

**Programa del Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y
Singularidades 2019**

Se detalla a continuación los resúmenes de todas la charlas impartidas en el Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades, durante el año 2019.



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 15 de enero de 2019, 12:30 horas.

Singularidades y Códigos

Antonio Campillo López
Universidad de Valladolid¹

Se mostrará la especial geometría del conjunto de singularidades de las foliaciones algebraicas 1-dimensionales de un espacio proyectivo. Cuando las singularidades son aisladas, dichos conjuntos pueden entenderse como análogos diferenciales de los espacios proyectivos finitos, dando lugar a numerosos ejemplos interesantes. Cuando el cuerpo base es finito, se obtiene una amplia familia de códigos de evaluación en los puntos de estos análogos diferenciales, cuya distancia minimal tiene cotas inferiores que se derivan explícitamente de la geometría.

¹Departamento de Álgebra, Análisis Matemático y Geometría y Topología
Facultad de Ciencias. Universidad de Valladolid
Valladolid, España
campillo@agt.uva.es



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 12 de febrero de 2019, 17:00 horas.

Sobre dimensiones de sistemas lineales de divisores en el espacio proyectivo

Luis José Santana Sánchez
Loughborough University, Reino Unido¹

Dados s puntos del espacio proyectivo, estamos interesados en saber cuántos polinomios homogéneos de grado d pasan por esos puntos con al menos cierta multiplicidad. En términos de geometría algebraica, esto equivale a contar el número de secciones globales definidas por un divisor específico.

En esta charla hablaremos sobre algunas soluciones parciales de este problema. Además, definiremos lo que se conoce como los *Newton-Okounkov bodies*, que suponen una generalización de los politopos asociados a las variedades tóricas proyectivas y de los polígonos de Newton. Finalmente, veremos cómo podrían usarse estos objetos para resolver parcialmente nuestro problema.

¹Department Mathematical Sciences
Loughborough University, Reino Unido
L.J.Santana-Sanchez@lboro.ac.uk



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 19 de febrero de 2019, 17:00 horas.

Cotas inferiores para sumas de potencias afines.

Buscando paja en un pajar y pinchándome con las agujas.

Ignacio García Marco
Universidad de La Laguna, Tenerife¹

Una cierta propiedad \mathcal{P} sobre un conjunto X se dice que es *genérica* si el subconjunto de elementos $Y \subset X$ que no satisfacen \mathcal{Q} es *pequeño*. Es por tanto natural pensar que si \mathcal{P} es genérica sobre X , debe ser fácil dar un elemento $x \in X$ que satisfaga \mathcal{Q} . En esta charla presentaremos una propiedad que es genérica sobre $\mathbb{C}[x]$ y, sin embargo, no se conoce ningún polinomio explícito que la satisfaga. La propiedad genérica en cuestión hace referencia a la escritura de un polinomio como combinación lineal de potencias de polinomios de grado 1.

En esta charla mostraremos cómo se puede dar una respuesta (casi) satisfactoria sobre $\mathbb{R}[x]$ cuando restringimos que los polinomios de grado 1 involucrados son también polinomios reales. La idea principal es relacionar el problema en cuestión con el problema de interpolación polinomial y hacer uso del Teorema de interpolación real de Atkinson-Sharma.

Si el tiempo lo permite, en la parte final de esta charla discutiremos la relación de esta paradoja genérico-explícito con una versión del famoso problema $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$.

Esta charla está basada en un trabajo conjunto con Pascal Koiran y Timothée Pecatte.

¹Departamento de Matemáticas, Estadística e Investigación Operativa
Universidad de La Laguna
iggarcia@ull.es



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 26 de febrero de 2019, 17:00 horas

Factorizando la polar de una curva plana irreducible

Fernando Hernández Iglesias
Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima (Perú)¹

Sea $f(x, y)$ una curva plana irreducible. La polar de f es dada por $P(f) = af_x + bf_y$ donde $(a : b)$ está en un abierto de \mathbf{P}^1 . El tipo topológico de $P(f)$ no es un invariante topológico de f , no obstante podemos tener alguna información acerca del contacto de f con las componentes irreducibles de $P(f)$, gracias al conocido como Teorema de Merle. Usaremos la estratificación de Merle de la polar $P(f)$, para dar una descripción completa de su tipo topológico, en el caso que f es genérica en un determinado tipo topológico.

¹Sección de Matemáticas
PUCP, Lima, Perú
mhernandez@pucp.pe



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 29 de marzo de 2019, 12:15 horas

Canonical trace ideals and Nearly Gorenstein rings

Dumitru Stamate
University of Bucharest, Rumanía¹

In an attempt to generalize the class of Gorenstein rings, we suggest a new invariant for a Cohen-Macaulay local ring (R, m) with a canonical module ω_R : the trace ideal of ω_R . It turns out that $tr(\omega_R)$ is the whole ring if and only if R is Gorenstein. We say that R is Nearly Gorenstein (NG) if $tr(\omega_R)$ contains the maximal ideal m . In this talk we explain the terminology, and we focus on examples to show properties of this new class of rings. We discuss the NG property for Segre products, for (square free) Veronese rings, and time permitting we present some special features in dimension 1.

This is joint work with J. Herzog and T. Hibi, arXiv:1612.02723 [math.AC].

¹Faculty of Mathematics and Computer Science
University of Bucharest, Rumanía
dumitru.stamate@fmi.unibuc.ro



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 5 de junio de 2019, 16:00 horas

The structure of complete intersection graphs and their planarity

Christos Tatakis
University of Ioannina, Grecia¹

Let $A = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_m\} \subseteq \mathbb{N}^n$ be a vector configuration in \mathbb{Q}^n and

$$\mathbb{N}A := \{l_1\mathbf{a}_1 + \dots + l_m\mathbf{a}_m \mid l_i \in \mathbb{N}\}$$

be the corresponding affine semigroup, where $\mathbb{N}A$ is pointed, that is if $x \in \mathbb{N}A$ and $-x \in \mathbb{N}A$ then $x = \mathbf{0}$. We grade the polynomial ring $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_m]$ over an arbitrary field \mathbb{K} by the semigroup $\mathbb{N}A$ setting $\deg_A(x_i) = \mathbf{a}_i$ for $i = 1, \dots, m$. For $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_m) \in \mathbb{N}^m$, we define the A -degree of the monomial $\mathbf{x}^{\mathbf{u}} := x_1^{u_1} \dots x_m^{u_m}$ to be

$$\deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{u}}) := u_1\mathbf{a}_1 + \dots + u_m\mathbf{a}_m \in \mathbb{N}A.$$

The toric ideal I_A associated to A is the prime ideal generated by all the binomials $\mathbf{x}^{\mathbf{u}} - \mathbf{x}^{\mathbf{v}}$ such that $\deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{u}}) = \deg_A(\mathbf{x}^{\mathbf{v}})$.

Let G be a connected, undirected, finite, simple graph on the vertex set $V(G) = \{v_1, \dots, v_n\}$ and let $E(G) = \{e_1, \dots, e_m\}$ be the set of the edges of G . We denote by $\mathbb{K}[e_1, \dots, e_m]$ the polynomial ring in the m variables e_1, \dots, e_m over an arbitrary field \mathbb{K} . We will associate each edge $e = \{v_i, v_j\} \in E(G)$ with the element $a_e = v_i + v_j$ in the free abelian group \mathbb{Z}^n , with basis the set of the vertices of G , where $v_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ be the vector with 1 in the i -th coordinate of v_i . With I_G we denote the toric ideal I_{A_G} in $\mathbb{K}[e_1, \dots, e_m]$, where $A_G = \{a_e \mid e \in E(G)\} \subset \mathbb{Z}^n$, known as toric ideals of graphs.

We study the complete intersection property on the toric ideal I_G . In general, the toric ideal I_G is complete intersection if and only if it can be generated by h binomials, where $h = m - n + 1$ if G is a bipartite graph or $h = m - n$ if G is not a bipartite graph. The answer is known in the case of bipartite graphs, i.e. graphs with no odd cycles. In the last years, several useful partial results have been proved and they provide key properties of complete intersection toric ideals of graphs.

We focus on the general case, where G is a random graph and we present a structural theorem which gives us necessary and sufficient conditions in which the toric ideal I_G is complete intersection. Moreover, we characterize with sufficient and necessary conditions the complete intersection graphs which are planar.

This is joint work with A.Thoma.

¹Department of Mathematics,
University of Ioannina, Grecia
chtataki@cc.uoi.gr



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 28 de junio de 2019, 10:00 horas

Davenport's theorem of the difference $f^3 - g^2$

Arkadiusz Płoski

Kielce University of Technology, Polonia¹

Let f, g be two polynomials of one variable with complex coefficients. We denote by $\deg f$ the degree of the polynomial f . At the beginning of the sixties there appeared the following question: *what is the least possible degree of the polynomial $f^3 - g^2$ provided that $f^3 - g^2 \neq 0$?* Davenport gave the answer to this question in 1965. In this talk we present the result of Davenport and a generalization of it.

¹Department of Mathematics and Physics,
Kielce University of Technology, Polonia
matap@tu.kielce.pl



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 8 de julio de 2019, 10:00 horas

Polinomio de Ehrhart de Lattice Path Matroids

Kolja Knauer

Aix-Marseille Université, Marsella, Francia¹

Lattice path matroids (LPMs) son una clase de matroides muy simpática que se puede definir hasta sin saber lo que es un matroide. A cada matroide se le puede asociar un politopo entero - *el politopo de bases* y a cada politopo entero se le puede asociar el polinomio de Ehrhart que cuenta de cierta manera los puntos enteros dentro del politopo.

Hay varias preguntas abiertas sobre el polinomio de Ehrhart que en esta charla vamos a ver de diferentes puntos de vista en el caso del politopo de bases de LPMs.

¹Aix-Marseille Université, Marsella, Francia
kolja.knauer@lis-lab.fr



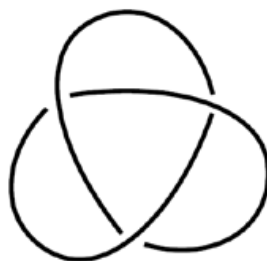
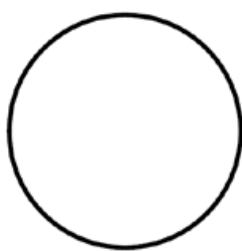
Knots, braids and error correcting codes

Ruud Pellikaan

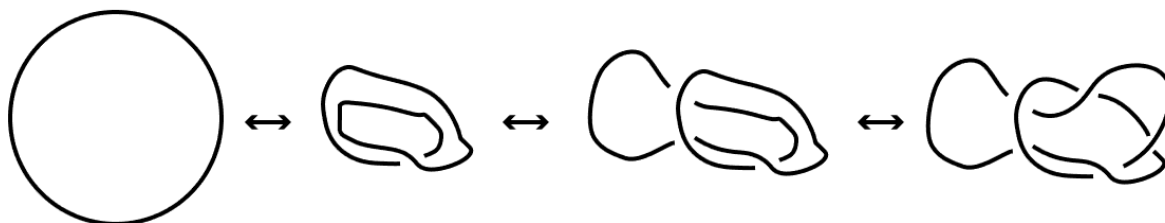
Eindhoven University of Technology

Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades

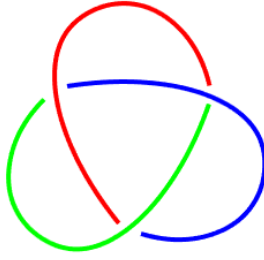
La Laguna, 23 de octubre de 2019, 16:00 horas



A knot is an embedding of a circle in three space. A braid is number of strands in three space. Knots and braids show up in everyday life but they have many unexpected applications in many areas of science. At the end of the 19th century Lord Kelvin had the idea that knots were vortices in the ether and could explain properties of matter. Braids form logical gates in a proposal of a topological quantum computer. Chemistry and biology use knot theory to explain the chirality of molecules and the untangling of DNA . There is a notion of equivalence of knots under so called Reidemeister moves and mathematics tries to classify knots.



One of the easiest ways to distinguish knots is by means of the number of three-colorings of a knot.



The three-colorings can be seen as a linear error-correcting code over the ternary field. We will elaborate on the codes associated with knots and braids.



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 18 de noviembre de 2019, 16:30 horas

Criteria for algebraicity of analytic functions

Janusz Gwoździewicz
Pedagogical University of Cracow, Cracovia, Polonia¹

We consider functions defined on an open subset of a nonsingular algebraic set. We give criteria for an analytic function to be a Nash (resp. regular) function. Our criteria depend only on the behavior of such a function along irreducible algebraic curves passing through a given point. The talk is based on a joint paper with Jacek Bochnak and Wojciech Kucharz.

¹Institute of Mathematics. Pedagogical University of Kraków, Poland
gwozdziejewicz@up.krakow.pl



Seminario de Álgebra, Geometría algebraica y Singularidades
La Laguna, 25 de noviembre de 2019, 16:30 horas

Singularidades de curvas planas, resoluciones toroidales e ideales multiplicadores

Pedro Daniel González Pérez
Universidad Complutense, Madrid¹

Explicaremos como construir una resolución toroidal de una singularidad de curva plana mediante una composición de morfismos monomiales con respecto a coordenadas bien elegidas. Después aplicaremos esta construcción para describir los ideales multiplicadores de la curva en función de los polígonos de Newton de la transformada de la curva en cada uno de los pasos de la resolución toroidal. El enfoque está inspirado en un teorema de Howald. Nos basaremos en el trabajo [1], en el que se da un nuevo punto de vista sobre las resoluciones toroidales y su relación con otros invariantes de singularidades de curvas planas, y en [2] para las aplicaciones a los ideales multiplicadores.

Referencias:

[1] How Newton polygons blossom into lotuses, Evelia R. García Barroso, Pedro González Pérez y Patrick Popescu-Pampu, prepublicación 2019, disponible en <https://arxiv.org/abs/1909.06974>

[2] Invariantes de singularidades, sucesiones generatrices y estructuras toroidales, Miguel Robredo Buces, Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid, 2019, disponible en https://www.icmat.es/Thesis/2019/Tesis_Miguel_Robredo.pdf

¹Universidad Complutense, Madrid, España
pgonzalez@mat.ucm.es