

KVANTOVÁ FYZIKA

1. Záření tělesa

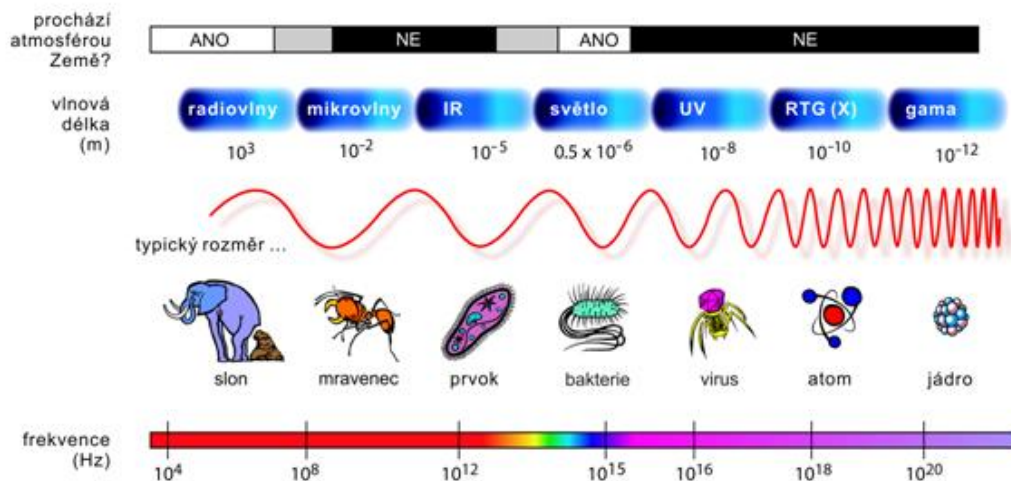
Částice (molekuly, ionty) pevných a kapalných látek, které jsou zahřáté na určitou teplotu, kmitají kolem rovnovážných poloh. Při tomto pohybu kolem nich vzniká proměnné elektrické a magnetické pole, jež se může šířit i vakuem. Do prostoru se šíří změny elektromagnetického pole, tzn. elektromagnetické vlnění.

Při běžných teplotách těles se jedná o vlnové délky (10^{-3} - 10^{-8}) m, které zahrnují záření tepelné, infračervené, ultrafialové a částečně též rentgenové.

Čím je teplota látky větší (vyšší frekvence kmitů), tím kratší je vlnová délka záření $\left(\lambda = \frac{c}{f}\right)$.

Vysílané záření se stává viditelným, překročí-li teplota tělesa přibližně hodnotu 525°C .

ELEKTROMAGNETICKÉ SPEKTRUM



Každé těleso, které záření vysílá, záření rovněž pohlcuje. Můžeme zavést **koeficient pohltivosti** (absorpce) α těles.

Dopadá-li na jednotku plochy povrchu tělesa za jednotku času zářivá energie E , a jestliže se z této energie pohltí v tělese množství E_0 , pak

$$\alpha = \frac{E_0}{E}. \quad (\text{bez jednotky})$$

Jestliže budeme uvažovat jen vlnění určité vlnové délky, dostaneme monochromatickou pohltivost

$$\alpha_{\lambda} = \frac{E_{\lambda 0}}{E_{\lambda}}. \quad (\text{bez jednotky})$$

Zářivá energie, kterou vysílá (emituje) povrch tělesa za jednotku času je **intenzita vyzařování**

$$M_e = \frac{dE_e}{dt dS}. \quad (\text{jednotka} - \text{W.m}^{-2})$$

1.1. Zákony tepelného záření absolutně černého tělesa

• Kirchhoffův zákon

Kirchhoff v roce 1860 na základě termodynamických úvah vyslovil zákon:

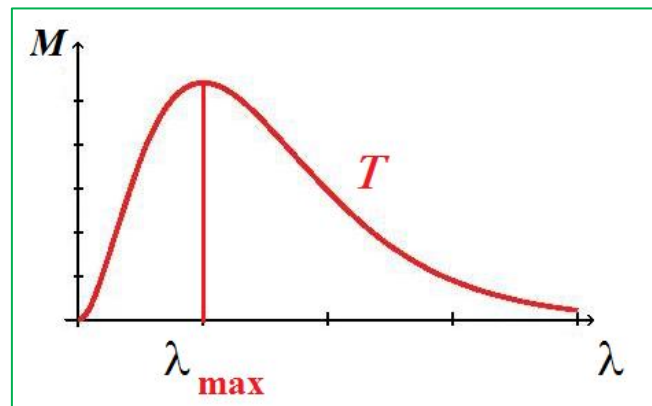
**Intenzita vyzařování M_e je závisí na teplotě T a vlnové délce λ .
Konstantou úměrnosti je pohltivost α .**

$$M_e = \alpha \cdot f(\lambda, T).$$

Zároveň pro monochromatické vyzařování platí $M_{e\lambda} = \alpha_\lambda \cdot f(\lambda, T)$,

kde M_λ **je spektrální hustota intenzity monochromatického vyzařování.**

Těleso září na všech vlnových délkách. Při určité vlnové délce je intenzita vyzařování maximální.



Těleso, které pohlcuje (vyzařuje) všechnu dopadající zářivou energii, nazýváme **absolutně černým tělesem** ($\alpha = 1$). Všechna ostatní tělesa, pro která platí ($\alpha < 1$) jsou **tělesa šedá**.

Těleso, které vysílá záření určitých vlnových délek, rovněž tyto vlnové délky absorbuje. Těchto těles se používá ke konstrukci světelných filtrů – propouštějí z bílého (polychromatického) světla jen úzkou část spektra, nebo v absorpční spektroskopii.

• Stefan-Boltzmannův zákon

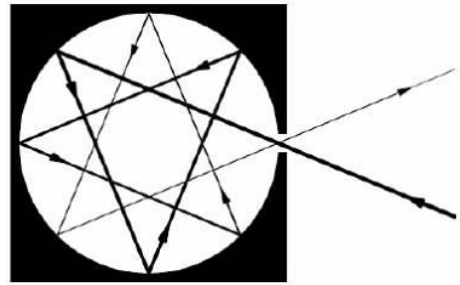
Určení funkcí $F(T)$, $f(\lambda, T)$ naráželo na velké obtíže. Přímým měřením intenzity vyzařování absolutně černého tělesa v závislosti na teplotě T zjistil Stefan v roce 1879, že

Celková intenzita vyzařování vzrůstá se čtvrtou mocninou teploty tělesa.

$$M_e = \sigma T^4,$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta

Boltzmann odvodil tento vztah čistě termodynamicky na základě představy, že záření uvnitř dutiny se vyznačuje nejen hustotou energie, ale působí také určitým tlakem na stěny dutiny a chová se tedy jako „energetický plyn“ s nesmírně malou hustotou.



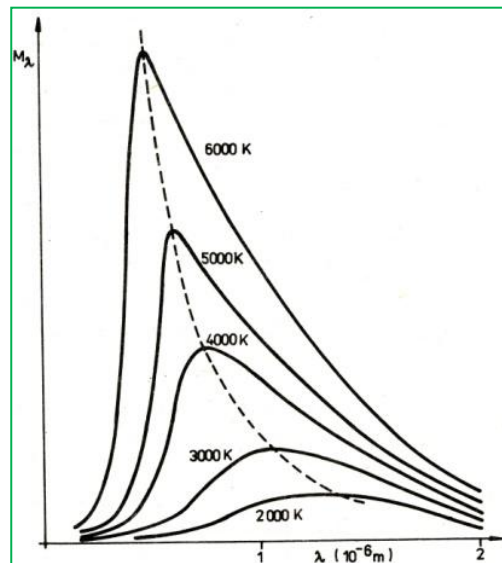
- **Wienův posunovací zákon**

V roce 1896 se Wienovi podařilo opět pouze na základě termodynamických úvah odvodit výraz pro monochromatické vyzařování absolutně černého tělesa je úměrné

$$M_{\lambda} \sim \frac{1}{\lambda^5}$$

Závislost na teplotě ($\varphi(T)$) zůstala neznámá. Ze vztahu v argumentu funkce je možné určit vlnovou délku λ_m , při které absolutně černé těleso vysílá při dané teplotě maximum energie (tzn. , při níž má M_{λ} maximum).

S rostoucí teplotou se maximum intenzity vyzařování posunuje ke kratším vlnovým délkám.



$$\lambda_m T = b$$

kde $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ m.K je Wienova konstanta.

Optická pyrometrie

Určuje teplotu tělesa bezdotykově na základě porovnání barvy záření vysílaného tělesem a barvy žhaveného pásku uvnitř pyrometru.

Používá se pyrometr - z řeckých slov *pyr* (oheň) a *metrein* (měřit).

Měří se jimi převážně teploty v rozsahu -50 °C až $+3500$ °C.

Použití – monitorování teploty lidského těla, měření teplot v průmyslových provozech při tavně kovů a výrobě polovodičů, měření teploty povrchu Slunce,.....



• Planckův vyzařovací zákon

I když předchozí zákony se měřením plně potvrzují a vedly k důležitým poznatkům, neřešily problém monochromatického vyzařování, tzn. tvar funkce $f(\lambda, T)$.

Vztah pro funkci spektrální hustoty vyzařování se podařilo Planckovi sestavit ve tvaru

$$M_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)}$$

kde

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s je Planckova konstanta,

$c = 2,9 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ je rychlost světla,

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J.K⁻¹ je Boltzmannova konstanta

Předpokládá, že existuje jisté nejmenší kvantum emitované a absorbované energie úměrné frekvenci - FOTON.

Naměřené a vypočtené hodnoty podle Planckova zákona se shodují.

2. Fotony

Základním kvantem energie elektromagnetického záření je foton, který je zařazen mezi elementární částice. Energie fotonu je

$$E = h\nu,$$

kde $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.



Hmotnost fotonu souvisí s energií známým Einsteinovým vztahem

$$E = mc^2$$

kde c je rychlost šíření elektromagnetického záření ve vakuu.

Pak z rovnosti $m c^2 = h \nu$ vyplývá pro hmotnost fotonu

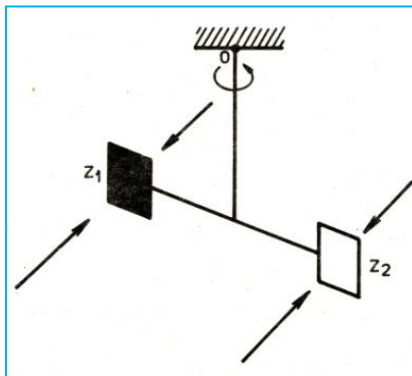
$$m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Čím vyšší je frekvence elektromagnetického záření, tím větší mají energetická kvanta (fotony) hmotnost.

Pro hybnost fotonu platí

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Kvantová teorie záření vysvětluje i **světelný tlak**.



Hypotézu vyslovil J. Kepler, Velikost vypočítal z elektromagnetické teorie J.C. Maxwell, první jej změřil P.N. Lebeděv v roce 1899 pomocí radiometru.

Jednoduchá soustava dvou Z_1 , Z_2 zrcadel je zavěšená na křemenném vlákne a umístěná ve vakuu. Je-li jedna strana začerněná a světlo dopadá na obě zrcadla, pak se pootočí o určitý úhel, protože z nezačerněné strany působí větší tlak záření.

K jevům, které potvrzují kvantovou povahu elektromagnetického záření, patří

- fotoelektrický jev,
- Comptonův jev,
- gravitační rudý posuv,
- zakřivení paprsku v gravitačním poli.

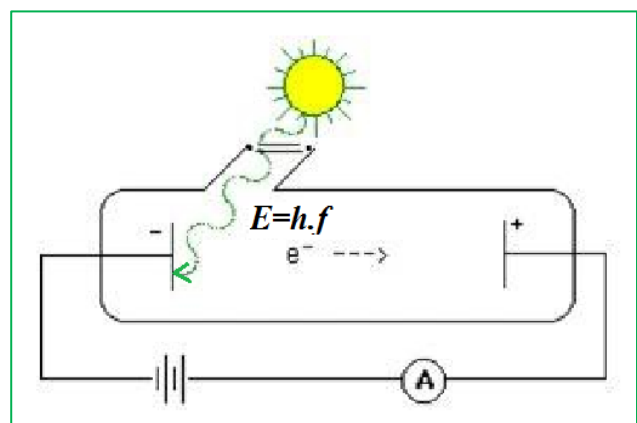
2.2. FOTOELEKTRICKÝ JEV

Prokázal existenci fotonu.

Na základě Planckovy hypotézy jej vysvětlil a experimentálně ověřil A Einstein v roce 1905 (Nobelova cena), i když poprvé byl pozorován v roce 1887 H. Hertzem.

Jev spočívá v tom, že se při ozáření kovové destičky vhodným elektromagnetickým zářením uvolňují z kovu elektrony.

Dopadající záření předá elektronům v kovu energii potřebnou k uvolnění elektronů z kovu. Tato energie je rovna výstupní práci W .



Kdyby mělo elektromagnetické záření pouze vlnový charakter, trvalo by 10^6 s, než by elektrony nastřádaly potřebnou energii. Žádné zpoždění ovšem nebylo pozorováno. Elektrony se uvolňují bezprostředně po ozáření. Což je vysvětleno faktem, že potřebná energie je předávána po kvantech.

Rovnice fotoelektrického jevu (oceněná Nobelovou cenou) vyjadřuje zákon zachování energie.

Energie dopadajícího fotonu $E = h\nu$ se spotřebuje:

- na uvolnění elektronu z kovu W (výstupní práci) a
- na jeho kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, se kterou se pohybuje k druhé elektrodě.

Rovnice **fotoelektrického jevu** má tvar

$$E = W + E_k$$

$$h\nu = W + \frac{1}{2}mv^2$$

POZN: Pro malé rychlosti elektronu můžeme jeho kinetickou energii řešit klasicky.

Mohou nastat tři případy pro energii dopadajícího fotonu:

- $h\nu < W$ pak elektrony nezískají energii potřebnou k uvolnění, fotoefekt nenastane
- $h\nu > W$ pak elektrony získají energii potřebnou k uvolnění, fotoefekt nastane, navíc se část energie fotonu použije na kinetickou energii elektronu
- $h\nu = W$ z tohoto vztahu je možné stanovit mezní hodnotu frekvence záření ν_0 , pro kterou fotoefekt už nastane. Této mezní frekvenci odpovídá i mezní vlnová délka $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$.

Při přepólování zdroje dojde k brzdění elektronů mezi elektrodami vlivem odpudivých elektrických sil $F = Ee$. Elektron, který měl původně rychlost a kinetickou energii se při určitém napětí U zastaví.

Z teorie elektrického pole plyne, že práce sil elektrického pole je $W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = eU$

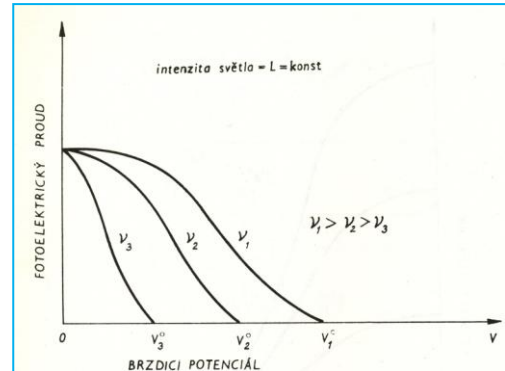
Jestliže U je napětí (brzdné), při kterém kinetická energie elektronu klesne na nulu, pak rovnici fotoelektrického jevu můžeme přepsat do tvaru

$$h\nu = W + eU$$

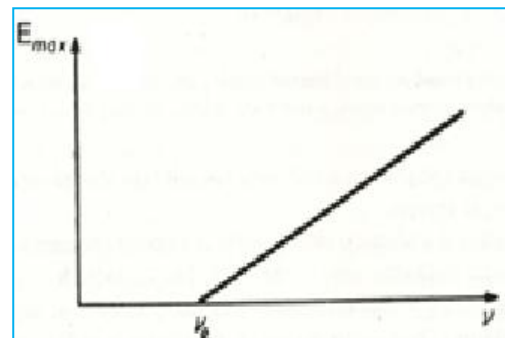
POZN: Souvislost změny kinetické energie elektronu a práce sil elektrického pole vyjadřuje jednotkový vztah $1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{J}$. Jeden elektronvolt je energie, kterou získá elektron při urychlovacím napětí jednoho voltu.

Z experimentu plynou tři závěry:

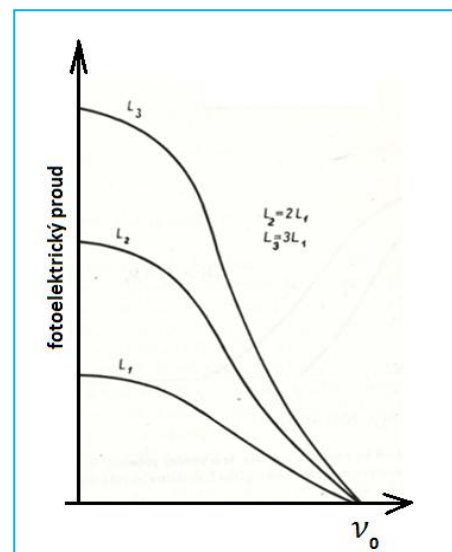
1. Se zvyšující se frekvencí dopadajících fotonů je nutná větší hodnota brzdícího napětí emitovaných elektronů.



2. Energie emitovaných elektronů závisí na frekvenci dopadajícího záření. Uvolňování elektronů je způsobeno zářením, jehož frekvence je větší než frekvence mezní.



1. Energie emitovaných elektronů nezávisí na intenzitě dopadajícího záření (zabrzdí je stejné brzdící napětí). Se zvyšující se intenzitou se zvyšuje jen počet emitovaných elektronů.



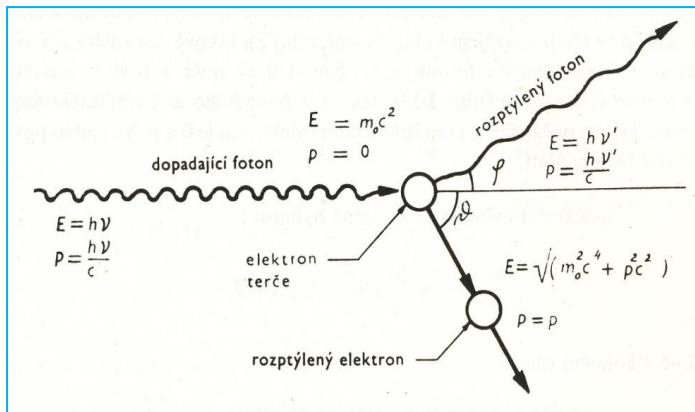
2.2. COMPTONŮV JEV

Při experimentech v roce 1922 bylo zjištěno, že fotony prošlé látkou mají nižší frekvenci než fotony, které na látku dopadají. Tento jev vysvětlil Compton pomocí rozptylu fotonů na elektronech.

Na elektron v klidu o klidové hmotnosti m_0 a klidové energii $m_0 c^2$ dopadne foton o energii $h\nu_0$.

Při střetu se elektron a foton chovají jako kulečnickové koule.

Foton část své energie předá elektronu, který tím získá energii. Jeho hmotnost se podle teorie relativity zvětší na hodnotu m a celková energie bude $E = mc^2$.



Energie fotonu se tak zmenší na $h\nu'$, kde $\nu' = \nu_0 / (1 + \frac{h}{m_0 c \lambda_0} (1 - \cos \alpha))$. Samotný foton se bude pohybovat odkloněný od původního směru o úhel α .

Platí zákon zachování energie (řešeno relativisticky)

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + m c^2.$$

Rovněž se změnila i hybnost elektronu z nuly na $m\vec{v}$. Hybnost fotonu se změnila z

$$p = \frac{h\nu}{c} \text{ na } p' = \frac{h\nu'}{c}.$$

zachování hybnosti

$$\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}.$$

Po úpravě těchto dvou rovnic dostaneme vztah pro vlnovou délku rozptýleného fotonu ve tvaru

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi).$$

Absolutní změna vlnové délky $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ závisí jen na úhlu rozptylu φ . Největší rozptyl (změna) nastane při středovém rázu, kdy $\varphi = 180^\circ$

POZN: Při malých změnách hmotnosti klidové částice můžeme problém řešit klasicky.

2.3. GRAVITAČNÍ RUDÝ POSUV

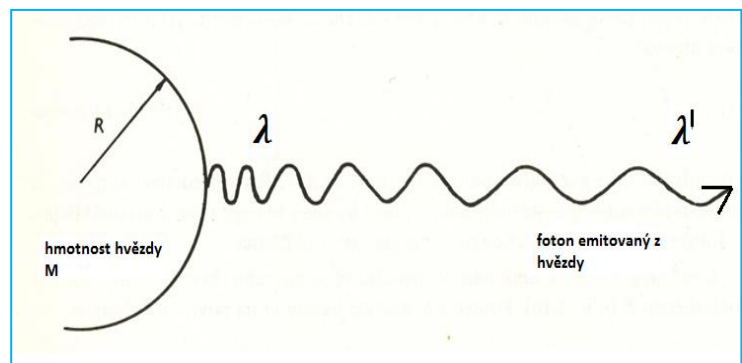
Přestože foton nemá žádnou klidovou hmotu, chová se, jako by měl hmotu pohybovou $m = \frac{h\nu}{c^2}$.

V souvislosti s tímto faktem vyvstala otázka, jestli má foton hmotu gravitační.

Bylo vypočteno a experimentálně prokázáno, že foton emitovaný z hvězdy má při dopadu na Zemi **větší vlnovou délku a nižší frekvenci**.

Úbytek energie závisí na tom, kolik energie ztratil při úniku z gravitačního pole hvězdy.

Foton se tak energeticky posune z krátkovlnné oblasti spektra do oblasti dlouhovlnné (k červené barvě).



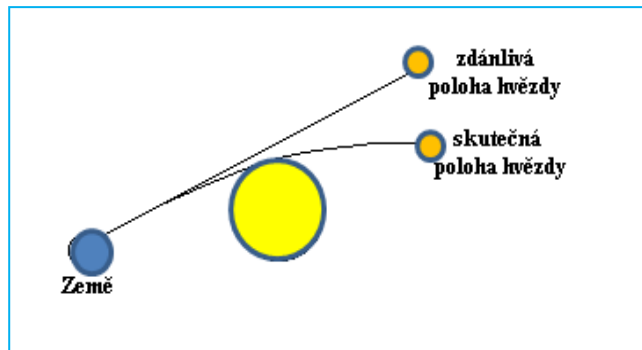
Gravitační rudý posuv pozorujeme u velmi hmotných hvězd – tzv. *bílých trpaslíků*. Jejich hustoty se pohybují kolem hodnot $3 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Byl zjištěn i experimentálně u paprsků γ .

2.4. ZAKŘIVENÍ PAPRSKU V GRAVITAČNÍM POLI

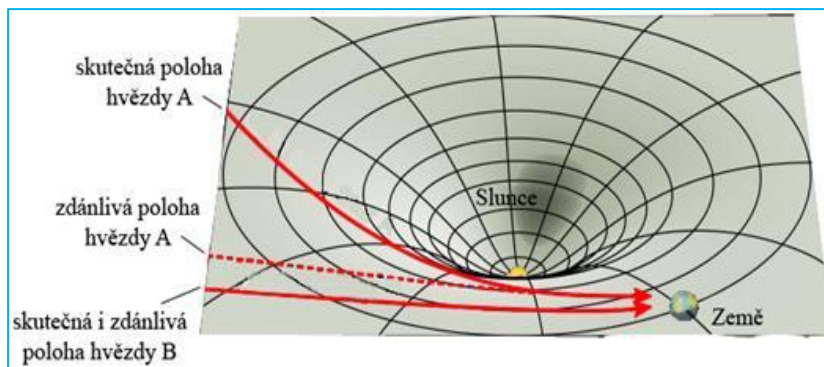
Vzhledem k úvaze, že foton má pohybovou hmotnost $m = \frac{h\nu}{c^2}$, byla vyslovena hypotéza o silovém působení gravitačního pole na foton pohybující se prostorem.

V okolí velmi hmotných objektů by mělo dojít ke změně trajektorie fotonů.

Gravitační silové působení $F_g = \kappa \frac{M m}{r^2}$



mezi hvězdou o hmotnosti M a fotonem hmotnosti m , jež je ve vzdálenosti r , ovlivní jeho dráhu. Opticky se tak pozorovaná hvězda jeví v jiném místě, než ve skutečnosti je.



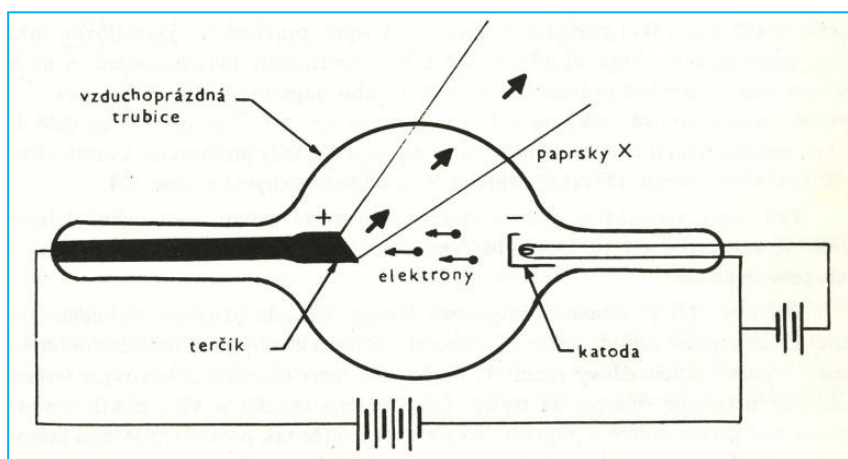
Astronomové mohou sledovat jev gravitační čočky.

2.5. PAPRSKY X – rentgenové záření

Byly pozorovány už v roce 1895.

Teprve po vysvětlení fotoelektrického jevu byla objasněna Wilhelmem Roentgenem povaha paprsků X.

Jedná se v podstatě o obrácený fotoelektrický jev.



Z katody žhavené pomocným obvodem jsou vlivem termoemise emitovány elektrony.

Elektrony jsou v prostoru mezi elektrodami urychlovány elektrickým polem.

Získají kinetickou energii. Při dopadu na anodu dojde k náhlému zabrzdění elektronů. Jejich energie, která se podle zákona zachování energie nemůže ztratit, se vyzáří v podobě elektromagnetického záření – fotonů o energii $E = h\nu$.

Pak můžeme psát

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = eU = h\nu$$

Někdy bývá toto záření označováno termínem *brzdné záření*.

Frekvence vyzářených fotonů bude závislá na velikosti urychlovacího napětí. Při dostatečně vysokém urychlovacím napětí je nutné přihlížet k relativistické změně hmotnosti elektronů a kinetickou energii v zápisu řešit relativisticky.

Rozsah vlnových délek RTG záření je přibližně v intervalu $\lambda \in (10^{-10} \text{ m}, 10^{-14} \text{ m})$, což odpovídá frekvencím $\nu \in (10^{18} \text{ Hz}, 10^{22} \text{ Hz})$

Můžeme rozlišit:

1. tvrdé (vysoce pronikavé) RTG záření – vysoká energie, vysoká frekvence, krátká vlnová délka
2. měkké (méně pronikavé) RTG záření – nižší energie, nižší frekvence, krátká vlnová délka

PŘÍKLADY

1. Jakou maximální vlnovou délku musí mít světlo, aby došlo k fotoemisi na hliníku, jehož výstupní práce je 4,2 eV? Jakou rychlost budou mít fotoelektrony, použijeme-li k osvětlení záření vlnové délky 250 nm, a jaké je potřebné brzdné napětí?
2. Mezní vlnová délka pro daný kov je 275 nm. Vypočítejte maximální velikost rychlosti fotoelektronů po emisi, je-li kov ozářen vlnovou délkou 180 nm, a potřebné brzdné napětí.
3. Kovové vlákno o průměru 0,2 mm a délky 10 cm je rozžhveno elektrickým proudem na teplotu 3000 K. Jak velkou energii vlákno vyzáří za 1 minutu za předpokladu, že září jako absolutně černé těleso?
[17,4 kJ]
4. Jaký proud musí procházet vláknem žárovky o průměru 0,1 mm, aby se jeho teplota udržovala na 2500 K? Předpokládejte, že vlákno vyzářuje energii jako absolutně černé těleso. Měrný elektrický odpor vlákna je $2,5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$.
[1,48 A]
5. Kovové vlákno o průměru 0,2 mm se rozžhává elektrickým proudem na teplotu 3000 K. Za jaký čas po vypnutí proudu klesne teplota vlákna na 800 K? Vlákno září jako absolutně černé těleso, tepelné ztráty zanedbáváme. Materiál vlákna má hustotu $19\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a měrnou tepelnou kapacitu $1550 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
[16,6 s]

6. Na 1 m^2 zemského povrchu dopadá za 1 s energie 1350 J. Určete teplotu Slunce za předpokladu, že září jako černé těleso. Poloměr Slunce je $6,95 \cdot 10^8 \text{ m}$ a vzdálenost Země od Slunce je $149,5 \cdot 10^9 \text{ m}$.
[5 765 K]
7. Na kovovou desku dopadá monofrekvenční světlo o vlnové délce $0,413 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Kinetická energie emitovaných elektronů je $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Určete výstupní práci kovu a mezní vlnovou délku.
[$3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $0,62 \cdot 10^{-6} \text{ m}$]
8. Výstupní práce hliníku je 4,2 eV. Jakou minimální frekvenci musí mít dopadající elektromagnetické záření, aby došlo k fotoemisi elektronu? Jakou maximální rychlost budou mít elektrony po emisi, použijeme-li k osvětlení hliníku záření vlnové délky 200 nm?
[$1,01 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$; $8,42 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$]
9. Mezi anodou a katodou fotočláňku je napětí + 0,6 V. S jakou maximální rychlostí dopadají elektrony na anodu, jestliže katodu ozáříme elektromagnetickým zářením vlnové délky 230 nm? Výstupní práce katody je 4,5 eV.
[$7,27 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$]