

Rechenübung I-1

Grundschaltelemente, physikalische Größen und Gleichungen (zum Vorlesungskapitel 1)

1. Skizzieren Sie das grundsätzliche Schema der elektrischen Energie- bzw. Informationsübertragung!
2. Zeichnen Sie mit Hilfe idealer Grundschaltelemente die Ersatzschaltbilder folgender realer Elemente:
 - technischer Widerstand (z.B. Drahtwiderstand, Schichtwiderstand)
 - technische Spule (z.B. Luftspule)
 - technischer Kondensator (z.B. Wickelkondensator)
 - technische Spannungsquelle (aktiver Zweipol)
 - technische Leitung (passiver Vierpol)
3. Drücken Sie die folgenden abgeleiteten Maßeinheiten durch SI- Grundeinheiten aus! Verwenden Sie dabei die angegebenen Gleichungen!
 - V (Volt) $W = U \cdot I \cdot t$
 - Ω (Ohm) $R = U/I$
 - H (Henry) $W = 0,5 \cdot L \cdot I^2$
 - F (Farad) $W = 0,5 \cdot C \cdot U^2$
4. Für die Bemessungsgleichung des Gleichstromwiderstandes (homogener linienhafter Leiter) $R = \rho \cdot l/A$ soll eine **zugeschnittene Größengleichung** aufgestellt werden, wenn der spezifische Widerstand ρ in Ωm , die Länge l in m, die Querschnittsfläche A in mm^2 und der Widerstand R in Ω angegeben wird.
5. In einem Grundstromkreis, der aus der Reihenschaltung einer idealen Spannungsquelle (Quellenspannung U_o) und den idealen Widerständen R_i (Innenwiderstand der technischen Quelle) und R_a (Außenwiderstand) besteht, ergeben sich für Strom und Spannung am Außenwiderstand folgende Gleichungen:
$$I = U_o/(R_a + R_i); \quad U = U_o \cdot R_a/(R_a + R_i)$$
 - a) Formulieren Sie die Gleichungen in **normierte (bezogene) Größengleichungen** um. Als Bezugsgrößen sind für die Spannung U die Quellenspannung U_o , für den Strom I der Kurzschlussstrom $I_K = U_o/R_i$ und für den Widerstand R_a der Widerstand R_i zu wählen, so dass sich folgende Funktionen ergeben:
$$U/U_o = f(R_a/R_i) \quad \text{und} \quad I/I_K = f(R_a/R_i)$$
 - b) Stellen Sie die beiden Funktionen im Bereich R_a/R_i in einem Diagramm dar.

Zusatzaufgaben:

6. Die Gleichung für die Bestimmung der Energie bei zeitlich konstanten Strömen und Spannungen lautet: $W = U \cdot I \cdot t$. Bestimmen Sie in der **zugeschnittenen Größengleichung** den Faktor m!

$$W/W_s = m \cdot I/\mu A \cdot U/kV \cdot t/h$$

7. Die Gleichung für die Berechnung der elektrischen Leistung im Gleichstromkreis lautet: $P = U \cdot I$.

Ermitteln Sie die **Zahlenwertgleichung** dieser Leistung, wenn U in V, I in kA und P in MW angegeben werden soll!

8. Folgender zeitlicher Stromverlauf $i(t)$ durch einen Leitungsdraht wurde gemessen:

Zeit	Strom i
0 s	0 A
(0...1) s	steigt quadratisch an, nach 1 s ist $i = 1A$
(1...2) s	steigt linear an, nach 2 s ist $i = 1,5A$
(2...3) s	fällt linear ab, nach 3 s ist $i = 0A$

- a) Zeichnen Sie den funktionellen Verlauf $i(t)$ und formulieren Sie in den drei Intervallen den zeitlichen Stromverlauf $i(t)$ analytisch!
- b) Berechnen Sie die Ladung, die während der betrachteten drei Sekunden durch den Querschnitt des Drahtes bewegt wird! Es gilt folgende Beziehung:

$$\Delta Q_{ab} = \int_{t_a}^{t_b} i(t) dt$$

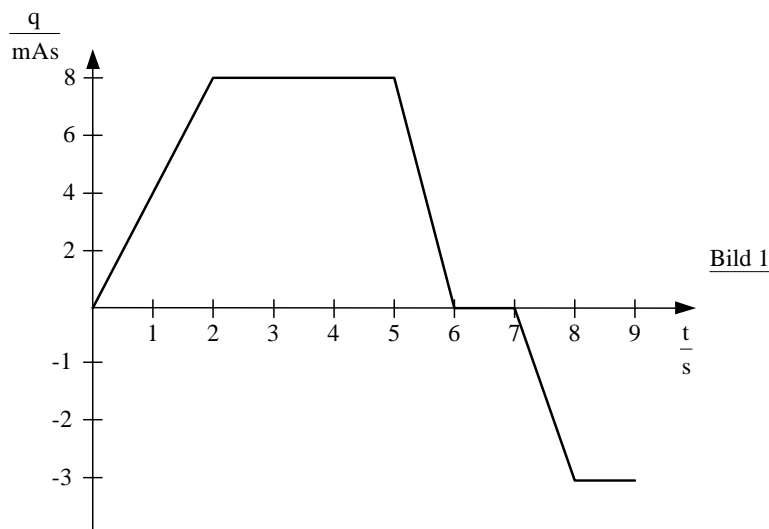
- c) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert des Stromes über die drei Sekunden!

Rechenübung I-2

Elektrische Ladung, Strom, Stromdichte

(zum Vorlesungskapitel 2.1/2.2)

- Wie viele Elementarladungen passieren in 10 s den Querschnitt eines Drahtes, der von einem gleichbleibenden Strom $I = 5 \text{ A}$ durchflossen wird?
 - Welche Strömungsgeschwindigkeit besitzen diese Elementarladungen bei gleichem Strom ($I = 5 \text{ A}$) in einem zylindrischen Kupferdraht von 0,8 mm Durchmesser, wenn $8,6 \cdot 10^{22}$ freie Elektronen pro cm^3 im Kupfermaterial angenommen werden können?
- Ein Kraftfahrer hat beim Parken seines PKW vergessen, die Beleuchtung (Stromstärke 8A) auszuschalten. Die Batterie (Nennkapazität 56 Ah) besaß infolge unzureichender Aufladung und tiefer Außentemperatur nur noch 60 % ihres Nennwertes. Berechnen Sie die Ladung, welche die Batterie noch nach drei Stunden hat!
- Es ist der nachfolgende Zeitverlauf der elektrischen Ladung gegeben, die den Querschnitt eines Leiters passiert (Bild 1).
 - Formulieren Sie die Funktion $q(t)$ für den angegebenen Zeitverlauf!
 - Berechnen Sie den entsprechenden Zeitverlauf $i(t)$ und stellen Sie diese Funktion grafisch dar!



- Ein Gleichstrom $I = 800 \text{ A}$ fließt durch einen Leiter mit quadratischen Querschnitt. Wie groß ist die Kantenlänge a zu wählen, wenn eine zulässige Stromdichte $S = 15 \text{ A/mm}^2$ vorgegeben ist? Wie groß müsste der Durchmesser eines Leiters mit kreisförmigem Querschnitt bei gleicher zulässiger Stromdichte und gleichem Strom sein?

5. Es ist der nachfolgende Zeitverlauf des Stromes $i(t)$ gegeben, der durch einen Leitungsdraht fließt (s. Bild 2). Es sei angenommen, dass die Anfangsladung $q(t=0) = 0$ beträgt. Berechnen Sie den entsprechenden Verlauf der Ladung $q(t)$.

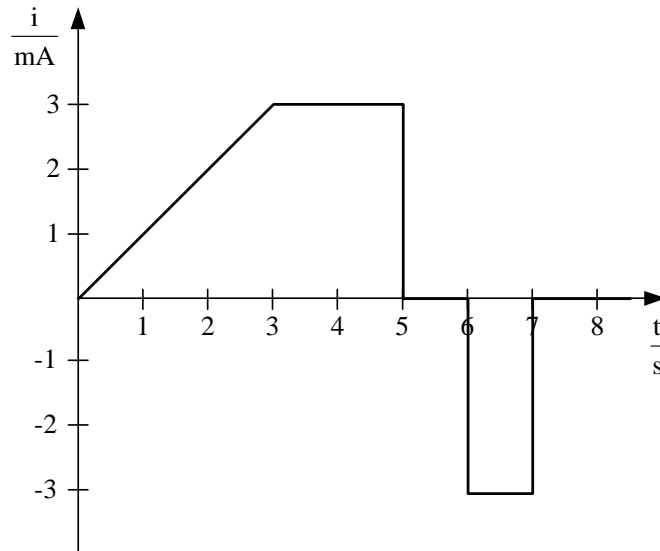


Bild 2

Zusatzaufgaben:

6. Eine Hochspannungsquelle mit der Anfangsladung $q_0 = 0$ wird über eine Zeitdauer von 30 s mit einem mittleren Ladestrom von $I = 10^{-5}$ A aufgeladen. Anschließend wird die Hochspannungsquelle über eine Funkenentladung, die etwa 10^{-6} s dauert, wieder entladen. Wie groß ist die mittlere Stärke des Entladestromes?
7. Zwei Punktladungen $Q_1 = 2 \mu\text{C}$ und $Q_2 = -5 \mu\text{C}$ haben einen Abstand $r = 15$ cm. Berechnen Sie die Kraft zwischen beiden Punktladungen und zeigen Sie anhand einer Skizze die Krafrichtung ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)!
8. Ein vom Strom I durchflossener Leiter (Länge l) besitzt am Leiteranfang $x=0$ den Querschnitt $A=A_0$. Mit zunehmender Ortskoordinate x soll der Querschnitt linear ansteigen, so dass bei $x=l$ der Querschnitt $A=2A_0$ erreicht ist. Berechnen Sie die Stromdichte $S(x)$ unter der Annahme, dass die elektrischen Strömungslinien für jeden Koordinatenpunkt zwischen $x=0$ und $x=l$ senkrecht zur jeweiligen Querschnittsfläche $A(x)$ stehen (Näherungsbetrachtung für einen langgestreckten Leiter). Stellen Sie den normierten Verlauf $S(x)/S(x=0)$ grafisch dar!
9. Durch einen Leiter mit kreisförmigen Querschnitt fließt ein konstanter Strom, jedoch sei angenommen, dass die Stromdichte S im Leiterinneren S_0 geringer ist als die Stromdichte S_a am Leiterrand (z.B. durch unterschiedliche Leitfähigkeit κ). Berechnen Sie allgemein den Strom I für den Fall, dass die Stromdichte quadratisch mit dem Radius r ansteigt, d.h. $S(r) = S_0 + c \cdot r^2$ gilt.

Rechenübung I-3

Elektrisches Potenzial, Spannung und elektrische Feldstärke

(zum Vorlesungskapitel 2.3)

1. Eine positive Ladung $Q = 4\text{C}$ besitzt am Pluspol eines Verbrauchers die Energie $W_1 = 8\text{J}$. Wie groß ist die Energie W_2 dieser Ladung am Minuspol des Verbrauchers, wenn zwischen Pluspol und Minuspol eine Potentialdifferenz $\varphi_1 - \varphi_2 = 1\text{V}$ vorliegt?
2. Zwischen der spannungsführenden Klemme eines Verbrauchers (Potential $\varphi_1 = 24\text{V}$) und der geerdeten Klemme fließt über eine Zeit von $t = 3\text{h}$ ein konstanter Strom $I = 6\text{A}$. Berechnen Sie die durch den Verbraucher bewegte Ladungsmenge Q und die elektrische Energie W , die dem Stromkreis entzogen wird!
3. Ein Elektron wird in einem elektrisch homogenen Feld mit einer Feldstärke $E = 4,5\text{ kV/cm}$ um 8 mm in Richtung auf das höhere Potential verschoben. Berechnen Sie die Änderung seiner potenziellen Energie!
4. Ein Kupfer- und ein Aluminiumleiter mit gleichem Querschnitt $A = 2,5\text{ mm}^2$ sind in Reihe geschaltet und werden von einem Gleichstrom $I = 12\text{ A}$ durchflossen. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke in beiden Leitern, wenn für die spezifischen Widerstände der Leitermaterialien folgende Werte gelten:
Kupfer: $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6}\ \Omega\text{m}$
Aluminium: $\rho = 0,027 \cdot 10^{-6}\ \Omega\text{m}$
Welcher Querschnitt wäre für den Aluminiumleiter erforderlich, um gleiche Feldstärke in beiden Leitern zu erreichen?
5. Ein Gleichstrom $I = 3\text{ A}$ fließt durch drei hintereinander geschaltete, je $2,5\text{ m}$ lange lineare Leiter aus unterschiedlichem Material. In den Leitern wird in $t = 2\text{s}$ die elektrische Energie in Wärmeenergie $W_1 = 1,5\text{ J}$, $W_2 = 2\text{ J}$ und $W_3 = 3\text{ J}$ umgesetzt. Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke und den Spannungsabfall in jedem der drei Leiter. Stellen Sie den Potential- und Feldstärkeverlauf grafisch dar, wenn am Ende des dritten Leiters das Potential $\varphi = 0$ vorliegt!

Zusatzaufgaben:

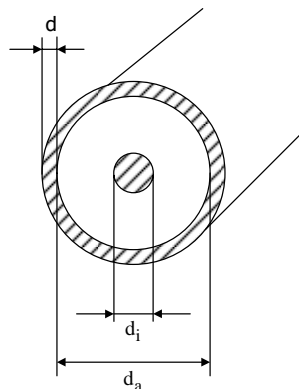
6. Bei einem Kupferleiter ($\rho = 0,017 \cdot 10^{-6}\ \Omega\text{m}$) vergrößert sich auf einer Länge $l = 3\text{ m}$ der Querschnitt linear von $A_1 = 1\text{ mm}^2$ auf $A_2 = 3\text{ mm}^2$. Berechnen Sie den Verlauf von Feldstärke $E(x)$, Stromdichte $S(x)$ und Potential $\varphi(x)$ entlang des Leiters, wenn dieser von einem Gleichstrom $I = 5\text{ A}$ durchflossen wird! Das Potential wird bei $x = 0$ ($A = A_1$) mit $\varphi = 0$ festgelegt.

7. Berechnen Sie die Kraft, die auf jedes freie Elektron in einem 5m langem linearen Leiter ausgeübt wird, über dem eine Spannung $U=12V$ abfällt!
8. Eine Spannungsquelle und ein Verbraucher sind 200 m voneinander entfernt und über eine zweiadrige Kupferleitung verbunden. Die Spannungsdifferenz zwischen Quellen- und Verbraucherspannung beträgt $\Delta U=90V$.
 - a) Berechnen Sie die Stromdichte in der Leitung!
 - b) Berechnen Sie die Stromdichte, wenn der Spannungsfall um 20% verkleinert werden soll!

Rechenübung I-4

Elektrischer Widerstand, Leistung (zum Vorlesungskapitel 2.4/2.5)

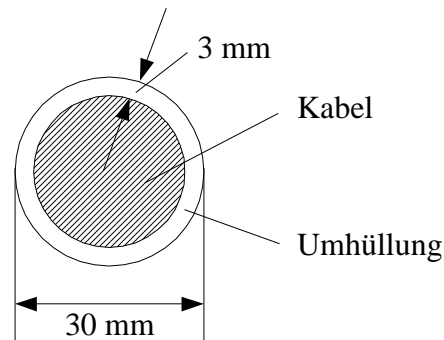
1. Eine 300 m lange Verbindung aus Kupferdraht darf einen Widerstandswert von maximal 5Ω haben. Berechnen Sie den benötigten Querschnitt der Leitung! Welchen Wert muss der Mindestquerschnitt der Leitung besitzen, wenn ein Aluminiumdraht verwendet wird? ($\rho_{Cu} = 0,017 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$; $\rho_{Al} = 0,027 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$)
2. Der massive Innenleiter eines Koaxialkabels hat einen Durchmesser $d_i = 6 \text{ mm}$. Der rohrförmige Außenleiter hat einen Innendurchmesser $d_a = 18 \text{ mm}$ (siehe Skizze). Berechnen Sie die Wandstärke δ des Außenleiters, wenn Innen- und Außenleiter den gleichen ohmschen Widerstand pro Meter haben sollen und die Leiter aus dem gleichen Material bestehen



3. Welche Temperatur hat ein elektrischer Heizkörper, wenn er bei 20°C einen Strom von 2,9 A und im Betriebszustand einen Strom von 0,5 A aufnimmt? Die Spannung U bleibt dabei konstant. Der Temperaturkoeffizient beträgt $\alpha = 0,0038/\text{K}$.
4. Eine Glühlampe mit den Nennwerten $P_N = 60 \text{ W}$ und $U_N = 220 \text{ V}$ hat einen Wolfram-Glühdraht mit einer Länge $l = 60 \text{ cm}$ und einem Durchmesser $d = 0,03 \text{ mm}$ ($\rho_{20} = 0,055 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$). Berechnen Sie die Glühtemperatur des Drahtes ($\alpha = 0,0041/\text{K}$; $\beta = 10^{-6}/\text{K}^2$) sowie den Einschaltstrom bei $\vartheta = 20^\circ \text{C}$! Berechnen Sie außerdem die Einschaltleistung P_0 ! (Hinweis zur Berechnung des Widerstandes bei Betriebstemperatur: $P_N = U_N \cdot I_N$, $R_B = U_N / I_N$)
5. In einer Kochplatte befinden sich 2 Heizwiderstände von $R = 120 \Omega$ (Netzspannung $U = 220 \text{ V}$), die wahlweise:
 - a) einzeln
 - b) in Reihe oder
 - c) parallel geschaltet werden können.Berechnen Sie die Leistungsaufnahme der Kochplatte in den verschiedenen Schaltungen!

Zusatzaufgaben:

6. Ein elektrisches Kabel soll durch eine konzentrische Umhüllung aus Aluminium geschirmt werden (s. Abbildung). Der Außendurchmesser der Umhüllung beträgt 30 mm und die Wandstärke 3 mm.



Wie groß ist der Widerstand der Umhüllung bei einer Kabellänge $l = 50$ m?

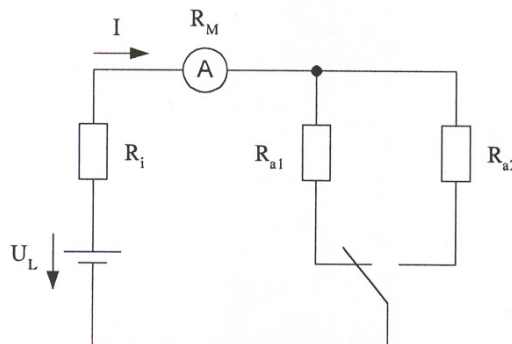
7. Welchen Widerstand hat eine Wolframlampe bei 20°C , wenn sie im Betrieb (Glühtemperatur $\vartheta = 2500^\circ\text{C}$) bei 220 V einen Strom von 0,34 A aufnimmt ($\alpha = 0,0041/\text{K}$; $\beta = 10^{-6}/\text{K}^2$)?
Berechnen Sie außerdem den Strom durch die Lampe bei 20°C !
8. Ein Kupferdraht ($l = 200$ m, $A = 1,5$ mm²) wird von einem Strom $I = 8,5$ A durchflossen und nimmt dabei eine Umgebungstemperatur $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ an.
Berechnen Sie die Verluste des Leiters. ($\rho_{\text{Cu}} = 0,017\Omega\text{mm}^2/\text{m}$; $\alpha_{\text{Cu}} = 0,004/\text{K}$)
Um wie viel Prozent steigen die Verluste, wenn sich die Umgebungstemperatur des Kupferdrahtes auf $\vartheta = 80^\circ\text{C}$ erhöht und dabei der Strom konstant bleibt?

Rechenübung I-5

Grundstromkreis, Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

(zum Vorlesungskapitel 3.1/3.2)

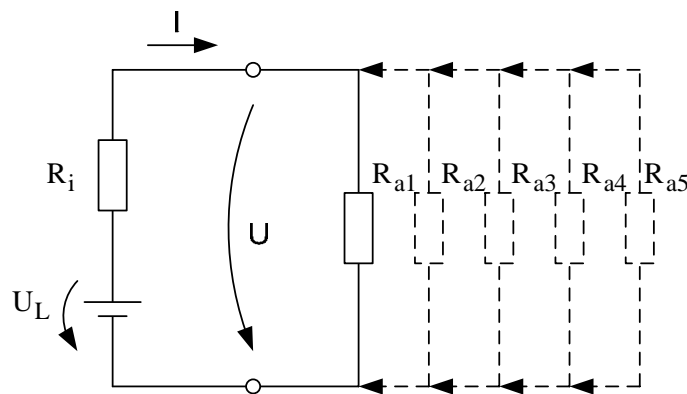
- Ein ohmscher Verbraucher mit dem Widerstand $R_a = 12 \Omega$ wird an folgende lineare Spannungsquelle angeschlossen: Leerlaufspannung $U_l = 8V$ / Innenwiderstand $R_i = 0,8\Omega$. Berechnen Sie den Strom I und die Spannung U am Verbraucher (Klemmenspannung) sowie die Leistung P am Verbraucher und den Wirkungsgrad η !
- Ein Akkumulator hat die Quellenspannung $U_q = 12,6V$ und den Innenwiderstand $R_i = 0,1\Omega$. Es sind Verbraucher mit der Nennspannung $U_N = 12V$ und den Nennleistungen $P_N = 15W$; $21W$; $45W$ und $90W$ zu versorgen.
 - Berechnen Sie die Spannungen an den Verbrauchern (Klemmenspannungen), wenn diese **einzeln** an den Akkumulator angeschlossen werden!
 - Berechnen Sie die Klemmenspannungen, wenn die Verbraucher in der angegebenen Reihenfolge **nacheinander** (Parallelschaltung) an den Akkumulator angeschlossen werden!
 - Stellen Sie auf der Basis des jeweiligen Gesamtwiderstandes R_V gemäß Aufgabe b) folgende Zusammenhänge grafisch dar:
 $U/U_q = f(R_V)$; $I = f(R_V)$; $P = f(R_V)$; $U = f(I)$; $P = f(I)$.
- Leiten Sie den allgemeinen Zusammenhang für P_{\max} her und berechnen Sie die maximale Leistung, die einer Stromquelle ($I_K = 18A$; $R_i = 2,5\Omega$) entnommen werden kann! Bestimmen Sie dazu den notwendigen Belastungswiderstand. Berechnen Sie die Arbeitspunkte, bei denen der Stromquelle die Leistung $P_a = 100W$ entnommen wird!
- In nebenstehender Schaltung werden folgende Messergebnisse ermittelt:
 - mit $R_{a1} = 20\Omega$; $I = 0,240A$
 - mit $R_{a2} = 50\Omega$; $I = 0,109A$Das Strommessgerät hat den Innenwiderstand $R_M = 2\Omega$. Berechnen Sie R_i und U_l der Spannungsquelle!



5. Zwei Glühlampen mit den Nennleistungen $P_{1N} = 60\text{W}$ und $P_{2N} = 100\text{W}$ werden in Reihe geschaltet und von einer idealen Spannungsquelle $U_q = 220\text{V}$ gespeist. Berechnen Sie die Spannungsverteilung U_1/U_2 über den Glühlampen unter der Annahme, dass die Widerstände der Glühlampen unabhängig von der Betriebsspannung sind! Wie groß muss unter dieser Annahme ein zusätzlicher Widerstand R sein, der parallel zur Glühlampe 1 zu schalten ist, damit beide Glühlampen an der gleichen Spannung liegen. Welche Stromaufteilung zwischen Glühlampe 1 und Widerstand R ergibt sich dann?

Zusatzaufgaben:

6. An die Spannungsquelle gemäß Aufgabe 1 werden zu dem bereits bestehenden Widerstand R_{a1} nacheinander 4 weitere Verbraucher mit jeweils $R_a = 12\ \Omega$ zugeschaltet (Parallelschaltung). Berechnen Sie den Strom I , die Klemmenspannung U , die Leistung P sowie den Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von der Zuschaltung der Verbraucher! Stellen Sie die Zusammenhänge grafisch dar!
Wie viel gleichartige Verbraucher mit $R_a = 12\ \Omega$ dürften maximal an die Spannungsquelle geschaltet werden, damit der Wirkungsgrad nicht unter 0,6 absinkt?

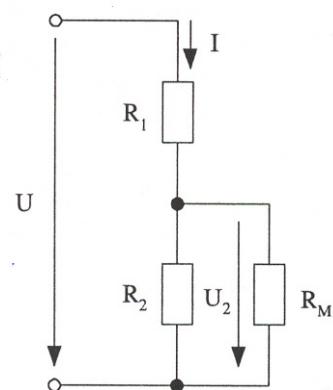


7. Ein Gleichstromgenerator (U_q ; $R_i = 0\ \Omega$) soll über eine Leitung (Widerstand $R_l = 1\ \Omega$) einen ohmschen Verbraucher (Nennleistung $P_a = 20\ \text{kW}$) speisen. Wie groß muss die Spannung am Verbraucher gewählt werden, damit der prozentuale Spannungsabfall $\Delta U/U_q$ nicht größer als 5% wird (ΔU - Spannungsabfall über der Leitung)? Wie groß ist dann der Wirkungsgrad η ?

8. An den Messklemmen eines ohmschen Spannungsteilers ist ein Messgerät mit einem Widerstand R_M angeschlossen (s. Abbildung). Berechnen Sie allgemein die bezogene Teilspannung U_2/U in Abhängigkeit von R_M !

Wie groß ist der Messfehler im Vergleich zum unbelasteten Spannungsteiler ($R_M = \infty$) bei folgenden Kenndaten des Teilers: $R_M/R_2 = 10$ und $R_2/R = 0,5$ mit $R = R_1 + R_2$?

Berechnen Sie außerdem die Änderung des Teilerstromes im Vergleich zum unbelasteten Teiler (allgemein und für o.g. Kenndaten)!

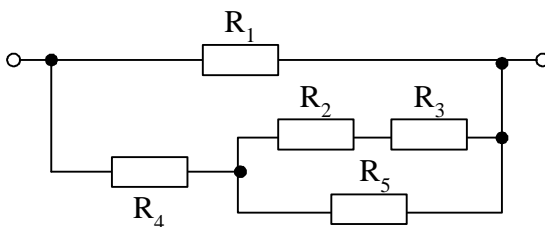


Rechenübung I-6

Widerstands- und Quellschaltungen

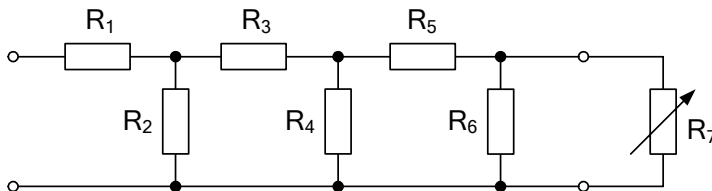
(zum Vorlesungskapitel 3.3/3.4)

1. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand (Ersatzwiderstand) zwischen den Klemmen folgender Schaltung!



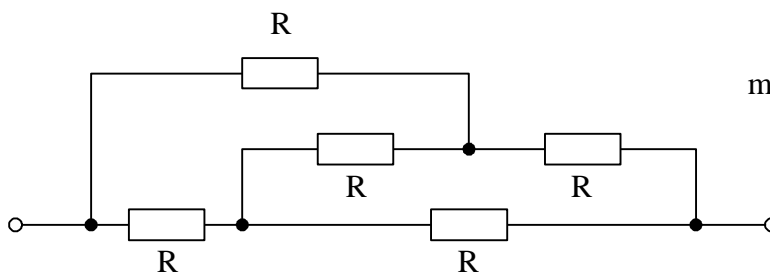
$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \Omega \\ R_2 &= 4 \Omega \\ R_3 &= 1 \Omega \\ R_4 &= 6 \Omega \\ R_5 &= 3 \Omega \end{aligned}$$

2. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der nachfolgenden Schaltung für R_{7a} , R_{7b} und R_{7c} und diskutieren Sie das Ergebnis!



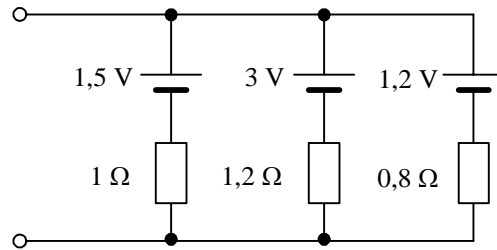
$$\begin{aligned} R_1 &= R_3 = R_5 = 1 \text{ k}\Omega \\ R_2 &= R_4 = R_6 = 10 \text{ k}\Omega \\ R_{7a} &= 5 \text{ k}\Omega \\ R_{7b} &= 1 \Omega \\ R_{7c} &= 100 \text{ M}\Omega \end{aligned}$$

3. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand zwischen den Klemmen folgender Schaltung!

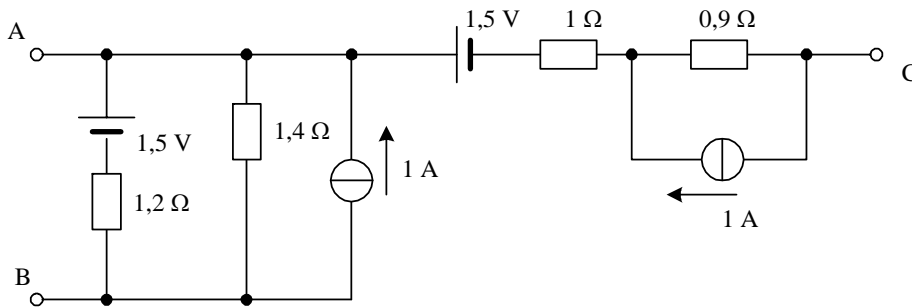


mit $R = 12 \Omega$

4. Ermitteln Sie die Parameter der Ersatzspannungsquelle (U_{Le} , R_{ie}) bzw. der Ersatzstromquelle (I_{Ke} ; R_{ie} bzw. G_{ie})!

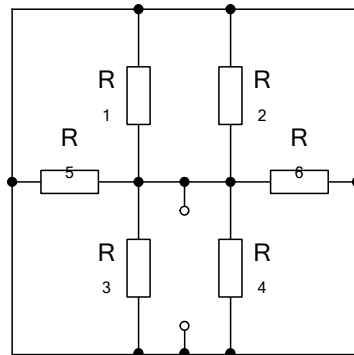


5. Berechnen Sie die Ersatzparameter (U_{Le} , R_{ie}) für die Klemmen AB, AC und BC!



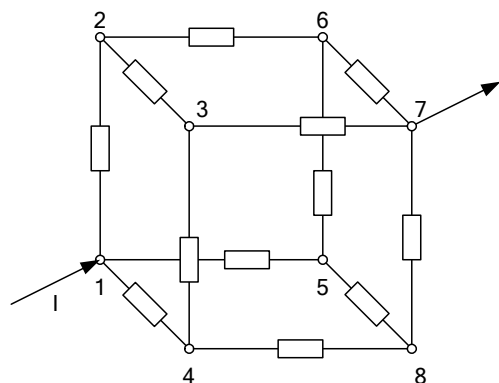
Zusatzaufgaben:

6. Berechnen Sie den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen!



$$\begin{aligned}
 R_1 &= 3 \Omega \\
 R_2 &= 2 \Omega \\
 R_3 &= 5 \Omega \\
 R_4 &= 6 \Omega \\
 R_5 &= 4 \Omega \\
 R_6 &= 1 \Omega
 \end{aligned}$$

7. Bestimmen Sie allgemein den Ersatzwiderstand der folgenden Netzstruktur (Würfel) zwischen den Knotenpunkten 1 und 7.



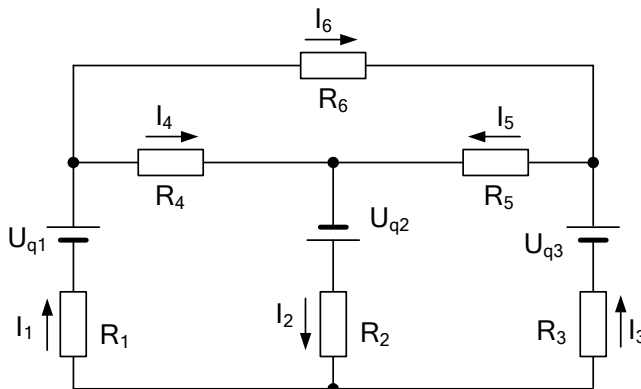
R für alle Würfelkanten gleich

8. Zehn Batterien sind in Reihenschaltung an einen äußeren Widerstand $R_a = 25 \Omega$ geschaltet. Verdoppelt man ihre Anzahl, so nimmt die Stromstärke um 48 % zu. Berechnen Sie den Innenwiderstand einer Batterie!
9. Berechnen Sie den Strom, der durch eine Reihenschaltung von 3; 6; 9 und 30 Batterien von je $U_q = 1,5V$ und $R_i = 2,2\Omega$ über einen Außenwiderstand $R_a = 30 \Omega$ angetrieben wird. Stellen Sie den Strom I in Abhängigkeit von der Anzahl der Batterien grafisch dar! Berechnen Sie die höchstmögliche Stromstärke!

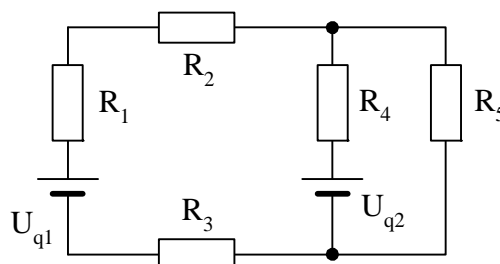
Rechenübung I-7

Berechnung von Gleichstromnetzwerken - Teil I (zum Vorlesungskapitel 3.5)

1. Analysieren Sie das Netzwerk nach folgenden Gesichtspunkten:
 - a) Netzwerksgraph
 - b) Anzahl der Knoten k , der Zweige z und der unabhängigen Maschen m
 - c) Stellen Sie das Gleichungssystem der z -Zweigströme auf!



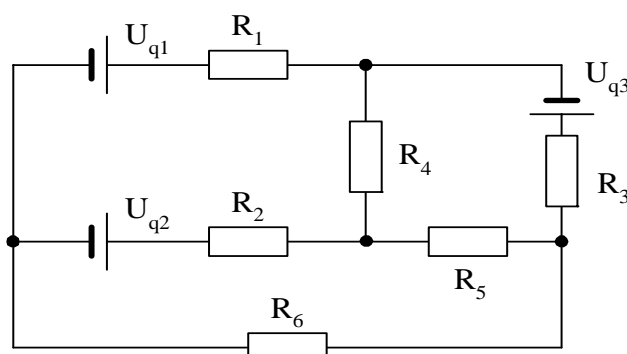
2. Berechnen Sie in folgendem Netzwerk alle Zweigströme mit dem Zweigstromverfahren!



$$R_1 \dots R_5 = 5 \Omega$$

$$U_{q1} = U_{q2} = 100 \text{ V}$$

3. Berechnen Sie in folgendem Netzwerk alle Zweigströme mit dem Maschenverfahren!



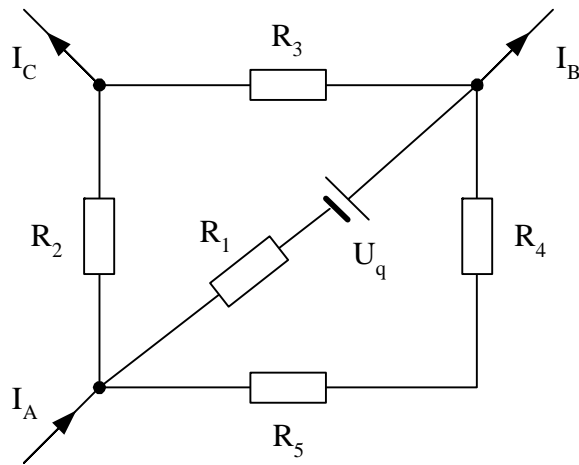
$$U_{q1} = 10 \text{ V}$$

$$U_{q2} = 15 \text{ V}$$

$$U_{q3} = 20 \text{ V}$$

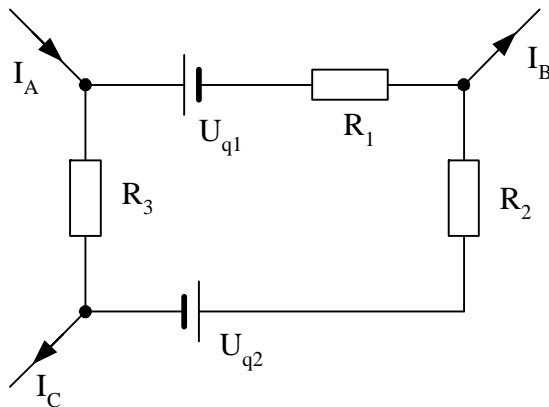
$$R_1 \dots R_6 = 10 \Omega$$

4. Berechnen Sie in folgendem Netzwerk jeweils alle Zweigströme nach:
 a) dem Zweigstromverfahren;
 b) dem Maschenverfahren!



$$\begin{aligned} R_1 &= 100 \, \Omega \\ R_2 &= 80 \, \Omega \\ R_3 &= 120 \, \Omega \\ R_4 &= 40 \, \Omega \\ R_5 &= 20 \, \Omega \\ U_q &= 220 \, \text{V} \\ I_A &= 2 \, \text{A} \\ I_B &= 3 \, \text{A} \end{aligned}$$

5. Berechnen Sie von folgendem Netzwerk alle Zweigströme mit dem Zweigstromverfahren!

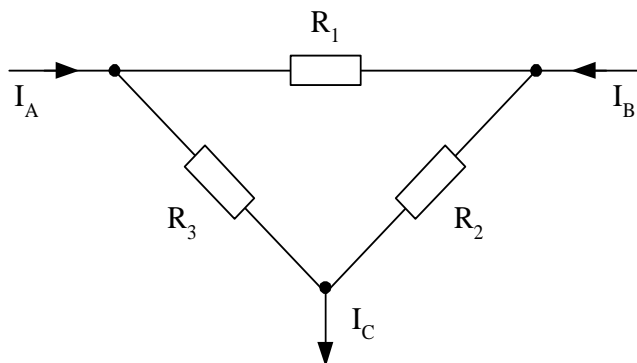


$$\begin{aligned} R_1 &= 5 \, \Omega \\ R_2 &= 10 \, \Omega \\ R_3 &= 3 \, \Omega \\ U_{q1} &= 4 \, \text{V} \\ U_{q2} &= 6 \, \text{V} \\ I_A &= 4 \, \text{A} \\ I_B &= 2 \, \text{A} \end{aligned}$$

Zusatzaufgaben:

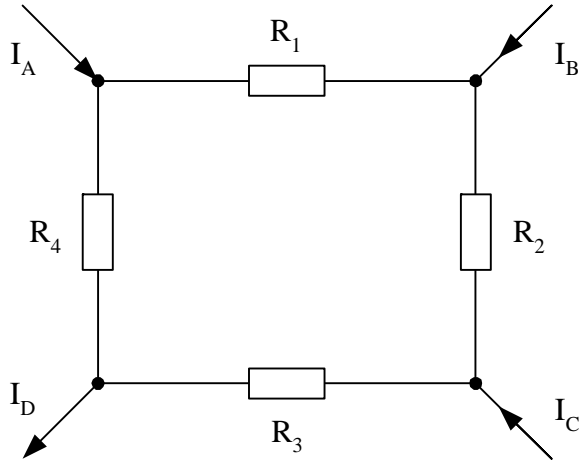
- Berechnen Sie in folgenden Netzwerken jeweils alle Zweigströme nach:
 a) dem Zweigstromverfahren;
 b) dem Maschenverfahren!

- 6.



$$\begin{aligned} I_A &= 12 \, \text{A} \\ I_B &= 8 \, \text{A} \\ R_1 &= 6 \, \Omega \\ R_2 &= 10 \, \Omega \\ R_3 &= 8 \, \Omega \end{aligned}$$

7.



$$R_1 = 4 \Omega$$

$$R_2 = 6 \Omega$$

$$R_3 = 5 \Omega$$

$$R_4 = 2 \Omega$$

$$I_A = 6 \text{ A}$$

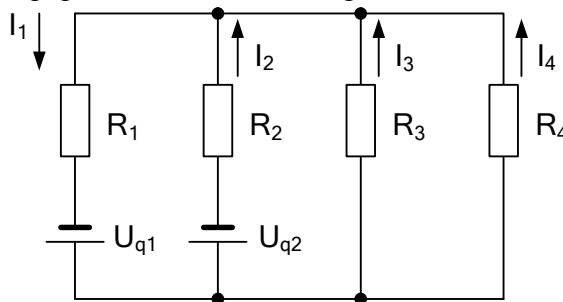
$$I_B = 8 \text{ A}$$

$$I_C = 2 \text{ A}$$

Rechenübung I-8

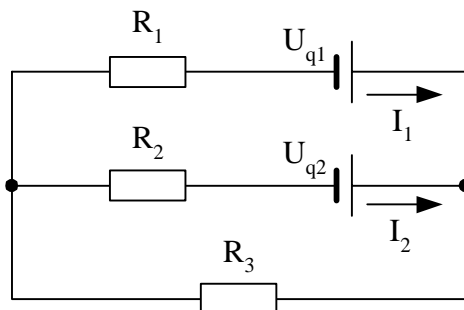
Berechnung von Gleichstromnetzwerken - Teil II (zum Vorlesungskapitel 3.6)

1. Berechnen Sie den Strom I_1 nach dem Überlagerungsverfahren unter Berücksichtigung der vorgegebenen Stromrichtungen!



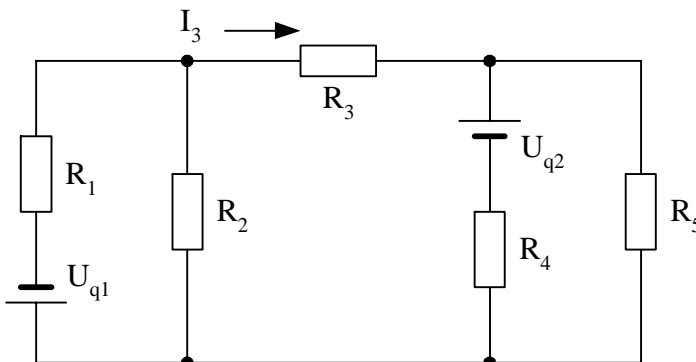
$$\begin{aligned} R_1 &= 1 \, \Omega \\ R_2 &= 1,5 \, \Omega \\ R_3 &= 6 \, \Omega \\ R_4 &= 1,5 \, \Omega \\ U_{q1} &= 24 \, \text{V} \\ U_{q2} &= 18 \, \text{V} \end{aligned}$$

2. Berechnen Sie die Ströme I_1 und I_2 nach dem Überlagerungsverfahren!



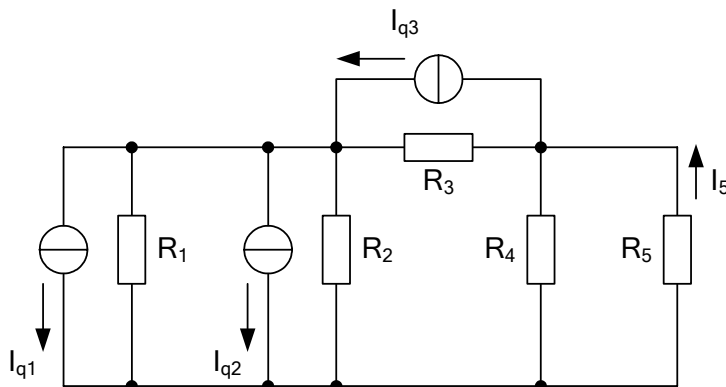
$$\begin{aligned} R_1 &= 0,5 \, \Omega \\ R_2 &= 0,3 \, \Omega \\ R_3 &= 5 \, \Omega \\ U_{q1} &= U_{q2} = 65 \, \text{V} \end{aligned}$$

3. Berechnen Sie den Strom I_3 nach dem Überlagerungsverfahren und dem Maschenverfahren!



$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = 1 \, \Omega \\ R_3 &= 100 \, \Omega \\ R_4 &= 20 \, \Omega \\ R_5 &= 30 \, \Omega \\ U_{q1} &= 10 \, \text{V} \\ U_{q2} &= 12 \, \text{V} \end{aligned}$$

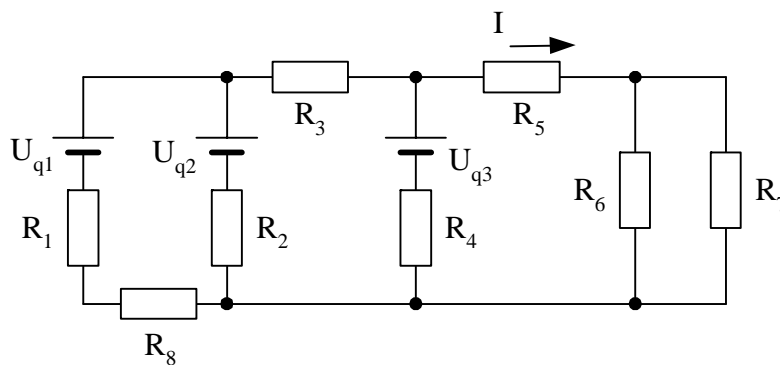
4. Berechnen Sie den Strom I_5 nach dem Überlagerungsverfahren und dem Zweigstromverfahren!
Vereinfachen Sie vorher die Schaltung durch Zusammenfassen der Stromquellen!



$$\begin{aligned} R_1 &= 3 \Omega \\ R_2 &= 5 \Omega \\ R_3 &= 1,2 \Omega \\ R_4 &= 16 \Omega \\ R_5 &= 16 \Omega \\ I_{q1} &= 3,3 \text{ A} \\ I_{q2} &= 1 \text{ A} \\ I_{q3} &= 1,7 \text{ A} \end{aligned}$$

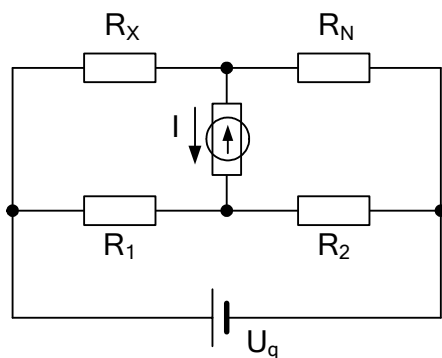
Zusatzaufgaben:

5. Berechnen Sie den Strom I mit:
a) dem Überlagerungsverfahren
b) dem Zweigstromverfahren
c) dem Maschenverfahren



$$\begin{aligned} R_1 &= R_8 = 1,25 \Omega \\ R_2 &= 8 \Omega \\ R_3 &= 4 \Omega \\ R_4 &= 10 \Omega \\ R_5 &= 4 \Omega \\ R_6 &= R_7 = 16 \Omega \\ U_{q1} &= 2 \text{ V} \\ U_{q2} &= 4 \text{ V} \\ U_{q3} &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

6. Gegeben ist nachfolgende Brückenschaltung (Wheatstonsche Messbrücke).
Leiten Sie die Bedingung für den Brückenabgleich ($I=0$) zur Bestimmung des Widerstandes R_x her!

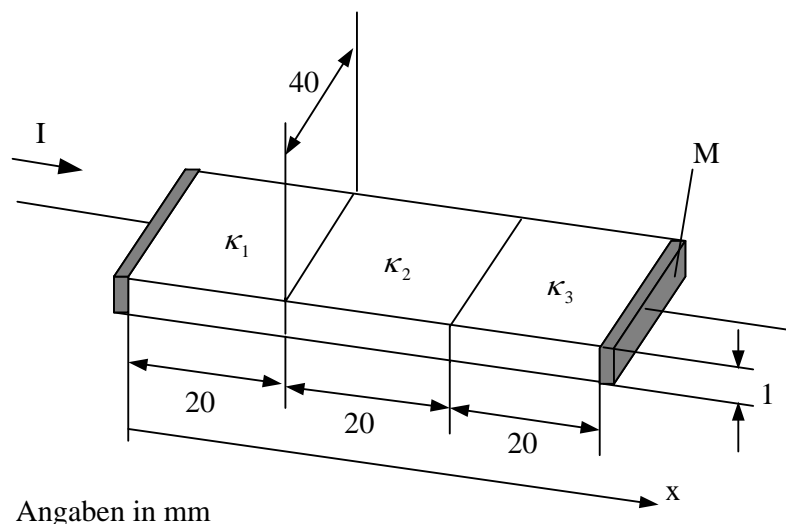


Rechenübung I-9

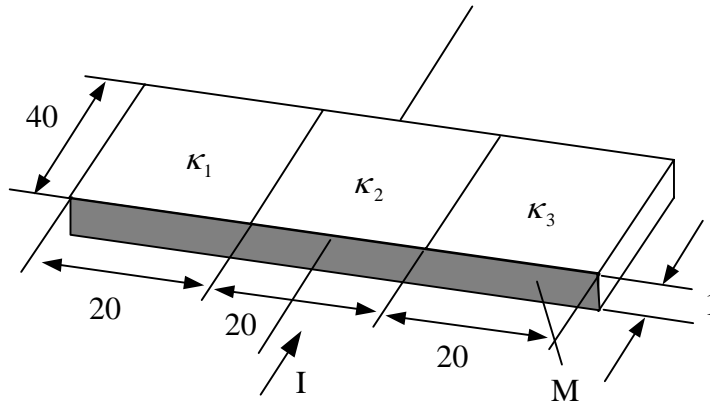
Berechnung von stationären Strömungsfeldern

(zum Vorlesungskapitel 4.1/4.2)

- Gegeben sind zwei Metallplatten gleicher Größe, die sich parallel gegenüberstehen. Zwischen den Platten befindet sich ein Elektrolyt mit der Leitfähigkeit $\kappa = 5 \cdot 10^{-2}$ S/cm. In dieser Anordnung soll eine elektrische Leistung von $P = 1$ kW umgesetzt werden.
 - Zeichnen Sie qualitativ das Feldbild für die Stromdichte \vec{S} und das Potenzial φ ! (Gehen sie dabei zunächst vom 3-dimensionalen Feld aus, und vereinfachen Sie dann in das 2-dimensionale Feld!)
 - Berechnen Sie die Fläche der Elektroden, wenn bei einem Plattenabstand $d = 30$ cm eine Feldstärke $E = 0,6$ V/cm bestehen soll!
 - Geben Sie die Beziehung zwischen der Leistungsdichte $p = P/V$, der Feldstärke E und der Stromdichte S allgemein an!
- Ein Leiter ist aus drei verschiedenen Materialien mit den Leitwerten $\kappa_1 = 1$ S/cm, $\kappa_2 = 2$ S/cm und $\kappa_3 = 4$ S/cm zusammengesetzt (s. Abbildung). Über die Metallelektroden M fließt ein Strom $I = 80$ mA.
 - Zeichnen Sie ein maßstäbliches ebenes Feldbild für die Stromdichte S und das Potenzial φ .
 - Stellen Sie den Potenzialverlauf $\varphi(x)$ und den Feldstärkeverlauf $E(x)$ längs des Leiters grafisch dar!

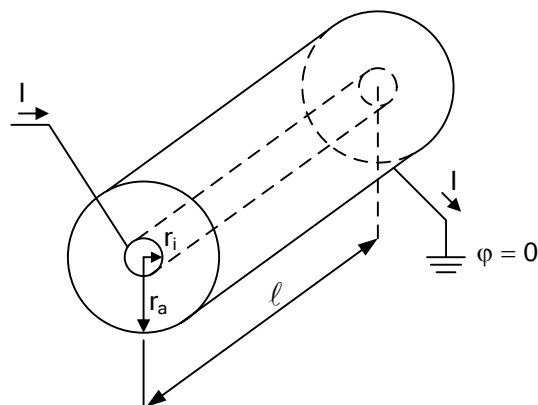


3. Am gleichen Leiter wie in Aufgabe 2 werden die Metallelektroden M anders kontaktiert (s. Abbildung). Die Leitfähigkeiten der Materialien und der Strom I bleiben unverändert.
- Berechnen Sie die Teilströme und die Spannung!
 - Zeichnen Sie ein maßstäbliches ebenes Feldbild für das Potenzial und die Stromdichte!

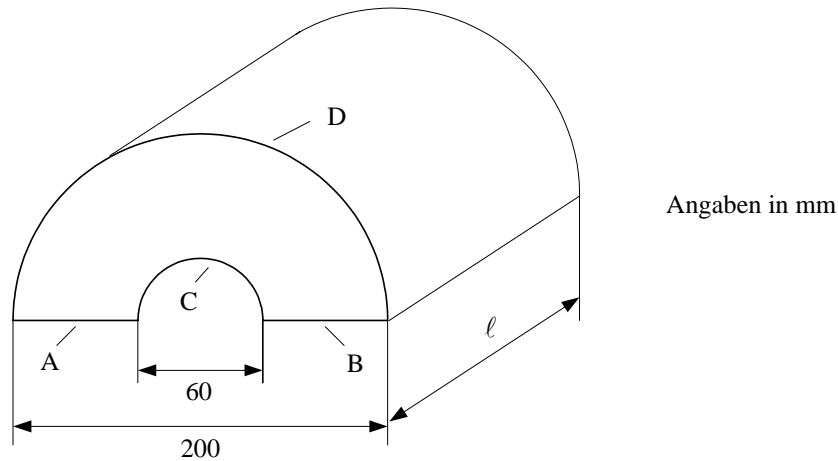


Angaben in mm

4. Ein schwach leitender Hohlzylinder ($\kappa = 88,5 \text{ mS/cm}$) der Länge $l = 1 \text{ m}$ hat die Radien $r_i = 80 \text{ mm}$ und $r_a = 160 \text{ mm}$ und trägt auf der Innen- und der Außenfläche Metallbeläge. Über die Innenfläche fließt ein Strom $I = 8 \text{ A}$ in den Zylinder ein (s. Skizze)
- Zeichnen Sie einen maßstäblichen Querschnitt des Hohlzylinders sowie mittels der Methode der quadratähnlichen Figuren das Feldbild der Stromdichte und des elektrischen Potenzials. Der Außenzylinder hat das Potenzial $\varphi = 0$.
(Hinweis: Unterteilung des Gesamtstromes in Teilstromröhren)
 - Bestimmen Sie aus der Zeichnung annähernd die Spannung zwischen den Elektroden sowie zwischen der Innenelektrode und einem Punkt P mit dem Abstand $r = 124 \text{ mm}$ von der Mittelachse!
 - Berechnen Sie das Strömungsfeld des Hohlzylinders allgemein, ($S(r)$, $E(r)$, $\varphi(r)$, U) und anschließend mit den angegebenen Zahlenwerten!
Vergleichen Sie das Ergebnis mit der grafischen Lösung!

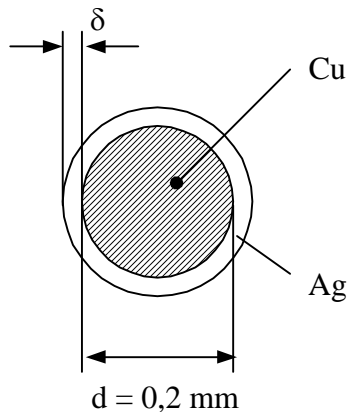


5. Ein schwach leitender halbiertes Hohlzylinder (s. Skizze) hat die Länge $l = 50\text{mm}$. Er kann auf den Flächen A und B oder auf den Flächen C und D mit Metallbelägen kontaktiert werden. Das Zylindermaterial hat die Leitfähigkeit $\kappa = 0,2\text{S/cm}$. Berechnen Sie für beide Kontaktierungsmöglichkeiten die Stromstärke, wenn eine Gleichspannung $U = 2\text{V}$ angelegt wird.



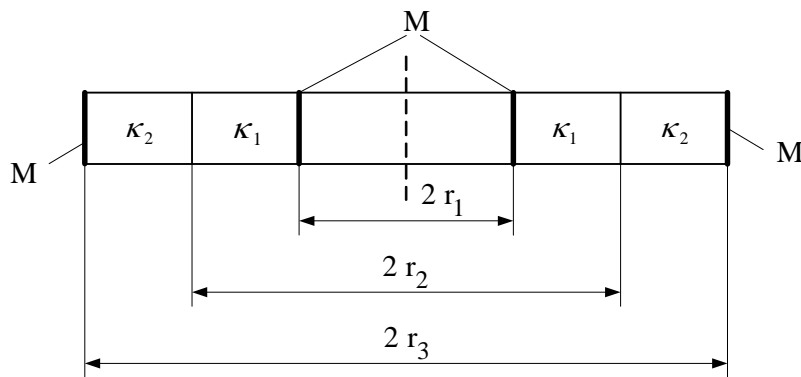
Zusatzaufgaben:

6. Ein dünner Kupferdraht (s. Abbildung) mit $\kappa = 56 \cdot 10^6\text{S/m}$ wird mit einer Silberschicht ($\kappa = 60 \cdot 10^6\text{S/m}$) der Dicke δ überzogen. Wie groß muss δ sein, damit sich der ursprüngliche Gleichstromwiderstand halbiert?



7. Den Erder eines Hochspannungsmastes kann man vereinfacht als Halbkugel auffassen (Radius $r_e = 1\text{m}$), deren Mittelpunkt auf der Erdoberfläche liegt. Bei Kurzschluss fließt über den Erder ein Strom $I = 100\text{A}$.
- Berechnen Sie die Stromdichte an der Erdoberfläche!
 - Berechnen Sie die Feldstärke an der Erdoberfläche bei einer angenommenen Leitfähigkeit des Erdreiches ($\kappa = 5 \cdot 10^{-4}\text{S/cm}$)!
 - Berechnen Sie den Erderwiderstand!
 - Die Potentialdifferenz, die am Erdboden bei der Schrittweite von 1m auftritt, nennt man Schrittspannung. Berechnen Sie deren maximalen Wert!

8. Eine kreisförmige Scheibe ($r_1 = 2 \text{ cm}$, $r_2 = 4 \text{ cm}$, $r_3 = 6 \text{ cm}$, $l = 1 \text{ cm}$) ist aus zwei unterschiedlichen Materialien mit den Leitwerten $\kappa_1 = 1 \text{ S/cm}$, $\kappa_2 = 2 \text{ S/cm}$ zusammengesetzt. Es fließt von innen nach außen der Strom $I = 360 \text{ mA}$ über die Kontaktfläche M. Berechnen Sie:
- Stromdichte $S(r)$ und Feldstärke $E(r)$
 - Potenzial $\varphi(r)$ mit $\varphi = 0$ an der äußeren Elektrode
 - Stellen Sie S , E und φ über r grafisch dar!
 - Berechnen Sie die Teilspannungen über den Schichten 1 und 2!



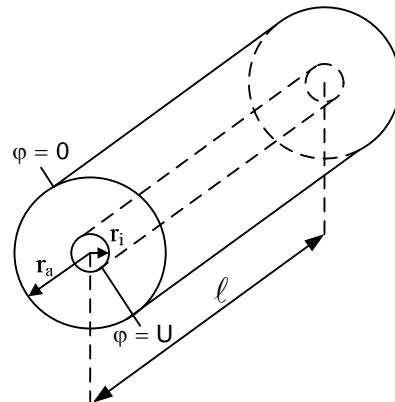
M: Metallschichten (Elektroden)

Rechenübung I-10

Berechnung von elektrostatischen Feldern (zum Vorlesungskapitel 4.3)

1. Im Zwischenraum eines auf 1000 V aufgeladenen Plattenkondensators (Dielektrikum Luft), dessen Elektroden den Abstand $d = 1 \text{ cm}$ aufweisen, wird eine dünne Metallfolie der gleichen Fläche wie die beiden Elektroden ($A = 25 \text{ cm}^2$), senkrecht zur Feldlinienrichtung gebracht.
Berechnen Sie die in der Folie durch Influenz getrennte Ladungsmenge!
2. Der Plattenabstand eines auf 1200 V aufgeladenen Plattenkondensators, der von der Quelle getrennt ist, wird von $d_1 = 1 \text{ mm}$ auf $d_2 = 2,5 \text{ mm}$ vergrößert. Wie groß ist danach die Spannung zwischen den Platten?
3. Gegeben ist ein Plattenkondensator mit quadratischen Platten $A = 90 \text{ cm}^2$ sowie einem Plattenabstand $d = 0,8 \text{ mm}$ (Dielektrikum Luft, Spannung $U_1 = 200 \text{ V}$).
 - a) Berechnen Sie die Kapazität C_1 und die Ladung Q_1 des Kondensators!
 - b) Nach Abklemmen von der Spannungsquelle wird der Kondensator vollständig mit Glimmer ($\epsilon_r = 7$) gefüllt.
Berechnen Sie die Kapazität C_2 , Ladung Q_2 und Spannung U_2 !
Wie ändern sich Feldstärke und Verschiebungsflussdichte des Feldes im Kondensator durch das Einbringen des Glimmers?
 - c) Berechnen Sie die Kapazität C_3 , Ladung Q_3 und Spannung U_3 wenn der Kondensator vollständig mit Glimmer gefüllt ist, aber nicht von der Spannungsquelle getrennt wird!
4. Gegeben ist ein Plattenkondensator mit quadratischen Metallplatten ($A = 25 \text{ cm}^2$) und querschichtetem Dielektrikum. Die relative Dielektrizitätszahlen betragen $\epsilon_{r_1} = 1$ und $\epsilon_{r_2} = 3$, die Schichtstärken sind $d_1 = 4 \text{ mm}$ und $d_2 = 6 \text{ mm}$. Die Plattenspannung beträgt $U = 2 \text{ kV}$, das Feld zwischen den Platten ist homogen.
 - a) Berechnen Sie allgemein und für die angegebenen Zahlenwerte die Verschiebungsflussdichte D , die Ladung Q sowie die Feldstärken E_1 und E_2 in den beiden Schichten.
 - b) Berechnen und zeichnen Sie den Potenzialverlauf $\varphi(x)$ im geschichteten Dielektrikum im Vergleich zu einem Plattenkondensator mit einheitlichem Dielektrikum $\epsilon_r = 1$.
5. Gegeben ist eine koaxiale Zylinderanordnung (siehe Skizze).
 - a) Berechnen Sie das elektrostatische Feld $D(r)$, $E(r)$, $\varphi(r)$ allgemein, wenn an der Außenelektrode das Potenzial $\varphi=0$, und an der Innenelektrode $\varphi=U$ ist.

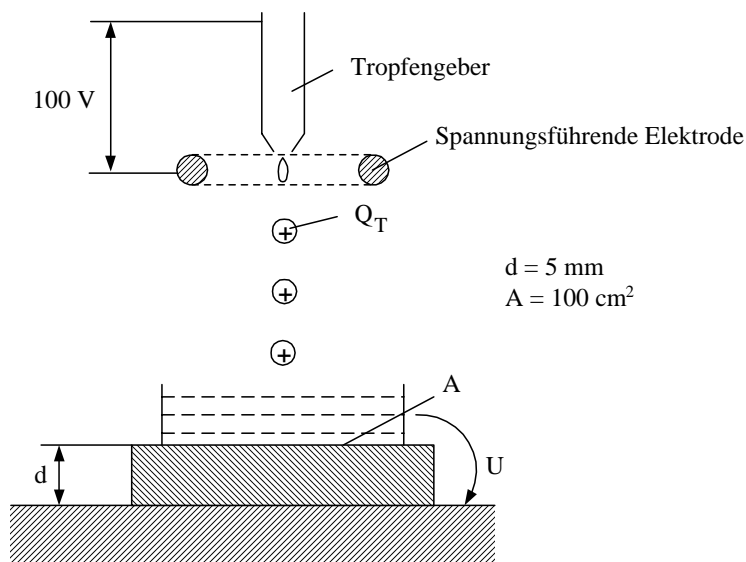
- b) Berechnen Sie die Kapazität einer 10 m langen luftisolierten Koaxialleitung, deren Innenleiter den Durchmesser $d_i = 4$ mm und deren Außenleiter den Innendurchmesser $d_a = 16$ mm aufweist!



Skizze zu Aufgabe 5

Zusatzaufgaben:

6. In dem in der Abbildung dargestellten elektrostatischen Generator werden Wassertropfen vor dem Abreißen durch Influenz auf $Q_T = 10$ pC elektrisch geladen und in einem flachen, isoliert aufgestellten Metallbehälter aufgefangen. Wie groß ist die Spannung U zwischen dem Behälter und Erde nach einer Stunde, wenn je Sekunde 2 Tropfen fallen?
(Annahme: Dielektrikum Luft zwischen Metallbehälter und Erde)



7. Ein koaxiales, zylindrisches Hochspannungskabel ist mit einem isotropen Dielektrikum gefüllt (z.B. Luft). Der Radius des Außenleiters r_a beträgt 10 cm. Berechnen Sie den Radius des Innenleiters r_i damit die Feldstärke an dessen Oberfläche minimal wird!

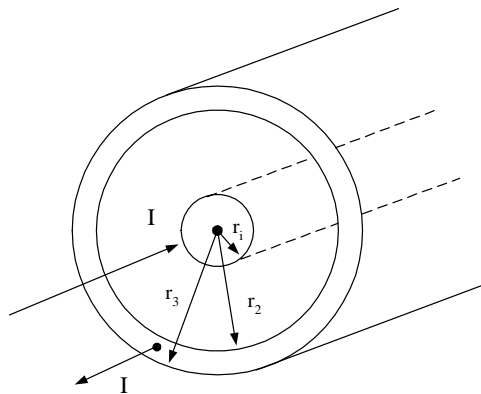
- Berechnen Sie die Kapazität eines Kugelkondensators, der aus zwei konzentrischen Metallkugeln mit den Radien r_i und r_a besteht und leiten Sie daraus die Kapazität einer frei in Luft hängenden Metallkugel mit dem Radius $r=10\text{cm}$ ab!

Rechenübung I-11

Berechnung von stationären Magnetfeldern

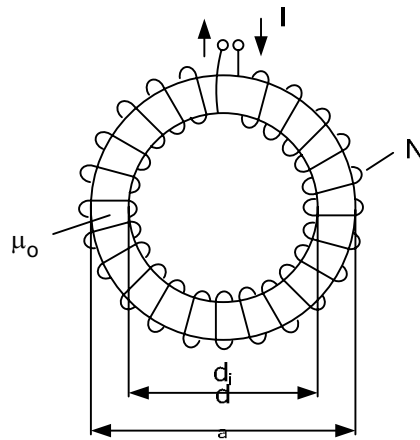
(zum Vorlesungskapitel 4.4)

1. Ein dünner gerader Leiter wird von einem Gleichstrom $I = 3,5 \text{ A}$ durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke H in einer Entfernung von 5 cm, 10 cm und 18 cm von der Leitermitte!
2. Ein gerader Leiter mit kreisförmigen Querschnitt ($d = 2 \text{ cm}$) wird von einem Gleichstrom $I = 100 \text{ A}$ durchflossen.
 - a) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im Leiterinneren und außerhalb des Leiters! (Hinweis: konstante Stromdichte im Leiter)
 - b) Stellen Sie den Feldstärkeverlauf $H(r)$ über der Koordinate r dar! ($r = 0$ in der Leitermitte)
3. Eine lange Koaxialleitung (Innenleiter = Hinleiter, Außenleiter = Rückleiter) wird von einem Gleichstrom I durchflossen. Der Innenleiter besitzt den Radius r_i , der Außenleiter hat einen Innenradius r_2 und einen Außenradius r_3 (s. Skizze). Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im Innenleiter ($0 \leq r \leq r_i$), im Zwischenraum ($r_1 \leq r \leq r_2$) sowie im Außenleiter ($r_2 \leq r \leq r_3$) und stellen Sie den Verlauf $H(r)$ grafisch dar!



4. Berechnen Sie den minimalen, den maximalen sowie den mittleren Wert der magnetischen Flussdichte B im Inneren einer Kreisringspule in Luft ($\mu = \mu_0$)!

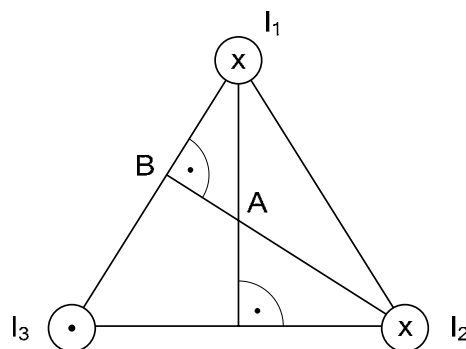
Der Außendurchmesser beträgt $d_a = 23 \text{ cm}$, der Innendurchmesser $d_i = 20 \text{ cm}$. Die Spule besitzt $N = 600$ Windungen und wird von einem Gleichstrom $I = 2 \text{ A}$ durchflossen.



5. Eine Luftzylinderspule ($l = 23 \text{ cm}$, $d = 2,5 \text{ cm}$) hat $N = 210$ Windungen. Der Spulengleichstrom beträgt $I = 1,8 \text{ A}$. Berechnen Sie mit einem Näherungsansatz (Vernachlässigung des Streuflusses) die magnetische Feldstärke H , die Flussdichte B und den Fluß Φ in der Spule!

Zusatzaufgaben:

6. Drei parallele gerade Leiter bilden ein gleichseitiges Dreieck mit einer Seitenlänge $a = 35 \text{ cm}$. Die Ströme der drei Leiter sind in den angegebenen Richtungen $I_1 = I_2 = 40 \text{ A}$; $I_3 = 80 \text{ A}$. Bestimmen Sie die magnetische Feldstärke in den Punkten A und B!

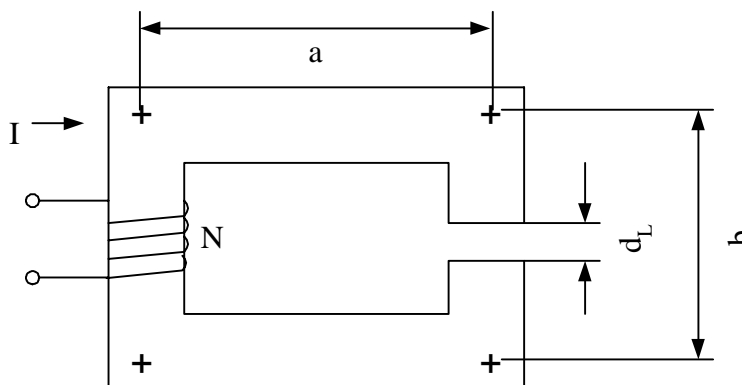


Rechenübung I-12

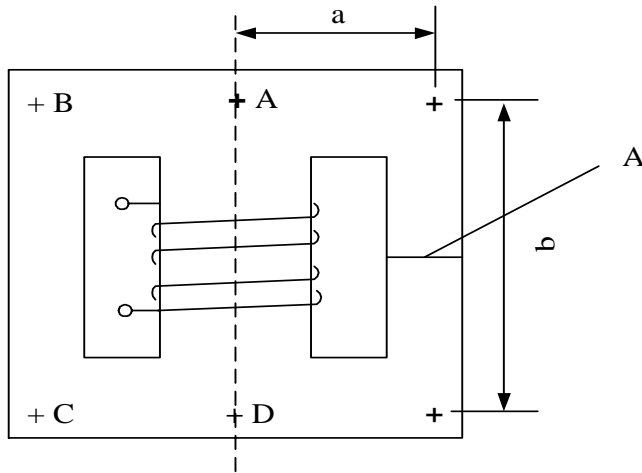
Berechnung magnetischer Kreise (zum Vorlesungskapitel 4.4)

1. Bestimmen Sie die relative Permeabilität μ_r von Dynamoblech (s. Magnetisierungskurve) im Bereich von 0,1 T bis 1,6 T und stellen Sie den Wert als Funktion von der erforderlichen Feldstärke H graphisch dar!
2. Auf einem Ringkern aus Aluminium ($\mu_r \approx 1$) mit dem Innendurchmesser $d_i = 25$ cm und dem Außendurchmesser $d_a = 30$ cm soll eine Spule gewickelt werden. Berechnen Sie die erforderliche Windungszahl N, damit bei einem Strom $I = 1$ A ein magnetischer Fluss $\Phi = 1 \mu\text{Wb}$ durch den magnetischen Kreis fließt!
Auf welchen Wert ändert sich der Magnetfluss, wenn ein Ringkern aus Stahlguss bei gleichbleibendem Strom und Windungszahl verwendet wird?
3. Ein Ringkern aus Stahlguss ($d_i = 25$ cm, $d_a = 30$ cm) hat einen Luftspalt von $d_L = 1$ mm. Berechnen Sie die erforderliche Durchflutung Θ , wenn ein Magnetfluss $\Phi = 1,05$ mWb im Luftspalt erreicht werden soll!
4. Für den angegebenen magnetischen Kreis aus Dynamoblech soll der magnetische Fluss Φ , die Induktion B sowie die Feldstärken im Eisen H_{Fe} und im Luftspalt H_L berechnet werden. Führen Sie die Rechnung allgemein sowie mit folgenden Zahlenwerten durch:

$$\Theta = 500 \text{ A}, \quad a = 40 \text{ cm}, \quad b = 30 \text{ cm}, \quad d_L = 1 \text{ mm}$$
$$A = 16 \text{ cm}^2 \text{ (Kernquerschnitt)}$$

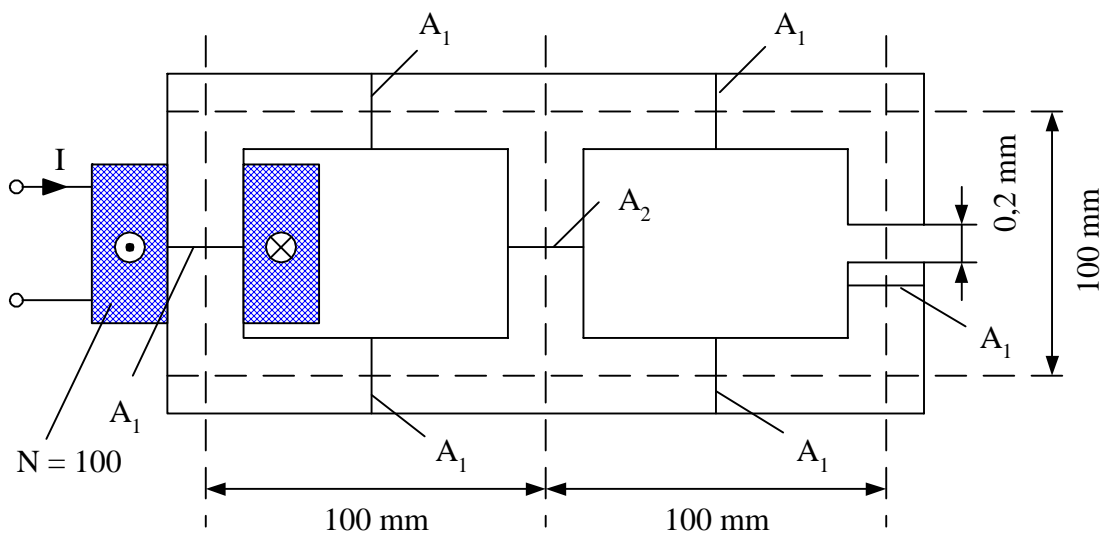


5. Gegeben ist ein magnetischer Kreis vom Typ eines Mantelkerns. Geben Sie für diesen Kreis das magnetische Ersatzschaltbild an!
 Berechnen Sie den Gesamtfluss und die Teilflüsse in den einzelnen Schenkeln, den magnetischen Spannungsabfall zwischen den Punkten A und D und die magnetische Feldstärke.
 Führen Sie die Rechnung unter Annahme homogener magnetischer Felder in den Teilen des Kreises durch!
- allgemein
 - für folgende Zahlenwerte: $A = (5 \cdot 5) \text{ cm}^2$; $a = 20 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$, $I = 5 \text{ A}$; $N = 120$, $\mu_r = 1200$



Zusatzaufgaben:

6. Der in der Abbildung skizzierte Magnetkreis ist aus Dynamoblech aufgebaut (s. Magnetisierungskurve). Berechnen Sie näherungsweise den erforderlichen Spulenstrom, damit sich im Luftspalt die Flussdichte $B_L = 1,0 \text{ T}$ einstellt. Vernachlässigen Sie dabei Magnetfeldstreuungen und nehmen Sie die Feldgrößen als abschnittsweise konstant an.



$$A_1 = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 4 \text{ cm}^2$$

