Forces nucléaires effectives : l'onde D, extension du modèle de Skyrme

P. Becker

Institut de Physique Nucléaire de Lyon

19 Novembre 2014
Rencontres Jeunes Chercheurs Strasbourg

Contexte de l'onde D

Étude microscopique de la matière nucléaire

- Physique nucléaire de basse énergie
  $\rightarrow$ Structure nucléaire.
- Problème à N-corps
- Théorie de champ moyen
- Emploi de forces effectives phénoménologiques (interaction de Skyrme)
- Méthode de la fonctionnelle de la densité de l'énergie nucléaire.

Sommaire

Introduction

- Forces nucléaires effectives
- Pseudo-potentiel de Skyrme
  - portée nulle
  - termes en gradients (ordre 2) -> simuler portée finie
  - autres termes phénoménologiques (onde D, tenseur, 3 et 4 corps)
- Transformé par Vautherin et Brink -> utilisation pratique
- Collaboration UNEDF -> extension indispensable
- Une proposition: nouvelle onde D

Sommaire

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0 \, (1 + x_0 \, P_\sigma) \, \delta(\mathbf{r}) & (1) \\
+ \quad & \frac{1}{2} \, t_1 \, (1 + x_1 \, P_\sigma) \left[\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] & \\
+ \quad & t_2 \, (1 + x_2 \, P_\sigma) \, \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r})\mathbf{k} & (2) \\
+ \quad & \frac{1}{6} \, t_3 \, (1 + x_3 P_\sigma) \rho^\alpha (R) \delta(\mathbf{r}) & (3) \\
+ \quad & i \, W_0 \, \sigma \cdot \left[\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] & (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1 + x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1 + x_1\;P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] && \\
+ \quad & t_2\,(1 + x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1 + x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\;\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) & (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] & \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} & (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) & (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] & (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] && \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) & (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] & \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} & (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) & (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] & (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1 + x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1 + x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] &&\\
+ \quad & t_2\,(1 + x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1 + x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0 \, (1 + x_0 \, P_\sigma) \, \delta(\mathbf{r}) && (1) \\
+ \quad & \frac{1}{2} \, t_1 \, (1 + x_1 \, P_\sigma) \left[\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2 \right] && \\
+ \quad & t_2 \, (1 + x_2 \, P_\sigma) \, \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} && (2) \\
+ \quad & \frac{1}{6} \, t_3 \, (1 + x_3 P_\sigma) \rho^\alpha(R) \delta(\mathbf{r}) && (3) \\
+ \quad & i W_0 \, \sigma \cdot \left[\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} \right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] && \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel standard

Interaction standard de Skyrme: *(version Vautherin et Brink)*

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})_{Skyrme} = \quad & t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\,\delta(\mathbf{r}) && (1)\\
+ \quad & \frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r})+\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2\right] \\
+ \quad & t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} && (2)\\
+ \quad & \frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R)\delta(\mathbf{r}) && (3)\\
+ \quad & i\,W_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}\right] && (4)
\end{aligned}
$$

Propriétés:

- de portée nulle
- non-relativiste
- 10 paramètres

Pseudo-potentiel avec onde D

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)_{Sk} &= t_0\,(1 + x_0\,P_\sigma) + \frac{1}{2}\,t_1\,(1 + x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2 + \mathbf{k}^2\right] \\
&+ t_2\,(1 + x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} + \frac{1}{6}\,t_3\,(1 + x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R) \\
&+ iW_0\,\sigma \cdot \left[\mathbf{k}' \times \mathbf{k}\right] \\
&+ \frac{1}{4}\,t_1^{(4)}(1 + x_1^{(4)} P_\sigma)\left[(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2)^2 + 4(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k})^2\right] \\
&+ t_2^{(4)}(1 + x_2^{(4)} P_\sigma)(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k})(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) \qquad (5)
\end{aligned}
$$

- Apparaît naturellement
- Analogie avec termes standard
- Invariance de jauge
- 14 paramètres

Pseudo-potentiel avec onde D

$$\begin{aligned}
v(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)_{Sk} &= t_0\,(1+x_0\,P_\sigma)\ +\frac{1}{2}\,t_1\,(1+x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2+\mathbf{k}^2\right] \\
&+\ t_2\,(1+x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k}+\frac{1}{6}\,t_3\,(1+x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R) \\
&+\ iW_0\,\sigma\cdot\left[\mathbf{k}'\times\mathbf{k}\right] \\
&+\ \frac{1}{4}\,t_1^{(4)}(1+x_1^{(4)}P_\sigma)\left[(\mathbf{k}^2+\mathbf{k}'^2)^2+4(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k})^2\right] \\
&+\ t_2^{(4)}(1+x_2^{(4)}P_\sigma)(\mathbf{k}'\cdot\mathbf{k})(\mathbf{k}^2+\mathbf{k}'^2) \qquad (5)
\end{aligned}$$

- Apparaît naturellement
- Analogie avec termes standard
- Invariance de jauge
- 14 paramètres

Pseudo-potentiel avec onde D

$$
\begin{aligned}
v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)_{Sk} &= t_0\,(1 + x_0\,P_\sigma) + \frac{1}{2}\,t_1\,(1 + x_1\,P_\sigma)\left[\mathbf{k}'^2 + \mathbf{k}^2\right] \\
&+ t_2\,(1 + x_2\,P_\sigma)\,\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} + \frac{1}{6}\,t_3\,(1 + x_3 P_\sigma)\rho^\alpha(R) \\
&+ iW_0\,\sigma \cdot \left[\mathbf{k}' \times \mathbf{k}\right] \\
&+ \frac{1}{4}\,t_1^{(4)}(1 + x_1^{(4)} P_\sigma)\left[(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2)^2 + 4(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k})^2\right] \\
&+ t_2^{(4)}(1 + x_2^{(4)} P_\sigma)(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k})(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) \qquad (5)
\end{aligned}
$$

- Apparaît naturellement
- Analogie avec termes standard
- Invariance de jauge
- 14 paramètres

Où est l'onde D?

Un terme comme $(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k})^2$ de l'équation précédente fait apparaitre un $\cos^2 \omega_{kk'}$. On utilise:

$$P_l(\cos \omega_{12}) = \frac{4\pi}{2\ell + 1} \sum_m Y^*_{\ell m}(\Omega_1) Y_{\ell m}(\Omega_2) \qquad (6)$$

Contribution en moment orbital ℓ=2:

$$\begin{aligned} \cos^2 (\omega_{kk'}) &= \frac{2}{3} P_2(\cos\ \omega_{kk'}) + \frac{1}{3} \\ &= \frac{8\pi}{15} \sum_m Y^*_{2m}(\Omega_1) Y_{2m}(\Omega_2) + \frac{1}{3} \end{aligned} \qquad (7)$$

Sommaire

Equations d'états des canaux nucléaires:

$$E/A\,(S=0,T=0) = \frac{3}{160}(1-x_2)\,t_2\,\rho\,k_f^2 + \frac{9}{560}(1-x_2^{(4)})\,t_2^{(4)}\,\rho\,k_f^4$$

$$E/A\,(S=0,T=1) = 3\left[t_0(1-x_0)\frac{\rho}{16} + \frac{t_3}{96}(1-x_3)\rho^{\alpha+1} + \frac{3}{160}t_1(1-x_1)\rho\,k_f^2 + \frac{9}{560}\,t_1^{(4)}(1-x_1^{(4)})\,\rho\,k_f^4\right]$$

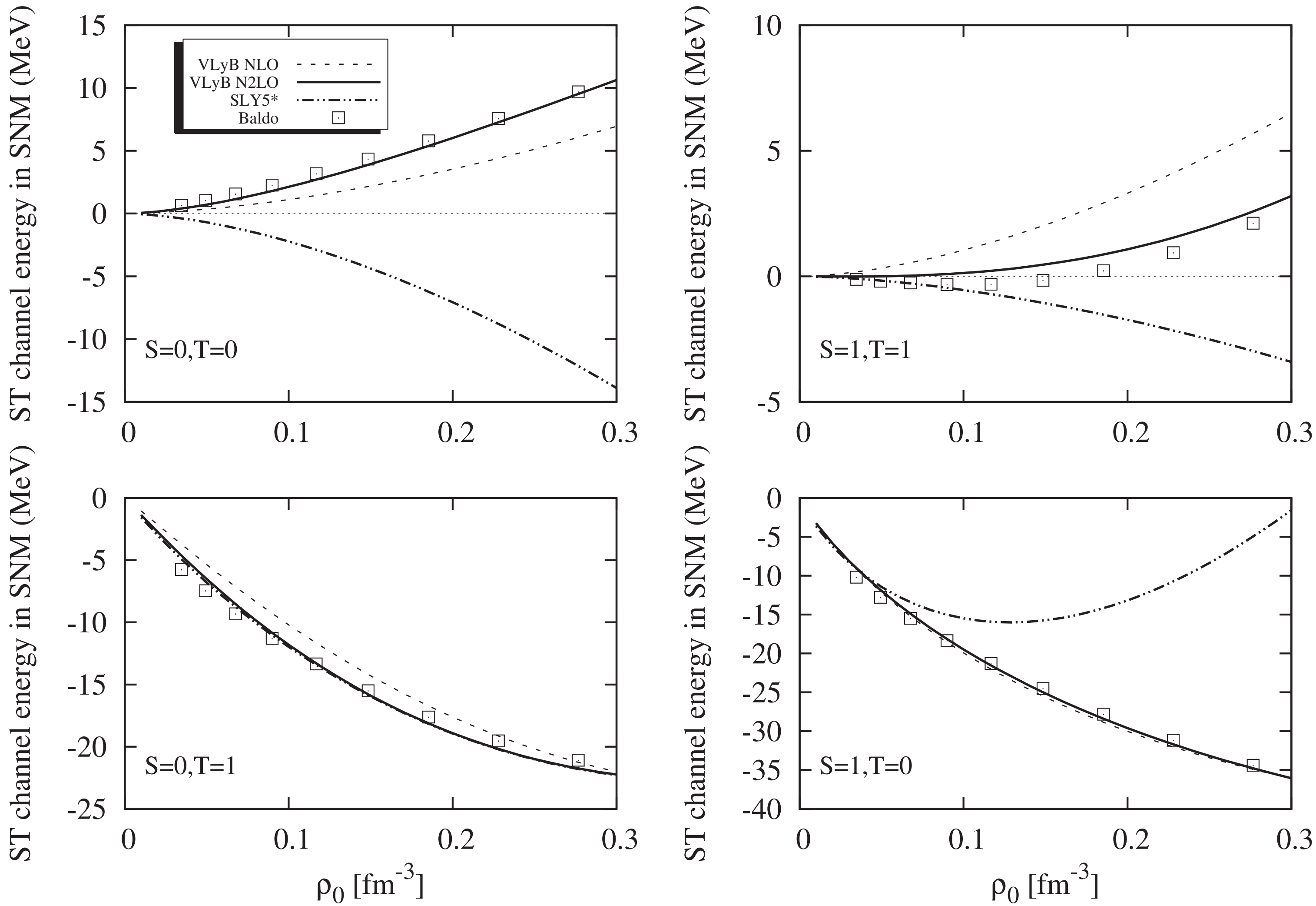
$$E/A\,(S=1,T=0) = 3\left[t_0(1+x_0)\frac{\rho}{16} + \frac{t_3}{96}(1+x_3)\rho^{\alpha+1} + \frac{3}{160}t_1(1+x_1)\rho\,k_f^2 + \frac{9}{560}\,t_1^{(4)}(1+x_1^{(4)})\,\rho\,k_f^4\right]$$

$$E/A\,(S=1,T=1) = 9\left[\frac{3}{160}(1+x_2)\,t_2\,\rho\,k_f^2 + \frac{9}{560}(1+x_2^{(4)})\,t_2^{(4)}\,\rho\,k_f^4\right]$$

On constate une symétrie entre les canaux:

- (S=0, T=0) et (S=1, T=1) composés d'ondes impaires.
- (S=0 , T=1) et (S=1 , T=0) composés d'ondes paires.

Ajustement des équations d'états des canaux



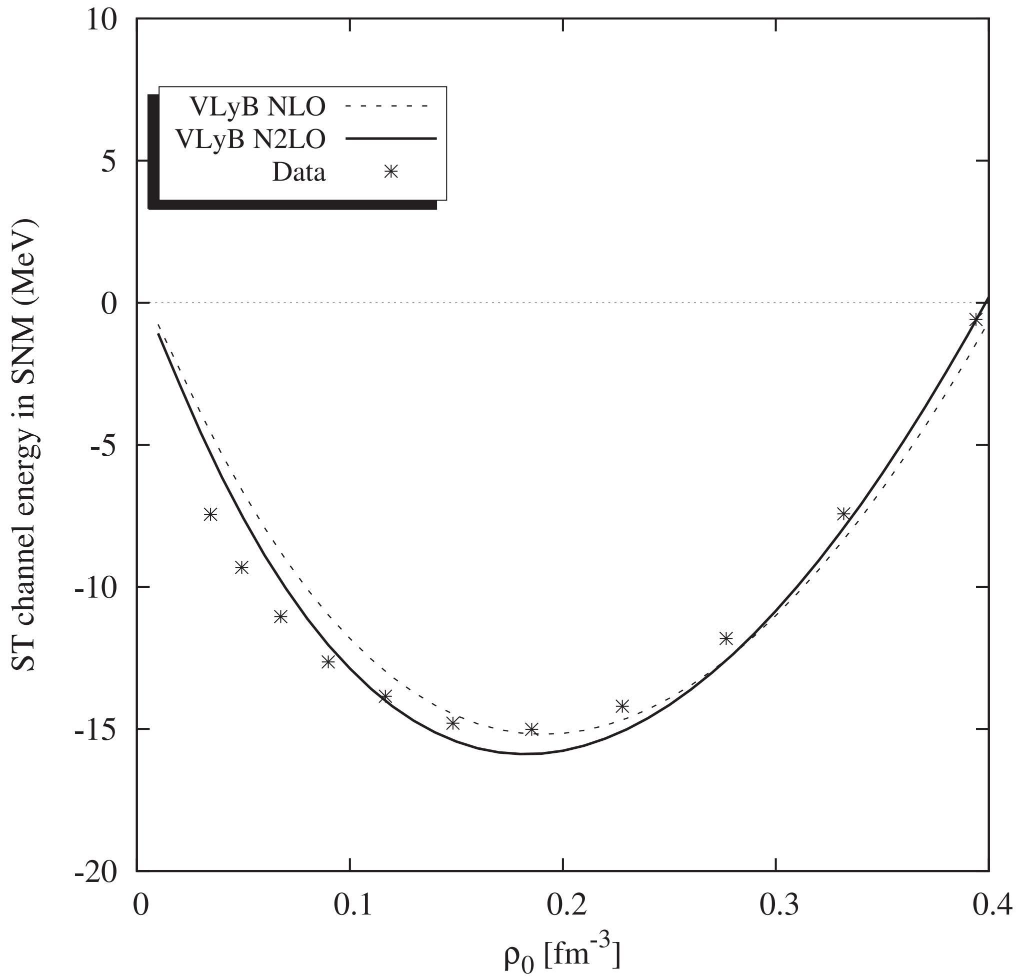
Ajustement de l'équation d'état globale

Equation d'état globale (N2LO) :

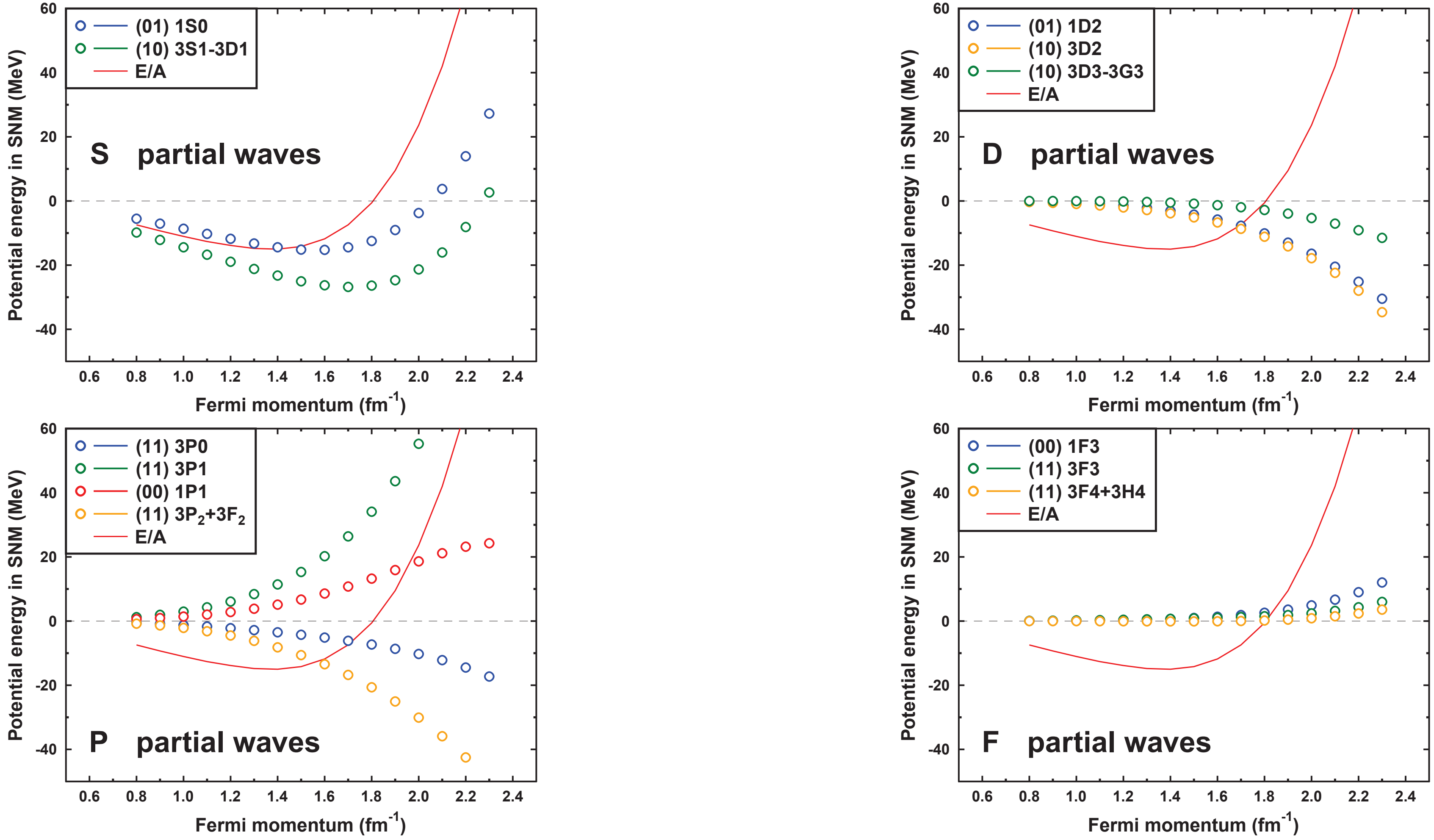
$$\frac{E}{A} = \frac{3}{5}\frac{\hbar^2}{2m}k_F^2 + \frac{3}{8}t_0\,\rho + \frac{1}{16}t_3\rho^{1+\alpha}$$
$$+ \frac{3}{80}\left[3t_1 + (5+4x_2)t_2\right]\,\rho k_F^2$$
$$+ \frac{9}{280}\left[3t_1^{(4)} + (5+4x_2^{(4)})t_2^{(4)}\right]\,\rho k_F^4$$

Conclusion :

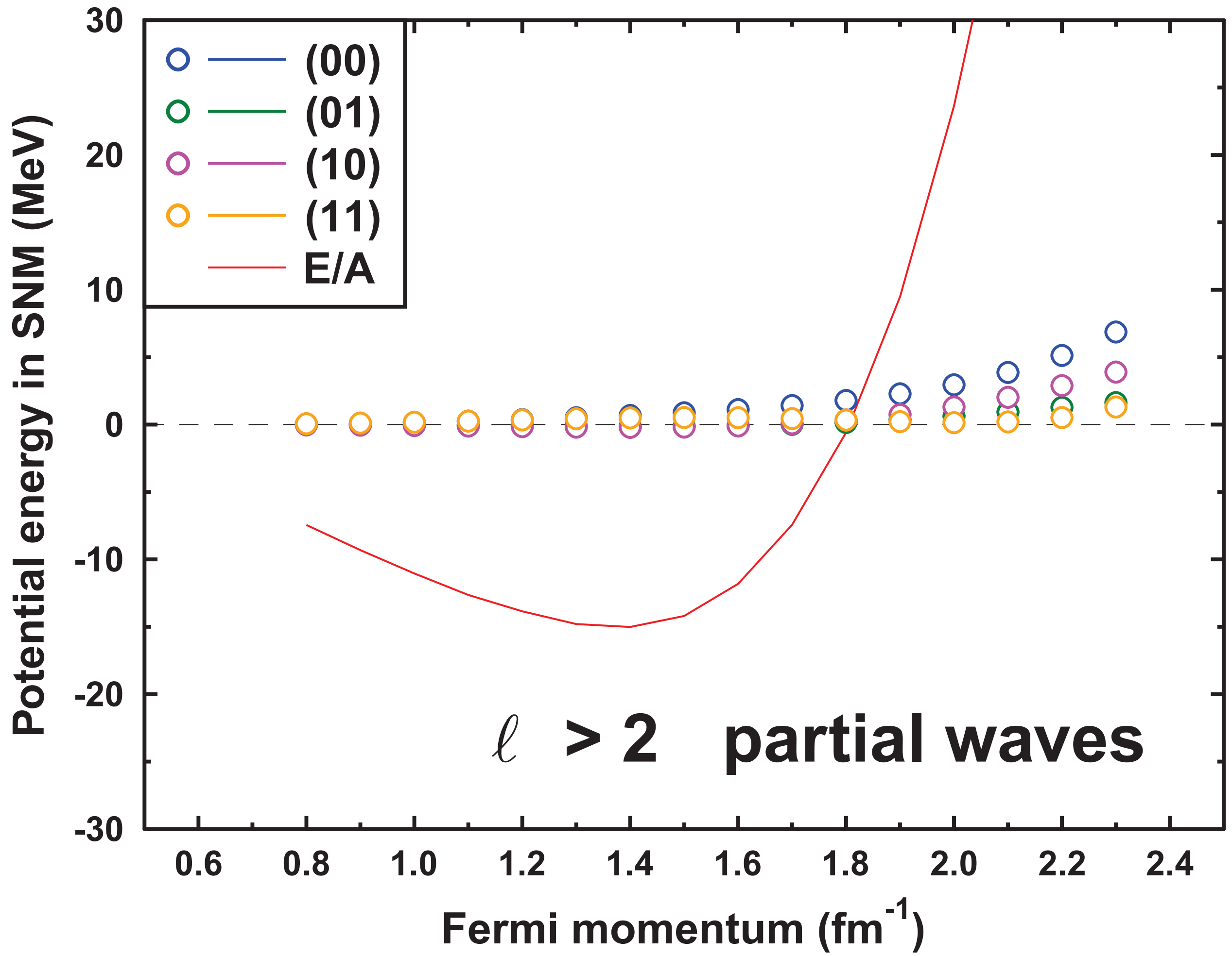
- Interaction standard NLO de Skyrme limitée
- Interaction avec onde D décrit toutes les équations d'états -> Nouvelle flexibilité
- Possibilité de décrire canaux nucléaire + contraintes expérimentales ?



Justification de l'onde D



Justification de l'onde D



Sommaire

Equation du champ moyen

But: Incorporer notre onde D dans des processus d'ajustement.

- Utilisation de la fonctionnelle dérivant de notre pseudo-potentiel.
- On cherche $\hat{h}_q(\mathbf{r})$

$$\hat{h}_q(\mathbf{r})\,\psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i\,\psi_i(\mathbf{r})\,. \tag{8}$$

- Hypothèse de symétrie sphérique (noyaux magiques)

$$\psi_{n\ell jmq}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} R_{n\ell jq}(r)\,\Omega_{\ell jm}(\hat{r}) \quad , \tag{9}$$

Equation du champ moyen

On obtient finalement:

$$A_4 R^{(4)}_{n\ell j} + A_3 R^{(3)}_{n\ell j} + A_2 R^{(2)}_{n\ell j} + A_1 R^{(1)}_{n\ell j} + A_0 R_{n\ell j} = \epsilon_{n\ell j} R_{n\ell j} \,. \quad (10)$$

Equation différentielle du quatrième ordre.
Coefficients A_i dépendant des densités $\rho_q(\mathbf{r})$ et $\tau_q(\mathbf{r})$.

Par exemple,

$$\begin{aligned} A_1 = & -C^{\tau}_{-}\rho^{(1)}_0 - 2C^{\tau}_1\rho^{(1)}_0 \\ & + \tfrac{1}{4}C^{(4)M\rho}_{-}\left[3\tau^{(1)}_{0_R} + \tau^{(1)}_{0_C} - \rho^{(3)}_0\right] + \tfrac{1}{2}C^{(4)M\rho}_1\left[3\tau^{(1)}_{q_R} + \tau^{(1)}_{q_C} - \rho^{(3)}_q\right] \\ & + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\left[\tfrac{1}{4}C^{(4)M\rho}_{-}\left(\rho^{(1)}_0 - 2\frac{\rho_0}{r}\right) + \tfrac{1}{2}C^{(4)M\rho}_1\left(\rho^{(1)}_q - 2\frac{\rho_q}{r}\right)\right] \end{aligned} \quad (11)$$

La résoudre $\rightarrow$ calculs dans les noyaux et ajustements

Masse effective

On obtient la masse effective par la formule:

$$\frac{1}{m^*(k)} = \frac{1}{k}\frac{dU(k)}{dk}\,, \tag{12}$$

U étant le potentiel de champ moyen. Ainsi, on obtient une masse effective:

$$\left(\frac{m}{m^*}\right) = 1 + \frac{2m}{\hbar^2}\rho_0\left[\frac{1}{16}(3t_1 + t_2(5+4x_2)) + \tfrac{1}{16}(k_F^2 + k^2)(3t_1^{(4)} + t_2^{(4)}(5+4x_2^{(4)}))\right]. \tag{13}$$

Plus simplement,

$$\left(\frac{m}{m^*}\right) = 1 + \frac{2m}{\hbar^2}\rho_0\left[C_0^{\tau} + \tfrac{1}{2}k_F^2 C_0^{(4)M\rho}\right]\quad. \tag{14}$$

Avec la relation,

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2}k_F^3, \tag{15}$$

Conclusion

- L'onde D est une extension possible au pseudo-potentiel de Skyrme.
- Elle permet à la fois de reproduire l'équation d'état des canaux nucléaires et l'équation d'état totale, contrairement à l'interaction standard.
- L' équation de champ moyen associée a été déterminée.

- Perspectives
  - Résoudre l'équation du champ moyen.
  - Examiner la masse effective
  - Envisager d'ajouter à cette onde D une force à 3 corps plus réaliste
  - Méthode de la réponse linéaire

Pour aller plus loin (Published in Journal of Physics G)

Tools for incorporating a D-wave contribution in Skyrme energy density functionals

P. Becker, D. Davesne, J. Meyer

Université de Lyon, F-69622 Lyon, France,
Université Lyon 1, Villeurbanne; CNRS/IN2P3, UMR5822, Institut de Physique Nucléaire de Lyon

A. Pastore

Institut d'Astronomie et d'Astrophysique, CP 226, Université Libre de Bruxelles, B-1050 Bruxelles, Belgium

J. Navarro

IFIC (CSIC-Universidad de Valencia), Apartado Postal 22085, E-46.071-Valencia, Spain

Abstract. The possibility of adding a D-wave term to the standard Skyrme effective interaction has been widely considered in the past. Such a term has been shown to appear in the next-to-next-to-leading order of the Skyrme pseudo-potential. The aim of the present article is to provide the necessary tools to incorporate this term in a fitting procedure: first, a mean-field equation written in spherical symmetry in order to describe spherical nuclei and second, the response function to detect unphysical instabilities. With these tools it will be possible to build a new fitting procedure to determine the coupling constants of the new functional.