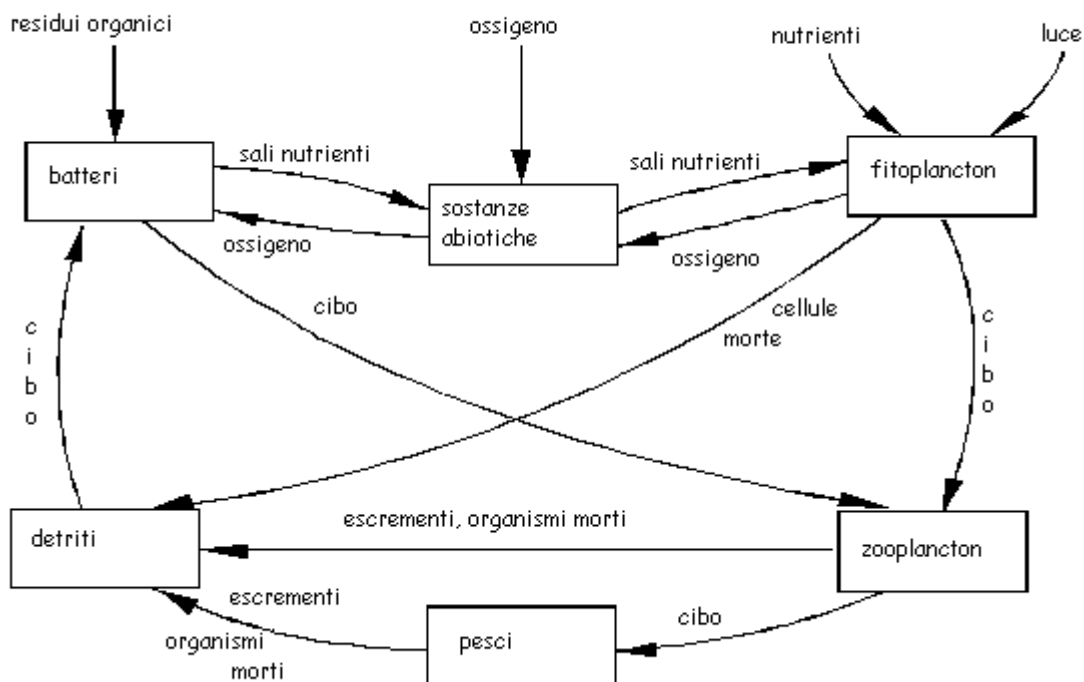


UN PROBLEMA DI INQUINAMENTO FLUVIALE



catena trofica (ecosistema)



Semplificazioni:

- Fiume monodimensionale, velocità costante (spazio \approx tempo)
- Inquinante biodegradabile (BOD)
- Altra variabile d'interesse: ossigeno disciolto (DO)
- Due soli processi "chimici": degradazione dell'inquinante e riossigenazione dall'atmosfera.

FORMULAZIONE MATEMATICA MODELLO DI STREETER-PHELPS (1925)

Il BOD viene degradato (dai batteri) in modo proporzionale alla quantità presente e aumenta in corrispondenza agli scarichi:

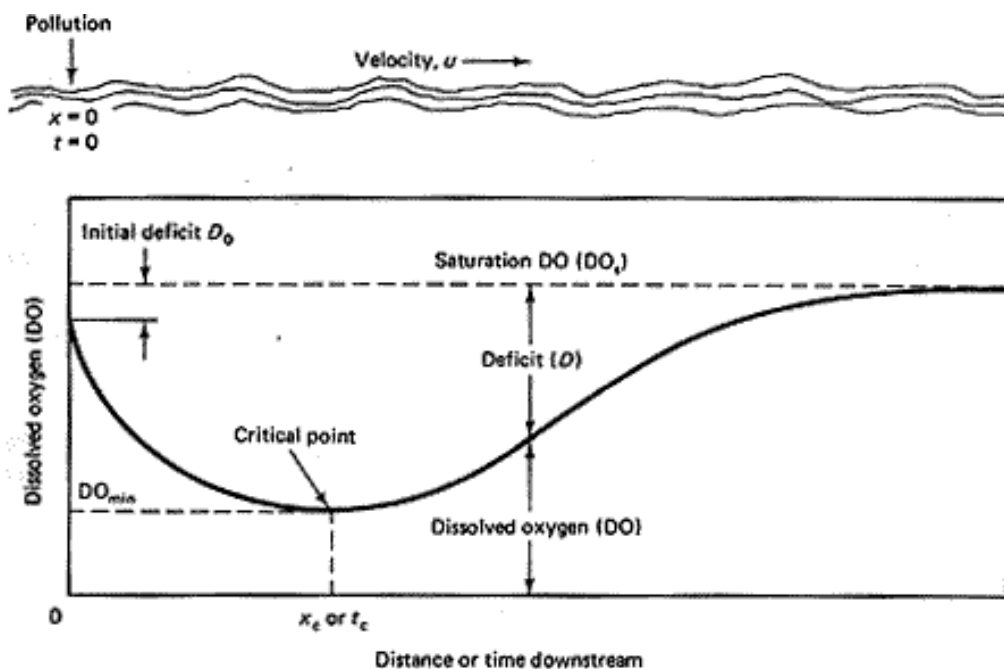
$$dBOD/dt = - p_1 \cdot BOD + u$$

L'ossigeno viene consumato (dai batteri) esattamente nella stessa misura in cui viene degradato il BOD e reintrodotta attraverso lo scambio con l'atmosfera. Quest'ultimo è proporzionale al deficit (differenza rispetto alla concentrazione di saturazione) presente.

$$dDO/dt = - p_1 \cdot BOD + p_2 \cdot (DO_s(T) - DO)$$

Sistema di 2 equazioni differenziali del 1 ordine.

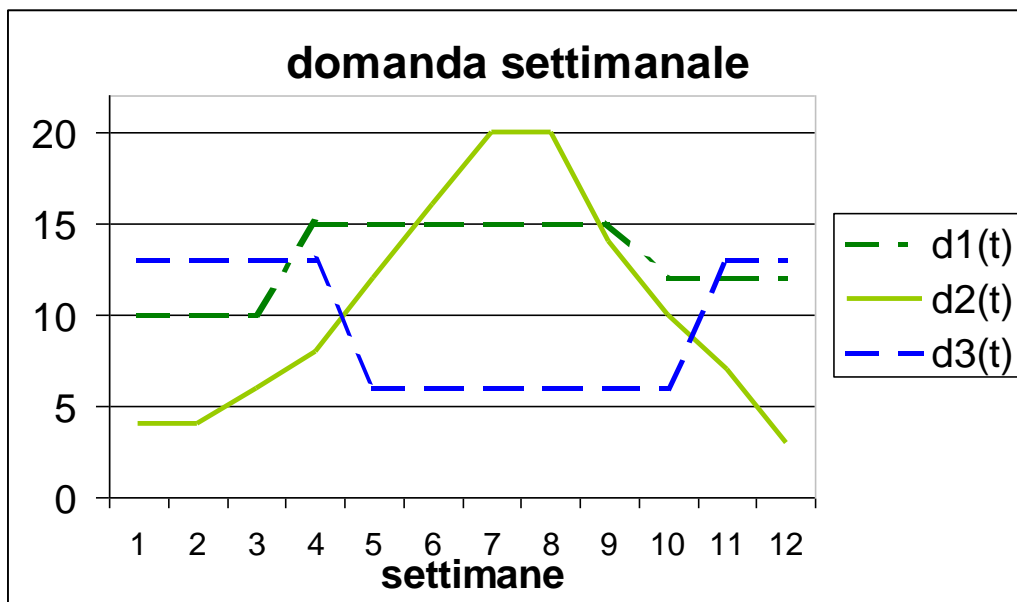
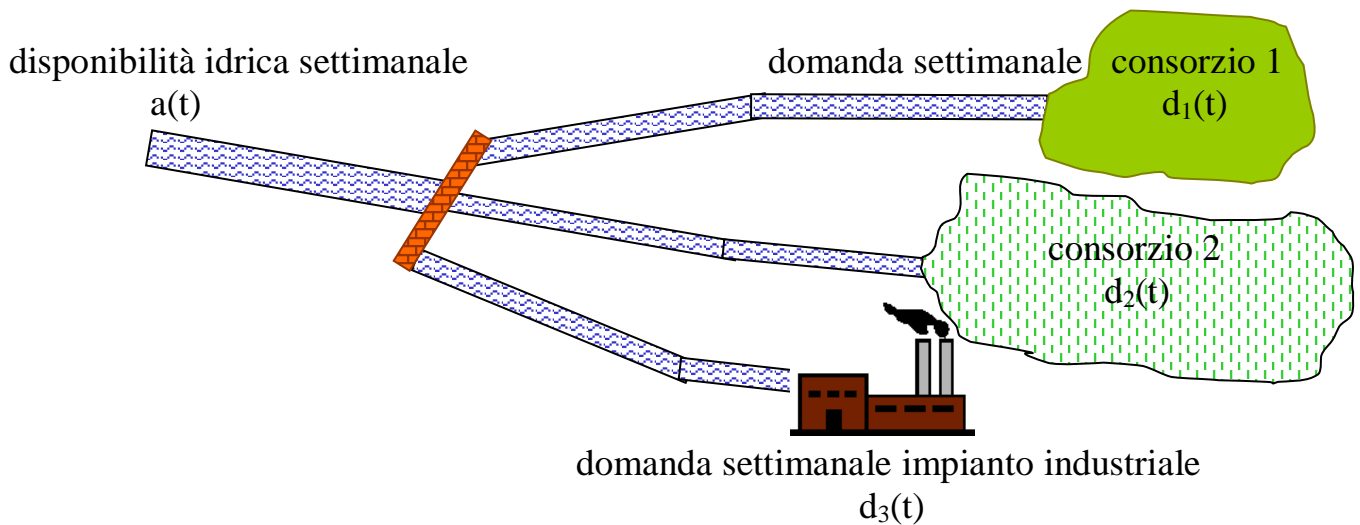
soluzione (caso di un solo scarico all'inizio del tratto):



I parametri p_1 e p_2 devono essere tarati sul caso specifico.

Una volta tarato, il modello può essere utilizzato per *simulare* l'effetto di altri scarichi o *prevedere* la qualità dell'acqua in un punto a valle.

UN PROBLEMA DI DISTRIBUZIONE DELL'ACQUA



CHE COSA DOBBIAMO DECIDERE ?

la portata da fornire a ciascun utente settimana per settimana (f_i , $i=1,2,3$) **DECISIONI**

IN CHE MODO?

Es: cercando di ridurre al massimo lo scarto tra domanda e fornitura su tutto il periodo e a tutti gli utenti

OBIETTIVO

FORMULAZIONE MATEMATICA

VINCOLI

$$f_1(1)+f_2(1)+f_3(1) = a(1)$$

$$f_1(2)+f_2(2)+f_3(2) = a(2)$$

.....

$$f_1(12)+f_2(12)+f_3(12) = a(12)$$

bilancio di massa

$$f_1(1) \geq \underline{d}_1(1)$$

$$f_1(2) \geq \underline{d}_1(2)$$

.....

eventuali vincoli di
capacità c o deflusso
minimo \underline{d}

$$f_3(1) \leq c_3(1)$$

.....

$$f_3(12) \leq c_3(12)$$

.....

OBIETTIVO/I

a) Minimizzare la somma dei deficit rispetto alla domanda

$$\min \sum_{it} (d_i(t)-f_i(t))_+$$

b) Minimizzare la somma dei quadrati dei deficit rispetto alla domanda

$$\min \sum_{it} (d_i(t)-f_i(t))_+^2$$

c) Minimizzare la somma pesata, rispetto al tempo e agli utenti, dei deficit rispetto alla domanda

$$\min \sum_{it} (p_{it}(d_i(t)-f_i(t)))_+^2$$

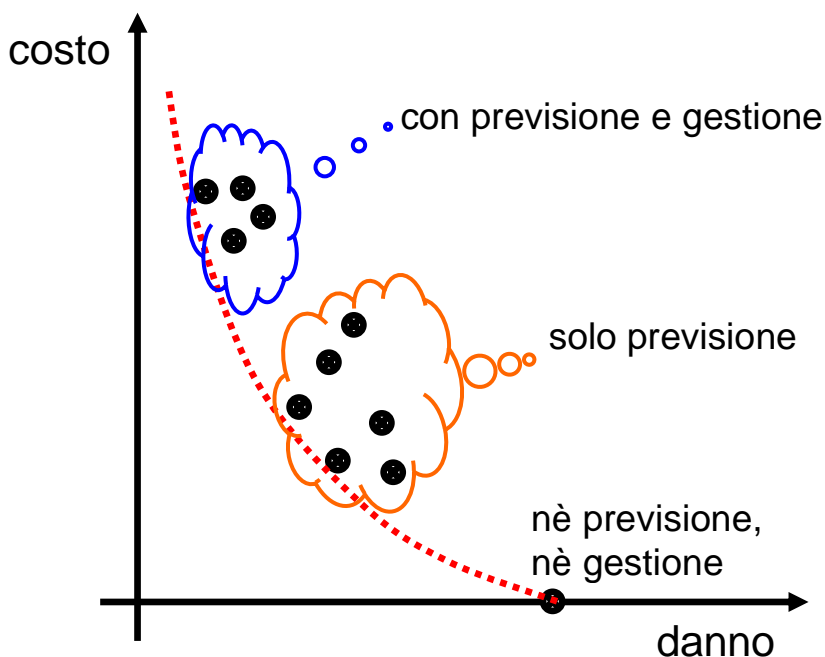
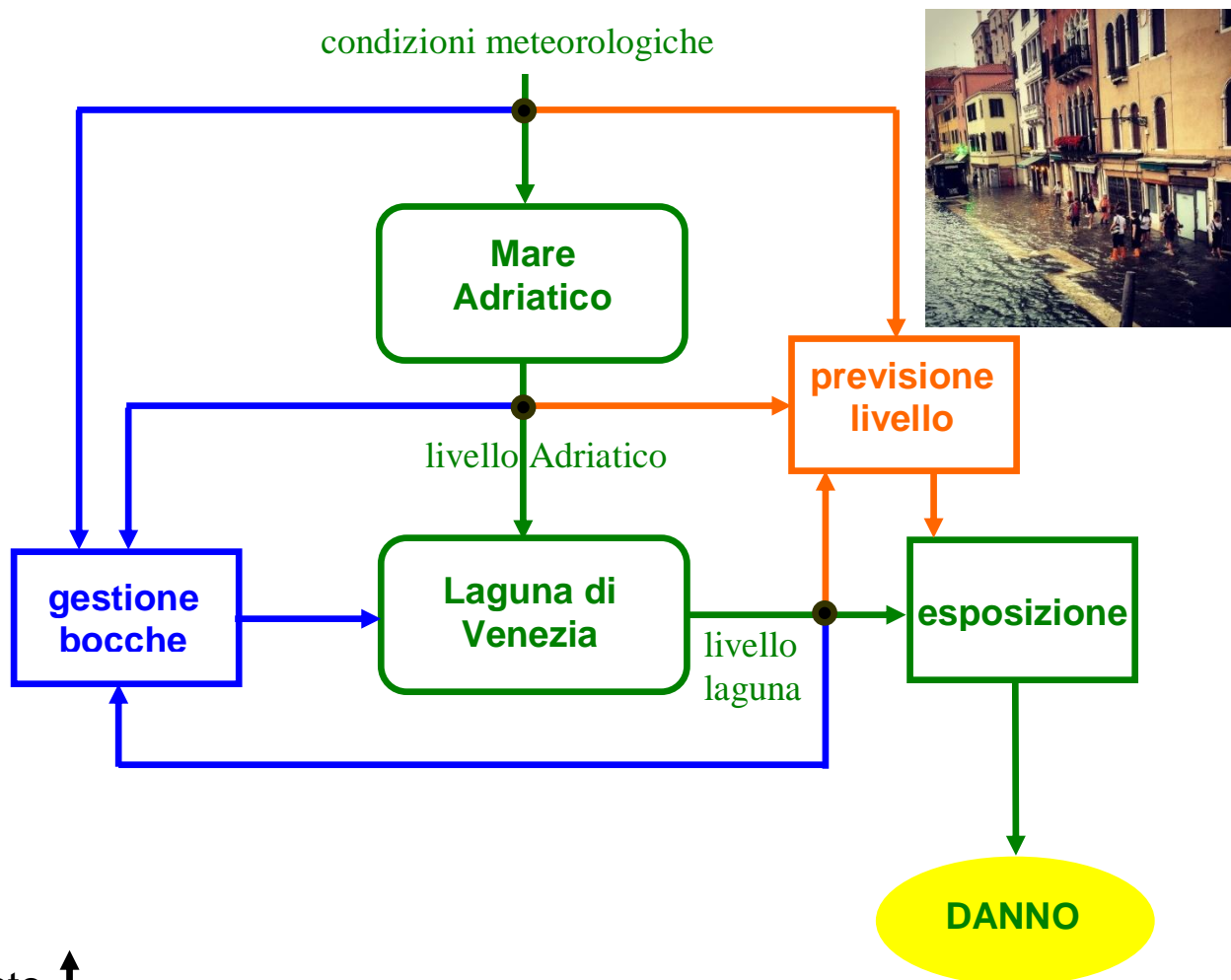
pesi dipendenti
da i e da t

d) Minimizzare una generica funzione F dei deficit

$$\min F(d_i(t)-f_i(t))$$

UN CASO PIÙ GENERALE

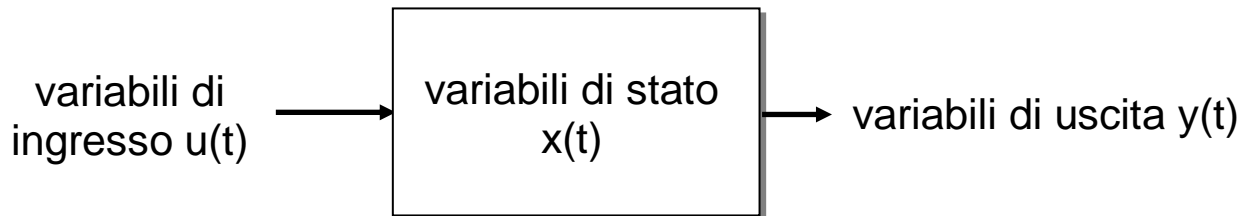
IL SISTEMA DI CONTROLLO DELL'ACQUA ALTA A VENEZIA



Ci sono diverse alternative decisionali, corrispondenti a misure e metodi di previsione e di gestione. Tra i progetti proposti (ottenuti con un modello di pianificazione) vanno considerati solo quelli di *frontiera*, cioè non migliorabili da entrambi i punti di vista.

N.B. per valutare costi e danni occorre un modello.

MODELLI DESCRITTIVI (sistemi dinamici)



Tutte le variabili dipendono dal tempo t .

Le **variabili di ingresso** rappresentano le cause che determinano l'evoluzione del sistema. Possono dipendere da noi (*manipolabili*) o da fattori esterni (*disturbi*)

Le **variabili di uscita** rappresentano gli effetti ai quali siamo interessati e che vogliamo misurare.

Le **variabili di stato** rappresentano la situazione interna del sistema (non sempre misurabile) e il loro valore è definito da tutta la storia precedente del sistema.

Il modello consente di calcolare lo stato e l'uscita del sistema in un istante t , sulla base dello stato in un istante precedente (stato iniziale) e degli ingressi che hanno agito sul sistema.

Dinamica = tutte le variabili dipendono dal tempo, l'azione degli ingressi sulle uscite avviene attraverso lo stato (*inerzia*).