Universidade Federal de Alagoas

Instituto de Matemática

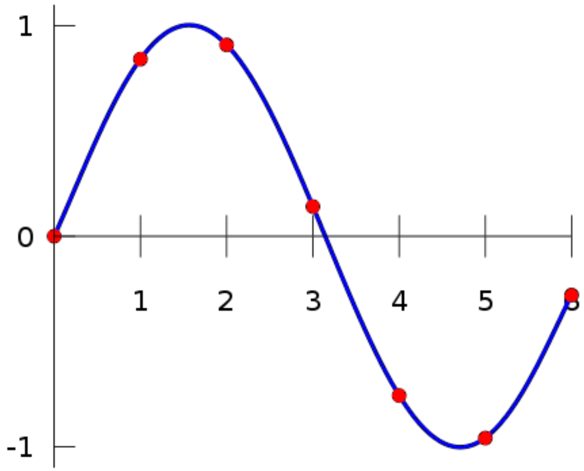
Interpolação

Prof. Thales Vieira

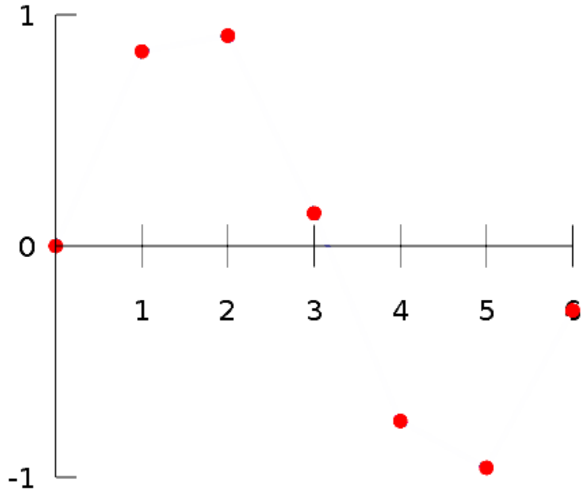
2014

Interpolação

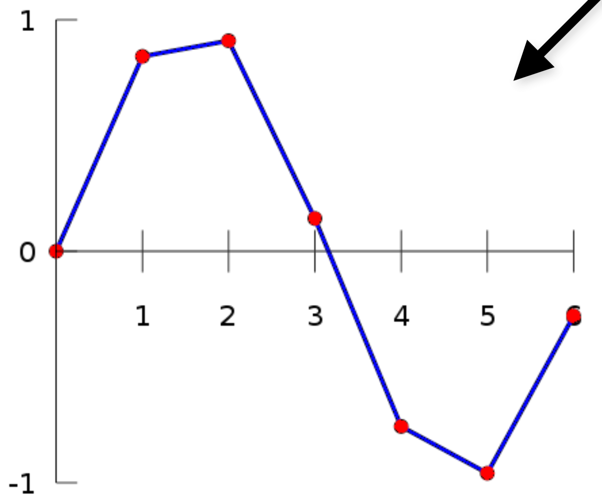
Denomina-se interpolação o método que permite construir um novo conjunto de dados a partir de um conjunto discreto de dados pontuais previamente conhecidos.

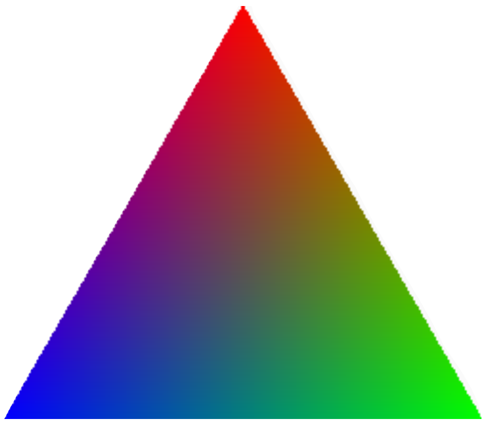


amostragem pontual



interpolação linear





Interpolação de cores no triângulo

Interpolação Linear

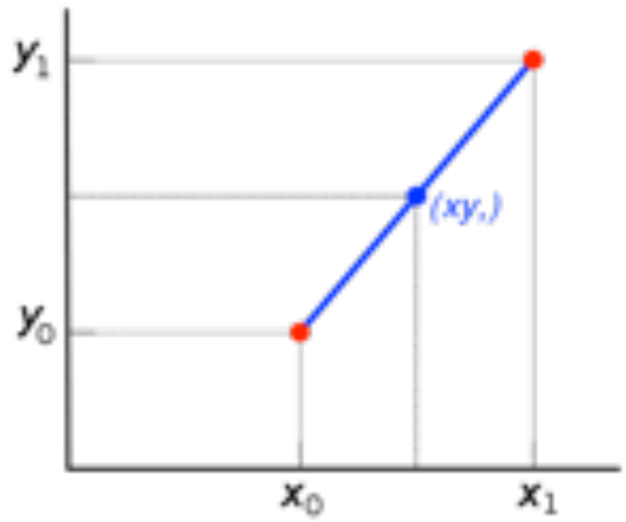
Método de interpolação que se utiliza de uma função linear p(x) (um polinômio de primeiro grau) para representar, por aproximação, uma suposta função f(x) que originalmente representaria as imagens de um intervalo descontínuo (ou degenerado) contido no domínio de f(x).

A interpolação linear entre dois pontos (x_a, y_a) e (x_b, y_b) pode ser deduzida usando-se proporcionalidade:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

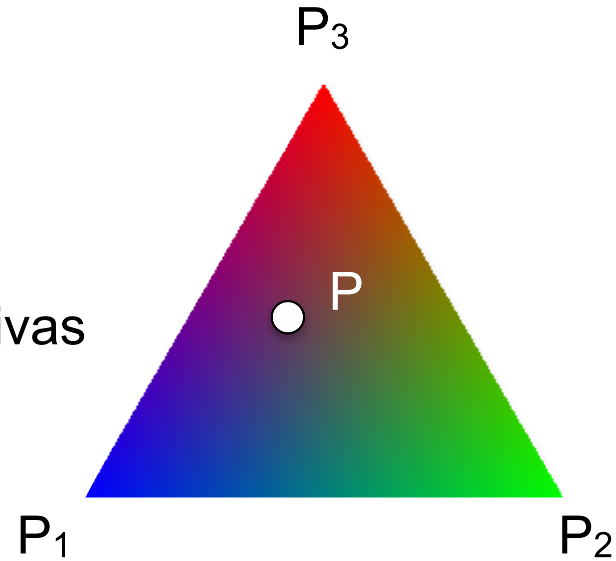
Daí:

$$y = y_0 + (y_1 - y_0)\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \text{ em um ponto } (x, y).$$



Coordenadas baricêntricas no triângulo

As coordenadas baricêntricas definem uma forma de representação de um ponto P no plano em função dos vértices P_1, P_2 e P_3 do triângulo, de modo que a soma das coordenadas baricêntricas deste ponto seja igual a um, ou seja:



$$P = u \cdot P_1 + v \cdot P_2 + w \cdot P_3,$$
$$u + v + w = 1,$$

onde u,v,w são as coordenadas baricêntricas de P relativas ao triângulo $P_1P_2P_3$.

Interpretação por área de triângulos

$$u = \frac{\text{area}(PP_2P_3)}{\text{area}(P_1P_2P_3)}$$

$$v = \frac{\text{area}(P_1PP_3)}{\text{area}(P_1P_2P_3)}$$

$$w = \frac{\text{area}(P_1P_2P)}{\text{area}(P_1P_2P_3)}$$

onde

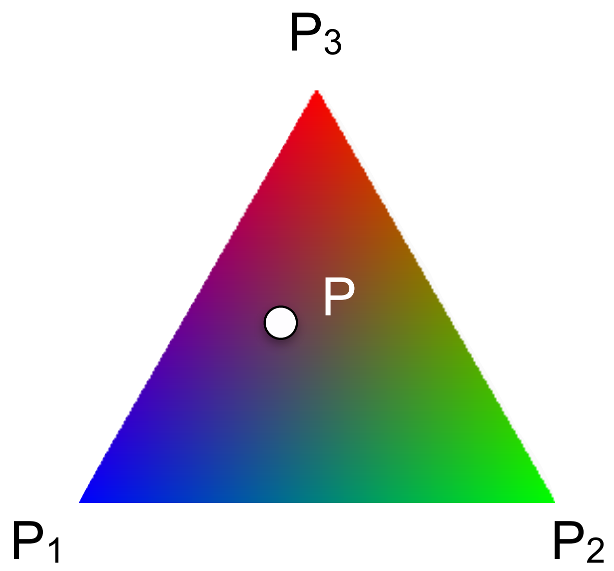
$$\text{area}(P_1P_2P_3) = \frac{1}{2}\|P1\vec{P}2 \times P1\vec{P}3\|$$

Coordenadas baricêntricas no triângulo

Seja $P = u \cdot P_1 + v \cdot P_2 + w \cdot P_3.$

Sejam conhecidos $f(P_1), f(P_2), f(P_3).$

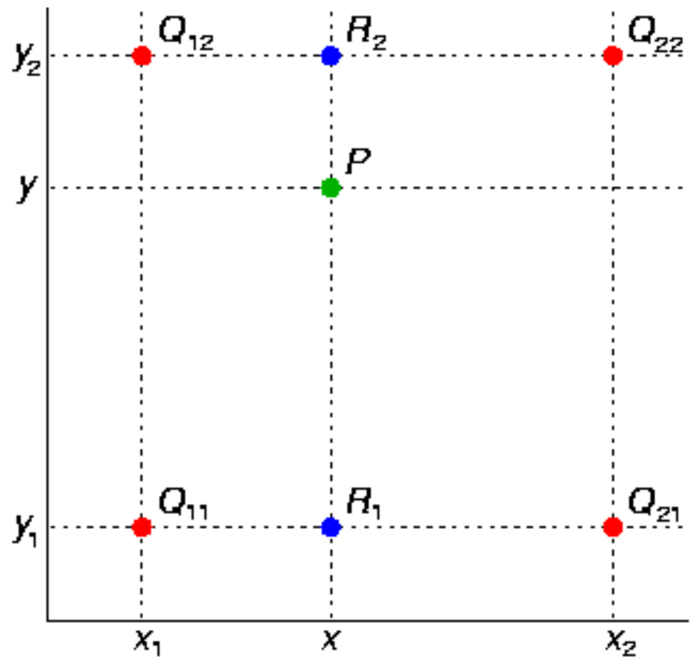
Temos: $f(P) = u \cdot f(P_1) + v \cdot f(P_2) + w \cdot f(P_3).$



Interpolação Bilinear

Extensão da interpolação linear para interpolar funções de duas variáveis em uma grade regular. A idéia-chave é a realização da interpolação linear, primeiro em uma direção, e depois novamente na outra direção.

Suponha que queremos encontrar o valor da função desconhecida f no ponto P = (x, y). Supõe-se que sabemos o valor de f em quatro pontos $Q_{11} = (x_1, y_1)$, $Q_{12} = (x_1, y_2)$, $Q_{21} = (x_2, y_1)$ e $Q_{22} = (x_2, y_2)$.



1 - Interpolação linear na direção x:

$$f(R_1) \approx \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{11}) + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{21})$$

$$f(R_2) \approx \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{12}) + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{22})$$

onde $R_1 = (x,y_1)$, e $R_2 = (x,y_2)$.

2 - Interpolação linear na direção y:

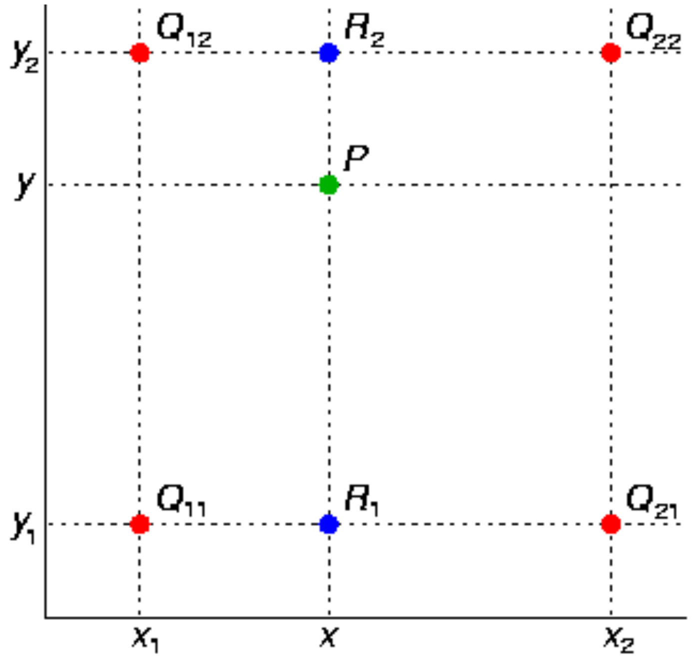
$$f(P) \approx \frac{(y2 - y)}{(y_2 - y_1)} f(R_1) + \frac{(y - y_1)}{(y_2 - y_1)} f(R_2).$$

Interpolação Bilinear

$$f(R_1) \approx \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{11}) + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{21})$$

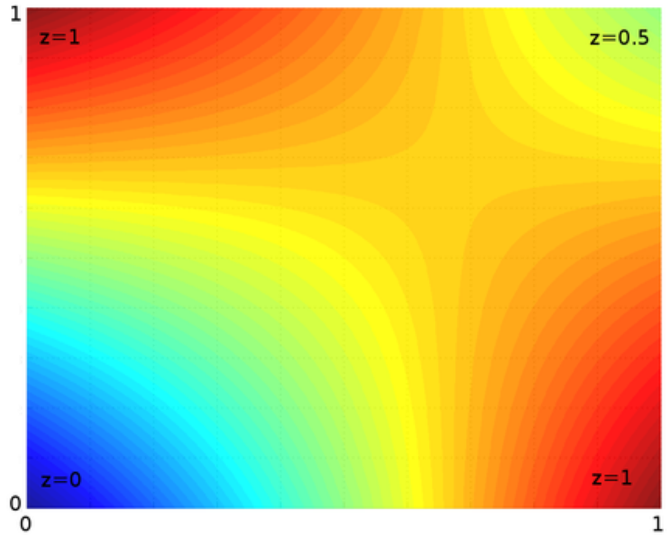
$$f(R_2) \approx \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{12}) + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} f(Q_{22})$$

$$f(P) \approx \frac{(y2 - y)}{(y_2 - y_1)} f(R_1) + \frac{(y - y_1)}{(y_2 - y_1)} f(R_2).$$



ou seja:

$$\begin{aligned} f(x,y) \approx\ & \frac{f(Q_{11})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}(x_2 - x)(y2 - y) \\ & + \frac{f(Q_{21})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}(x - x_1)(y2 - y) \\ & + \frac{f(Q_{12})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}(x_2 - x)(y - y_1) \\ & + \frac{f(Q_{22})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}(x - x_1)(y - y_1) \end{aligned}$$



Site

http://www.im.ufal.br/professor/thales/icg.html