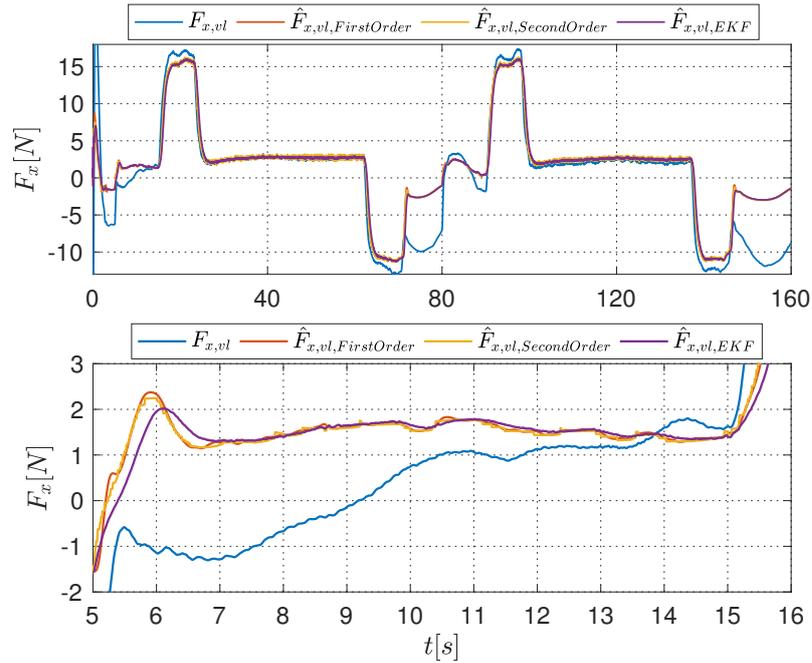
und mit der folgende Prozessrauschkovarianzmatrix  $Q_K$  und Messrauschkovarianzmatrix  $R_K$

$$Q_K = \begin{bmatrix} 1e^{-10} & 0 & 0 \\ 0 & 1e^{-10} & 0 \\ 0 & 0 & 1e^{-10} \end{bmatrix}, R_K = 5e^{-10}$$

implementiert.



**Abbildung 5.16:** Vergleich der Beobachteransätze für das vordere linke Rad,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung 5.17:** Vergleich der Beobachteransätze für das vordere linke Rad,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Position	$\max  z_{mess} $	Methode	$\bar{\chi}$	$\sigma_{\chi}$
Vorne links	17.2196 N	$F_{x,vl,FirstOrder}$	4.0877%	5.1136%
		$F_{x,vl,SecondOrder}$	4.1551%	4.9080%
		$F_{x,vl,EKF}$	4.7443%	6.5620%
Vorne rechts	17.6583 N	$F_{x,vr,FirstOrder}$	6.4088%	5.4489%
		$F_{x,vr,SecondOrder}$	5.4189%	3.6103%
		$F_{x,vr,EKF}$	6.1042%	4.5879%
Hinten links	13.9181 N	$F_{x,hl,FirstOrder}$	7.8727%	7.9599%
		$F_{x,hl,SecondOrder}$	7.0319%	6.7326%
		$F_{x,hl,EKF}$	7.5547%	7.3442%
Hinten rechts	13.6898 N	$F_{x,hr,FirstOrder}$	14.5746%	10.4985%
		$F_{x,hr,SecondOrder}$	14.0471%	10.1733%
		$F_{x,hr,EKF}$	14.3113%	10.2352%

**Tabelle 5.6:** Schätzfehler der drei Beobachteransätze, maximaler Messwert  $\max |z_{mess}|$ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers  $\bar{\chi}$  und Standardabweichung  $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Die Abbildungen 5.16 und 5.17 zeigen die Verläufe der geschätzten Winkelgeschwindigkeiten und Tangentialkräfte aller drei Beobachteransätze für das vordere linke Rad<sup>5</sup>. Sowohl die Winkelgeschwindigkeit als auch die Tangentialkraft werden durch die drei Beobachter gut

<sup>5</sup>Die Verläufe der anderen Räder sind in Anhang A zu entnehmen

wiedergegeben. Allerdings ist die Rekonstruktion der Winkelgeschwindigkeit durch das EKF etwas genauer als die der anderen zwei Beobachter, siehe Abbildung 5.16 (unten). Des Weiteren verdeutlicht die Abbildung 5.17 (unten) einen leichten unterschiedlichen Verlauf der geschätzten Tangentialkräfte im Zeitraum von 5 bis 16 Sekunden. In Tabellen 5.6 sind die normierten Schätzfehler der Tangentialkräfte aller Beobachteransätze aufgetragen.

Insgesamt liefern die drei Beobachter ungefähr die gleichen Schätzfehler, wobei mit dem Second-Order Sliding-Mode-Beobachter eine leicht höhere Schätzgüte erzielt werden kann. Somit ergibt die Analyse der Ergebnisse aller drei Beobachter, dass mit dem einfachen First-Order Sliding-Mode-Beobachter schon eine gute Beobachtung der Tangentialkraft möglich ist. Außerdem wird durch das EKF keine Verbesserung der Schätzung erreicht.

# 6 Fazit

## 6.1 Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines Beobachters für die Längsdynamik des Next Generation Train (NGT) Versuchsfahrwerks. Dabei sollten die Tangentialkräfte optimal rekonstruiert werden. Hierfür wurde die Arbeit in vier einzelne Hauptphasen gegliedert.

In der ersten Phase wurden durch Messungen des Drehzahlauslaufverhaltens der Einzelräder des Versuchsfahrwerks ihre Rollwiderstände identifiziert. Daraus hat sich ergeben, dass die Rollwiderstände der Räder quadratisch mit ihren Winkelgeschwindigkeiten ansteigen. Des Weiteren konnte aus unregelmäßigen Testfahrten der Einfluss der Rolle auf die Drehbewegung der Räder bestimmt werden. Diese Störgröße für die Räder ist mit dem äquivalenten Trägheitsmoment der Rolle proportional zur Winkelbeschleunigung der Rolle und konnte nur angenähert werden.

In der zweiten Phase wurden drei mögliche Sensorkonfigurationen definiert und ihre Tauglichkeit für die Beobachtung der Tangentialkräfte mittels des robusten Second-Order Sliding-Mode-Beobachters getestet. Dabei wurden der Einfluss der Rollwiderstände der Räder und die Anwendbarkeit der Methode von Polach durch die Betrachtung von vier Modellierungsfällen für jede Sensorkonfiguration diskutiert. Die Modellierung der Rollwiderstände der Räder verbessert nicht die Schätzgüte für die Beobachtung der Tangentialkräfte und die Methode von Polach erwies sich in der Simulation aufgrund vielen nichtlinearen Termen in seiner Formulierung als instabil. Mit der ersten Sensorkonfiguration kann durch die Messung der Winkelgeschwindigkeit vom Rad alleine die Tangentialkraft nicht rekonstruiert werden. Weiterhin wurde festgestellt, dass die Betrachtung der Gierwinkelgeschwindigkeit der Radträger in der zweiten Sensorkonfiguration im Rahmen dieser Masterarbeit nicht hilfreich ist, da die Testfahrten nur bei minimal lateraler Bewegung des Fahrwerks durchgeführt wurden. Aus diesem Grund weisen alle Räder die gleiche Winkelgeschwindigkeit auf. Darüber hinaus wird mit der zusätzlichen Berücksichtigung der Drehbewegung der Rolle die Schätzgüte deutlich erhöht.

In Phase drei wurde der erste Fall der dritten Sensorkonfiguration unter unterschiedlichen Versuchsbedingungen getestet und validiert. Dabei wurde das Fahrwerk mit einer schrittweisen Erhöhung der Beschleunigung angefahren und abgebremst. Es wurde festgestellt, dass sich der Mittelwert des normierten Schätzfehlers mit steigender Beschleunigung insgesamt verkleinert.

In der vierten und letzten Phase wurde für das validierte Modell ein First-Order Sliding-Mode-Beobachter und ein EKF entworfen und die Ergebnisse miteinander verglichen. Die Schätzgüte der drei Beobachter liegen auf dem gleichen Niveau, wobei für die Schätzung der Tangentialkraft am NGT Versuchsfahrwerk der Second-Order Sliding-Mode-Beobachter eine leichte Verbesserung der Schätzgüte erzielt.

Abschließend lässt sich sagen, dass vielversprechende Ergebnisse erreicht wurden. Die Tangentialkräfte werden rekonstruiert. Der Mittelwert des normierten Schätzfehlers für das vordere linke, vordere rechte und hintere linke Rad liegt unter 8%, wenn das Fahrwerk mit einer Beschleunigung von  $0.3 \text{ m/s}^2$ ,  $0.4 \text{ m/s}^2$  und  $0.5 \text{ m/s}^2$  angefahren und abgebremst wird. Allerdings ist die Schätzgüte beim hinteren rechten Rad geringer, was vermutlich auf den Einfluss des Motors für den Antrieb der Rolle, der noch weitere Effekte in der Längsdynamik des Fahrwerks verursacht sowie auf eine nicht ausreichende Annäherung des äquivalenten Trägheitsmoments der Rolle zurückzuführen ist. Außerdem wurde deutlich, dass der Sliding-Mode-Beobachter als Alternative zu den Kalman-Filter gut geeignet ist.

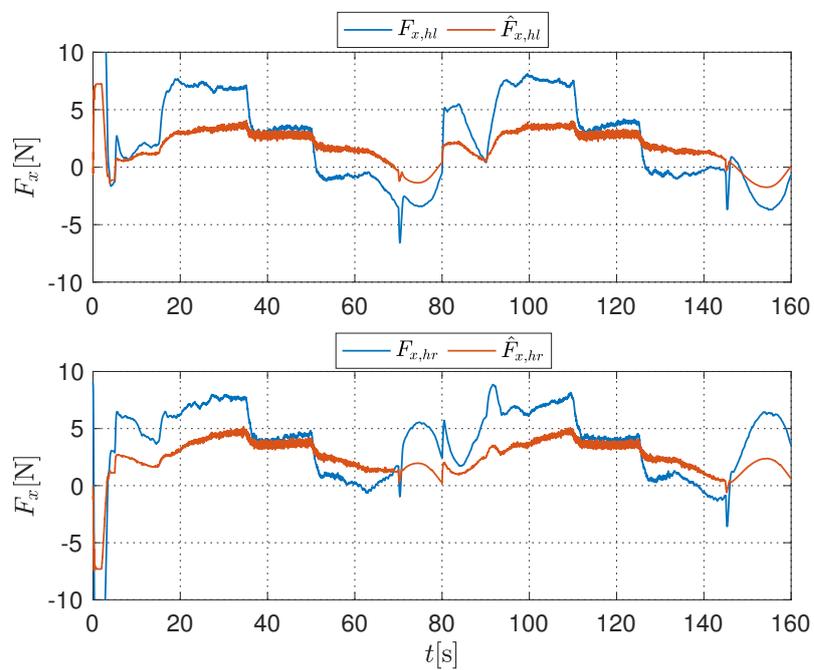
## 6.2 Ausblick

Anhand der Bearbeitung der vorliegenden Masterarbeit haben sich darüber hinaus weitere Projekte eröffnet. Bei Testfahrten hat sich ergeben, dass mit der bereits vorhandenen Lateraldynamikregelung eine Längsbeschleunigung mit lateraler Bewegung des Fahrwerks noch problematisch ist. Der nächste Schritt für eine zuverlässige und robuste Beobachtung der Tangentialkraft des NGT Versuchsfahrwerks ist also die Entwicklung und Implementierung eines Traktionsreglers für seine Längsdynamik. Dieser soll folgend mit der Lateraldynamikregelung verknüpft werden und somit eine kombinierte Reglerarchitektur bilden. Abschließend soll der Beobachter erneut mit lateraler Bewegung des Fahrwerks getestet werden und zusätzlich überprüft werden, ob dadurch die Schätzgüte der Tangentialkraft verschlechtert wird. Ist dies der Fall, kann der vorgestellte Lösungsansatz für die zweiten Sensorkonfiguration eingesetzt und der Einfluss der Rolle auf die Räder ebenso mit der hier identifizierten Störgröße modelliert werden.

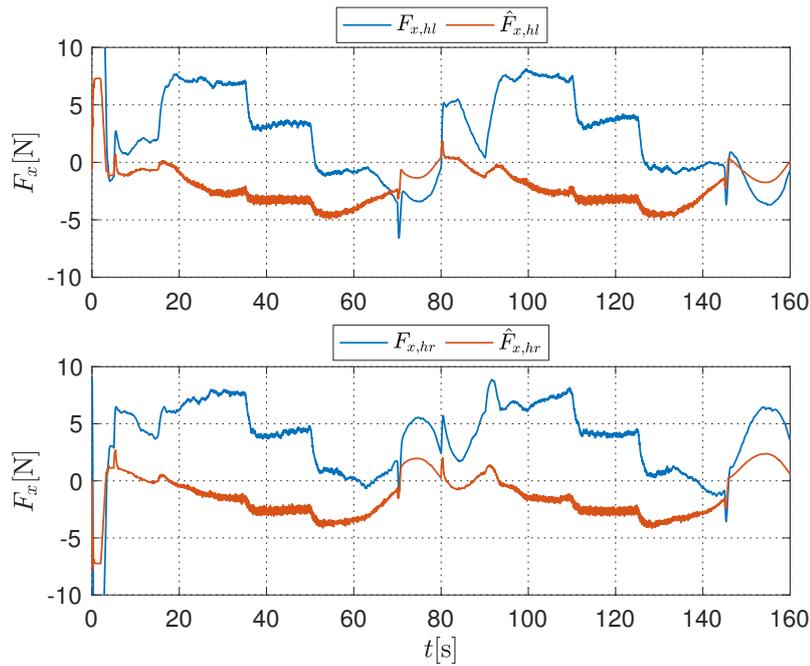
# A Ergebnisse der Beobachter

## A.1 Erste Sensorkonfiguration

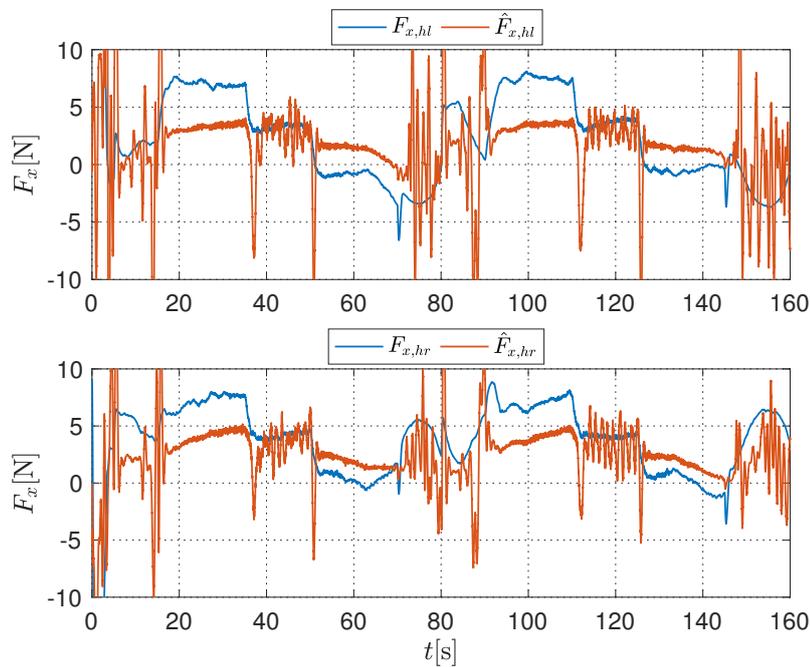
Beschleunigung:  $0.2 \text{ m/s}^2$



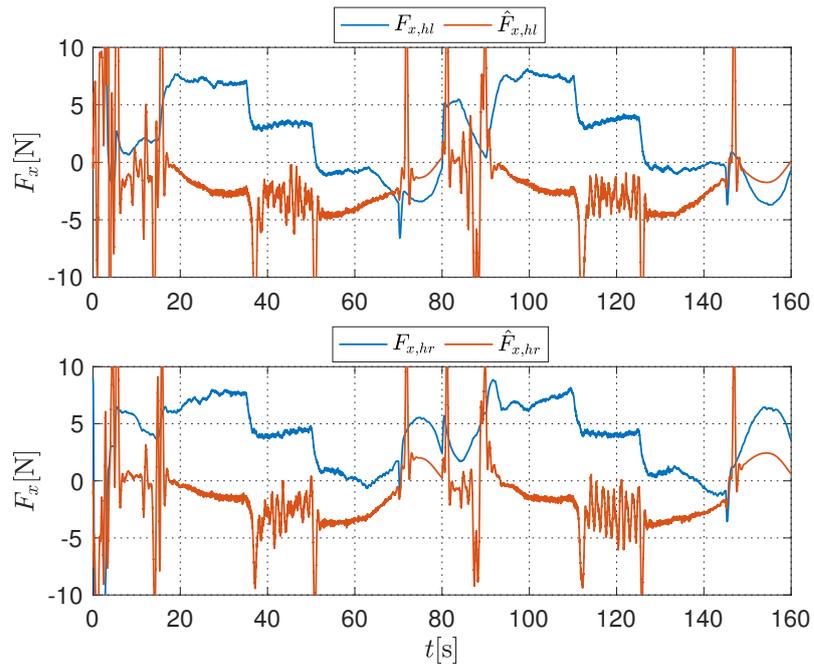
**Abbildung A.1:** Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung A.2:** Zweiter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



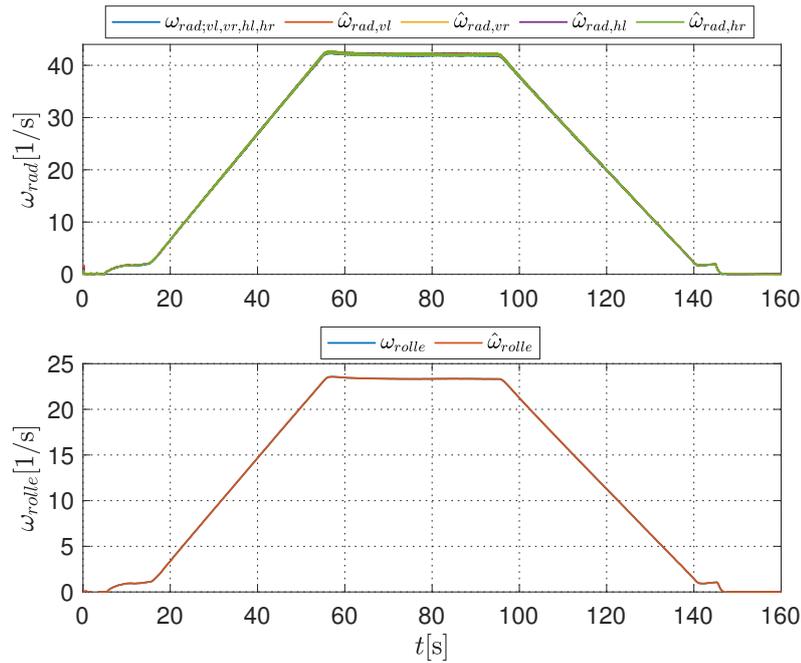
**Abbildung A.3:** Dritter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



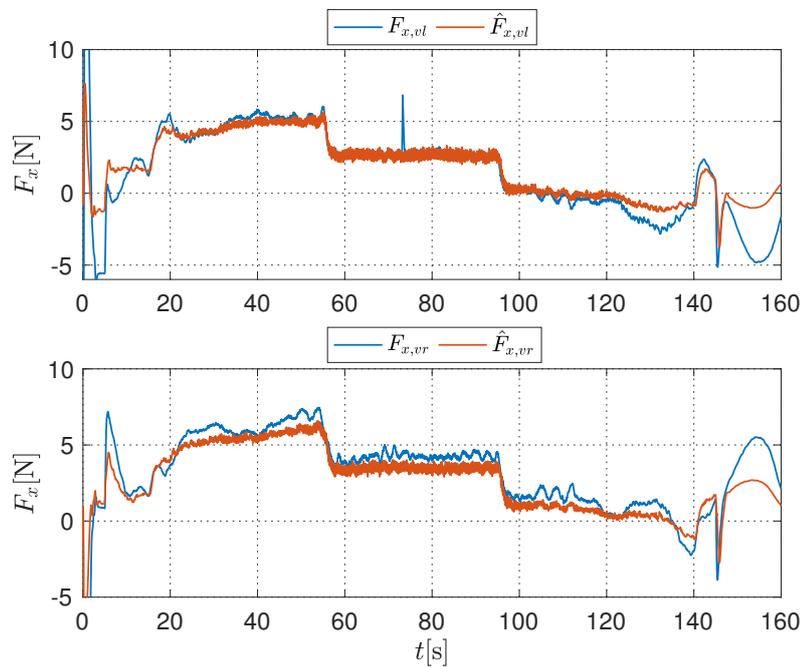
**Abbildung A.4:** Vierter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

## A.2 Dritte Sensorkonfiguration

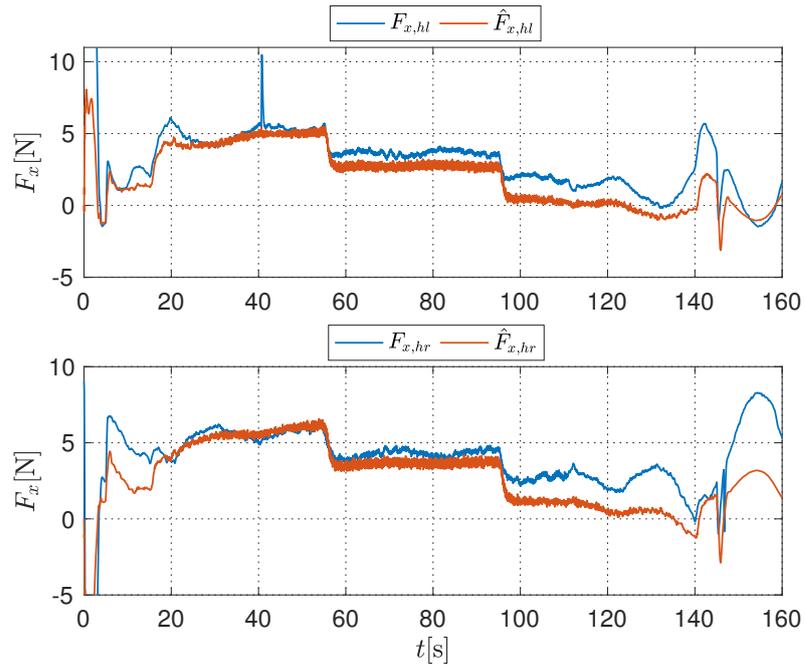
Beschleunigung:  $0.1 \text{ m/s}^2$



**Abbildung A.5:** Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration,  $0.1 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

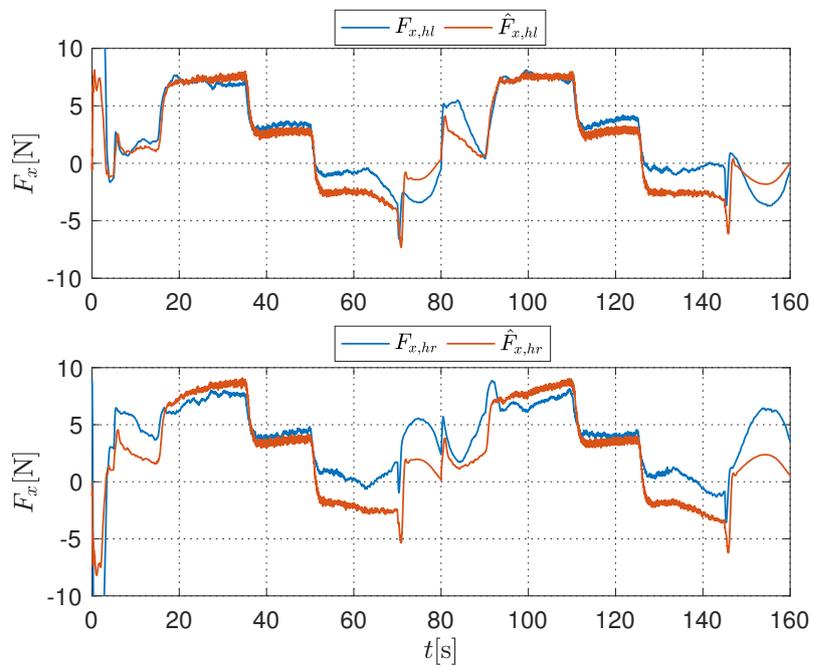


**Abbildung A.6:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.1 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

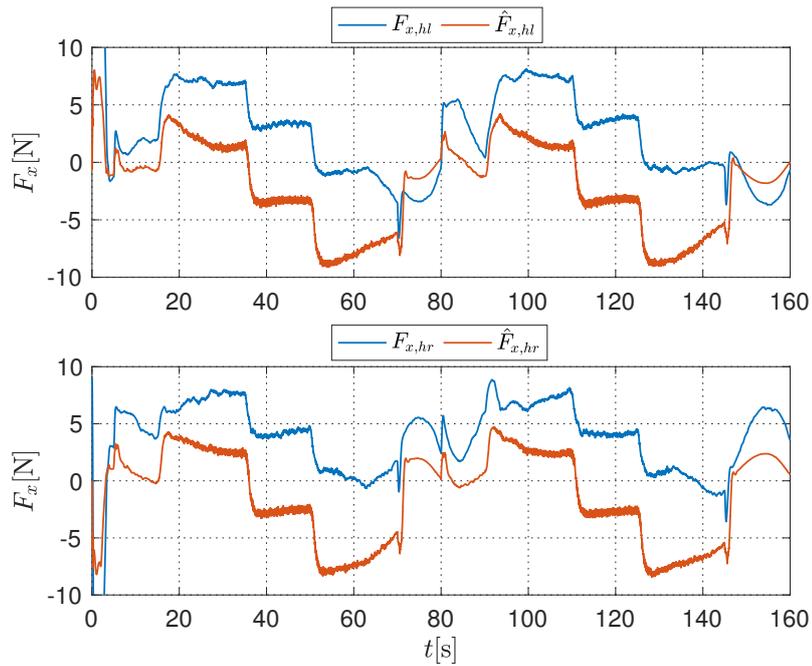


**Abbildung A.7:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.1 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

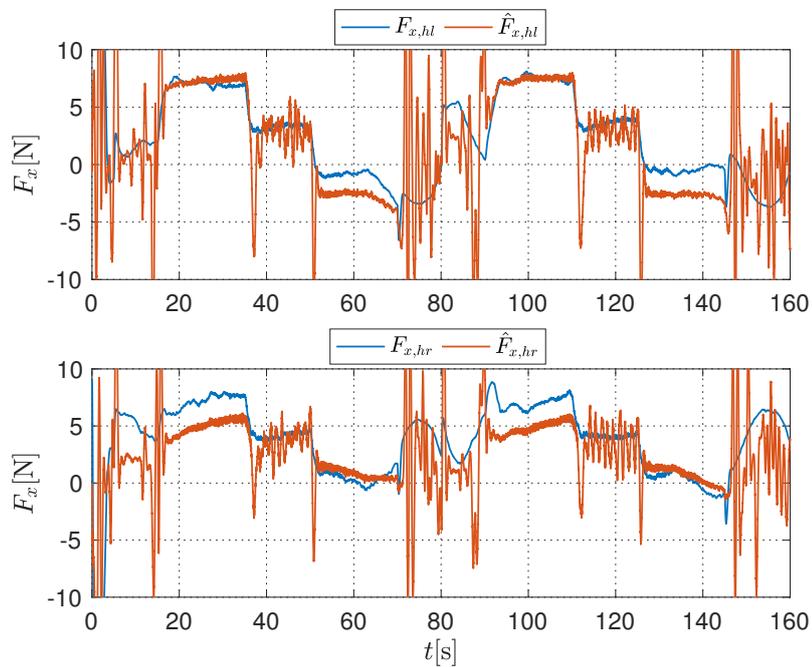
**Beschleunigung:**  $0.2 \text{ m/s}^2$



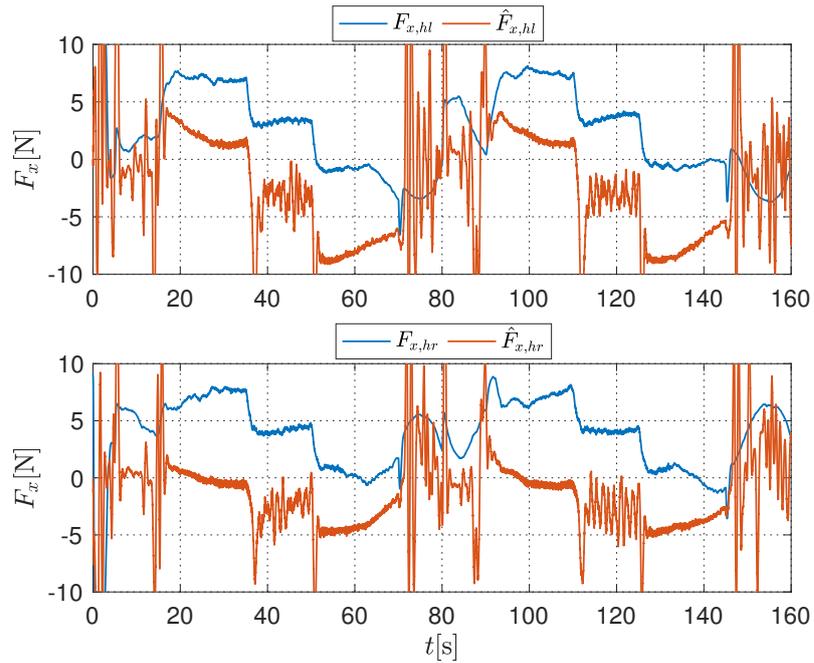
**Abbildung A.8:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung A.9:** Zweiter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

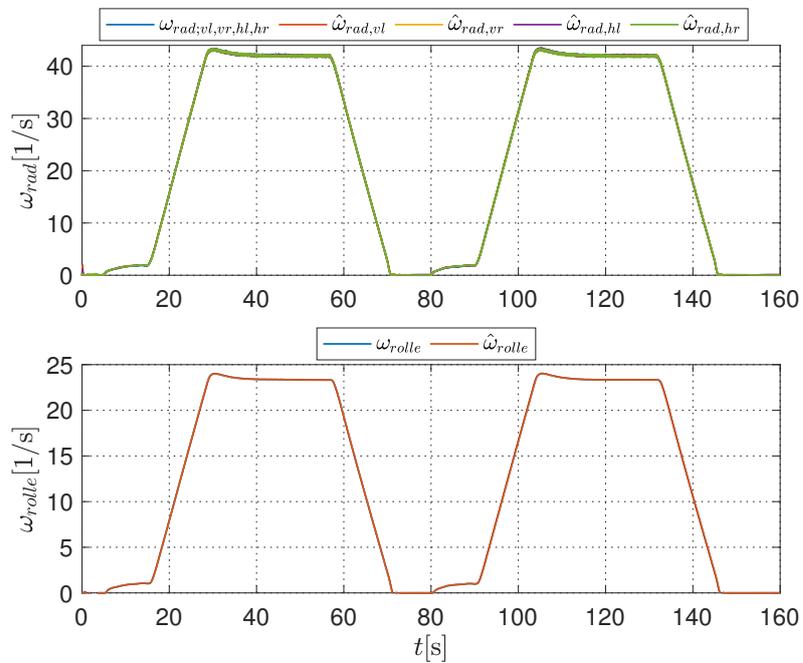


**Abbildung A.10:** Dritter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

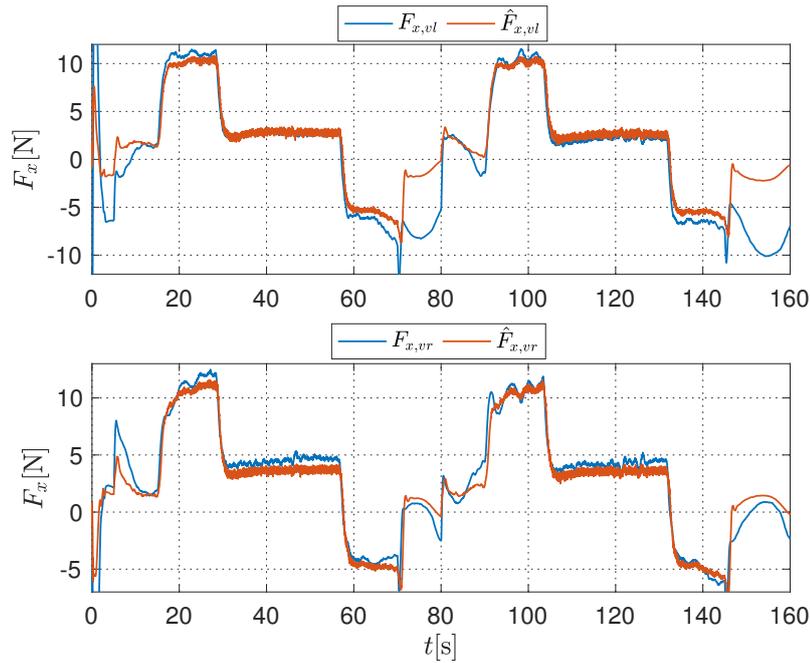


**Abbildung A.11:** Vierter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.2 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

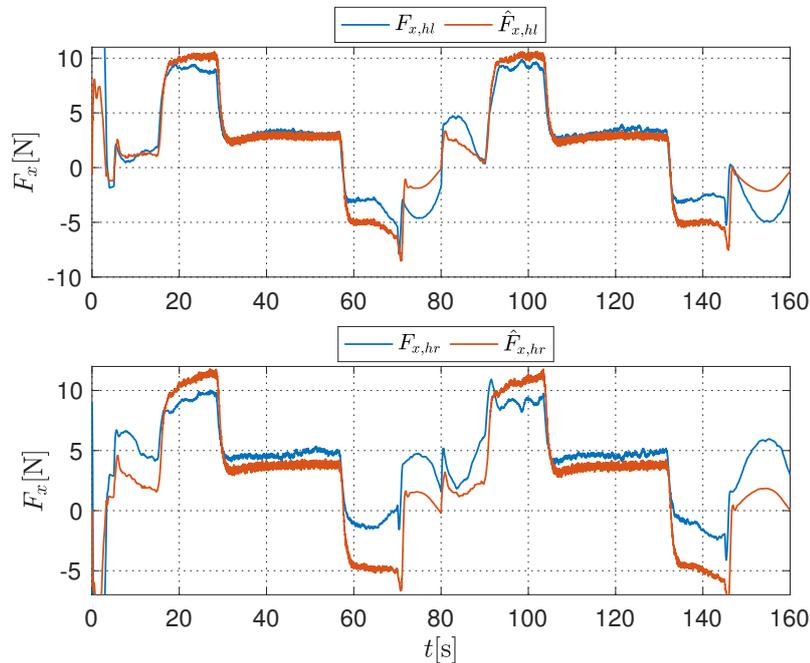
**Beschleunigung:**  $0.3 \text{ m/s}^2$



**Abbildung A.12:** Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration,  $0.3 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung A.13:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.3 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung



**Abbildung A.14:** Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.3 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

**Beschleunigung:**  $0.4 \text{ m/s}^2$

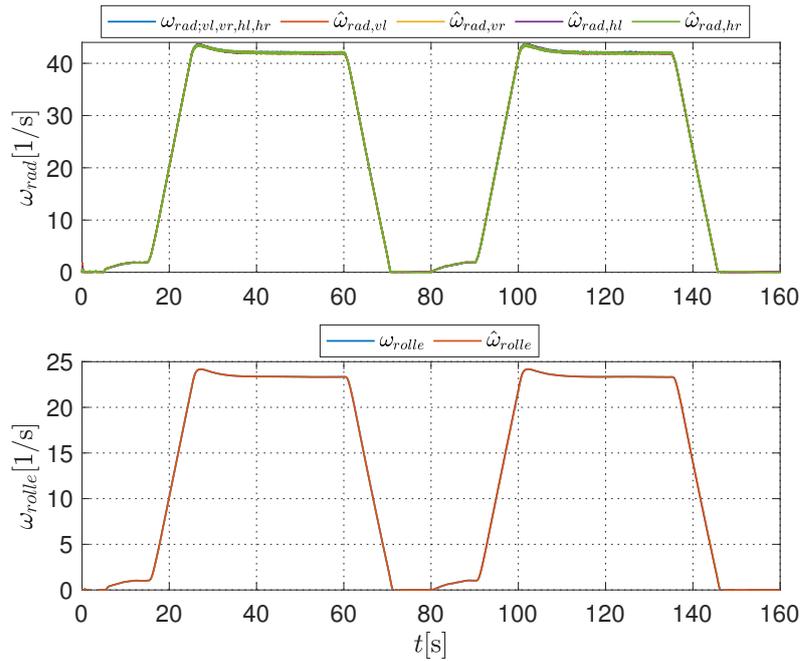


Abbildung A.15: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration,  $0.4 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

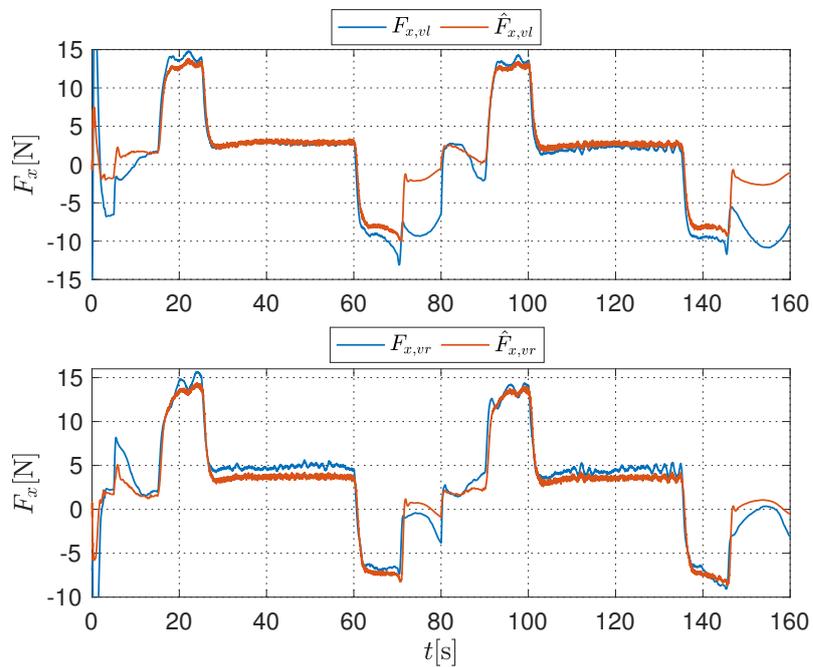


Abbildung A.16: Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten),  $0.4 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

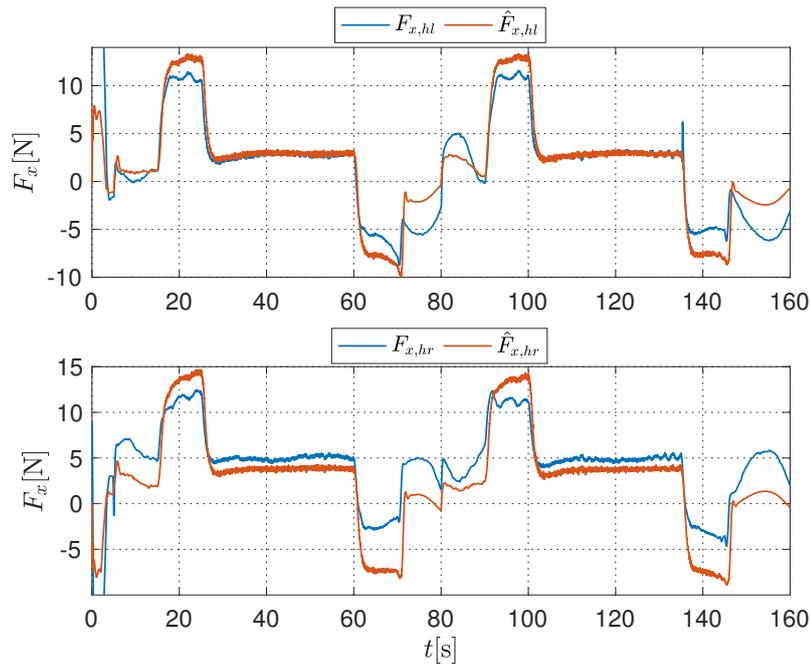


Abbildung A.17: Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.4 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

Beschleunigung:  $0.5 \text{ m/s}^2$

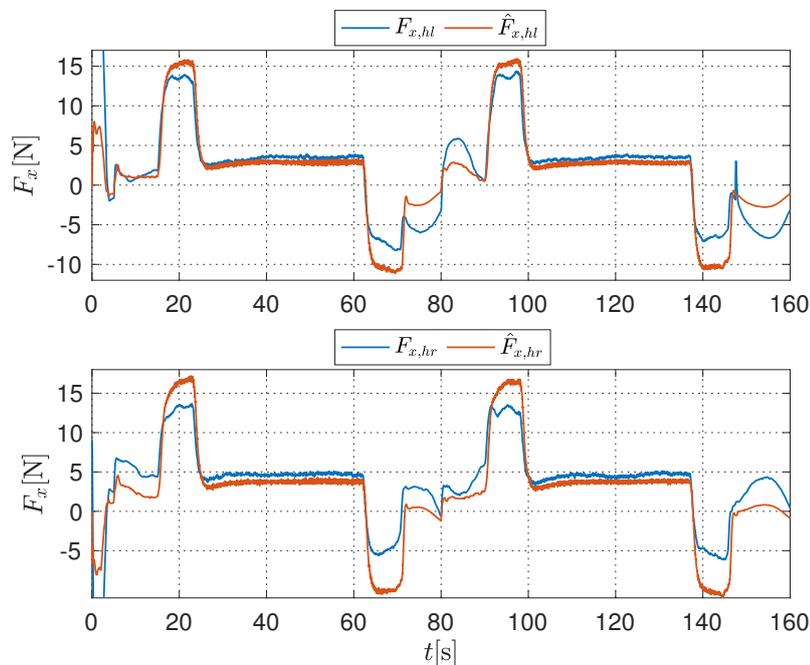


Abbildung A.18: Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten),  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung

## A.3 Vergleich der Beobachteransätze

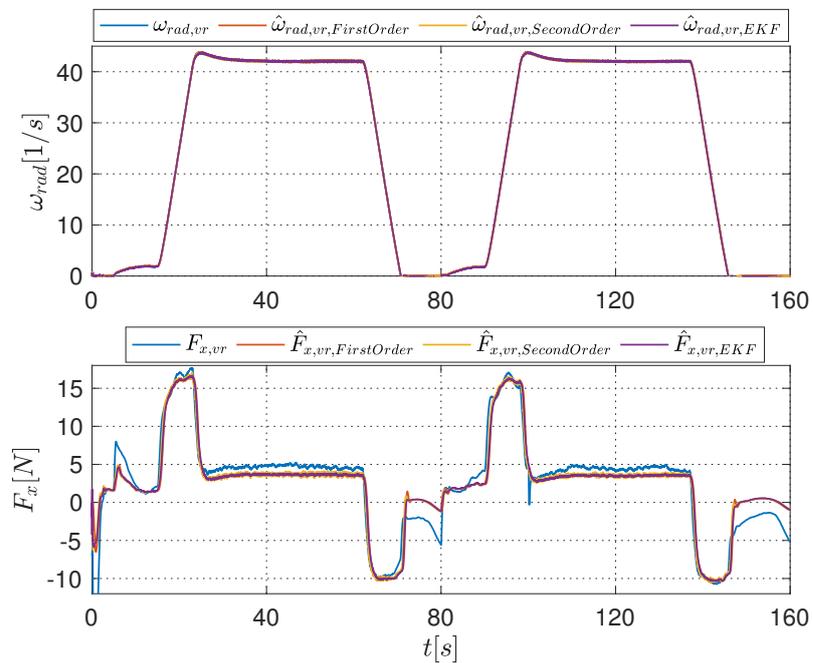


Abbildung A.19: Vergleich der Beobachteransätze für das vordere rechte Rad,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung.

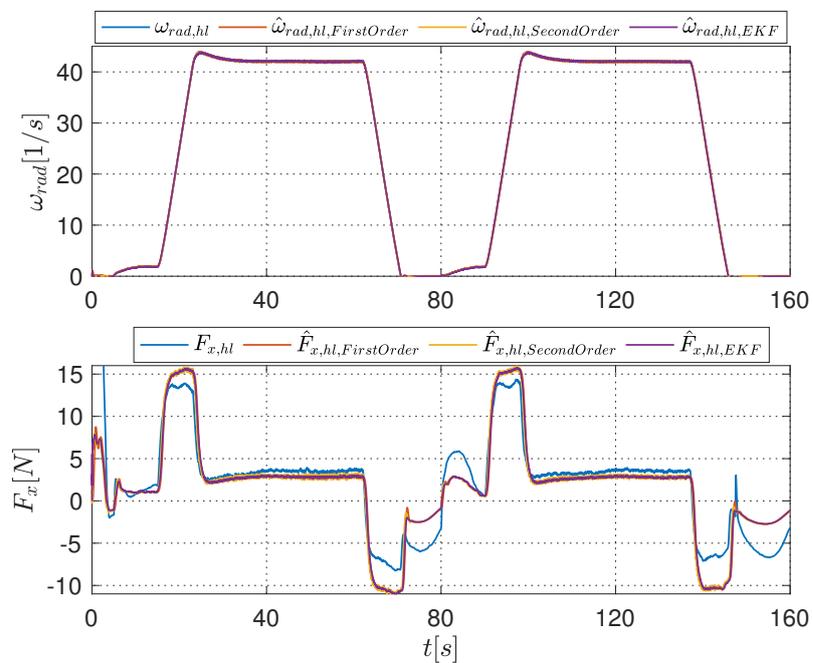


Abbildung A.20: Vergleich der Beobachteransätze für das hintere linke Rad,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung.

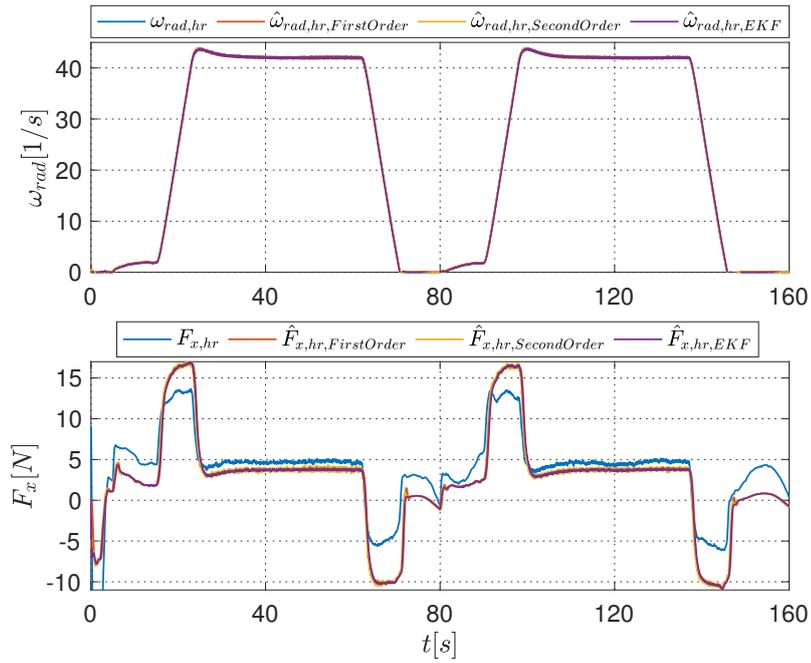


Abbildung A.21: Vergleich der Beobachteransätze für das hintere rechte Rad,  $0.5 \text{ m/s}^2$  Beschleunigung.

# B Konvergenzanalyse des Second-Order Sliding-Mode-Beobachters

Ziel ist es, die Verstärkungsfaktoren so einzustellen, dass die Schätzfehler gegen null konvergieren. Es wird angenommen, dass die zeitliche Änderung des Polach-Terms für die gemessenen Werte  $\omega_{rad}$  und  $\omega_{rolle}$  etwa gleich mit dem Polach-Term der geschätzten Werte  $\hat{\omega}_{rad}$  und  $\hat{\omega}_{rolle}$  ist<sup>1</sup>, dann ist die Schätzfehlerdynamik für alle Fälle definiert als

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\omega}}_{rad} &= \dot{\omega}_{rad} - \dot{\hat{\omega}}_{rad} \\ \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} &= \dot{\omega}_{rolle} - \dot{\hat{\omega}}_{rolle} \\ \dot{\tilde{F}}_x &= \dot{F}_x - \dot{\hat{F}}_x\end{aligned}\tag{B.1}$$

## B.1 Erste Sensorkonfiguration

Das Einsetzen der Bewegungsgleichung für  $\omega_{rad}$  und  $\hat{\omega}_{rad}$  der ersten Sensorkonfiguration in Gleichung (B.1) ergibt die folgende Fehlerdynamik

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\omega}}_{rad} &= \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} F_x + \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_x - p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \\ \dot{\tilde{F}}_x &= -p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad})\end{aligned}\tag{B.2}$$

Seien  $V_1$  und  $V_2$  Lyapunov-Kandidaten für die Lyapunov-Funktion

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{1}{2} \tilde{\omega}_{rad}^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} \tilde{F}_x^2\end{aligned}\tag{B.3}$$

*Wenn die Lyapunov-Funktion positiv sind und ihre Ableitungen negativ, dann werden die Schätzwerte gegen die Systemwerte konvergieren.*

---

<sup>1</sup>Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Verstärkungsfaktoren so gewählt sind, dass die Schätzwerte schnell gegen die Systemwerte konvergieren. Die geschätzten Winkelgeschwindigkeiten der Räder und der Rolle werden sich also schnell den wahren Werten anpassen und somit werden die beiden Polach-Terme etwa gleich.

Die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_1$  ist:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \tilde{\omega}_{rad} \dot{\tilde{\omega}}_{rad} \\ &= \tilde{\omega}_{rad} \left[ \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} (F_x - \hat{F}_x) - p_1 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \right] \\ &= \tilde{\omega}_{rad} \left[ -p_1 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \tilde{F}_x \right]\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

Die Ableitung  $\dot{V}_1$  ist negativ, wenn  $p_1 > 0$  und  $p_1 > \left| \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \tilde{F}_x \right|$ . Daraus ergibt sich im Gleitzustand  $\dot{\tilde{\omega}}_{rad} = 0$  der folgende Schaltterm:

$$\operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad})_{eq} = \frac{-r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x \quad (\text{B.5})$$

Die Ableitung der zweiten Lyapunov-Funktion  $V_2$  ist:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \tilde{F}_x \dot{\tilde{F}}_x \\ &= \tilde{F}_x [-p_2 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad})]\end{aligned}\quad (\text{B.6})$$

Einsetzen der Gleichung (B.5) ergibt

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \tilde{F}_x \left[ p_2 \frac{r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x \right] \\ &= \left[ p_2 \frac{r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x^2 \right]\end{aligned}\quad (\text{B.7})$$

Die Ableitung  $\dot{V}_2$  ist negativ, wenn  $p_2 < 0$ . Jedoch muss  $|p_2| > p_1$  um eine schnelle Konvergenz zu garantieren.

## B.2 Dritte Sensorkonfiguration

Wie in der ersten Sensorkonfiguration ist das Ziel der Konvergenzanalyse die Verstärkungsfaktoren  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  und  $p_6$  so einzustellen, dass die Schätzfehler gegen null konvergieren. Das Einsetzen der Bewegungsgleichungen für  $\omega_{rad}$  und  $\hat{\omega}_{rad}$  sowie  $\omega_{rolle}$  und  $\hat{\omega}_{rolle}$  in Gleichung (B.1) führt zur Schätzfehlerdynamik der zweiten Sensorkonfiguration

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\omega}}_{rad} &= \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} F_x + \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \hat{F}_x + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\omega}_{rolle} - \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\hat{\omega}}_{rolle} - p_1 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \\ &\quad - p_2 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})\end{aligned}\quad (\text{B.8})$$

$$\dot{\tilde{\omega}}_{rolle} = -p_3 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - p_4 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{F}}_x &= -p_5 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - p_6 \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})\end{aligned}\quad (\text{B.10})$$

Seien  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$  Lyapunov-Kandidaten für die Lyapunov-Funktion

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} \tilde{\omega}_{rad}^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2} \tilde{\omega}_{rolle}^2 \\ V_3 &= \frac{1}{2} \tilde{F}_x^2 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Wenn die Lyapunov-Funktion positiv sind und ihre Ableitungen negativ, dann werden die Schätzwerte gegen Systemwerte konvergieren.

Die Ableitung der Lyapunov-Funktion  $V_1$  ist:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \tilde{\omega}_{rad} \dot{\tilde{\omega}}_{rad} \\ &= \tilde{\omega}_{rad} \left[ \frac{-r_{rad}}{J_{rad}} (F_x - \hat{F}_x) + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} (\dot{\omega}_{rolle} - \dot{\hat{\omega}}_{rolle}) - p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \right] \\ &= \tilde{\omega}_{rad} \left[ -p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \tilde{F}_x + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} - p_2 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Setzt man  $p_2 = 0$ , dann folgt

$$\dot{V}_1 = \tilde{\omega}_{rad} \left[ -p_1 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \tilde{F}_x + \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} \right] \quad (\text{B.13})$$

Die Ableitung  $\dot{V}_1$  ist negativ, wenn  $p_1 > 0$  und  $p_1 > \left| \frac{r_{rad}}{J_{rad}} \tilde{F}_x - \frac{J_{rolle,eq,h}}{J_{rad}} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} \right|$ . Im Gleitzustand ist  $\dot{\tilde{\omega}}_{rad} = 0$  und somit

$$\text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad})_{eq} = \frac{-r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x + \frac{J_{rolle,eq,h}}{p_1 J_{rad}} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} \quad (\text{B.14})$$

Die Ableitung der zweiten Lyapunov-Funktion  $V_2$  ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \tilde{\omega}_{rolle} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} \\ &= \tilde{\omega}_{rolle} \left[ -p_4 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle}) - p_3 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Die Ableitung  $\dot{V}_2$  ist negativ, wenn  $p_4 > 0$  und  $p_4 > |p_3|$ . Im Gleitzustand gilt  $\dot{\tilde{\omega}}_{rolle} = 0$  und somit

$$\text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})_{eq} = \frac{-p_3}{p_4} \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \quad (\text{B.16})$$

Die Ableitung der dritten Lyapunov-Funktion  $V_3$  ist

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \tilde{F}_x \dot{\tilde{F}}_x \\ &= \tilde{F}_x [-p_5 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) - p_6 \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rolle})] \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Einsetzen der Gleichungen (B.14) und (B.16) ergibt

$$\dot{V}_3 = \tilde{F}_x \left[ \frac{p_5 r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x - \frac{p_5 J_{rolle,eq,h}}{p_1 J_{rad}} \dot{\tilde{\omega}}_{rolle} + \frac{p_6 p_3}{p_4} \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \right] \quad (\text{B.18})$$

Einsetzen der Bedingung für den Gleitzustand  $\dot{\tilde{\omega}}_{rolle} = 0$  aus  $\dot{V}_2$  ergibt

$$\dot{V}_3 = \tilde{F}_x \left[ \frac{p_5 r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x + \frac{p_6 p_3}{p_4} \text{sgn}(\tilde{\omega}_{rad}) \right] \quad (\text{B.19})$$

wählt man  $p_3 = 0$  folgt dann

$$\dot{V}_3 = \frac{p_5 r_{rad}}{p_1 J_{rad}} \tilde{F}_x^2 \quad (\text{B.20})$$

Die Ableitung  $\dot{V}_3$  ist negativ, wenn  $p_5 < 0$ . Jedoch muss  $|p_5| > p_1$  um eine schnelle Konvergenz zu garantieren.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Verschleiß im Rad-Schiene-System [Dul]. . . . .	3
1.2	Designstudie des Next Generation Train für den Hochgeschwindigkeitsverkehr [DLRa]. . . . .	4
2.1	Zum Ableiten des Längsschlupfes zwischen Rad und Schiene [Pol16]. . . . .	8
2.2	Prinzipieller Verlauf der Kraftschluss-Schlupf-Kennlinie [St0]. . . . .	8
2.3	Einfluss der Konditionen von Rad und Schiene auf die Form der Kraftschlussfunktion [Pol16]. . . . .	9
2.4	Bürstenmodell [PS93]. . . . .	10
2.5	Darstellung der Haft- und Gleitfläche des Bürstenmodells [Pol16]. . . . .	10
2.6	Zusammenhang der Kraftschlusskennlinie und der Aufteilung der Kontaktfläche in Haft- und Gleitfläche [Pol16]. . . . .	11
2.7	Ellipse Darstellung der Kontaktfläche mit Halbachsen $a, b$ [Pol99]. . . . .	11
2.8	Koeffizienten von Kalker in Abhängigkeit des Halbachsenverhältnisses $a/b$ [Pol16]. . . . .	12
2.9	Kraftschluss-Schlupfcurve für die lineare Theorie und für einen realen nicht-linearen Verlauf [HK17]. . . . .	12
2.10	Verteilung der Normal- und Tangentialspannung in der Polach-Methode [Pol16]. . . . .	15
2.11	Transformation der Kontaktfläche und der Spannungsverteilung [Pol16]. . . . .	15
2.12	Verteilung der Tangentialspannung in der Kontaktfläche. a) Vor der Transformation und b) Nach der Transformation und Aufteilen in zwei geometrische Körper [Pol16]. . . . .	16
3.1	CAD-Modell des NGT Versuchsfahrwerks im Maßstab 1:5 auf dem Rollprüfstand [Nie18] . . . . .	19
3.2	Antrieb für die Rolle [Val10] . . . . .	20
3.3	NGT Versuchsfahrwerk mit einem kartesischen koordinatensystem [Val10] . . . . .	21
3.4	Radmodul [Val10]. . . . .	22
3.5	Systemverhalten des Fahrwerks im unregelmäßigen Fall. Winkelgeschwindigkeit (oben) und Winkelbeschleunigung (unten) . . . . .	24
3.6	Gerade Ausrichtung des Fahrwerks und Drehverzögerung zwischen Rad und Rolle . . . . .	24
3.7	Überlagerter Rollwiderstand . . . . .	25
3.8	Winkelgeschwindigkeitsverlauf des freien aufgehängten Fahrwerks . . . . .	27

---

3.9	Approximation der Rollwiderstände $M_{a,w}$ der Räder . . . . .	27
3.10	Gemessene Kräfte für den unregelmäßigen Fahrversuch . . . . .	30
3.11	Verlauf des äquivalenten Trägheitsmoments . . . . .	31
3.12	Systemdefinitionen der ausgewählten Sensorkonfigurationen . . . . .	33
3.13	Freischnitt der ersten Sensorkonfiguration . . . . .	33
3.14	Freischnitt der zweiten Sensorkonfiguration . . . . .	35
3.15	Freischnitt der dritten Sensorkonfiguration . . . . .	36
4.1	Funktion eines Beobachters . . . . .	39
5.1	Schema für die Auswertung des Beobachters in der Simulation . . . . .	56
5.2	Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit (oben) und Tangentialkraft (unten) aller vier Räder in der Simulation . . . . .	56
5.3	Schema für die Auswertung der Beobachter mit Prüfstanddaten . . . . .	58
5.4	Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und aller vier Fälle für die erste Sensorkonfiguration, $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	60
5.5	Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	60
5.6	Zweiter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	61
5.7	Dritter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	61
5.8	Vierter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	62
5.9	Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und aller vier Fälle und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration, $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	64
5.10	Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	64
5.11	Zweiter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	65
5.12	Dritter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	65
5.13	Vierter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	66

5.14	Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	68
5.15	Mittelwert der normierten Schätzfehler in Abhängigkeit der Beschleunigung, Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden . . . . .	69
5.16	Vergleich der Beobachteransätze für das vordere linke Rad, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	72
5.17	Vergleich der Beobachteransätze für das vordere linke Rad, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	73
A.1	Erster Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	77
A.2	Zweiter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	78
A.3	Dritter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	78
A.4	Vierter Fall der ersten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	79
A.5	Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration, $0.1 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	80
A.6	Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.1 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	80
A.7	Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.1 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	81
A.8	Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	81
A.9	Zweiter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	82
A.10	Dritter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	82
A.11	Vierter Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	83

A.12 Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration, $0.3 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	83
A.13 Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.3 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	84
A.14 Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.3 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	84
A.15 Verlauf der Winkelgeschwindigkeit aller vier Räder und der Rolle für die dritte Sensorkonfiguration, $0.4 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	85
A.16 Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das vordere linke Rad (oben) und das vordere rechte Rad (unten), $0.4 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	85
A.17 Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.4 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	86
A.18 Erster Fall der dritten Sensorkonfiguration: Verlauf der Tangentialkraft für das hintere linke Rad (oben) und das hintere rechte Rad (unten), $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	86
A.19 Vergleich der Beobachteransätze für das vordere rechte Rad, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung. . . . .	87
A.20 Vergleich der Beobachteransätze für das hintere linke Rad, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung. . . . .	87
A.21 Vergleich der Beobachteransätze für das hintere rechte Rad, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung. . . . .	88

# Tabellenverzeichnis

3.1	Freiheitsgerade des NGT Versuchsfahrwerks inklusiv der Rolle nach der Berücksichtigung aller Zwangsbedingungen . . . . .	21
3.2	Liste der für die Beobachter relevanten Messgrößen des NGT Versuchsfahrwerks	22
3.3	Ausgewählte Sensorkonfigurationen . . . . .	32
3.4	Modellierungsfälle für die Sensorkonfigurationen . . . . .	32
5.1	Optimierte Polach Parameter [KSH] . . . . .	55
5.2	Auflistung der Versuchsbedingungen . . . . .	58
5.3	Schätzfehler der ersten Sensorkonfiguration, Messgröße $z$ , maximaler Messwert $\max  z_{mess} $ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers $\bar{\chi}$ und Standardabweichung $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden, $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung .	62
5.4	Schätzfehler der dritten Sensorkonfiguration, Messgröße $z$ , maximaler Messwert $\max  z_{mess} $ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers $\bar{\chi}$ und Standardabweichung $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden, $0.2 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung .	66
5.5	Offset für die Messgröße $z$ . . . . .	69
5.6	Schätzfehler der drei Beobachteransätze, maximaler Messwert $\max  z_{mess} $ , Mittelwert des normierten Schätzfehlers $\bar{\chi}$ und Standardabweichung $\sigma_{\chi}$ , Zeitraum von 5 bis 70 Sekunden, $0.5 \text{ m/s}^2$ Beschleunigung . . . . .	73



# Literaturverzeichnis

- [BW01] BISHOP, G. ; WELCH, G.: An introduction to the kalman filter. In: *Proc of SIGGRAPH, Course 8* (2001), Nr. 27599-23175, S. 41
- [DLRa] DLR: *Der Next Generation Train*. [https://www.dlr.de/dlr/Portaldata/1/Resources/bilder/portal/xl\\_galerie/NGT\\_neu\\_Juli\\_2011\\_xl.jpg](https://www.dlr.de/dlr/Portaldata/1/Resources/bilder/portal/xl_galerie/NGT_neu_Juli_2011_xl.jpg), Abruf: 30.01.2019
- [DLRb] DLR: *Der Next Generation Train*. [https://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10467/740\\_read-916/#/gallery/2043](https://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10467/740_read-916/#/gallery/2043), Abruf: 30.01.2019
- [Dul] DULLY, E.: *Deutsche Bahn Systemtechnik, Verschleiß im Rad-Schiene-System*. [https://www.db-systemtechnik.de/resource/blob/1664928/4a8544bb402d6ece7477ba4c51791091/82\\_p\\_D\\_rad-schiene-system-verschlei%C3%9Fprobleme-data.pdf](https://www.db-systemtechnik.de/resource/blob/1664928/4a8544bb402d6ece7477ba4c51791091/82_p_D_rad-schiene-system-verschlei%C3%9Fprobleme-data.pdf), Abruf: 30.01.2019
- [EST02] EDWARDS, C. ; SPURGEON, K. ; TAN, C. P.: On the development and application of sliding mode observers. In: *Variable structure systems: Towards the 21st century*. Springer, 2002, S. 253–282
- [Gel74] GELB, A.: *Applied optimal estimation*. MIT press, 1974
- [Hec] HECKMANN, A.: *DLR, Systemdynamik von Rad und Schiene. Handout Nr.6 Rad-Schiene*
- [HJ14] HECHT, M. ; JOBSTFINKE, D.: Untersuchung Profilpaarungen Münstertalbahn. Bericht TU Berlin. (2014), Nr. 33, S. 13
- [HK17] HAVLICEK, G. ; KARTNIG, G.: Ermittlung des Längsschlupfes eines angetriebenen Kranrads bei bombiertem Schienenkopf. In: *Tagungsband zum 13. Fachkolloquium der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Technische Logistik e. V. (WGTL)* (2017), Nr. 13, S. 25–32
- [Ihm16] IHME, J.: *Schienefahrzeugtechnik*. Wiesbaden : Springer-Verlag, 2016. – ISBN 978–3–658–13541–6
- [Jas90] JASCHINSKI, A.: *On the application of similarity laws to a scaled railway bogie model*, TU Delft, Delft University of Technology, Diss., 1990
- [Kal60] KALMAN, R. E.: A new approach to linear Filtering and Prediction Problems. In: *Journal of Basic Engineering* (1960), Nr. 82, S. 35–45. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3662552>. – DOI 10.1115/1.3662552

- [Kal67] KALKER, J. J.: *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*, Delft University of Technology, Diss., 1967
- [Kal82] KALKER, J. J.: A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. In: *Vehicle system dynamics* 11 (1982), Nr. 1, S. 1–13
- [Kal90] KALKER, J. J.: *Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*. Bd. 2. Springer Science, 1990
- [KHK<sup>+</sup>14] KURZECK, B. ; HECKMANN, A. ; KAISER, I. ; WESSELER, C. ; KECK, A.: Potenziale aktiv geregelter Losradfahrwerke im Hochgeschwindigkeitsverkehr — Ergebnisse aus dem DLR-Projekt „Next Generation Train“. In: *ZEV rail Glasers Annalen* 138 (2014), Nr. 8, S. 304–312
- [KHWR14] KURZECK, B. ; HECKMANN, A. ; WESSELER, C. ; RAPP, M.: Mechatronic track guidance on disturbed track: the trade-off between actuator performance and wheel wear. In: *Vehicle System Dynamics* 52 (2014), Nr. sup1, S. 109–124
- [Kin16] KING, R.: *Mehrgrößenregelung im Zeitbereich*. Vorlesungskript TU Berlin, 2016
- [Kin17] KING, R.: *Struktur- und Parameteridentifikation*. Vorlesungskript TU Berlin, 2017
- [KSH] KECK, A. ; SCHWARZ, C. ; HECKMANN, A.: *DLR interner Bericht, Parameter identification of a scaled running gear*
- [Maa18] MAAS, J.: *Digitale Regelungen*. Vorlesungskript TU Berlin, 2018
- [MAT18] MATLAB: *version 9.4.0.813654 (R2018a)*. Natick, Massachusetts : The MathWorks Inc., 2018
- [Nie18] NIEHUSEN, D.: *Implementierung eines Lateralodynamik-Beobachters für das NGT-Versuchsfahrwerk*, Christian–Albrechts–Universität zu Kiel, Masterarbeit, 2018
- [Pol99] POLACH, O.: *Kontakt zwischen Rad und Schiene - das Kernelement der Dynamik der Schienenfahrzeuge*. Version: 1999.  
[http://polach.ch/data/object\\_7/ETH\\_Dec\\_1999.pdf](http://polach.ch/data/object_7/ETH_Dec_1999.pdf), Abruf: 03.02.2019
- [Pol00] POLACH, O.: A Fast Wheel-Rail Forces Calculation Computer Code. *Vehicle System Dynamics*. (2000), Nr. 33, 728-739.  
[http://polach.ch/data/object\\_4/IAVSD\\_1999\\_Pretoria\\_Paper.pdf](http://polach.ch/data/object_4/IAVSD_1999_Pretoria_Paper.pdf)
- [Pol05] POLACH, O.: Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit. In: *Wear* 258 (2005), Nr. 7-8, S. 992–1000
- [Pol16] POLACH, O.: *Dynamik von Schienenfahrzeugen*. Vorlesungskript TU Berlin, 2016

- [Pop18] POPOV, V.: *Kontaktmechanik und Reibungsphysik*. Vorlesungskript TU Berlin, 2018
- [PS93] POPP, K. ; SCHIEHLEN, W.: *Fahrzeugdynamik*. Stuttgart : B.G. Teubner, 1993
- [SEFL14] SHTESSEL, Y. ; EDWARDS, C. ; FRIDMAN, L. ; LEVANT, A.: *Sliding Mode Control and Observation*. New York : Springer-Verlag, 2014. – ISBN 978-0-8176-4892-3
- [SHE83] SHEN, Z.Y. ; HEDRICK, J.K. ; ELKINS, J.A.: A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis. In: *Proc. of the 8th IAVSD-Symposium* (1983), Nr. 15-19, S. 591–605
- [Spu08] SPURGEON, K.: Sliding mode observers: A Survey. In: *International Journal of Systems Science* (2008), Nr. 8, S. 751–764
- [St0] STÜTZLE, T.: *Adaptiver Gleitschutz für Schienenfahrzeuge*. Aachen, RWTH Aachen University, Diss., 2010
- [Val10] VALENTE, L.: *DLR interner Bericht, Dokumentation der 1. Ausbaustufe des NGT-Fahrwerkes auf dem Rollprüfstand*. 2010
- [VJ64] VERMEULEN, P.J. ; JOHNSON, K.L.: Contact of nonspherical elastic bodies transmitting tangential forces. In: *Journal of Applied Mechanics* 31 (1964), S. 338–340