

Varianta A, zimní semestr 2012/2013

FUNKCE KOMPLEXNÍ PROMĚNNÉ A INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

čas: 90 minut. **Hodnocení:** každý příklad bude oceněn nejvýše 10body.

1. Určete periodu, úhlovou rychlost a první čtyři členy jednostranného amplitudového spektra a první tři členy jednostranného fázového spektra Fourierovy řady:

$$-\sqrt{2}-\cos(4\pi t)+\sin(4\pi t)-\sqrt{5}\cos(8\pi t)-4\sqrt{3}\cos(12\pi t)+4\sin(12\pi t)\pm\dots$$

Uved'te vzorce pro jejich výpočet.

2. Definujte pojmy *absolutní hodnota*, *argument* a *hlavní argument* komplexního čísla. Určete $\operatorname{Re} z$ a $\operatorname{Im} z$, je-li:

$$z = \operatorname{Ln}(\cos(i)).$$

3. Nalezněte $v(x, y)$ tak, aby $f(x+iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ byla holomorfní funkce na \mathbb{C} a $f(1) = -2 + i$:

$$u(x, y) = x^4 + y^4 - 6x^2y^2 - 3.$$

4. Napište definici *lineární lomené funkce* a *konformního zobrazení*. Znázorněte množiny Ω a $f(\Omega) = \{f(z) : z \in \Omega\}$, je-li $\Omega = U(-1, 1)$ a

$$f(z) = \frac{3i}{z}.$$

5. Vypočtete

$$\int_{\gamma} \frac{\cos(z)}{(z-1)(z-i)^2} dz,$$

kde $\gamma(t) = 2e^{it}$ a $t \in [0, 2\pi]$.

6. Vypočtete pomocí Laplaceovy transformace:

$$y'' + 3y' - 4y = e^{-2t}, \quad y(0+) = y'(0+) = 0.$$

Varianta A, zimní semestr 2012/2013

FUNKCE KOMPLEXNÍ PROMĚNNÉ A INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

čas: 90 minut. **Hodnocení:** každý příklad bude oceněn nejvýše 10body.

1. Určete periodu, úhlovou rychlost a první čtyři členy jednostranného amplitudového spektra a první tři členy jednostranného fázového spektra Fourierovy řady:

$$-\sqrt{2}-\cos(4\pi t)+\sin(4\pi t)-\sqrt{5}\cos(8\pi t)-4\sqrt{3}\cos(12\pi t)+4\sin(12\pi t)\pm\dots$$

Uved'te vzorce pro jejich výpočet.

2. Definujte pojmy *absolutní hodnota*, *argument* a *hlavní argument* komplexního čísla. Určete $\operatorname{Re} z$ a $\operatorname{Im} z$, je-li:

$$z = \operatorname{Ln}(\cos(i)).$$

3. Nalezněte $v(x, y)$ tak, aby $f(x+iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ byla holomorfní funkce na \mathbb{C} a $f(1) = -2 + i$:

$$u(x, y) = x^4 + y^4 - 6x^2y^2 - 3.$$

4. Napište definici *lineární lomené funkce* a *konformního zobrazení*. Znázorněte množiny Ω a $f(\Omega) = \{f(z) : z \in \Omega\}$, je-li $\Omega = U(-1, 1)$ a

$$f(z) = \frac{3i}{z}.$$

5. Vypočtete

$$\int_{\gamma} \frac{\cos(z)}{(z-1)(z-i)^2} dz,$$

kde $\gamma(t) = 2e^{it}$ a $t \in [0, 2\pi]$.

6. Vypočtete pomocí Laplaceovy transformace:

$$y'' + 3y' - 4y = e^{-2t}, \quad y(0+) = y'(0+) = 0.$$