MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY

Kombinatorika a sport: příklady pro základní školy

Bakalářská práce

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Autorka práce: Bc. Lenka Vysloužilová

Anotace

Bakalářské práce na téma Kombinatorika a sport: příklady pro základní školy přispěje k rozvoji kombinatorického myšlení u žáků druhého stupně základních škol. Bakalářská práce se skládá z teoretické a praktické části. Teoretická část se zabývá postavením matematiky a kombinatoriky v Rámcovém vzdělávacím programu základního vzdělávání a metodikou řešení slovních úloh. Praktická část je sestavena ze čtyř částí, z nichž každá obsahuje slovní úlohy spjaté s vybraným sportem a návrhy žákovského řešení. V příloze jsou vloženy pracovní listy s některými slovními úlohami z praktické části této práce.

Annotation

Bachelor thesis - combinatoric problems in sport: excercises for primary schools to increase understanding of combinatorics in students of the second half of primary schools.
This thesis consists of theoretical and practical part. Theoretical part focuses on current situation of mathematics and combinatorics in the overal program for primary education and methods of solving relevant problems. Practical part consists of four sections, which have excercises connected with a chosen sport and suggested solutions. Attachment includes worksheets with excercises from the practical part of the thesis.

Klíčová slova

Matematika, kombinatorika, slovní úloha, Rámcový vzdělávací program, základní vzdělávání, kompetence, volejbal, hokej, judo, plavání.

Keywords

Mathematics, combinatorics, word problem, Framework Educational Programme, elementary education, competence, volleyball, hockey, judo, swimming.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou bakalářskou práci na téma *Kombinatorika a sport: příklady pro základní školy* vypracovala samostatně, s využitím pouze citované literatury a pramenů uvedených v seznamu použité literatury.

V Brně dne 26.11.2015 ……………………………

Bc. Lenka Vysloužilová

Poděkování

Děkuji Mgr. Heleně Durnové, Ph.D., vedoucí mé bakalářské práce, za odborné vedení práce, trpělivost a cenné rady, které mi pomohly tuto práci zkompletovat.

Úvod

Kombinatorika je pro žáky a studenty poměrně nešťastným odvětvím matematiky. Příčinu toho je možné nalézt ve způsobu výuky kombinatoriky. Je zcela běžné, že vyučující se žáky zběžně proletí vzorečky a spočítá s nimi slovní úlohy, ve kterých většinou vystupují mince nebo kostky. Pro žáky je výběr vhodného vzorečku často sázkou do loterie a nevidí v příkladu žádný valný smysl. Spousta žáků si neuvědomí, že se s kombinatorikou setkávají i v každodenním životě a může jim být mnohdy nápomocná.

Hlavním cílem této práce je vytvoření kombinatorických slovních úloh spjatých se sportem a rozvíjejících kombinatorické myšlení žáků základních škol. Dílčími cíli jsou: vyhledat pravidla vybraných sportů, prostudovat je, sestavit slovní úlohy pro žáky základních škol a vytvořit pracovní listy s těmito slovními úlohami.

První kapitola je věnována kombinatorice jako vědní disciplíně. Nejprve je popsáno hlavní poslání kombinatoriky, tedy čím se zabývá. Další část stručně popisuje historii kombinatoriky, přičemž jsou zde uvedeny jména nejznámějších matematiků, kteří se zasloužili o rozvoj matematické disciplíny.

Následující kapitola se věnuje zařazení matematiky do rámcového vzdělávacího programu (RVP) na základních školách. Poté je popsána také role kombinatoriky nejen v rámci základního vzdělávání, ale také jako součást výuky na středních odborných školách, učilištích a gymnáziích.

Praktická část je složena z kombinatorických slovních úloh spjatých se sporty, konkrétně s volejbalem, hokejem, judem a plaváním. Začátky kapitol jsou věnované danému sportu a krátkému popisu pravidel, o které se slovní úlohy opírají. Ke každé úloze je popsán návrh žákovského řešení. U některých úloh najdeme také komentář pro učitele. Cílem slovních úloh je především samostatná práce žáků, kteří nevyužívají základní kombinatorická pravidla a vzorečky, ale vypisují jednotlivé možnosti řešení.

Příloha obsahuje pracovní listy, jeden ke každému z vybraných sportů. Byly vybrány pouze některé příklady z praktické části bakalářské práce, aby bylo možné každý z pracovních listů stihnout během jedné vyučovací hodiny.

Teoretická část

1. Kombinatorika

Kombinatorika neboli kombinatorická matematika je součástí diskrétní matematiky, která se zabývá vlastnostmi konečných množin.[1] Mimo to se také od ostatních matematických disciplín liší tím, že ne vždy si výsledek našeho výpočetního postupu můžeme ověřit. Musíme tedy často spoléhat pouze na vlastní úsudek při výběru vzorce.[2] Klasická kombinatorika studuje problémy výběru prvků a jejich umístění do určitých skupin (neboli konfigurací) daných vlastností.[3]

1.1. Historie kombinatoriky

1.1.1. Kombinatorika ve starověku

S prvními kombinatorickými poznatky se můžeme setkat již ve starověku, v období kolem roku 2000 př. n. l., a to v matematických textech z Číny a Indie. V díle Kniha proměn (posvátná čínská kniha taosimu) se již objevují jedny z nejstarších konfigurací, a také vztahy pro výpočet variací s opakováním. Tato kniha pochází přibližně z roku 2200 př. n. l. Ve starověké indické matematice se pak setkáváme také s dalšími konfiguracemi, permutacemi a kombinacemi.[4] Nevyužívalo se zde však současných zavedených pravidel součtu a součinu, či

---

[1] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5, s. 203.
[2] CALDA, Emil a Václav DUPAČ. Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. 5.vyd. Praha: Prometheus, 2008, 170 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3, s. 7.
[3] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5, s. 203.
[4] Tamtéž

jiných kombinatorických vzorců. Jednalo se o příklady s malým počtem prvků, proto se zde objevuje vypisování všech jednotlivých možností.[5]

Ve starověkém Řecku se také setkáváme s určitými kořeny kombinatorického přístupu. Iránský matematik al-Karadží popsal ve svém díle aritmetický trojúhelník, později nazývaný Pascalův trojúhelník.[6]

1.1.2. Počátky moderní kombinatoriky

Kombinatorika jakožto matematická disciplína se vydělila ve 2. polovině 17. století, prakticky se vznikem teorie pravděpodobnosti. Tato moderní kombinatorika je spojena se jmény B. Pascala, P. Fermata, J. Bernoulliho, G. W. Leibnize, L. Eulera. B. Pascal se zabýval řešením aritmetického trojúhelníku, přesněji kombinacemi bez opakování a vlastnostmi kombinačních čísel v něm. Ze spisu německého matematika Leibnize Umění kombinatoriky, pochází název matematického oboru „kombinatorika“. Toto dílo je také první publikovanou prací v rámci kombinatoriky.[7] Formování kombinatoriky jako samostatné matematické disciplíny pak završuje dílo švýcarského matematika Jacoba Bernoulliho – Umění předvídat. V tomto díle autor studuje variace, permutace a kombinace bez opakování i s opakováním jednotlivých prvků.[8]

1.1.3. Kombinatorika v 19. a 20. století

Kombinatorika se v tomto století stala již součástí matematiky. Německý matematik a fyzik C. F. Gauss (1777 – 1855) se může pochlubit mj. i významnými výsledky v kombinatorice, přičemž známé jsou jeho výsledky kombinatorických úloh o šachovnici.

---

[5] Tamtéž

[6] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5, s. 203.

[7] FUCHS, Eduard. *Kombinatorika a teorie grafů: určeno pro posl. fak. přírodověd*. 1. vyd. Praha: SPN, 1986, 138 s, s. 8.

[8] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5, s. 204.

V roce 1818 vydal britský soukromý učitel matematiky Peter Nicholson první anglicky psanou kombinatorickou práci Essays on the Combinatorial Analysis.

Na počátku 20. století vydal německý matematik Eugen Netto první souhrnnou učebnici kombinatoriky s názvem Lehrbuch der Kombinatorik. Prudký rozvoj kombinatoriky, ale také diskrétní matematiky jako celku, byl zaznamenán v posledních třiceti letech 20. století, a to především díky rozvoji výpočetní techniky. [9]

2. Postavení matematiky v RVP ZV

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) schválilo v roce 2004 nové principy pro vzdělávání žáků ve věku od 3 do 19 let. Reforma, kterou současné školství prochází, vychází z Bílé knihy. Cílem této reformy by měla být proměna školské instituce, v níž je důležité, aby žák nepřijímal informace pouze pasivně. Cílem je výchova aktivních lidí, kteří jsou schopni samostatně myslet, třídit poznatky, řešit každodenní situace. V rámci této reformy byly zavedeny rámcové vzdělávací programy (dále RVP), na jejichž základě si každá škola sestaví školní vzdělávací program (dále ŠVP).[10]

RVP je jedním z kurikulárních dokumentů, který vyčleňuje jednotlivé etapy závazného rámce vzdělávání – předškolní, základní a střední vzdělávání.

Základní vzdělávání je jedinou fází vzdělávání, které se musejí povinně účastnit všichni občané ČR, a to ve dvou po sobě následujících stupních, které na sebe navazují jak obsahově a organizačně, tak také didakticky. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále RVP ZV) vymezuje vše nezbytné a společné v povinném vzdělávání žáků.[11] Žáci se po 1. stupni

[9] POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5, s. 204.

[10] FUCHS, Eduard, František PROCHÁZKA a Miroslav STANĚK. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Střední odborné školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 95 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-323-2.

[11] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: MŠMT, 2013. 142 s. [cit. 2015-26-11]. Dostupné z WWW:http://www.nuv.cz/file/433_1_1/, s. 5.

na ZŠ adaptují na povinné, pravidelné a systematické vzdělávání. Žáci na 2. stupni získávají vědomosti, dovednosti a návyky, které jim umožňují samostatné učení.[12]

Cílem základního vzdělávání je pomoci žákům při utváření a rozvíjení klíčových kompetencí, poskytnout dostačující a spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného především na situace každodenního života a na praktické upotřebení získaných informací. V rámci ZV je usilováno o naplnění nespočtu cílů, mezi které patří například umožnění žákům, aby si osvojili strategii učení, aby dokázali tvořivě myslet, logicky řešit problémy, se kterými se mohou kdykoliv střetnout. Žáci nemají pouze pasivně přejímat informace, ale musí se naučit využívat tyto informace i v běžném životě.[13]

Klíčové kompetence, které jsou cílem ZV, jsou podle RVP „*souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti*“. V rámci ZV je smyslem vybavit žáka šesti základními kompetencemi – kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanská, kompetence pracovní.[14]

2.1. Matematika v rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání

RVP ZV rozděluje vzdělávací obsah do devíti oblastí. Jednotlivé vzdělávací oblasti jsou pak tvořeny samostatným vzdělávacím oborem nebo skupinou obsahově blízkých oborů.

„Matematika a její aplikace“ je právě jednou z těchto devíti oblastí. Tato vzdělávací oblast je v rámci *základního vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích.*[15] Oblast

---

[12] FUCHS, Eduard, Alena HOŠPESOVÁ a Hana LIŠKOVÁ. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 79 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-326-7.
[13] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: MŠMT, 2013. 142 s. [cit. 2015-26-11]. Dostupné z WWW:http://www.nuv.cz/file/433_1_1/, s. 9.
[14] Tamtéž, s. 11.
[15] Tamtéž, s. 29.

umožňuje získávání matematické gramotnosti, neboť poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné pro praktický život.[16]

2.1.1. Pojetí a cíle matematiky na 1. stupni základního vzdělávání

Matematická gramotnost, která se u žáků rozvíjí již od samého začátku, je postavena především na dovednostech v pamětném a písemném počítání. Ačkoliv v dnešní době je již snadné využívat různé technické prostředky (kalkulačky, počítače), je důležité vyřešit základní početní úkoly bez nich. Znalost výpočtů nám umožní odhadnout, zda jsme při výpočtu na kalkulačce neudělali chybu. Vzdělávací obsah matematiky a jejích aplikací v RVP ZV zahrnuje čtyři tematické okruhy pro 1. stupeň: číslo a početní operace; závislosti, vztahy a práce s daty; geometrie v rovině a v prostoru; nestandartní aplikační úlohy a problémy. Každý z vyjmenovaných okruhů je rozepsán a obsahuje očekávané výstupy žáka a učivo.[17]

2.1.2. Pojetí a cíle matematiky na 2. stupni základního vzdělávání

Vzdělávací obsah, stejně jako u 1. stupně základního vzdělávání, zahrnuje čtyři tematické okruhy: číslo a proměnná; závislosti, vztahy a práce s daty; geometrie v rovině a v prostoru; nestandartní aplikační úlohy a problémy. Tyto okruhy jsou obdobné jako okruhy formulované na 1. stupni základního vzdělávání.

2.1.3. Zařazení kombinatoriky do základního vzdělávání

Ačkoliv kombinatorika se v RVP ZV nevyskytuje, je možné ji zařadit do tematického okruhu *nestandartní aplikační úlohy a problémy*, ale také do okruhu *závislosti, vztahy a práce s daty*. Pro řešení kombinatorických úloh je zapotřebí pracovat s informacemi ze zadaných úloh

[16] FUCHS, Eduard, Alena HOŠPESOVÁ a Hana LIŠKOVÁ. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 79 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-326-7.

[17] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: MŠMT, 2013. 142 s. [cit. 2015-26-11]. Dostupné z WWW:http://www.nuv.cz/file/433_1_1/, s. 30.

(prvky množiny). Žáci se s kombinatorickými úlohami setkávají již na 1. stupni ZV, aniž by si uvědomovali, že se zabývají touto specifickou disciplínou matematiky. Příkladem nemusí být jen hodina matematiky, ale také výuka výtvarné výchovy. Zadání může být například takové: žáci mají nakreslit dvoubarevný kabát. K tomu má každý z žáků k dispozici stejný počet pastelek ve stejných barvách. Paní učitelka by pak na konci této hodiny mohla udělat anketu a zjistit tak, kolik žáků použilo jakou kombinaci barev. Poté by žáci s pomocí paní učitelky zjistili jaký je celkový počet všech barevných kombinací. Jednalo by se o takový nenápadný a nenásilný úvod do kombinatoriky.

2.1.4. Kombinatorika jako součást RVP pro gymnaziální (GV) a pro střední odborné vzdělávání (SOV)

Kombinatorika v RVP GV je v kapitole společně s prací s daty a pravděpodobností. Najdeme zde očekávané výstupy žáka a ve zkratce popis učiva, které by mělo být v rámci kombinatoriky probráno. Jedná se o elementární kombinatorické úlohy, variace, permutace a kombinace (bez opakování), binomickou větu a Pascalův trojúhelník. Co se týče znalostí, kterými by žáci po dokončení studia kombinatoriky měli disponovat, očekává se, že žák dokáže řešit problémy s kombinatorickým podtextem, využívat kombinatorických postupů při výpočtech pravděpodobností, upravovat výrazy s faktoriály a kombinačními čísly.[18]

V rámci středního odborného vzdělávání rozlišujeme školní vzdělávací program pro střední odborná učiliště s výučním listem a střední odborné školy, které jsou ukončeny maturitou. Pro každý obor je vytvořený vlastní rámcový vzdělávací program. Obory s maturitou jsou učivem i očekávanými výstupy velmi blízké gymnáziím. Na oborech s výučním listem se kombinatorika vůbec nevyučuje.[19]

[18] BALADA, Jan. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: RVP G*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, c2007, 100 s. ISBN 978-80-87000-11-3, s. 24.
[19] MAŇÁK, Lukáš. Kombinatorika na střední škole [online]. Brno: Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity. Ústav matematiky a statistiky, 2014 [cit. 2015-26-11]. Dostupné z WWW: <http://www. http://is.muni.cz/th/321647/prif_b/BP.pdf>.

3. Metodika řešení slovních úloh

Slovní úloha je taková úloha, ve které je slovní formulací vyjádřen vztah mezi určitými a hledanými údaji. K tomu, aby byla slovní úloha správně vyřešena, je nutné, aby její zadání bylo správně a jasně formulované.

Slovní úlohy mají velký didaktický význam. Díky nim se rozvíjí logické myšlení žáků, jejich pozornost a představivost. Některé slovní úlohy mohou mít také značný výchovný obsah. S takovými úlohami se můžeme setkat například v učebním textu Drahomíry Holubové – Environmentální výchova ve vyučování matematiky. Během řešení slovních úloh si žáci upevňují početní návyky a vědomě používají základní početní operace. Slovní úlohy také připravují žáky na využívání matematiky v praktickém životě.[20]

Slovní úlohy jsou jedním z nosných problémů didaktiky matematiky. Žáci s nimi zápasí již od první třídy. Někteří žáci tento souboj vyhrají a naučí se, jak se slovními úlohami naložit. Jiní se rozhodnou, že je pro ně úloha příliš složitá a o její řešení se ani nepokusí. Je velmi důležité, zda dokáže žák pochopit zadání slovní úlohy, tedy jak dokáže porozumět danému textu. Schopnost číst matematický text je velmi závislá na tom, jak dokáže žák číst běžný text – například článek v dětském časopise. Milan Hejný se této problematice porozumění textu slovních úloh i ostatním procesům spojenými s řešením slovních úloh věnuje v práci Číselné představy dětí. Spolu s kolegy prováděl v průběhu deseti let experimentální vyučování, na jehož základě rozpracovali různé didaktické postupy, které zvyšují žákovu schopnost číst matematický text s porozuměním.[21]

Žáci tedy musí být po přečtení zadání úlohy schopni porozumět otázce a na tu pak nalézt odpověď. Při tvorbě slovních úloh je tedy nutné, aby byl text přehledný a žáci se v něm dokázali snadno orientovat a porozumět mu. Je tedy lepší, když není zadání slovní úlohy příliš obsáhlé. Také je důležité, aby se v jedné slovní úloze nevyskytovalo více zápisů číselných údajů. Pokud je v jedné větě napsána informace číslicí (4 góly), pak už by neměl být další údaj v jiné větě popsán číslovkou (dva fotbalisté). Po přečtení slovní úlohy si žáci musí ujasnit, co vlastně mají

[20] BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. 2. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 978-80-210-5419-6., s. 4.

[21] HEJNÝ, Milan a Naďa VONDROVÁ. *Číselné představy dětí: [kapitoly z didaktiky matematiky]*. Praha: Univerzita Karlova, 1999, 123 s. ISBN 80-86039-98-6., s. 39.

řešit a přemýšlet, jak se k výsledku dopracují. Brzy přijdou na to, že nejjednodušší u kombinatorických úloh je vypisování všech možností, je však možné, že naleznou i jiný způsob. Zkoušku správného výsledku si pak mohou zkontrolovat se spolužáky, s učitelem, společně na tabuli. Pokud se žáci ve výsledcích neshodnou, je dobré provést kontrolu na tabuli, aby všichni žáci viděli všechny možnosti před sebou.

Slovní úlohy mají nezastupitelný význam ve vyučování matematiky, proto je důležité věnovat náležitou pozornost jak metodickým, tak didaktickým přístupům. Témata slovních úloh by měla být pestrá a zajímavá pro žáky. Proto jsou v této práci zvoleny právě sportovní slovní úlohy. Žáci si však v rámci tvůrčích schopností mohou vymyslet také své vlastní slovní úlohy, a to nejen na sport, ale i na nějaké jiné koníčky. Úlohy mohou být také řešitelné více způsoby. I mezi kombinatorickými slovními úlohami o sportu najdeme příklady, které lze řešit více způsoby. Mohou být řešeny vypisováním všech možností, na tomto řešení jsou postaveny slovní úlohy v této práci, nebo mohou být řešeny pomocí vzorců. Při užívání však často chybují i vysokoškolští studenti, proto není vhodné těmito pravidly a vzorečky zatěžovat žáky na základní škole, ale je lepší ukázat jim spíše tu zdlouhavější, avšak daleko efektivnější metodu, protože díky ní žáci rozvíjejí své kompetence.

Milan Hejný spolu s Františkem Kuřinou uvádějí v knize Dítě, škola a matematika zajímavý příklad toho, že ne vždy je důležité, aby žáci znali právě tyto kombinatorické vzorce. Jako příklad uvádějí žáka 5. třídy a žákyni sexty. Tito žáci dostali za úkol spočítat následující úlohu: „*V turnaji hraje 5 družstev. Hraje se systémem každý s každým jeden zápas. Kolik zápasů se v turnaji odehraje?*“[22] Žákyně ze sexty použila vzorec pro kombinace a příklad vypočítala správně. Žák 5. třídy si nejprve pojmenoval všech pět družstev a poté vypisoval všechny zápasy. Také se dopracoval ke správnému výsledku – 10 zápasů, ale špatně je spočítal, a řekl 11 zápasů. I když jeho počínání nebylo příliš systematické, dopracoval se ke správnému výsledku a bylo vidět, že ví, co řeší, proč to tak řeší. Naproti tomu žákyně sexty nevěděla, proč použila vzoreček pro kombinace, jen odpověděla, že u turnajů se používá vzoreček pro kombinace.

[22] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4., s. 81.

3.1. Slovní úlohy této práce

Slovní úlohy v této práci jsou koncipovány tak, aby se žáci nemuseli učit žádná kombinatorická pravidla, ani vzorce na permutace, variace a kombinace. V každém příkladu je možné si danou situaci nakreslit, vypsat všechny možnosti. Jsou vytvářeny tak, aby nebylo více než sto možných řešení, v takovém případě by se žákům zajisté přestalo líbit vypisování všech řešení. Učitel, který na ZŠ zařadí kombinatorické úlohy do několika hodin matematiky, však může žákům sdělit i jinou možnost řešení, tedy pomocí pravidel a vzorců, která se učí na středních školách.

Pro úspěšné řešení slovních úloh je vhodné vypsat všechny možnosti, poté si zkontrolovat, zda některé možnosti nejsou zaznamenány vícekrát. Tímto postupem se žáci naučí nejen matematickému uvažování nad slovními úlohami, ale také pečlivosti a soustředěnosti. Žáci se zajisté věnují také různým sportovním koníčkům, proto pro ně mohou být slovní úlohy zaměřené právě na sport velmi zajímavé.

3.2. Kompetence získané pomocí slovních úloh

Slovní úlohy v této bakalářské práci jsou vytvořeny tak, aby přispěly k osvojení určitých kompetencí žáků, naplňovaly cíle vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, formulované v RVP ZV. Jde především o:

- řešení aplikačních úloh vyjadřujících situace z běžného života (konkrétně ze sportovních aktivit)
- řešení problémových úloh
- využívání řešení matematických úloh v praxi
- rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti při řešení úloh, rozvíjení systematičnosti, vytrvalosti, přesnosti[23]

[23] BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. 2. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 978-80-210-5419-6., s. 3.

Praktická část

Úkolem praktické části je sestavení kombinatorických slovních úloh zaměřených na různé sporty, přičemž každá z nich obsahuje návrh žákovského řešení. Ze sestavených slovních úloh jsou vytvořeny pracovní listy k jednotlivým sportům.

4. Komentář pro učitele k praktické části práce

Příklady, které jsou spjaty se sporty, jsou vytvářeny tak, aby řešení nebylo příliš komplikované a žáci měli možnost vypsat všechna možná řešení ručně bez použití technologií a vzorců. Není potřeba zahlcovat žáky vzorečky variací, permutací či kombinací. Vzorečky mohou žákům pomoci, může však nastat situace, kdy je jejich použití spíše kontraproduktivní.

Na začátku každé kapitoly, která je spjata s novým, dosud nezmiňovaným sportem, jsou ve stručnosti popsána pravidla daného sportu. Najdeme zde pouze části pravidel, která budou využita u některých příkladů. Tato pravidla je možné rozšířit, zeptat se žáků, zda by byl někdo schopen popsat základní či rozšířená pravidla konkrétního sportu. Samozřejmě lze také zavést diskuzi, kdo jaký sport provozuje, jak dlouho, zda by chtěl dělat ještě jiný sport atd. Tím by učitel žáky motivoval a ukázal, že příklady nebudou jen teoretické a prakticky nevyužitelné, ale budou se týkat něčeho, co žáky baví.

U každého příkladu by bylo vhodné, aby se každý žák nejprve seznámil s příkladem, pochopil, co se po něm chce a pokud možno, aby si sám zkusil najít způsob, jak daný příklad vyřešit. Jakmile uvidíte, že pracuje větší množství žáků, pobídněte je, aby poradili i ostatním spolužákům, jak mohou při řešení příkladu postupovat. Pokud nebudou žáci schopni přijít na postup, můžete jim nabídnout možná řešení, pokud je jich více. Případně je motivovat k tomu, aby zjistili, jakým dalším možným způsobem se lze dopracovat ke stejnému správnému výsledku.

Pokud je žák upozorněn na to, zda záleží či nezáleží na pořadí, měl by učitel vysvětlit, co se za touto poznámkou ukrývá.

Učitelé mohou využít pracovní listy vložené v příloze této práce. Pracovní listy obsahují příklady, jejichž návrhy řešení jsou uvedeny v praktické části práce. Není však nutné dodržet tato žákovská řešení. Pokud lze příklady řešit jinými způsoby, která zde nejsou uvedena, samozřejmě je učitel může žákům předvést. Rozhodně je přípustná také diskuze ohledně alternativních řešení.

5. Komentář k pracovním listům

Tato práce obsahuje čtyři pracovní listy. Každý z těchto pracovních listů je sestaven ze slovních úloh, které se týkají jednoho sportu. Slovní úlohy jsou vybrány z praktické části této práce tak, aby bylo možné zvládnout vyřešení během jedné vyučovací hodiny, resp. pracovní listy k jednomu sportu jsou sestaveny na jednu vyučovací hodinu. Pracovní listy však neobsahují pravidla jednotlivých sportů, jak jsou uvedena v praktické části. Tato pravidla sdělí učitel před řešením slovních úloh v pracovních listech. Každý žák dostane své pracovní listy, pracovat však nemusí jen samostatně, ale mohou se ve třídě vytvořit menší skupinky. Záleží na organizaci hodiny učitelem. Skupiny mohou být vytvořeny tak, aby byl v každé skupině alespoň jeden žák, kterého daný sport zajímá nebo se v něm orientuje. Bylo by dobré, aby si žáci ještě tutéž hodinu probrali řešení příkladů také s učitelem.

VOLEJBAL – slovní úlohy

Pravidla volejbalu

Každý volejbalový tým může mít nejvýše dvanáct hráčů, přičemž šest z nich je umístěno na hrací ploše, zbylých šest sedí na lavičce. Ve hře musí být vždy šest hráčů každého družstva. Základní sestava družstva určuje pořadí postupu hráčů na hřišti. Toto pořadí musí být zachováno po celý set. Např. nastoupí-li hráč Pavel a po levici má Tomáše a po pravici Karla, toto postavení mezi Tomášem a Karlem má Pavel po celou dobu hry.

Vítězství v setu znamená, že vyhrává to družstvo, které jako první získalo 25 bodů s rozdílem nejméně dvou bodů. V případě nerozhodného stavu 24:24 se ve hře pokračuje, dokud není dosaženo dvoubodového rozdílu (26:24; 27:25;…). V utkání vítězí družstvo, které vyhrálo tři sety.

Účelem hry je poslat míč přes síť na zem do pole soupeře a zabránit soupeřově snaze o totéž. Družstvo má právo na tři odbití.

Odbití družstva je jakýkoliv dotek hráče s míčem ve hře. Každé družstvo je k vrácení míče přes síť oprávněno použít maximálně tři odbití (tři doteky). Hráč nesmí odbít dvakrát po sobě

Příklad 1:

V hodině tělesné výchovy jsou sestaveny tři volejbalové týmy. Hráči Lenka, Daniel a Jiří jsou přiřazeni do jednotlivých volejbalových týmů.

a) Lenka musí hrát ve stejném týmu jako Daniel, ale nemůže hrát spolu s Jiřím.
Kolik je možností zařazení těchto tří hráčů do týmů?

Tab. 1: Zařazení hráčů do týmu (a)

tým A	tým B	tým C

b) Každý ze tří hráčů bude umístěn do jiného týmu.

Tab. 2: Zařazení hráčů do týmu (b)

tým A	tým B	tým C

Návrh žákovského řešení:

Žáci mají k dispozici tabulky, do kterých si jednotlivé možnosti mohou napsat.

a) Je dáno, že hráči Lenka a Daniel budou v jednom týmu, budou tedy zapsáni do tabulky společně do jednoho rámečku nejprve v týmu A, postupně také v týmu B a C. Jiří nesmí být ve stejném týmu, jako Lenka a Daniel, ale může být v libovolném z ostatních dvou.

Tab. 3: Zařazení hráčů do týmu (a) – návrh žákovského řešení

tým A	tým B	tým C
Lenka, Daniel	Jiří	
Lenka, Daniel		Jiří
Jiří	Lenka, Daniel	
	Lenka, Daniel	Jiří
	Jiří	Lenka, Daniel
Jiří		Lenka, Daniel

b) Opět si žáci mohou všechny možnosti vypsat do tabulky, aby viděli, jak se možnosti mění, pokud se změní podmínky stanovení spoluhráčů a soupeřů.

Tab. 4: Zařazení hráčů do týmu (b) – návrh žákovského řešení

tým A	tým B	tým C
Lenka	Daniel	Jiří
Lenka	Jiří	Daniel
Daniel	Lenka	Jiří
Jiří	Lenka	Daniel
Daniel	Jiří	Lenka
Jiří	Daniel	Lenka

Po zapsání částí a) i b) do tabulek žáci zjistí, že se počet možností rozmístění hráčů do týmů nezměnil, z důvodu počtu tří hráčů a současně tří týmů. V obou případech je tedy 6 možností, jak umístit hráče do týmu. Zde může učitel žákům ukázat, jak se změní počet možností rozmístění do týmů, pokud zůstanou tři hráči, ale budou se rozdělovat do čtyř týmů. Další možností je vyzkoušet, jestli se počet možností rozmístění změní, pokud přidáme jednoho hráče i jeden tým. Tedy budou čtyři hráči rozdělováni do čtyř týmů.

Příklad 2:

Na volejbalový turnaj v Morkovicích se dostavilo šest týmů z okolních vesnic. Turnaj probíhal formou hry „každý s každým“. Zjistěte, kolik zápasů bude odehráno během turnaje.

Návrh žákovského řešení:

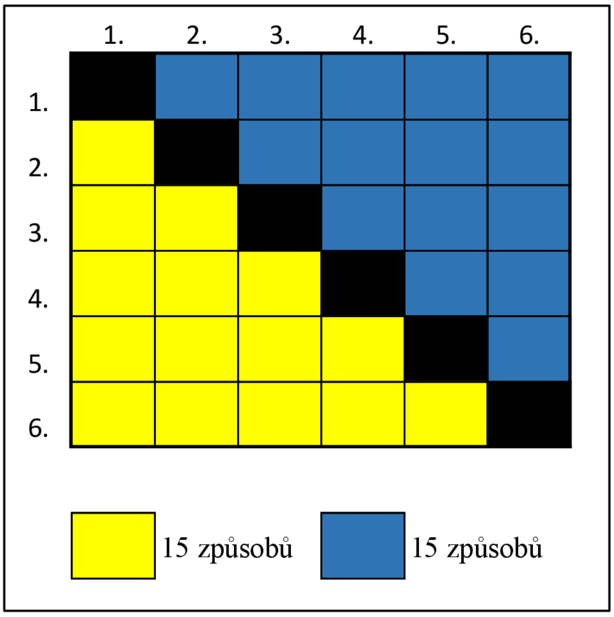
Žáci si mohou sami zvolit, jakým způsobem budou tento příklad řešit.

Řešení I:

Žáci si nakreslí tabulku podle počtu týmů, v našem případě je to tabulka 6x6 čtverečků, přičemž každý čtvereček udává zápas dvou soupeřících týmů. Čtverečky, v našem případě černé, mezi dvěma protějšími rohy (z levého horního do prvého spodního) dávají dohromady diagonálu, která určuje zápasy, které by muselo odehrát družstvo samo se sebou, tzn., že tyto čtverečky nic neznamenají a nepočítáme s nimi. Tato diagonála tabulku rozděluje na dva shodné počty čtverečků. Zápasy, v našem případě označeny žlutými čtverečky, jsou totožné se zápasy na druhé straně diagonály, které jsou vybarveny modrou barvou. Avšak zápasy dvou týmů se konají jen jednou za turnaj, tzn., počítáme pouze s polovinou tabulky, tedy se čtverečky jedné barvy.

Lze si tabulku představit pouze v hlavě. Tabulka je sestavena z 6x6=36 čtverečků, 6 čtverečků tvoří diagonála, tedy 36-6=30. Z toho poté odečteme polovinu a získáme 15 zápasů hry „každý s každým".

Tato tabulka hry „každý s každým" je pro takový typ úloh velmi nápomocná a žáci se s ní pravděpodobně budou setkávat častěji. Proto učitel může tento postup důkladněji vysvětlit.



Obr. 1: Tabulka hry „každý s každým" – návrh žákovského řešení

Řešení II:

Žáci si mohou vymyslet různé názvy týmu a všechny možné dvojice si poté vypsat například do tabulky.

Můžeme příklad řešit například s těmito názvy týmů: Tygři, Psi, Vlci, Kočky, Jaguáři, Sloni

Nejprve si žáci vypíší všechny možnosti u jednoho týmu. U dalších týmů je pak o jednu možnost méně, protože chybějící možnost je již zahrnuta v kombinacích předchozího týmu.

Tedy – nejprve vypíšeme všechny možnosti hry týmu Tygři, poté začneme vypisovat hry týmu Psi, přičemž vynecháme kombinaci s týmem Tygři.

Při psaní možností pod sebe do jednotlivých sloupců, kdy první tým v tomtéž sloupci je vždy stejný, získáváme schodovitý tvar. Je to způsobeno tím, že v každém dalším sloupci jsou vynechány možnosti, které jsou již ve sloupcích přechozích.

TP	PV	VK	KJ	JS
TV	PK	VJ	KS	
TK	PJ	VS		
TJ	PS			
TS				

Obr. 2: Možnosti dvojic soupeřů pro jednotlivé zápasy – návrh žákovského řešení

Pomocí obou způsobů řešení získáváme 15 zápasů během volejbalového turnaje v Morkovicích.

Příklad 3:

Ve třídě 7.B je třináct chlapců a pět dívek. Byly vytvořeny tři volejbalové týmy – Kobry, Žraloci a Netopýři.

a) V týmu Kobry jsou čtyři chlapci, v týmu Žraloci jsou také čtyři chlapci, v týmu Netopýři je chlapců pět.

   Kolika způsoby lze rozdělit pět dívek do těchto tří týmů?

   Poznámka: Ve volejbalovém týmu musí být šest hráčů. V tuto chvíli ještě nezáleží na pořadí ani na umístění chlapců v týmech.

   Pomůcka: Vytvořte si podobnou tabulku, jako je níže navrhovaná.

   Pro lepší přehlednost používejte zkratky: např. 4CH znamená čtyři chlapci. Dívky můžeme označit například písmeny A, B, C, D, E.

Tab. 5: Návrh tabulky pro zápis řešení

tým Kobry se dvěmi dívkami	tým Žraloci se dvěma dívkami	tým Netopýři s jednou dívkou
4CH + A + B	4CH + C + D	5CH + E
4CH + A + B	4CH + C + E	5CH + D

Návrh žákovského řešení:

Žáci mají před sebou návrh tabulky, tedy i návod k tomu, jak si jednotlivé možnosti zapisovat.

Tab. 6: Rozdělení dívek do týmů – návrh žákovského řešení

tým Kobry se dvěmi dívkami	tým Žraloci se dvěma dívkami	tým Netopýři s jednou dívkou
4CH + A + B	4CH + C + D	5CH + E
4CH + A + B	4CH + C + E	5CH + D
4CH + A + B	4CH + D + E	5CH + C
4CH + A + C	4CH + B + D	5CH + E
4CH + A + C	4CH + B + E	5CH + D
4CH + A + C	4CH + D + E	5CH + B
4CH + A + D	4CH + B + C	5CH + E
4CH + A + D	4CH + B + E	5CH + C
4CH + A + D	4CH + C + E	5CH + B
4CH + A + E	4CH + B + C	5CH + D
4CH + A + E	4CH + B + D	5CH + C
4CH + A + E	4CH + C + D	5CH + B
4CH + B + C	4CH + A + D	5CH + E
4CH + B + C	4CH + A + E	5CH + D
4CH + B + C	4CH + D + E	5CH + A

tým Kobry se dvěmi dívkami	tým Žraloci se dvěma dívkami	tým Netopýři s jednou dívkou
4CH + B + D	4CH + A + C	5CH + E
4CH + B + D	4CH + A + E	5CH + C
4CH + B + D	4CH + C + E	5CH + A
4CH + B + E	4CH + A + D	5CH + C
4CH + B + E	4CH + A + C	5CH + D
4CH + B + E	4CH + C + D	5CH + A
4CH + C + D	4CH + A + B	5CH + E
4CH + C + D	4CH + A + E	5CH + B
4CH + C + D	4CH + B + E	5CH + A
4CH + C +E	4CH + A + B	5CH + D
4CH + C +E	4CH + A + D	5CH + B
4CH + C +E	4CH + B + D	5CH + A
4CH + D + E	4CH + A + B	5CH + C
4CH + D + E	4CH + A + C	5CH + B
4CH + D + E	4CH + B + C	5CH + A

V tomto příkladu se setkáváme s větším počtem možností, proto je zapotřebí psát je systematicky a přehledně, jinak bychom na nějaké řešení mohli zapomenout. Po vypsání všech možností do tabulky zjišťujeme 30 různých způsobů, jak rozdělit dívky do týmů.

Příklad 4:

Na volejbalový zápas do Kutné hory jede osm žákyň ze ZŠ Oskol z Kroměříže. Dvě žákyně jedou jako případné náhradnice.

a) Kolika způsoby je možné sestavit volejbalový tým složený z šesti hráček?

b) Kolika způsoby lze vybrat dvě děvčata, která se zápasu nakonec nezúčastní?

Návrh žákovského řešení:

a) Je vhodné si žákyně označit, buďto celými jmény nebo pouze písmeny, např. A, B, C, D, E, F, G, H

Pro lepší přehlednost si žáci mohou psát možnosti pod sebe. Je to vhodnější, protože se dá ve vypsaných kombinacích lépe orientovat.

Volejbalový tým, složený z šesti hráček z osmi možných, je možné sestavit 28 různými způsoby.

A	B	C	D	E	F
A	B	C	D	E	G
A	B	C	D	E	H
A	B	C	D	F	G
A	B	C	D	F	H
A	B	C	D	G	H
A	B	C	E	F	G
A	B	C	E	F	H
A	B	C	E	G	H
A	B	C	F	G	H
A	B	D	E	F	G
A	B	D	E	F	H
A	B	D	E	G	H
A	B	D	F	G	H
A	B	E	F	G	H
A	C	D	E	F	G
A	C	D	E	F	H
A	C	D	E	G	H
A	C	D	F	G	H
A	C	E	F	G	H
A	D	E	F	G	H
B	C	D	E	F	G
B	C	D	E	F	H
B	C	D	E	G	H
B	C	D	F	G	H
B	C	E	F	G	H
B	D	E	F	G	H
C	D	E	F	G	H

Obr. 3: Možnosti sestavení volejbalového týmu – návrh žákovského řešení

b) Při řešení příkladu, kdy mají být vybrány dvě dívky, které se zápasu nezúčastní, lze postupovat dvěma způsoby. Pokud již žáci mají vypracované zadání a), mohou si ke každé z možností připsat i chybějící dvě dívky. Tímto způsobem získají všechny kombinace dívek, které se zápasu nezúčastní. Tzn., opět získáváme výsledek 28.

Lze postupovat také bez pomoci z části příkladu a). Postup je totožný s postupem v *Příkladu 2*, *Řešení II*. Možnosti lze zapisovat pod sebe tak, aby první písmeno bylo stejné, po vyčerpání všech možností dosadit za první písmeno jinou možnost a psát do dalšího sloupečku. Tímto způsobem vytvoříme přehledný soupis všech kombinací dívek, které se zápasu nezúčastní.

A B	B C	C D	D E	E F	F G	G H
A C	B D	C E	D F	E G	F H	
A D	B E	C F	D G	E H		
A E	B F	C G	D H			
A F	B G	C H				
A G	B H					
A H						

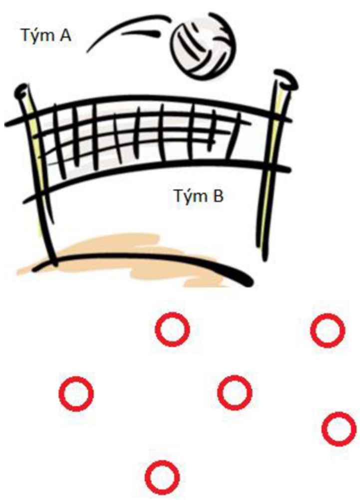
Obr. 4: Možnosti výběru nezúčastněných děvčat – návrh žákovského řešení

Příklad 5:

Volejbalová hra začíná „podáním“ míče přes síť. Tým A podává. Tým B má na zpracování míče 3 možnosti. Jednou z možností je, že hráč týmu B odrazí míč hned zpět týmu A, tzn., na území týmu B se míče dotkne pouze jeden hráč.

Kolik je možností takového předání míče mezi týmy A a B?

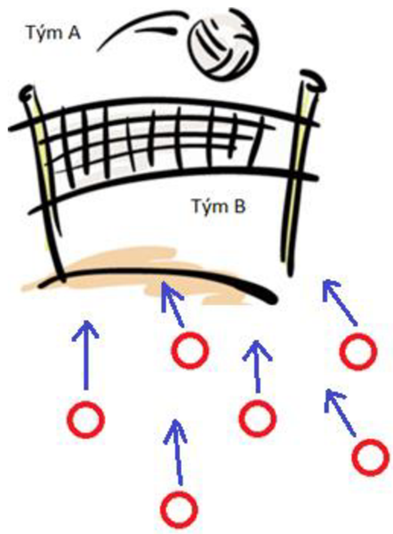
Pomůcka: Na obrázku si čarami označte všechny možnosti.



Obr. 5: Rozmístění hráčů na hřišti (a)

Návrh žákovského řešení:

Žáci zaznačí řešení přímo do obrázku. Možností je šest, protože je právě šest hráčů v jednom týmu.



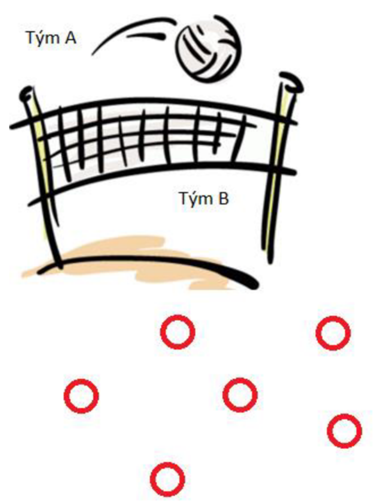
Obr. 6: Rozmístění hráčů na hřišti (a)
- návrh žákovského řešení

Příklad 6:

Volejbalová hra je v plném proudu a hráči týmu B se rozhodli, že míč budou posílat přes síť po právě jedné nahrávce mezi hráči svého týmu. Tj. vždy se míče dotknou dva hráči týmu B.

Kolik takových možností přihrávek na straně týmu B je možných?

Pomůcka: Přihrávky si nakreslete čarami do obrázku. Pro lepší přehlednost si můžete obrázek hřiště nakreslit vícekrát.

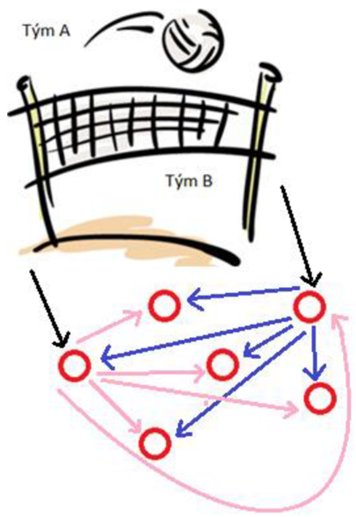


Obr. 7: Přihrávky mezi hráči týmu B (b)

Návrh žákovské řešení:

Žáci mohou použít k řešení příkladu oba obrázky, tím se vyvarují nepřehlednosti. Na obr. je ukázka řešení pouze možností, kdy se míče jako první dotknou pouze dva hráči. Již zde je však možné dopočítat celé řešení, bez dalšího kreslení do obrázku.

Vidíme, že každý hráč, který zpracuje míč jako první má pět možností přihrávky svým spoluhráčům. Tým B má šest hráčů, tzn. 6 x 5 = 30 možností přihrávky mezi hráči jednoho týmu na dva doteky. Tímto uvažováním se dostáváme k jednomu z kombinatorických pravidel.



Obr. 8: Přihrávky mezi hráči týmu B (b)
- návrh žákovského řešení

Komentář pro učitele:

Cílem tohoto příkladu je, aby si žáci osvojili jedno z kombinatorických pravidel, konkrétně KOMBINATORICKÉ PRAVIDLO SOUČINU.

Vybíráme dvojice tvaru $[x_1, x_2]$, kde x_1 je hráč, který se míče dotkne jako první, x_2 je hráč, který se míče dotkne jako druhý a ten ho již odpálí přes síť k soupeři.

Za x_1 můžeme dosadit kteréhokoliv hráče – 6 hráčů.

Za x_2 nemůžeme dosadit 1 hráče, protože u volejbalu platí, že se 1 a tentýž hráč nesmí dotknout míče dvakrát po sobě. Tedy za x_2 dosadíme $6 - 1 = 5\ hráčů$

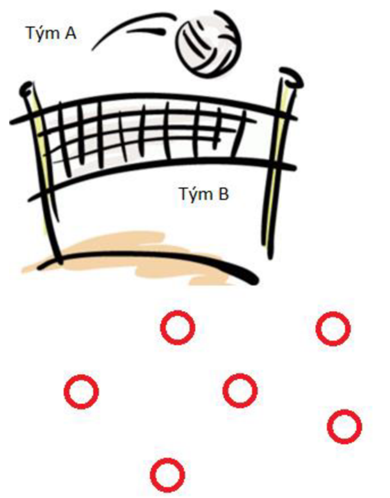
Zde již můžeme aplikovat zmíněné kombinatorické pravidlo součinu: $6 \times 5 = 30\ hráčů$

Příklad 7:

Při volejbalové hře je maximální počet po sobě následujících přihrávek v jednom týmu roven třem.

Kolik je možností takových přihrávek, pokud se žádný hráč nedotkne míče dvakrát?

Nápověda: Podívejte se na předchozí příklad a zkuste se zamyslet nad tím, zda bychom nemohli postup přizpůsobit i pro tento nový příklad.



Obr. 9: Přihrávky mezi hráči týmu B (c)

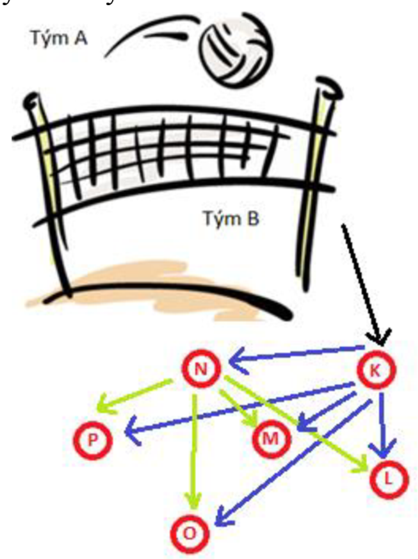
Návrh žákovského řešení:

Z předchozího příkladu se žáci dozvěděli, kolika možnostmi je možné přihrát, pokud se míče dotknou dva hráči. Mohou si opět načrtnout obrázek, aby si na příkladu jedné hry vyzkoušeli, co je popsáno v zadání.

Z obrázku je patrné, že jako první se míče dotkne hráč, označený písmenem K. Tento hráč může míč přihrát jednomu z hráčů L, M, N, O, P, tedy 5 různým hráčům. Než však poletí míč přes síť, musí být provedena ještě jedna přihrávka. Podmínkou však je, aby se míče již nedotkl hráč, který již odehrál. Opět se podíváme na obrázek, kde je vyznačena možnost, kdy hráč K přihraje hráči N a ten má možnost míč přihrát hráčům L, M, O, P, tedy 4 různým hráčům.

Na obrázku je tedy zdůrazněn příklad, kdy se jako první dotkne míče hráč K, který má 5 možností. V případě, že by míč zpracoval kterýkoliv jiný hráč, získáme $6 \times 5 = 30$ možností. Dále z obrázku víme, že hráč, který převezme míč jako druhý má již pouze 4 možnosti přihrání. Tedy opět pokud bychom počítali každého hráče, získali bychom $5 \times 4 = 20$ možností.

Pokud tyto dvě části spojíme, získáme 6x5x4=120 možností.



Obr. 10: Přihrávky mezi hráči týmu B (c) - návrh žákovského řešení

Komentář pro učitele:

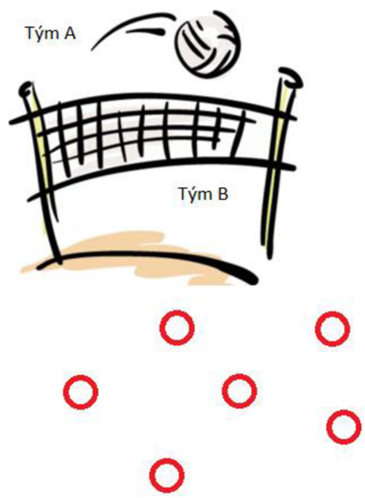
I zde se vyučující může zmínit o kombinatorickém pravidlu součinu, nyní se třemi složkami. Můžeme si nakreslit tabulku o rozměrech 30x6 čtverečků, kde 30 budou předchozí odpálení a třetí hráč musí být někdo jiný než první dva hráči, kteří míč odpálili.

Vybíráme trojice tvaru $[x_1, x_2, x_3]$, kde x_1 je hráč, který se míče dotkne jako první, x_2 je hráč, který se míče dotkne v pořadí jako druhý a x_3 je hráč, který se dotkne míče jako třetí a odpálí míč na stranu soupeře.

Z předchozího příkladu víme, jak použít kombinatorické pravidlo součinu. Díky omezení, že žádný hráč se nesmí míče dotknout více jak jednou, dostáváme: $6 \times 5 \times 4 = 120$

Příklad 8:

Nyní pozměníme zadání předchozího příkladu. Opět se míče dotknou hráči týmu B třikrát, ale tentokrát se hráč, který se míče dotkne jako první, může míče dotknout i jako třetí.

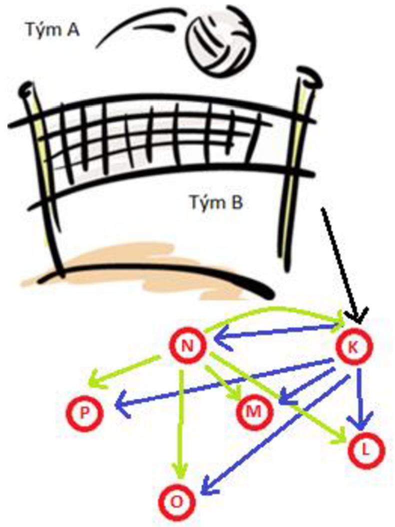


Obr. 11: Přihrávky mezi hráči týmu B (d)

Návrh žákovského řešení:

Z předchozí příkladu žáci vědí, jak by postupovali, pokud by se každý hráč směl dotknout míče pouze jednou. Tento příklad je změněn právě tím, že hráč, který se dotkl jako první, se může dotknout i jako poslední, než pošle míč přes síť k soupeři. Opět mají žáci možnost si alespoň nějaké možnosti zaznačit do obrázku.

Obrázek z předchozího příkladu se změní pouze o možnost, kdy hráč označený písmenem N smí míč přihrát zpět hráči, od kterého míč dostal, tedy hráči K. Tím se změní počet možností o 30. Protože již nepočítáme se součinem 6x5x4, ale se součinem 6x5x5, kdy poslední číslice 5 nám určuje právě tu možnost, že míč smí být přihrát zpět hráči, který se již míče dotkl.



Obr. 12: Přihrávky mezi hráči týmu B (d)
- návrh žákovského řešení

Komentář pro učitele:

V příkladech o přihrávkách mezi hráči ve volejbale se žáci seznámili s novým pravidlem, které je třeba procvičovat, aby se ho žáci naučili používat. V závislosti na věku žáků lze zobecnit, či nikoliv. Procvičováním kombinatorického pravidla součinu si žáci osvojí pravidlo a naučí se ho používat namísto vypisování možností do tabulky, či zakreslování do obrázků.

Příklad 9:

V týmu A hraje Linda, Tomáš, Lukáš, Verča, Honza a Marek. První dotek míče po odpálení míče hráčem týmu B padl na Lindu.

a) Kolika hráčům může Linda míč přihrát?

b) Změní se počet přihrávek, pokud míč jako první neodehraje Linda, ale Lukáš?

Návrh žákovského řešení:

Žáci si mohou příklad opět nakreslit nebo odpovědět z hlavy, protože tento příklad je pouze oddychový na závěr kapitoly o volejbale. Učitel také získá informaci o pochopení příkladu žáky.

a) Linda může přihrát pěti hráčům nebo míč rovnou odpálit zpět týmu A.

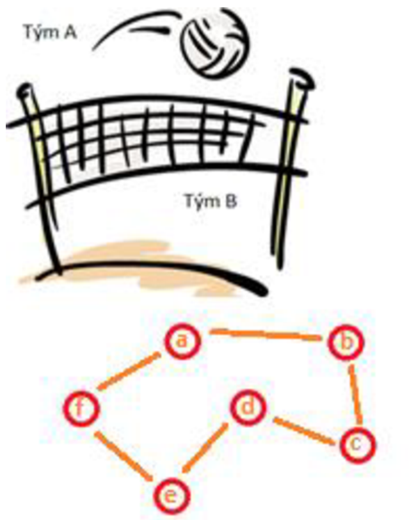
b) Počet přihrávek se nezmění, stejně jako Linda má i Lukáš pět možností, komu přihraje míč.

Příklad 10:

Hráči ve volejbale mají vždy stejné postavení, podobné jako na obrázku.

Kolika způsoby je možné postavit hráče v týmu B tak, aby ani jeden z hráčů nezměnil své sousedy?

Co se stane po přehození řad, kdy u sítě budou hráči *e, d, c*, v druhé řadě hráči *f, a, b*. Budou mít hráči stále stejné sousedy?



Obr. 13: Postavení hráčů na hřišti

Návrh žákovského řešení:

Žáci si mohou označit místa 1, 2, 3, 4, 5, 6

Osoby již jsou označené v obrázku *a, b, c, d, e, f*

Pokud je osoba a na místě 1, pak platí $a \to 1$, $b \to 2$, $c \to 3$, $d \to 4$, $e \to 5$, $f \to 6$. Tedy pořadí *a b c d e f*.

Poté, co nastane přesun, získáváme pořadí *f a b c d e*, postupně přesouváme dále a dostáváme následující pořadí: *e f a b c d, d e f a b c, c d e f a b, b c d e f a*.

Při dalším přesunu již dostaneme opět *a b c d e f*

Celkem je možné postavit hráče na hřišti 6 způsoby.

Při přehození řad, kdy hráči *e, d, c* budou u sítě a hráči *f, a, b* budou dále od sítě, hráči budou mít stejné sousedy, ale prohodí se strany. Například hráč *a* nebude mít po levici hráče *f* a po pravici hráče *b*, ale naopak.

Příklad 11:

Probíhá volejbalové utkání mezi žáky ZŠ Holešov a ZŠ Morkovice. Nejprve bylo utkání velmi nevyrovnané a stav byl 24:24, ale nakonec vyhrála ZŠ Morkovice ve stavu 27:29.

Kolik je variant skóre mezi tím, kdy utkání bylo 24:24 a tím, kdy skončilo 27:29?

Návrh žákovského řešení:

Je důležité, aby si žáci uvědomili, že při rozdílu dvou a více bodů by jeden z týmu vyhrál. Proto je pouze deset možných variant, jak mohlo skóre vypadat.

24:24	25:25	26:26	27:27
24:25	25:26	27:26	27:28
25:24	26:25	26:27	27:29

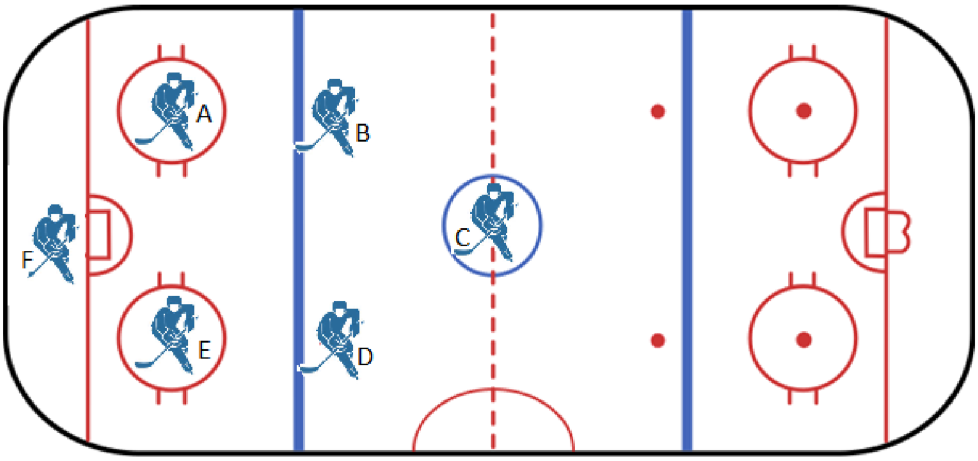
HOKEJ – slovní úlohy

Pravidla ledního hokeje

Počet hráčů na ledě na začátku každého utkání je dvanáct. Každý tým má na hřišti *šest hráčů*, přičemž jeden z nich je *brankář*. Během hry se však počet hráčů může změnit, a to z různých důvodů. Hráči mohou být posláni na *trestnou lavici*, pokud je jim udělen trest za chování odporující pravidlům. Tresty uděluje hlavní rozhodčí. Během trestu hráče je tým v oslabení, protože ve většině případů potrestaný hráč nemůže být nahrazen jiným hráčem.

Příklad 1:

Na začátku hokejového zápasu musí mít hokejový tým na ledě šest hráčů (pět hráčů v poli + jeden brankář). Během utkání může mít tým na ledě nejméně čtyři hráče (tři hráči v poli + jeden brankář).



Obr. 14: Postavení hráčů na ledě

Dva hráči z týmu, kteří na začátku nastoupili s ostatními hráči na led, byli během hry posláni na trestnou lavici. Nevíme však, kteří dva hráči z hráčů A, B, C, D, E, F to byli.

a) Kolika způsoby lze vyřadit dva hráče z týmu na lavičku?

   Pomůcka: Možnosti si zapište do tabulky.

b) Kolik možností usazení na lavičku by bylo, pokud by záleželo na pořadí, v jakém byli na lavičku posazeni?

Tab. 7: Vyloučení hráči na lavičce

1. hráč na lavičce	2. hráč na lavičce

Návrh žákovského řešení:

a) Žáci mají k dispozici jak obrázek pro lepší představu, tak také tabulku pro lepší přehlednost vypsaných možností. Žákům není zdůrazněno, že brankář, tedy hráč označený písmenem F, musí zůstat na ledě, ale v zadání mají napsáno, že při vyřazení dvou hráčů je na ledě i brankář. Takže uvidíme, kolik žáků se ho pokusí vyřadit a kolik si pozorně přečetlo zadání.

   Pokud se žákům více líbí jiný způsob zápisu, mohou použit právě ten. Tabulka je pouze jako návrh. Například zápis po sloupečcích, který byl ve výše uvedených příkladech, je také vhodný. Oběma způsoby získáváme 10 způsobů, jak vyřadit ze hry dva hráče a posadit je na lavičku.

Tab. 8: Vyloučení hráči na lavičce
– návrh žákovského řešení

1. hráč na lavičce	2. hráč na lavičce
A	B
A	C
A	D
A	E
B	C
B	D
B	E
C	D
C	E
D	E

A B	B C	C D	D E
A C	B D	C E	
A D	B E		
A E			

Obr. 15: Vyloučené dvojice hráčů

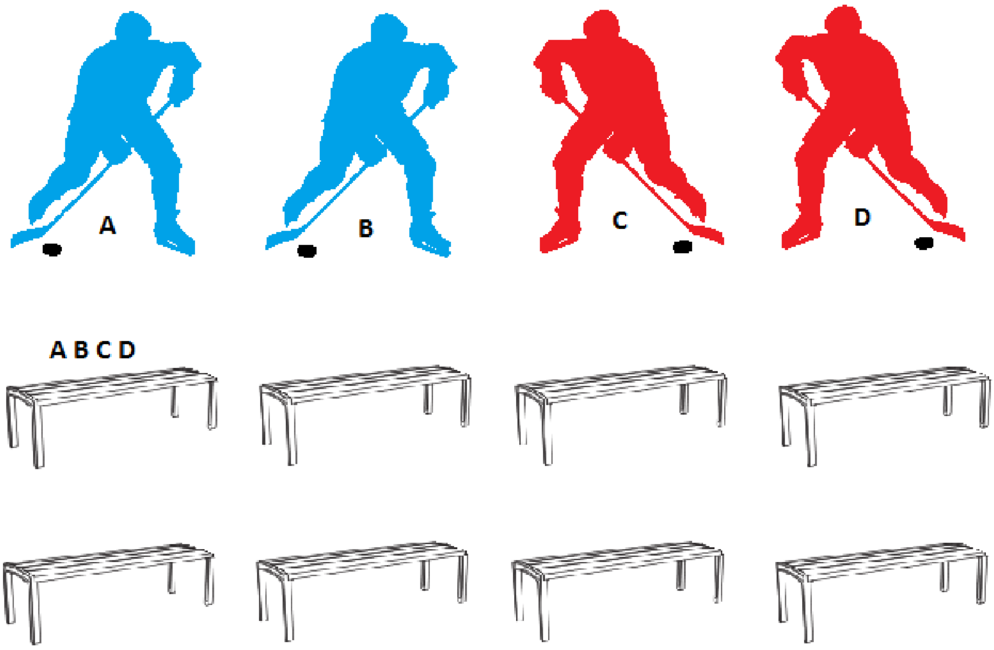
b) Protože záleží na pořadí, v jakém jsou na lavičku usazeni, vynásobíme předchozí výsledek dvěma a získáváme 10x2=20 možností jak usadit hráče na lavičku.

Příklad 2:

Na trestnou lavici jsou posláni dva hráči z obou hokejových týmů, kteří se účastní zápasu na stadionu v Brně. Hráči byli posláni postupně.

a) Kolik je možností pořadí, ve kterém byli čtyři hráči posláni na trestnou lavici, pokud hráč A byl poslán jako první.

Hráči jsou označeni písmeny. Podle vzoru nadepište nad lavičky všechny možnosti.



Obr. 16: Možnosti vyloučení čtyř hráčů z ledové plochy

b) Kolik je možností pořadí, pokud jsou na lavičku usazování postupně, ale bez daného pořadí?

Z části a) víte, kolik je možností, když první umístění na lavičku je pevně dáno hráčem A. Je možné vynásobit tento výsledek čtyřmi?

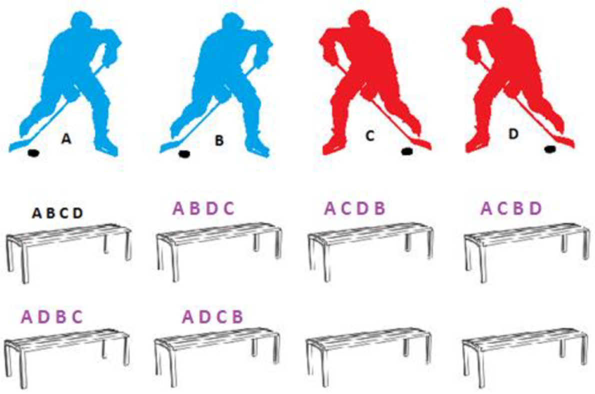
Pomůcka: Všechny možnosti napište do tabulky.

Tab. 9: Umístění vyřazených hráčů na lavičku

hráč A na 1. místě	**hráč B na 1. místě**	**hráč C na 1. místě**	**hráč D na 1. místě**

Návrh žákovského řešení:

a) Příklad je usnadněn podmínkou, že jako první je na trestnou lavici poslán vždy hráč A. Řešení je na obrázku. Možností pořadí, jak budou hráči odesláni na trestnou lavici, je 6.



Obr. 17: Možnosti vyloučení čtyř hráčů z ledové plochy – návrh žákovského řešení

b) Žáci mají usnadněné vypisování, díky tabulce budou mít zápis přehledný a seřazený do sloupců podle toho, který hráč byl na lavičku poslán jako první. Možností jak usadit čtyři hokejisty na trestnou lavici je 24.

Tab. 10: Umístění vyřazených hráčů na lavičku – návrh žákovského řešení

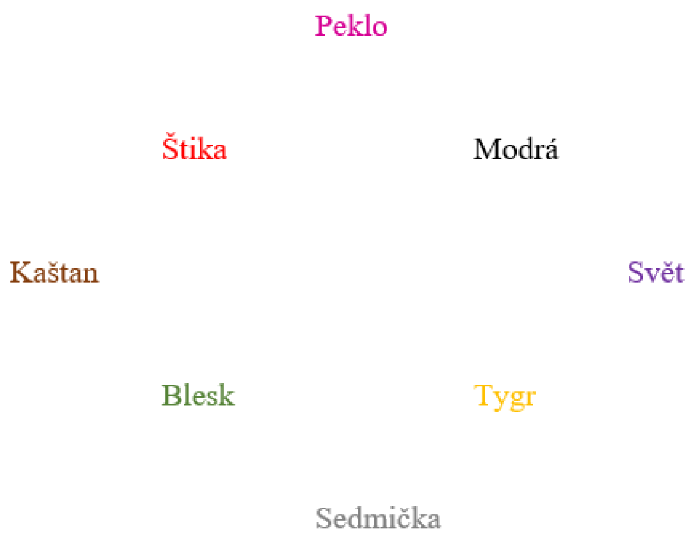
hráč A na 1. místě 	**hráč B na 1. místě** 	**hráč C na 1. místě** 	**hráč D na 1. místě** 
ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDCA	CDAB	DCAB
ADCB	BDAC	CDBA	DCBA

Příklad 4:

Hokejového turnaje v Brně v aréně DRFG se zúčastnilo 8 týmů základních škol. Týmy byly rozlosovány po dvojicích.

a) Kolik je možností počátečního rozlosování týmů do dvojic. Podmínkou je, že proti sobě nesmějí hrát týmy, které začínají na písmeno S, Š, P.
Zakroužkujte týmy, které proti sobě nesmějí hrát.
Spojte čarami možné dvojice a poté spočítejte tyto čáry. Použijte pastelky a vyberte barvy podle označení názvů týmů.

Názvy týmů: Štika, Kaštan, Blesk, Tygr, Svět, Modrá, Peklo, Sedmička

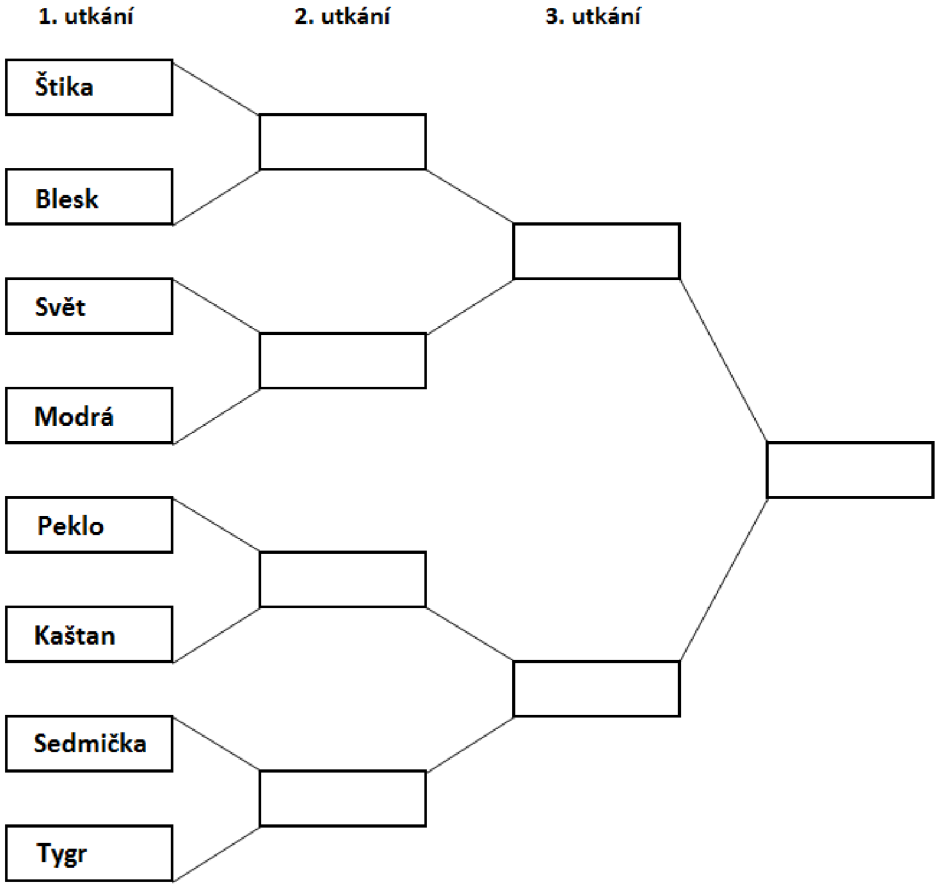


Obr. 18: Hokejové týmy na turnaji v Brně

b) O kolik se zvýší počet možností počátečního rozlosování dvojic, pokud nebude stanovena žádná podmínka výběru?

c) Na schématu vidíte, jak byly týmy doopravdy rozlosovány.
Napište do schématu jakoukoliv variantu vítězství 2. a 3. utkání tak, aby se absolutním vítězem stal tým TYGR.
Zkontrolujte si se sousedem, zda jste vytvořili stejné schéma nebo jiné.
Udělejte si s paní učitelkou průzkum, kolik spolužáků vytvořilo shodné schéma.

d) Ve schématu vidíme, kolik proběhne zápasů, pokud na začátku budou rozlosovány čtyři dvojice, přičemž bude postupovat vždy jen výherní tým. Zápasů se uskuteční přesně deset. Kolik by bylo zápasů při hře „každý s každým“?



Obr. 19: Schéma zápasů hokejového turnaje

Návrh žákovského řešení:

a) Nejprve mají žáci za úkol zakroužkovat týmy, které spolu vzájemně nemohou být ve dvojici. Díky tomu bude pro ně práce přehlednější a budou vědět, že tyto týmy nemají vzájemně spojovat čarami.

   Žáci si pak mohou vypsat, kolik čar mají jednotlivé barvy a tyto číslice sečíst do konečného výsledku.

   Nebo mohou spočítat počet čar od jednotlivých týmů, musí si však dát pozor, aby některé čáry nepočítali dvakrát. V tomto případě je nejlepší spočítat čáry vycházející z nezakroužkovaných týmů

   Modrá 7

   Kaštan 7

   Blesk 7

Tygr 7

a poté odečíst čáry, které byly spočítané vícekrát, tedy čáry spojující tyto čtyři vypsané týmy.

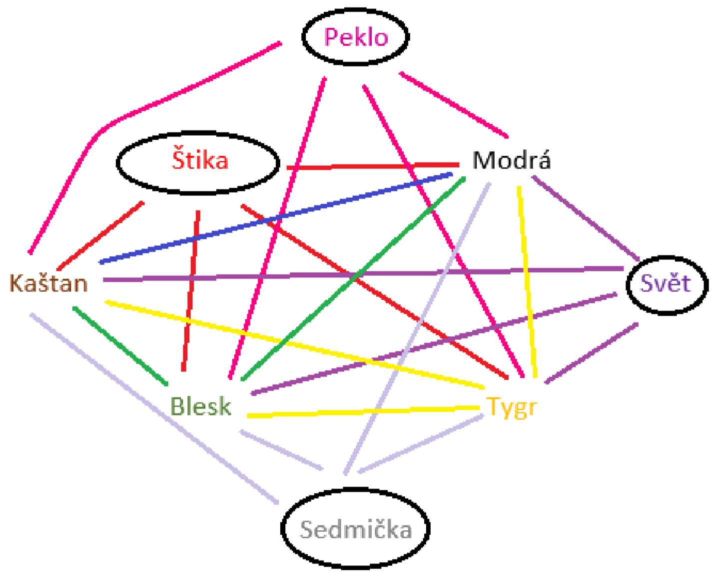
Modrá 7

Kaštan 6

Blesk 5

Tygr 4

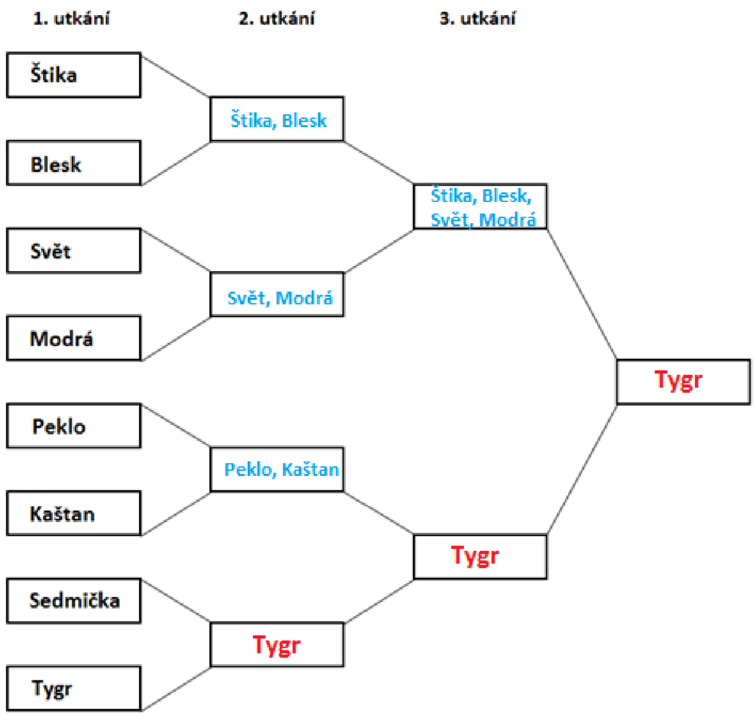
Celkový počet možností počátečního rozlosování je tedy 22.



Obr. 20: Hokejové týmy na turnaji v Brně – rozlosování dvojic – návrh žákovského řešení

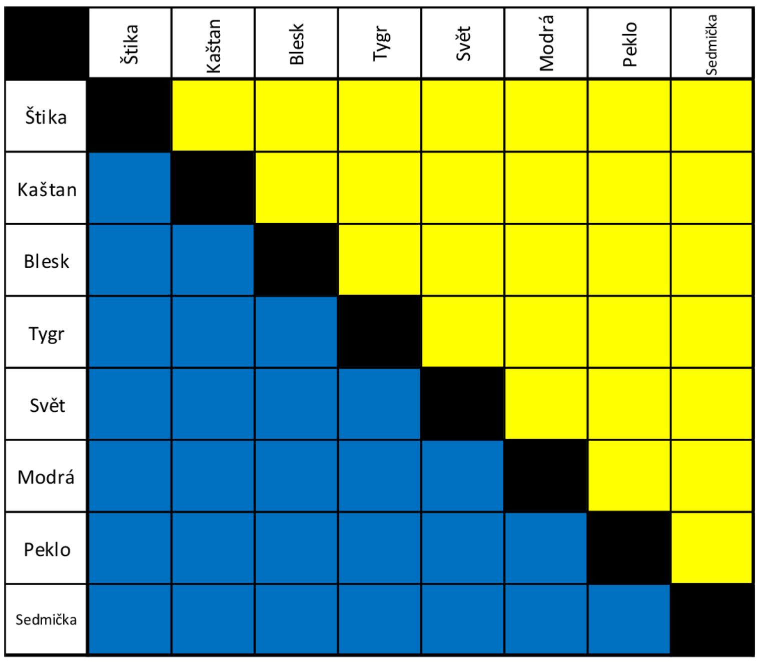
b) Žáci si mohou možnosti dodělat do obrázku. Je nutné si uvědomit, že se přidají pouze možnosti, kdy spolu mohou být ve dvojici také zakroužkované týmy. Počet možností se tedy změní o 6: Sedmička – Štika, Sedmička – Peklo, Sedmička – Peklo, Sedmička – Svět, Štika – Peklo, Štika – Svět, Peklo - Svět

c) Úkolem žáků není, aby vypočítali počet všech možností, ale pouze aby si vybrali jednu s možností. Na obrázku jsou napsány všechny varianty v jednom schématu.



Obr. 21: Schéma zápasů hokejového turnaje – návrh žákovského řešení

d) Tato část slovní úlohy ukáže žákům, jak se změní počet zápasů při jiném systému zápasů celého turnaje. Po vyřešení příkladu 2 v kapitole Volejbal již žáci vědí, jak se kreslí tabulka hry „každý s každým“, díky které dokáží snadno a rychle spočítat počet zápasů. Při hře „každý s každým“ proběhne 28 zápasů.

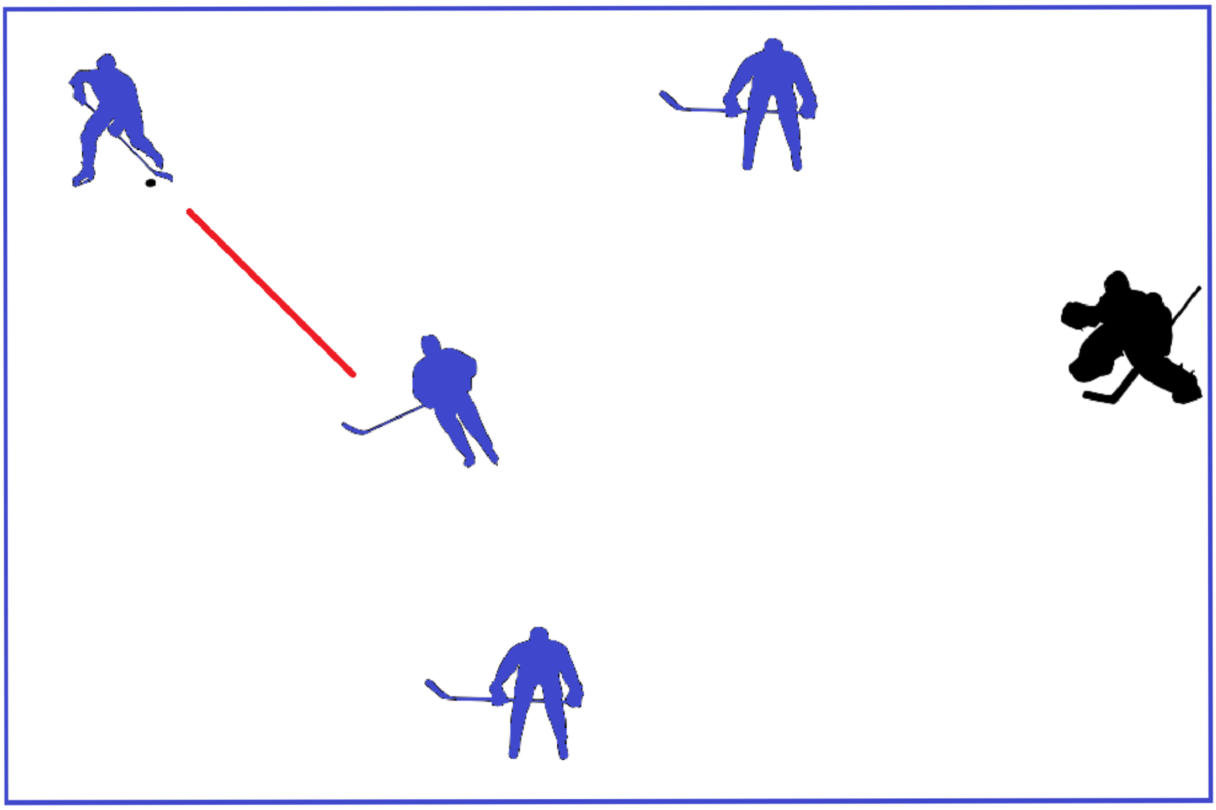


Obr. 22: Tabulka hokejových zápasů hry „každý s každým“ – návrh žákovského řešení

Příklad 5:

Kolika způsoby může hráč, který má u sebe puk, přihrát jinému spoluhráči? Zaznačte všechny možnosti červenou pastelkou.

Hráči s modrými dresy uskuteční právě dvě přihrávky, než se pokusí vystřelit na brankáře. Puk má opět hráč v levém horním rohu obrázku. Možnosti zakreslete do stejného obrázku, použijte však jinou pastelku.



Obr. 23: Přihrávky na ledové ploše

Návrh žákovského řešení:

První část úkolu je velmi snadná, stačí spojit hráče K se všemi třemi ostatními hráči jeho týmu. Možnosti přihrávky jsou tedy 3.

Druhá část úkolu už se v obrázku stává mírně nepřehlednou, proto je rozumné si pojmenovat hokejisty a možnosti si zkusit vypsat.

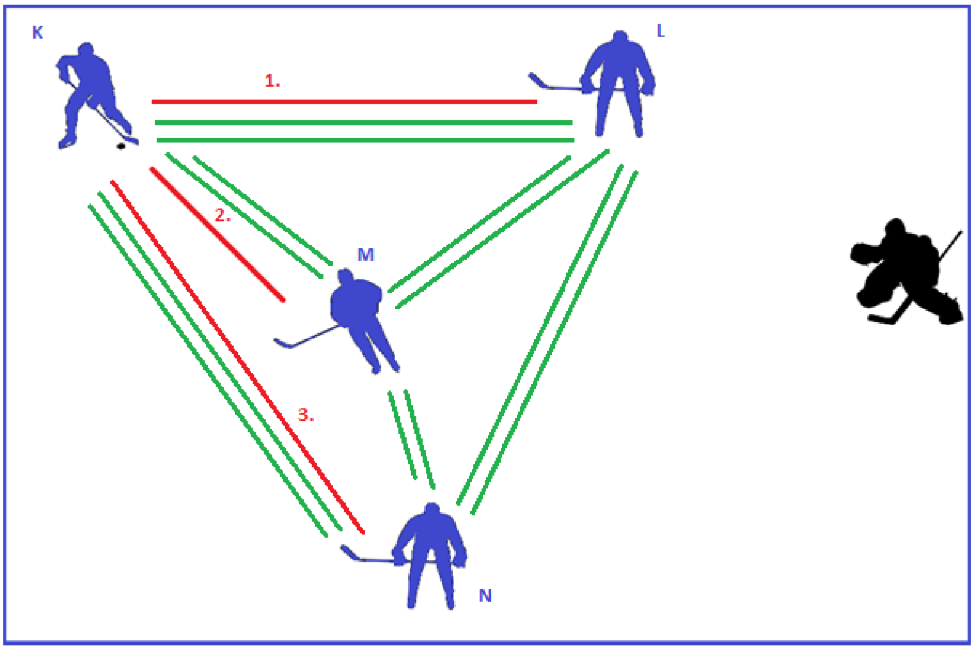
K – L – K	K – L – M
K – L – N	K – M – K

K – M – L K – M – N

K – N – K K – N – M

K – N – L

Je právě 9 možností dvou přihrávek mezi hráči K, L, M, pokud je začínajícím hráčem hokejista K.



Obr. 24: Přihrávky na ledové ploše – návrh žákovského řešení

Příklad 6:

Maminka koupila svým čtyřem synům hokejové dresy. Dala synům na výběr ze čtyř dresů. Petr nechce dres týmu Kometa, Aleš nechce dres týmu Sparta. Marek chce Zlín a Mirkovi se líbí všechny.

a) Spojte názvy týmů s odpovídajícím dresem.

HC Slavia Praha HC Sparta Praha HC PSG Zlín HC Kometa Brno

Obr. 25: Dresy českých hokejových týmů

b) Zapište do tabulky možnosti, jak si mezi sebou kluci rozdělí dresy.

Tab. 11: Rozdělení hokejových dresů

Petr	Aleš	Marek	Mirek

Návrh žákovského řešení:

a) 1. dres – HC Kometa Brno, 2. dres – HC Slavia Praha, 3. dres – HC Sparta Praha, 4. dres – HC PSG Zlín

b) Žáci si nejprve do tabulky napíší, který dres bude mít Marek a pak postupně zapisují ostatní dresy, podle toho, který dres kdo chce a nechce.

Tab. 12: Rozdělení hokejových dresů – návrh žákovského řešení

Petr	Aleš	Marek	Mirek
Sparta	Slavia	Zlín	Kometa
Slavia	Kometa	Zlín	Sparta

Příklad 7:

Hokejový zápas mezi HC Spartou a HC Slavií skončil výsledkem 2:3. Kolik různých průběhů mohl tento zápas mít? Průběhem myslíme, jak postupně mohly být góly vstřelovány do branek.

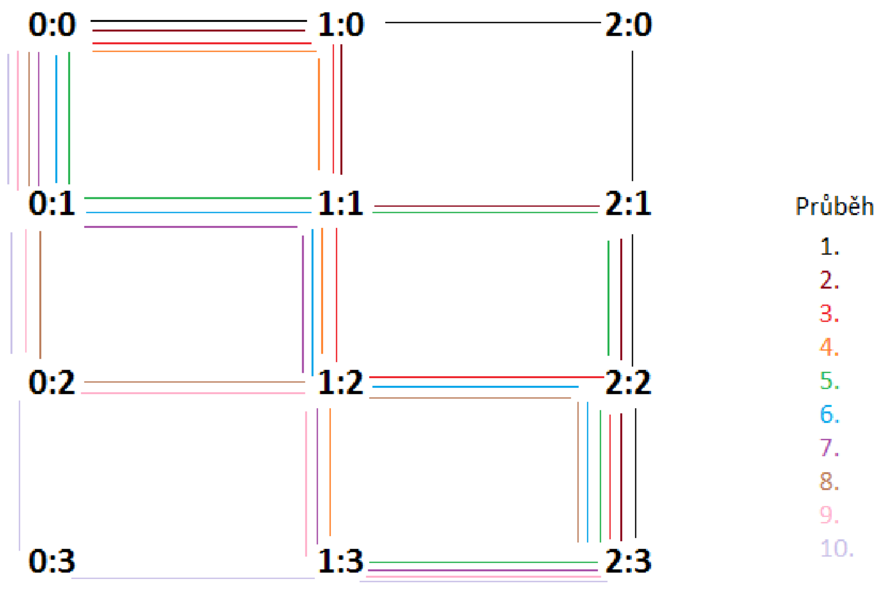
Např. 0:0, 1:0, 2:0, 2:1, 2:2, 2:3 je jeden průběh zápasu.

Návrh žákovského řešení:

Žáci si mohou klasicky vypisovat jednotlivé možnosti průběhu, ačkoliv se do čísel mohou velmi snadno zamotat.

Řešení I.

Jednou z navrhovaných možností je vytvoření tabulky obsahující všechny možné výsledky, které mohou nastat. K zaznačení jednotlivých průběhů hry je dobré použít barevné pastelky, pro lepší orientaci v tabulce.



Obr. 26: Možnosti průběhu stavu hokejového zápasu

Řešení II.

Abychom si zpřehlednili vypisování jednotlivých průběhů, můžeme si jednotlivé kombinace stavu hry zjednodušit. Změníme symboliku, se kterou budeme dále pracovat. Pokud gól střelil domácí tým, tedy tým Sparta, zapíšeme si písmeno *d*, bod za gól získaný týmem Slavia označíme písmenem *h* jako host. A protože zápas skončil za stavu 2:3 s vítězstvím hostů, získáváme *ddhhh*. Změnou symboliky jsme přetransformovali úlohu o průbězích zápasu na problém o počtu všech pětipísmenných slov, ve kterých se vyskytuje písmeno *d* právě dvakrát a písmeno *h* třikrát.

ddhhh	hhhdd	hddhh
dhdhh	hhdhd	hhddh
dhhdh	hdhhd	
dhhhd	hdhdh	

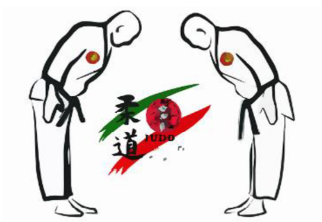
Opět získáváme výslednou číslici deset. V tomto případě deset pětipísmenných slov.

JUDO – slovní úlohy

Pravidla juda

Zápasiště měří nejméně 14m x 14m, dělí se na dvě plochy odlišných barev. Uvnitř zápasiště je zápasová plocha, která má rozměry nejméně 8m x 8m a nejvýše 10m x 10m.

Doba trvání zápasu je vždy uvedena v rozpisu dané soutěže.



Obr. 26: Judo

Nás zajímají časy, které jsou dány na olympijských hrách, mistrovství světa a oficiálních turnajích.

- Muži: 5 minut čistého času zápasu
- Ženy: 4 minuty čistého času zápasu
- Junioři a juniorky: 4 minuty čistého času zápasu
- Dorostenci a dorostenky: 4 minuty čistého času zápasu
- Starší žactvo: 3 minuty čistého času zápasu
- Mladší žactvo: 2 minuty čistého času zápasu
- Kategorie mláďat: 2 minuty čistého času zápasu

Příklad 1:

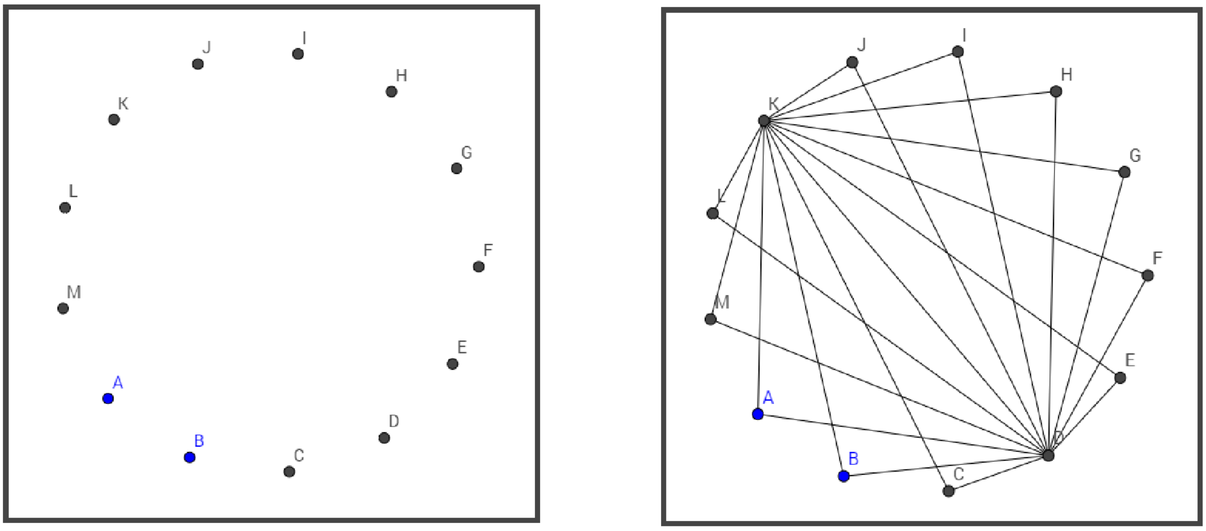
Turnaje v judu v hale ZŠ Mokrá se zúčastnilo 39 dětí, které jsou rozdělené do 4 různých kategorií podle váhy a pohlaví.

Kategorie

- Mláďata chlapci do 22 kg – 13 dětí
- Mláďata chlapci do 24 kg – 10 dětí
- Mláďata dívky do 22 kg – 12 dětí
- Mláďata dívky do 24 kg – 4 děti

a) Během turnaje se uskuteční zápasy typu „každý s každým“.
   Spočítejte, kolik se uskuteční zápasů v kategorii mláďata chlapci do 22 kg – 13 dětí. Jaký bude rozdíl v počtu zápasů, pokud v prvním případě spolu budou hrát vždy dva stejní hráči pouze jednou, kdežto ve druhém případě budou hrát dvakrát, tzn. odvetný zápas?

   1. způsob řešení:
      Jedna tečka = jeden hráč. Spojte hráče vyznačeny modře A a B stylem „každý s každým“. Na vedlejším obrázku můžete vidět zápasy, které uskuteční hráči K a D.



Obr. 27: Hra „každý s každým“

Poznatek: Tento způsob zjišťování počtu zápasů je při velkém počtu účastníků velmi nepřehledný.

2. způsob řešení:

   Vytvořte tabulku, ve které zjistíte počet odehraných zápasů.

b) Spočítejte počet zápasů i pro ostatní kategorie tohoto turnaje v judu. Každá dvojice spolu uskuteční pouze jeden zápas.
   - Mláďata chlapci do 24 kg – 10 dětí
   - Mláďata dívky do 22 kg – 12 dětí
   - Mláďata dívky do 24 kg – 4 děti

c) Kolik se celkem uskuteční zápasů během celého turnaje?
   Navrhněte, jak by vypadala tabulka hry „každý s každým“.

Návrh žákovského řešení:

a) Žáci si opět vyzkouší načrtnout tabulku „každý s každým“.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													

Obr. 28: Turnaj v judu, zápasí „každý s každým“ – návrh žákovského řešení

Po načrtnutí tabulky je již jednoduché spočítat všechny možnosti. V prvním případě, kdy každá dvojice spolu zápasí pouze jednou, se uskuteční 78 zápasů. Stejně jako v *Příkladu 2* z kapitoly *Volejbal*, nás zajímají zápasy pouze v jedné části čtverce 13x13. Nezáleží na tom, zda počítáme čtverečky vybarveny žlutě nebo modře.

V každém řádku modré (případně žluté) části přibude vždy jeden čtvereček. V modré (žluté) části tedy lze počítat odshora (odspodu):

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12 = 78 zápasů.

Ve druhém případě, kdy všechny dvojice budou hrát také odvetné zápasy, se uskuteční dvojnásobek zápasů, tedy počítáme čtverečky v celé tabulce – modré i žluté čtverečky. V tomto případě se uskuteční 156 zápasů.

b) Žáci si nemusí tabulku kreslit znovu. Stačí počítat s předchozí tabulkou, pouze si zakryjí počet hráčů, kteří jsou v tabulce navíc. Zjistí, že v turnaji, kdy spolu bojuje 10 dětí z kategorie mláďata chlapci do 24 kg, se uskuteční 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45 zápasů. V kategorii mláďata dívky do 22 kg se 12 dětmi se uskuteční 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66 zápasů. V poslední kategorii mláďata dívky do 24kg, které se účastní pouze 4 děti, se uskuteční 1+2+3=6 zápasů.

c) Jednoduché řešení provedou součtem zápasů v částech příkladu a) a b). Tedy 78+45+6+6=195 zápasů během celého turnaje.

Příklad 2:

V kategorii mladší žactvo na turnaji v Brně soupeří mezi s sebou 13 žákyň. Z předchozího příkladu víme, že se celkově uskuteční 78 zápasů při hře „každý s každým“. Čistý čas zápasu v této kategorii je 2 minuty.

a) Zjistěte, kolik bude trvat turnaj, pokud by se zápasy konaly v těsném závěsu po sobě, ale žádné by se nekonaly současně.
b) Jak se změní počet zápasů, pokud žáky v kategorii rozdělíme na dvě téměř shodné skupiny, tedy na skupiny po 6 a 7 žácích? Jak se změní čas, po který bude turnaj trvat?

c) Rozdělte všech 13 žáků na dvě skupiny po čtyřech žácích a jednu skupinu s pěti žáky, aby se čas turnaje ještě zkrátil. Kolik zápasů se uskuteční? A kolik minut budou všechny zápasy trvat?

d) Rozdělte všechny žáky do tří skupin po třech zápasnících a jedné o čtyřech zápasnících a vypočítejte celkový počet zápasů turnaje a celkový čas trvání všech zápasů.

e) Vyzkoušejte rozdělení 13 žáků do čtyř skupin s různým počtem zápasníků. Např. 2+2+2+7, 2+2+3+6, 2+2+4+5, 2+3+3+5, 2+3+4+4. Pozorujte, jak se mění počet zápasů i počet celkového času konání všech zápasů dohromady.

Návrh žákovského řešení:

a) V tomto případě stačí pouze vynásobit počet zápasů s časem, který trvá jeden zápas. 78x2=156 minut

b) Nejprve žáci vypočítají počet zápasů v obou skupinách, poté spočítají, kolik minut trvaly zápasy v obou skupinách. Nakonec vypočítají celkový čas turnaje.
Počet zápasů ve skupině se šesti zápasníky bude 1+2+3+4+5=15 zápasů, ve skupině se sedmi zápasníky se bude konat 1+2+3+4+5+6=21 zápasů.
Celkově se bude konat 36 zápasů. Tento počet vynásobíme 2 minutami a dostáváme 72 minut, což je trvání všech zápasů dohromady.

c) Rozdělení na tři skupiny zápasníků 4+4+5 dává dohromady 6+6+10=22 zápasů během celého turnaje. Všechny zápasy trvají 2x22=44 minut.

d) Děti byly rozděleny do skupin 3+3+3+4, čímž dostáváme 3+3+3+6=15 zápasů, tedy 2x15=30 minut všech zápasů.

e) 2+2+2+7 dětí: 1+1+1+21=24 zápasů: 2x24=48 minut
2+2+3+6 dětí: 1+1+3+15=20 zápasů: 2x20=40 minut
2+2+4+5 dětí: 1+1+6+10=18 zápasů: 2x18=36 minut
2+3+3+5 dětí: 1+3+3+10=17 zápasů: 2x17=34 minut
2+3+4+4 dětí: 1+3+6+6 =16 zápasů: 2x16=32 minut

Příklad 3:

Spočítejte, jak se změní počet zápasů s přibývajícím počtem zápasníků při hře „každý s každým“. Výsledky zapište do tabulky.

Tab. 13: Počet zápasů se zvyšujícím se počtem účastníků turnaje

Počet účastníků turnaje	Počet zápasů	O kolik zápasů více než v turnaji o menším počtu účastníků	Doba turnaje (trvání jednoho zápasu 3 minuty)
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Rozdělte se do skupinek po 4 a diskutujte se spolužáky o tom, co jste zjistili. Jak se mění kombinační číslo? Jak se mění počet zápasů?

Návrh žákovského řešení:

Tab. 14: Počet zápasů se zvyšujícím se počtem účastníků turnaje – návrh žákovského řešení

Počet účastníků turnaje	Počet zápasů	O kolik zápasů více než v turnaji o menším počtu účastníků	Doba turnaje (trvání jednoho zápasu 3 minuty)
2	1	-	3
3	3	2	9
4	6	3	18
5	10	4	30
6	15	5	45
7	21	6	63
8	28	7	84
9	36	8	108
10	45	9	135

Příklad 4:

V kategorii junioři a juniorky na turnaji judo v Bratislavě se zúčastnilo šest studentů středních škol z blízkého okolí hlavního města Slovenska. Účastnila se Alena, Barbora, Cilka, Dan, Erik a Filip.

Obr. 29: Stupně vítězů

a) Jakým způsobem je možné vypočítat, kolik je možností obsazení prvních tří medailových míst turnaje? Zjistěte všechny možnosti, pokud nezáleží na přesném umístění, ale pouze na tom, zda student/ka získá medaili či ne.

   Byl by počet možností vyšší nebo nižší, pokud by záleželo na pořadí? Budete schopní vypsat všechny možnosti?

b) Jak se změní počet možností, pokud budeme chtít znát počet všech možností na prvních 4 místech? Bude počet možností vyšší nebo nižší? Opět nezáleží na pořadí umístění.

c) Na závod přijela také Barbora Bojovná, která vyhrála už nespočet turnajů, a víme, že tento turnaj vyhraje také. Jak by se změnil počet možných medailových umístění? Tj. kolik existuje různých medailových umístění, pokud máme šest účastníků turnaje a na 1. místě se umístí Barbora?

Návrh žákovského řešení:

a) Žáci si vypíší všechny možnosti umístění vítězů na všech třech medailových místech, kdy nezáleží na pořadí. V návrhu řešení je šest účastníků pojmenováno: Alena, Barbora, Cilka, Dan, Erik a Filip. Všechny možnosti jsou vypsány v množinových závorkách. Žáci mohou vypisovat možnosti pod sebe. Celkem je 20 možností umístění tří žáků na medailových místech.

{Alena,Barbora,Cilka}	{Alena,Barbora,Dan}	{Alena,Barbora,Erik}
{Alena,Barbora,Filip}	{Alena,Cilka,Dan}	{Alena,Cilka,Erik}
{Alena,Cilka,Filip}	{Alena,Dan,Erik}	{Alena,Dan,Filip}
{Alena,Erik,Filip}	{Barbora,Cilka,Dan}	{Barbora,Cilka,Erik}

{Barbora,Cilka,Filip}	{Barbora,Dan,Erik}	{Barbora,Dan,Filip}
{Barbora,Erik,Filip}	{Cilka,Dan,Erik}	{Cilka,Dan,Filip}
{Cilka,Erik,Filip}	{Dan,Erik,Filip}	

V tomto případě, kdy záleží na pořadí umístění na medailových místech, je možností 120.

{Alena,Barbora,Cilka}	{Alena,Barbora,Dan}	{Alena,Barbora,Erik}
{Alena,Barbora,Filip}	{Alena,Cilka,Barbora}	{Alena,Cilka,Dan}
{Alena,Cilka,Erik}	{Alena,Cilka,Filip}	{Alena,Dan,Barbora}
{Alena,Dan,Cilka}	{Alena,Dan,Erik}	{Alena,Dan,Filip}
{Alena,Erik,Barbora}	{Alena,Erik,Cilka}	{Alena,Erik,Dan}
{Alena,Erik,Filip}	{Alena,Filip,Barbora}	{Alena,Filip,Cilka}
{Alena,Filip,Dan}	{Alena,Filip,Erik}	{Barbora,Alena,Cilka}
{Barbora,Alena,Dan}	{Barbora,Alena,Erik}	{Barbora,Alena,Filip}
{Barbora,Cilka,Alena}	{Barbora,Cilka,Dan}	{Barbora,Cilka,Erik}
{Barbora,Cilka,Filip}	{Barbora,Dan,Alena}	{Barbora,Dan,Cilka}
{Barbora,Dan,Erik}	{Barbora,Dan,Filip}	{Barbora,Erik,Alena}
{Barbora,Erik,Cilka}	{Barbora,Erik,Dan}	{Barbora,Erik,Filip}
{Barbora,Filip,Alena}	{Barbora,Filip,Cilka}	{Barbora,Filip,Dan}
{Barbora,Filip,Erik}	{Cilka,Alena,Barbora}	{Cilka,Alena,Dan}
{Cilka,Alena,Erik}	{Cilka,Alena,Filip}	{Cilka,Barbora,Alena}
{Cilka,Barbora,Dan}	{Cilka,Barbora,Erik}	{Cilka,Barbora,Filip}
{Cilka,Dan,Alena}	{Cilka,Dan,Barbora}	{Cilka,Dan,Erik}
{Cilka,Dan,Filip}	{Cilka,Erik,Alena}	{Cilka,Erik,Barbora}
{Cilka,Erik,Dan}	{Cilka,Erik,Filip}	{Cilka,Filip,Alena}
{Cilka,Filip,Barbora}	{Cilka,Filip,Dan}	{Cilka,Filip,Erik}
{Dan,Alena,Barbora}	{Dan,Alena,Cilka}	{Dan,Alena,Erik}
{Dan,Alena,Filip}	{Dan,Barbora,Alena}	{Dan,Barbora,Cilka}
{Dan,Barbora,Erik}	{Dan,Barbora,Filip}	{Dan,Cilka,Alena}
{Dan,Cilka,Barbora}	{Dan,Cilka,Erik}	{Dan,Cilka,Filip}
{Dan,Erik,Alena}	{Dan,Erik,Barbora}	{Dan,Erik,Cilka}
{Dan,Erik,Filip}	{Dan,Filip,Alena}	{Dan,Filip,Barbora}
{Dan,Filip,Cilka}	{Dan,Filip,Erik}	{Erik,Alena,Barbora}

{Erik,Alena,Cilka}	{Erik,Alena,Dan}	{Erik,Alena,Filip}
{Erik,Barbora,Alena}	{Erik,Barbora,Cilka}	{Erik,Barbora,Dan}
{Erik,Barbora,Filip}	{Erik,Cilka,Alena}	{Erik,Cilka,Barbora}
{Erik,Cilka,Dan}	{Erik,Cilka,Filip}	{Erik,Dan,Alena}
{Erik,Dan,Barbora}	{Erik,Dan,Cilka}	{Erik,Dan,Filip}
{Erik,Filip,Alena}	{Erik,Filip,Barbora}	{Erik,Filip,Cilka}
{Erik,Filip,Dan}	{Filip,Alena,Barbora}	{Filip,Alena,Cilka}
{Filip,Alena,Dan}	{Filip,Alena,Erik}	{Filip,Barbora,Alena}
{Filip,Barbora,Cilka}	{Filip,Barbora,Dan}	{Filip,Barbora,Erik}
{Filip,Cilka,Alena}	{Filip,Cilka,Barbora}	{Filip,Cilka,Dan}
{Filip,Cilka,Erik}	{Filip,Dan,Alena}	{Filip,Dan,Barbora}
{Filip,Dan,Cilka}	{Filip,Dan,Erik}	{Filip,Erik,Alena}
{Filip,Erik,Barbora}	{Filip,Erik,Cilka}	{Filip,Erik,Dan}

b) Žáci vypíší všechny možnosti, kterých je 15.

{Alena,Barbora,Cilka,Dan}	{Alena,Barbora,Cilka,Erik}	{Alena,Barbora,Cilka,Filip}
{Alena,Barbora,Dan,Erik}	{Alena,Barbora,Dan,Filip}	{Alena,Barbora,Erik,Filip}
{Alena,Cilka,Dan,Erik}	{Alena,Cilka,Dan,Filip}	{Alena,Cilka,Erik,Filip}
{Alena,Dan,Erik,Filip}	{Barbora,Cilka,Dan,Erik}	{Barbora,Cilka,Dan,Filip}
{Barbora,Cilka,Erik,Filip}	{Barbora,Dan,Erik,Filip}	{Cilka,Dan,Erik,Filip}

c) Žáci si musí uvědomit, že první místo je obsazeno Barborou, proto již volí jen druhé a třetí místo. Těchto možností je 10. Tyto kombinace mohou žáci zapsat včetně Barbory a psát trojice nebo ji vynechat a vybírat pouze dvojice.

Včetně Barbory:

{Barbora,Alena,Cilka}	{Barbora,Alena,Dan}	{Barbora,Alena,Erik}
{Barbora,Alena,Filip}	{Barbora,Cilka,Dan}	{Barbora,Cilka,Erik}
{Barbora,Cilka,Filip}	{Barbora,Dan,Erik}	{Barbora,Dan,Filip}
{Barbora,Erik,Filip}		

Bez Barbory:

{Alena,Cilka} {Alena,Dan} {Alena,Erik} {Alena,Filip} {Cilka,Dan} {Cilka,Erik}
{Cilka,Filip} {Dan,Erik} {Dan,Filip} {Erik,Filip}

PLAVÁNÍ – slovní úlohy

Pravidla plavání

Plavecký bazén je rozdělený na jednotlivé dráhy. *Dráhy* jsou plavcům v rozplavbách rozděleny určitým způsobem. Nejrychlejší plavec nebo družstvo plave v prostřední dráze bazénu s lichým počtem drah. U sudého počtu drah záleží na tom, kolik drah je celkem – nejrychlejší plavec nebo družstvo plave v dráze číslo 3 u bazénu s 6 drahami resp. v dráze číslo 4 u bazénu s 8 nebo 10 drahami. Plavec s druhým nejrychlejším časem plave vlevo od něho, další plavci v pořadí podle kvalifikačních časů se zařazují střídavě vpravo a vlevo. Plavcům se stejným časem se dráha přidělí losem.

Příklad 1:

V rozplavbě plave pět plavců v 50 m bazénu s pěti drahami. Protože ještě neznáme jejich plavecké časy, umístění v drahách je přiděleno losem.

Kolik je možností rozdělení plavců do drah?

Návrh žákovského řešení:

Žáci již z předchozích příkladů vědí, že je dobré označit si jednotlivé plavce. Mohou si je označit jmény, písmeny, symboly, čímkoliv, co jim ušetří čas.

{Mirek,Oskar,Pepík,Radek,Staňa}
{Mirek,Oskar,Pepík,Staňa,Radek}
{Mirek,Oskar,Radek,Pepík,Staňa}
{Mirek,Oskar,Radek,Staňa,Pepík}
{Mirek,Oskar,Staňa,Pepík,Radek}
{Mirek,Oskar,Staňa,Radek,Pepík}
{Mirek,Pepík,Oskar,Radek,Staňa}
{Mirek,Pepík,Oskar,Staňa,Radek}
{Mirek,Pepík,Radek,Oskar,Staňa}
{Mirek,Pepík,Radek,Staňa,Oskar}
{Mirek,Pepík,Staňa,Oskar,Radek}
{Mirek,Pepík,Staňa,Radek,Oskar}
{Mirek,Radek,Oskar,Pepík,Staňa}
{Mirek,Radek,Oskar,Staňa,Pepík}
{Mirek,Radek,Pepík,Oskar,Staňa}
{Mirek,Radek,Pepík,Staňa,Oskar}
{Mirek,Radek,Staňa,Oskar,Pepík}
{Mirek,Radek,Staňa,Pepík,Oskar}
{Mirek,Staňa,Oskar,Pepík,Radek}
{Mirek,Staňa,Oskar,Radek,Pepík}
{Mirek,Staňa,Pepík,Oskar,Radek}
{Mirek,Staňa,Pepík,Radek,Oskar}
{Mirek,Staňa,Radek,Oskar,Pepík}
{Mirek,Staňa,Radek,Pepík,Oskar}
{Oskar,Mirek,Pepík,Radek,Staňa}
{Oskar,Mirek,Pepík,Staňa,Radek}

{Oskar,Mirek,Radek,Pepík,Staňa}
{Oskar,Mirek,Staňa,Pepík,Radek}
{Oskar,Pepík,Mirek,Radek,Staňa}
{Oskar,Pepík,Radek,Mirek,Staňa}
{Oskar,Pepík,Staňa,Mirek,Radek}
{Oskar,Radek,Mirek,Pepík,Staňa}
{Oskar,Radek,Pepík,Mirek,Staňa}
{Oskar,Radek,Staňa,Mirek,Pepík}
{Oskar,Staňa,Mirek,Pepík,Radek}
{Oskar,Staňa,Pepík,Mirek,Radek}
{Oskar,Staňa,Radek,Mirek,Pepík}
{Pepík,Mirek,Oskar,Radek,Staňa}
{Pepík,Mirek,Radek,Oskar,Staňa}
{Pepík,Mirek,Staňa,Oskar,Radek}
{Pepík,Oskar,Mirek,Radek,Staňa}
{Pepík,Oskar,Radek,Mirek,Staňa}
{Pepík,Oskar,Staňa,Mirek,Radek}
{Pepík,Radek,Mirek,Oskar,Staňa}
{Pepík,Radek,Oskar,Mirek,Staňa}
{Pepík,Radek,Staňa,Mirek,Oskar}
{Pepík,Staňa,Mirek,Oskar,Radek}
{Pepík,Staňa,Oskar,Mirek,Radek}
{Pepík,Staňa,Radek,Mirek,Oskar}
{Radek,Mirek,Oskar,Pepík,Staňa}
{Radek,Mirek,Pepík,Oskar,Staňa}
{Radek,Mirek,Staňa,Oskar,Pepík}
{Radek,Oskar,Mirek,Pepík,Staňa}
{Radek,Oskar,Pepík,Mirek,Staňa}
{Radek,Oskar,Staňa,Mirek,Pepík}
{Radek,Pepík,Mirek,Oskar,Staňa}
{Radek,Pepík,Oskar,Mirek,Staňa}
{Radek,Pepík,Staňa,Mirek,Oskar}
{Radek,Staňa,Mirek,Oskar,Pepík}
{Radek,Staňa,Oskar,Mirek,Pepík}

{Oskar,Mirek,Radek,Staňa,Pepík}
{Oskar,Mirek,Staňa,Radek,Pepík}
{Oskar,Pepík,Mirek,Staňa,Radek}
{Oskar,Pepík,Radek,Staňa,Mirek}
{Oskar,Pepík,Staňa,Radek,Mirek}
{Oskar,Radek,Mirek,Staňa,Pepík}
{Oskar,Radek,Pepík,Staňa,Mirek}
{Oskar,Radek,Staňa,Pepík,Mirek}
{Oskar,Staňa,Mirek,Radek,Pepík}
{Oskar,Staňa,Pepík,Radek,Mirek}
{Oskar,Staňa,Radek,Pepík,Mirek}
{Pepík,Mirek,Oskar,Staňa,Radek}
{Pepík,Mirek,Radek,Staňa,Oskar}
{Pepík,Mirek,Staňa,Radek,Oskar}
{Pepík,Oskar,Mirek,Staňa,Radek}
{Pepík,Oskar,Radek,Staňa,Mirek}
{Pepík,Oskar,Staňa,Radek,Mirek}
{Pepík,Radek,Mirek,Staňa,Oskar}
{Pepík,Radek,Oskar,Staňa,Mirek}
{Pepík,Radek,Staňa,Oskar,Mirek}
{Pepík,Staňa,Mirek,Radek,Oskar}
{Pepík,Staňa,Oskar,Radek,Mirek}
{Pepík,Staňa,Radek,Oskar,Mirek}
{Radek,Mirek,Oskar,Staňa,Pepík}
{Radek,Mirek,Pepík,Staňa,Oskar}
{Radek,Mirek,Staňa,Pepík,Oskar}
{Radek,Oskar,Mirek,Staňa,Pepík}
{Radek,Oskar,Pepík,Staňa,Mirek}
{Radek,Oskar,Staňa,Pepík,Mirek}
{Radek,Pepík,Mirek,Staňa,Oskar}
{Radek,Pepík,Oskar,Staňa,Mirek}
{Radek,Pepík,Staňa,Oskar,Mirek}
{Radek,Staňa,Mirek,Pepík,Oskar}
{Radek,Staňa,Oskar,Pepík,Mirek}

{Radek,Staňa,Pepík,Mirek,Oskar} {Radek,Staňa,Pepík,Oskar,Mirek}
{Staňa,Mirek,Oskar,Pepík,Radek} {Staňa,Mirek,Oskar,Radek,Pepík}
{Staňa,Mirek,Pepík,Oskar,Radek} {Staňa,Mirek,Pepík,Radek,Oskar}
{Staňa,Mirek,Radek,Oskar,Pepík} {Staňa,Mirek,Radek,Pepík,Oskar}
{Staňa,Oskar,Mirek,Pepík,Radek} {Staňa,Oskar,Mirek,Radek,Pepík}
{Staňa,Oskar,Pepík,Mirek,Radek} {Staňa,Oskar,Pepík,Radek,Mirek}
{Staňa,Oskar,Radek,Mirek,Pepík} {Staňa,Oskar,Radek,Pepík,Mirek}
{Staňa,Pepík,Mirek,Oskar,Radek} {Staňa,Pepík,Mirek,Radek,Oskar}
{Staňa,Pepík,Oskar,Mirek,Radek} {Staňa,Pepík,Oskar,Radek,Mirek}
{Staňa,Pepík,Radek,Mirek,Oskar} {Staňa,Pepík,Radek,Oskar,Mirek}
{Staňa,Radek,Mirek,Oskar,Pepík} {Staňa,Radek,Mirek,Pepík,Oskar}
{Staňa,Radek,Oskar,Mirek,Pepík} {Staňa,Radek,Oskar,Pepík,Mirek}
{Staňa,Radek,Pepík,Mirek,Oskar} {Staňa,Radek,Pepík,Oskar,Mirek}

Komentář pro učitele:

Vypisování všech 120 možnosti je poněkud pracnější a náročnější na soustředění, proto by bylo vhodné tento příklad nechat spíše k domácímu vypracování. Příklad také lze změnit snížením počtu drah a počtů závodníků. Efekt počítání zůstane stejný a možností nebude takové množství.

Příklad 2:

Podle pravidel přidělení drah v rozplavbách vyplňte správně tabulku, jak budou jednotliví plavci rozmístěni v drahách v plavecké soutěži měst na 100m v Jablonci nad Nisou.

Časy v rozplavbě pro zjištění umístění na drahách:

Muži
Jirka 1,08 min
Matěj 1,15 min
Aleš 1,11 min
Daniel 1,16 min
Ivan 1,35 min
Leoš 1,52 min
Karel 1,35 min

Tab. 15: Plavecké dráhy

	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.	

Je možné sestavit více kombinací toho, jak budou rozřazeni?

Návrh žákovského řešení:

Z pravidel vypsaných výše žáci vědí: v prostřední dráze plave nejrychlejší plavec, pokud se plave v bazénu s lichým počtem drah. V tomto příkladu je tedy do prostřední dráhy s číslem 4 umístěn Jirka s časem 1,08 min. Další závodník je umístěn po jeho levici do dráhy č. 5 s časem 1,11 min – plavec jménem Aleš. Matěj s časem 1,15 min je umístěn po Jirkové pravici, Daniel s časem 1,16 min opět nalevo od Jirky. Nyní jsou dvě možnosti umístění plavců do drah s čísly 2 a 7, protože Karel i Ivan mají stejný čas 1,35 min. Nakonec je do dráhy s číslem 1 umístěn Leoš.

Tab. 16: Plavecké dráhy – návrh žákovského řešení (a)

	Karel 1,35 min	Daniel 1,16 min	Aleš 1,11 min	Jirka 1,08 min	Matěj 1,15 min	Ivan 1,35 min	Leoš 1,52 min	
	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.	

Tab. 17: Plavecké dráhy – návrh žákovského řešení (b)

	Ivan 1,35 min	Daniel 1,16 min	Aleš 1,11 min	Jirka 1,08 min	Matěj 1,15 min	Karel 1,35 min	Leoš 1,52 min	
	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.	

Pokud by ani jeden z plavců neměl čas shodný s časem jiného hráče, byla by pouze jedna možnost jak umístit plavce do drah v bazénu. V těchto rozplavbách se však umístili Karel a Ivan na stejné příčce se stejným časem, proto jsou dvě možnosti jejich umístění do drah.

Příklad 3:

V polohovém závodě plave závodník čtyřmi plaveckými styly v tomto pořadí: motýlek, znak, prsa a volný způsob.

Pro tento příklad změníme pravidla. Závodník si smí vybrat pouze tři plavecké způsoby.

a) Kolika způsoby můžeme vybrat tři plavecké styly, kterými bude závodník během závodu plavat, pokud nezáleží na pořadí.
b) Kolika způsoby můžeme vybrat tři plavecké styly, kterými bude závodník během závodu plavat, pokud záleží na pořadí výběru stylu.

Návrh žákovského řešení:

a) Je dána podmínka, která říká, že nezáleží na pořadí, v jakém si plavec vybere styl, kterým bude plavat. Proto jsou pouze čtyři možnosti výběru tří plaveckých stylů ze čtyř. Žáci si mohou napsat jednotlivé kombinace s vynecháním čtvrtého stylu, který si plavec nevybere. Přehlednějším způsobem je tabulka, přičemž do každého sloupečku budou zapisovat pouze jeden plavecký styl. Pokud tento styl nebude vybrán plavcem, kolonku v tabulce nechají volnou.

motýlek	znak	prsa
motýlek	znak	volný způsob
znak	prsa	volný způsob
motýlek	prsa	volný způsob

Tab. 18: Plavecké styly

motýlek	znak	prsa	volný způsob
motýlek	znak	prsa	
motýlek	znak		volný způsob
motýlek		prsa	volný způsob
	znak	prsa	volný způsob

b) V této části příkladu se ptáme na to stejné, ovšem s rozdílem v závislosti na pořadí. Pokud je důležité v jakém pořadí si plavec daný plavecký styl vybere, zvýší se nám počet možností, protože motýlek-znak-prsa již není totožné s motýlek-prsa-znak.
Žáci opět využijí vypisování možností pod sebe, do tabulky. Při správném řešení se dostanou k výsledku 24.

1.	2.	3.
motýlek	znak	prsa
motýlek	znak	volný způsob
motýlek	prsa	znak
motýlek	prsa	volný způsob
motýlek	volný způsob	prsa
motýlek	volný způsob	znak
znak	motýlek	prsa
znak	motýlek	volný způsob
znak	prsa	motýlek
znak	prsa	volný způsob
znak	volný způsob	prsa
znak	volný způsob	motýlek

1.	2.	3.
prsa	motýlek	znak
prsa	motýlek	volný způsob
prsa	znak	motýlek
prsa	znak	volný způsob
prsa	volný způsob	motýlek
prsa	volný způsob	znak
volný způsob	motýlek	znak
volný způsob	motýlek	prsa
volný způsob	znak	motýlek
volný způsob	znak	prsa
volný způsob	prsa	motýlek
volný způsob	prsa	znak

Příklad 4:

Družstvo pro štafetový závod je tvořeno čtyřmi závodníky. Před závodem musí být určeno přesné pořadí, v jakém budou závodníci plavat. Každý člen štafety smí nastoupit pouze jednou. Štafety v Rožnově pod Radhoštěm se ze ZŠ Kroměříž účastní Anna, Pavla, Katka a Jitka.

Určete, kolika možnými způsoby může být vytvořeno pořadí, ve kterém budou ve štafetě závodit. Všechny možnosti napište.

Návrh žákovského řešení:

Zde je důležité, v jakém pořadí závodníci na štafetu nastupují. Možností vytvoření pořadí při závodu se štafetou je 24.

Anna, Pavla, Katka, Jitka
Anna, Pavla, Jitka, Katka
Anna, Katka, Pavla, Jitka
Anna, Katka, Jitka, Pavla
Anna, Jitka, Pavla, Katka
Anna, Jitka, Katka, Pavla

Pavla, Anna, Katka, Jitka
Pavla, Anna, Jitka, Katka
Pavla, Katka, Anna, Jitka
Pavla, Katka, Jitka, Anna
Pavla, Jitka, Anna, Katka
Pavla, Jitka, Katka, Anna

Katka, Anna, Pavla, Jitka
Katka, Anna, Jitka, Pavla
Katka, Pavla, Anna, Jitka
Katka, Pavla, Jitka, Anna
Katka, Jitka, Anna, Pavla
Katka, Jitka, Pavla, Anna

Jitka, Anna, Pavla, Katka
Jitka, Anna, Katka, Pavla
Jitka, Pavla, Anna, Katka
Jitka, Pavla, Katka, Anna
Jitka, Katka, Anna, Pavla
Jitka, Katka, Pavla, Anna

Závěr

Bakalářská práce se zabývá tvorbou slovních úloh, které dohromady spojují matematickou disciplínu, konkrétně kombinatoriku a sport. Vzhledem k tomu, že kombinatorika není zařazena v obsahu Rámcového vzdělávacího programu do základního vzdělávání, je tato práce jakýmsi návrhem jeho rozšíření. Žáci si s příchodem na střední školu myslí, že se setkávají s něčím novým, nepoznaným, ale pravda je taková, že se s kombinatorikou setkávají i v reálném životě, aniž by si to uvědomovali. Proto jsou kombinatorické příklady spojeny se sportem, který je, jak doufám, ještě stále zájmovou oblastí žáků. Řešením příkladů obsažených v této práci, budou žáci rozvíjet kombinatorické myšlení spolu se znalostí sportů, kterým se již věnují nebo mohou začít věnovat.

Slovní úlohy jsou jedním z nosných problémů matematiky již od prvního stupně základních škol, proto je nutné stálé procvičování. Nejdůležitějším prvkem je zadání těchto úloh, tedy správné formulování otázek. Vše musí být napsáno tak, aby tomu žák co nejlépe rozuměl a dokázal si s takovouto úlohou poradit. Žáci si vytvářejí kompetence k řešení aplikačních úloh vyjádřených situací z vybraných sportů, řešení problémových úloh, a také rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti při řešení úloh.

V praktické části byly splněny všechny stanovené cíle, tedy vytvořeny slovní úlohy spjaté se sportem a kombinatorikou, navrhnuté žákovské řešení těchto příkladů a sestaveny čtyři pracovní listy obsahující vybrané příklady.

Práci bych chtěla v budoucnu rozšířit o poznatky z praxe, tedy aplikovat tyto pracovní listy na žácích vybrané základní školy. Zjistit, jak žáci různých ročníků základních škol budou přistupovat k řešení sportovních kombinatorických příkladů. Zda jsou žáci schopni pracovat s informacemi, zda porozumí textu a dokáží vypsat všechny možnosti řešení.

Seznam zdrojů

BALADA, Jan. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: RVP G*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, c2007, 100 s. ISBN 978-80-87000-11-3.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. 2. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 978-80-210-5419-6.

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. 5.vyd. Praha: Prometheus, 2008, 170 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3.

FUCHS, Eduard. *Kombinatorika a teorie grafů: určeno pro posl. fak. přírodověd*. 1. vyd. Praha: SPN, 1986, 138 s.

FUCHS, Eduard, František PROCHÁZKA a Miroslav STANĚK. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Střední odborné školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 95 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-323-2.

FUCHS, Eduard, Alena HOŠPESOVÁ a Hana LIŠKOVÁ. *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu Základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 79 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-326-7.

HEJNÝ, Milan a Naďa VONDROVÁ. *Číselné představy dětí: [kapitoly z didaktiky matematiky]*. Praha: Univerzita Karlova, 1999, 123 s. ISBN 80-86039-98-6.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

MAŇÁK, Lukáš. Kombinatorika na střední škole [online]. Brno: Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity. Ústav matematiky a statistiky, 2014 [cit. 2015-11-26]. Dostupné z WWW: <http://www. http://is.muni.cz/th/321647/prif_b/BP.pdf>.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5.

Internetové zdroje

Český svaz plaveckých sportů. *Pravidla plavání* [online]. 2010 [cit. 2015-11-26]. Dostupné z: http://ftk.upol.cz/fileadmin/user_upload/FTK-dokumenty/Katedra_sportu/Pravidla_plavani_2010.pdf

Český volejbalový svaz. *Pravidla volejbalu: 2015-2016* [online]. [cit. 2015-11-26]. Dostupné z: http://www.cvf.cz/soubory/14158/Pravidla_volejbalu_2015-16.pdf

Pravidla juda [online]. [cit. 2015-11-26]. Dostupné z: http://www.czechjudo.org/lexikon-juda-pravidla-juda

Pravidla ledního hokeje: 2014-2018 [online]. [cit. 2015-11-26]. Dostupné z: http://www.cslh.cz/dokument/2023-pravidla2014-18web-150729.pdf

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2013. 142 s. [cit. 2015-11-26]. Dostupné z WWW:http://www.nuv.cz/file/433_1_1/.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam příloh

VOLEJBAL – slovní úlohy

HOKEJ – slovní úlohy

JUDO – slovní úlohy

PLAVÁNÍ – slovní úlohy