

14.10 Lichtstreuung

Beugung: Lichtablenkung an (un)durchsichtigen Hindernissen

Beispiele in Vorlesung: Gitter, Einzelspalt

Streuung: Beugung an ungeordneten (d. h. „statistischen“) Objekten

z. B.: Kolloide (1 nm - 10 μm Teilchen in kontinuierlichen Medien)

Aerosole (Nebel/Wolken, Rauch)

Emulsionen (Milch)

Grenzen der Strahlentheorie, Mie-Streuung:

Strahlentheorie (skalare Wellen) ausreichend zur Beschreibung von Lichtablenkung, falls $\lambda \ll d$

λ ... Licht-Wellenlänge

d ... Teilchendurchmesser

Für $\lambda \approx d$ und $\lambda \gg d$ jedoch Wellenoptik (Kugelwellen) nötig

Beispiel einer Wellenoptischen Theorie: Mie-Messung (1908):

beschreibt Streuung elektro-magnetischer Wellen an sphärischen Objekten von beliebiger Brechzahl, Absorptionskoeffizient und Größe (von $\lambda \ll d$ bis $\lambda \gg d!$)

Intensität gebeugten Lichts als Funktion des Abstrahlwinkels ϑ für Lichtstreuung ($\lambda = 550 \text{ nm}$,

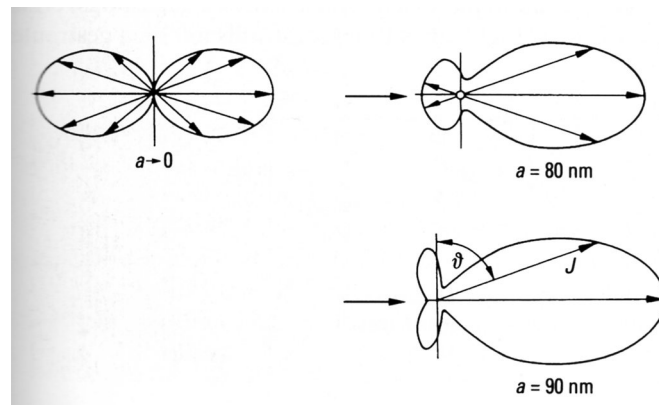


Abbildung 1: Berechnete Polardiagramme für die Lichtstreuung an Kugeln mit dem Radius a . Intensität J als Funktion des Abstrahlwinkels ϑ . Die Polarisationsrichtung des eingestrahnten Lichtes mit einer Wellenlänge von 550 nm liegt in der Zeichenebene.

in Papierebene polarisiert) an Goldpartikel mit Radius a (Polardiagramme)

$a \rightarrow 0$... Strahlungscharakteristik eines Dipols (Rayleigh-Streuung)

$a \uparrow$... mehr Licht in Vorwärtsrichtung gebeugt als in Rückwärtsrichtung (Mie-Effekt)

Nutzbarkeit der Lichtstreuung:

- Rauchmelder, Partikelzähler
- Geschwindigkeitsmessung strömender Gase/Flüssigkeiten (siehe im folgenden)

Partikel-Geschwindigkeitsmessung mittels Laser

Fluide beinhalten meist mitbewegte Streuteilchen (ansonsten „Impfung“)

Partikelgeschwindigkeit $\hat{=}$ Fluidgeschwindigkeit

Interferenz zweier Strahlen im Messvolumen erzeugt Interferenzstreifen mit Abstand

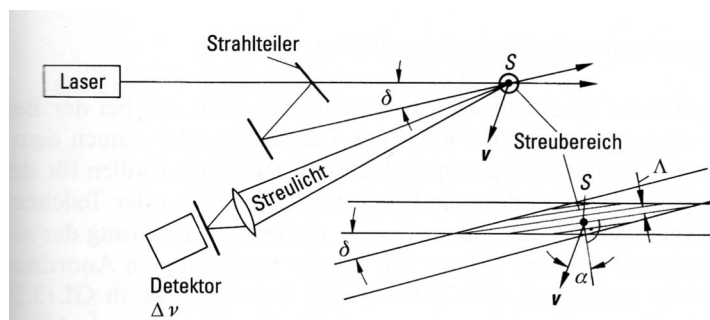


Abbildung 2: Geschwindigkeitsmessung mit dem Laser-Doppler-Verfahren: Zweistrahlmethode.

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2} \cdot \sin \frac{\delta}{2} \quad (1)$$

Ein das Interferenzbild mit Geschwindigkeit \vec{v} durchlaufendes Teilchen sendet Streulicht aus, welches mit der Frequenz

$$\Delta\nu = \frac{v \cdot \cos \alpha}{\Lambda} \quad (2)$$

amplitudenmoduliert ist.

α ... Flugwinkel relativ zur Senkrechten zur Doppelstrahl-Anordnung

Anwendung von (1), (2), $\lambda = \frac{c}{\nu}$ führt zu:

$$\Delta\nu = \nu \cdot \frac{v \cdot \cos \alpha}{c} \frac{2}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

$\Delta\nu$... wird gemessen
 $v \cdot \cos \alpha$... Ergebnis
 Rest ... ist konstant

Messung der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Strahlanordnung

$\Delta\nu$ unabhängig von Beobachtungsrichtung

\Rightarrow großer Detektor möglich

\Rightarrow hohe Sensitivität

Geschwindigkeitsbereich: $10^{-3} \dots 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Babinet'sches Theorem

„Das Beugungsbild zweier geometrisch komplementärer Blenden ist abgesehen von der geometrischen optischen Achse (nullte Ordnung) identische.“

Beugung an unregelmäßigen Objekten

Überlagerung von p Teilwellen der Amplitude A :

$$E(x) = \sum_{i=0}^p A \cdot \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) - \delta_i \right]$$

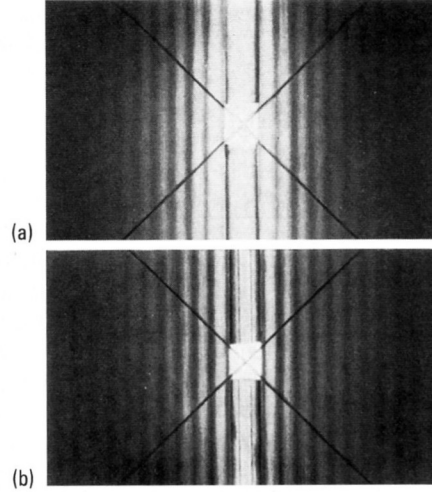


Abbildung 3: Zum Babinet'schen Theorem: Fraunhofer'sche Beugung (a) an einem Spalt und (b) einem gleichdicken Draht.

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ E(x) &= A \cdot \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \cos \delta_i \right) + A \cdot \sin \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \sin \delta_i \right) \\ E^2(x) &= \left\{ A^2 \cdot \cos^2 \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \cos \delta_i \right) \right\}^2 \\ &\quad + \left\{ A^2 \cdot \sin^2 \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \sin \delta_i \right) \right\}^2 \\ &\quad + 2 \cdot A \cdot \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \cos \delta_i \right) \cdot \sin \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^p \sin \delta_i \right) \end{aligned}$$

Bilde zeitliches Mittel. Dabei gilt:

$$\begin{aligned} \overline{\cos^2 \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right]} &= \overline{\sin^2 \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right]} = \frac{1}{2} \\ \overline{\cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right] \cdot \sin \left[2\pi\nu \left(t - \frac{x}{c} \cdot \cos t \right) \right]} &= 0 \\ \overline{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} &= \frac{1}{2} \cdot \sin(2\alpha) \end{aligned}$$

Nun folgt mit $I \propto \overline{E^2(x)}$:

$$\begin{aligned} I &= \frac{p}{2} \cdot A^2 + \frac{A^2}{2} \sum_{i \neq k}^p \cos \delta_i \cos \delta_k + \frac{A^2}{2} \sum_{i \neq k}^p \sin \delta_i \sin \delta_k \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ I &= \frac{p}{2} \cdot A^2 + \underbrace{\frac{A^2}{2} \sum_{i \neq k}^p \cos(\delta_i - \delta_k)}_{\approx 0} \end{aligned}$$

Der zweite Term wird wegen der statistisch verteilten Cosinus-Argumente null.

⇒ Die resultierende Intensität ist p -mal so groß, wie die Intensität $\frac{A^2}{2}$ aus einer Einzelöffnung.

Räumliche Inkohärenz ⇒ additive Intensitätsübertragung

z. B. kreisförmige Öffnungen (Radius R) als beugende Objekte:

$$A^2 \longrightarrow I(\alpha) = p \cdot \frac{I_1^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha \right)}{\left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha \right)^2}$$

Erscheinungen im Alltag

- ferne Lichtquelle in Nebel von farbigen Ringen umgeben
- „Heiligenschein“
- Mondhöfe: Lichtbeugung an Wassertropfen der Wolkenschleier, herannahendes Regenwetter führt zur Tröpfchenvergrößerung ⇒ Verengung des Mondhofs

Rayleigh-Streuung

Grenzfall der Mie-Streuung für $d \rightarrow 0$

Betrachte induzierte elektr. Dipolschwingung eines Luftmoleküls (Hertzscher Dipol)

Abgestrahlte Feldstärke in Abstand r in Beobachtungsrichtung ϑ ; relativ zur Polarisationsrichtung

$$\vec{E} = \frac{\omega^2 \cdot \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 c^2 \cdot r} \cdot \sin \theta \quad (a)$$

ω ... Frequenz des abgestrahlten Lichts

\vec{p} ... induziertes Dipolmoment des Moleküls

$$\vec{p} = \frac{\epsilon_r - 1}{N} \cdot \epsilon_0 \vec{E}_{in} \quad (b)$$

$\vec{P} = (\epsilon_r - 1) \cdot \epsilon_0 \vec{E}_{in}$... Polarisation

$\epsilon_r = n^2$... Permittivitätszahl des streuenden Gases

$\vec{E}_{in} = \vec{E}_0 \cdot \sin(\omega t)$... E-Feldvektor des anregenden Lichts

N ... Anzahldichte der Moleküle

Von Volumen V mit NV Molekülen gestreute Intensität I :

$$I \propto NV \cdot \overline{\vec{E}^2}$$

Benutze nun $I_{in} \propto \overline{\vec{E}_{in}^2}$, (a), (b), $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, $\epsilon_r = n^2$, $\overline{\vec{E}_{in}^2} = \frac{E_0^2}{2}$

$$\frac{I}{I_{in}} = \frac{NV \cdot \overline{\vec{E}^2}}{\overline{\vec{E}_{in}^2}} = \frac{\pi^2 \cdot V(n^2 - 1)^2 \cdot \sin^2 \vartheta}{N \cdot r^2 \cdot \lambda^4}$$

Die Intensität von an Molekülen ($\lambda \gg d$) gestreuten Licht ist invers proportional zur 4. Potenz der Wellenlänge.

Aber Achtung: $n = n(\lambda)$ hat auch Einfluss: $\lambda \downarrow \longrightarrow n \uparrow$

„Plausibilität“ der Winkelabhängigkeit:

$$\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B}$$

\vec{S} ... Poynting-Vektor

Nur Komponenten der induzierten E -Feld-Schwingung, die senkrecht zur Abstrahlrichtung stehen, gehen in die abgestrahlte Welle ein.

Konsequenz: Zuvor unpolarisiertes Licht geht teilweise linear polarisiert aus der Streuung hervor.

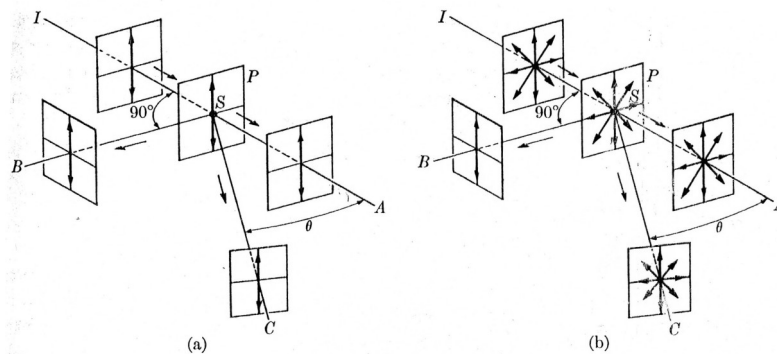


Abbildung 4: Polarisation der Streustrahlung. (a) Linear polarisierte und (b) nicht polarisierte einfallende Strahlung.

Tyndallscher Versuch

Streuteilchen aus Vielzahl von Molekülen zusammengesetzt, aber so klein ($\lambda \gg d$), dass Streuintensitäten der Einzelmoleküle zu Gesamtintensität addierbar sind. (gleichphasige Übertragung aller E -Felder)

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot} \quad \lambda_r = 650 \text{ nm} \\ \text{blauviolett} \quad \lambda_{bv} = 450 \text{ nm} \end{array} \right\} \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_{bv}} \right)^4 = \left(\frac{13}{9} \right)^4 \approx 4$$

Blaues Licht wird $\approx 4 \times$ stärker gestreut als rotes.

Warum ist der Himmel blau?

Diffuse Strahlung (Streustrahlung)	Strahl (b)	→ blauer Himmel
Direkte Strahlung	Strahl (a)	→ gelbe Sonne, weil Blauanteil herausgestreut

Abend- und Morgenrot

tiefstehende Sonne → Verlängerter Lichtweg durch Atmosphäre
 → größerer Verlust kurzwelliger Strahlung
 → diffuse Strahlung rot
 direkte Strahlung rot

Polarisationseigenschaften des Himmelslichts

Blau des Himmels teilweise senkrecht linear polarisiert

Effekt maximal 90° zur Sonne ($\hat{=}$ Tyndall-Versuch)

Fotografie: Polfilter reduziert Großteil des hellen, blauen Himmelslichts → verbesserte Grünwiedergabe von Pflanzen

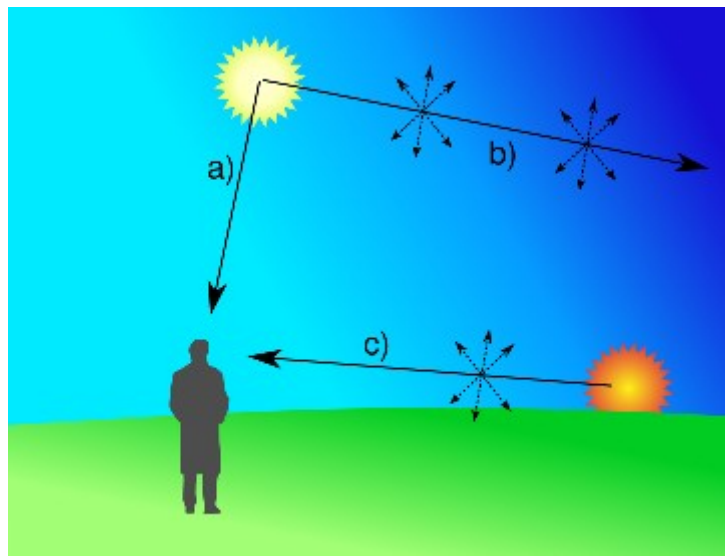


Abbildung 5: Warum ist der Himmel blau? (a) Direktstrahlung von der Sonne, (b) Diffuse Strahlung des Himmels, (c) Direktstrahlung bei niedrigen Sonnenstand.