

MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra Fyziky

Fyzika tření

Bakalářská práce

Brno 2008

Autor práce: Josef Janík

Vedoucí práce: Prof. RNDr. Vladislav Navrátil, CSc.

Anotace

Moje bakalářská práce „Fyzika tření“ pojednává o tření, a to o tření nejen ve fyzikálním směru, ale i o tření se kterým se setkáváme v každodenním životě a praxi. V práci uvádím jednotlivé druhy tření a jejich fyzikální vysvětlení a podstatu, popřípadě faktory, které tření ovlivňují. V práci je zahrnuta i praktická část tzn. měření koeficientu tření mezi různými materiály.

Annotation

Bachelors thesis „Physics of friction “ deals with friction, namely about friction not only in physical way, but also about friction with which we get - together in daily life and practice. I show in my work individual sorts of friction and their physical explication and essence, eventually factors that the friction affect. In work is included also practical part, it means measurement friction coefficient between different materials.

Klíčová slova

Tření klidové, smykové, valivé, kapalinové; síla, součinitel tření, nakloněná rovina, přilnavost.

Keywords

Static friction, sliding friction, fluid friction; force, friction coefficient, inclined plane, adhesion.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a použil jen prameny uvedené v seznamu literatury.

Souhlasím, aby práce byla uložena na Masarykově univerzitě v Brně v knihovně Pedagogické fakulty a zpřístupněna ke studijním účelům.

Brno dne 19.dubna

Josef Janík

.....

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval panu Prof. RNDr. Vladislavu Navrátilovi, CSc. za odborné vedení při zpracování mé práce. Mé poděkování dále patří paní RNDr. Ladě Bažantové za inspiraci při výběru vhodného materiálu pro praktické znázornění dané problematiky.

Obsah

| | |
|--|----|
| 1 ÚVOD | 2 |
| 2 TŘENÍ | 3 |
| 2.1 SUCHÉ TŘENÍ..... | 5 |
| 2.1.1 Tření klidové..... | 5 |
| 2.1.2 Tření smykové..... | 7 |
| 2.1.2.1 <i>Užití smykového tření k určení výkonu</i> | 11 |
| 2.1.3 Tření valivé..... | 12 |
| 2.2 VNITŘNÍ TŘENÍ KAPALIN. VISKOZITA..... | 14 |
| 2.2.1 Měření dynamické viskozity..... | 18 |
| 3 TŘENÍ V DENNÍ ZKUŠENOSTI | 21 |
| 3.1 SNÍŽENÍ TŘENÍ MAZÁNÍM..... | 24 |
| 3.2 SPECIÁLNÍ MAZIVA..... | 26 |
| 3.1.2 Konkrétní druhy maziv a jejich vlastnosti..... | 27 |
| 4 PŘILNAVOST | 29 |
| 4.1 PŘILNAVOST ZPŮSOBENÁ POVRCH. NAPĚTÍM..... | 32 |
| 5 POHYB TĚLESA NA NAKLONĚNÉ ROVINĚ | 34 |
| 6 PRAKTICKÉ MĚŘENÍ A JEHO ZPRACOVÁNÍ | 37 |
| 7 ZÁVĚR | 45 |
| 8 LITERATURA | 46 |
| PŘÍLOHY | 47 |

1 Úvod

Téma své bakalářské práce „Fyzika tření“ jsem si vybral proto, že s třením, jako jedním z mnoha fyzikálních jevů, se poměrně dost často setkáváme v běžné denní praxi. Také proto, že bez tření bychom si náš život dokázali jen stěží představit. Dále mě toto téma zaujalo jelikož ve své práci ukážu nejen teoretické zpracování, ale také mohu tuto teorii dokázat i prakticky, poměrně jednoduchým a názorným způsobem. Práci jsem rozdělil do pěti hlavních částí.

V první části se zabývám teoretickým úvodem do problematiky tření a následným rozdělením tření. Uvádím fyzikální podstatu jednotlivých druhů tření.

V druhé části popisuji jednotlivé konkrétní příklady tření, které se vyskytují v každodenním životě. A to i v případech, aniž bychom tušili, že se jedná právě o tření.

V části třetí je popsán jev jménem přilnavost. Cílem je popsat tento jev z fyzikálního hlediska. Také na čem přilnavost závisí, jak vzniká, kdy je největší a naopak kdy nejmenší.

Cílem čtvrté části je teoreticky popsat pohyb tělesa po nakloněné rovině, rozklad sil při pohybu tělesa. Dále chci ukázat jak právě třecí síla tento pohyb ovlivňuje. Tato kapitola je v práci zahrnuta proto, že teoretické poznatky získané v této části budou použity v části poslední, která se týká praktického měření.

Poslední, pátá část, jak jsem se již zmínil, je praktického charakteru. Měření jsem prováděl na vlastnoručně vyrobeném tribometru, kterým lze simulovat i nakloněnou rovinu a proto využiji poznatky z předchozích kapitol. Měřil jsem koeficient tření pro různé druhy dostupných a známých materiálů a popřípadě srovnal s tabulkovými hodnotami uvedených v odborných publikacích.

2 Tření

Pojmem *tření* obvykle rozumíme vzájemné působení různých stýkajících se těles, které brání jejich relativnímu pohybu. Kupříkladu toto tření najdeme u hranolku a nakloněné roviny, pak hovoříme o *vnějším tření*, kdy hranol leží na nakloněné rovině nebo po ní sklouzává. Když dochází ke tření mezi částmi jednoho tělesa pak nazýváme toto tření *vnitřní*. Při tomto jevu vznikají síly, které brání relativnímu pohybu vrstev kapaliny nebo plynu. Tyto síly působí podél styčných vrstev kapaliny a jsou závislé na jejich relativních rychlostech.

Tření mezi plochami dvou těles, které se dotýkají, není - li mezi nimi kapalná nebo plynná mezivrstva, se nazývá *suché tření*. Tření mezi povrchem pevného tělesa a kapalným nebo plynným prostředím, kterým se těleso pohybuje, nazýváme *kapalinovým vazkým třením*.

Odporové síly, které vznikají při pohybu pevného tělesa v kapalinách nebo plynech, se nazývají *odpory prostředí*. Kapalina nebo plyn lpí na povrchu tělesa, takže vnější tření je prakticky nekonečně velké a odpor je podmíněn zejména *vnitřním třením* v prostředí, vznikajícím při vzájemném přeskupování jednotlivých částí, které pohybující se těleso musí před sebou rozhrnovat.

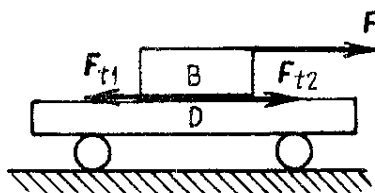
U všech druhů tření vzniká síla. Tato síla má zvláštní postavení. Její zvláštnost tkví v tom, že ve formě odporů působí jen vždy proti pohybu tělesa. Zatímco ostatní síly mohou pohyb nejen brzdit, ale také podporovat. Síla je nazývána *třecí síla* a označujeme ji F_t , její orientace směřuje právě podél povrchů stýkajících se těles, tzn. v opačném směru rychlosti jejich relativního posunutí (přemístění).

Třecí síly nezávisí na souřadnicích relativního rozmístění sil, jak je tomu např.: u sil elastických a gravitačních. Třecí síly mohou záviset na rychlosti relativního pohybu stýkajících se těles. Práce sil smykového tření závisí na tvaru trajektorie relativního přemístění stýkajících se těles. Tato práce obecně při uzavřené trajektorii není rovna nule. Třecí síly jsou tudíž silami nepotenciálními.

Ve většině případů, kdy úhel mezi třecí silou F_t a elementárním přemístěním Δr tělesa je π radiánů, je práce třecí síly záporná a je rovna: $W_t = -F_{ts}s_{12}$, kde s_{12} je dráha tělesa mezi body 1 a 2.

Může nastat druhá možnost, kdy je úhel mezi třecí silou F_t a elementárním přemístěním Δr roven nule a pak je práce třecí síly kladná; $W_t = F_{ts}s_{12}$. Oba způsoby lze demonstrovat na následujícím obrázku (obr. 1).

Nechť vnější síla F působí na hranolek B, který může klouzat po vozíku D. Pohybuje - li se vozík vpravo, je práce síly skluzového tření F_{t2} působící na vozík ze strany hranolku kladná.



Obrázek 1: Převzato z [1] viz. literatura

Tření někdy pohyb umožňuje, např.: při chůzi, při pohybu aut, lokomotiv, jindy je pohyb na závažu, např.: tření v ložiskách strojů. Podle způsobu, jak se tělesa po sobě pohybují, rozeznáváme tření *smykové, klidové a valivé*. Ve všech třech případech se jedná o tření *suché*.

2.1 Suché tření

Tření klidové

Neudělíme - li špalíčku na (obr. 2) náraz, nýbrž zvětšujeme zatížení tak dlouho, až se špalíček sám začne pohybovat, zjistíme, že potřebná síla F je nyní větší. Z pokusu je zřejmé, že tření při přechodu z klidu do pohybu (tření statické) je větší než tření v pohybu, takže platí

$$F_{t_0} = \mu_0 G.$$

Síla F_{t_0} je tzv. *klidová třecí síla* (síla klidového tření), která odporuje vzniku pohybu jednoho tělesa po povrchu tělesa druhého. Působí - li na těleso, které je ve styku s dalším tělesem, zvětšující se vnější síla F_{vn} , která působí rovnoběžně s rovinou styku obou těles, pak k pohybu tělesa nedojde, jestliže F_{vn} nedosáhne určité hodnoty. Při snaze o vyvedení tělesa z klidového stavu, se síla klidového tření mění od nuly do mezní hodnoty $F_{t_0}^{\max}$, která se nazývá *mezní síla klidového tření*. Relativní pohyb tedy vyžaduje splnění podmínky $F_{t_0}^{\max} < F_{vn}$. Většinou, když se hovoří o síle klidového tření, bývá míněna její mezní hodnota.

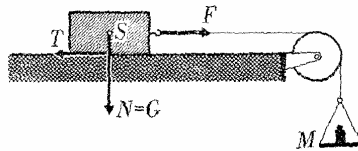
Síly klidového tření vznikají tak, že do sebe zapadají drobné hrbolky a nerovnosti povrchů stýkajících se těles. Tyto síly také vznikají pružnými deformacemi těchto „nerovností“ a soudržností těles v těch místech, v nichž vzdálenosti mezi jejich částicemi jsou tak malinké, že dochází k *mezimolekulárnímu přitahování* (intermolekulární interakce). K této interakci dochází mezi molekulami libovolné látky. Působí zde současně přitažlivé i odpudivé síly. Všechny tyto jevy nám dovolují považovat síly klidového tření za jeden druh projevu elastických sil.

Tyto síly působí mezi styčnými vrstvami deformovaného tělesa, ale také v místech dotyku tělesa deformovaného a tělesa které deformaci vyvolává. Přibližné výpočty provádíme pomocí rovnosti

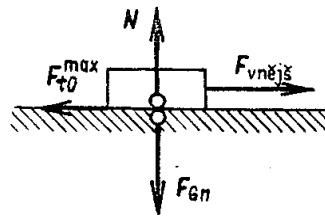
$$F_{t_0}^{\max} = \mu_0 G_n$$

Síla N (obr. 3), kterou působí opora na těleso kolmo na stykovou plochu, se nazývá síla (*normálové*) *reakce* a síla F_{Gn} , kterou působí těleso na oporu, síla (*normálového*) *tlaku* (tlaková síla).

Veličina μ_0 je bezrozměrný koeficient úměrnosti a nazýváme ho *součinitelem (koeficientem) klidového tření*. Tento koeficient závisí na materiálu stýkajících se těles, na kvalitě a jemnosti stykových ploch, na přítomnosti nežádoucích látek mezi nimi a řadě mnoha dalších faktorů. Hodnoty součinitele tření se získávají experimentální cestou.



Obrázek 2: Převzato z [3] viz literatura



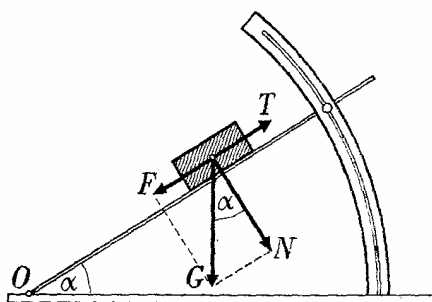
Obrázek 3: Převzato z [1] viz literatura

Tření smykové

Při tomto tření se pohybují tělesa po sobě rovnými stěnami. Pokusně zjistíme vlastnosti smykového tření drsnoměrem (viz. obr. 2) nebo tribometrem (obr. 4). Závaží měníme tak, aby se při slabém nárazu uvedl špalíček do rovnoměrného pohybu. Pak $T = F$, kde T je velikost smykového tření. Změnou podložky, špalíčku, rychlosti, dojdeme k zákonům, které již okolo r. 1780 zjistil pokusně Charles Augustin Coulomb (1736-1806).

1. Tření závisí na jakosti třecích ploch, tj. na jejich látce a drsnosti.
2. Nezávisí v jistých mezích na rychlosti vzájemného pohybu obou těles. Při velkých rychlostech se zmenšuje, proto při velkých rychlostech může snadněji nastat smyk.
3. Nezávisí na velikosti třecích ploch. Z toho plyne, že závisí na velikosti tlaku.
4. Tření je úměrné kolmé síle, která se nazývá normálová síla N .

Kinetické smykové tření T můžeme proto vyjádřit vztahem $T = \mu N$, kde μ je součinitel smykového tření v pohybu (kinematického). Protože je to poměr dvou veličin se stejným rozměrem $\mu = T/N$, je to číslo bezrozměrné, lze jej vyjádřit i v procentech. Jeho hodnota závisí na látkách, ze kterých jsou tělesa zhotovena, a na opracování (hladkosti) jejich povrchu.



Obrázek 4: Převzato z [3] viz literatura

Součinitele *vlečného tření* μ pro dvě látky s rovinnými styčnými plochami opracovanými určitým způsobem můžeme určit také sklonným drsnoměrem. Těleso vyrobené ze zkoumané látky položíme na nakloněnou rovinu z druhé zkoumané látky s plochami přiměřeně opracovanými.

Tíha tělesa G , působící v těžišti tělesa se rozloží na složku kolmou na nakloněnou rovinu $N = G \cos \alpha$ a na složku rovnoběžnou s nakloněnou rovinou $F = G \sin \alpha$ (obr. 3). Úhel α nakloněné roviny pomalu zvětšujeme tak dlouho, dokud se těleso po slabém postrčení nezačne po nakloněné rovině pohybovat pohybem rovnoměrným. Pak se složka tíhy F právě rovná tření T ; $F = T$. Z výrazu pro tření $T = \mu N$ dostaneme pro součinitele smykového tření v pohybu.

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{G \sin \alpha}{G \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha .$$

Ze vztahu tedy vyplývá, že součinitel smykového tření v pohybu se tedy rovná tangente úhlu nakloněné roviny, při kterém se těleso po nakloněné rovině pohybuje rovnoměrně, a úhel α se nazývá úhel tření. Smykové tření se také uplatňuje při vzájemném otáčení těles kolem osy kolmé ke společné styčné ploše, jsou - li tělesa k sobě přitlačována.

Pro zajímavost lze uvést zvláštní případ smykového tření, který nastane jestliže styčná ploška je velmi malá, jak je tomu při dotyku oblých povrchů, např.: při rotaci koule na desce kolem osy kolmé k desce. Takovéto tření se nazývá *tření vrtné*.

Síla smykového tření F_{ts} mezi povrchy stýkajících se těles při jejich pohybu závisí lineárně na síle normálové reakce N , resp. na P_n , síle normálového tlaku.

Proto platí vztahy

$$F_{ts} = \mu N, \quad \text{resp.} \quad F_{ts} = \mu P_n.$$

Kde μ je konstanta úměrnosti a jmenuje se *součinitel (koeficient) smykového tření* a závisí na látkách obou těles, na jakosti styčných ploch (na jejich hladkosti, popř.: drsnosti, které lze fyzikálně těžko definovat) a v jisté míře také na velikosti rychlosti v klouzání těles, takže zákon smykového tření je jednoduchý jenom formálně.

Závislost součinitele smykového tření za pohybu na rychlosti v je málo výrazná, zejména při malých rychlostech, a zpravidla se k ní nepřihlíží. Vztahujeme - li však tohoto součinitele také na tření za klidu tak, že určuje maximální hodnotu, kterou síla tření může dosáhnout aniž ještě nastane vzájemný smyk těles, pak jeho velikost za klidu je zřetelně větší než za pohybu. (Viz tabulka 1).

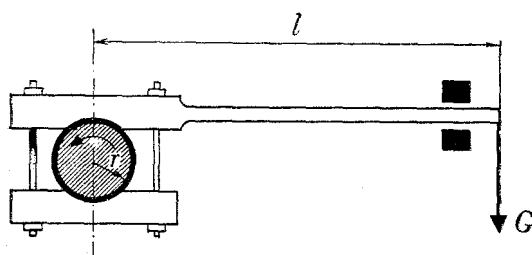
Tabulka 1: Koeficienty smykového tření

| Materiály | Statický koef. tření [μ_{st}] | Kinematický koef. tření [μ_{kin}] |
|-------------------------------|---|---|
| Dřevo na dřevě (průměrně) | 0,65 | 0,30 |
| Dřevo na ledu (sněhu) | | 0,035 |
| Kožený řemen na dřevě | 0,47 | 0,27 |
| Kožený řemen na litině | 0,56 | 0,28 |
| Kůže na kovu | 0,60 | 0,25 |
| Ocel na bronzu (mazáno) | 0,10 | 0,01 |
| Ocel na bronzu (suchá) | 0,18 | 0,16 |
| Ocel na dřevě | 0,55 | 0,35 |
| Ocel na ledu | | 0,027 |
| Ocel na oceli (suchá) | 0,15 | 0,10 |
| Přez (pneumatika) na náledí | 0,1-0,2 | |
| Přez na betonu | 0,7-0,8 | |
| Přez na dlažbě (malé kostky) | 0,6-0,7 | |
| Přez na dlažbě (velké kostky) | 0,6 | |
| Přez na mokřém asfaltu | 0,2-0,5 | |
| Přez na suchém asfaltu | 0,55 | |

Užití smykového tření k určení výkonu

Užití smykového tření k určení výkonu

Práci proti třecím silám lze použít k určení výkonu motoru. Užívá se různých úprav brzd. Uvedu stručně tzv. *Pronyho brzdu* (obr. 5).



Obrázek 5: Pronyho brzda. Převzato z [3] viz literatura

Hřídel motoru se sevře dvěma čelistmi tak, že se otáčí vhodným počtem otáček za minutu. K jedné čelisti je připojena páka, jež je ve vzdálenosti l od osy rotace zatížena závažím G . Je-li poloměr hřídele r , pak tření působí momentem Tr a udržuje se v rovnováze momentem Gl . Z rovnováhy platí

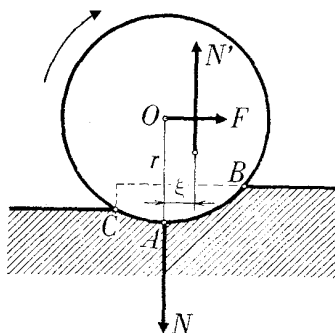
$$Tr = Gl \Rightarrow T = G \frac{l}{r}.$$

Pro práci W , která je součinem síly a dráhy, dostaneme při n otáčkách za minutu výraz $W = T2\pi rn$, protože dráha je $2\pi rn$. Takže pro výkon dostaneme při $f = n/60$ otáčkách za sekundu výraz

$$P = \frac{W}{T} = \frac{2\pi rnl}{60} = \frac{2\pi rn}{60} G \frac{l}{r} = \frac{2\pi nGl}{60} = 2\pi flG.$$

Tření valivé

Valivé tření je síla, která působí proti směru pohybu při pohybu valivém. Předpokládejme kolo o poloměru r , které se valí po vodorovné rovině, a vypočítejme sílu F , která je potřebná k tomu, aby kolo valící se po rovině konalo pohyb rovnoměrný. Kolo tlačí na rovinu kolmou silou N (obr. 6), čímž způsobuje stlačení roviny půdy, cesty, kolejnice.



Obrázek 6: Převzato z [3] viz. literatura

Rovina působí na kolo stejně velkou silou, ale opačného směru N' . Pokud je kolo v klidu, je rovina stlačena souměrně po obou stranách. Při pohybu stlačuje kolo rovinu před sebou (vzdálenost AB), přičemž deformace roviny částečně zůstává i po převalení kola (vzdálenost AC). Proto síla N' takto deformované roviny působí na kolo ve vzdálenosti ξ před jeho osou. Síla N a její reakce N' tvoří dvojici s momentem $M = N\xi$, kde ξ je vzdálenost síly N' od síly N . Smysl otáčení, které tato dvojice sil vyvolává, je opačný než ten, kterým se otáčí okolo.

V určitém okamžiku způsobuje dvojice sil N, N' otáčení okolo bodu A. Aby se kolo otáčelo dál rovnoměrně, je potřebné dvojici sil N, N' , tj. jejich moment přemáhat nějakou silou stejným momentem, ale opačného smyslu. Touto silou je tažná síla F , která působí v ose kola, jejímž ramenem vzhledem ke středu okamžitého otáčení je poloměr kola r . Aby se kolo valilo rovnoměrně po vodorovné rovině, musí se moment dvojice N, N' rovnat momentu tažné síly F , platí $N\xi = Fr$.

Síla F , kterou musíme působit na osu kola, aby valení bylo rovnoměrné, je podle definice valivého tření rovna právě valivému tření T . Platí tedy $Fr = N\xi = Tr$; z toho pro valivé tření plyne

$$T = \xi \frac{N}{r},$$

kde ξ se nazývá *součinitel valivého tření*. Je tedy valivé tření přímo úměrné tlaku a nepřímo úměrné poloměru valícího se tělesa (kola).

Velká kola jsou tedy výhodnější. Součinitel valivého tření má rozměr délky a udává se v týchž jednotkách jako poloměr r , v technické praxi obvykle milimetrech. Také závisí na stýkajících se látkách a jakosti jejich povrchů.

Velikost tření valivého určujeme podobně jako u tření smykového pomocí úhlu, o který musíme odklonit rovinu, po níž se těleso valí, od roviny vodorovné. Pro zajímavost uvedu pár hodnot součinitele valivého tření (tab. 2).

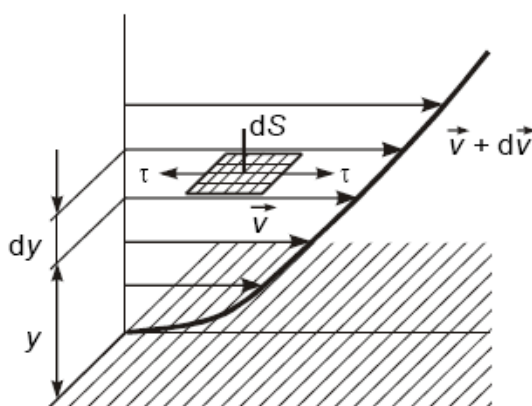
Tabulka 2: Součinitel valivého tření.

| Materiál styčných ploch | Rameno valivého odporu [ξ /mm] |
|--------------------------------|---|
| Nekalená ocel-nekalená ocel | 0,05 - 0,06 |
| Kalená ocel-kalená ocel | 0,001 - 0,005 |
| Litina-litina | 0,005 - 0,006 |
| Ocelové kolo na kolejnici | 0,4 - 0,5 |
| Pryž na betonu | 1,5 - 2,5 |
| Pryž na asfaltu | 2,5 - 4,5 |

2.2 Vnitřní tření kapalin. Viskozita

V *ideální* kapalině neexistují tečná (smyková) napětí, tuto vlastnost můžeme přisoudit *reálné* kapalině jen tehdy, jsou – li její jednotlivé části vůči sobě v klidu. Pokud ale reálná kapalina proudí, tj. jsou - li její části v relativním pohybu a dvě po sobě posouvající se vrstvy mají různou rychlost, pak dochází mezi nimi ke *tření*.

Třecí (tečná) síla a tím i tečné (smykové) napětí τ (podíl tečné síly a velikosti styčné plochy) jsou nenulové. Tečné napětí, které je kompenzováno proměnnou rychlostí kapaliny, je tím větší, čím více se mění rychlost od vrstvy k vrstvě. Změnu rychlosti, kterou bychom pozorovali při postupu od vrstvy k vrstvě kolmo ke směru proudění (obr. 7), můžeme charakterizovat podílem dv/dy (gradientem rychlosti ve směru kolmém k proudu).



Obrázek 7: Gradient rychlosti. Převzato z [7] viz. literatura

Při tzv. laminárním proudění, při němž probíhají proudová vlákna a kapalina se nepromíchává, je tečné napětí podle Newtonovy hypotézy úměrné rychlostnímu gradientu

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}.$$

Konstantu úměrnosti η nazýváme *dynamickou viskozitou* (dynamickou vazkostí).

Jednotkou dynamické viskozity, plynoucí z rozměrů veličin ve výše uvedeném vztahu, je $Nsm^{-2} = Pa s$. Všechny kapaliny, které splňují tento vztah, nazýváme newtonské.

Je to dynamická viskozita laminární proudící tekutiny, v níž při gradientu rychlosti 1 s^{-1} napříč proudem vzniká tečné napětí $1\text{ Nm}^{-2} = 1\text{ Pa}$. Dočasnou jednotkou je *poise* (značka P), který vyjadřuje dynamickou viskozitu $0,1\text{ Pa s}$. Jednotka *poise* je pozůstatek staré soustavy CGS*.

Převrácenou hodnotu dynamické viskozity nazýváme tekutostí (fluiditou). Bývá označována φ . Platí

$$\varphi = \frac{1}{\eta}.$$

Podíl dynamické viskozity a hustoty ρ tekutiny nazýváme kinematickou viskozitou (kinematickou vazkostí) ν . Podle definice

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}.$$

Jednotkou kinematické viskozity je $\text{m}^2\text{ s}^{-1}$. Je to kinematická vazkost tekutiny s hustotou 1 kg m^{-3} , jejíž dynamická viskozita je 1 Pa s . Dočasnou jednotkou je *stok* ($1\text{ St} = 10^{-4}\text{ m}^2\text{ s}^{-1}$).

Jednotka *stok* vyplývá opět z měrové soustavy CGS*. Četné pokusy ukázaly, že Newtonův vztah je skutečně u většiny tekutin splněn, což se projevuje tím, že konstanta úměrnosti η nezávisí již na rychlostním růstu. Výjimku činí *anomální kapaliny*, obsahující shluky většího počtu molekul (koloidní roztoky, suspenze, emulze apod.), u nichž viskozita závisí na rychlostním růstu.

Viskozita kapalin závisí na teplotě a tlaku. S rostoucí teplotou viskozita klesá, s rostoucím tlakem viskozita vzrůstá. Vliv tlaku je však většinou zanedbatelný, kromě velmi vysokých tlaků.

Závislost viskozity na teplotě při stálém tlaku lze popsat vztahem:

$$\eta = \exp\left(A + \frac{B}{T}\right),$$

kde T je termodynamická teplota v Kelvinech a A, B jsou empirické konstanty.

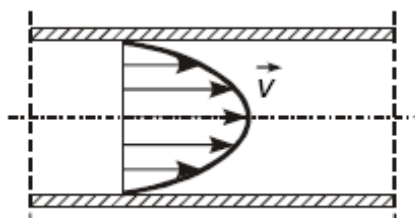
*CGS systém byl formálně zaveden Britskou asociací pokroku ve vědě v roce 1874. Systém si rychle našel oblibu mezi vědci a užíval se mnoho let. Systém CGS nahradil v roce 1960 systém jednotek SI.

Ke stanovení viskozity využíváme závislosti mezi dynamickými a kinematickými veličinami, jimiž je charakterizováno proudění kapalin.

a) Poiseuilleův vztah

Proudí – li newtonská kapalina malou rychlostí úzkou trubicí, je rozložení vektoru rychlosti v osovém řezu parabolické (obr. 8) a proudění je laminární, za těchto podmínek odvodil Poiseuille vztah mezi objemem V kapaliny (o dynamické viskozitě η) proteklým trubicí za čas t a úbytkem tlaku Δp na délce L trubice o poloměru R

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L} t.$$



Obrázek 8: Laminární proudění. Převzato z [7] viz. literatura

Proudí - li kapalina hustoty ρ kapilárou délky L účinkem vlastního hydrostatického tlaku, lze tlakový úbytek Δp , odpovídající vnitřnímu tření v kapalině určit z hydrostatického tlakového rozdílu $\rho h g$, zmenšeného o kinetickou energii objemové jednotky v ústí kapiláry. Podle Bernoulliovy rovnice:

$$\Delta p = \rho h g - \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2,$$

kde střední rychlost proudění je $\bar{v} = V/(\pi R^2 t)$. Z toho pak pro dynamickou viskozitu odvodíme vztah

$$\eta = \rho \frac{\pi R^4}{8VL} h g t - \frac{\rho V}{16\pi L} \frac{1}{t}.$$

b) Stokesův vztah

Při pohybu tělesa v kapalině klade kapalina jeho pohybu odpor, který je při pomalém proudění přímo úměrný rychlosti. Pro odpor, který klade kapalina o viskozitě η pohybu koule o poloměru r , odvodil Stokes z pohybové rovnice nestlačitelné kapaliny s vnitřním třením vztah

$$F = 6\pi\eta r v,$$

kteřý platí pro nepříliš velké rychlosti v pohybu koule, při nichž je obtékání laminární. Padá – li koule hustoty ρ_k v kapalině hustoty $\rho < \rho_k$, působí na ni tíhová síla zmenšená o vztlak, tedy síla

$$F' = mg - V\rho g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g,$$

kteřá ji z počátku zrychluje. Proti ní však působí síla odporu F tím větší, čím větší je rychlost v . Rychlost v bude teoreticky vzrůstat, až dosáhne jisté maximální hodnoty v_m , tzv. mezní rychlosti, při níž bude $F = F'$ a další pohyb koule bude rovnoměrný. Mezní rychlost je tedy dána podmínkou

$$6\pi\eta r v_m = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g,$$

ze které můžeme vypočítat dynamickou viskozitu kapaliny

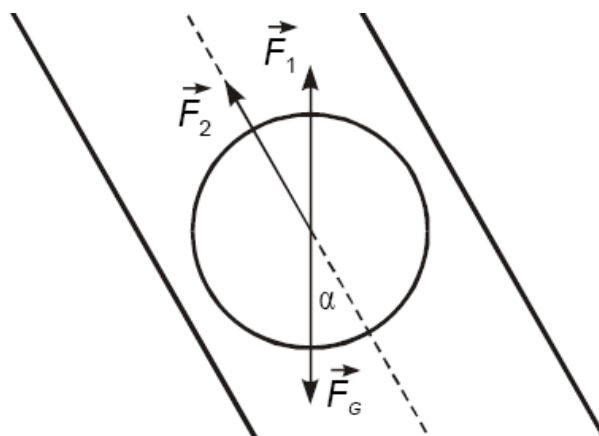
$$\eta = \frac{2}{9}g(\rho_k - \rho)\frac{r^2}{v_m}.$$

Měření dynamické viskozity

K měření viskozity byl sestaven velký počet přístrojů rozličných druhů, které nazýváme viskozimetry. Základní podmínkou měření všemi typy viskozimetrů je, že proudění kapaliny musí být laminární. Viskozimetry lze rozdělit na tři základní skupiny: výtokové, tělískové a rotační.

Höpplerův viskozimetr

Höpplerův viskozimetr je tělískový viskozimetr, viskozita je zjišťována Stokesovou metodou. Dynamická viskozita se určuje z rychlosti pohybu kuličky v měrné trubici, naplněné zkoumanou kapalinou. Trubice je obklopena válcovým pláštěm, kterým protéká temperační kapalina (většinou voda), udržovaná na požadované teplotě pomocí Höpplerova termostatu. Měrná trubice je odkloněna od svislé osy o 10° a opatřena značkami, které slouží k zjištění rychlosti klesající kuličky. Při měření volíme takovou kuličku, aby její pohyb mezi značkami byl rovnoměrný. Na kuličku působí tři síly - tíhová síla F_g , vztlaková síla F_1 a odporová síla prostředí F_2 (obr. 9).



Obrázek 9: Síly působící na kuličku v Höpplerově viskozimetru. Převzato z [7] viz. literatura

Při uvážení směrů výše uvedených sil, které na kuličku působí a sklonu měrné trubice pro jejich složky ve směru pohybu platí

$$F_g = F_1 \cos \alpha - F_2 = 0.$$

Tíhová síla je $F_g = mg = \rho_k Vg$, vztlaková síla je $F_1 = V\rho g$ a odpor podle

Stokesova zákona: $F_2 = 6\pi\eta rv$.

Dosazením a úpravou dostaneme pro dynamickou viskozitu

$$\eta = \frac{Vg(\rho_k - \rho)\cos\alpha}{6\pi r v} = K(\rho_k - \rho)t,$$

kde ρ_k je hustota kuličky, ρ hustota zkoumané kapaliny, r je poloměr kuličky, s je vzdálenost značek na měrné trubici, t je doba pohybu kuličky mezi značkami a K je konstanta kuličky pro danou vzdálenost s a poloměr kuličky r .

Höpplerův termostat

Termostat je určen k regulaci a nastavení stálé teploty. Termostaty dělíme na kapalinové, kovové a vzduchové podle prostředí, které je v nich temperováno. Nejčastěji je používán kapalinový termostat, který lze použít v rozsahu od $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $+300\text{ }^{\circ}\text{C}$.

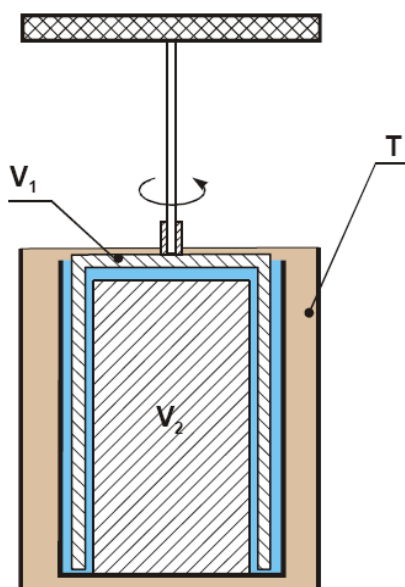
V laboratoři se používá průmyslově vyráběný Höpplerův termostat. Temperující lázeň je promíchávána čerpadlem a zahřívána topným tělesem. Elektrický proud tekoucí topným tělesem je zapínán a vypínán regulačním obvodem.

Pomocí kontaktního teploměru nastavíme požadovanou teplotu temperující kapaliny a její přesnou hodnotu odečítáme na vsunutém teploměru. Ve víku termostatu je umístěn přívod chladicí vody - nejčastěji se připojuje k vodovodnímu kohoutku. Stálost teploty temperující lázně je u Höpplerova termostatu $\pm 0,02\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Ve víku termostatu jsou dále dva vývody, kterými lze k termostatu připojit další přístroj nebo zařízení, ve kterých chceme udržovat požadovanou teplotu nastavenou na termostatu.

Rotační viskozimetr RC1

Rotační viskozimetr určuje viskozitu ze silových účinků, kterými na sebe působí dvě válcové plochy (jedna v klidu – V_2 , druhá rotující – V_1), mezi kterými je zkoumaná kapalina. Celý měrný systém je umístěn v temperované nádobce T. Schéma rotačního viskozimetru je na obr. 10.



Obrázek 10: Rotační viskozimetr. Převzato z [7] viz. literatura

Pokud je vnější válec V_1 uveden do rotačního pohybu stálou úhlovou rychlostí ω , je cylindrická vrstva měřené kapaliny o poloměru r a výšce h (za předpokladu že rychlost rotace je nízká), namáhána točivým momentem M .

Prostřednictvím kapaliny působí na vnitřní válec V_2 moment síly M , kdy M je rovno

$$M(r) = \tau \cdot 2\pi r h \cdot r .$$

Smykové napětí τ lze poté vyjádřit pomocí měřeného točivého momentu

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi r^2 h} .$$

Kapitoly 2.2 a 2.2.1 jsou převzaty z [7] viz. literatura.

3 Tření v denní zkušenosti a v technické praxi

Tření umožňuje pohyb. Kdyby nebylo tření, nemohli bychom se pohybovat (chůze po zledovatělém chodníku, klouzání kol, třecí spojka), nemohli bychom pohánět kola řemeny. V těchto případech mluvíme o tření užitečném. Proto často tření uměle zvyšujeme např.: sypáním písku nebo popela, zvětšením tíhy a zmenšením kol u lokomotivy. Tření zvyšujeme také při brzdění. Tření je nutností při užití hřebíků, šroubů, nýtů a řemenových převodů. Také uzel na laně drží třením. Pohyb vlaku je umožněn dostatečně velkým třením hnacích kol lokomotivy a kolejnice, proto musí být lokomotiva dostatečně těžká.

Na druhou stranu při pohybu těles je tření překážkou, protože vždy směřuje proti pohybu tělesa, a tedy i proti pohybuující, tj. hnací síle; mluvíme o tření škodlivém. V případě škodlivého tření se jej snažíme co nejvíce zmenšit. Děje se to hlazením a leštěním styčných ploch nebo mazáním (oleje, mýdlo, mastek, tuha aj.). Tím se jednak urovnají nerovnosti styčných ploch a také se tření látek tuhých převede na vnitřní tření kapalin. Konečně se převádí tření smykové na tření valivé (podkládáním válce, koly, kuličkovými nebo válečkovými ložisky).

V mnoha případech bylo pozorováno, že tření mezi plochami z různých materiálů je menší než tření stejných materiálů. To se využívá v technice, např.: při konstrukci ložisek, kdy se vložky ložisek dělají z jiného materiálu než čep hřídele. Na velikost tření má také vliv tvrdost třecích se materiálů. Proto se ložiska některých přístrojů vyrábějí z velmi tvrdých látek (achátu, diamantu), např.: ložiska u hodinek nebo velmi přesných vah. Kromě rychlosti pohybu ovlivňuje velikost tření i teplota.

Při pohybu tělesa na něj působí hnací síla F' a brzdící síla tření T .

Výsledná síla $F = F' - T$. Při posuvu tělesa o ds za dobu dt vykoná síla F tuto práci:

$$dA = F ds = (F' - T)ds,$$

jejíž výkon:

$$P = \frac{dA}{dt} = (F' - T) \frac{ds}{dt} = F'_v - T_v.$$

Člen T_v reprezentuje úbytek výkonu.

Mechanická energie o tuto hodnotu za sekundu klesne. Proto se technická praxe snaží člen T_v pokud možno zmenšit. Děje se to, jak již bylo uvedeno, leštěním styčných ploch, používáním mazadel a přeměnou smykového tření na valivé vkládáním válce nebo kola mezi těleso a podložku.

Při brzdění musí mít síla, kterou se brzdí, menší účinek než síla, která způsobuje tření. Není - li tomu tak, nastane smyk. Je - li v zatáčce odstředivá síla větší než tření kol o vozovku, nastane smyk ve směru odstředivé síly. Je - li tření dostatečně veliké, pak odstředivá síla působí otáčivým momentem kolem místa styku kola s vozovkou, u auta tudíž kolem spojnice styku vnějších kol s vozovkou a opačným směrem působí moment tíhy vozu. Je - li moment síly větší než moment tíhy vozu, vůz se převrátí.

V ložisku jde o smykové tření hřídele po ložisku, tedy o tření čepové. K jeho odstranění se používají *ložiska válečková* nebo *kuličková*. Tím se převádí tření smykové na tření valivé. Mazadlo se vpravuje mezi čep a ložisko. Při pohybu vozu se uplatňuje jednak tření valivé

$$T_v = \xi \frac{N}{r},$$

jednak tření čepové $T_\xi = \mu_\xi N$. Celkové tření: $T = T_v + T_\xi = N \left(\frac{\xi}{r} + \mu_\xi \right)$. Činitel

$\frac{\xi}{r} + \mu_\xi$ se nazývá součinitel odporu vozu.

Aby mohlo kolo konat valivý pohyb po dráze, musí být valivé tření menší než tření klidové; $\frac{\xi}{r} < \mu_0$. Není li tomu tak, otáčí se sice kolo např.: působením vnější hnací síly motoru, ale nekoná posuvný pohyb po dráze. Má - li se vlak uvést do pohybu po dráze, je třeba, aby tíha přitlačující kola ke kolejnicím byla dostatečně velká. Spojují se proto hnací kola s ostatními koly lokomotivy, a tím se využije celé tíhy lokomotivy. Je - li vlečné tření kol s lokomotivou menší než síla potřebná pro pohyb vlaku, točí se kola lokomotivy na místě.

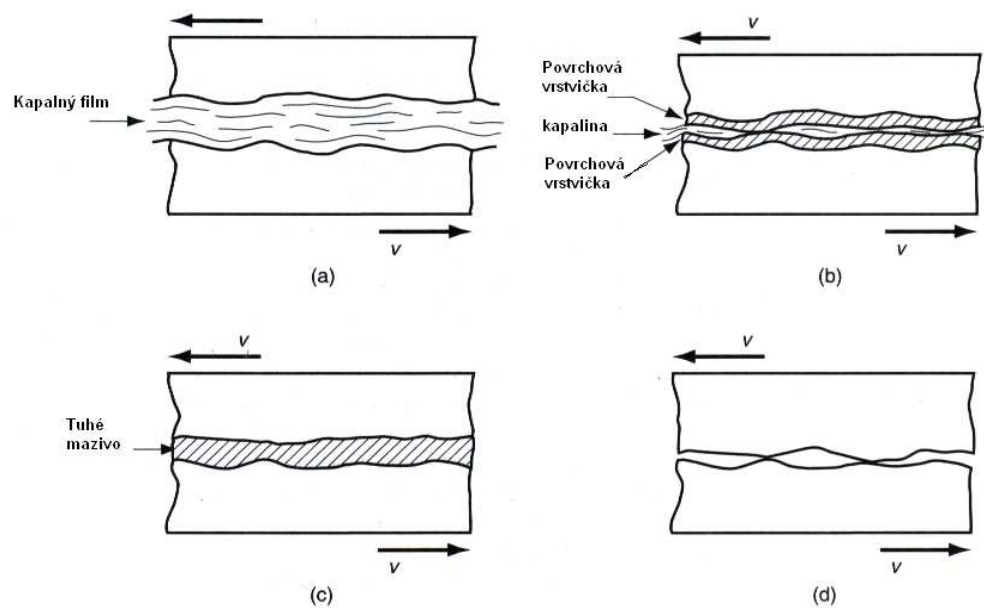
3.1 Snížení tření mazáním

V praxi lze suché tření značně snížit použitím maziv. Způsoby mazání můžeme rozdělit do tří skupin:

- A) Mazání pomocí tenkého kapalného filmu. V tomto případě jsou obě třecí plochy vzájemně odděleny tenkou vrstvičkou vhodné kapaliny. Vrstva kapaliny bývá velká ve srovnání s drsností ploch daných materiálů. Koeficient tření nám pak určuje vlastnost mazací kapaliny, a její viskozitu. Hovoříme o tzv. *hydrodynamickém mazání*.

- B) Mazání pomocí vytvoření povrchové vrstvičky. Tímto způsobem vytvoříme povrchové vrstvičky na obou třecích plochách tak, aby se kovy vzájemně nedotýkaly. Tyto vrstvičky jsou vytvořeny pomocí adsorpce různých maziv, např.: minerální či rostlinné oleje, tuky, mastné kyseliny, mýdla aj. Mazání touto cestou se používá většinou za nízké teploty a tlaku. Za vysokých teplot a tlaků se tyto vrstvičky vytvářejí pomocí různých *aditiv* (fosfor, chlor a síra), přidávaných do minerálních olejů. Takto vznikají poměrně pevné vrstvičky (soli), které mají vysokou teplotu tání a zabraňují přímému kontaktu obou kovů mezi sebou.

- C) Mazání pomocí tuhých maziv. Tuhá maziva mohou být grafit, sirník molybdenu a teflon. Tyto látky se nanášejí ve formě prášku, který přilne k oběma třecím plochám a chemicky s nimi reaguje. Tyto maziva od sebe oddělují třecí plochy prostředím s malým koeficientem tření. Tento způsob se používá při vysokých teplotách a vysokém tlaku v agresivním prostředí, kde jsou jiné druhy maziv neefektivní.



Obrázek 9: Základní principy mazání: a) hydrodynamické, b) pomocí adsorbovaných tenkých vrstviček, c) pomocí tuhých maziv, d) suché tření. Převzato z [6] viz literatura

3.2 Speciální maziva

Ačkoliv spojení mezi dvěma materiály může být namazáno efektivně z široké škály mazadel, existuje několik typů materiálů, na které se hodí použít určitý specifický druh mazadla.

Nejlepším typem příkladu takovýchto materiálů je třecí plocha mezi pístními kroužky a válci ve spalovacích motorech. Nejefektivnější pro toto spojení je mazadlo zinek – dialkyl – dithio - fosfát. (ZDDP). Toto mazadlo prodlouží životnost automobilových motorů z 80,000 km na 240,000 km. ZDDP se používá jako součást automobilových motorových olejů k rozšíření jejich životnosti.

Dalším speciálním mazivem je per – fluor - polyether (PFPE), který se používá pro mazání plochy mezi keramickou hlavou a pevného disku v magnetických zapisovacích přístrojů.

Bez tohoto mazadla vydržel přístroj okolo stovky zapnutí a vypnutí. Zatímco v přítomnosti mazadla PFPE vydržel tisíckrát víc, jejich výhodou je i netečnost k chemickým reakcím.

Konkrétní druhy maziv a jejich vlastnosti

- A) Minerální oleje: Vyrábějí se z ropy. Tato maziva vytvoří na povrchu styčných ploch mezi dvěma kovy tenkou povrchovou vrstvičku. Patří mezi nejrozšířenější maziva.
- B) Rostlinné oleje, tuky a jejich deriváty: Jsou vyrobeny z rostlin a zvířecích tuků. Patří k prvním používaným mazivům. Radíme k nim i mýdla, tuky, vosky a mastné kyseliny. Mají tu výhodu, že jsou ekologické.
- C) Syntetická kapalná maziva: Svoji strukturou se podobají olejům. Zařazujeme sem syntetické estery a silikonové oleje. Používají se za vysokých teplot.
- D) Kompozitní maziva: Sem zařazujeme minerální oleje, doplněné tzv. aditivy, kterými mohou být:
- sloučeniny fosforu, síry a chlóru
 - pevné látky, jako grafit a sirník molybdenu
 - oxidační inhibitory
 - přídavky zamezující pění
 - přídavky proti množení bakterií a jiných organismů
- E) Vodní maziva: Voda je sama o sobě špatné mazivo, avšak přidáme – li do ní vhodné látky, můžeme ji k mazání použít, protože voda má dobré chladicí schopnosti. Jako látky, které přidáváme do vody můžeme použít olej (emulze s vodou). Lze také použít i speciální chemikálie rozpustné ve vodě.
- F) Povrchové vrstvy: Povrchy třecích ploch lze pokrýt například:
- kovy (zinek, cín) vytvářejí na nich plastické vrstvičky
 - polymery (teflon)
 - skly (používají se při vysokých teplotách)

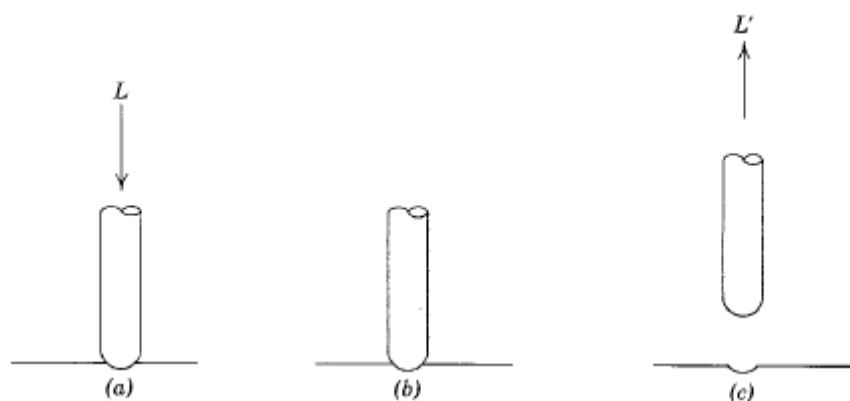
G) EP maziva

Tyto maziva byly objeveny v roce 1920 a to z důvodů častých poruch převodů u automobilů. Selhávání převodů bylo doprovázeno vysokým tlakem, proto musely tyto maziva fungovat i za vysokých tlaků. Později se ukázalo, že při provozu automobilu dochází v převodech nejen k vysokým tlakům, ale i teplotám. Proto musely být opět vynalezeny maziva tzv. ET maziva (vysokoteplotní maziva), která by odolávala těmto vysokým teplotám. EP mazadla (mazadla pro vysoké tlaky) jsou chemicky aktivní za vysokých teplot a tvoří na povrchu materiálu anorganickou vrstvu, která se velice rychle opotřebuje. Na rozdíl od toho jsou tato mazadla za nízkých teplot chemicky netečná.

4 Přílnavost

Přílnavost je jev, který nastává když působíme tlakovou silou a tlačíme jeden povrch proti druhému. Poté hledáme tahovou sílu, která je potřeba k tomu, aby se tyto dva materiály od sebe oddělily (obr. 11). Poměr normální tahové síly L' a tlakové síly L potřebné k odtrhnutí bývá označován jako *součinitel přílnavosti* f' :

$$f' = \frac{L'}{L}.$$

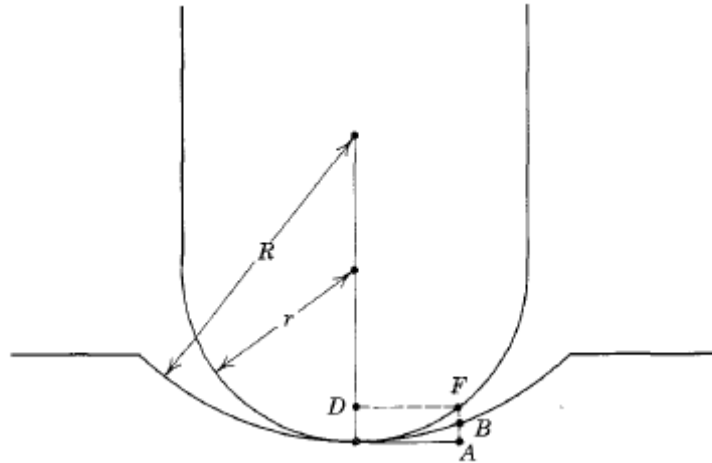


Obrázek 11: Schéma přílnavosti: a) působení tlakové síly, b) odstranění síly, c) tahová síla, která je potřebná k oddělení povrchů. Převzato z [5] viz. literatura

V běžné praxi je málo materiálů, které podléhají přílnavosti (žvýkačka, plastelína, dokonale čisté indium), a proto pohlížíme na přílnavost jako na neobvyklý jev. Přílnavost nastává velice zřídka, zejména kvůli třem faktorům: malá hodnota skutečné styčné plochy, tendence znečišťování povrchů, a tendence pružných sil k přerušení přílnavosti. Všechny tyto tři faktory napomáhají zmenšit efekt přílnavosti, přičemž poslední faktor je z nich nejdůležitější.

Předpokládejme, že tiskneme kulovitý konec jezdce proti rovinné ploše, přičemž po chvíli tlačit přestaneme. Vzhled rovinné plochy je znázorněn na obr. 12, kdy kulovitý konec jezdce se vtiskl do rovinné plochy a zdeformoval ji. Jakmile přestane síla, kterou tiskneme jezdce do materiálu působit, začne působit elastické napětí, které změní poloměry zakřivení a styčná plocha se stává dosti malá.

Lze uvážit jednoduchý příklad v kterém jezdec z oceli o poloměru 3 mm je stlačený 1 kg závažím proti rovinné ploše. Předpokládejme, že paprsek zakřivení plochy po odstranění závaží je 6 mm. Lze poté spočítat zbytkovou styčnou plochu, která má velikost přibližně $3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$. Pro názornost obrázek 12.



Obrázek 12: Styčná plocha po odstranění kilogramového závaží. Převzato z [5] viz. literatura

$$AF = \frac{DF^2}{2r} = \frac{DF^2}{0,6 \text{ cm}},$$

$$AB = \frac{DF^2}{2R} = \frac{DF^2}{1,2 \text{ cm}},$$

$$AF - AB = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = \frac{DF^2}{1,2 \text{ cm}}.$$

Pak dostaneme $DF = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, a zbytek plochy je pak roven $A' = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2$.

Jestliže známe tvrdost oceli, nebo popřípadě jiného použitého materiálu a předpokládáme, že zbytková plocha je dosti odolná vůči zlomení, jak by to mělo být u plastické deformace v tahu, poté lze aplikovat vztah

$$L' = A' p.$$

Ze vztahu zjistíme, že síla která je potřeba k přerušení přilnavosti není nijak velká, spíše naopak. Následně lze vypočítat koeficient: $f' = 0,002$.

Výpočet jsme dostali ze vztahu

$$f' = \frac{L'}{L} = \frac{pA'}{L},$$

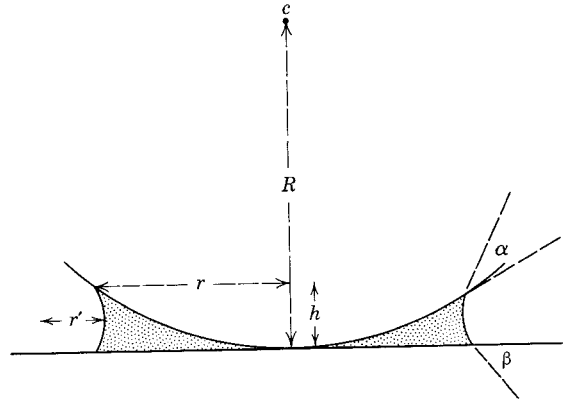
zde vidíme že f' je nepřímo úměrné L .

Za jistých okolností lze pozorovat vysoké hodnoty koeficientu f' při nízkém zatížení. Existují ale dva faktory, které snižují tento koeficient. Prvním faktorem jsou kmity dotýkajících se materiálů a druhý faktor, který zabraňuje přilnavosti jsou nečistoty na povrchu materiálů. Malá vrstvička nečistot značně redukuje koeficient přilnavosti.

Při vysokém zatížení může nastat případ, kdy vrstvička nečistot bude přerušena a tím zvýšen koeficient přilnavosti. Naopak při lehčím zatížení je vrstvička zcela účinná. Ať tak nebo onak může přítomnost nečistot sama způsobit efekt přilnavosti. Tento případ nastává, jestliže znečišťující látkou je kapalina, neboť zde začne působit povrchové napětí nebo viskózní síly.

4.1 Přílnavost způsobená povrchovým napětím

Jestliže polokulovitý jezdec je stlačený proti plošnému povrchu (obr. 13), a ve styčném bodě se nachází kapalina, nastanou účinky povrchového napětí. Tyto účinky budou „tlačit“ oba povrchy k sobě.



Obrázek 13: Kapka v oblasti styčné plochy. Převzato z [5] viz. literatura

Přílnavost L' lze v případě vyznačeném na obrázku zapsat vztahem

$$L' = \frac{\pi r^2 \gamma}{r'}$$

kde r' je poloměr zakřivení a γ je povrchové napětí.

Jestliže je množství kapaliny tak malé, že její vrchol a spodní plochy lze považovat za rovnoběžné dostáváme vztah

$$r' = \frac{h}{\cos \alpha + \cos \beta}$$

kde α je úhel mezi kapalinou a vrchní částí plochy, zatímco β je úhel mezi kapalinou a spodní částí plochy. Geometrickou úvahou lze psát $r^2 = 2Rh$.

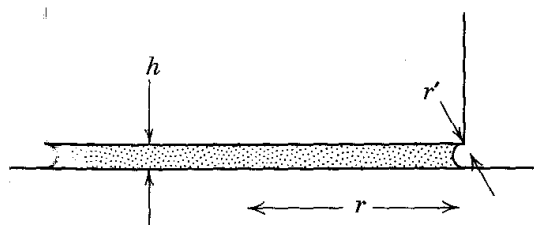
Kombinací předchozích rovnic je vztah

$$L' = \pi R \gamma (\cos \alpha + \cos \beta).$$

Tato rovnice nám ukazuje, že přílnavost není závislá na množství kapaliny mezi styčnými plochami, protože parametr r' není vyjádřením pro L' .

Pro dva ploché materiály, které jsou zobrazeny na obrázku 14 je přilnavost následující:

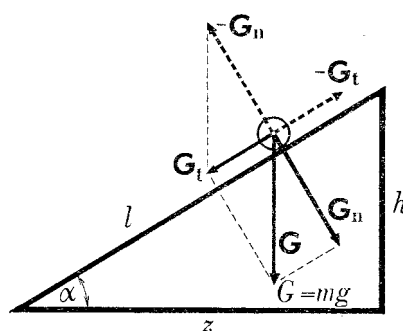
$$L' = \frac{\pi r^2 \gamma (\cos \alpha + \cos \beta)}{h}$$



Obrázek 14: Dva ploché materiály oddělené tenkým kapalným filmem. Převzato z [5] viz. literatura

5 Pohyb tělesa na nakloněné rovině

Je - li těleso na šikmé hladké rovině, tj. neuvažujeme - li tření, projevuje se jeho tíha (vtištěná síla) jednak tlakem na rovinu, jednak pohybem. Tíha tělesa $G = mg$ na nakloněné rovině s úhlem sklonu α se rozloží na dvě složky (obr. 15), jejichž účinky jsou navzájem nezávislé. Tečná složka G_t působí ve směru délky nakloněné roviny a způsobuje pohyb tělesa.



Obrázek 15: Převzato z [3] viz literatura

Má - li těleso zůstat v klidu na nakloněné rovině, musí na něj působit stejně velká síla opačného směru než G_t . Tato síla je tím menší, čím menší je sklon nakloněné roviny. Normálová složka G_n je kolmá k délce nakloněné roviny a její účinek se ruší pevností podložky. Normálová složka se též nazývá *tlaková složka tíhy* tělesa.

$$G_t = mg \sin \alpha = mg \frac{h}{l} = G \sin \alpha \dots \text{složka pohybová (dynamická)},$$

$$G_n = mg \cos \alpha = mg \frac{z}{l} = G \cos \alpha \dots \text{složka tlaková (statická)}.$$

Protože rovina je dokonale hladká, působí na hmotný bod jen silou na ní kolmou. Složkou G_n tlačí hmotný bod na rovinu, jejíž nepatrná deformace ve smyslu zákona akce a reakce působí zpět na hmotný bod stejně velkou silou $-G_n$ (vazbová síla). Na hmotný bod působí takto síly: G_n , $-G_n$, G , G_t . Z nich prvé dvě se ruší a pohyb hmotného bodu určuje jen síla G_t . Je to konstantní síla, která dodává hmotnému bodu konstantní zrychlení velikosti

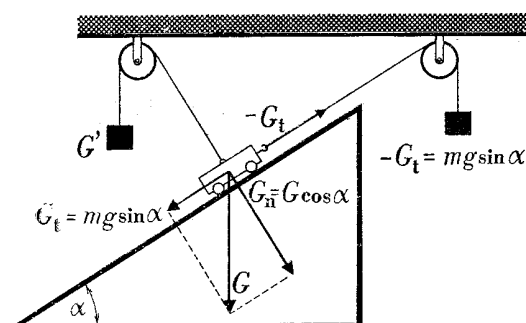
$$a = \frac{G_t}{m} = g \sin \alpha.$$

Pohyb na nakloněné rovině je tedy rovnoměrně zrychlený a přímočarý. Závislosti rychlosti a dráhy na čase jsou dány rovnicemi:

$$v = gt \sin \alpha \quad \text{a} \quad s = \frac{1}{2} gt^2 \sin \alpha$$

za předpokladu, že v čase $t = 0$ je $v = 0$ a $s = 0$.

Nakloněná rovina působí na smýkající se těleso silou $G = mg \cos \alpha$ kolmo k rovině. Pokusem vyznačeným na obr. 16 lze také určit velikost vazbové síly. Závaží G' táhne těleso kolmo k nakloněné rovině.



Obrázek 16: Převzato z [3] viz. literatura

Pokud závaží G' je menší než $G \cos \alpha$, neovlivňuje rovnováhu. Mění jen prohnutí roviny, a tím i vazbovou sílu. Teprve překročí - li G' hodnotu $G \cos \alpha$, je vozík zvednut šikmo do výše. Ve skutečnosti i tlaková složka tíhy tělesa (G_n) ovlivňuje pohyb, protože způsobuje tření, které pohyb brzdí a zmenšuje tak zrychlení. Protože třecí síla je úměrná kolmému tlaku, lze psát $F_t = \mu G \cos \alpha$.

Výsledná hybná síla působící na těleso podél nakloněné roviny směrem dolů je

$$G_t - F_t = G(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Odtud plyne pro zrychlení $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

Zůstávají - li všechny veličiny na pravé straně během pohybu stálé a je -li pravá strana kladná, je i zrychlení stálé. Pohyb po nakloněné rovině je rovno- měrně zrychlený. Zrychlení roste se sklonem roviny, klesá s koeficientem tření μ a nezávisí na hmotnosti tělesa.

6 Praktické měření a jeho zpracování

Koeficient tření μ se dá vypočítat za pomoci různých metod a postupů, které jsou méně či více složitější. Pro moje měření bude použita mnou vyrobená pomůcka, která je tvořena nakloněnou rovinnou s možností nastavení úhlu sklonu. Rozsah úhlů je od $0^\circ - 30^\circ$. To znamená, že kombinuje tribometr vodorovný a tribometr sklonný (viz. příloha 1).

Moje měření patří mezi jednodušší a výpočet koeficientu μ lze uskutečnit dle základních vzorců. Na každém konci této roviny jsou umístěny suché zipy pro rychlou a snadnou výměnu jednotlivých povrchů. Výsledky budou zaznamenávány do tabulky a poté případně porovnány s tabulkovými hodnotami.

Měřicí přístroj, o kterém se výše zmiňuji, je přesnou kopií originálu, který mi zapůjčila RNDr. Lada Bažantová z laboratoře fyziky na boskovickém Gymnáziu. Kopie byla provedena s jejím souhlasem.

Pomůcky k měření:

Siloměr, tribometr (vodorovný i sklonný), povrchy různých materiálů, dřevěný hranol, závaží.

Pracovní postup:

- A) Dřevěný hranol (viz příloha 2) položím na vodorovnou rovinu, na které se budou střídat jednotlivé povrchy. Poté díky háčkům v hranolu upevním siloměr. Následně měřím sílu F_0 , která je potřebná k uvedení hranolu do pohybu a sílu F potřebnou k udržení rovnoměrného přímočarého pohybu již pohybujícího se hranolu.

- B) Hodnoty F_0 resp. F zaznamenávám do tabulky. Síly F_0 a F měřím pětkrát a z každého jednotlivého měření vypočtu koeficient *statického* smykového tření dle: $\mu_{st} = \frac{F_0}{G}$, a koeficient *kinetického* smykového tření dle: $\mu_{kin} = \frac{F}{G}$. Ze všech vypočtených hodnot koeficientů vypočtu průměrnou hodnotu koeficientu pro danou dvojici materiálů.
- C) Poté přidávám na hranolek postupně závaží po 100g, tím zvětšuji tíhu G (tlakovou sílu na desku). Při každé změně závaží provedu záznam hodnot do tabulky. Postupuji analogicky jako v bodě B.
- D) Po provedení všech uvedených měření vyměním povrch na tribometru a celý proces opakuji znovu. Opět vše zaznamenávám do tabulky.
- E) Po výměně všech povrchů a zaznamenání všech výsledků a výpočtů, nastavím tribometr na úhel dvacet stupňů a budu opakovat postup od bodu B. Rozdíl bude akorát v použitém vztahu pro výpočet koeficientu tření μ_{st} resp. μ_{kin} . Vztahy budou následující:

$$\mu_{st.} = \frac{F_0}{m g \cos \alpha}, \quad \text{resp.} \quad \mu_{kin.} = \frac{F}{m g \cos \alpha}.$$

Zpracování výsledků: Pro následující měření bude tíhové zrychlení

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Měření na vodorovném tribometru (tzn. sklon nula stupňů)

$$G = m \cdot g$$

Materiál 1. Brusný papír (zrnitost 60). Viz příloha 3.

Pro $G = 0,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 0,80 | 0,60 | 0,90909 | 0,68182 |
| 2 | 0,70 | 0,55 | 0,79545 | 0,62500 |
| 3 | 0,65 | 0,50 | 0,73864 | 0,56818 |
| 4 | 0,65 | 0,60 | 0,73864 | 0,68182 |
| 5 | 0,60 | 0,55 | 0,68182 | 0,62500 |
| Průměrná hodnota | | | 0,772727 | 0,636364 |

Pro $G = 1,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 1,60 | 1,30 | 0,85106 | 0,69149 |
| 2 | 1,50 | 1,40 | 0,79787 | 0,74468 |
| 3 | 1,55 | 1,45 | 0,82447 | 0,77128 |
| 4 | 1,50 | 1,30 | 0,79787 | 0,69149 |
| 5 | 1,55 | 1,40 | 0,82447 | 0,74468 |
| Průměrná hodnota | | | 0,819149 | 0,728723 |

Pro $G = 2,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 2,5 | 2,25 | 0,86806 | 0,78125 |
| 2 | 2,55 | 2,2 | 0,88542 | 0,76389 |
| 3 | 2,4 | 2,2 | 0,83333 | 0,76389 |
| 4 | 2,6 | 2,25 | 0,90278 | 0,78125 |
| 5 | 2,5 | 2,1 | 0,86806 | 0,72917 |
| Průměrná hodnota | | | 0,871528 | 0,763889 |

Materiál 2. Brusný papír (zrnitost 150). Viz příloha 4.*Pro $G = 0,88\text{ N}$*

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 0,85 | 0,60 | 0,96591 | 0,68182 |
| 2 | 0,90 | 0,55 | 1,02273 | 0,62500 |
| 3 | 1,00 | 0,50 | 1,13636 | 0,56818 |
| 4 | 0,90 | 0,55 | 1,02273 | 0,62500 |
| 5 | 1,05 | 0,45 | 1,19318 | 0,51136 |
| Průměrná hodnota | | | 1,068182 | 0,602273 |

Pro $G = 1,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 2,05 | 1,30 | 1,09043 | 0,69149 |
| 2 | 2,10 | 1,25 | 1,11702 | 0,66489 |
| 3 | 2,20 | 1,40 | 1,17021 | 0,74468 |
| 4 | 2,10 | 1,40 | 1,11702 | 0,74468 |
| 5 | 2,15 | 1,35 | 1,14362 | 0,71809 |
| Průměrná hodnota | | | 1,127660 | 0,712766 |

Pro $G = 2,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 3,25 | 2,20 | 1,12847 | 0,76389 |
| 2 | 3,35 | 2,10 | 1,16319 | 0,72917 |
| 3 | 3,40 | 2,25 | 1,18056 | 0,78125 |
| 4 | 3,30 | 2,15 | 1,14583 | 0,74653 |
| 5 | 3,35 | 2,20 | 1,16319 | 0,76389 |
| Průměrná hodnota | | | 1,156250 | 0,756944 |

Materiál 3. Hobra. Viz příloha 5.*Pro $G = 0,88\text{ N}$*

| Číslo měření | F_0 -síla statická [N] | F-síla kinematická [N] | Koeficient tření- statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření- kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|--------------------------|------------------------|--|--|
| 1 | 0,30 | 0,20 | 0,34091 | 0,22727 |
| 2 | 0,35 | 0,15 | 0,39773 | 0,17045 |
| 3 | 0,40 | 0,15 | 0,45455 | 0,17045 |
| 4 | 0,30 | 0,20 | 0,34091 | 0,22727 |
| 5 | 0,35 | 0,20 | 0,39773 | 0,22727 |
| Průměrná hodnota | | | 0,386364 | 0,204545 |

Pro $G = 1,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření- statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření- kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|--|--|
| 1 | 0,85 | 0,45 | 0,45213 | 0,23936 |
| 2 | 0,80 | 0,45 | 0,42553 | 0,23936 |
| 3 | 0,90 | 0,35 | 0,47872 | 0,18617 |
| 4 | 0,90 | 0,40 | 0,47872 | 0,21277 |
| 5 | 0,85 | 0,40 | 0,45213 | 0,21277 |
| Průměrná hodnota | | | 0,457447 | 0,218085 |

Pro $G = 2,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření- statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření- kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|--|--|
| 1 | 1,40 | 0,65 | 0,48611 | 0,22569 |
| 2 | 1,45 | 0,60 | 0,50347 | 0,20833 |
| 3 | 1,50 | 0,65 | 0,52083 | 0,22569 |
| 4 | 1,45 | 0,60 | 0,50347 | 0,20833 |
| 5 | 1,50 | 0,65 | 0,52083 | 0,22569 |
| Průměrná hodnota | | | 0,506944 | 0,218750 |

Měření na sklonném tribometru (tzn. sklon dvacet stupňů)

$\cos \alpha = 0,9397$, kde $\alpha = 20^\circ$.

$$G = m \cdot g$$

Materiál 1. Brusný papír (zrnitost 60). Viz příloha 3.

Pro $G = 0,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 1,00 | 0,75 | 1,20934 | 0,90700 |
| 2 | 0,90 | 0,80 | 1,08840 | 0,96747 |
| 3 | 1,00 | 0,70 | 1,20934 | 0,84654 |
| 4 | 0,95 | 0,75 | 1,14887 | 0,90700 |
| 5 | 0,90 | 0,70 | 1,08840 | 0,84654 |
| Průměrná hodnota | | | 1,148869 | 0,894909 |

Pro $G = 1,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 2,10 | 1,70 | 1,18872 | 0,96230 |
| 2 | 2,05 | 1,80 | 1,16042 | 1,01891 |
| 3 | 2,20 | 1,70 | 1,24533 | 0,96230 |
| 4 | 2,25 | 1,65 | 1,27363 | 0,93400 |
| 5 | 2,25 | 1,70 | 1,27363 | 0,96230 |
| Průměrná hodnota | | | 1,228348 | 0,967961 |

Pro $G = 2,88 \text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 3,60 | 2,75 | 1,33023 | 1,01615 |
| 2 | 3,50 | 2,85 | 1,29328 | 1,05310 |
| 3 | 3,75 | 2,75 | 1,38566 | 1,01615 |
| 4 | 3,55 | 2,80 | 1,31175 | 1,03462 |
| 5 | 3,70 | 2,85 | 1,36718 | 1,05310 |
| Průměrná hodnota | | | 1,337620 | 1,034623 |

Materiál 2. Brusný papír (zrnitost 150). Viz příloha 4.

Pro $G = 0,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 1,05 | 0,75 | 1,26980 | 0,90700 |
| 2 | 1,00 | 0,70 | 1,20934 | 0,84654 |
| 3 | 0,95 | 0,80 | 1,14887 | 0,96747 |
| 4 | 1,10 | 0,75 | 1,33027 | 0,90700 |
| 5 | 0,95 | 0,75 | 1,14887 | 0,90700 |
| Průměrná hodnota | | | 1,221429 | 0,907002 |

Pro $G = 1,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 2,30 | 1,70 | 1,30194 | 0,96230 |
| 2 | 2,30 | 1,65 | 1,30194 | 0,93400 |
| 3 | 2,35 | 1,70 | 1,33024 | 0,96230 |
| 4 | 2,40 | 1,65 | 1,35854 | 0,93400 |
| 5 | 2,35 | 1,60 | 1,33024 | 0,90569 |
| Průměrná hodnota | | | 1,324578 | 0,939658 |

Pro $G = 2,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 3,70 | 2,75 | 1,36718 | 1,01615 |
| 2 | 3,65 | 2,70 | 1,34870 | 0,99767 |
| 3 | 3,60 | 2,80 | 1,33023 | 1,03462 |
| 4 | 3,65 | 2,70 | 1,34870 | 0,99767 |
| 5 | 3,60 | 2,85 | 1,33023 | 1,05310 |
| Průměrná hodnota | | | 1,345010 | 1,019843 |

Materiál 3. Hobra. Viz příloha 5.*Pro $G = 0,88\text{ N}$*

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 0,50 | 0,40 | 0,60467 | 0,48373 |
| 2 | 0,45 | 0,40 | 0,54420 | 0,48373 |
| 3 | 0,40 | 0,35 | 0,48373 | 0,42327 |
| 4 | 0,50 | 0,40 | 0,60467 | 0,48373 |
| 5 | 0,50 | 0,35 | 0,60467 | 0,42327 |
| Průměrná hodnota | | | 0,568388 | 0,459548 |

Pro $G = 1,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 1,20 | 0,80 | 0,67927 | 0,45285 |
| 2 | 1,20 | 0,85 | 0,67927 | 0,48115 |
| 3 | 1,25 | 0,90 | 0,70757 | 0,50945 |
| 4 | 1,15 | 0,85 | 0,65097 | 0,48115 |
| 5 | 1,20 | 0,90 | 0,67927 | 0,50945 |
| Průměrná hodnota | | | 0,679271 | 0,486811 |

Pro $G = 2,88\text{ N}$

| Číslo měření | F_0 - síla statická [N] | F - síla kinematická [N] | Koeficient tření-statický $\mu_{st.}$ | Koeficient tření-kinematický $\mu_{kin.}$ |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 2,10 | 1,35 | 0,77597 | 0,49884 |
| 2 | 1,90 | 1,40 | 0,70207 | 0,51731 |
| 3 | 1,90 | 1,30 | 0,70207 | 0,48036 |
| 4 | 2,00 | 1,35 | 0,73902 | 0,49884 |
| 5 | 1,95 | 1,40 | 0,72054 | 0,51731 |
| Průměrná hodnota | | | 0,727931 | 0,502531 |

7 Závěr

Cílem mojí bakalářské práce bylo podat celistvý pohled a shrnutí na tření a to nejen z hlediska fyzikálního, ale i z hlediska praktického využití. To znamená, že práce by měla rozvést do detailů jednotlivé druhy tření, jejich vznik, podstatu, výpočet, popřípadě na čem jednotlivé tření závisí. V další kapitole pojednávám o tření, které je blízké nám všem, a tření bez kterého si nedokážeme náš život představit.

Dále je v mé práci zahrnuta i kapitola, ve které by se měl čtenář dozvědět něco o jevu s názvem přilnavost. Kapitola je v práci zahrnuta proto, že přilnavost je jedním z mnoha faktorů, které ovlivňují tření.

Předposlední kapitola je věnována pohybu tělesa na nakloněné rovině, který je ovlivňován právě třecí silou.

Závěrečná kapitola mojí bakalářské práce je soustředěna na praktické měření a následné zpracování. V této kapitole jsem ověřil využitelnost teorie v praxi. Závěr této kapitoly, tudíž mého měření, lze shrnout takto:

- Statický koeficient je v každém případě větší než koeficient dynamický.
- Tyto výše uvedené koeficienty se korektně zvětšují po přidání zátěže.
- V případě úhlu sklonu dvacet stupňů jsou koeficienty vždy větší než jejich příslušné hodnoty pro vodorovné měření tzn. pro úhel sklonu nula stupňů.
- Lze také říci, že materiály které jsou na omak hrubší, mají vždy větší koeficienty tření než materiály na omak hladší.
- Hodnoty které jsou uvedeny v tabulkách a hodnoty naměřené lze považovat v rámci možností za shodné.
- V rámci možností znamená, že moje metoda měření patří mezi ty amatérské. Také jsem bohužel nebyl vybaven dostatečně přesným a spolehlivým siloměrem, proto se mohou výsledky měření lišit.
- Vyrobený přístroj, který jsem používal na měření, bych rád věnoval katedře fyziky jako didaktickou pomůcku při výuce.

8 Literatura

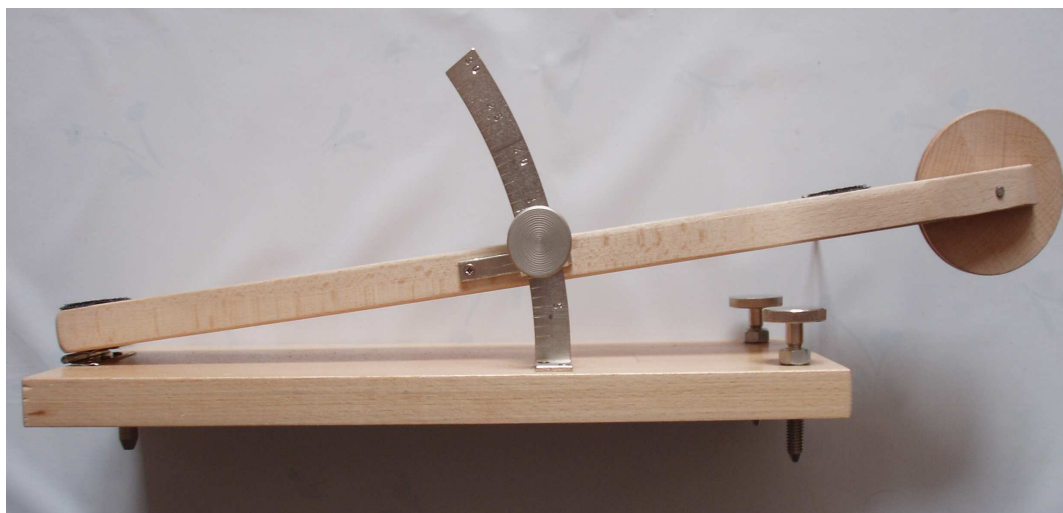
- [1] JAVORSKIJ, B. M.; SELEZNĚV, J. A. *Přehled elementární fyziky*. Praha: SNTL, 1989. ISBN 80-03-00184-6.
- [2] HORÁK, Z., KRUPKA, F. *Fyzika*. Praha: SNTL/ALFA, 1976.
- [3] HLAVIČKA, Alois., BĚLAŘ, Antonín., KRMEŠSKÝ, Július., ŠPELDA, Antonín. *Fyzika pro pedagogické fakulty*. Praha: SPN, 1971.
- [4] ČMELÍK, M., MACHONSKÝ, L., ŠÍMA, Z. *Fyzikální tabulky*. Liberec: TU Liberec, 2001. ISBN 80-7372-009-4.
- [5] RABINOWICZ, E. *Friction and wear of materials, second edition*. USA: 1995. ISBN 0-471-83084-4

Elektronické zdroje:

- [6] <[http://www.vscht.cz/ufmt/cs/pomucky/uhrovah/skripta/Uloha%203.pdf](https://is.muni.cz/auth/dok/fmgr.pl?fakulta=1441;obdobi=3764;studium=191832;ag=of_ma;furl=%2Fof%2F1441%2FFY2BP_PL%2Fjaro2008%2F;info=> Stáhnuto dne 22.2.2008</p><p>[7] <
Stáhnuto dne 26.3.2008

Přílohy

Příloha 1: Tribometr (obrázek)



Příloha 2: Dřevěný hranol (obrázek)



Příloha 3: Brusný papír – zrnitost 60 (obrázek)



Příloha 4: Brusný papír – zrnitost 150 (obrázek)



Příloha 5: Hobra (obrázek)

