

Capitolo 4

CONCETTI DI FOTOMETRIA E SPETTROSCOPIA

In questo Capitolo vengono introdotte le principali grandezze utilizzate in astrofisica per descrivere i campi di radiazione elettromagnetica, che rappresentano il mezzo fondamentale da cui riceviamo informazioni sugli oggetti celesti (a parte alcune misure *in situ* sui pianeti del nostro sistema solare e la rivelazione di raggi cosmici). Occorre distinguere due tipi di informazione che si possono ottenere dalla radiazione raccolta:

1. un'informazione quantitativa, studiata dalla fotometria, in cui si misura la potenza globale della sorgente; questa misura è legata alla comprensione della struttura della sorgente e delle fonti di energia che la sostengono;
2. un'informazione qualitativa o specifica, studiata dalla spettroscopia, in cui si misura la distribuzione della radiazione sulle varie frequenze, cioè lo spettro; queste misure permettono di determinare le caratteristiche fisiche della sorgente, temperatura, densità, pressione, composizione chimica.

Va notato che in relazione al loro irraggiamento le sorgenti astrofisiche si dividono in due categorie:

1. sorgenti termiche (stelle normali, mezzo interstellare, mezzo intergalattico) la cui radiazione è essenzialmente di tipo corpo nero, il che indica uno stato di equilibrio termodinamico tra materia e radiazione;
2. sorgenti non termiche (stelle attive, pulsar, supernove, nuclei galattici) la cui radiazione indica una situazione di non-equilibrio con presenza di cospicue componenti di particelle sopratermiche.

Le tecniche di analisi fotometriche e spettroscopiche si sono sviluppate in relazione alla banda del visibile per le ragioni storiche discusse nei precedenti capitoli. E di fatto la gran parte della materia dell'Universo, stelle, galassie e mezzi diffusi sono in condizioni di equilibrio termodinamico, per cui tali tecniche fanno costante riferimento a sorgenti termiche, molto spesso con temperature che portano a irraggiamento nella banda ottica.

4.1 Grandezze dei campi di radiazione

La radiazione emessa da una sorgente dipende dalle caratteristiche fisiche della stessa: la sua misura permette di derivare per le sorgenti termiche, densità, temperatura, composizione chimica del plasma emettente; per le sorgenti non-termiche i parametri ricavabili sono invece energetica globale, energia specifica delle particelle emettenti, intensità e struttura dei campi magnetici.

D'altra parte la radiazione emessa viene modificata nella sua propagazione ed è parzialmente "deformata" all'interno degli strumenti di misura. Occorre quindi ricavare le relazioni principali che legano le caratteristiche dei campi della radiazione osservata e quelle della radiazione emessa.

Si consideri la superficie di una sorgente e se ne selezioni un elemento dA con normale uscente \hat{n} (Fig. 4.1).

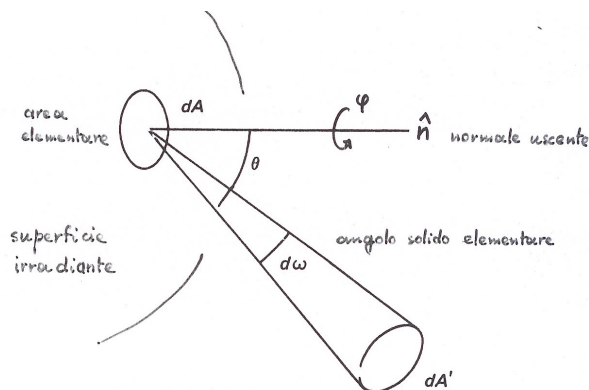


Fig. 4.1: Campi di radiazione

L'energia specifica emessa nell'unità di tempo nella banda $d\nu$ dall'elemento dA entro l'angolo solido $d\omega$ nella direzione ad angolo θ rispetto a \hat{n} è espressa attraverso la formula:

$$dE_\nu = I_\nu(\theta, \varphi) \cos \theta dA d\omega d\nu dt \quad (4.1)$$

dove $I_\nu(\theta, \varphi)$ è detta *intensità specifica* (o *radianza*); $\cos \theta$ è un fattore geometrico che proietta l'area dA nella direzione θ . Le unità di misura per I_ν sono $\text{erg s}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{ster}^{-1}$, oppure $\text{W m}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{ster}^{-1}$.

L'intensità integrata su tutte le possibili frequenze è detta *intensità totale*:

$$I = \int_{\nu=0}^{\infty} I_{\nu} d\nu \quad (4.2)$$

Si dimostra che l'intensità totale (ma la dimostrazione vale anche per l'intensità specifica) è una grandezza che si mantiene costante lungo la propagazione della radiazione nel vuoto. Con riferimento alla Fig.4.2 si consideri la radiazione che esce dall'area dA con intensità totale I nella direzione θ entro l'angolo solido $d\omega$ in un tempo dt :

$$dE = I \cos \theta dA d\omega dt \quad (4.3)$$

e che viene intercettata da un'altra superficie dA' nella direzione θ' . La radiazione può anche essere scritta come intercettata in dA' :

$$dE = I' \cos \theta' dA' d\omega' dt \quad (4.4)$$

D'altra parte la geometria permette di ricavare

$$\begin{aligned} d\omega &= dA' \cos \theta' / r^2 \\ d\omega' &= dA \cos \theta / r^2 \end{aligned}$$

dove r è la distanza tra le due superfici. E di conseguenza ne risulta:

$$I = I' \quad (4.5)$$

cioè l'intensità rimane costante nello spazio vuoto. Va peraltro detto che in generale questa grandezza non è misurabile perché gli strumenti osservativi integrano sempre su aree e direzioni. Pertanto occorre definire queste quantità misurabili.

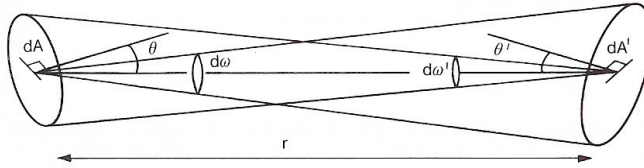


Fig. 4.2: Conservazione dell'intensità della radiazione per la propagazione nel vuoto

Integrando l'intensità su tutte le direzioni angolari si ottiene la *densità di flusso specifico* (o *emittanza*):

$$F_{\nu} = \int_{\omega} I_{\nu}(\theta, \varphi) \cos \theta d\omega \quad (4.6)$$

che risulta la grandezza misurabile per sorgenti non risolte dai telescopi. Infatti in tal caso tutta la radiazione raccolta dal telescopio entro ω_{\min} corrisponde a quella dell'intera sorgente emessa su tutte le direzioni di arrivo. Pertanto per sorgenti puntiformi la quantità misurata dai telescopi è la densità di flusso e non l'intensità; se la distanza della sorgente aumenta, la densità di flusso diminuirà $\propto (1/r)^2$. Si definisce *densità di flusso totale* la quantità:

$$F = \int_{\nu=0}^{\infty} F_{\nu} d\nu = \int_{\omega} I \cos \theta d\omega \quad (4.7)$$

dove l'integrale è esteso a tutte le possibili direzioni. Nel caso di campo di radiazione isotropo, indipendente da θ e φ , va notato che la definizione di densità di flusso totale comporta:

$$F = I \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 0 \quad (4.8)$$

perché radiazione entrante e uscente si compensano esattamente. Se si vuole considerare solo la densità di flusso uscente si ha:

$$F = I \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \pi I \quad (4.9)$$

In generale, per campi non isotropi:

$$F_{\nu} = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{\nu}(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (4.10)$$

Le unità di misura per F_{ν} sono $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$, oppure $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$; in radioastronomia si usa il *Jansky*, essendo $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$. La densità di flusso totale (detta anche *brillanza*) si misura invece in W m^{-2} . In astronomia ottica si utilizza spesso la densità di flusso distribuita per lunghezze d'onda:

$$F_{\lambda} = F_{\nu} \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} F_{\nu} \quad (4.11)$$

le cui unità di misura sono ovviamente $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-3}$ oppure W m^{-3} .

Integrando F_{ν} su tutta la superficie della sorgente si ottiene il flusso totale specifico che in astronomia è detto *luminosità specifica*:

$$L_{\nu} = \int_A F_{\nu} dA \quad (4.12)$$

che nel caso di sorgente a simmetria sferica ed emissione isotropa diventa:

$$L_{\nu} = 4\pi R^2 F_{\nu} \quad (4.13)$$

con unità di misura $\text{erg s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$, oppure W Hz^{-1} .

Infine la potenza totale della sorgente nella banda $\Delta\nu$, detta *flusso totale* o *luminosità*, è data da:

$$L = \int_{\Delta\nu} L_\nu d\nu \quad (4.14)$$

che, per sorgente sferica e isotropa, assume la forma:

$$L = 4\pi R^2 \int_{\Delta\nu} F_\nu d\nu = 4\pi R^2 F \quad (4.15)$$

che si misura in erg s^{-1} oppure W . Questa quantità, in assenza di pozzi o sorgenti, risulta costante al di fuori della sorgente proprio perché ne rappresenta tutta l'energia emessa.

La radiazione osservata dai telescopi può essere descritta con le stesse grandezze; naturalmente tra le grandezze emesse e quelle osservate esistono vari fattori di "deformazione", dovuti in parte alla propagazione in parte agli strumenti di misura.

La *densità di flusso specifico* osservato a distanza r dalla sorgente viene ridotta anzitutto per effetto geometrico:

$$f_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 F_\nu \quad (4.16)$$

Inoltre si deve tener conto degli effetti di assorbimento e strumentali; si definisce *densità di flusso specifico efficace (o raccolto)*:

$$\ell_\nu = \alpha_\nu P_\nu f_\nu \quad (4.17)$$

dove α_ν è il coefficiente di assorbimento del mezzo (interstellare) interposto tra sorgente e atmosfera terrestre e P_ν è il fattore strumentale, a sua volta composto da tre componenti:

$$P_\nu = A_\nu^{-\sec z} Q_\nu S_\nu \quad (4.18)$$

rispettivamente l'assorbimento atmosferico (z è l'elevazione sull'orizzonte), l'assorbimento all'interno dello strumento (ottiche ed elettronica), la sensibilità strumentale (efficienza quantica). L'assorbimento atmosferico ha fisicamente la stessa origine di quello interstellare; viene tuttavia incluso negli effetti strumentali in quanto è in linea di principio una quantità misurabile in modo diretto.

Si chiama *flusso specifico raccolto* da un rivelatore di area effettiva Σ (area geometrica effettivamente affacciata alla radiazione incidente):

$$\Phi_\nu = \alpha_\nu P_\nu f_\nu \Sigma \quad (4.19)$$

Integrando sulla banda spettrale del sistema rivelatore - telescopio, si ottengono la *densità di flusso efficace*:

$$\ell = \int_{\Delta\nu} \alpha_\nu P_\nu f_\nu d\nu = \frac{1}{4\pi r^2} \int_{\Delta\nu} \alpha_\nu P_\nu L_\nu d\nu \quad (4.20)$$

e il *flusso efficace raccolto*:

$$\Phi = \frac{\Sigma}{4\pi r^2} \int_{\Delta\nu} \alpha_\nu P_\nu L_\nu d\nu \quad (4.21)$$

La stima dei parametri fisici delle sorgenti astrofisiche richiede la valutazione delle caratteristiche dei campi di radiazione alla superficie delle sorgenti astrofisiche, che si devono quindi ricavare partendo dalle grandezze osservate. Sulla base delle definizioni precedenti, il dato di partenza è il flusso efficace Φ al rivelatore del telescopio, da cui, essendo nota l'area efficace Σ , si ottengono le densità di flusso ℓ e ℓ_ν . Se si può misurare o stimare la distanza r della sorgente, si ha una valutazione dell'assorbimento interstellare α_ν (che come vedremo è calcolabile dalla composizione chimica e condizioni fisiche del gas), e con la misura delle caratteristiche strumentali P_ν si giunge a ricavare le luminosità L e L_ν . Qualora infine si abbia anche una stima delle dimensioni R della sorgente, si ricava infine proprio la densità di flusso superficiale F_ν , che è legata alle proprietà fisiche dell'oggetto celeste.

È utile considerare un'ulteriore quantità che viene utilizzata nel caso di sorgenti non puntiformi, cioè risolte al telescopio; si tratta della *brillanza superficiale*, precisamente la densità di flusso per unità di angolo solido. Con riferimento alla Fig. 4.3 consideriamo che l'osservatore si trovi all'apice dell'angolo solido e che riceva una densità di flusso totale da un'area A della sorgente $f \propto (1/r^2) F$. Tuttavia per un dato angolo solido ω l'area sottesa cresce $\propto r^2$, $A = r^2\omega$, per cui la densità di flusso per angolo solido $B = F/\omega$ di una sorgente non puntiforme uniforme non dipende dalla distanza.

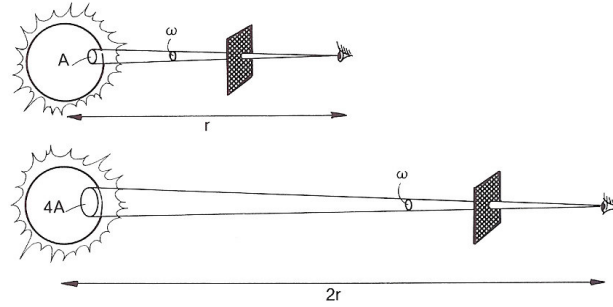


Fig. 4.3: Osservazione di una sorgente risolta per un dato angolo solido

Un campo di radiazione è anche caratterizzato attraverso la sua *densità di energia* che si misura in J m^{-3} . Si consideri una radiazione di intensità I incidente perpendicolarmente alla superficie dA entro un angolo solido $d\omega$. Entro un tempo dt questa radiazione viaggerà per una distanza $c dt$ riempiendo un volume $dV = dA c dt$ e si potrà quindi definire una densità di energia

$$du = \frac{dE}{dV} = \frac{I dA d\omega dt}{dA c dt} = \frac{1}{c} I d\omega \quad (4.22)$$

e integrando su tutte le direzioni di arrivo

$$u = \frac{1}{c} \int_S I d\omega \quad . \quad (4.23)$$

Nel caso di radiazione isotropa si ottiene:

$$u = \frac{4\pi}{c} I \quad . \quad (4.24)$$

4.2 Elementi di fotometria

Le prime classificazioni delle luminosità delle stelle sono dovute a Ipparco che nel II secolo a.C. introdusse una scala in sei classi di grandezze o magnitudini per le stelle osservate ad occhio nudo, a partire dalle stelle più luminose nella classe di prima magnitudine. Oggi tali classificazioni debbono tener conto delle osservazioni nelle diverse bande elettromagnetiche, per cui in genere si parla di fotometria in senso lato dalla banda radio a quella gamma.

La fotometria è la misura dell'energetica globale delle sorgenti astronomiche e della loro variabilità temporale in relazione alla banda di osservazione; quando si usino filtri polarizzatori si eseguono misure fotopolarimetriche. Vengono qui indicate alcune formule di riferimento divise per le bande tipiche di osservazione, legate agli specifici strumenti di misura.

4.2.1 Ottico, infrarosso, ultravioletto

In fotometria si fa storicamente riferimento alle misure oculari. La sensazione dell'occhio agli stimoli luminosi è regolata dalla legge di Pogson (che nel 1856 formalizzò una legge psico-fisica sperimentata da Weber e Fechner), secondo cui l'occhio è sensibile al logaritmo della densità di flusso efficace ℓ entro la sua banda di sensibilità:

$$m = -2.5 \log \ell + \text{costante} \quad (4.25)$$

dove m viene detta *magnitudine apparente* e la costante deve essere definita attraverso una scala di riferimento (i logaritmi sono in base 10). I rapporti di luminosità vengono tradotti in differenze di magnitudine:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \log (\ell_2/\ell_1) \quad (4.26)$$

La costante viene scelta in modo da riprodurre le scale di magnitudini ottiche definite da Tolomeo; in particolare si fissa la magnitudine della Stella Polare a $m = +2.12$. Si noti che spesso invece che di rapporti di densità di flusso efficace si parla di rapporti di luminosità apparenti intese come quantità di radiazione raccolta dal rivelatore con la sua risposta strumentale.

Si definisce anche una *magnitudine assoluta*, definita come la magnitudine apparente delle sorgenti qualora fossero portate alla distanza di 10 parsec:

$$M = -2.5 \log \ell_{(10)} + \text{costante} \quad (4.27)$$

Essa è legata alla magnitudine apparente dalla relazione:

$$m - M = 2.5 \log (\ell_{(10)}/\ell) = 2.5 \log (r_{pc}/10)^2 = 5 \log r_{pc} - 5 \quad (4.28)$$

La differenza tra magnitudine apparente e assoluta è chiamata *modulo di distanza*.

Naturalmente le misure di magnitudine dipendono essenzialmente dallo strumento di misura, cioè dalla funzione P_ν e dalla banda di accettazione $\Delta\nu$ definite precedentemente. Ciò porta alla definizione di *sistemi fotometrici* che sono stati progressivamente elaborati sulla base dei telescopi e rivelatori usati:

- *sistema visuale*, basato sull'occhio umano medio e sull'uso di telescopi rifrattori
- *sistema fotografico*, basato sulle lastre fotografiche ordinarie e sull'uso di telescopi riflettori a specchi argentati
- *sistema fotovisuale*, basato su lastre ortocromatiche, più simili all'occhio come banda di accettazione
- *sistemi fotoelettrici*, basati sull'uso di fotomoltiplicatori e filtri.

Nella Fig. 4.4 sono dati i diagrammi della funzione P_ν per il sistema fotometrico a molti colori oggi usato: il *sistema UBV di Johnson* (le iniziali si riferiscono alle bande ultravioletta, blu, visibile), esteso alle bande infrarosse *RIJ* (Banda rossa, infrarossa, ecc.). Nella Fig.4.5 sono riportati in dettaglio i valori di calibrazione. I sistemi a molti colori permettono una prima valutazione della distribuzione energetica nelle bande ottiche e/o vicine, fornendo quella che si può chiamare una spettroscopia a banda larga.

Infine si chiama *magnitudine bolometrica* la magnitudine calcolata non solo nella banda osservata, ma integrata su tutto lo spettro; per sorgenti termiche (in particolare le stelle) si può ottenere la magnitudine bolometrica da quella apparente nell'ottico con un'estrapolazione basata sulla legge di Planck:

$$m_{bol} = m_v - BC \quad (4.29)$$

dove la correzione è fornita da apposite tabelle standard reperibili nei cataloghi stellari.

Le *magnitudini bolometriche assolute* possono essere espresse in funzione della luminosità. Usando le densità di flusso F per sorgenti alla distanza di 10 pc e riferendosi al Sole per la calibrazione si può scrivere:

$$M_{bol} - M_{bol,\odot} = -2.5 \log \frac{F}{F_\odot} = -2.5 \log \frac{L}{L_\odot} \quad (4.30)$$

e si può ricavare che la magnitudine bolometrica $M_{bol} = 0$ corrisponde a $L = 3.0 \times 10^{35}$ erg s⁻¹.

Val la pena citare infine i principali *cataloghi astrofotometrici ottici*: la Palomar Sky Survey, lo UK Schmidt Catalog, lo Hubble Space Telescope Guide Star

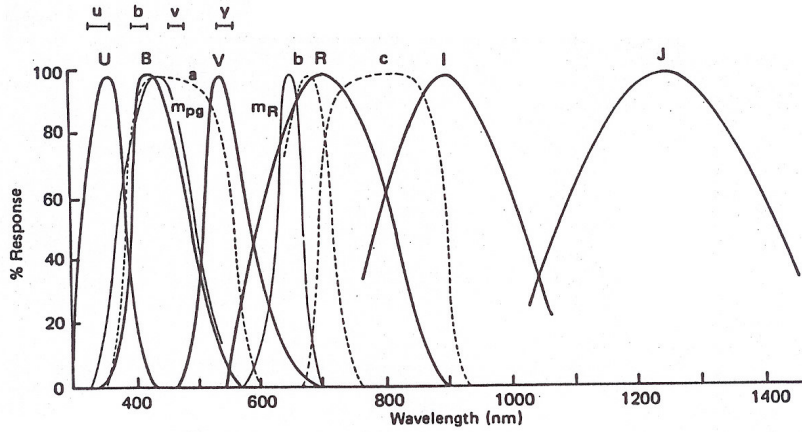


Fig. 4.4: Risposta dei rivelatori fotometrici per il sistema fotometrico *UBV* di Johnson esteso alle bande *RIJ* dell'infrarosso. Per confronto sono riportate anche le risposte del sistema fotografico blu *m_{pg}* e rosso *m_r* delle lastre di Mount Palomar. Sono inoltre riportate le risposte delle bande del telescopio UK Schmidt (*abc*) e quelle del sistema di Stromgren (*ubvy*).

Waveband	λ_{eff} (μm)	$\Delta\lambda_{\text{eff}}$ (μm)	ν_0 (Hz)	$S_\nu(0)$ ($\text{W m}^{-2}\text{Hz}^{-1}$)
U	0.365	0.068	8.3×10^{14}	1.88×10^{-23}
B	0.440	0.098	7.0×10^{14}	4.44×10^{-23}
V	0.550	0.089	5.6×10^{14}	3.81×10^{-23}
R	0.700	0.220	4.3×10^{14}	2.88×10^{-23}
I _S	0.800	—	3.7×10^{14}	2.50×10^{-23}
I _J	0.900	0.240	3.3×10^{14}	2.24×10^{-23}
J	1.250	0.380	2.4×10^{14}	1.77×10^{-23}
H	1.650	—	1.80×10^{14}	1.05×10^{-23}
K	2.200	0.480	1.36×10^{14}	6.5×10^{-24}
L	3.400	0.700	8.6×10^{13}	2.95×10^{-24}
M	5.000	—	6.3×10^{13}	1.9×10^{-24}
N	10.200	—	3.0×10^{13}	4.3×10^{-25}
Q	19.500	—	1.55×10^{13}	1.1×10^{-25}

$$\begin{aligned} \log S_\nu &= \log S_\nu(0) - 0.4m \\ \log S_B &= \log S_V + 0.07 - 0.4(B - V) \\ \log S_U &= \log S_B - 0.37 - 0.4(U - B) \\ \log S_K &= \log S_V - 0.78 + 0.4(V - K) \\ \log S_V &= -22.42 - 0.4 \times AB \\ AB &= K + 1.92 \end{aligned}$$

Fig. 4.5: Calibrazioni assolute di una stella di magnitudine zero in differenti bande passanti

Catalog (costruita con le misure del Telescopio Spaziale in orbita dal 1990), il Carlsberg Astrometric Catalog. Nell'infrarosso il catalogo più completo è quello ottenuto col satellite IRAS. Nella banda ultravioletta il catalogo completo del cielo risale alla missione OAO-2, ma verrà presto sostituito dai risultati della missione GALEX.

4.2.2 *Radio*

In radioastronomia le misure sono date in densità di flusso specifiche, perché le antenne lavorano a banda molto stretta. L'unità di misura è il *Jansky* (Jy):

$$1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \quad (4.31)$$

I principali cataloghi di sorgenti radioastronomiche sono quelli degli osservatori di Cambridge (UK), Westerbork (Olanda), Medicina (Italia), Parkes (Australia), Very Large Array (USA), MERLIN (UK), e delle reti interferometriche VLBI (internazionale), VLBA (USA). Attualmente esiste anche un'antenna orbitante giapponese sul satellite HALCA.

4.2.3 *Raggi X e gamma*

In questo caso si usano misure delle potenze su intervalli di energia definiti; in pratica si lavora in energia più che in frequenze:

- raggi X molli: fino a ~ 10 keV
- raggi X duri: fino a ~ 300 keV
- raggi gamma: da 300 keV ai GeV.

Come unità di misura si usano i *conteggi al secondo* nelle bande definite dal satellite Uhuru:

- 1 conteggio Uhuru/sec (2 - 6 keV) = $1.7 \times 10^{-11} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$
- 1 conteggio Uhuru/sec (2 - 10 keV) = $2.4 \times 10^{-11} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$.

I cataloghi fotometrici di oggetti X sono stati ottenuti dai satelliti Uhuru, Einstein Observatory, EXOSAT, ROSAT, Chandra. Nella banda gamma il catalogo oggi più completo è quello del satellite COS-B ora implementato dei dati del satellite GRO che lavora nella banda fino a 300 MeV. Sono recentemente entrati in funzione rivelatori Cerenkov (Hegra, Magic, HESS) con buona sensibilità in grado di fare misure nella banda dei TeV anche con apprezzabile risoluzione angolare.

4.3 Emissione nel continuo

Le stelle sono sorgenti che emettono radiazione che proviene dal loro interno dove ha raggiunto l'equilibrio termodinamico con la materia. In genere un radiatore in equilibrio termodinamico raggiunge un equilibrio tra radiazione emessa ed assorbita ad ogni frequenza attraverso a processi di emissione ed assorbimento per transizioni degli elettroni tra i livelli atomici e per diffusione degli elettroni liberi da parte di ioni (brensstrahlung), in cui i fotoni vengono distribuiti in modo continuo su tutte le frequenze; la condizione di equilibrio tra emissività j_ν ed assorbimento $k_\nu I_\nu$ per unità di volume, angolo solido e frequenza del radiatore si scrive:

$$j_\nu dV d\omega d\nu = k_\nu I_\nu dV d\omega d\nu \quad . \quad (4.32)$$

Ne discende la *legge di Kirchhoff* (1859) secondo cui il rapporto tra emissività e assorbimento è l'intensità della radiazione emessa ed è costante ad una data temperatura:

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = I_\nu \quad . \quad (4.33)$$

In particolare un radiatore ideale che abbia coefficiente di assorbimento pari all'unità, cioè sia in grado di assorbire tutta la radiazione incidente (e quindi sia nero), viene detto *corpo nero* e la sua emissività dipende solo dalla temperatura assoluta:

$$j_\nu = B_\nu(T)$$

dove la funzione $B_\nu(T)$ è stata ricavata da Planck (1900); la *distribuzione di Planck* è (Fig. 4.6):

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (4.34)$$

con $h = 6.625 \times 10^{-27}$ erg s (costante di Planck) e $k = 1.386 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹ (costante di Boltzmann).

Esistono varie proprietà della legge di Planck che è utile rammentare per futuro riferimento. Anzitutto l'emissione è concentrata in una banda spettrale definita dalla temperatura secondo la *legge dello spostamento di Wien*:

$$\lambda_{\max} T = 0.290 \text{ cm K} \quad . \quad (4.35)$$

In Fig. 4.7 e Tab. 4.1 si riportano alcuni esempi di oggetti astrofisici in cui la legge di Wien può essere utilizzata per valutarne la temperatura.

La densità di flusso totale (integrata su tutte le frequenze) del corpo nero è data dalla *legge di Stefan-Boltzmann*:

$$F = \sigma T^4 \quad (4.36)$$

con $\sigma = 5.66956 \times 10^{-5}$ erg cm⁻² s⁻¹K⁻⁴ (costante di Stefan). Tale relazione viene spesso utilizzata per le valutazioni di temperatura di sorgenti termiche: si

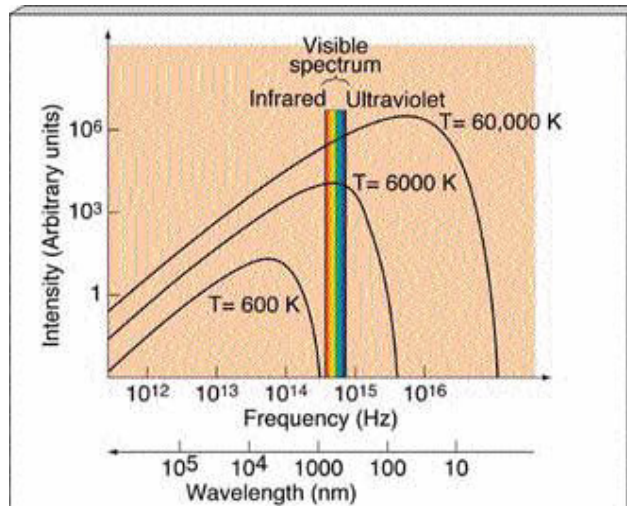


Fig. 4.6: Distribuzione di brillantezza della radiazione di corpo nero per diverse temperature

<i>Oggetto</i>	λ_{\max}	T
Nubi fredde, gas, polvere	$10^3 - 10^6$ nm	$10 - 10^3$ K
Stelle, nubi calde	$10^2 - 10^3$	$10^3 - 10^4$
Stelle calde, resti supernova	$10 - 10^2$	$10^4 - 10^6$
Dischi accrescimento, IGM	$10^{-2} - 10$	$10^6 - 10^8$

Tab. 4.1: Temperature di plasmi astrofisici stimati con la legge di Wien

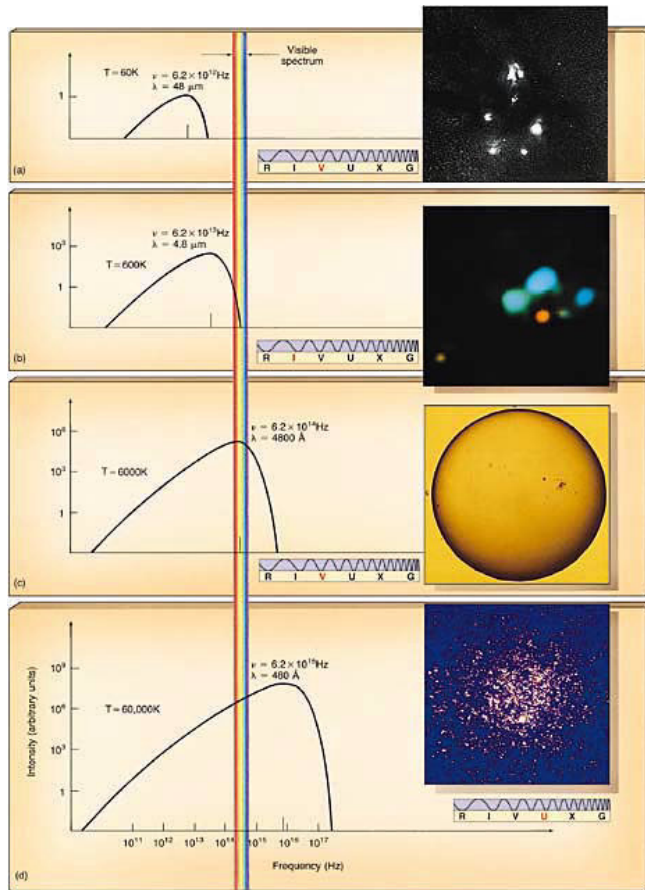


Fig. 4.7: Tipiche sorgenti termiche in astrofisica e loro spettri: (a) nubi fredde del mezzo interstellare, (b) nubi di formazione stellare, (c) Sole, (d) ammasso stellare con stelle calde.

definisce *temperatura effettiva*, T_{eff} , la temperatura del corpo nero che produce la stessa densità di flusso totale osservata nelle sorgenti

$$F = \sigma T_{eff}^4 \quad . \quad (4.37)$$

Naturalmente tale valutazione è significativa solo per sorgenti simili al corpo nero.

Spesso viene usata un'ulteriore definizione di temperatura legata all'ipotesi che le sorgenti siano del tipo corpo nero: si chiama *temperatura di brillantezza* la temperatura che ha un corpo nero capace di produrre la stessa intensità (brillantezza) I_ν alla frequenza osservata. Va ricordato che le curve di corpo nero non si intersecano mai, per cui ad ogni data frequenza solo una data temperatura può produrre l'intensità osservata. Questa definizione è soprattutto usata in radioastronomia, per cui la brillantezza del corpo nero può essere scritta nell'*approssimazione di Rayleigh-Jeans* per basse frequenze $h\nu \ll kT$:

$$B_\nu(T) = \frac{2k\nu^2}{c^2} T \quad (4.38)$$

e quindi

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_\nu \quad . \quad (4.39)$$

Esiste anche un' approssimazione per le alte frequenze $h\nu \gg kT$, l'*approssimazione di Wien*:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} \quad . \quad (4.40)$$

Stelle e galassie attive, per lo più di alta energia, che studieremo più avanti, sono invece *sorgenti non-termiche* perché non in equilibrio termodinamico, e la loro radiazione non segue la distribuzione spettrale planckiana di corpo nero. Di conseguenza questi oggetti non sono caratterizzabili in termini di un'energia specifica media o di una temperatura. I meccanismi di emissione nei casi astrofisici di interesse sono radiazione sincrotrone, Compton-inverso, bremsstrahlung non-termico. Il profilo di emissione sulle varie frequenze è generalmente molto meno concentrato su una data frequenza, ma tende ad essere esteso. La banda di emissione ha tuttavia un massimo intorno ad una tipica frequenza $\nu \sim \gamma^2\nu_0$, ove γ è il fattore di Lorentz della popolazione dominante delle particelle emettenti e ν_0 la frequenza caratteristica del processo: frequenza di girazione per il sincrotrone e frequenza del gas di fotoni nel Compton inverso.

4.4 Indici di colore

In pratica non è agevole in fotometria ricostruire la distribuzione continua di una sorgente su tutte le frequenze se non eseguendo molte misure con differenti filtri e differenti strumenti. Tuttavia almeno per le sorgenti termiche di tipo stellare si può caratterizzare l'energia specifica dell'emissione confrontandone la densità di flusso in alcune bande dei sistemi fotometrici. Questo metodo è usato soprattutto nell'astronomia ottica, dove vengono confrontate le magnitudini apparenti

nelle bande U , B , V ; va notato che queste tre lettere maiuscole vengono usate per indicare le magnitudini apparenti delle stelle nelle corrispondenti bande.

Si definisce *indice di colore* (con ovvio riferimento alle osservazioni nel visibile) la differenza di magnitudini in due bande:

$$\text{indice di colore (IC)} = m_2 - m_1 = -2.5 \log \left(\frac{\ell_2}{\ell_1} \right) \quad (4.41)$$

In genere si usano gli indici di colore $U - B$ e $B - V$, normalizzati con $U = B = V = 0.03$ per stelle di tipo Vega. Nei cataloghi di definiscono le stelle standard primarie con indici di colore di riferimento.

L'indice di colore è soprattutto significativo per sorgenti termiche, come appunto le stelle, in quanto permette una valutazione della temperatura. Infatti il rapporto di densità di flusso in un corpo nero dipende solo dalla temperatura:

$$\frac{B_{\nu_2}}{B_{\nu_1}} = f(T) \quad ; \quad (4.42)$$

in una sorgente stellare che emette nell'ottico questa relazione può essere scritta nella forma:

$$\frac{\ell_{\nu_2}}{\ell_{\nu_1}} = k + g(T) \quad (4.43)$$

che diventa, in magnitudini:

$$B - V = -0.60 + \frac{7300}{T} \quad . \quad (4.44)$$

Per sorgenti termiche questa è la temperatura del corpo nero che darebbe lo stesso colore, ed è quindi la temperatura delle sorgenti con ottima approssimazione. A volte la definizione è applicata anche a sorgenti non-termiche, e la temperatura che se ne ricava viene detta *temperatura di colore*: indica quale corpo nero sarebbe capace di produrre lo stesso "colore", ma non ha alcuna necessaria relazione con le caratteristiche delle sorgenti (che peraltro non possono essere descritte con una vera e propria temperatura).

In un corpo nero gli indici di colore sono ovviamente tutti correlati in quanto dipendono solo dalla temperatura. Johnson (1950) mostrò che questo è sostanzialmente vero anche nelle stelle, rinforzando l'idea che siano molto simili al corpo nero. In Fig. 4.8 è disegnato il *diagramma a due colori* ($U - B, B - V$) riferito a stelle a noi relativamente vicine (< 10 pc), in modo che il loro colore non sia sostanzialmente influenzato dalla propagazione attraverso al mezzo interstellare (vedi paragrafo seguente). E' pure data la retta che definisce il diagramma per un corpo nero. Si osserva che in effetti esiste una correlazione molto ben definita, che segue nell'andamento medio quella del corpo nero; vedremo più avanti che l'affossamento della curva intorno a $B - V \approx 0$ è dovuto all'assorbimento del continuo da parte dell'idrogeno a lunghezze d'onda sotto i 3646 Å.

Gli indici di colore, essendo rapporti tra due luminosità dello stesso oggetto, risultano indipendenti dalla distanza, almeno per propagazione nel vuoto. In

tal senso il diagramma a due colori dipende solo dalle caratteristiche intrinseche degli oggetti, indipendentemente dalle loro diverse distanze. È questo fatto che rende attraente il suo utilizzo. Come vedremo nel paragrafo seguente, ciò non è più vero se tra sorgente e osservatore intervengono effetti di assorbimento e/o riemissione da parte di un mezzo interposto: ciò accade in effetti a causa della presenza del mezzo interstellare.

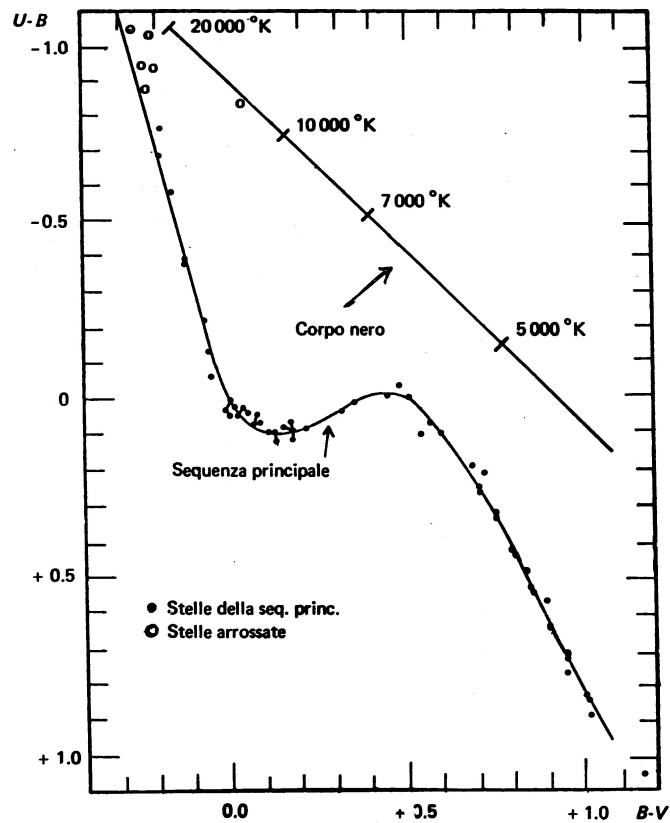


Fig. 4.8: The two-color diagram for stars

4.5 Estinzione e profondità ottica

La magnitudine apparente di una stella cresce al crescere della distanza, cioè la sua densità di flusso diminuisce secondo la (4.28) se lo spazio tra sorgente e osservatore è completamente vuoto. Poiché nella realtà la radiazione delle

stelle giunge a Terra attraversando il mezzo interstellare (e interplanetario), la suddetta relazione non è più corretta, in quanto la radiazione può essere assorbita (ed eventualmente riemessa a differente frequenza) e diffusa (riemessa in una differente direzione), il che comporta un'ulteriore effetto di aumento della magnitudine. Tale effetto viene chiamato *estinzione*, e impedisce, come vedremo più avanti, la rivelazione di stelle a distanze superiori ai 2 kpc. È utile ricavare la legge secondo cui l'estinzione dipende dalla distanza.

Si consideri una stella che emetta un flusso totale specifico $L_{\nu,0}$ nell'angolo solido ω che si propaga entro un mezzo che assorbe e diffonde la radiazione: al crescere della distanza percorsa il flusso L_ν diminuirà a causa dell'interazione col mezzo. Si può quindi scrivere che in un tratto elementare $(r, r + dr)$ la diminuzione del flusso sarà proporzionale al flusso stesso e alla distanza attraversata:

$$dL_\nu = -\alpha_\nu L dr \quad (4.45)$$

dove il coefficiente α_ν , detto *opacità*, dipende dalla fisica dell'interazione fotoni/materia ed è naturalmente funzione della frequenza della radiazione, in particolare è maggiore per frequenze maggiori; le dimensioni del coefficiente α_ν sono $[l^{-1}]$. Naturalmente l'opacità è nulla nel vuoto e cresce al crescere della densità del mezzo. Discuteremo la fisica del processo nello studio del mezzo interstellare.

In astrofisica si usa spesso una quantità adimensionale detta *profondità ottica* τ_ν così definita:

$$\tau_\nu = \int_0^r d\tau_\nu = \int_0^r \alpha_\nu dr \quad (4.46)$$

con la quale la (4.45) può essere riscritta e integrata:

$$L_\nu = L_{\nu,0} e^{-\tau_\nu} \quad (4.47)$$

Questa relazione mostra che il flusso della radiazione decresce esponenzialmente con τ_ν , quindi con la distanza e l'opacità del mezzo attraversato: profondità ottica $\tau_\nu < 1$ indica che il mezzo è praticamente trasparente alla radiazione, profondità ottica $\tau_\nu \gg 1$ indica che il mezzo è completamente opaco e impedisce la rivelazione della sorgente.

Vediamo ora di esprimere l'effetto dell'estinzione sulle magnitudini. Sia $F_{\nu,0}$ la densità di flusso specifica alla superficie di una stella e sia $F_\nu(r)$ il suo valore alla distanza r dopo aver attraversato un mezzo assorbente; la relazione con il flusso totale nell'angolo solido ω sarà:

$$L_\nu(r) = \omega r^2 F_\nu(r) \quad L_{\nu,0} = \omega R^2 F_{\nu,0} \quad (4.48)$$

dove R è il raggio della stella. Pertanto:

$$F_\nu(r) = F_{\nu,0} \left(\frac{R}{r}\right)^2 e^{-\tau_\nu} \quad (4.49)$$

Le magnitudini apparenti sono legate a tale flusso; invece le magnitudini assolute dipendono dal flusso alla distanza dei 10 pc in assenza di estinzione perché a questa distanza il mezzo interstellare risulta trasparente:

$$F_\nu(10) = F_{\nu,0} \left(\frac{R}{10 \text{ pc}} \right)^2 .$$

Il modulo di distanza diventa dunque:

$$\begin{aligned} m - M &= -2.5 \log \frac{F_\nu(r)}{F_\nu(10)} = 5 \log \frac{r}{10 \text{ pc}} - 2.5 \log e^{-\tau_\nu} \\ &= 5 \log \frac{r}{10 \text{ pc}} + A_\nu \end{aligned} \quad (4.50)$$

dove

$$A_\nu = (2.5 \log e) \tau_\nu \quad (4.51)$$

è l'*estinzione in magnitudini* dovuto all'intero mezzo tra la stella e l'osservatore. Se l'opacità è costante lungo la linea di vista, si può scrivere:

$$\tau_\nu = \alpha_\nu \int_0^r dr = \alpha_\nu r \quad (4.52)$$

e quindi il modulo di distanza in presenza di un mezzo assorbente diventa:

$$m - M = 5 \log \frac{r}{10 \text{ pc}} - 5 + ar \quad (4.53)$$

dove $a = (2.5 \log e) \alpha_\nu$ rappresenta l'estinzione in magnitudini per unità di distanza.

4.6 Eccesso di colore

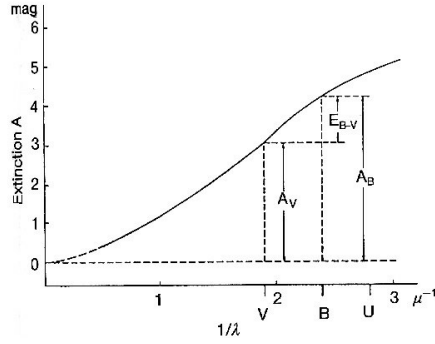
Come abbiamo detto, l'estinzione dipende dalla frequenza della radiazione, in particolare le frequenze maggiori sono assorbite più di quelle minori: nella banda ottica il blu è più assorbito e diffuso del rosso (vedi Fig. 4.9). Ciò comporta che il colore di una sorgente termica tende ad arrossarsi: in modo più quantitativo possiamo dire che il suo indice di colore $B - V$ cresce. Consideriamo le magnitudini apparenti V e B di una stella nel visibile e nel blu secondo la (4.50):

$$\begin{aligned} V &= M_V + 5 \log \frac{r}{10 \text{ pc}} + A_V \\ B &= M_B + 5 \log \frac{r}{10 \text{ pc}} + A_B \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned} B - V &= (M_B - M_V) + (A_B - A_V) = \\ &= (B - V)_0 + E_{B-V} \end{aligned} \quad (4.54)$$

dove $(B - V)_0$ è il colore intrinseco della sorgente e $E_{B-V} = (B - V) - (B - V)_0$ è l'eccesso di colore dovuto alla propagazione. Studi del mezzo interstellare mostrano che il rapporto $R = A_V/E_{B-V} \approx 3.0$ è costante per tutte le stelle, per cui è possibile ricavare l'estinzione nel visibile A_V poiché l'eccesso di colore è determinabile, come vedremo, da misure spettroscopiche che danno la temperatura delle stelle e dall'uso della (4.44). Quindi usando la (4.50) per il visibile si ottiene la distanza della sorgente.

Fig. 4.9: Estinzione A_V

Basandosi sul diagramma a due colori è anche possibile misurare la distribuzione del mezzo interstellare. Utilizzando la (4.54) e la sua analoga per l'altro indice di colore si ottiene che l'estinzione determina uno spostamento della posizione di una stella nel diagramma a due colori secondo la relazione:

$$(U - B) - (U - B)_0 = \frac{E_{U-B}}{E_{B-V}} [(B - V) - (B - V)_0] . \quad (4.55)$$

In pratica quando una stella si trovi fuori dalla posizione della curva di correlazione ottenuta per le stelle vicine (non arrossate), la si riporta sulla curva muovendone il punto rappresentativo parallelamente alla linea di arrossamento, cioè alla retta con coefficiente angolare E_{U-B}/E_{B-V} (Fig. 4.10). Lo spostamento darà di conseguenza il valore di $(B - V) - (B - V)_0$ e quindi una misura diretta di E_{B-V} , cioè di A_V , l'assorbimento subito dalla radiazione nel visibile. Quindi con la (4.51) e considerando che il coefficiente di assorbimento α_V è proporzionale alla densità del mezzo, si può stimare la densità di colonna del materiale attraversato:

$$\tau_V = (2.5 \log e)^{-1} A_V = \int_{sorg}^{oss} \alpha_V dr \propto \int_{sorg}^{oss} n ds . \quad (4.56)$$

Eseguendo la misura di estinzione su stelle di cui si sia già stimata la distanza, è quindi possibile ricavare la densità media del mezzo interstellare nella loro

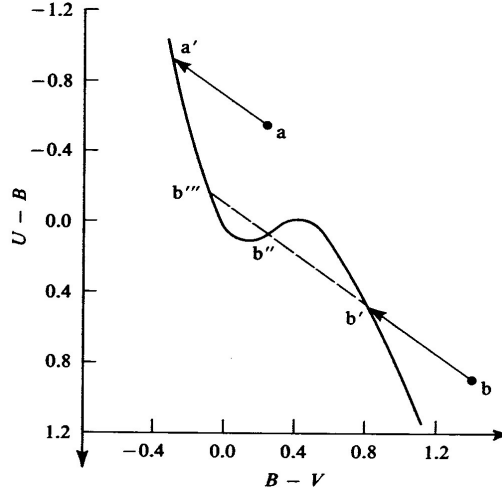


Fig. 4.10: Arrossamento degli spettri stellari e misure delle distanze

direzione. In tal modo si ottiene, ad esempio, una mappa della distribuzione di materia intorno al Sole. Alternativamente, determinata la densità di materia in una certa direzione, è possibile ricavare la distanza di altre stelle dalla loro estinzione.

4.7 Estinzione atmosferica

Possiamo esprimere l'assorbimento atmosferico in modo analogo a quanto visto per l'estinzione del mezzo interstellare. In questo caso però possiamo tenere conto della quantità di materia presente lungo la linea di vista a seconda dell'elevazione della sorgente sull'orizzonte. La minima attenuazione si avrà quando la sorgente si trova allo zenit, ed aumenterà con la distanza zenitale, rappresentata dall'angolo z (vedi Fig. 4.11). Nel caso di piccole distanze zenitali, l'atmosfera può essere trattata come uno strato piano per cui la massa di materiale attraversato in funzione di z sarà proporzionale a $X = 1/\cos z$ e la magnitudine di una stella crescerà secondo la relazione:

$$m = m_0 + kX \quad (4.57)$$

dove k è un coefficiente di estinzione atmosferica che può essere misurato con osservazione di sorgenti di magnitudine nota; va detto che tale coefficiente dipende dalla frequenza, da effetti locali ed è variabile. Inoltre il problema si complica per la curvatura dell'atmosfera quando l'angolo zenitale $z > 70^\circ$.

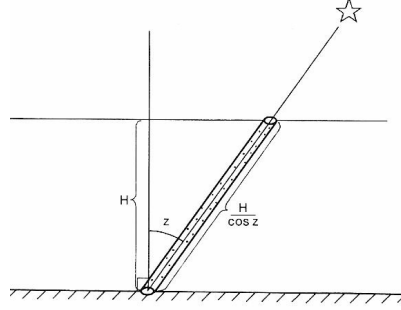


Fig. 4.11: Massa atmosferica in funzione della distanza zenitale

4.8 Trasporto radiativo

Per comprendere la fisica dei processi che determinano l'attenuazione della luminosità delle stelle durante la propagazione nel mezzo interstellare, è utile discutere le basi dell'equazione del trasporto radiativo, un argomento fondamentale nell'astrofisica che incontreremo in molte applicazioni.

Si consideri un cilindro di area di base dA e lunghezza dr del mezzo entro cui avviene la propagazione e si assuma che una radiazione di intensità I_ν entri perpendicolarmente ad una delle superfici di base entro l'angolo solido $d\omega$. All'uscita dalla superficie di base opposta l'intensità sarà variata di dI_ν e corrispondentemente l'energia trasportata sarà variata di

$$dE_\nu = dI_\nu dA d\nu d\omega dt \quad (4.58)$$

a causa di processi di assorbimento a cui la radiazione è andata incontro per interazione col mezzo e di processi di emissione con cui il mezzo contribuisce nuovi fotoni. Si possono trascurare processi di diffusione in quanto si assume che il cilindro sia in equilibrio con la materia adiacente, per cui fotoni diffusi uscenti sono bilanciati da quelli entranti.

L'energia assorbita da mezzo può essere scritta come:

$$dE_{\nu,ass} = \alpha_\nu I_\nu dr dA d\nu d\omega dt \quad (4.59)$$

dove α_ν è l'opacità del mezzo. Se si indica con j_ν il *coefficiente di emissione* del mezzo, cioè la quantità di energia emessa dal mezzo alla frequenza ν , nell'angolo solido $d\omega$, nell'unità di volume e nell'unità di tempo, l'energia emessa dal cilindro sarà:

$$dE_{\nu,em} = j_\nu dr dA d\nu d\omega dt . \quad (4.60)$$

Pertanto:

$$dE_\nu = dE_{\nu,em} - dE_{\nu,ass} \quad (4.61)$$

da cui

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu dr + j_\nu dr \quad (4.62)$$

ovvero, utilizzando la profondità ottica

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu \quad (4.63)$$

dove $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$ è la cosiddetta *funzione sorgente*. La (4.63) è l'equazione del trasporto. Nel caso specifico che assorbimento ed emissione si bilancino esattamente si avrà

$$I_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} = S_\nu \quad (4.64)$$

che è la legge di Kirchhoff precedentemente citata e ora esplicitamente derivata. In equilibrio termodinamico (a tutte le frequenze) la radiazione del mezzo è quella di corpo nero, e quindi anche la funzione sorgente è la funzione di Planck.

L'equazione del trasporto può essere integrata formalmente:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu-x)} S_\nu(x) dx \quad (4.65)$$

dove $I_\nu(0)$ è l'intensità della radiazione della sorgente che decade esponenzialmente attraversando il mezzo, come già abbiamo visto nella (4.47). Il secondo termine invece tiene conto del contributo dovuto all'irraggiamento del mezzo stesso, che pure viene ridotto durante la propagazione. Per $\tau_\nu \gg 1$ il contributo all'intensità osservata è dovuto essenzialmente al mezzo in quanto la sorgente risulta completamente estinta.

La soluzione è formale in quanto la funzione sorgente S_ν non è nota e deve essere risolta insieme all'intensità I_ν . Come esempio si consideri il caso con $S_\nu =$ costante e nessuna sorgente di fondo: si ottiene

$$I_\nu(\tau_\nu) = S_\nu \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu-x)} dx = S_\nu (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (4.66)$$

e per $\tau_\nu \gg 1$ intensità e funzione sorgente si eguagliano

$$I_\nu = S_\nu \quad (4.67)$$

cioè i processi di assorbimento ed emissione nel mezzo si equilibrano.

Una delle applicazioni della teoria del trasporto radiativo è nello studio delle atmosfere stellari e planetarie e nella propagazione della radiazione nel mezzo interplanetario. Nella maggior parte dei casi occorre tener conto della geometria; per lo più è sufficiente lavorare in geometria piana, con le proprietà del mezzo che variano solo nella direzione z perpendicolare agli strati piani. Pertanto, assumendo z crescente verso l'alto e indicando con r la direzione generica di propagazione dei raggi e con θ l'angolo rispetto alla verticale, si pone:

$$\begin{aligned} d\tau_\nu &= -\alpha_\nu dz \\ &= -\alpha_\nu dr \cos \theta \end{aligned} \quad (4.68)$$

e l'equazione del trasporto diventa in questo caso:

$$\cos \theta \frac{dI_\nu(z, \theta)}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu . \quad (4.69)$$

Un'espressione formale per l'energia che emerge ad esempio da un'atmosfera stellare è:

$$I_\nu(0, \theta) = \int_0^\infty S_\nu \exp(-\tau_\nu \sec \theta) \sec \theta d\tau_\nu . \quad (4.70)$$

4.9 Elementi di spettroscopia

Lo studio fotometrico nelle diverse bande elettromagnetiche permette di concludere che la radiazione delle stelle e delle galassie normali è distribuita in modo continuo su tutte le lunghezze d'onda e segue da vicino la *legge di Planck del corpo nero*. Ciò implica che i plasmi emettenti sono in equilibrio termodinamico, sono cioè *sorgenti termiche* e se ne può valutare la temperatura, definita come temperatura di colore o temperatura effettiva. Il meccanismo di emissione di tali sorgenti è il *bremstrahlung* termico basato sulla diffusione di elettroni liberi da parte di ioni positivi, oltre a transizioni di eccitazione e diseccitazione di atomi e, per plasmi freddi, di associazione o dissociazione di molecole.

Sostanzialmente differente è lo spettro delle nebulose, zone di gas diffuso e caldo nel mezzo interstellare, spesso trasparente in termini di profondità ottica. Queste presentano spettri non continui, ma consistenti di bande più o meno estese, in assenza di un vero e proprio continuo; il loro spettro non segue la distribuzione del corpo nero, per cui si conclude che si tratta di plasmi fuori dall'equilibrio termodinamico.

Oltre a queste osservazioni a larga banda della radiazione nel *continuo* delle stelle e delle nebulose diffuse, è possibile effettuare un'analisi disperdendone la radiazione in modo da permetterne un'analisi ad alta risoluzione in lunghezza d'onda; questa è la base della *spettroscopia*. Ciò consente di ricavare ulteriori caratteristiche sullo stato termodinamico degli atomi o molecole del plasma emettente, in particolare attraverso la rivelazione e lo studio delle righe di assorbimento ed emissione. Vedremo che la spettroscopia fornisce informazioni su:

- energia specifica, stato di eccitazione degli atomi o molecole del plasma emettente
- composizione chimica del plasma emettente
- composizione chimica degli strati assorbenti
- dinamica globale e/o locale.

Lo sviluppo della spettroscopia nella seconda metà del 1800 coincide con la nascita dell'astrofisica, in quanto osservazioni spettroscopiche permisero di indagare la struttura fisica degli oggetti celesti e non solo i loro moti.

Lo studio della distribuzione energetica (o fotoni) nelle varie bande di emissione è effettuata con metodi diversi a seconda delle frequenze; le tecniche principali sono state presentate nel Capitolo 3. Nell'ottico si ottiene la dispersione della radiazione propagandola attraverso un prisma rifrangente. Nel radio, giacché si lavora con antenne a banda molto stretta, occorre effettuare osservazioni cambiando i ricevitori. Alle alte frequenze si usano filtri alle "finestre" di ingresso della radiazione nei collimatori.

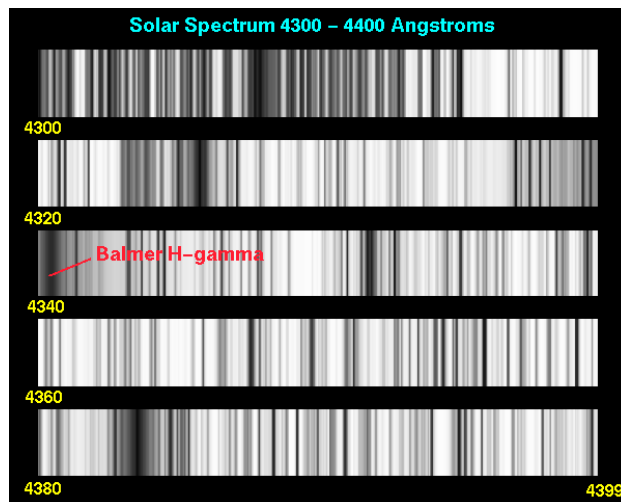


Fig. 4.12: Una porzione dello spettro solare

Le prime osservazioni di spettri di oggetti astrofisici ad alta risoluzione risalgono a Wollaston, che nel 1802 scoprì le righe di assorbimento nello spettro solare (Fig. 4.12). Successivamente Fraunhofer compì analisi sistematiche e nel 1814 propose una classificazione delle righe dello spettro solare (dette appunto *righe di Fraunhofer*).

4.10 Cenni sulla teoria atomica degli spettri

Nel 1859 Kirchhoff formulò, sulla base di esperimenti in laboratorio, le seguenti *leggi della spettroscopia* (illustrate schematicamente in Fig. 4.13):

1. Solidi e liquidi portati all'incandescenza emettono a tutte le frequenze, cioè hanno uno spettro di emissione continuo, il cui profilo dipende dalla temperatura.
2. Gas rarefatti incandescenti producono uno spettro di righe/bande di emissione, cioè emettono solo a certe frequenze, che risultano essere caratterizzate dalle proprietà fisiche e chimiche del gas.

3. Un gas rarefatto a bassa temperatura interposto tra una sorgente del primo tipo ad alta temperatura e l'osservatore, dà origine a righe di assorbimento sul continuo alle stesse frequenze a cui il gas, se riscaldato, sarebbe capace di emettere.

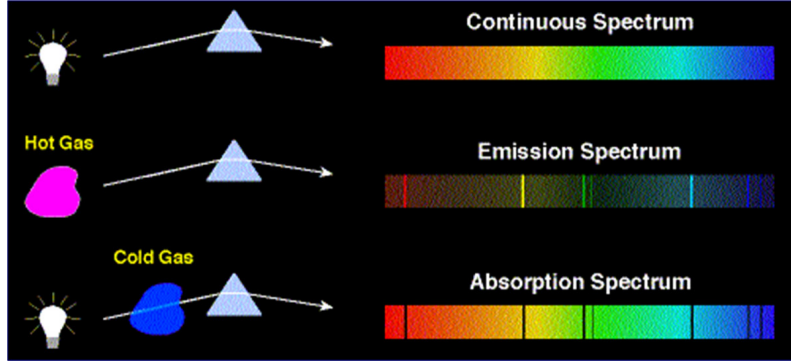


Fig. 4.13: Le leggi di Kirchhoff sulla spettroscopia.

Balmer nel 1885 trovò una relazione empirica tra le lunghezze d'onda emesse da un gas rarefatto di idrogeno:

$$\lambda_n = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \quad \lambda_0 = 3646.5 \text{ \AA} \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (4.71)$$

da cui si individuano specifiche righe osservate: $\lambda_3 = 6563 \text{ \AA}$ (riga H α), $\lambda_4 = 4861 \text{ \AA}$ (riga H β), $\lambda_5 = 4340 \text{ \AA}$ (riga H γ) e così via convergenti verso una lunghezza d'onda minima $\lambda_0 = 3646.5 \text{ \AA}$ chiamata *testa della serie*, come effettivamente osservato. Rydberg trasformò questa relazione in frequenze estendendola ad altri elementi. In particolare i cosiddetti metalli alcalini della tavola periodica (Li, Na, K, Rb, Cs) mostravano più serie di righe, indicate con le lettere P (principal), S (sharp), D (diffuse), F (fundamental), caratterizzabili in modo simile alla serie di Balmer:

$$\nu_n^P = \nu_\infty^P - \frac{R}{(n + P)^2} \quad (4.72)$$

dove $R = 3.29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ è la costante di Rydberg eguale per tutti gli elementi, mentre variano da elemento a elemento i valori delle altre costanti (P, S, D, F sono piccoli numeri $\lesssim 1$):

serie P	$\nu_n^P = 1S - nP$	$n = 2, 3, 4, \dots$
serie S	$\nu_n^S = 2P - nS$	$n = 2, 3, 4, \dots$
serie D	$\nu_n^D = 2P - nD$	$n = 3, 4, 5, \dots$
serie F	$\nu_n^F = 3D - nF$	$n = 4, 5, 6, \dots$

Regole simili vennero progressivamente via via elaborate per elementi con spettri sempre più complessi.

Fu la teoria quantistica dell'atomo di Bohr del 1913 che ne permise l'interpretazione fisica. L'atomo di Bohr è costituito da un nucleo elettricamente positivo intorno a cui ruotano elettroni su orbite di differente livello energetico, non distribuite in modo continuo, ma discrete o quantizzate; questi elettroni non emettono nel moto lungo le orbite (come predirebbe la teoria elettromagnetica classica), ma soltanto quando compiono una transizione tra orbite quantizzate e quindi con emissione o assorbimento di fotoni di ben precisa frequenza $h\nu = \Delta E$ corrispondente al salto di energia ($h = 6.6260755 \times 10^{-34}$ J s è la costante di Planck).

Bohr mostrò che, quantizzando il momento angolare orbitale degli elettroni trattenuti in orbite circolari intorno al nucleo dalla forza elettrostatica

$$\frac{ma^2\dot{\varphi}^2}{a} = \frac{Ze^2}{a^2} \quad (4.73)$$

$$2\pi ma^2\dot{\varphi} = nh \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.74)$$

con a raggio dell'orbita e m massa dell'elettrone, le energie dei livelli discreti in funzione del numero n sono:

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = -2.18 \times 10^{-11} \frac{Z^2}{n^2} \text{ erg} , \quad (4.75)$$

con Z numero atomico e $\hbar = h/2\pi = 1.05457266 \times 10^{-34}$ J s. Un calcolo più corretto che tenga conto della massa M finita del nucleo comporta la sostituzione della massa dell'elettrone con la sua massa ridotta $\mu = mM/(m+M)$. Nel caso dell'atomo di idrogeno:

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV} \quad (4.76)$$

dove per $n = 1$ si ha lo stato più legato o *stato fondamentale*: l'energia di ionizzazione di un atomo di idrogeno nello stato fondamentale è appunto 13.6 eV. L'intero n è chiamato *numero quantico principale*. Possiamo ora scrivere la frequenza del fotone emesso quando un elettrone compie una transizione da un livello n_m ad un livello n_n :

$$h\nu = \Delta E = -\frac{\mu e^4 Z^2}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_m^2} - \frac{1}{n_n^2} \right) \quad (4.77)$$

che riproduce la formula di Rydberg, e dove in effetti la costante avanti la parentesi è proprio la costante di Rydberg espressa in frequenze:

$$R = \frac{\mu e^4}{4\pi\hbar^3} = 3.2898419499 \times 10^{15} \text{ Hz} . \quad (4.78)$$

La (4.77) rappresenta emissione di fotoni quando $n_m > n_n$ e viceversa assorbimento quando $n_m < n_n$, e i due processi corrispondono allo stesso salto di energia se i due numeri quantici sono gli stessi: un atomo ha quindi le stesse righe in assorbimento e in emissione, il che corrisponde a quanto stabilito nelle

leggi di Kirchhoff. Una rappresentazione grafica dei processi di emissione e assorbimento in relazione ai livelli energetici delle orbite elettroniche è data dai *diagrammi di Grotrian*: in Fig. 4.14 è riportato il diagramma per l'atomo di idrogeno. Le linee orizzontali rappresentano i livelli energetici, i tratti verticali le possibili transizioni, raggruppate in serie secondo il numero quantico del livello inferiore n con l'altro numero quantico del livello energetico superiore $m = n + 1, n + 2, \dots, \infty$. Le serie sono indicate con il nome dello scienziato che le ha identificate sperimentalmente. Per l'idrogeno la serie che comprende le righe dello spettro visibile è la serie di Balmer. Al crescere di m il salto energetico aumenta e così pure la frequenza corrispondente; esiste per un limite superiore per $m \rightarrow \infty$ a cui corrisponde una frequenza che rappresenta la testa della serie:

$$\nu_{\infty} = \frac{\mu e^4 Z^2}{4\pi \hbar^3} \frac{1}{n^2} \quad (4.79)$$

cioè per ogni serie non sono possibili emissioni o assorbimenti per frequenze maggiori tra stati legati dell'elettrone. Per la serie di Balmer tale limite corrisponde ad una lunghezza d'onda $\lambda_d = 3647.1 \text{ \AA}$. Fotoni di lunghezza d'onda inferiore che incidano su un gas con popolazione dello stato $n = 2$, che corrisponde appunto ad assorbimenti nella serie di Balmer, sono in grado di fotoionizzare gli atomi: le transizioni atomiche sono del tipo legato-libero cui corrisponde uno spettro di assorbimento continuo in quanto i moti degli elettroni liberi non sono più quantizzati. Ciò corrisponde ad una discontinuità nello spettro con caduta della luminosità al di sotto di tale lunghezza d'onda. Proprio perché l'idrogeno è l'elemento più abbondante nel cosmo risulta per tale ragione molto difficile osservare la radiazione stellare nell'ultravioletto.

4.10.1 Spettri atomici

Il modello di Bohr fu completato da Sommerfeld nel 1916 con l'introduzione di altri due numeri quantici: il *numero quantico azimutale* $l = 0, 1, \dots, n - 1$ che tiene conto di orbite elettroniche ellittiche, e il *numero quantico magnetico* $m = 0, \pm 1, \dots, l$ che tiene conto dell'orientamento tra un campo magnetico esterno e il campo magnetico generato dal moto dell'elettrone inteso come una spirale di corrente. Questi numeri quantici rappresentano una degenerazione (quantizzata) dei livelli corrispondenti ai semplici orbitali circolari. Il numero quantico magnetico corrisponde ad una degenerazione dei livelli in presenza di un campo magnetico esterno: si produce uno splitting delle linee che dà origine al cosiddetto *effetto Zeeman* con cui si può misurare l'intensità del campo magnetico in cui si trova il plasma emettente.

La teoria semi-classica dell'atomo di Bohr e Sommerfeld è stata poi riscritta all'interno della meccanica quantistica che interpreta la struttura dell'atomo attraverso l'equazione di Schrödinger per la funzione di probabilità degli stati, di cui i livelli energetici sono le autofunzioni. In tale teoria i numeri quantici e le loro relazioni compaiono automaticamente attraverso lo sviluppo della funzione di probabilità nel prodotto di funzioni delle variabili spaziali separate:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) \Theta_{lm}(\theta) \Phi_m(\varphi) \quad (4.80)$$

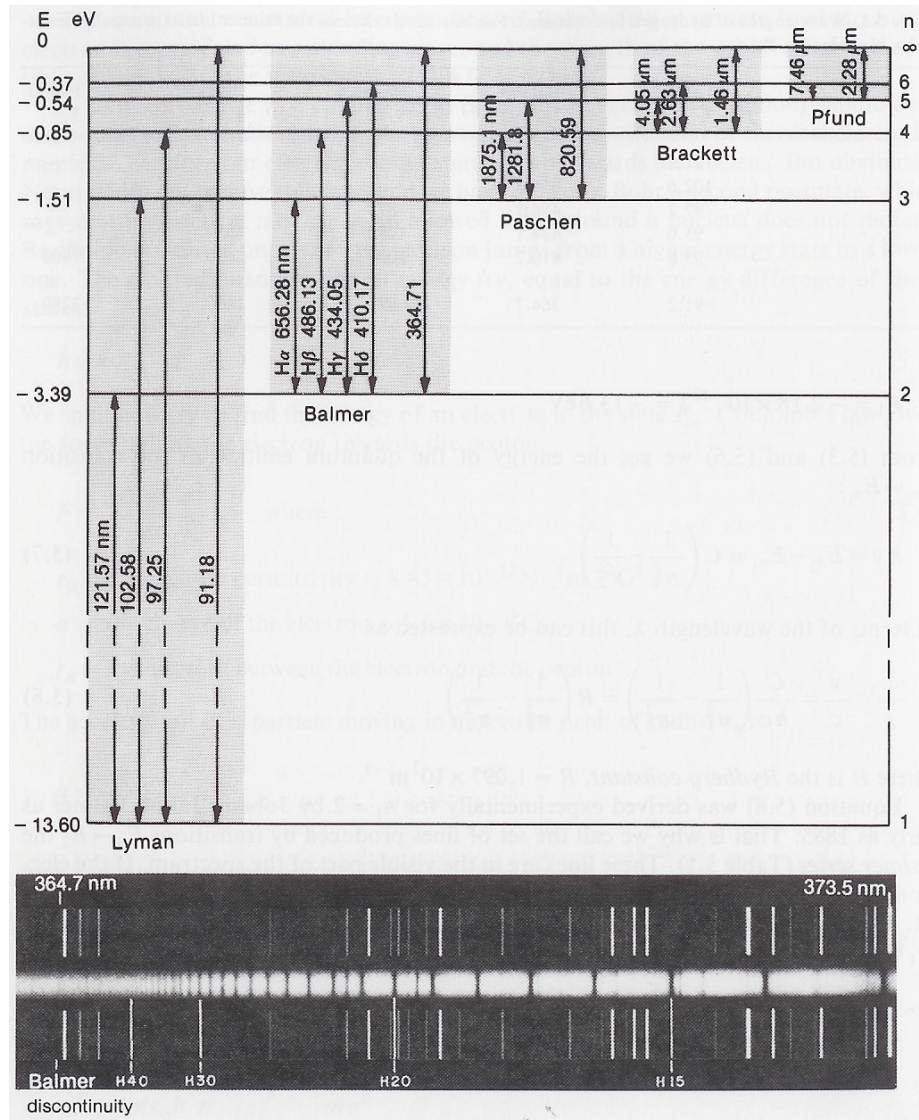


Fig. 4.14: Diagramma di Grotrian per le serie delle righe dell'atomo di idrogeno e spettro; le lunghezze d'onda delle transizioni sono date in nanometri e le energie dei livelli in eV.

La teoria quantistica richiede, tra l'altro, l'introduzione di un ulteriore numero quantico, il *numero quantico di spin* $s = \pm 1/2$ che tiene conto dell'allineamento tra spin dell'elettrone e momento orbitale (Uhlenbeck e Goudsmit 1925). Nel 1928 da Dirac fu in grado di mostrare come la versione relativistica dell'equazione di Schrödinger permette di spiegare coerentemente il modello atomico a quattro numeri quantici.

La teoria quantistica adotta un ulteriore principio non classico, e cioè che ogni stato energetico, caratterizzato da specifici valori dei quattro numeri quantici (n, l, m, s), può essere occupato da un solo elettrone: il principio di *esclusione di Pauli*. A partire dall'atomo di idrogeno con un solo elettrone, si passa agli atomi di numero atomico sempre maggiore aggiungendo nuovi elettroni su livelli energetici sempre più esterni, meno legati: è questa la base del *modello a shell* degli atomi. I livelli o orbitali sono progressivamente indicati, a partire dai livelli più legati, con le lettere K, L, M, N , etc. corrispondenti ai numeri quantici principali. Quando una shell di dato n viene completamente occupata nelle sue sotto-shell definite dagli altri numeri quantici (esempi sono l'He, F, Ar, Kr, Xe) la struttura atomica corrispondente risulta la più stabile, e ciò rende conto di molte proprietà fisiche e chimiche della tavola degli elementi di Mendeleev. In questi atomi complessi si usano i numeri quantici dati dalla somma, secondo opportune modalità, di quelli degli elettroni nei livelli più esterni (o *di valenza*): mentre il numero quantico principale n rimane tale, gli altri numeri quantici totali vengono indicati con lettere maiuscole, L, S, J .

Si deve anche notare che un atomo eccitato non può diseccitarsi seguendo indifferentemente una qualunque delle transizioni possibili. Intervengono cioè delle *regole di selezione* che limitano le combinazioni permesse tra livelli energetici: $\Delta S = 0$, $\Delta L = 0, \pm 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$ (ma non si può andare da $J = 0$ a $J = 0$). Le transizioni che non soddisfano queste regole sono dette *proibite*: in realtà queste transizioni sono soltanto poco probabili, nel senso della meccanica quantistica, e sono difficilmente osservabili in esperimenti di laboratorio. Tuttavia righe proibite compaiono negli spettri astrofisici, ad esempio quando il plasma emettente è molto rarefatto; un caso ben noto è quello della transizione dell'idrogeno neutro da spin dell'elettrone da parallelo ad antiparallelo a quello del nucleo, che corrisponde alla riga 21 cm osservata nel radio dal gas interstellare. In questa transizione $\Delta S \neq 0$, ma gli atomi di idrogeno nel gas interstellare sono così numerosi che, pur essendo la probabilità di transizione $\approx 10^{-15} \text{ s}^{-1}$, il processo risulta abbastanza frequente da essere osservabile.

Le lunghezze d'onda delle righe dell'idrogeno sono riportate nel diagramma di Grotrian di Fig. 4.14.

4.10.2 Spettri molecolari

Nell'astronomia infrarossa e millimetrica è possibile osservare righe emesse da transizioni molecolari, sia di molecole inorganiche (H_2 , C_2 , FeO , H_2O , CO , CO_2 , ecc.) sia organiche sia radicali molecolari (OH , CN , CH); il loro interesse sta nella possibilità che offrono di studiare da un lato le componenti fredde dei mezzi diffusi e dall'altro le condizioni di sviluppo di forme di vita nel cosmo. Come nel

Nome	Potenziale di dissociazione	Potenziale di ionizzazione
H ₂	4.48 eV	15.43 eV
C ₂	6.2	12.0
CH	3.47	10.6
CO	11.09	14.01
CN	7.8	14
O ₂	5.12	12.08
OH	4.39	13.36
MgH	2.3	
CaH	1.5	
TiO	6.8	
FeO	4.4	
H ₂ O	5.11	12.61
N ₂ O	1.68	12.89
CO ₂	5.45	13.77
NH ₃	4.3	10.15
CH ₄	4.4	13.0
HCN	5.6	13.91

Tab. 4.2: Molecole di interesse astrofisico

caso della spettroscopia atomica, anche la spettroscopia molecolare ha rivelato l'esistenza di molecole non conosciute in laboratorio che suggeriscono l'esistenza di processi fisico-chimici peculiari possibili in condizioni di difficile riproduzione sperimentale.

Riportiamo in Tab. 4.2 le molecole più importanti dal punto di vista astrofisico e i loro potenziali di dissociazione e ionizzazione:

Gli spettri molecolari presentano un aspetto molto diverso da quelli atomici, in quanto sono essenzialmente bande composte da molte righe. Ciò è dovuto al fatto che le forze elettrostatiche non sono più centrate sul nucleo atomico, ma diventa importante il moto dei nuclei atomici costituenti le molecole: questi possono oscillare e ruotare rispetto al baricentro. Pertanto i livelli energetici hanno una degenerazione molto più ricca che nel caso atomico.

4.10.3 Misure spettrali

Importanti informazioni fisiche sullo stato dei plasmi emettenti vengono ricavate dall'esame del *profilo delle righe*. Si parte dalla fotografia di uno spettro e la si converte in un diagramma di intensità che mostra la densità di flusso in funzione della lunghezza d'onda. Ciò si ottiene utilizzando un microdensitometro che misura l'annerimento delle lastre fotografiche; poiché però l'annerimento non è funzione lineare della radiazione ricevuta occorre operare opportune calibrazioni su lastre campionate su radiazione di intensità nota. Le tecniche più recenti

operano la misura del flusso nelle righe direttamente sulla radiazione incidente senza passare attraverso la lastra fotografica. Successivamente lo spettro viene rettificato e normalizzato rispetto al continuo:

$$F_j(\lambda) = F_C(\lambda) - F(\lambda) \quad . \quad (4.81)$$

La Fig. 4.15 riporta la sequenza di queste operazioni per lo spettro di una stella. Le righe di assorbimento appaiono come cadute dell'intensità di varie ampiezze: esistono righe molto chiaramente identificabili, altre righe sono più deboli e la loro identificazione richiede un'analisi del rumore per escludere che si tratti di fluttuazioni dovute alla granularità dell'emulsione. A volte righe molto vicine si possono parzialmente sovrapporre (*blending*); in tal caso per distinguerle occorre aumentare la dispersione.

Il profilo delle righe dipende dalle proprietà fisiche del plasma emettente e in parte da un allargamento che avviene nello strumento di misura. La quantità $[F_C(\lambda) - F(\lambda)]/F_C(\lambda)$ è chiamata *profondità della linea*. Una quantità che dipende poco dai dettagli del profilo è la *larghezza equivalente*, cioè la larghezza di un rettangolo la cui area dia lo stesso assorbimento della riga (Fig. 4.16):

$$W_\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{F_C(\lambda) - F(\lambda)}{F_C(\lambda)} d\lambda \quad . \quad (4.82)$$

L'integrale è esteso all'intervallo $\lambda_1 \div \lambda_2$ di interesse e W_λ è appunto misurato in Å. La larghezza dipende dal numero di atomi che sono grado di assorbire la lunghezza d'onda considerata: maggiore il numero di atomi, maggiore la larghezza equivalente della riga e maggiore anche la sua forza o intensità.

Infine l'ampiezza o forza delle linee spettrali è legata all'abbondanza degli atomi responsabili dell'assorbimento e quindi essa consente di determinare la composizione chimica del plasma emettente. Con le equazioni del trasporto per le righe si possono costruire spettri sintetici al computer da confrontare con i dati osservativi. Discuteremo questi modelli nello studio delle atmosfere stellari.

4.10.4 *Formazione delle righe*

In quali condizioni fisiche si formano le righe di assorbimento? Per rispondere a questa domanda occorre valutare in quali orbitali è più probabile trovare gli elettroni, un problema di meccanica statistica. In un gas gli atomi guadagnano e perdono energia per collisione; in equilibrio termodinamico, la distribuzione di velocità che agiscono nelle collisioni segue la legge di Maxwell-Boltzmann

$$n(v)dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv \quad . \quad (4.83)$$

Gli orbitali di energia più elevata avranno quindi una probabilità minore di essere occupati, perché meno frequenti saranno le collisioni adatte. Supponiamo che s_j sia l'insieme dei numeri quantici che definiscono un livello energetico E_j .

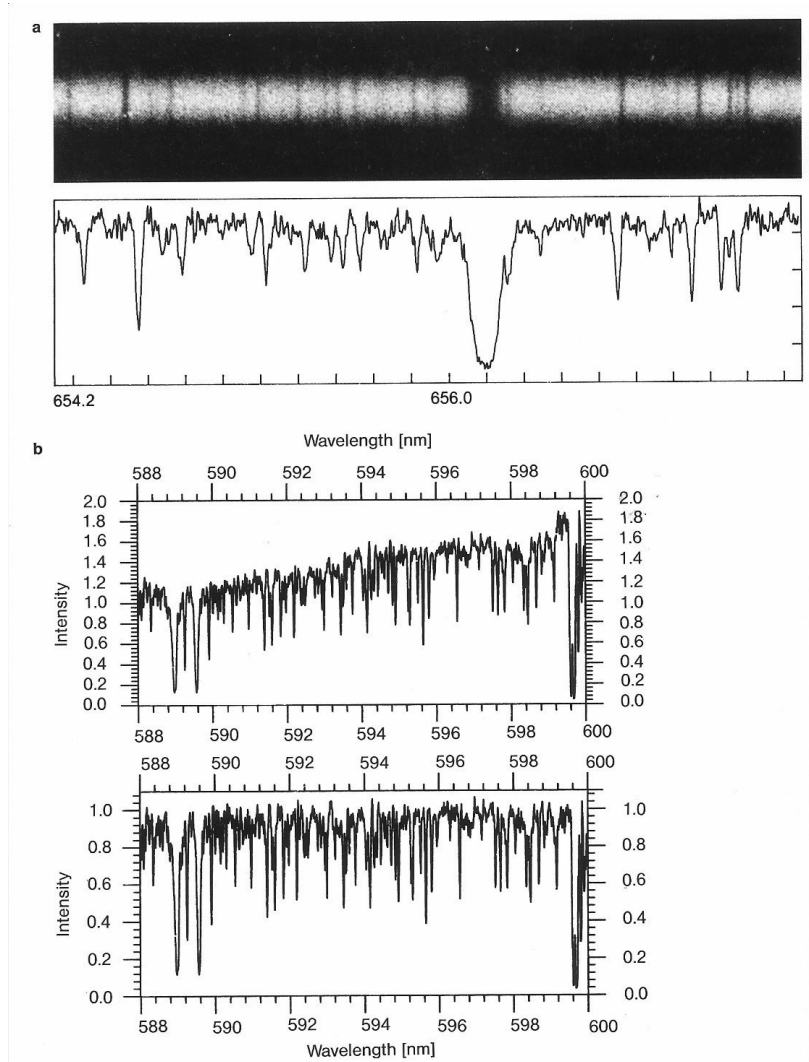


Fig. 4.15: Riduzione di uno spettro e normalizzazione al continuo

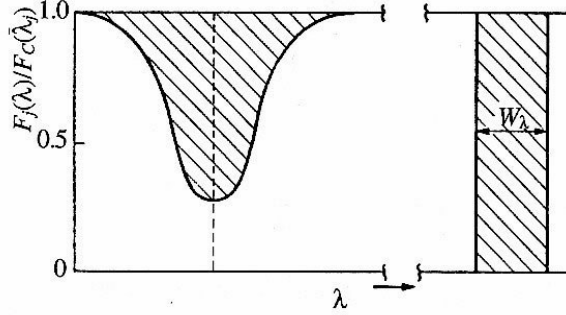


Fig. 4.16: Larghezza equivalente delle righe spettrali

Il rapporto di probabilità di occupazione di due stati s_a e s_b è calcolato dalla meccanica statistica (*legge di Boltzmann*):

$$\frac{P(s_b)}{P(s_a)} = \frac{e^{-E_b/kT}}{e^{-E_a/kT}} = e^{-(E_b-E_a)/kT} \quad (4.84)$$

dove T è la temperature del sistema. Il fattore esponenziale è detto *fattore di Boltzmann*. Gli stati energetici possono essere degeneri, con più stati quantici corrispondenti alla stessa energia, e di ciò si tiene conto per mezzo di un fattore chiamato molteplicità o *peso statistico*. In tal caso il precedente rapporto di probabilità è:

$$\frac{P(s_b)}{P(s_a)} = \frac{g_b e^{-E_b/kT}}{g_a e^{-E_a/kT}} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b-E_a)/kT} \quad (4.85)$$

In un sistema di molti atomi il rapporto di probabilità è proporzionale al rapporto dei numeri di atomi negli stati a e b , e quindi dà l'occupazione dei differenti stati eccitati:

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b-E_a)/kT} \quad (4.86)$$

Con riferimento ad esempio al caso dell'idrogeno neutro con le energie dei livelli più legati $E_1 = -13.6$ eV ($n = 1$, stato fondamentale, $g_1 = 2$) ed $E_2 = -3.4$ eV ($n = 2$, stato eccitato, $g_2 = 2 \times 2^2$), si ricava dalla (4.86) che per avere una buona popolazione nello stato eccitato ($N_1 = N_2$) occorre una temperatura $T = 8.54 \times 10^4$ K. Le righe di assorbimento della serie di Balmer sono prodotte appunto da atomi che compiono transizioni a partire dallo stato $n = 2$. Nel prossimo paragrafo vedremo che la temperatura delle stelle che presentano le più intense righe di Balmer è più bassa degli 85.400 K di un fattore circa 10: anzi le stelle di temperatura superiore ai 10.000 K non hanno righe dell'idrogeno. Analizziamo brevemente questa apparente incongruenza.

Il fattore di Boltzmann serve anche ad esprimere i numeri relativi di atomi che si trovano in differenti stati eccitati. Tuttavia dobbiamo anche considerare il fatto che per energie di eccitazione superiori al potenziale di ionizzazione gli atomi siano in gran parte ionizzati. Sia χ_i è l'energia di ionizzazione dallo stato fondamentale che porta un atomo a più elettroni dallo stato di ionizzazione i a $i+1$; naturalmente la ionizzazione può avvenire da uno stato eccitato con minor energia di ionizzazione. Occorre pertanto fare una media sui vari orbitali per tener conto della ripartizione degli elettroni sui possibili stati: questa procedura richiede di calcolare la *funzione di partizione* Z per gli stati iniziale e finale. La Z è semplicemente la somma pesata del numero di modi in cui un atomo può distribuire i propri elettroni a parità di energia totale. La somma pesata usa il fattore di Boltzmann per indicare che stati più eccitati sono meno probabili, cioè pesano meno. La funzione di partizione diventa:

$$Z = g_1 + \sum_{j=2}^{\infty} g_j e^{-(E_j - E_1)/kT} \quad (4.87)$$

Usando le partizioni per gli stati di ionizzazione Z_i e Z_{i+1} e il potenziale di ionizzazione χ_i dello stato i , si dimostra che vale l'*equazione di Saha*:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2Z_{i+1}}{n_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT}, \quad (4.88)$$

dove il fattore 2 viene dalle due possibilità di spin $\pm 1/2$ e la presenza della densità elettronica deriva dal fatto che la ionizzazione produce elettroni liberi; in particolare al crescere di tale densità il rapporto decresce perché sono probabili anche processi di ricombinazione.

Utilizzando questa formula si può comprendere perché le righe di Balmer sono intense a temperature più basse di quelle indicate dalla legge di Boltzmann. Infatti l'intensità della riga dipende dal numero totale di atomi N_2/N_{tot} che si trovano nello stato di eccitazione $n=2$ tenendo conto di quanti siano ionizzati. Questo rapporto si calcola ricordando che per l'idrogeno $N_1 + N_2 \approx N_I$ (atomi non ionizzati) e $N_I + N_{II} = N_{tot}$:

$$\frac{N_2}{N_{tot}} = \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right) \left(\frac{N_I}{N_{tot}} \right) = \left(\frac{N_2/N_1}{1 + N_2/N_1} \right) \left(\frac{1}{1 + N_{II}/N_I} \right)$$

che, sostituendo le formule di Saha per N_{II}/N_I e di Boltzmann per N_2/N_1 , è rappresentata in Fig. 4.17 e mostra un picco intorno ai 9.000 K. Il diminuire dell'intensità delle righe di Balmer a temperature oltre i 10.000 K è dovuto al fatto che l'idrogeno diventa completamente ionizzato.

In conclusione possiamo dire che per formare una riga di assorbimento a una data frequenza occorre che la temperatura sia tale da permettere, secondo la (4.86), una buona popolazione nello stato (fondamentale o eccitato) da cui il salto energetico può assorbire i fotoni. Allo stesso tempo occorre valutare dalla (4.88), che lo stato non sia ionizzato.

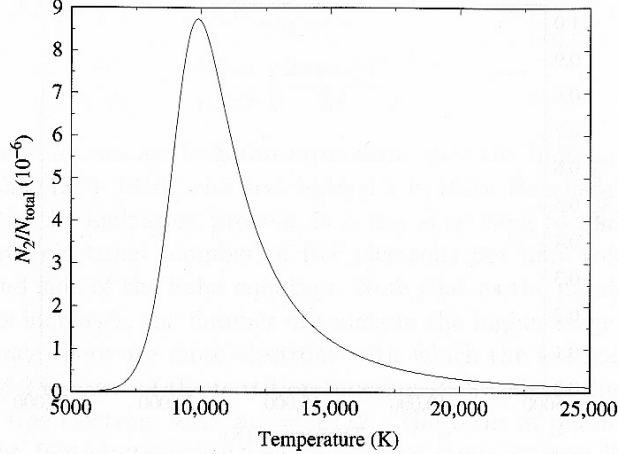


Fig. 4.17: Formazione delle righe di Balmer

4.10.5 Allargamento delle righe

La riga rappresentata schematicamente in Fig. 4.16 è detta otticamente sottile, perché non esiste nessuna lunghezza d'onda alla quale la radiazione venga completamente bloccata. L'assorbimento è evidentemente più forte alla lunghezza d'onda corrispondente al centro della riga e diminuisce spostandosi alle ali: nel caso delle stelle ciò comporta che l'assorbimento più forte avvenga nelle regioni più esterne e fredde dove il livello energetico che viene eccitato nell'assorbimento è molto popolato, mentre le ali si formano nelle regioni più profonde e più calde dove il livello energetico è già eccitato collisionalmente.

La larghezza delle righe spettrali dipende da vari effetti fisici, ciascuno dei quali genera un particolare tipo di profilo.

1. **Allargamento naturale.** In base al principio di indeterminazione di Heisenberg una riga non può essere di larghezza nulla neppure se tutti gli atomi che la producono fossero fermi. Poiché un elettrone occupa uno stato eccitato per un tempo Δt , la sua energia è definita entro un intervallo

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \quad (4.89)$$

e quindi l'energia del fotone emesso nella diseccitazione $E_{fotone} = hc/\lambda$ avrà un'indeterminazione

$$\Delta \lambda \approx \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{1}{\Delta t} \quad (4.90)$$

che corrisponde all'ordine di grandezza dell'allargamento della riga; nel

caso dell' $H\alpha$ dell'idrogeno, $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ e $\Delta t \approx 10^{-8} \text{ s}$, si deriva $\Delta\lambda \approx 4.57 \times 10^{-4} \text{ \AA}$, che in effetti rappresenta un valore tipico per tutte le righe.

2. **Allargamento Doppler.** In equilibrio termodinamico gli atomi di un gas si muovono in modo casuale con una distribuzione di velocità maxwelliana, e la velocità più probabile (termica) è $v_p = \sqrt{2kT/m}$. Le lunghezze d'onda assorbite o emesse dai singoli atomi sono quindi spostate per effetto Doppler secondo la relazione $\Delta\lambda/\lambda = \pm |v_r|/c$, per cui le righe prodotte dall'insieme degli atomi sono allargate di

$$\Delta\lambda \approx \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (4.91)$$

con una decrescita esponenziale dal centro della riga. Analogamente si può avere un allargamento Doppler per effetto di moti turbolenti del gas; la formula è la stessa, è sufficiente sostituire la velocità media dei moti turbolenti alla velocità termica.

3. **Allargamento collisionale.** Gli orbitali degli atomi possono essere perturbati per collisioni o per incontri a breve range con i campi elettrici generati da ioni. L'effetto risultante dipende in sostanza dal libero cammino medio tra collisioni o incontri:

$$\Delta t_0 \approx \frac{l}{v} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2kT/m}} \quad (4.92)$$

dove σ è la sezione d'urto delle interazioni. La teoria dell'allargamento collisionale è piuttosto complicata, ma si ottiene un risultato molto simile a quello dell'allargamento naturale, per cui

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (4.93)$$

dove si nota l'importanza della densità del gas. Spesso ci si riferisce al profilo combinato di questo allargamento e di quello naturale con il nome di *profilo di smorzamento*.

La combinazione degli allargamenti ora discussi dà origine al cosiddetto *profilo di Voigt*. Come mostrato in Fig. 4.18 nelle regioni centrali della riga domina l'allargamento Doppler (nucleo Doppler), mentre lo smorzamento prevale nelle ali (ali di smorzamento). La teoria delle atmosfere stellari è basata sulla costruzione di modelli per ottenere il profilo delle righe teorico da confrontare con quello osservato. Il modello di profilo teorico dipende dalla temperatura, densità e composizione chimica del mezzo dove l'assorbimento ha luogo ed elabora la fisica del processo con i metodi della meccanica statistica quantistica, cioè le equazioni di Boltzmann e Saha. Il risultato è riassunto nella *curva di crescita* che determina il valore della larghezza equivalente in funzione della densità di atomi assorbenti; studiando più righe non solo si ha una miglior definizione dei parametri fisici, ma si ottiene la composizione chimica del mezzo. Il caso della curva di crescita per la riga K del Ca II è riportato in Fig. 4.19.

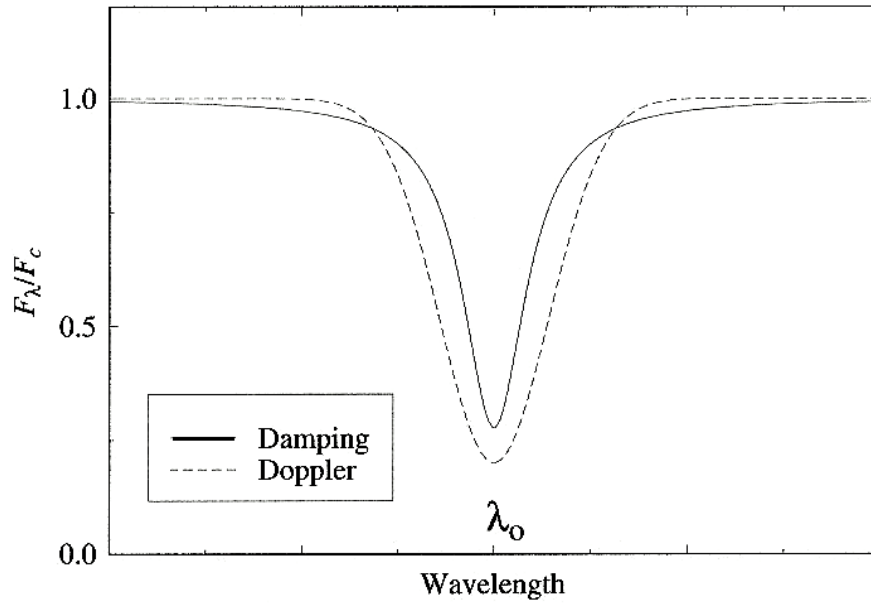


Fig. 4.18: Profilo di Voigt

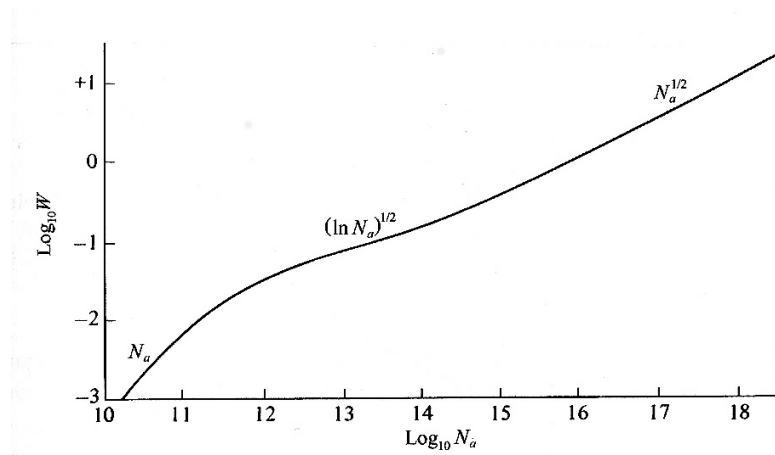


Fig. 4.19: Curva di crescita

4.10.6 Effetto Doppler

Quando il plasma sia dotato di un moto d'insieme con una velocità radiale relativa all'osservatore v_r le sue linee spettrali sono spostate rispetto alla configurazione di laboratorio per effetto Doppler secondo la già citata formula (non-relativistica)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \quad (4.94)$$

e lo spostamento è verso le lunghezze d'onda maggiori per moto relativo di allontanamento (*redshift*) e verso le minori per avvicinamento (*blueshift*). Lo spettro nel suo insieme risulta quindi deformato, essendo gli spostamenti maggiori per le lunghezze d'onda maggiori. L'osservazione degli spostamenti Doppler è un potente mezzo in astrofisica per lo studio della dinamica dei sistemi in quanto permette una misura diretta di velocità radiali, indipendente dalla distanza, che invece è necessaria per valutare velocità trasverse alla linea di vista con l'osservazione dei moti propri. Con l'effetto Doppler si misurano le velocità di espulsione dei getti nelle regioni di formazione stellare, le velocità del gas in accrescimento su corpi compatti, la dinamica delle stelle doppie, fino alla recessione delle galassie.

Sono interessanti dal punto di vista astrofisico i profili che le righe stesse possono assumere quando le osservazioni combinino i contributi da parti delle sorgenti che abbiano diversa dinamica. In particolare vale la pena citare i cosiddetti *profili P Cygni* che prendono il nome dalla stella in cui furono osservati per la prima volta. Si tratta di profili che presentano larghe righe di emissione con componenti in assorbimento blueshifted (Fig. 4.20). L'origine di questi profili è dovuta alla presenza di forti perdite di massa da queste stelle. dalle leggi di Kirchhoff sappiamo che le righe di emissione provengono da gas caldo e rarefatto. Pertanto, come indicato in figura, la massa di gas otticamente sottile espulsa in direzione perpendicolare alla linea di vista dà un contributo in emissione allo spettro continuo della stella. La linea di assorbimento invece è dovuta al gas che si muove verso l'osservatore lungo la linea di vista e che assorbe la radiazione continua della superficie stellare; perciò il gas che assorbe produce una riga di assorbimento spostata verso il blu.

4.11 Spettri stellari

Le leggi di Kirchhoff si applicano a caratterizzare gli spettri stellari e nebulari, la cui classificazione fu iniziata empiricamente da Padre Angelo Secchi intorno al 1860-70 e raggiunse un completamento sistematico ad opera di Henry Draper (che per primo fotografò uno spettro stellare, quello di Vega) e Edward Pickering dell'Harvard College Observatory che poterono fare uso della fotografia per raccogliere un gran numero di spettri. Il lavoro fu ulteriormente arricchito dalle osservazioni di Annie Cannon, assistente di Pickering, che misurò gli spettri di oltre 225.000 stelle fino alla nona magnitudine e curò la pubblicazione dell'*Henry Draper Catalogue* nel 1918-24.

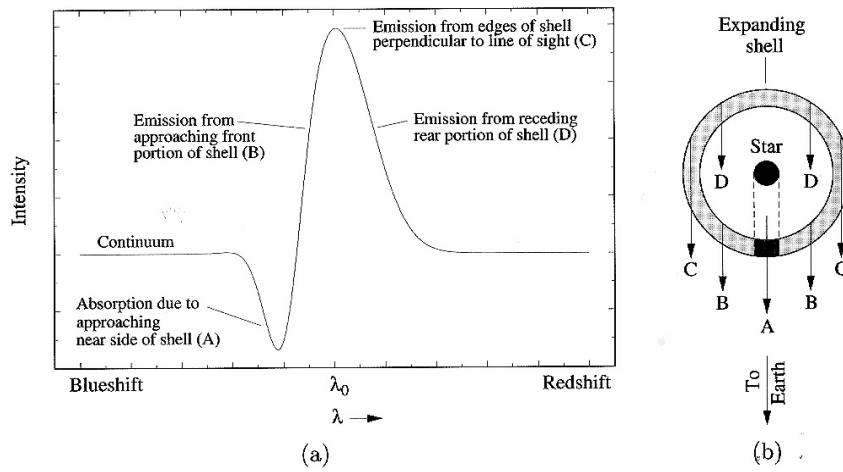


Fig. 4.20: Profilo P Cygni: (a) righe osservate, (b) schema della dinamica della perdita di massa

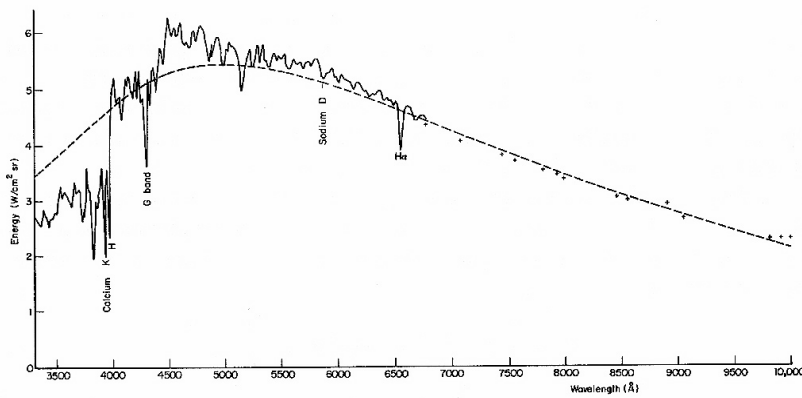


Fig. 4.21: Lo spettro solare confrontato con la curva di corpo nero corrispondente alla sua temperatura effettiva

In generale lo spettro delle stelle consiste di un continuo di corpo nero solcato da un considerevole numero di righe, cioè sono tipici spettri di assorbimento secondo la classificazione di Kirchhoff. In Fig. 4.21 è rappresentato come esempio lo spettro solare. Le due caratteristiche, profilo del continuo e righe, sono utilizzate per classificare gli spettri stellari. La *classificazione di Harvard*, che è a tutt'oggi il riferimento classico, usa lettere per indicare le classi o *tipi spettrali*; inizialmente si fece riferimento alle righe dell'idrogeno, partendo dalla lettera A per gli spettri con le righe dell'idrogeno più intense e proseguendo secondo l'ordine alfabetico al decrescere della loro intensità. Cannon si rese peraltro conto che in tal modo si aveva una classificazione in termini di temperature effettive decrescenti (derivabili dal continuo) e valutò che le classi O e B andavano messe avanti la A. Lo schema di Harvard fu infine definito in 7 tipi andando dalle temperature più alte alle temperature più basse: O-B-A-F-G-K-M¹, con ciascun tipo diviso in 10 sottotipi (da 0 a 9).

Le loro principali caratteristiche sono elencate di seguito nella versione del catalogo in cui sono state aggiunte due classi C e S. Per tradizione gli atomi o ioni sono indicati con il simbolo dell'elemento seguito da un numero romano: I corrispondente all'atomo neutro, II all'atomo ionizzato una volta, III all'atomo ionizzato due volte, ecc.

Tipo O Comprende stelle blu, con temperature effettive tra 20.000 e 35.000 K. Lo spettro mostra righe di atomi più volte ionizzati, ad es. He II, C III, N III, O III, Si V. Le righe dell'He I sono visibili, quelle dell'HI sono deboli.

Tipo B Comprende stelle blu-bianche, con temperature effettive intorno ai 15.000 K. Sono scomparse le linee dell'He II, mentre sono intense le righe dell'HeI nel tipo B2, mentre scompaiono a B9. Sono presenti la riga K del Ca II, e le righe dell'O II, Si II e Mg II. Le righe dell'H I crescono progressivamente di intensità.

Tipo A Comprende stelle bianche con temperature effettive intorno ai 9.000 K. Sono molto forti le righe dell'H I per A0, ma diminuiscono verso A9. Le righe dell'HeI sono scomparse, mentre diventano sempre più intense le righe del Ca II. Iniziano ad apparire le righe di metalli neutri.

Tipo F Comprende stelle bianco-gialle, con temperature effettive intorno ai 7.000 K. Le righe dell'H I diventano progressivamente più deboli, mentre sono invece più intense le righe H e K del Ca II. Compaiono molte righe dei metalli, Fe I, Fe II, Cr II, Ti II.

Tipo G Comprende le stelle gialle, di tipo solare con temperature effettive intorno ai 5.500 K. Le righe dell'HI sono deboli, sono presenti le righe H e K del Ca II, le righe dei metalli e la banda G della molecola CH. In stelle di alta luminosità sono presenti le righe del CN.

¹Esiste una filastrocca per ricordare la sequenza dei tipi spettrali: Oh, Be A Fine Girl ! Kiss Me !

Tipo K Comprende stelle giallo-arancio con temperature effettive di 4.000 K. Gli spettri sono dominati dalle righe dei metalli, mentre l'H I è molto debole; le righe del Ca I sono presenti, sono intense le righe H e K del Ca II e la banda G. Compaiono le righe del TiO intorno a K5.

Tipo M Comprende stelle rosse con temperatura effettiva di 3.000 K. Gli spettri sono ricche di righe dei metalli, il TiO diventa forte e così pure il Ca I.

Tipo C (R,N) Comprende di stelle al carbonio con stelle rosse di temperatura effettiva sotto i 3.000 K. Mostrano forti bande molecolari di C₂, CN, CH. Per il resto lo spettro ha le caratteristiche del tipo M a parte l'assenza del TiO.

Tipo S Comprende ancora stelle rosse molto fredde, con spettro ricco di bande molecolari, ZrO, YO, LaO, TiO.

In Fig. 4.22 sono riportati gli spettri di alcune stelle di differenti classi.

L'importanza delle righe di assorbimento nei tipi spettrali della classificazione di Harvard sono rappresentate in Fig. 4.23.

Riassumendo, i tipi spettrali di alta temperatura, detti *early-type*, sono caratterizzati da righe di atomi ionizzati, mentre i tipi spettrali più freddi, detti *late-type*, sono caratterizzati da righe di atomi neutri e da bande molecolari. È chiaro come ciò sia un effetto della temperatura, mentre l'influenza di densità, pressione e composizione chimica non intervengono nella classificazione. I tipi C e S sono gli unici in cui le differenze sono invece dovute alla composizione chimica.

L'interpretazione della sequenza è legata alla teoria atomica come abbiamo precedentemente illustrato. Per comprendere come le intensità delle righe spettrali siano determinate dalla temperatura, si considerino ad esempio le righe dell'elio neutro HeI a 4026 e 4472 Å, che sono presenti solo negli spettri delle stelle calde. Ciò è dovuto al fatto che queste righe sono prodotte dall'assorbimento da parte di atomi in stati eccitati, il che richiede una temperatura capace di produrre un gran numero di atomi negli stati eccitati. Considerando temperature crescenti, più atomi saranno eccitati e corrispondentemente crescerà l'intensità delle righe; ma per temperature molto elevate l'elio viene ionizzato e quindi le righe dell'elio neutro progressivamente scompaiono. Questo schema vale ovviamente per qualunque tipo di riga. In particolare ad alte temperature le molecole sono dissociate, e quindi non si osservano bande molecolari; inoltre gli atomi dei metalli sono più volte ionizzati e non se ne vedono righe di assorbimento, che sono invece ricche negli spettri a bassa temperatura.

La classificazione di Harvard tiene conto solo dell'effetto della temperatura sullo spettro. Tuttavia esistono differenze sostanziali tra spettri che corrispondono alla stessa temperatura, ma a stelle di luminosità molto differenti. Un

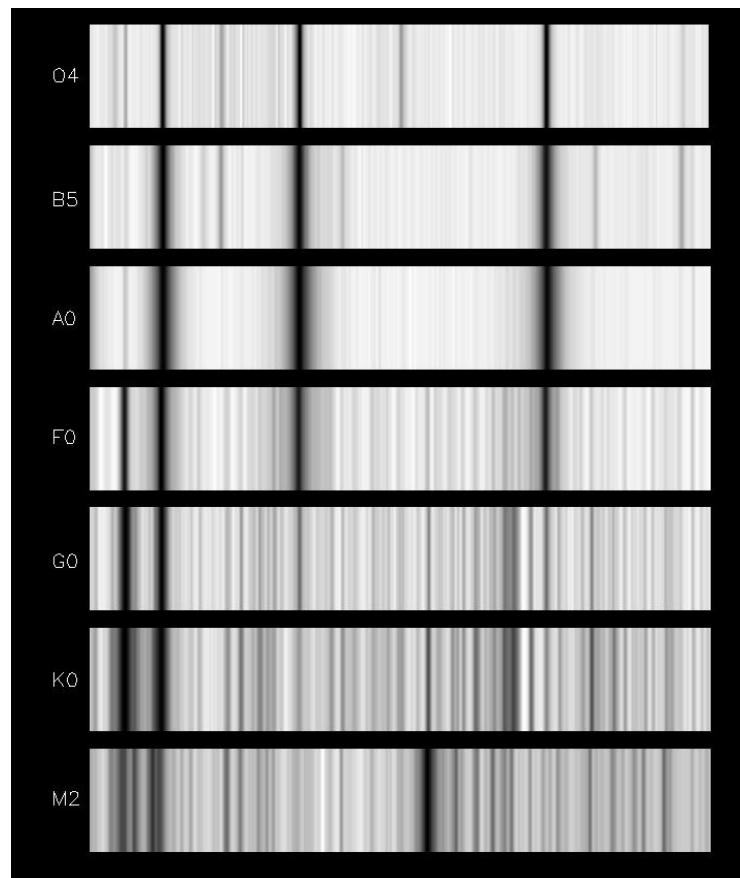


Fig. 4.22: Esempi di alcuni tipi spettrali

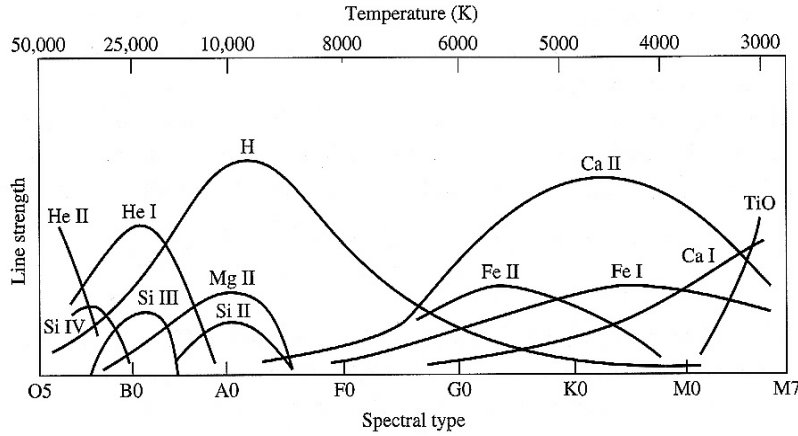


Fig. 4.23: Larghezze equivalenti di alcune importanti righe in diversi tipi spettrali

sistema di classificazione bidimensionale è stato introdotto da Morgan, Keenan e Kellmann dell'Osservatorio di Yerkes, che viene appunto detta *classificazione MKK*. Sono considerate sei classi di luminosità, cui vengono associati tipi di stelle definiti sulla base della considerazione che a parità di tipo spettrale (o temperatura) grande luminosità significa grandi raggi e bassa luminosità piccoli raggi:

Ia stelle supergiganti molto luminose

Ib stelle supergiganti luminose

II giganti luminose

III giganti normali

IV subgiganti

V stelle nane di bassa luminosità.

Nello studio specifico delle stelle si vedrà meglio il significato di questa classificazione. Per il momento si può dire che nelle giganti il plasma emettente ha minore densità che nelle nane e ciò si riflette nell'estensione delle ali delle righe che dipende dall'allargamento collisionale e quindi secondo la (4.93) proprio dalla densità.

Stelle a galassie attive producono anche righe di assorbimento ed emissione nell'ottico e in altre bande spettrali, ma in genere si tratta di emissioni non termiche: studieremo questi casi nel prosieguo del testo.

4.12 Spettri nebulari

Nel 1904 Hartmann osservò che gli spostamenti Doppler di alcune righe di assorbimento negli spettri delle stelle binarie corrispondevano a moti differenti da quelli orbitali. Fu quella la prima indicazione che tra le stelle e la Terra esistesse un gas capace di assorbimento. Le righe più forti nel visibile sono quella del Na I e del Ca II, nell'ultravioletto quella dell'H I Lyman α a 1216 Å. Sono anche presenti righe di atomi ionizzati, il che indica processi di ionizzazione da parte della luce ultravioletta stellare e dei raggi cosmici cui non corrispondono rapide ricombinazioni a causa della bassa densità del mezzo.

Le osservazioni delle righe in assorbimento nell'ultravioletto sono un potente mezzo per lo studio dell'idrogeno neutro interstellare; la Ly α negli spettri stellari è prodotta da atomi dell'H I interstellare che compiono un assorbimento dallo stato $n = 1$ a $n = 2$; ciò significa che l'idrogeno neutro nel mezzo interstellare si trova principalmente nello stato fondamentale. In questo stato gli spin dell'elettrone e del nucleo (protone) dell'idrogeno possono essere paralleli o antiparalleli (*struttura iperfine* dei livelli atomici), e la differenza energetica tra i due livelli è $\Delta E = 5.87 \times 10^{-6}$ eV, per cui la transizione dal livello più energetico (spin paralleli) a quello meno energetico (spin antiparalleli) comporta l'emissione di fotoni alla frequenza $\nu = 1420.4$ MHz ovvero $\lambda = 21$ cm, quindi nella banda radio.

La possibilità che l'H I del mezzo interstellare potesse avere una popolazione nel livello iperfine più energetico a causa di processi collisionali e quindi potesse dare origine a righe di emissione fu proposta nel 1944 da van de Hulst che calcolò come le collisioni siano rare (tempo tipico 400 anni) ma molto minori del tempo scala radiativo (11 milioni di anni): osservazioni di Ewen e Purcell nel 1951 confermarono la predizione e aprirono la strada alla possibilità di studiare con la *riga 21 cm* la struttura e la dinamica (spostamenti Doppler) del mezzo interstellare nella Galassia e nelle galassie esterne.

La riga a 21 cm può anche comparire in assorbimento quando la radiazione proveniente da una galassia lontana attraversa nuvole di idrogeno; in effetti la stessa nuvola può essere osservata sia in emissione sia in assorbimento.

Nelle vicinanze di stelle molto calde (stelle O in particolare) l'idrogeno del mezzo interstellare viene fotoionizzato dai fotoni ultravioletti: la ricombinazione porta quindi a righe di emissione dell'H II, e le nuvole che subiscono questo processo sono appunto dette *regioni H II*. Nell'ottico sono forti le righe della serie di Balmer, in particolare l'H α . Il numero di processi di ricombinazione è proporzionale al prodotto delle densità di elettroni liberi e atomi ionizzati $n_{ric} \propto n_i n_e$, e nell'ipotesi che la ionizzazione sia completa $n_{ric} \propto n_e^2$, per cui la brillantezza superficiale di una nuvola permette di valutare la *misura di emissione*:

$$EM = \int n_e^2 dl \quad (4.95)$$

cioè la densità di colonna degli elettroni lungo la linea di vista.

Le nuvole del mezzo interstellare producono righe molecolari in assorbimento sugli spettri stellari nelle regioni dell'ottico e dell'ultravioletto. Si tratta di

righe di molecole diatomiche (CH, CH⁺, CN, H₂, CO) che sono state scoperte dal 1937. Dagli anni 1960 molte altre righe, anche di molecole più complesse (H₂CO, H₂O, NH₃, C₂H₅OH), sono state osservate nella banda radio sia in assorbimento sia in emissione. Le transizioni che originano queste righe sono

- transizioni elettroniche, cambi nella nuvola elettronica che lega la molecola; sono osservabili in ottico e ultravioletto
- transizioni vibrazionali, dovute a cambi nelle proprietà vibrazionali delle molecole; corrispondono a righe nell'infrarosso
- transizioni rotazionali, dovute a cambi nelle proprietà rotazionali delle molecole; corrispondono a righe nel radio.

Alcune nuvole danno origine a compatte *sorgenti maser*, in cui le righe di emissione della banda radio dell'OH e dell'H₂O appaiono amplificate milioni di volte grazie al processo di emissione stimolata durante la propagazione. Tali molecole vengono portate in uno stato eccitato metastabile da una sorgente esterna, nel caso considerato da una stella; quando vengono investite da una radiazione con energia pari alla differenza tra stato metastabile e stato fondamentale si diseccitano con la stessa fase e direzione di emissione e danno origine a pacchetti coerenti di radiazione.