MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Aplikace šifer v aritmetických tématech vyučovaných na základní škole

Diplomová práce

Brno 2021

Vedoucí práce:

Mgr. Irena Budínová, Ph.D.

Autor práce:

Bc. Daniel Jandora

Bibliografický záznam

Jandora, D. (2021). *Aplikace šifer v aritmetických tématech vyučovaných na základní škole: diplomová práce*. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky. Vedoucí diplomové práce: Mgr. Irena Budínová, Ph.D.

Anotace

Diplomová práce se zabývá možnostmi využití šifer ve výuce aritmetických témat probíraných na základní škole. Pro každé z vybraných témat (dělitelnost přirozených čísel, zlomky, mocniny a odmocniny) bylo vytvořeno sedm konceptů šifer. Teoretická část je věnována úvodu do problematiky šifrování a představuje další nápady pro šifrovací metody použitelné v matematice. Druhá část teorie je zaměřena na didaktické a metodické postupy pro zavádění daných témat na základní škole. Praktická část popisuje aplikaci vybraných konceptů ve výuce na základní škole. Navržené koncepty mohou být využity pro oživení výuky matematiky a informatiky nebo pro hry v zájmových kroužcích. V neposlední řadě mohou sloužit jako zdroj inspirace pro další učitele matematiky a iniciovat je k jejich vlastní tvorbě.

Annotation

The diploma thesis deals with the possibilities of using ciphers in the teaching of arithmetic topics taught in primary school. Seven cipher concepts were created for each of the selected topics (divisibility of natural numbers, fractions, powers and roots). The theoretical part is devoted to an introduction to the issue of ciphers and presents other ideas for encryption methods applicable in mathematics. The second part of the theory is focused on didactic and methodological procedures for the introduction of the topics in primary school. The practical part describes the application of selected concepts in a lesson at primary school. The proposed concepts can be used to revive the teaching of mathematics and computer science or for games in hobby groups. Last but not least, they can work as a source of inspiration for other mathematics teachers and encourage them to create ciphers of their own.

Klíčová slova

šifry, šifrování, aritmetika, dělitelnost přirozených čísel, zlomky, mocniny a odmocniny, aktivizace výuky, gamifikace výuky

Keywords

ciphers, encryption, arithmetic, divisibility of natural numbers, fractions, powers and roots, activating methods in classroom, gamification of learning

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a použil jen prameny uvedené v seznamu literatury.

Brně dne 20. dubna 2021 Bc. Daniel Jandora

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval mé vedoucí práce Mgr. Ireně Budínové, Ph.D. za její vstřícnost, cenné podněty a odborné vedení a Mgr. Marcele Cvrkalové za její elán, inspiraci a konzultace.

Děkuji také oběma respondentkám za jejich ochotu a čas pro uskutečnění rozhovorů.

Veronice Batelkové patří můj dík za jazykovou korekturu práce.

V neposlední řadě bych chtěl poděkovat všem organizátorům a autorům šifrovacích soutěží za jejich čas, energii a nesmírnou kreativitu, kterou do svých projektů vkládají.

Obsah

Úvod

V minulosti šifry sloužily zejména pro přenos tajných zpráv a sehrály klíčovou roli v několika válkách. I dnes mají stále svá opodstatnění, jen se jejich forma přenesla z rukou kryptoanalytiků v utajovaných místnostech do virtuálního světa počítačových algoritmů a internetu. V České republice se však spolu se začátkem nového tisíciletí začala v tomto odvětví vyvíjet i netradiční volnočasová aktivita. Kombinace kreativity, logiky a kódování spolu se zážitky z dětských táborů o nejrůznějších honbách za pokladem dala vzniknout prvním šifrovacím hrám. První větší hrou, která se na „boomu“ tohoto fenoménu podílela, je soutěž Tmou, která i v současnosti patří v počtu svých účastníku mezi největší šifrovací soutěže na světě. Ačkoliv je luštění šifer dost specifická aktivita, nachází si stále více příznivců, a to zejména z řad matematiků, fyziků nebo informatiků.

Přestože se u mě zájem o hlavolamy a záhady projevoval už od útlého dětství, s klasickými šiframi jsem se setkal poprvé až před pěti lety právě v rámci kvalifikace 18. ročníku Tmou. Tato první zkušenost mě natolik nadchla, že jsem problematice šifrování naprosto propadl. Od té doby se se svým týmem účastním pravidelně několikrát ročně nejrůznějších šifrovacích her.

Jakožto budoucí učitel matematiky vidím v problematice šifer potenciál pro oživení klasické výuky a pro motivaci žáků k zájmu o matematiku. Na základě mých osobních zkušeností však mohu říct, že povědomí o tématice šifrování není velké. Během mého vlastního studia a ani na žádné ze škol, kde jsem v rámci svého vysokoškolského studia vykonával praxi, jsem se s využitím šifer ve výuce nesetkal. Právě tento fakt bych se rád pokusil změnit a šifrování mezi učiteli matematiky zpopularizovat.

Cílem práce je ukázat možnosti aplikování šifrovacích technik ve výuce aritmetických témat na základní škole. Práce je psána tak, aby poskytla vhled do problematiky šifrování i úplným nováčkům a nabídla nápady, které mohou učitelé do své výuky implementovat. Praktická část popisuje aplikaci vytvořených konceptů ve výuce a analýzu zpětné vazby od žáků a učitelů.

„Luštění šifer je podle mého názoru tou nejvíce fascinující ze všech dovedností.“

Charles Babbage

Teoretická část

1 Potenciál šifrování

1.1 Proč šifry?

Vymýšlení a luštění šifer provází lidstvo už po staletí. Jejich základním údělem je přenos tajné zprávy z jednoho místa na druhé. V minulosti našly tedy využití zejména ve vojenství. Nicméně, ačkoliv to nemusí být na první pohled patrné, dnes se s nimi setkáváme více než kdy dřív. Žijeme v době moderních technologií a s kybernetickým světem přicházíme do kontaktu dennodenně. Právě šifry jsou nedílnou součástí internetové komunikace a zajišťují bezpečný přenos informací (Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007).

Šifry však začínají mít i volnočasové využití. V posledních letech roste obliba různých šifrovacích soutěží, které jsou pořádány jak pro děti (viz dále) tak pro dospělé (jmenovitě např. Tmou, Sendvič, Bedna). Mimo to se jejich prvky uplatňují na různých táborech (typicky hledání pokladu) nebo matematických soustředěních.

Co je na šifrách tak zajímavého? Ztělesňují určité tajemství, záhadu, a podstata lidské zvědavosti láká lidi je vyřešit. Představují tudíž určitou výzvu, a to jak pro jejich autory, tak luštitele. Autoři mají za úkol vymyslet takový systém, který zprávu skryje „elegantně“. To znamená, že jeho princip je relativně snadno použitelný, avšak správný postup nesmí být na první pohled zřejmý. V ideálním případě by pak mělo být samotné luštění určitým způsobem zábavné. Naproti tomu luštitelé se snaží logicky přijít na princip, který by zdánlivě nesmyslnou zprávu dekódoval. Pro mnoho lidí je takováto výzva srovnatelná s výzvou fyzickou, jakou představují například adrenalinové sporty (Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007).

Jejich motivační funkci potvrzují i Everedová a Gningue (2001). Na škole v newyorském Bronxu zařadili do výuky luštění jednoduchých substitučních šifer z komiksových příběhů 30., 40. a 50. let minulého století. Jednalo se o kreslené hrdiny Annie, Dicka Tracyho a Captaina Midnight. Šifry se u dětí těšily nad očekávání velké oblibě (Evered & Gningue, 2001).

Kromě vlivu na vnitřní motivaci žáků mají však i další přínosy, jako například:

Rozvoj logického uvažování

Stejně jako jiné úlohy využívající práci s abstraktními objekty procvičují logické myšlení a mohou rozvíjet i prostorovou představivost. Při analýze zadání je nutné hledat klíčové prvky a jejich případné analogie (typy kódování). Mohou rozvíjet jak deduktivní, tak induktivní myšlení. Zatímco u deduktivně zaměřených úloh jsou dána jasná pravidla a na jejich základě se má odvodit řešení, u induktivních úloh spočívá těžiště v hledání použitého pravidla (Pelánek, 2014).

Kompetence řešení problémů

Šifry nutí člověka analyzovat problémy, logicky posoudit možná řešení a volit relevantní postupy. Jejich řešení ho vede k osvojení pravidla *„po chvíli se zastav, vyhodnoť dosavadní postup, zkus se zamyslet znovu a klidně začni od začátku“* (Pelánek, 2014, str. 9). Toto pravidlo je docela dobře aplikovatelné i v reálných životních situacích, kdy čelíme určitému problému, jehož řešení není zřejmé (např. porucha auta). Celkový postup řešení vyžaduje systematičnost a rozvíjí organizaci práce (Pelánek, 2014).

Rozvoj laterálního myšlení

V protikladu k „vertikálnímu myšlení“, kdy se lidé noří krok za krokem hlouběji do daného problému, řešení šifer vyžaduje schopnost myslet „do šířky“, čili dívat se na problém z různých úhlů pohledu. Někdy je nutné vyjet ze zajetých kolejí sekvenčního logického uvažování a myslet tzv. „outside the box“. Tento přístup k řešení problémů (nebo naopak i k vymýšlení nových šifer) rozvíjí kreativitu zúčastněných (Pelánek, 2014).

Týmová spolupráce

Jelikož luštění probíhá většinou v týmech, získávají účastníci příležitost k osvojení několika interpersonálních dovedností. Samotná schopnost kooperace vyžaduje respekt a vzájemné naslouchání. Člověku může dělat problém sdělit nahlas svůj nápad, protože si dostatečně nevěří a bojí se, že jeho připomínka bude zesměšněna. Při řešení šifer je však brainstorming klíčový, sebemenší návrh může být popostrčením ke správné cestě. I když je původní nápad třeba nedotažený, jeho vyřčení nahlas může dál inspirovat spolupracovníky. Pokud je připomínka nakonec lichá, většinou se nic závažného nestane a k žádnému výsměchu nedochází. Členové týmu tak mohou postupem času nasbírat sebedůvěru a naučit se prosadit si svůj názor, s čímž se pojí rozvoj argumentace (Pelánek, 2014).

V neposlední řadě může v týmu docházet také k rozvoji leadershipu. Na základě temperamentu jednotlivých členů vznikají v týmu určité role. Například jeden chrlí nápady, druhý je zase pečlivý při dekódování a jiný třeba tým povzbuzuje a zahání trudomyslnost. V týmu se pak může projevit role leadera, který se stává jeho určitou hlavou a práci v něm usměrňuje a řídí. Všechny tyto jemné dovednosti nalézají uplatnění v pracovní sféře (Belbin, nedatováno).

Rozvoj logického myšlení a komunikačních dovedností potvrzují i samotní organizátoři šifrovací soutěže Technoplaneta. Podotýkají, že šifrování je krásným příkladem upevnění mezipředmětových vztahů, neboť vyžaduje a procvičuje znalosti i z dějepisu, zeměpisu, fyziky nebo chemie. Jedná se o aktivitu, která nejen motivuje k přemýšlení, ale také učí žáky práci s internetem a vyhledávání relevantních informací (Černohorská, 2008).

1.2 Hlavolamy, šifry, kódy

Na začátek by bylo ještě vhodné ujasnit si některé pojmy. Sběratel hlavolamů Stan Isaacs definuje hlavolam (v angličtině *puzzle*) takto:

> *„Hlavolam je zábavný a má správnou odpověď.“*

Pro srovnání, mezi úlohy, které „mají jasnou odpověď, ale nejsou zábavné“, můžeme zařadit například matematické příklady. Ty mají určitou správnou odpověď, ale většinu lidí jejich řešení příliš nebaví. Poté existují úlohy, které „jsou zábavné, ale nemají správnou odpověď“. Mezi takové řadíme například kreativní úlohy jako je kreslení obrázku nebo vymýšlení příběhu (Pelánek, 2014).

Tabulka 1 *Struktura problémů*

	pravidla	**cíl**	**hlavolamy**	**běžný život**
dobře strukturované problémy	jasná	jasný a jednoznačně vyhodnotitelný	sudoku	vyúčtování nákupu
			bludiště	plánování cesty
	vymezená, ale široce otevřená		křížovky	vyhledávání na internetu
		není zřejmý, ale je objektivně kontrolovatelný	šifry	oprava přístroje
			hádanky	
				úpravy bytu
špatně strukturované problémy	volná	subjektivní	vymýšlení vlastních úloh	řešení osobního konfliktu

(Pelánek, 2014, str. 8)

Šifra je zadání (např. obrázek nebo sekvence symbolů), které pomocí vnitřní skryté logiky nese smysluplnou zprávu, přičemž však není jasné, jak tuto zprávu odhalit a jaké informace a postupy přitom použít (Pelánek, 2014).

Kódování samotné není šifrou, protože pouze mění reprezentaci zprávy podle pravidel, která jsou veřejně známá. Hlavní význam kódování je umožnění přenosu zprávy pomocí různých médií. Mezi kódování, která patří mezi nejvhodnější pro použití v šifrách, patří například Morseova abeceda (pro zvukový přenos), Braillovo písmo (pro hmatový přenos), římské číslice (tesání do kamene), binární soustava (pro uložení v počítači) nebo vlajková a semaforová abeceda (pro vizuální přenos) (Pelánek, 2014).

Kód je oproti kódování tajný a záměrně bez logického systému. Představuje „tajný jazyk“ a jednotlivá slova se překládají podle slovníku (kódové knihy), který je také tajný, na jiná slova/znaky/čísla (Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007).

1.3 Co je to dobrá šifra?

Kvalita šifry v herním kontextu je velmi subjektivní záležitostí. Hanžl, Pelánek, Výborný (2007, str. 54) uvádějí výčet prvků, které by každá dobrá šifra měla splňovat:

- Šifra je pro hráče *řešitelnou výzvou*, tj. je reálně řešitelná, ale její řešení chvíli zabere. Důležité je posuzovat obtížnost vzhledem k dané cílové skupině.
- Řešení je *jednoznačné*, a pokud luštitel šifru vyluští, pak si je jistý, že našel správné řešení.
- Správný postup řešení je výrazně *elegantnější, logičtější a jednodušší* než alternativní metody, jak šifru luštit.
- Šifra je *reálně řešitelná i bez nápovědy*. Pokud systém hry obsahuje nápovědy, autor šifry má občas tendenci „schovat si něco na nápovědu“, a šifra se tak bez nápovědy stane téměř neřešitelnou.
- K vyluštění šifry stačí *běžné znalosti*, přičemž co to znamená běžné znalosti, opět závisí na cílové skupině hráčů.

Dále pak uvádějí několik dalších doporučení, které výrazně zvyšují (estetickou) kvalitu šifry:

- Šifra má *originální myšlenku*. Originalita stejně jako obtížnost je však velmi relativní.
- Šifra dobře vizuálně vypadá, vzhled je jednotný. Luštitel by při pohledu na šifru měl mít pocit „to vypadá zajímavě, tomu chci přijít na kloub“, a nikoli „to je zmatek“.
- Šifra obsahuje sama v sobě *náznaky*, které navádějí na správné řešení.
- Při luštění funguje *aha-efekt* – luštitelé se po dvou hodinách praští do čela a nadávají si, jak to, že je to dosud nenapadlo.
- Šifra *neobsahuje redundantní* prvky, tj. informace, které nemají žádnou spojitost s řešením a pouze odvádějí pozornost. Téměř vše, co se v šifře vyskytuje má nějaký význam, není to tam pouze náhodně. Z tohoto pravidla existují mnohé výjimky, typicky například použití steganografických metod.
- Šifra *nepřehlcuje informacemi*, počet možných způsobů řešení není příliš velký. Složitost spočívá v tom, že luštitel neví, co s ní dělat, a nikoli v tom, že ho napadá 50 možností a neví, kterou zkoušet dřív.

(Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007, str. 54)

1.4 Typy drobných šifrovacích her

Následující text uvádí základní formy šifrovacích her, které se dají využít ve výuce. Fantazii a kreativitě organizátora/učitele se však meze nekladou. Pokud je možné přesáhnout časový horizont vyučovací hodiny a neomezovat se prostorem třídy, nabírají hry zcela nový rozměr. Typologie vychází z publikace Šifry a hry s nimi (Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007).

Pokladovka (lineární hra)

Častá součást táborových her, lze ji však v jisté formě využít i ve vyučování. Týmy dostanou zadání prvního úkolu, po jeho vyřešení obdrží další zadání a tímto způsobem postupují až do cílové šifry. Vítězí tým, který se dostane do cíle jako první, případně tým, který se dostane nejdál.

Pro aplikaci ve vyučování je nutné nejdříve zvážit časové možnosti a jim přizpůsobit počet úrovní, resp. počet šifer pokladovky. Obtížnost šifer může růst s postupující úrovní (jednodušší šifra na začátku plní motivační složku), může být volena náhodně, nebo může být ve všech úrovních přibližně stejná.

Dále záleží na organizátorovi, jaké zvolí podmínky pro postup do další úrovně (Musí tým pro postup do další úrovně aktuální šifru vyluštit, nebo se mu další úroveň po určitém časovém limitu zpřístupní?) a zda se bude při hře využívat nějaký systém nápověd. V případě nápověd si pak musí klást otázky: Jaký bude počet nápověd pro každou z šifer? Budou nápovědy přístupné od začátku dané úrovně nebo až po uplynutí určitého limitu? Jak bude použití nápovědy hodnoceno/penalizováno?

Realizace v hodině pak může vypadat tak, že žáci obdrží na začátku hry obálku se zadáním šifry první úrovně a po odstartování obálku otevřou a začnou luštit. Pokud odhalí heslo, měli by přivolat učitele, který správnost ověří a předá jim obálku další úrovně. Učitel by měl v tento moment týmu zaznamenat i čas rozluštění (pokud více týmů skončí ve stejné úrovni, lepšího umístění dosáhne tým s dřívějším časem). Zde může nastat kolize v případě, že se více týmů přihlásí naráz. V případě větších tříd (většího počtu týmů) může s organizací pomoci asistent pedagoga nebo může být hodina pojata tandemově spolu s někým z kolegů.

Luštitelský pohár (paralelní hra)

Týmům je předloženo několik šifer najednou a jejich úkolem je vyřešit jich v časovém limitu co nejvíce. U tohoto typu hry je vhodné umístit někam tabulku, do které se průběžně zaznamenávají body za vyřešené šifry. Přehled výsledků totiž zvyšuje motivaci a soutěživost ostatních týmů a také se z něj dá vydedukovat obtížnost jednotlivých zadání.

Realizace ve výuce probíhá podobně jako u pokladovky. Na začátku hodiny opět obdrží týmy složku, tentokrát však se všemi zadáními. V průběhu hry tedy učitel již další zadání neposkytuje, pouze zaznamenává časy řešení do tabulky (např. na tabuli). Zadání každé šifry je pro lepší spolupráci a dělbu práce v týmu vhodné poskytnout ve dvou kopiích. Pokud některé týmy vyřeší stejný počet šifer, lépe se opět umístí tým s dřívějším časem posledního zadaného hesla.

Luštitelský pohár je oproti pokladovce mírně náročnější na spolupráci ve skupině. Zatímco u ní se může celý tým soustředit na jedno zadání, zde je pro to, aby se tým dobře umístil, nutné si činnosti v týmu dobře rozdělit, konzultovat pokroky a takticky sledovat tabulku průběžných výsledků.

Kombinace lineárního a paralelního schématu

Tento koncept využívá například kvalifikace Tmou. Každá úroveň obsahuje více šifer a pro postup do dalšího levelu je nutné, aby tým určitý počet z nich rozluštil (např. 3 ze 4). Počet šifer v jednotlivých úrovních může postupně klesat a jejich obtížnost se zvyšovat.

Jinou variantou, která umožňuje diferenciaci hry, může být tvorba dvou lineárních cest různé obtížnosti. Jedna cesta se skládá z určitého počtu šifer dané obtížnosti, druhá pak například z dvojnásobného počtu šifer, ale poloviční náročnosti. Obě cesty jsou tedy ve výsledku bodovány stejně a záleží na žácích, jakou strategii zvolí. Na začátku dostanou zadání první úrovně každé cesty a můžou celou dobu řešit obě cesty paralelně. Po správném rozluštění šifry obdrží zadání druhé úrovně dané cesty atd. Na konci každé z těchto cest by měla na týmy čekat stejná „cílová“ šifra, která se jim po úplném průchodu dané trasy zpřístupní. Tento typ hry může fungovat samostatně, nebo jako ozvláštňující prvek delší lineární hry.

Šifrovací pohár

V první fázi má každý tým za úkol vymyslet svou šifru. V druhé fázi se týmy snaží rozluštit šifry ostatních týmů. Pro zvýšení motivace je speciálně upraveno bodování. Tým získá bod právě tehdy, když jejich šifru vyluští alespoň jeden tým (není příliš těžká), ale zároveň ji nerozluští všechny týmy (není příliš lehká). Tento typ hry se od předchozí liší zejména skutečností, že staví účastníky do role tvůrců šifer. Samotné vymýšlení šifer však už vyžaduje určité zkušenosti s danou problematikou a tuto formu tedy nelze doporučit pro začátečníky.

Aby hry měly pro účastníky správný přínos, je při plánování libovolné hry vhodné myslet i na vyhrazení času po konci hry, který slouží na reflexi týmů a pro diskuzi nad případnými problémy nebo nad postupy správných řešení.

1.5 Některé šifrovací hry pro děti a mládež

BRLOH – BRněnská LOgická Hra

Jedná se o internetovou soutěž pro týmy žáků základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Hra funguje od jara 2011. Skládá se ze tří částí – Semifinále, Malého finále a Velkého finále, kde děti obvykle soutěží již prezenčně. Jednotlivá kola sestávají z různých logických úloh a šifer využívajících všeobecné znalosti žáků. Hra je podporována a zaštiťována Přírodovědeckou fakultou Masarykovy Univerzity, konkrétně Ústavem matematiky a statistiky, a výzkumný centrem CEITEC. Posledního ročníku (2020) se zúčastnilo 359 týmů (BRLOH: BRněnská LOgická Hra, nedatováno).

Technoplaneta

Technoplaneta bývala šifrovací hra pro až pětičlenné týmy dětí základních škol nebo odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. První ročník se konal v roce 2006. Probíhala v pěti internetových kolech a v každém bylo zveřejněno pět šifer. Nejúspěšnější řešitelé postoupili do finále, které probíhalo naživo. Hru pořádal Klub Kapsa, který je zaštiťován Katedrou matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy. Posledního ročníku (2019) se zúčastnilo 217 týmů z celkem 56 škol (Technoplaneta, nedatováno).

Dnem

Dnem je denní šifrovací hra, která probíhá v Brně a jeho okolí. Koná se obvykle na konci jara v sobotu a soutěžící musí ujít zhruba 10-15 km dlouhou trasu. Je možné soutěžit v týmech ve třech různých kategoriích: Mladší (do 15 let, 3-5 členů v týmu), Starší (od 16 let, 1-3 členové týmu), Experti (podmínky stejné jako pro kategorii starší, určeno pro zkušené a soutěživé týmy). Hra disponuje také systémem nápověd pro kategorii Mladší. Soutěž pořádá odbor KČT Chameleon – TOM Kasiopea (KČT Chameleon – TOM Kasiopea, nedatováno).

Cryptomania

Organizační tým Cryptomanie se zabývá gamifikací a vývojem šifer pro různé účely. Na jejich webu je možné najít spoustu šifer různých témat a obtížností. Principy jejich šifer nevyžadují znalosti žádných specifických kódovacích technik, vše je možné řešit pouze na základě kreativního myšlení. Některé šifry je možné luštit po internetu odkudkoliv, jiné jsou přímo spjaty s konkrétním místem. Příkladem takovýchto šifer byly trasy kampaně „Brno, co není“, které hravou formou seznamovaly účastníky s plánovanými Brněnskými projekty (CRYPTOMANIA, nedatováno).

InterLoS – INTERnetová LOgická Soutěž

InterLoS je pětihodinová internetová týmová soutěž pro středoškoláky a dospělé. Týmy řeší zadané úlohy, které jsou šifrovacího, logického nebo programovacího charakteru a jejich řešení odevzdávají prostřednictvím webové stránky, která řešení okamžitě ověřuje. Úlohy mají různou obtížnost a soutěž je tedy vhodná jak pro začátečníky, tak pokročilé. Navíc jsou soutěžící rozděleni do tří kategorií (středoškoláci, vysokoškoláci a ostatní) v nichž probíhá vyhodnocování samostatně. Soutěž organizují členové Spolku přátel severské zvěře Masarykovy univerzity (InterLoS, nedatováno).

SuŠi

Súťaž v Šifrovaní je nová (ve školním roce 2020/21 probíhá poprvé) slovenská internetová hra určená primárně pro studenty středních škol. Soutěžící jsou podle věku a zkušeností rozděleni do tří kategorií. Na rozdíl od jiných šifrovacích soutěží, SuŠi je určeno pro jednotlivce. Hra je během školního roku rozdělena na letní a zimní část, přičemž každá část se skládá ze tří kol – dvou internetových a jednoho outdoorového. Hru organizují členové sdružení Trojsten (SuŠi, nedatováno).

1.6 Šifry ve výuce matematiky

Dle Koblitze (1997) kryptografie skýtá obrovský potenciál pro obohacení výuky matematiky. Pokud jsou šifry podloženy dobrým příběhem, matematika získává dobrodružný podtext, který dokáže děti vtáhnout.

Dále děti v šifrách mohou přirozeně objevovat logické systémy anebo dokonce i určité matematické koncepty. Učitelé matematiky často volí transmisivní styl výuky a žáci tak přicházejí o radost z vlastního objevování. U šifer naopak, pokud po nějaké době přijdou sami na metodu, jak zprávu prolomit, pocítí radost a spíše ocení krásu matematiky nebo logiky, kterou odhalili. (Koblitz, 1997)

Pro šifrování v aritmetice se nabízí dva primární principy – grafická šifra a převedení čísel na písmena. Grafické šifry záleží čistě na kreativitě tvůrce, několik námětů tohoto typu šifer je uvedeno dále. Převedení čísel na písmena je základní metodou využitelnou pro širokou škálu šifer.[1] K substituci se využívá 26písmenná anglická abeceda (1 odpovídá písmenu A, 26 odpovídá písmenu Z). Za tímto účelem je vhodné žákům poskytnout jednoduchou šifrovací pomůcku – převodní tabulku (viz Příloha 1).

Nejjednodušším způsobem, jak vytvořit matematickou šifru, je vymyšlení několika příkladů, jejichž výsledky leží v intervalu 1–26 a po převedení na písmena dají žákům tajenku. Velká výhoda této metody je, že je univerzální a dá se aplikovat snad na všechna témata. Její hlavní nevýhodou je však to, že je prvoplánová, což jí ubírá na atraktivitě. Pokud by se tento typ často opakoval, děti by rychle omrzel. Navíc jsou děti ochuzeny o hlavní prvek šifry, a to o hledání správného postupu, který je zde od začátku zřejmý.

Jak tedy takovou šifru ozvláštnit? V matematice se nabízí pracovat s jednotlivými čísly, např.:

- **grafická úprava čísel**
  Na čísla můžeme aplikovat různé druhy symetrie a získáme velice zajímavé útvary (kolikrát připomínají např. runy, což je opět výhodné, pokud šifry spojujeme s nějakým příběhem).

- **římské číslice**
  Arabské číslice můžeme nahradit římskými.

- **digitální číslice**
  Číslice můžeme vyjádřit pomocí čar na sedmisegmentovém displeji.

- **čísla symbolizující svátky v kalendáři nebo významná data**

[1] Za normálních okolností se v šifrách využívají i jiné typy kódování (Morseova abeceda, Braillovo písmo, semaforová abeceda apod.). Vzhledem však k obecným znalostem žáků základní školy a k matematickému zaměření práce, je v této práci používán výhradně tento typ.

- **slovní vyjádření**

  S číslem nemusíme pracovat jen jako s matematickou hodnotou – můžeme využít i jeho slovní vyjádření, ze kterého pak už můžeme vybrat určité písmeno.

- **obrázek**

  Číslice často tvarem připomínají nějaký objekt. Pokud takovým obrázkem číslice nahradíme, úloha hned získává nový rozměr.

  Možné příklady:

  0 = rybník, oko, prsten

  1 = hůl, malé písmeno l

  2 = labuť

  3 = otevřená pouta, řecké písmeno ω

  4 = lehátko, lodní plachta, převrácená židle, blesk

  5 = invalidní vozík, písmeno S

  6 = chobot slona, naběračka

  7 = kosa, prapor, sekyra

  8 = pouta, sněhulák

  9 = laso, písmeno g

- **asociace**

  Čísla jsou často spojována se známými souslovími, případně situacemi z reálného života.

  0 = bod mrazu vody, Coca-Cola ZERO

  1 = zlatá medaile, slova s předponou mono-

  2 = stříbrná medaile, dvojčata, rodiče, zemské póly, slova s předponami bi-, di-

  3 = bronzová medaile, přání, oříšky, sudičky, bratři, Nejsvětější Trojice

  4 = roční doby, světové směry, elementy, jezdci apokalypsy, bradavické koleje

  5 = olympijské kruhy, smysly, kolo u vozu, Bylo nás pět, známky ve škole, platónská tělesa

  6 = šest ran do klobouku, stěny krychle, kvarky, struny kytary, končetiny hmyzu

  7 = dny v týdnu, krkavci, kontinenty, divy světa, tóny, trpaslíci

8 = planety ve Sluneční soustavě, symbol nekonečna, chapadla chobotnice, končetiny pavouků
9 = devatero hor, měsíce těhotenství, múzy, členové Společenstva prstenu

Dále např.: dvanáct měsíčků, pátek třináctého, 101 dalmatinů, počty hráčů v různých sportech, protonová čísla v periodické tabulce prvků…

Univerzální metodou je také tvorba **šifrovací mřížky**. Mřížka je čtverec o rozměrech $n \times n$ a obsahuje $\frac{n^2}{4}$ prázdných políček umístěných tak, aby z každých čtyř polí, která se na sebe zobrazí při otočení mřížky, bylo volné právě jedno. (Hanžl, Pelánek, & Výborný, 2007)

Dešifrování pak probíhá tak, že mřížku přiložíme na zakódovanou tabulku o stejném rozměru a v „okénkách“ mřížky čteme část tajenky. Mřížku přitom vždy pootočíme o 90°, abychom přečetli i zbývající části zprávy.

Obrázek 1 *Příklad použití šifrovací mřížky*

mřížka

X			
			X
		X	
	X		

zpráva

H	O	O	O
J	S	Z	E
O	E	S	E
C	L	N	R

Pro matematické účely lze princip mřížky přizpůsobit tak, že do „okének“ mřížky umístíme výsledky daných příkladů a zbylá políčka mřížky vyplníme náhodnými čísly. Žáci po vyřešení příkladů vyškrtají v mřížce výsledky, ke kterým dospěli, a získají tak „okénka“ pro čtení zprávy.[2]

Využívání šifer ve výuce matematiky je příkladem posilování mezipředmětových vztahů s informatikou. Vzhledem k aktuálním změnám Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání došlo k navýšení hodinových dotací pro výuku informatiky. Cílem revize bylo modernizovat obsah vzdělávání v digitální oblasti tak, aby odpovídalo dynamice a

[2] Mřížkovou metodu částečně využívá Eratosthenova šifra z kapitoly dělitelnosti.

potřebám 21. století. Nově zavedená vzdělávací oblast Informatika (RVP ZV, 2021) poskytuje více prostoru pro utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka např. k systémovému přístupu při analýze situací, k porozumění různým typů kódování nebo k otevřenosti novým cestám. Řešení jednoduchých šifer tak přímo nalezlo své místo v rámci učiva deklarovaného v RVP ZV. (MŠMT & NPI, nedatováno)

V dalších kapitolách budou podrobněji metodicky rozebrána vybraná aritmetická témata a následně budou po každém z nich okomentovány a vysvětleny jednotlivé koncepty šifer, které pro ně byly přímo vytvořeny. Principy šifer jsou různé a k vyřešení některých z nich je potřeba využít převodní šifrovací pomůcku (viz Příloha 1). Jak bývá zvykem, heslem každé šifry je české podstatné jméno v prvním pádě jednotného čísla. Šifry byly navrženy tak, aby všechna hesla představovala názvy zvířat.

2 Matematické obsahy a principy šifer

2.1 Dělitelnost v oboru přirozených čísel

Pro zvládnutí tématu dělitelnosti je nutné pevné ovládnutí malé násobilky z prvního stupně. Začíná se obvykle zavedením pojmů *násobku* a *dělitele*.

> Přirozené číslo a se nazývá $k - násobek$, stručněji násobek přirozeného čísla b, když platí
>
> $a = k \cdot b$,
>
> kde k je přirozené číslo.
>
> Přirozené číslo b se nazývá *dělitel* přirozeného čísla a, když podíl $a : b$ je přirozené číslo a zbytek je 0:
>
> $a : b = k$,
>
> k je přirozené číslo. Říkáme též, že číslo a je *dělitelné* číslem b.

(Odvárko & Kadleček, 2004, str. 22)

Žáci se s pojmy učí pracovat na základě konkrétních příkladů. Vychází se ze znalosti dělení se zbytkem (Odvárko & Kadleček, 2004):

$15 : 3 = 5\ \mathbf{zb.\,0}$

Při dělení čísla 15 číslem 3 je zbytek 0.

- Číslo 15 je tedy *dělitelné* číslem 3.
- Číslo 15 je *násobkem* čísla 3.
- Číslo 3 je *dělitelem* čísla 15.

$14 : 3 = 4\ \mathbf{zb.\,2}$

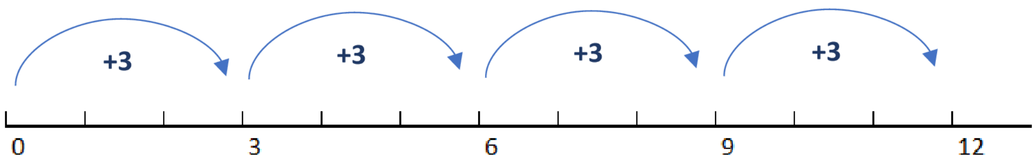
Při dělení čísla 14 číslem 3 je zbytek 2.

- Číslo 14 tedy není *dělitelné* číslem 3.
- Číslo 14 není *násobkem* čísla 3.
- Číslo 3 není *dělitelem* čísla 14.

Pro upevnění představy o násobku můžeme využít:

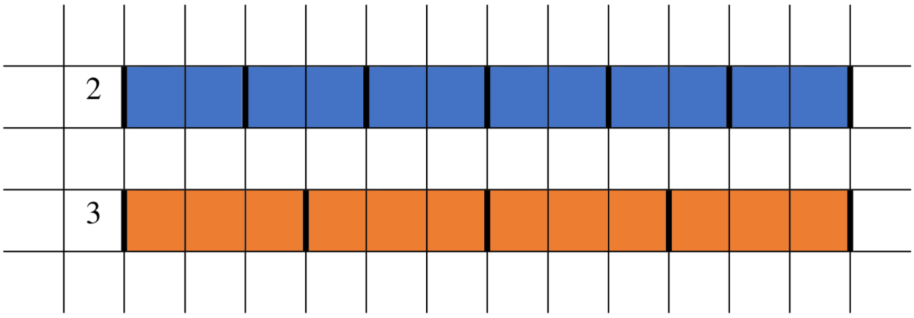
- **číselnou osu** (Půlpán & Čihák, 2007)

Obrázek 2 *Znázornění násobku čísla na číselné ose*



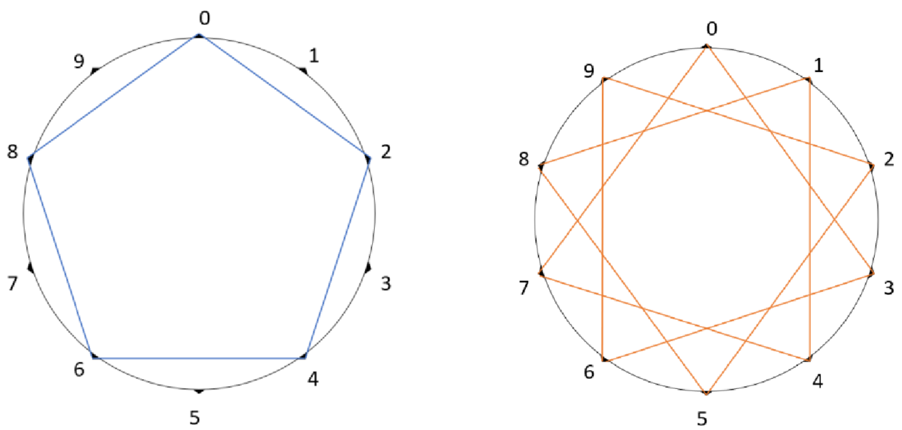
- **čtverečkovaný papír** (Budínová, 2019)

Obrázek 3 *Znázornění násobku čísla na čtverečkovaném papíru*



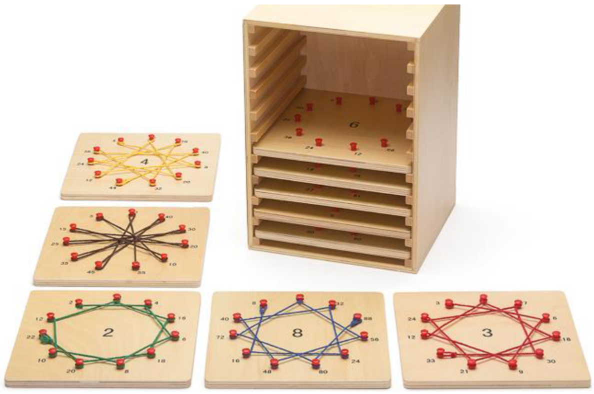
- **kruhové schéma**

Obrázek 4 *Útvary vytvořené násobky daného čísla na kruhových schématech*



- **násobkové mandaly (Montessori pomůcka)**

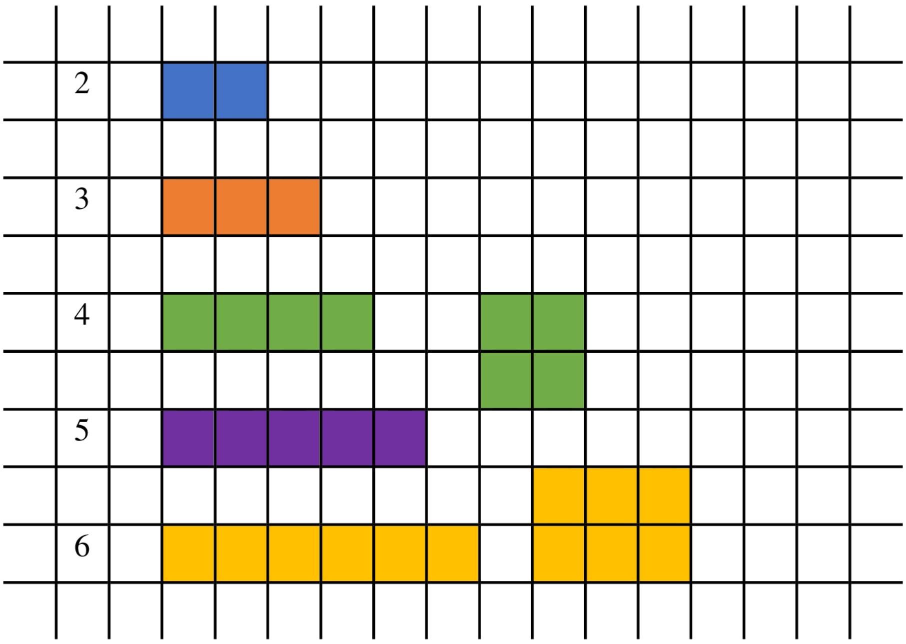
Obrázek 5 *Násobkové mandaly*



Zahlensterne für das Kleine Einmaleins. MONTESSORI LERNWELTEN https://www.montessori-material.de/arbeits-und-lehrmittel/mathematik/zahlensterne-fuer-das-kleine-einmaleins_563_1349

Pro znázornění dělitele můžeme opět využít čtverečkovaný papír (Budínová, 2019). Dané číslo reprezentuje odpovídající počet čtverečků, přičemž se snažíme z těchto čtverečků sestavit všechny možné obdélníky. Výsledky pozorování zapisují žáci do pracovního listu.

Obrázek 6 *Znázornění dělitele na čtverečkovaném papíře*



Další obsáhlou podkapitolou jsou znaky dělitelnosti. Bývají uvedeny ve formě tvrzení, nejčastěji ve tvaru implikace. Tyto věty se na základní škole nedokazují, jejich platnost se pouze ověřuje na konkrétních příkladech. Standardně se zavádějí pravidla pro dělitelnost v tomto pořadí: deseti, pěti, dvěma, třemi (Odvárko & Kadleček, 2017). Dále ale mohou být vysvětlena i pravidla pro dělitelnost čtyřmi, šesti, osmi, případně devíti (Půlpán & Čihák, 2007). Pro dělitelnost třemi (a devíti) je nutné žáky seznámit s pojmem *ciferný součet*.

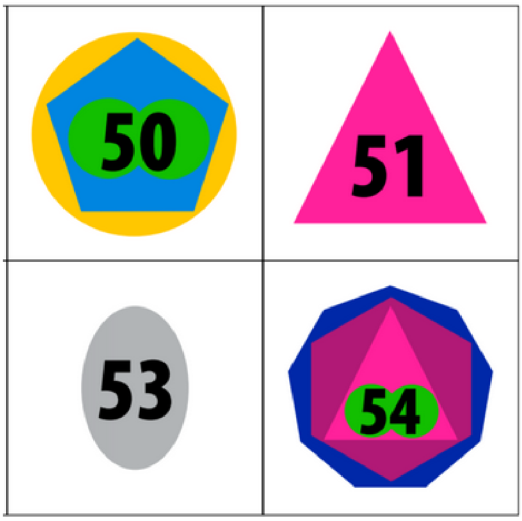
Na základě dělitelnosti dvěma definujeme sudá a lichá čísla.

> *Čísla, která* ***jsou*** *dělitelná* ***dvěma****, se nazývají* ***sudá.***
>
> *Čísla, která* ***nejsou*** *dělitelná* ***dvěma****, se nazývají* ***lichá.***

(Půlpán & Čihák, 2007, str. 58)

Pro názornost dělitelnosti čísel do 100 je vhodné pracovat se stovkovou tabulkou nebo stovkovým kobercem, který využívá geometrických tvarů typických pro každého dělitele.

Obrázek 7 *Příklad karet pro stovkový koberec*



Samková, M. (n.d.). Stovková tabulka čísla se znaky. Eschovka. https://www.eschovka.cz/product/?pid=1926

Po pochopení pojmu dělitele a osvojení pravidel pro dělitelnosti usilujeme o hledání všech dělitelů přirozeného čísla. K tomu je zapotřebí představit metody rozkladu přirozeného čísla na součin prvočinitelů a definovat prvočíslo. Odvárko & Kadleček (2004, str. 25) uvádějí následující definice:

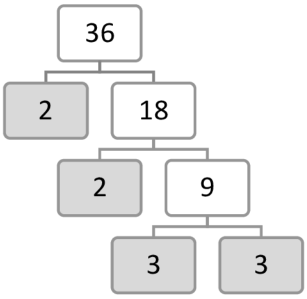
Prvočíslo se nazývá každé takové přirozené číslo, které má **právě dva různé dělitele** (číslo 1 a samo sebe).

Složené číslo se nazývá každé takové přirozené číslo, které má **více než dva různé dělitele**. Číslo 1 není ani prvočíslo, ani složené číslo.

Existuje několik typů rozkladu (Odvárko & Kadleček, 2017):

- **postupné dělení**
  Číslo postupně dělíme prvočísly, dokud výsledkem není také prvočíslo. Rozklad je tvořen prvočíselnými děliteli a výsledným prvočíslem.
  $36 : \mathbf{2} = 18$ $\qquad$ $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
  $18 : \mathbf{2} = 9$
  $9 : \mathbf{3} = \mathbf{3}$

- **vodopád**
  Číslo rozdělíme na součin dvou čísel. Pokud je některý z činitelů složeným číslem, opět jej rozdělíme na součin dalších dvou čísel. Algoritmus opakujeme dokud všechny větve vodopádu nejsou ukončeny prvočísly (které jsou současně prvočísly rozkladu).



  $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

- **žebřík**
  Do pravého sloupce zapisujeme prvočíselného dělitele. Na další řádek do levého slupce zapisujeme podíl po dělení tímto prvočíslem. Algoritmus končí v okamžiku, kdy je podíl roven 1. Rozklad tvoří prvočísla zapsaná v pravém sloupci.

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

K určení prvočísel menších než 100 je vhodné použít metodu Eratosthenova síta, při které ze stovkové tabulky postupně vyškrtáváme násobky nejmenšího vyskytujícího se čísla (toto číslo je prvočíslo). Jakmile jsou násobky odstraněny, pokračujeme stejným způsobem s dalším nejmenším číslem. Algoritmus končí ve chvíli, kdy je ze seznamu odstraněno poslední číslo, nebo ve chvíli, kdy je jako prvočíslo označeno číslo, které po vynásobení sebou samým je větší než hodnota největšího čísla souboru (tedy pokud je dané číslo větší než odmocnina největšího čísla). V takové chvíli už všechna zbývající čísla jsou nutně prvočísly.

Tabulka 2 *Eratosthenovo síto čísel do 100*

	2	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

Prvočísla jsou znázorněna tučně.

Téma dělitelnosti uzavírají problémy hledání největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku.

Společný dělitel přirozených čísel a, b se nazývá každé takové přirozené číslo, které je dělitelem čísla a **a zároveň** dělitelem čísla b.

Největší společný dělitel přirozených čísel a, b se nazývá ten společný dělitel čísel a, b, který je největší ze všech jejich společných dělitelů.
Značíme $D(a, b)$.
Každý společný dělitel čísel je dělitelem největšího společného dělitele těchto čísel.

(Odvárko & Kadleček, 2004, str. 27)

Společný násobek přirozených čísel a, b se nazývá každé takové přirozené číslo, které je násobkem čísla a **a zároveň** násobkem čísla b.

Nejmenší společný násobek přirozených čísel a, b se nazývá ten společný násobek čísel a, b, který je **nejmenší** ze všech jejich společných násobků.
Značíme $n(a, b)$.
Nejmenší společný násobek čísel je dělitelem každého společného násobku těchto čísel.

(Odvárko & Kadleček, 2004, str. 29)

Intuitivně se dají uvedené definice rozšířit pro společný dělitel a násobek více čísel. Pro porozumění problematice se opět využívá konkrétních příkladů.

Při hledání největšího společného dělitele můžeme postupovat:

- **experimentem**
  Vypíšeme si všechny dělitele daných přirozených čísel a ze souboru vybereme ten největší společný.

  dělitelé 56: $1, 2, 4, 7, \mathbf{8}, 14, 28, 56$
  dělitelé 64: $1, 2, 4, \mathbf{8}, 16, 32, 64$

- **rozkladem na součin prvočinitelů**
  Daná čísla rozložíme na součiny prvočísel a uděláme pomyslný průnik těchto součinů. (Vybereme pouze společné činitele v počtu, ve kterém se vyskytují v obou součinech, a provedeme jejich součin.)

$56 \ = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot 7$

$64 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot 2$

$D(56, 64) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{8}$

- **Eukleidovým algoritmem postupného dělení**

  Tato metoda se obvykle na základní škole nevyučuje, ale můžeme jí zaujmout šikovnější žáky. Větší číslo podělíme menším a určíme zbytek. Jestliže vyjde nulový, pak je menší zadané číslo jejich největším společným dělitelem. Pokud vyjde různý od nuly, vydělíme jím dělitele předchozí operace a opět určíme zbytek. Algoritmus končí ve chvíli, kdy zbytek vyjde nulový. V tomto momentu je největším společným dělitelem zadaných čísel poslední nenulový zbytek (neboli dělitel vystupující v posledním dělení).

  $64 : 56 \ = \ 1 \text{ zb.} \mathbf{8}$

  $56 : \mathbf{8} \ = \ 7 \text{ zb.} 0$

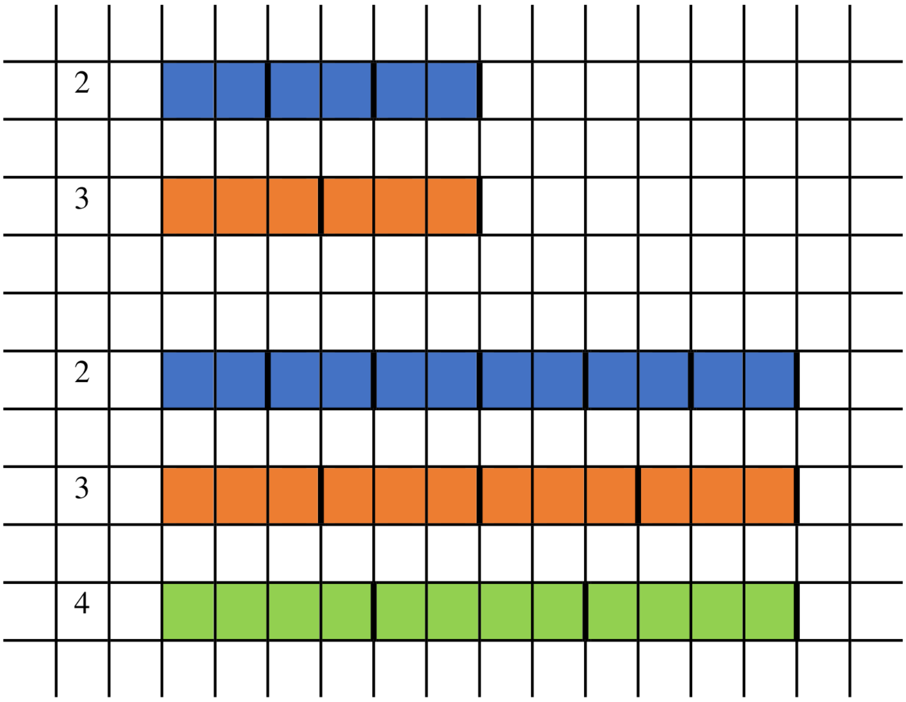
  $D(56, 64) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{8}$

Na základě největšího společného dělitele zavádíme *soudělná a nesoudělná čísla*.

> *Nesoudělná čísla* se nazývají taková přirozená čísla, jejichž **největší společný dělitel je 1.**
>
> *Soudělná čísla* se nazývají taková přirozená čísla, jejichž **největší společný dělitel je větší než 1.**
>
> (Odvárko & Kadleček, 2004, str. 28)

Společné násobky nižších čísel se dají znázornit pomocí čtverečkovaného papíru, viz Obr. 8 (Budínová, 2019).

Obrázek 8 *Znázornění nejmenšího společného násobku čísel na čtverečkovaném papíru*



Nejmenší společný násobek se určuje následujícími způsoby:

- **experimentem**

  Vypisujeme násobky daných čísel tak dlouho, dokud nedojdeme ke shodě.

  násobky $8\ =\ 8, 16, 24, 32, \mathbf{40}$

  násobky $20\ =\ 20, \mathbf{40}$

- **rozkladem na součin prvočinitelů**

  Obdobně jako u hledání společného dělitele rozložíme čísla na součin prvočísel a vybereme všechna prvočísla, která se v součinech alespoň jednou vyskytují, a to v jejich největším možném počtu, ve kterém se vyskytují alespoň v jednom ze součinů. Na závěr provedeme součin těchto vybraných činitelů.

  $8 = \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2}$

  $20\ = 2 \cdot 2 \cdot \mathbf{5}$

  $n(8, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = \mathbf{40}$

Pro názornost a lepší pochopení se může využít několik pomůcek, například:

„Pro každé prvočíslo najdu součin, ve kterém se vyskytuje nejvíce krát a v něm si je podtrhnu.“

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

$16 = \underline{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$

$20 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{5}$

$n(8, 16, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = \mathbf{80}$

„Rozklady napíšu pod sebe tak, aby pod sebou byla pouze stejná prvočísla nebo prvočíslo a mezera.“

$20 = 2 \cdot 2 \qquad \cdot 5$

$90 = 2 \cdot \quad 3 \cdot 3 \cdot 5$

$n(8, 16, 20) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{180}$

- **s využitím věty** (Hruša, 1950, str. 20)

$$a \cdot b = D(a, b) \cdot n(a, b)$$

Tedy součin daných čísel se rovná součinu jejich největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku. Při určení největšího společného dělitele vede tato věta na jednoduchou lineární rovnici.

2.1.1 Šifry zaměřené na dělitelnost

Kompletní zadání a řešení šifer je k nalezení v přílohách (Příloha 2, str. 100 a Příloha 5, str. 110).

Dělitelná[3]

Jak název napovídá, principem této šifry je dělitelnost přirozených čísel. Je potřeba si všimnout, že se v tabulce vyskytují čísla, která jsou dělitelná dvěma, třemi, pěti nebo sedmi. Pokud si pro každého dělitele zvolíme barvu a vymalujeme políčka s jeho násobky, získáme grafické heslo.

Matematické dovednosti: pravidla pro dělitelnost přirozených čísel

Rozložitelná[4]

Kolem každého čísla v tabulce jsou čtyři políčka, do kterých je potřeba doplnit čísla tak, aby jejich součinem bylo dané číslo uprostřed. V některých případech je číslo součinem čtyř prvočísel, někdy je potřeba do součinu doplnit jedničky. Klíčovým krokem k úspěšnému rozluštění, je nalezení místa, u kterého je poloha čísel rozkladu jednoznačně určena (takovým číslem je například 100 v levém dolním rohu). Při úspěšném vyplnění všech políček vykreslí stejná čísla písmeno (např. pokud si barevně zvýrazníme např. všechna políčka obsahující 2, získáme graficky písmeno hesla).

Matematické dovednosti: pravidla pro dělitelnost přirozených čísel, rozklad čísla na součin prvočinitelů

Návod[5]

Jedná se o steganografickou šifru. Nápovědy k nalezení jsou přímo ukryté v textu:
„Slova textu vám napovídají."
„heslo najdete pozorným přečtením konkrétních slov."
„Hodně toho vysledujete na obvyklých prvočíselných řadách."
„Přemýšlejte o pozicích."

[3] Inspirace: BRLOH – 5. ročník (2014), 3. kolo, šifra č. 10 „Skutečně číselná"
[4] Inspirace: Kvalifikace Tmou 14 (2012), šifra č. 22 „Čísla"
[5] Inspirace: Suši – 1. část (2020), 2. kolo, šifra č. 7 „Čítajte nezmyselné slová"

K odhalení hesla je tedy potřeba přečíst slova na prvočíselných pozicích (tj. druhé, třetí, páté slovo atd.).

Matematické dovednosti: znalost prvočísel

Eratosthenova
Šifra využívající šifrovací mřížku. Pro nalezení hesla je nutné ve stovkové tabulce vyznačit všechna prvočísla (reprezentují „okénka“ mřížky). Po překrytí zašifrované zprávy se nám v prvočíselných políčkách vyjeví heslo.

Matematické dovednosti: pravidla pro dělitelnost přirozených čísel, znalost prvočísel

Zbytečná
Tato šifra využívá princip dělení celých čísel se zbytkem a jak název napovídá, právě zbytek v ní hraje hlavní roli. Ve všech příkladech je dělitelem číslo 26, což odkazuje na abecedu. Po vypočtení příkladů a převedení podílů na písmena získáme první část tajenky, což nasvědčuje tomu, že jsme na dobré cestě. Je však ještě potřeba využít zmiňovaných zbytků – ty na první pohled při převedení na písmena nic smysluplného nedávají. Klíčovou myšlenkou je však uvědomění si, jakých hodnot mohou zbytky po dělení 26 nabývat. Jelikož se jedná o hodnoty 0 až 25, je třeba patřičně posunout i abecedu (A = 0, Z = 25).

Matematické dovednosti: dělení přirozených čísel se zbytkem

Záhadný rodokmen

Prvním důležitým nápadem je spočtení všech „erbů“ v rodokmenu. Zjistíme, že jich je 26, což odpovídá počtu písmen abecedy a můžeme tedy predikovat, že jeden erb odpovídá jednomu písmenu. Vztahy mezi jednotlivými erby znázorňují určitým způsobem relaci dělitelnosti přirozených čísel. Platí: erb X spojíme čarou vedenou shora dolů s erbem Y, jestliže erb X dělí erb Y a současně neexistuje takový erb Z, pro který by platilo X dělí Z a zároveň Z dělí Y. Jinými slovy, dva erby spojíme čarou právě tehdy, když vyšší erb dělí erb nižší.

Dle této relace můžeme hned identifikovat jedničku jako nejvrchnější erb a dále všechny prvočíselné erby, které se vyskytují v linii hned pod jedničkou. Prvočísla 11 až 23 nejsou určeny jednoznačně, avšak můžeme intuitivně odhadnout, že číselné označení erbu v dané linii roste zleva doprava. Heslo získáme přečtením erbů označených křížky po jejich převedení na písmena abecedy.

Matematické dovednosti: pravidla pro dělitelnost přirozených čísel, malá násobilka, společný dělitel, společný násobek

Podivné tkaničky[6]

Podobně jako u záhadného rodokmenu i tato šifra je určitým vyobrazením relace dělitelnosti. Prvním krokem je opět spočtení „dírek“, kterých je 26 a opět tedy každá reprezentuje jedno písmeno abecedy. Každá barevná tkanička představuje násobení určitým prvočíslem. Číselnou hodnotu dírky získáme součinem tkaničky, která k ní směřuje, a dírky, se kterou je tkaničkou spojena. Snadno identifikujeme jedničku, jakožto nejvýše položenou dírku. Jednotlivé linie pak vlastně představují počet činitelů v prvočíselném rozkladu čísla. V první řadě pod jedničkou se vyskytují všechna prvočísla, v řadě pod nimi čísla, která jsou určena součinem dvou prvočinitelů, v další řadě pak součinem tří a v poslední řadě čtyř prvočinitelů. Prvočísla 17, 19 a 23 nejsou určena jednoznačně, avšak můžeme opět intuitivně odhadnout, že hodnota čísel v dané řadě roste zleva doprava. Heslo získáme převedením čísel na písmena a přečtením dírek, kterými prochází šedá tkanička.

Matematické dovednosti: pravidla pro dělitelnost přirozených čísel, malá násobilka, společný dělitel, společný násobek

[6] Inspirace: Kvalifikace Tmou 19 (2017), šifra č. 51

2.2 Zlomky

Se zlomky se žáci setkávají již na prvním stupni a odnáší si odtud představy o zlomku jako o části celku. Tyto představy jsou podloženy reálnými objekty, které žáci dobře znají (dílky čokolády, dortu, pizzy…). Při výuce je vhodné postupně od těchto představ přecházet k obecným matematickým modelům (části úsečky, obdélníku, kruhu). Velmi užitečnými pomůckami pro vizualizaci zlomků jsou:

- **zlomkovnice** (Rosecký, 2012)
  Jedná se o barevné papírové šablony, které žák daným způsobem přehýbá/rozstříhává, za účelem rozdělení celku na požadovaný počet stejných částí. Dílky pak může např. porovnávat nebo z nich sestavovat znovu celek.

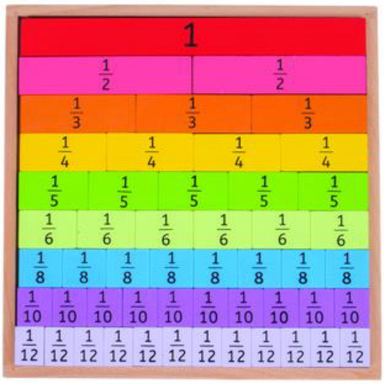
  Obrázek 9 *Zlomkovnice*

  Wooden Circular Board Math Fraction. Walmart. https://www.walmart.ca/en/ip/Wooden-Circular- Board-Math-Fraction-Division-Teaching-Aids-Educational-Geometric-Toy-Children-s-Cognitive-Jigsaw-Puzzle-Cards-Montessori-Toys-Gift/PRD55QICUWM86VP

- **zlomková zeď** (Svobodová, 2014)
  Celek je reprezentován papírovým obdélníkem, který je rozdělen na několik řad. Každá řada je rozdělena na určitý počet stejně velkých dílků (cihel). Zeď je možné zkonstruovat např. i z LEGO kostiček.

Obrázek 10 *Zlomková zeď*



Zlomková řada, dřevěná. Škola-servis. https://skola-servis.cz/produkt/zlomkova-rada-drevena-1/

- **zlomková věž** (Budínová, 2014)

  Dřevěná pomůcka sestávající z kostry, na kterou jsou nasazovány barevné kvádry reprezentující dané části celku.

Obrázek 11 *Zlomková věž*

,

Zlomkové věže. Montessori eshop. https://www.montessori-eshop.cz/Zlomkove-veze-

S těmito pomůckami pracujeme v několika fázích, ideálně v průběhu několika let (Budínová, 2014):

1) seznámení žáka s pojmem „část celku" a jak se zapisuje;
2) porovnávání stejně vysokých sloupců (případně stejně dlouhých řad), jedná se o průpravu k ekvivalentním zlomkům, rozšiřování a krácení zlomků;

3) propedeutika sčítání a odčítání zlomků, násobení zlomku přirozeným číslem, dělení zlomku přirozeným číslem.

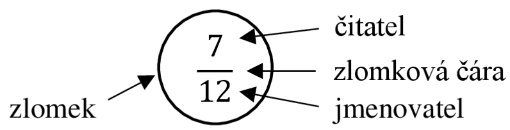
Mezí další očekávané výstupní znalosti o zlomcích z prvního stupně patří dle RVP pro základní vzdělávání (2021):

- zápis zlomku;
- porovnávání jednoduchých zlomků podle velikosti, uspořádání podle velikosti;
- sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel.

Při výuce na druhém stupni je nutné odhalit úroveň poznatků žáka a adekvátně na ně navázat. Úvod do učiva obvykle spočívá v dělení celku na části a v procvičování jejich zápisu. Příklady bývají doplněny tzv. izolovanými modely. Ty dle Hejného (2014) představují konkrétní případy budoucího poznání, se kterými se žák setkává.

Tvar zlomku je dále podrobněji představen (Odvárko & Kadleček, 1998):

Obrázek 12 *Tvar zlomku*



Jmenovatel zlomku udává, na kolik stejných částí je celek rozdělen.
Čitatel sděluje, kolik těchto částí zlomek obsahuje.

a na příkladech vysvětlena role nuly ve zlomku.

Je-li v **čitateli** zlomku **nula**, rovná se zlomek **nule**.

V žádném zlomku **nesmí být** ve **jmenovateli nula**!

(Půlpán, Čihák, & Müllerová, 1998, str. 4)

Dále je představen význam zlomku jako způsob zápisu racionálního čísla. V této souvislosti žáci pracují s číselnou osou a nanášejí na ni obrazy zlomků.

První operace, které se žáci druhého stupně učí se zlomky provádět, jsou jejich rozšiřování a krácení. Principy jsou demonstrovány na konkrétních příkladech a jsou doplněny poučkami.

> Zlomek **rozšíříme**, když **čitatele i jmenovatele** zlomku **vynásobíme stejným číslem různým od nuly.**
>
> Zlomek **zkrátíme**, když **čitatele i jmenovatele** zlomku **vydělíme stejným číslem různým od nuly.**
>
> Hodnota zlomku se rozšiřováním ani krácením nemění.

(Půlpán, Čihák, & Müllerová, 1998, str. 9 a 11)

V souvislosti s těmito úpravami je vysvětlen základní tvar zlomku.

> Zlomek v **základním tvaru** má čitatele i jmenovatele **nesoudělná** čísla.

(Půlpán, Čihák, & Müllerová, 1998, str. 12)

Díky rozšíření zlomků na společného jmenovatele jsou žáci schopni tyto zlomky porovnávat, přičemž ze dvou takových zlomků je větší ten, který má většího čitatele. Pro zlomky se shodnými čitately naopak platí, že menší je ten, který má většího čitatele. Dále zlomek je větší/menší než 1, je-li čitatel zlomku větší/menší než jeho jmenovatel. Zlomky větší než 1 můžeme zapsat pomocí smíšeného čísla, tj. pomocí přirozeného čísla a zlomku menšího než 1 (Půlpán, Čihák, & Müllerová, 1998).

Zlomek, v jehož jmenovateli vystupuje mocnina 10, se nazývá desetinný a bývá využíván pro vyjádření zlomku desetinným číslem.

Ze základních aritmetických operací se zlomky je obvykle nejdříve vyučováno jejich sčítání a odčítání. Je zaváděno v několika fázích, podle rostoucí obtížnosti:

I. Sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.

Opakuje a navazuje na základy z prvního stupně.

> Zlomky se stejnými jmenovateli sčítáme tak, že sečteme jejich čitatele a jmenovatele opíšeme.

(Odvárko & Kadleček, 1998, str. 22)

II. Sčítání a odčítání zlomků s různými jmenovateli.

Zlomky převedeme na společného jmenovatele a takto upravené zlomky se stejnými jmenovateli sečteme.

(Odvárko & Kadleček, 1998, str. 23)

1) Jeden jmenovatel je násobkem druhého.

Společným jmenovatelem je větší ze jmenovatelů.

Př.:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$$

2) Jmenovatele jsou nesoudělné.

Společným jmenovatelem je součin jmenovatelů.

Př.:

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=\frac{5}{15}+\frac{9}{15}=\frac{14}{15}$$

3) Společný dělitel jmenovatelů je menší než kterýkoliv z nich.

Společným jmenovatelem je nejmenší společný násobek jmenovatelů.

Př.:

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{3}{12}+\frac{10}{12}=\frac{13}{12}$$

Násobení zlomků můžeme uvést jako opakované sčítání. Začínáme tedy násobením zlomku přirozeným číslem, teprve poté uvádíme násobení dvou a více zlomků.

Zlomek vynásobíme přirozeným číslem tak, že tímto číslem vynásobíme čitatele a jmenovatele ponecháme.

Zlomek vynásobíme zlomkem tak, že vynásobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem.

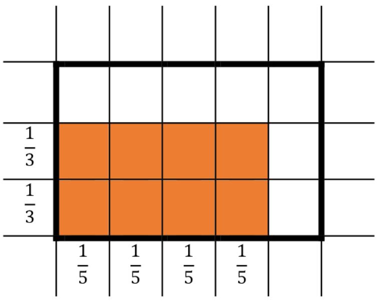
(Půlpán, Čihák, & Müllerová, 1998, str. 28 a 31)

Žáci se setkávají s úlohami, ve kterých násobení nevystupuje přímo, ale je reprezentováno slovním vyjádřením předložkou „z“. Jedná se o zadání typu „Vypočti $\frac{2}{3}$ z 15“. Pro snazší výpočty je vhodné apelovat na možné krácení ve zlomcích.

Násobení zlomků je možné vizualizovat geometricky na čtverečkovaném papíru pomocí obsahů obdélníků. Strany většího obdélníku mají rozměry jmenovatelů a rozměr menšího (vnitřního) obdélníku je dán hodnotami čitatelů. Výsledek příkladu pak můžeme zapsat jako podíl počtu dílků v obdélníkové síti obsažených v malém obdélníku a počtu všech dílků sítě ve vnějším obdélníku (Budínová, 2015).

Př. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

Obrázek 13 *Znázornění násobení zlomků na čtverečkovaném papíru*



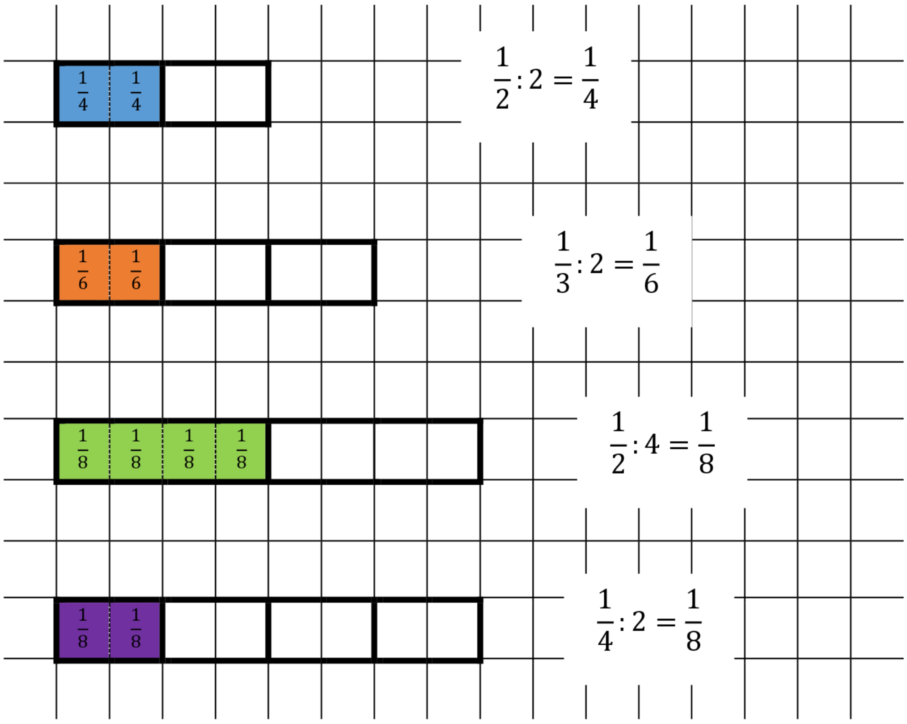
Při zavádění dělení zlomků je potřeba představit pojem převráceného zlomku.

> Převrácený zlomek ke zlomku dostaneme tak, že zaměníme ve zlomku čitatele a jmenovatele.

(Odvárko & Kadleček, 1998, str. 34)

Pro dělení zlomku přirozeným číslem (nebo naopak) je vhodné připomenout, že jakékoliv přirozené číslo je možné zapsat ve tvaru zlomku s 1 ve jmenovateli. Dělení zlomku přirozeným číslem můžeme jednoduše znázornit na čtverečkovaném papíru (Budínová, 2019).

Obrázek 14 *Znázornění dělení zlomku přirozeným číslem na čtverečkovaném papíru*



Obecný princip dělení zlomků je vysvětlen opět poučkou:

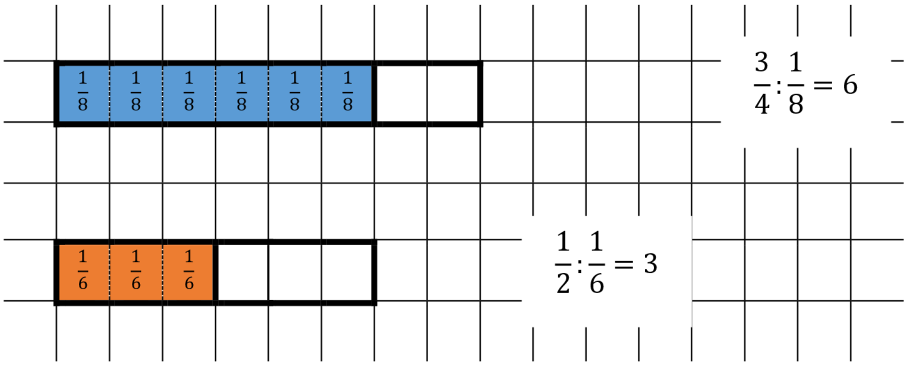
> Zlomek dělíme zlomkem tak, že jej vynásobíme převráceným zlomkem.

(Odvárko & Kadleček, 2004, str. 52)

I dělení zlomku zlomkem můžeme znázornit na čtverečkovaném papíru (Budínová, 2019). Např. $\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$

Celek je reprezentován obdélníkovým modelem, který je složen ze čtverečků, jejichž počet odpovídá nejmenšímu společnému jmenovateli obou zlomků, tj. 8 čtverečků. $\frac{3}{4}$ pak můžeme znázornit 6 čtverečky a 1 čtvereček představuje $\frac{1}{8}$. Při dělení $\frac{3}{4}:\frac{1}{8}$ tedy zjišťujeme, kolikrát se $\frac{1}{8}$ (1 čtvereček) vejde do $\frac{3}{4}$ (6 čtverečků). Z obrázku vidíme, že odpověď je šestkrát.

Obrázek 15 *Znázornění dělení zlomku zlomkem na čtverečkovaném papíru*



Kapitolu o zlomcích uzavírají složené zlomky.

> Složený zlomek $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ znamená totéž jako $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$. Přitom a může být kterékoliv celé číslo, b, c, a d jsou celá čísla různá od nuly.

(Odvárko & Kadleček, 2004, str. 52)

Pro výpočet složeného zlomku se nabízejí dvě možnosti.

1) **Převedení na obyčejné dělení dvou zlomků.**

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

2) **Řešení pomocí poučky pro přepsání do jednoduchého zlomku.**
„Součin vnějších členů lomen součinem vnitřních."

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

2.2.1 Šifry zaměřené na zlomky

Kompletní zadání a řešení šifer je k nalezení v přílohách (Příloha 3, str. 104 a Příloha 6, str. 115).

Skládačka

Při analýze obrázků zjistíme, že v každé tabulce se vyskytuje 20 dílků. K získání hesla je nutné využít uvedený zlomkový zápis. Každý ze zlomků reprezentuje určitou část celku (pro lepší názornost je vhodné všechny zlomky rozšířit tak, abychom ve jmenovateli vždy získali 20). Každý z obrázků však také reprezentuje určitou část celku. Pokud odpovídající části sjednotíme do jednoho obrázku, získáme grafickou podobu písmena. Pro přečtení hesla pak musíme pouze seřadit tato písmena dle uvedeného zlomkového zápisu.

Matematické dovednosti: chápání zlomku jako části celku, rozšiřování zlomků, krácení zlomků, logika (disjunkce), množinové sjednocení

Od nejmenšího po největší

K řešení této šifry velmi pomůže její název. Hodnoty v každém čtverci můžeme jednoznačně seřadit podle velikosti od nejmenšího po největší. Hodnoty jsou však uvedené ve specifických pozicích. Pokud je tedy spojíme tužkou podle velikosti, napíšeme vždy tvar nějakého písmene.

Matematické dovednosti: seřazování čísel podle velikosti, převod zlomku na desetinné číslo (a naopak), orientace na číselné ose

Dvojbarevná

Po analýze zjistíme, že se v každé tabulce vyskytují právě dvě číselné hodnoty. Pokud tyto hodnoty barevně vyznačíme (jak napovídá název), získáme v každé tabulce grafickou podobu písmena.

Matematické dovednosti: rozšiřování zlomků, krácení zlomků, převod zlomku na desetinné číslo (a naopak)

Není čára jako čára[7]

Pro řešení této šifry je třeba oprostit se od zažitých představ a myslet „outside the box“. V této úloze totiž zlomková čára neplní svou tradiční funkci, avšak reprezentuje znaménko minus. K získání hesla je tedy pouze třeba odečíst jmenovatele od čitatele a výsledek převést na písmena. K tomu, že je klíčovým nápadem odčítání, může vést také fakt, že všechny hodnoty čitatelů jsou větší než hodnoty jmenovatelů.

Tuto šifru je vhodné zařadit do výuky až po pevném ukotvení představ o zlomcích, aby nedošlo k miskoncepci zápisu zlomku s operací odčítání.

Matematické dovednosti: odčítání přirozených čísel

Smíšená

Při analýze zadání zjistíme, že jmenovatel je ve všech případech 26 (odkaz na abecedu), přičemž čitatele nabývají výrazně vyšších hodnot. Pokud zohledníme i název šifry, mělo by nás napadnout, že se bude jednat o využití smíšených čísel. Po převedení všech zlomků do tvaru smíšeného čísla a přepisu jednotlivých čísel na písmena získáme první část tajenky přečtením celých částí, přičemž samotné heslo vyčteme z čitatelů zbylých zlomků.

Matematické dovednosti: převod nepravého zlomku na smíšené číslo, násobení přirozených čísel

Zlomkové kadeřnictví[8]

Stejně jako v klasickém kadeřnictví dochází k úpravě vlasů, zde je potřeba upravit uvedené zlomky. Můžeme si všimnout, že všechny lze upravit tak, aby jejich jmenovatel byl roven 26. Poté již stačí převést čitatele na písmena a přečíst heslo.

Matematické dovednosti: krácení zlomků, rozšiřování zlomků

[7] Inspirace: Technoplaneta (2008), 3. kolo, šifra č. 3-5 „Základní matematika“

[8] Inspirace: Technoplaneta (2013), 1. kolo, šifra č. 1-3 „Zlomky“

Racionální

U této šifry opět hodně napovídá její název. Všechna uvedená čísla jsou racionální a lze je vyjádřit ve tvaru zlomku. Pokud dané zlomky odhalíme, získáme tajenku převedením jmenovatelů na písmena (všechny zlomky mají jedničku v čitateli).

Matematické dovednosti: chápání zlomku jako zápisu racionálního čísla, převedení racionálního čísla na tvar zlomku

2.3 Mocniny a odmocniny

Jedná se o jednu z nejnáročnějších partií základoškolské matematiky. Zavádění poznatků obvykle probíhá v následujícím sledu.

Druhá mocnina

Žáci si na základě analogie jednotlivých izolovaných modelů budují o pojmu mocniny obecnou představu, např.:

$3 \cdot 3 = 3^2$

$5 \cdot 5 = 5^2$

$7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$

Tu je možné podpořit také geometrickou vizualizací na čtverečkovaném papíru, kde jsou mocniny reprezentovány obsahy čtverců.

Následně je žákům mocnina představena jako způsob zkráceného zápisu násobení.

> Součin několika sobě rovných činitelů se nazývá **mocnina**. Součin **dvou** sobě rovných činitelů se nazývá **druhá mocnina**.

(Půlpán, Čihák, & Trejbal, 2009, str. 11)

Na konkrétním příkladu dochází k seznámení s pojmy základ mocniny a mocnitel (exponent).

Obrázek 16 *Tvar mocniny*

5^2 ← mocnitel

← základ mocniny

Při procvičování postupujeme od příkladů s přirozenými čísly přes čísla celá (umocňování záporných čísel) po racionální. Žáci dochází k závěru, že druhá mocnina je vždy nezáporné číslo a pamětně si osvojují hodnoty mocnin do 20.

Dále se přechází k umocňování velkých („hodně nul na konci“) a malých („hodně nul za desetinnou čárkou“) čísel z paměti. Pro tento účel jsou využívány praktické poučky. Dle Odvárka & Kadlečka (2006, str. 6) např.:

Umocňujeme na druhou číslo „končící nulami“:

- Vynecháme „koncové nuly“;
- vzniklé číslo umocníme;
- k výsledku přidáme dvojnásobný počet nul, než jsme vynechali.

Umocňujeme na druhou desetinné číslo „začínající nulami“:

- Vynecháme vše před první nenulovou dvojicí;
- vzniklé číslo umocníme;
- doplníme nuly tak, aby výsledek měl dvojnásobný počet desetinných míst než původní číslo.

Aplikace vedou postupně ke zobecnění na pravidlo pro umocnění součinu.

Druhá mocnina součinu dvou činitelů se rovná součinu druhých mocnin obou činitelů.

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

(Půlpán, Čihák, & Trejbal, 2009, str. 14)

Učivo druhé mocniny bývá zakončeno praktickými výpočty mocnin pomocí kalkulačky a tabulek, či odhadováním hodnot mocnin na základě zaokrouhlování.

Druhá odmocnina

Začíná se definováním a vysvětlením operace na konkrétních příkladech.

Druhá odmocnina z **nezáporného** čísla a je takové **nezáporné** číslo b, pro které platí

$$b^2 = a.$$

Druhou odmocninu z čísla a zapisujeme symbolem $\sqrt{a}$.

Znaku $\sqrt{}$ říkáme **odmocnítko**.

(Odvárko & Kadleček, 2006, str. 13)

Druhá odmocnina představuje pro žáky vysoce abstraktní pojem, nicméně znázornit ji opět můžeme pomocí geometrické představy o obsahu čtverce. Na základě zapamatovaných druhých mocnin čísel do 20 si žáci osvojují i pamětné odmocňování těchto hodnot. Procvičování odmocňování probíhá nejdříve s celými čísly, později mohou známé mocniny vystupovat již ve zlomcích.

Následně se stejně jako v případě umocňování přechází k odmocňování velkých a malých čísel z paměti. Analogicky jako při umocňování jsou využívány praktické poučky, např. opět Odvárko & Kadleček (2006, str. 15 a 16):

Odmocňujeme dvěma číslo „končící nulami“:

- Vynecháme *sudý počet* „koncových nul“;
- vzniklé číslo odmocníme;
- k výsledku připíšeme poloviční počet nul, než jsem vynechali.

Odmocňujeme dvěma desetinné číslo „začínající nulami“:

- Posuneme desetinnou čárku o *sudý počet* míst doprava;
- vzniklé číslo odmocníme;
- ve výsledku posuneme desetinnou čárku doleva o poloviční počet míst, než jsme posunuli v prvním kroku doprava.

Procvičování znovu směřuje k odvození obecného pravidla, tentokrát pro odmocnění součinu.

Druhá odmocnina součinu dvou čísel se rovná součinu druhých odmocnin obou činitelů.

Zapisujeme: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = x \cdot y$, kde $x^2 = a,\ y^2 = b$

(Půlpán, Čihák, & Trejbal, 2009, str. 18)

K závěru kapitoly se opět procvičují výpočty odmocnin pomocí kalkulačky a tabulek a jejich hodnoty jsou odhadovány na základě zaokrouhlování.

Třetí mocnina

Představy o třetí mocnině jsou budovány na základě izolovaných modelů. Můžeme ji vizualizovat pomocí objemu krychle (počtu kostek stavebnice, ze kterých je krychle sestavena).

Následuje vysvětlení třetí mocniny jako zkráceného zápisu součinu tří totožných činitelů. Žáky je nutné upozornit na vliv znaménka při umocňování – zde se odkazujeme na osvojená pravidla pro násobení se zápornými čísly.

Druhá mocnina kteréhokoliv čísla nemůže být číslo záporné.

Třetí mocnina kladného čísla je kladné číslo.

Třetí mocnina záporného čísla je záporné číslo.

(Půlpán, Čihák, & Trejbal, 2009, str. 36)

Mocnina s přirozeným mocnitelem

Zobecňujeme představy o druhé a třetí mocnině pro libovolný přirozený exponent.

Mocninu a^n (n-tou mocninu čísla a), kde n je libovolné přirozené číslo, definujeme jako zkrácený zápis součinu n stejných činitelů a:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots a}_{n-krát}$$

n… mocnitel (přirozené číslo)

a… základ mocniny

Čteme: „*a na entou*“

(Půlpán, Čihák, & Trejbal, 2009, str. 43)

V návaznosti na poznatky o druhé a třetí mocnině vysvětlíme vzájemný vliv znaménka základu mocniny a parity exponentu.

V další fázi dochází k představení pravidel pro počítání s mocninami. Dosud se žáci setkali pouze s pravidlem pro umocňování součinu, příp. podílu (zlomku). Tyto poznatky budou nyní zobecněny a rozšířeny o další poučky, které je nutné ilustrovat a procvičit na konkrétních příkladech.

Odvárko & Kadleček (1999, str. 42-46) uvádějí následující formulace:

- **Součin mocnin se stejným základem**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

a – libovolné číslo

m, n – přirozená čísla

Mocniny se *stejným základem* násobíme tak, že jejich základ umocníme na součet mocnitelů.

Ověření na úrovni ZŠ:

$$2^2 \cdot 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7 = 2^{2+5}$$

- **Podíl mocnin se stejným základem**

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$a \neq 0$

m, n – přirozená čísla, $m > n$

Mocniny se *stejným základem* dělíme tak, že jejich základ umocníme na rozdíl mocnitele dělence a mocnitele dělitele.

Ověření na úrovni ZŠ:

$$2^5 : 2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 2^{5-2}$$

- **Mocnina součinu**

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

a, b – libovolná čísla

n – přirozené číslo

Součin umocníme, když umocníme každého činitele.

Ověření na úrovni ZŠ:

$$(2 \cdot 5)^3 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^3$$

- **Mocnina podílu**

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

a – libovolné číslo

$b \neq 0$

n – přirozené číslo

Podíl umocníme, když umocníme dělence i dělitele.

Ověření na úrovni ZŠ:

$$(2 : 5)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2^3}{5^3}$$

- **Mocnina mocniny**

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a – libovolné číslo
m, n – přirozená čísla

Mocninu umocníme, když základ mocniny umocníme na součin mocnitelů.

Ověření na úrovni ZŠ:

$$(5^2)^3 = (5 \cdot 5)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6$$

Zápis čísla v desítkové soustavě

Učivo mocnin uzavírá vysvětlení zápisu čísla v desítkové soustavě. Nabyté znalosti žáci aplikují pro psaní rozvinutých zápisů čísel s užitím mocnin o základu 10.

> Každé kladné číslo větší nebo rovno 10 můžeme zapsat ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde a je číslo větší nebo rovno 1 a menší než 10 a n je přirozené číslo.
>
> (Odvárko & Kadleček, 2006, str. 48)

Zápis čísla ve dvojkové soustavě

Pro šifrovací účely bývá často využívána binární soustava. Z tohoto důvodu je vhodné žáky s principem dvojkové alespoň stručně seznámit.

Binární číselná soustava využívá pouze dvou číslic: 0 a 1. Každé číslo lze vyjádřit jako součet několika mocnin o základu 2.

Př.:

$$26 = 16 + 8 + 2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

O každé mocnině v daném součtu můžeme rozhodnout, zda je v něm zahrnuta (značíme 1) nebo ne (značíme 0). Prakticky stačí dané číslo postupně dělit dvěma a zapisovat zbytky po dělení.

$$26 : 2 = 13\ zb.\ 0$$

$$13 : 2 = 6\ zb.\ 1$$

$$6 : 2 = 3\ zb.\ 0$$

$$3 : 2 = 1\ zb.\ 1$$

$$1 : 2 = 0\ zb.\ 1$$

$$(26)_{10} = (11010)_2$$

Výsledný binární zápis čísla je pak pouhou posloupností zbytků (jedniček a nul) psanou odspodu, přičemž poslední číslice vpravo odpovídá mocnině 2^0.

Pro převod čísla z dvojkové soustavy naopak stačí 0 a 1 v zápisu postupně vynásobit s odpovídajícími mocninami dvojky. (Matematika.cz, nedatováno)

$$(11010)_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 16 + 8 + 2 = (26)_{10}$$

2.3.1 Šifry zaměřené na mocniny a odmocniny

Kompletní zadání a řešení šifer je k nalezení v přílohách (Příloha 4, str. 106 a Příloha 7, str. 115).

To je Nina, druhá moc

Jednoduchá šifra, jejíž název je anagramem a skrývá celou pointu. Pro získání hesla stačí hodnoty odmocnit a převést na písmena.

Matematické dovednosti: druhá mocnina a odmocnina přirozených čísel

Řetězec čtverců[9]

Název a vzhled této šifry je třeba brát doslovně – opravdu se totiž jedná o řetězec čtverců = druhých mocnin, přičemž pro přechod mezi mocninami (jednotlivými články řetězu) musí platit hodnoty uvedené v exponentu mezi jednotlivými čtverečky. Určit správně hodnoty všech okének je jistě možné metodou pokus-omyl. Dá se však postupovat i deduktivně. Pokud se zaměříme na poslední tři články řetězu (označme např. A, B, C), pak:

- hodnota A je o 112 menší než hodnota B;
- hodnota C je o 120 menší než hodnota B;
- tedy hodnota C je o 8 menší než hodnota A.

Jestliže předpokládáme, že v jednotlivých políčkách řetězu se mají vyskytovat druhé mocniny čísel, pak se snadno dovtípíme, že hodnota A musí být 9 a hodnotou C je 1. Zbylé čtverečky už doplníme bez problémů, dle operací uvedených v exponentech. Pro získání hesla je nutné odmocnit hodnotu z každého čtverce a převést ji na písmeno.

Matematické dovednosti: druhá mocnina a odmocnina přirozených čísel, sčítání a odčítání přirozených čísel

Smajlíci[10]

Při analýze obrázků si můžeme všimnout, že každý ze smajlíků vlastní některý z následujících atributů: svatozář, obočí, brýle, knír, otevřená pusa. Každý z těchto prvků daný smajlík má,

[9] Inspirace: Palapeli 8 (2019), šifra č. 0c
[10] Inspirace: Technoplaneta (2012), 5. kolo, šifra č. 5-2 „Postavičky“

nebo nemá. Každý emotikon je tedy charakterizován pěti znaky, které mohou nabývat pouze dvou hodnot. To vše odkazuje na dvojkovou soustavu. První smajlík vpravo nevlastní žádný z daných rysů a představuje tedy kód 00000. Předpisy pro písmena hesla získáme tak, že binárním kódem zapíšeme charakteristiky jednotlivých smajlíků ve směru odspodu (od pusy) nahoru (po svatozář).

Matematické dovednosti: práce s dvojkovou soustavou

Spojovačka

Na obrázku se nachází několik bodů označených přirozenými čísly v různé mocnině. Jak napovídá název, principem šifry je spojit čarou mocniny, které je možné vyjádřit stejným základem, a to vzestupně podle velikosti exponentu (stejně jako u klasických spojovacích obrázků, kde se postupuje od nejnižšího čísla). V tomto případě heslo představuje zvíře na výsledném obrázku.

Matematické dovednosti: mocnina a odmocnina s přirozeným mocnitelem

Čtverce

Tato šifra využívá druhé mocniny ve smyslu obsahu čtverce. Na obrázku je šest různě barevných čtverců, které se různě překrývají a jsou složeny malých čtverečků. Číselný kód pro heslo (který se jako obvykle převede na písmena) můžeme získat spočtením malých čtverečků v každém čtverci a odmocněním této hodnoty, nebo i jednodušeji – stačí zjistit počet čtverečků ve straně barevného čtverce. Ze získaných písmen pak buď vyřešíme přesmyčku, nebo je seřadíme podle barevného spektra duhy a přečteme přímo heslo.

Matematické dovednosti: druhá mocnina a odmocnina přirozených čísel, geometrická představa druhé mocniny

Panelák[11]

Na obrázku je panelový dům s několika okny. Tato okna jsou řazena v každém patře po pěti a v daných místnostech se buď svítí, nebo je zhasnuto. Toto vše nabádá k použití dvojkové

[11] Inspirace: Setkání učitelů a studentů matematiky XI – Zajímavé matematické aktivity pro šikovné žáky; Marcela Cvrkalová: Gamifikace ve výuce matematiky

soustavy, kde tmavé okno představuje nulu a okno, za kterým je rozsvíceno, jedničku. Každé patro tedy reprezentuje jedno písmeno zapsané binárním kódem.

Matematické dovednosti: práce s dvojkovou soustavou

Nákup

Na účtence je nápadné, že ceny jednotlivých položek jsou vždy druhou mocninou nějakého přirozeného čísla. Pokud je však odmocníme a převedeme na písmena, nic kloudného nezískáme. Pro odhalení tajenky je třeba vzít v potaz i samotné položky nákupu. Správné řešení získáme, jestliže z každého produktu vezmeme tolikáté písmeno, jaké nám udává odmocněná hodnota ceny.

Matematické dovednosti: druhá mocnina a odmocnina přirozených čísel

Praktická část

3 Aplikace šifer ve výuce

3.1 Metodologie výzkumu

Praktická část práce spočívala v aplikaci vytvořených konceptů šifer přímo ve výuce a jejím cílem bylo získat zpětnou vazbu od žáků i učitelů a současně odhalit, jaký postoj k zařazování šifer do výuky chovají. Vzhledem k takto vymezenému cíli jsem zvolil metodu smíšeného výzkumu, tedy kombinaci prvků jak kvalitativního, tak kvantitativního přístupu.

3.1.1 Výzkumné otázky

Hlavní výzkumná otázka

Jaký je postoj žáků a učitelů k zařazování šifer do výuky matematiky?

Dílčí výzkumné otázky

Jaké jsou zkušenosti žáků se šifrováním?

Jaké jsou zkušenosti učitelů matematiky se šifrováním?

Jaký je přínos šifrovacích aktivit?

Jsou nějaké překážky, které zařazování těchto aktivit do hodin brání?

3.1.2 Výzkumný soubor

Šifry byly použity ve výuce matematiky ve dvou třídách devátého ročníku základní školy. Jednalo se o menší městskou školu s klasickým zaměřením. Časovou dotaci hodin matematiky uvádí následující tabulka:

Tabulka 3 *Dotace hodin matematiky*

6. ročník	7. ročník	8. ročník	9. ročník
4	4	4	5

Důvodem výběru těchto tříd byla převládající pandemická situace, která komplikovala výuku v ostatních ročnících, které fungovaly rotačním systémem a docházelo v nich k časovému skluzu v probírání daného učiva. Poslední ročníky byly naopak ve škole prezenčně přítomny po celou dobu.

Dalším argumentem pro tento výběr, je fakt, že žáci devátého ročníku by měli mít již ovládnuté všechny aritmetické okruhy, na které se šifry zaměřovaly, a tudíž to umožnilo aplikovat výběr šifer napříč těmito tématy.

Kvantitativní části se nakonec účastnilo celkem 37 žáků.

Pro kvalitativní část výzkumu byly záměrně vybrány dvě učitelky matematiky z různých škol s odlišnými zkušenostmi s využíváním šifer ve výuce. Učitelka bez větších zkušeností se šiframi byla zároveň vyučující matematiky ve třídách, ve kterých aplikace proběhla.

3.1.3 Metody sběru dat

3.1.3.1 Kvantitativní část

Vzhledem k tomu, že jedním z cílů výzkumu bylo získat zpětnou vazbu od většího počtu žáků, vytvořil jsem za tímto účelem krátký dotazník (viz Příloha 8). Dotazník sestával z kombinace polouzavřených a uzavřených otázek.

- polouzavřené otázky

Obrázek 17 *Dotazník – polouzavřená otázka*

Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry? (Zakroužkuj.)	ANO	NE
Pokud ano, tak kde?		

- uzavřené otázky

Obrázek 18 *Dotazník – uzavřená otázka*

Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky? (Zakroužkuj.)	ANO	NE	JE MI TO JEDNO

Zbytek dotazníku tvořily škálované otázky. „Posuzovací škála je nástroj, který umožňuje zjišťovat míru vlastnosti jevu nebo jeho intenzitu. Posuzovatel vyjadřuje svoje hodnocení určením polohy na škále“ (Gavora, 2010b, str. 105).

Pro škálované položky byly zvoleny bipolární typy škál. „Jejich krajní body – póly – tvoří protikladné vlastnosti“ (Gavora, 2010b, str. 109).

Obrázek 19 *Dotazník – instrukce pro práci se škálami*

Následující položky ohodnoť (zakroužkuj) na škále 1-5 dle svého názoru. Pokud položku nedokážeš posoudit, zvol N.

První takováto otázka byla zaměřena na vztah respondenta k matematice.

Obrázek 20 *Škála – Matematika je můj oblíbený předmět.*

Neprosto nesouhlasím.	1	2	3	4	5	N	Naprosto souhlasím.

Ostatní otázky byly zaměřeny na jednotlivé šifry, přičemž u každé zkoumaly její obtížnost a zábavnost.

Obrázek 21 *Škály pro hodnocení šifer*

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

3.1.3.2 Kvalitativní část

Kvalitativní část spočívala v interview se dvěma záměrně vybranými učitelkami, jejichž zkušenosti se šiframi se liší. Vzhledem k přetrvávající pandemii nebylo možné vykonat rozhovory osobně a uskutečnily se tedy přes online platformu Google Meet. Pro účely výzkumu jsem zvolil polostrukturovaný rozhovor, který umožňuje flexibilně reagovat na odpovědi respondenta.

Polostrukturovaný rozhovor představuje kompromis mezi nestrukturovaným a strukturovaným interview. Výzkumník dopředu připraví osnovu otázek, ale dle průběhu rozhovoru může měnit jejich pořadí, nebo dokonce utvářet nové nebo některé vynechat (Gavora, 2010a).

Pro paní učitelku, která má se šifrováním zkušenosti, byly připraveny následující otázky s případnými podotázkami:

Jaké jsou Vaše vlastní zkušenosti se šifrováním?

- *Účastníte se šifrovacích her?*

Jaké jsou Vaše zkušenosti se zařazováním šifrovacích aktivit do výuky matematiky?

- *Co vás k tomu vedlo?*
- *Jak dlouho už to praktikujete?*
- *Jaké jsou reakce dětí?*
- *Odkud čerpáte inspiraci?*

V čem vidíte přínos šifrovacích aktivit?

- *Napadá Vás nějaká konkrétní matematická dovednost, kterou mohou rozvíjet?*

Vidíte naopak nějakou nevýhodu těchto aktivit, která by jejich zařazování do výuky bránila?

Účastní se děti na Vaší škole šifrovacích her jako je např. Brloh nebo Technoplaneta?

Používá někdo z Vašich kolegů šifry ve výuce?

Osnova pro rozhovor s paní učitelkou se nevýraznými zkušenostmi se šiframi sestávala z těchto otázek:

Jaké jsou Vaše vlastní zkušenosti se šifrováním?

- *Účastnila jste se někdy šifrovacích her?*

Zkoušela jste již dříve zařazovat nějaké šifry do výuky matematiky?

V čem vidíte přínos šifrovacích aktivit?

Vidíte naopak nějakou nevýhodu těchto aktivit, která by jejich zařazování do výuky bránila?

Účastní se děti na Vaší škole šifrovacích her jako je např. Brloh nebo Technoplaneta?

Používá někdo z Vašich kolegů šifry ve výuce?

3.1.4 Příprava a průběh

Aplikaci šifer byla vyhrazena pouze jedna vyučovací hodina v obou třídách. Hodinu jsem se rozhodl koncipovat ve formě tzv. Luštitelského poháru, tedy paralelní hry, ve které mají týmy za úkol v daném časovém limitu vyluštit co nejvíce šifer. S ohledem na tento fakt a časové omezení bylo prvotním úkolem vybrat pro pohár vhodné šifry. Na základě konzultace s vyučující jsem se z vytvořených konceptů rozhodl zaměřit na následující šifry:

- dělitelnost: Dělitelná, Eratosthenova
- zlomky: Smíšená, Od nejmenšího po největší
- mocniny: To je Nina, druhá moc, Panelák

Tento výběr jsem před samotnou výukou nanečisto aplikoval na svých přátelích, jejichž míra zkušeností s luštěním šifer se lišila od úplných nováčků po pokročilé (s účastí až na pěti šifrovacích hrách). Na základě jejich zpětné vazby jsem se rozhodl počet šifer snížit na 5 a vyřadit Eratosthenovu. Časový limit 30 minut se jevil jako adekvátní.

Dalším důležitým úkolem bylo určit, jakým způsobem se utvoří jednotlivé týmy. Po poradě s paní učitelkou jsme zvolili v každé třídě 4 „leadry“ – matematicky nadané žáky, kteří si k sobě do týmu vybrali spoluhráče sami, dle svého vlastního uvážení. Pro ušetření času proběhlo rozřazení do týmů během přestávky. Celkem nakonec soutěžilo 5 pětičlenných týmů a 3 čtyřčlenné.

Na začátku hodiny byla žákům vysvětlena pravidla a každý tým dostal obálku se zadáními. Pro snazší spolupráci bylo v obálce zadání každé šifry ve dvou kopiích. Na interaktivní tabuli byl promítán online časovač s odpočtem a na levém křídle byla nakreslena tabulka, jejíž záhlaví tvořila jména leadrů a názvy jednotlivých šifer. Pro přesnější a snadnější určování času jsem využíval i mobilní stopky.

Pokud některý z týmů odhalil heslo, přihlásil se a já správnost ověřil. Pokud bylo dané heslo správné, do příslušného políčka tabulky jsem zapsal čas na stopkách, který jsem zaznamenal při přihlášení týmu.

Po konci časového limitu došlo k vyhodnocení výsledků a rozdání dotazníků. Členové nejúspěšnějšího týmu dostali jedničky. Po odevzdání dotazníků se pokračovalo v diskuzi nad problémy, se kterými týmy zápasily, a správnými řešeními.

3.1.5 Metody analýzy dat

Data získaná dotazníky byla zpracována matematicko-statistickými a grafickými metodami.

Rozhovory byly zaznamenány a přepsány do transkriptu. Kvalitativní analýza a interpretace spočívá v systematickém nenumerickém organizování dat, jehož cílem je odhalit témata, pravidelnosti, kvality a vztahy (Hendl, 2016).

Pro analýzu kvalitativních dat jsem zvolil způsob otevřeného kódování, jež Švářiček & Šeďová (2007) považují za univerzální a velmi efektivní metodu.

Při otevřeném kódování postupujeme tak, že analyzovaný text nejprve rozdělíme na jednotky. Těmito jednotkami mohou být slova, věty nebo celé odstavce. Každé takové jednotce dle významu přisoudíme určitý kód, který fragment nějakým způsobem charakterizuje. Takto označené celky dále dle podobnosti nebo vnitřní souvislosti seskupujeme do obecnějších kategorií (Švářiček & Šeďová, 2007).

Dalším krokem je kódování technikou „vyložení karet“, kdy dochází k přeuspořádání seznamu kódů a kategorií do určitého obrazce nebo linky. Na základě tohoto uspořádání dochází k sestavení textu, který je v podstatě převyprávěním obsahu jednotlivých kategorií (Švářiček & Šeďová, 2007).

3.1.6 Etika výzkumu

V rámci výzkumu bylo žádoucí zachovat anonymitu respondentů. Všichni žáci byli upozorněni na anonymitu dotazníků a škola, na které k aplikaci šifer došlo, není v diplomové práci konkrétně specifikována.

Stejně tak před vedením rozhovorů jsem respondentky požádal o svolení s nahráváním záznamu a ujistil je o zachování anonymity.

3.2 Analýza dat

3.2.1 Kvantitativní část

Žáci luštili 5 šifer celkem v 8 týmech (5 pětičlenných, 3 čtyřčlenné). Následující tabulka shrnuje úspěšnost jednotlivých týmů (✓ šifra vyluštěna, ✗ šifra nevyluštěna).

Tabulka 4 *Statistika úspěšnosti týmů*

Název šifry / Tým (počet hráčů)	Šifra č. 1 (Dělitelná)	Šifra č. 2 (Smíšená)	Šifra č. 3 (Panelák)	Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc)	Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší)
Tým 1 (4)	✗	✗	✓	✓	✗
Tým 2 (4)	✗	✓	✓	✓	✗
Tým 3 (4)	✓	✗	✓	✓	✓
Tým 4 (5)	✗	✓	✓	✓	✓
Tým 5 (5)	✗	✓	✓	✓	✓
Tým 6 (5)	✗	✗	✓	✓	✗
Tým 7 (5)	✗	✓	✓	✓	✗
Tým 8 (5)	✓	✗	✓	✓	✓

Žádný z týmů nedokázal v časovém limitu vyřešit všechny šifry. Maximálního výsledku (4 vyluštěné šifry) se povedlo dosáhnout 1 čtyřčlennému a 3 pětičlenným týmům.

Další data pochází již z dotazníků, které žáci po luštění vyplnili.

Tabulka 5 *Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry?*

Odpověď	Počet žáků (absolutní)	Počet žáků (relativní)
ANO	27	73 %
NE	10	27 %

Z celkového počtu 37 žáků mělo 27 (73%) již nějaké zkušenosti se šifrováním a pro zbylých 10 (27%) se jednalo o jejich první zkušenost.

Jako odpověď na doplňující otázku měli žáci uvést, kde se se šiframi již setkali. V dotazníku se objevily následující odpovědi:

Tabulka 6 *Pokud ano, tak kde?*

Odpověď	Počet žáků (absolutní)
ve škole	9
v matematice	3
v matematickém semináři	3
doma	4
ve skautu	2
na táboře	5
u babičky	1
na narozeninové oslavě	1

Nejvíce žáků (15) se se šiframi setkalo ve škole (odpovědi: „*ve škole*“, „*v matematice*“, „*v matematickém semináři*“). Další početné skupiny tvoří volnočasové aktivity („*ve skautu*“, „*na táboře*“; 7 žáků) a rodinné prostředí („*doma*“, „*u babičky*“), kde se se šiframi setkalo 5 žáků. Jeden respondent uvedl narozeninovou oslavu.

Tabulka 7 *Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky?*

Odpověď	Počet žáků (absolutní)	Počet žáků (relativní)
ANO	29	78,4 %
JE MI TO JEDNO	5	13,5 %
NE	3	8,1 %

O častější zařazování šifrovacích aktivit do výuky projevilo zájem 29 žáků (78,4 %), 3 (8,1 %) žáci byli proti a 5 (13,5 %) žáků vyjádřilo neutrální postoj.

Většina dětí (24, 88,%), které už šifry někdy luštily, by uvítala více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky. Pro 5 žáků se jednalo o jejich první zkušenost se šifrováním, nicméně šifrovací aktivity v hodinách by také uvítali. Dva žáci se se šiframi již potkali, ale o luštění v hodinách matematiky nestojí. Pouze jedno dítě, které zkušenosti se šiframi dosud nemělo, jejich zařazení do výuky odmítá.

Tabulka 8 *Vliv prvotní zkušenosti na vztah k šifrám 1*

Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry?	Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky?	Počet odpovědí (absolutní)	Počet odpovědí (relativní vzhledem k počtu žáků, kteří uvedli ANO u první položky)
ANO	ANO	24	88,9 %
ANO	JE MI TO JEDNO	1	3,7 %
ANO	NE	2	7,4 %

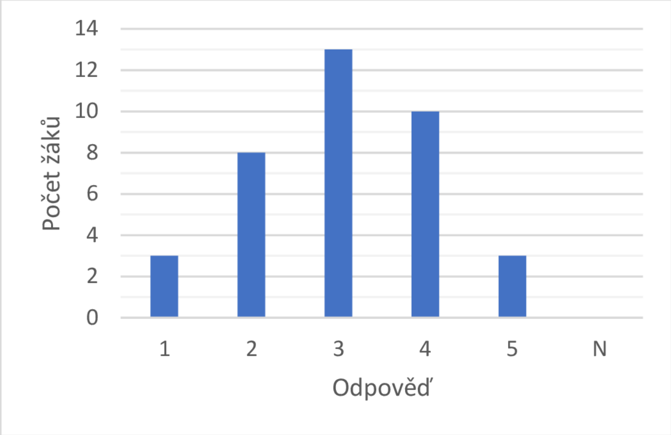
Tabulka 9 *Vliv prvotní zkušenosti na vztah k šifrám 2*

Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry?	Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky?	Počet odpovědí (absolutní)	Počet odpovědí (relativní vzhledem k počtu žáků, kteří uvedli NE u první položky)
NE	ANO	5	50,0 %
NE	JE MI TO JEDNO	4	40,0 %
NE	NE	1	10,0 %

Další položky v dotazníku byly škálovacího typu.

Tabulka 10 *Škála - Matematika je můj oblíbený předmět*

Naprosto nesouhlasím.	1	2	3	4	5	N	Naprosto souhlasím.



Graf 1 *Matematika je můj oblíbený předmět*

Svůj vztah k matematice žáci nejčastěji (v 13 případech) ohodnotili na škále známkou 3, tedy jako průměrný. 3 žáci rozhodně nepovažují matematiku za svůj oblíbený předmět a zvolili na škále nejnižší známku. Stejný počet žáků však naopak naprosto souhlasilo s výrokem, že je matematika jejich oblíbený předmět. Průměrná známka všech odpovědí byla 3,1.

Tabulka 11 *Průměrné skóre vztahu k matematice v závislosti na zkušenostech se šiframi*

Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry?	**Počet žáků (absolutní)**	**Počet žáků (relativní)**	**Průměrné skóre vztahu k matematice vzhledem k odpovědím žáků na jejich zkušenost se šiframi**
ANO	27	73 %	3,1
NE	10	27 %	2,9

Pokud se zaměříme na vztah žáků k matematice v závislosti na jejich předchozích zkušenostech s šifrováním, zjišťujeme, že nedochází k výraznému rozdílu. Průměrné skóre vztahu k matematice žáků, kteří již šifry někdy luštily, je lehce nadprůměrné. Průměrné skóre vztahu k matematice žáků, pro které se jednalo o první zkušenost, je lehce podprůměrné.

Tabulka 12 *Průměrné skóre vztahu k matematice v závislosti na názoru na zařazování šifer do výuky*

Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky?	**Počet žáků (absolutní)**	**Počet žáků (relativní)**	**Průměrné skóre vztahu k matematice vzhledem k odpovědím žáků na zařazování šifrovacích aktivit do výuky**
ANO	29	78,4 %	3,3
JE MI TO JEDNO	5	13,5 %	2,4
NE	3	8,1 %	2

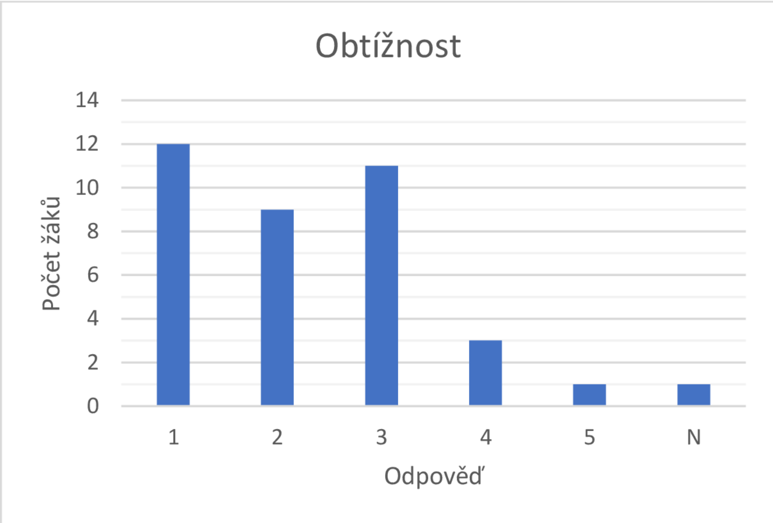
Pro dané odpovědi se projevuje sestupná tendence průměrného skóre vztahu k matematice. Vztah žáků, kteří by častější šifrovací aktivity ve výuce uvítali, k matematice je lehce nadprůměrný. Naopak žáci, kteří o šifrovací aktivity nestojí, vykazují z daných skupin nejhorší vztah k matematice.

Následující položky dotazníku byly zaměřeny na získání zpětné vazby k použitým šifrám. Pro každou šifru se uplatňovaly škály:

Obrázek 22 *Škály pro hodnocení šifer*

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Šifra č. 1 (Dělitelná)



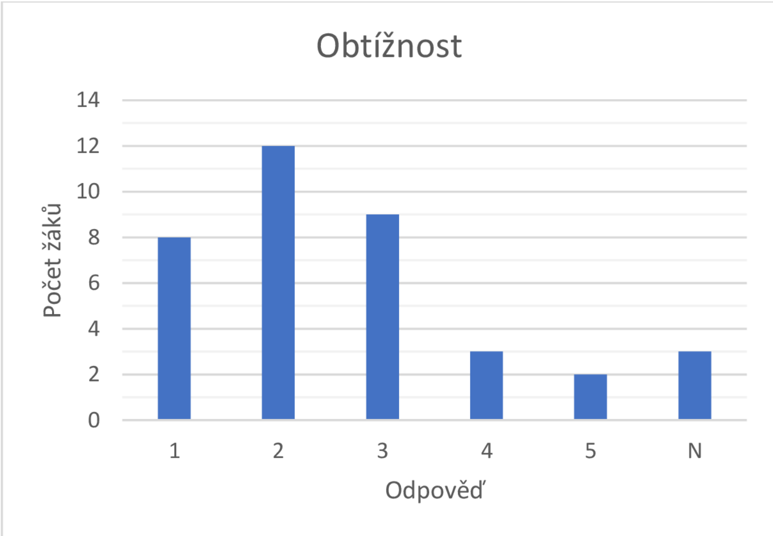
Graf 2 *Šifra č. 1 (Dělitelná) – obtížnost*

Obtížnost šifry č. 1, která byla zaměřená na dělitelnost, hodnotilo nejvíce respondentů (12; 32,4 %) známkou 1, tedy jako velmi těžkou. Pouze jeden žák (2,7 %) ohodnotil šifru jako velmi lehkou. Celková průměrná hodnota obtížnosti šifry dle jejího ohodnocení je 2,2 – tedy poměrně náročná. Jeden respondent nedokázal obtížnost šifry ohodnotit a zvolil tedy N.

Graf 3 *Šifra č. 1 (Dělitelná) – zábavnost*

S ohledem na zábavnost této šifry ji většina žáků (17; 45,9 %) hodnotila číslem 5, tedy jako velmi zábavnou. Čtyři žáci (10,8 %) šifru ohodnotily známkou 1, luštění šifry pro ně tudíž nebylo vůbec zábavné. Celková průměrná hodnota zábavnosti šifry je dle žáků 3,9, tedy poměrně zábavná. Dva žáci (5,4 %) nedokázali o zábavnosti rozhodnout (N).

Šifra č. 2 (Smíšená)



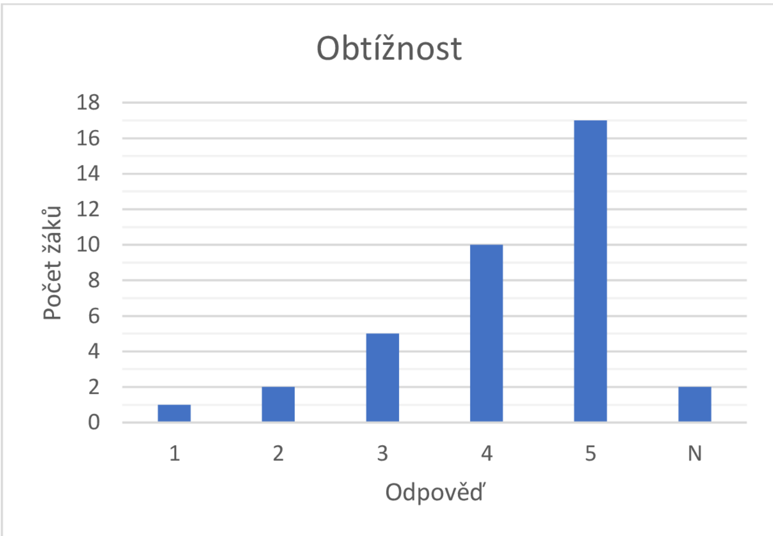
Graf 4 *Šifra č. 2 (Smíšená) – obtížnost*

Obtížnost šifry č. 2 hodnotilo nejvíce respondentů (12; 32,4 %) na škále známkou 2. Dva respondenti (5,4 %) ji ohodnotili číslem 5 jako velmi jednoduchou. Celková průměrná hodnota obtížnosti šifry je 2,4, tudíž šifra byla pro žáky poměrně náročná. Tři respondenti nedokázali obtížnost šifry ohodnotit (N).

Graf 5 *Šifra č. 2 (Smíšená) – zábavnost*

Zábavnost šifry označilo nejvíce žáků známkou 5 (11; 29,7 %). Tři žáci (8,1 %) luštění šifry vůbec nepovažovali za zábavné. Průměrná zábavnost šifry na základě hodnocení respondentů je 3,5, šifru tudíž žáci považují za spíše zábavnou.

Šifra č. 3 (Panelák)



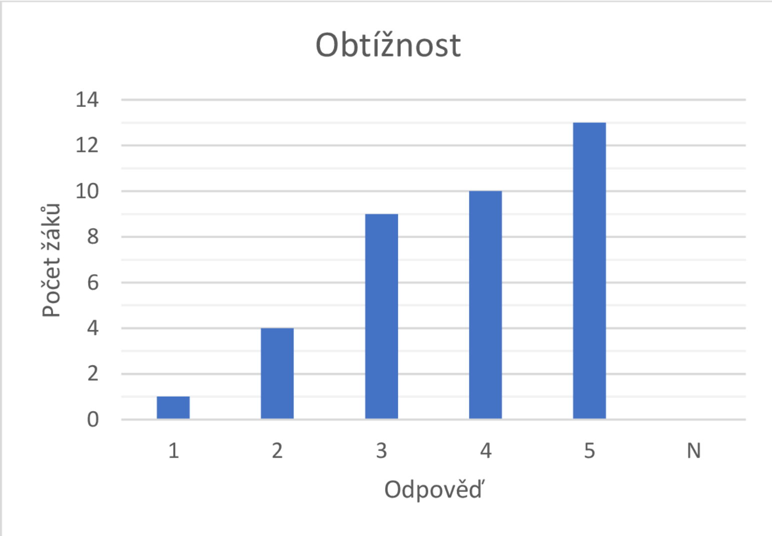
Graf 6 *Šifra č. 3 (Panelák) – obtížnost*

Většina žáků (17, 45,9 %) hodnotila obtížnost této šifry známkou 5, tedy jako velmi jednoduchou. Pouze jeden žák (2,7 %) ji označil za velmi těžkou. Dva respondenti (5,4 %) nedokázali obtížnost šifry ohodnotit (N). Průměrná obtížnost šifry dosahuje hodnoty 4,1, šifru žáci tudíž považovali za poměrně jednoduchou.

Graf 7 *Šifra č. 3 (Panelák) – zábavnost*

17 žáků ohodnotilo zábavnost šifry číslem 5 a její luštění pro ně tudíž bylo velmi zábavné. Žádný z respondentů neohodnotil zábavnost šifry známkou 1, všechny žáky tedy pravděpodobně luštění této šifry alespoň trochu bavilo. Dva žáci (5,4 %) nedokázali zábavnost šifry ohodnotit (N). Průměrné hodnocení zábavnosti šifry podle žáků je 4,3.

Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc)



Graf 8 *Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc) – obtížnost*

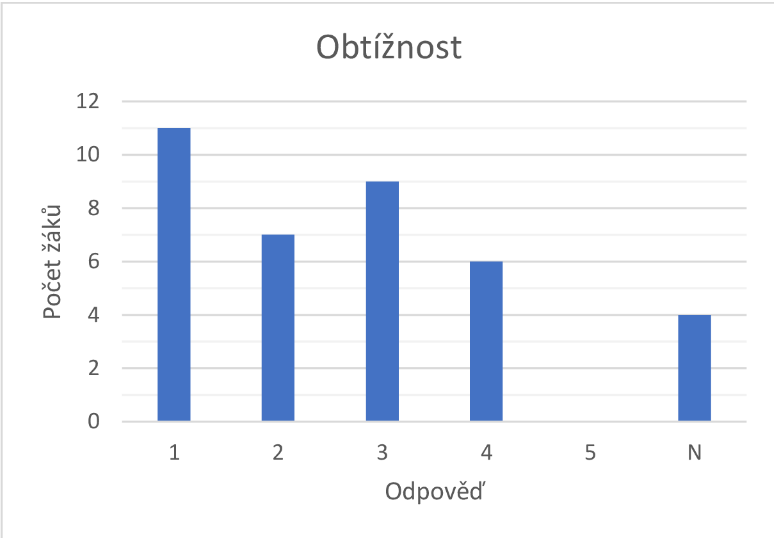
Nejvíce žáků (13, 35,1 %) označilo obtížnost šifry hodnotou 5, tedy jako velmi lehkou. Pouze jeden (2,7 %) respondent ohodnotil šifru jako velmi náročnou. Průměrné skóre obtížnosti této šifry dosahuje hodnoty 3,8.

Graf 9 *Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc) - zábavnost*

Většina žáků (17, 45,9 %) považovala luštění šifry za velmi zábavné a hodnotila jej známkou 5. Všechny žáky zřejmě luštění šifry alespoň trochu bavilo, neboť nikdo ji neoznačil hodnotou

1. Pouze jeden žák (2,7 %) nedokázal o zábavnosti šifry rozhodnout (N). Průměrná hodnota zábavnosti šifry je dle hodnocení respondentů 4,2, tedy luštění šifry bylo pro žáky poměrně zábavné.

Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší)



Graf 10 *Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší) – obtížnost*

Poslední šifru, která byla zaměřena na zlomky, hodnotilo nejvíce respondentů (11, 29,7 %) jako velmi těžkou. Žádný z respondentů ji neoznačil za velmi jednoduchou. 4 žáci (10,8 %) nedokázali o obtížnosti šifry rozhodnout. Celkové průměrné skóre obtížnosti šifry má hodnotu 2,3.

Graf 11 *Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší) – zábavnost*

Zábavnost luštění této šifry bylo nejčastěji hodnoceno (v 11 případech, 29,7 %) známkou 5, tedy jako velmi zábavné. 4 respondenty (10,8 %) luštění šifry vůbec nebavilo. 5 žáků (13,5 %) nedokázalo zábavnost šifry posoudit. Celková průměrná hodnota zábavnosti šifry je 3,4, luštění šifry tedy žáci považovali za spíše zábavné.

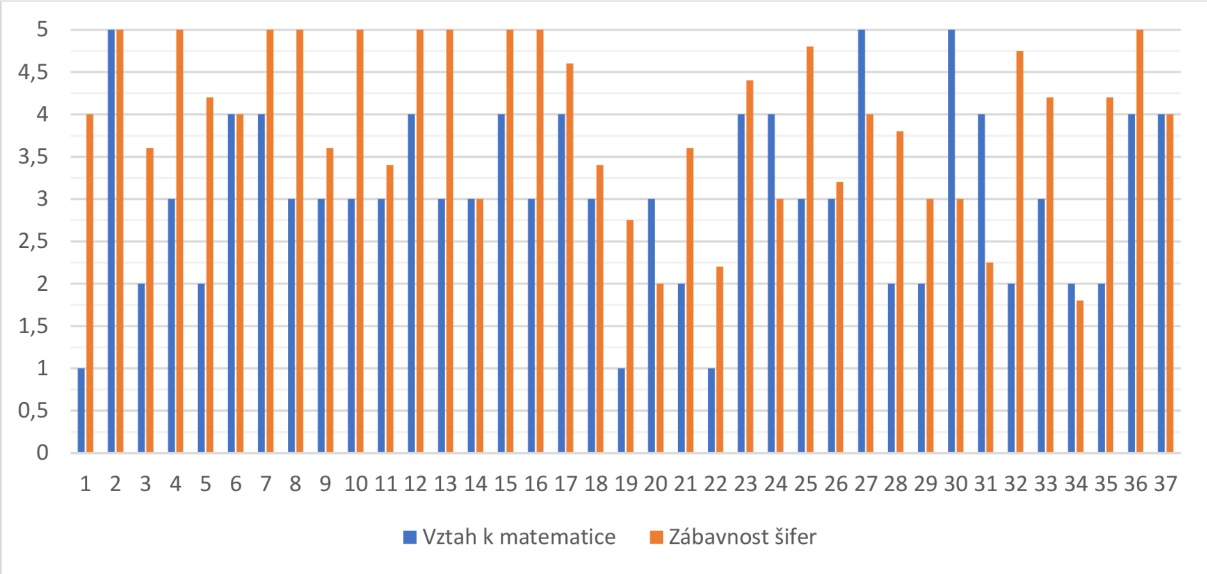
Tabulka 13 *Srovnání pořadí šifer podle průměrného skóre obtížnosti a zábavnosti*

Obtížnost			Zábavnost		
Pořadí	**Šifra**	**Průměrné skóre**	**Pořadí**	**Šifra**	**Průměrné skóre**
1.	Šifra č. 3 (Panelák)	4,1	1.	Šifra č. 3 (Panelák)	4,3
2.	Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc)	3,8	2.	Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc)	4,2
3.	Šifra č. 2 (Smíšená)	2,4	3.	Šifra č. 1 (Dělitelná)	3,9
4.	Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší)	2,3	4.	Šifra č. 2 (Smíšená)	3,5
5.	Šifra č. 1 (Dělitelná)	2,2	5.	Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší)	3,4

Pokud se na seřazení šifer podíváme, můžeme si všimnout korelace mezi obtížností a zábavností šifry. Jednodušší šifry byly mezi dětmi oblíbenější.

Vysoká obtížnost šifry však automaticky neznamená, že šifra nebude pro děti zábavná. Takovýmto příkladem je šifra č. 1 (Dělitelná), která byla žáky hodnocena vůbec jako nejtěžší. V žebříčku zábavnosti se však umístila na třetí příčce.

Dále si můžeme všimnout, že průměrná známka zábavnosti dosáhla u všech šifer nadprůměrné hodnoty.



Graf 12 *Komparace průměrného hodnocení zábavnosti šifer a hodnocení vztahu žáků k matematice*

Při srovnání průměrného hodnocení zábavnosti šifer žáků s hodnocením jejich vztahu k matematice převyšuje skóre zábavnosti šifer daného žáka jeho hodnocení vztahu k matematice ve 27 případech (73%), stejné hodnoty dosahuje ve 4 případech (10,8%) a nižší hodnoty v 6 případech (16,2%). Ve dvou případech převyšuje hodnocení zábavnosti žákův vztah k matematice o více než 2,75 bodu. Naopak však také ve dvou případech je žákův vztah k matematice o více než 1,75 bodu vyšší než jeho hodnocení zábavnosti šifer.

3.2.2 Kvalitativní část

3.2.2.1 Rozhovor č. 1: paní učitelka se zkušenostmi se šifrováním

Délka učitelské praxe: 20 let

V rozhovoru se objevila následující témata:

Vlastní zkušenosti učitele/ nadšení pro věc

Paní učitelka projevuje velký zájem o šifrovací aktivity a je pravidelným účastníkem šifrovacích soutěží. *„Spadla jsem do toho celkem relativně nedávno, nějaké tři roky zpátky, kdy jsem se zúčastnila nějaké takové první jakoby veřejné šifrovačky, protože mě oslovila taková skupinka lidí, kteří pravidelně šifrovat chodí, ale někdo jim zrovna chyběl, někdo jim vypadl a mně se to hrozně zalíbilo.“* Z důvodu skvělé osobní zkušenosti se rozhodla podobné aktivity vytvářet i pro své žáky. *„No, takže miluju jako šifrovačky. A kvůli tomu jsem i chtěla to zprostředkovat děckám.“*

Aktivizace výuky matematiky

Gamifikace výuky

O implementaci herních prvků do výuky se paní učitelka snaží již delší dobu. *„Ale vlastně gamifikací výuky a takovýto, že se ta úloha musí spojit s něčím atraktivním pro ty děti a do něčeho se zaobalit, aby byla pro ty děti přitažlivá, tak jsem vlastně praktikovala už mnohem dřív, protože jsem měla pocit, že je potřeba ty děcka do toho vtáhnout nějakým pro ně jakoby zajímavým, neotřelým, originálním způsobem, jim ty matematické úlohy zprostředkovat.“*

Krása matematiky

Dle paní učitelky šifry pomáhají dětem přiblížit tu zajímavější a atraktivnější partii matematiky. *„Matematika je tak strašně krásná věda, že se děckám musí ukázat její krása.“* Ne všechny žáky se ale daří nadchnout. Většinou se však v každé třídě podaří najít skupinku dětí, kterou se tímto způsobem povede namotivovat k hlubšímu zájmu o matematiku. *„Takže vždycky si najdu v té třídě prostě pár děcek, který to tak strašně nadchne a baví, že jsou pak ochotní dělat i věci* *navíc, a to je úžasný, že dokážete jakoby se ujmout aspoň pár těch lidí v té třídě a nadchnout je, protože matematika je fakt nádherná věda a stojí za to se jí dál třeba věnovat.“*

Boření stereotypu

Klasická forma výuky matematiky je v tomto ohledu podle paní učitelky spíše demotivující. *„A ona ta krása v tupým počítání příkladů stále stejného typu se prostě neukazuje a to podle mě nestačí. A proč by ty děcka měly počítat dvacátý příklad úplně na jedno brdo, jo? Viz takový to drilování, jako sloupečky, počítání pod sebou a tak dál. Je potřeba to něčím ozvláštnit.“* Šifrování se tak kromě aktivizující aktivity stává i jakýmsi prvkem bezděčného učení[12], které je základem informálního vzdělávání. *„Takže toto je jedna z cest, jak tu matematiku pro ně udělat stravitelnější, záživnější, přijatelnější, takovou, aby ji prostě dokázali sežvejkat a aby tam ty matematický úlohy řešili úplně jako ‚by the way‘, že si toho třeba ani nevšimnou, že vlastně řešili nějaké matematické úlohy. Protože se soustředí na něco jiného.“*

Vztah žáků k šifrám

Zkušenosti žáků se šiframi se různí. Najdou se však i takoví, kteří šifrování propadli a věnují se mu i ve svém volném čase. *„A je spousta dětí, kteří třeba s rodiči chodí i na ty venkovní šifrovačky na nějaký veřejný, takže našla jsem tady takovou skupinku děcek, který to taky hrozně baví a který se toho účastní i mimo vlastně ten školní rytmus a chodí sami si šifrovat.“*

Postoj dětí k šifrovacím aktivitám se nicméně dle zkušeností paní učitelky v průběhu základní školy mění. Hlavní roli přitom hrají dva faktory, a to věk a obtížnost matematického aparátu.

Věk

Mladší ročníky jsou nejvíce hravé, zvídavé, a právě u nich se takovéto aktivity těší největší oblibě. *„(mladší žáci) Jsou ještě plní nadšení, elánu, energie a cokoliv jim předhodíte, právě z toho jakoby navíc, tak se líbí de facto celé třídě a skoro celá třída vždycky v té pětce, ještě šestce je z toho nadšená a hrozně rádi řeší ty hádanky, hlavolamy, rébusy, šifry.“* S rostoucím věkem však chuť a elán žáků klesá a vyhovuje jim spíše stabilní styl výuky. *„Čím jsou děcka starší, tím mně přijde, že jakoby některý z nich hrozně zlenivi. A strašně se jim nechce vybočit*

[12] Učení, které není systematické, organizované, nemá jasně definovaný cíl. Je neúmyslné a probíhá samovolně až náhodně. Může vyplynout jako vedlejší produkt jiné činnosti, nebo na základě pozorování či sbíráním zkušeností. (Průcha, Walterová, & Mareš, 2013)

z těch zajetých kolejí a té rutiny…“. Nejméně aktivními jsou pak nejstarší ročníky. *„Takže… ehm… u těch větších děcek řekněme, že se to začne lámat někdy v půlce sedmičky a pak jakoby konec sedmičky, osmička a devítka je horší v tom, že tam máte pár děcek, které to pořád ještě strašně baví a pro který se to stalo zase jako jednou z možností naplnění volného času, protože je ty šifry začaly bavit a začaly dělat ještě třeba něco sami k tomu.“*

Obtížnost matematického aparátu

Právě větší náročnost učiva přispívá pravděpodobně ve vyšších ročnících k poklesu zájmu o šifrování nebo jiné netradiční aktivity. *„A pak jsou tam děcka, který to buď přestávají zvládat, protože se to samozřejmě ztěžuje ta úroveň a už třeba hůř zvládají i ten samotný matematický obsah a když jim to člověk ještě zabalí do nějakého rámce, tak pak mají vlastně dvě věci, který musí zaráz řešit, obsah i formu. Takže je tam pak skupinka dětí, který jakoby jsou na tom hůře a který to třeba tak už nemilujou, právě proto, že se to pro ně stává obtížným.“* I s tímto rozpoložením dokáže paní učitelka pracovat. Je třeba najít kompromis tak, aby pokud možno obě skupiny byly spokojené. To se daří například formou týmové práce. *„Takže tam je pak potřeba s tím pracovat, třeba to nezařazuju v těch vyšších ročnících tak často, aby vlastně i ty děcka, který potřebují fakt držet tu kolej a potřebují držet tu linku ‚takhle se to dělá, takhle se to počítá‘, tak aby si přišly na svý. A když potom něco řešíme, tak většinou v nějakých týmech, aby tam nebyl každý sám za sebe, ale měli možnost s někým spolupracovat, třeba s někým, kdo je v tom jakoby trošku potáhne a oni budou moct přispívat v těch úkolech, ve kterých si budou jistí, že je zvládnou.“*

Přínos šifer

Týmová práce

Jak již bylo zmíněno, žáci při luštění spolupracují týmech. Dochází tak k diferenciaci činností a každý z žáků se může zaměřit na část, která je v jeho silách, a přispívá tak k prospěchu celého týmu.

Motivace učitele a žáků

Jedním z hlavních přínosů šifrování je pro paní učitelku její vlastní motivace pro výuku. *„Největší přínos vidím pro sebe, že mě to baví (smích). Já si totiž myslím, že aby jako učitel mohl udělat hodinu zajímavou pro děcka, tak ho to musí samotnýho bavit, a musí sám mít radost* *z té hodiny."* Stejně tak, jak už bylo výše řečeno, považuje paní učitelka šifry i za motivační prvek pro žáky.

Konstruktivistický přístup

Paní učitelka se kromě šifrování zabývá i badatelsky orientovanou výukou. V obou případech však dochází ke stimulaci žáka tak, aby nové poznatky objevoval na základě své vlastní aktivní činnosti. *„Vlastně, ten konstruktivistický přístup, který i to šifrování, i ta gamifikace, i ty badatelské hodiny by v těch děckách měly rozvíjet. To znamená, nečekat na to, že vám někdo předloží nějaká řešení, že vám někdo řekne ten vzoreček, podle kterýho máte počítat a řekne vám přesně ten postup: zaprvé, zadruhé, zatřetí..."*

Volba vlastní cesty

Podle paní učitelky je důležité děti naučit, že k danému cíli nevede vždy jen jedna cesta, ale způsobů, jak jej dosáhnout, je více. Záleží jí na tom, aby si děti uvědomily, že jakákoliv volba je v pořádku, i když nemusí být zrovna tou nejjednodušší. *„... Ale že se snažím, aby ty děcka vlastně vším tím, co jim jakoby nabízím za nějaký další aktivity, zjistily, že těch cest k cíli existuje bezpočtu a že je jenom na nich, kterou cestu si vyberou. Takže podporovat vlastně, ehm, a tohle je jedna z věcí které to šifrování hrozně podporuje. Tu variabilitu těch přístupů, k tomu jednomu problému a tomu, že je úplně legitimní vybrat si tu vlastní cestu třeba neotřelou, třeba vede nějakou oklikou, ale je to moje cesta, vybral jsem si ji a vím proč jsem si ji vybral, protože to vychází z toho, co už mám v sobě vlastně upevněné, jo."*

Rozvoj kreativity

Jelikož šifry neobsahují žádné zadání, je pro rozluštění třeba dostat ten správný nápad. Dochází tedy k rozvoji kreativity, neboť žáci jsou nuceni se na problém dívat z různých úhlu pohledu. *„Protože u toho šifrování to je strašně kreativní práce, že jo. To není jenom tupá rutina (...) Ale většinou jsou ty šifry nápadové, že jo, a nejdřív musíte mít ten nápad, co s tím vlastně máte udělat."*

Aspoň zkusit

Ačkoliv se problém může jevit jako neřešitelný, při šifrování je potřeba zkoušet a ověřovat různé přístupy, a i původně třeba hloupý nápad se může nakonec ukázat jako správný krok. Podle paní učitelky se tak děti učí nevzdávat se předem, což mohou později využít v reálném životě. *„A to v těch děckách právě podporuje to, že musí ASPOŇ ZKUSIT (kladen důraz) to* *vyřešit. A to se jim třeba bude hodit i, nevím, na těch přijímačkách, i když dostanou úlohu, kterou vůbec nevědí co s tím, tak ASPOŇ ZKUSÍ, co by se s tím tak dalo udělat.“*

Logické myšlení

Dle názoru paní učitelky šifrování rozhodně rozvíjí u žáků schopnost logického myšlení. *„Určitě logický myšlení, že jo. Logický myšlení je jednou z důležitých podmínek prostě proto, aby člověk matematiku mohl studovat. Ona matematika jako počty, tak to je prostě věc, která se dá nadrilovat, naučit. Ale ta krásnější oblast matematiky, právě ta kreativní, tak potřebuje, abyste byl schopný používat selský rozum a logiku“*

Kombinatorické myšlení

Paní učitelka se domnívá, že šifrování je schopno rozvíjet i kombinatorické myšlení, kterému jinak v rámci základoškolského vzdělávání není věnováno příliš pozornosti. Konkrétní příklad však během rozhovoru nebyl uveden. *„A pak si taky myslím, že ty šifry a vůbec věci, který jako nebazírují jenom na tom učivu, jako na těch osnovách, tak pomáhají rozvíjet to kombinatorické myšlení, na které se třeba v našem základním školství úplně zapomíná.“*

Možné překážky

Časová náročnost

Nejčastějším důvodem, proč se nezařazují šifry do výuky a který paní učitelka od ostatních učitelů slýchá, je nedostatek času pro tyto aktivity. *„A je spousta lidí, kteří řeknou - a to je nejčastější jakoby výmluva, podle mě výmluva, ne jako to, že je to pravda – ‚Není na to čas. Máme tolik věcí, které musíme v té hodině stihnout, že jako nějaký hraní si to já udělám, když je vysvědčení.‘“* Sama uvádí, že ideální časová dotace pro šifrovací aktivity je alespoň 90 minut, tedy dvě vyučovací hodiny. *„Tak to chce aspoň tu dvojhodinovku času, protože za 45 minut to děcka nestihnout projít a nestihnou se vrátit, a ještě třeba zreflektovat vlastně to, jak se jim dařilo, které úkoly jim dělaly potíže. Takže na to jsem vždy mívala vyhrazenou dvojhodinovku v rozvrhu a ta se mě jevila jako ideální.“* Šifrování však do výuky nezařazuje každý týden. Herní hodiny totiž střídá s badatelskými nebo v případě skluzu při probírání učiva se dle potřeby věnuje dalšímu procvičování. *Určitě jsme to nedělali každý týden, ale minimálně jednou za 14 dní se objevila nějaká takováto hodina, buď badatelská nebo ta herní. A těch zbývajících jako 14 dní je, kdy někdy jsme potřebovali třeba dohánět učivo, protože jsme dostali* *trošku skluz tady těma herníma hodinama a někdy jsme jich mohli za ten měsíc udělat třeba víc. Třeba jsme měli tři ty dvojhodinovky věnovaný trošku jiným aktivitám.“*

Nejistota učitele

Dalším faktorem, který může častějšímu zařazování šifer do výuky bránit, je nedostatek zkušeností učitele a možný strach ze ztráty kontroly nad situací. *„Pak si myslím, že se toho spousta učitelů bojí. Protože pokud nemáte tu svoji vlastní zkušenost a nejste si jistý v těch kramflecích a nemáte tu oporu, tak se snadno může stát, že vás nějaké dítě, třeba šachista, nebo někdo takovej, někdo, kdo fakt používá ty strategický postupy, je vždycky tři kroky dopředu v tom plánování, tak v těch šifrách velice rychle on může vlastně vidět nějaké řešení, které vy tam nevidíte, a pokud vy si nejste jistý v těch kramflecích, tak vás může jakoby shodit před tou třídou.“* Podle paní učitelky to však záleží na přístupu učitele k výuce. Tato situace nehrozí v případě, pokud učitel legitimizuje, že chybovat je lidské a ani on sám není vševědoucí. Někteří učitelé se však staví do opačné role a v případě řešení šifer a nedostatku zkušeností se tak mohou cítit ohroženi. *„Ale pak jsou lidi, kteří sami sebe postavili na ten ehm, piedestal, a tam stojí a teďka se bojí, aby z toho nespadli, že je někdo shodí. Tak pro ně to může být ohrožující. Zařazovat vlastně aktivity, ve kterých nejsou úplně pánem té situace.“*

Jiné zájmy

Posledním překážkou, kterou paní učitelka vidí, je fakt, že ne každého šifrování baví. A je to naprosto v pořádku. Pokud k takové aktivitě nemá učitel vztah, je logické, že ji nebude do výuky zařazovat. *„Myslím, že ten člověk musí mít nějakou svou vlastní zkušenost v té oblasti, a pokud v životě nešifroval a neláká ho to, tak těžko toho učitele přesvědčíte, aby začal šifrovačky zařazovat do matematiky.“* Dodává, že v takovém případě je pro něj jednodušší zařazovat do výuky jiné hry, ve kterých si více věří.

Účast na šifrovacích soutěžích

Žáci ze školy, kde paní učitelka učí, se pravidelně účastní šifrovacích her BRLOH, Technoplaneta nebo matematických soutěží Komár a MaSo. Děti však nesoutěží v rámci třídních týmů, ale v rámci zájmového kroužku, který na škole provozují.

Spolupráce s kolegy

Další učitelé na škole využívají šifry ve výuce jen sporadicky. Snaha se ale projevuje mezi mladými učiteli. *„Ale jsou tady kolegyňky hlavně, které se to teďka jakoby učí, nebo to zkouší. Takže se snažím je v tom podporovat. Takže, když si přijdou pro nějakou radu nebo nějakou pomoc, tak se jim vždycky snažím podstrčit něco.“* Své materiály dává k dispozici i ostatním kolegům, kteří se většinou do aktivit pasivně zapojí. S jejich vlastní iniciativou se však zatím příliš nesetkává.

3.2.2.2 Rozhovor č. 2: paní učitelka bez zkušeností se šifrováním

Délka učitelské praxe: 30 let

V rozhovoru se objevila následující témata:

Chybějící osobní zkušenosti

Paní učitelka nemá žádné vlastní zkušenosti s šifrovacími ani únikovými hrami. Jedinou zkušenost, kterou si vybavila, se týkala internetových her. *„Únikové hry, tak možná minimálně. Ale takových těch organizovaných jako, kde můžeš jít a zaplatit si to ve městě někde, tak to ne. Jediný takový třeba na internetu, ale málo.“*

V mládí v Pionýru se pravděpodobně setkala s Morseovou abecedou, ale na žádné konkrétní zážitky se šiframi si nevzpomíná.

Šifry ve výuce

Paní učitelka šifry do výuky běžně nezařazuje. Pokud chce žákům nabídnout zajímavější úlohu sahá většinou po jiných typech. *„Vyloženě, abych to pojmenovala jako šifry, tak ehm ne. Ale takové nějaké... spíš nějaké logické řady, nebo hledání obrázků, nebo něco takového. Ale šifru jako takovou ne“*. Vybavila si však jednu úlohu z minulosti, která se zakládala na šifrovacím principu. *„Teď si vlastně vzpomínám, že jsem kdysi děckám dávala nějaký příklad, který jsem měla, a oni tam na základě dělitelnosti čísla vybarvovaly nějaký čtverečky a z toho jim vyšel rok. Tak to by mohlo být jako šifrovací příklad. (smích)“*. S aplikací šifer ve výuce se však poprvé ve větší míře setkala až během mé praxe a jejich koncept se jí líbil. Šifry nikdy netvořila ani v rámci volnějších (např. předvánočních) hodin nebo pro třídní teambuildingy.

Přínos šifer

Oživení výuky

Dle paní učitelky jsou šifry vhodným způsobem, jak udělat hodinu zajímavější a výuku uvolnit. *„Tak mně se to líbilo, protože mám pocit, že to je takový jako ozvláštnění té výuky, že to děcka bavilo, že se zabavily zase trochu jiným způsobem.“*

Týmová práce

Paní učitelka považuje luštění šifer za dobrou aktivitu pro práci žáků ve skupině. *„...a na tu spolupráci ve skupině, si myslím, že je to jako dost dobré nebo přímo skvělé.“*

Logické myšlení

Paní učitelka je přesvědčena, že šifrování rozvíjí logické myšlení žáků.

Matematické znalosti

Na základě mnou vytvořených podkladů, se kterými se seznámila, je přesvědčena, že jsou šifry schopny rozvíjet i matematické dovednosti. *„No a samozřejmě, podle toho, jak je ta šifra postavená, tak jsi mně ukázal, že to může rozvíjet v podstatě i znalosti matematické. Jo. Takže i ty dovednosti početní a prohlubovat i ty matematické znalosti.“*

Nutí přemýšlet

Podle názoru paní učitelky šifry podporují konstruktivistický přístup výuky, učí děti uvažovat nad problémem a vedou je k větší samostatnosti. *„Ehm, no, a ještě každopádně je to nutí přemýšlet, i kdyby to nebylo žádný matematický, tak je to prostě ehm nutí přemýšlet. Není to něco, co jim naservíruješ, ale nutí je to myslet a vymýšlet a dělat něco samostatně.“*

Překážky

Časová náročnost

Paní učitelka se domnívá, že hlavní překážkou pro zařazování šifer do výuky je nedostatek času k probrání učiva. *„Hmmm, časová náročnost. (smích) Jakože pořád mám pocit, že na to není čas.“*

Chuť tvořit

Žádné další překážky paní učitelka již nevidí. Pouze je dle ní potřeba elán učitele pro tvorbu takovýchto aktivit. *„Ale jinak tomu asi nic nebrání, aby se tam zařazovaly. A když je chuť učitele je tvořit, tak je to určitě dobrý.“*

Účast na šifrovacích soutěžích

Žáci ze školy, kde byly šifry diplomové práce aplikovány se neúčastní žádných šifrovacích soutěží. Brloh se paní učitelce zdál povědomý, o Technoplanetě však nikdy neslyšela. Žáci na škole jsou údajně přehlceni jinými soutěžemi a ty šifrovacího typu zřejmě nejsou prioritní. Na škole není momentálně ani žádný zájmový kroužek věnovaný tématice šifrování nebo kódování. Paní učitelka měla zájem o vedení kroužku deskových her. Chtěla do něj zahrnout i logické hry, není však přesvědčena, že by v něm využívala šifry. *„Já jsem chtěla v rámci těch šablon ty deskový hry. To jsem se bavila s panem ředitelem, že bych si to vzala a že bych tam nějaký ty logický hry jako vložila. Ale, že by úplně šifry, to si nejsem jistá, jestli bych je tam úplně dávala.“*

Šifry u kolegů

Paní učitelka neví o nikom z dalších učitelů na škole, kdo by šifry do výuky zařazoval. Většinou, stejně jako ona, volí jiné typy zajímavých úloh. *„A myslím, teda, že o nikom nevím, že by šifry jako takové používal. Jako něco jiného je, když se jim dá nějaká taková logická úloha nebo doplň nějakou řadu. Ale šifru jako takovou, jak jsi měl, to ne.“* Jeden z kolegů však v rámci předvánoční hodiny vytvořil pro svou třídu hru o hledání pokladu, ve které využil šifer. *„I když vlastně, teď mě napadá... že kolega vytvářel jednu šifrovací hru před Vánoci pro svou třídu. Schoval jim ve škole někde poklad a dal jim k tomu nějaké jednoduché šifry, co museli vyřešit, aby to našli.“*

3.2.2.3 Komparace témat napříč rozhovory

Následující tabulka shrnuje témata, která se v obou rozhovorech vyskytla. Společná témata jsou vyznačena tučně.

Tabulka 14 *Přehled témat, která se objevila v rozhovorech*

Téma	U1	U2
Vztah učitele k šifrování	**Vlastní zkušenosti učitele/ nadšení pro věc**	**Chybějící osobní zkušenosti**
Vztah žáků k šifrám	Věk Obtížnost matematického aparátu	
Přínos šifer	Gamifikace výuky Krása matematiky **Boření stereotypu** **Týmová práce** Motivace učitele a žáků **Konstruktivistický přístup** Volba vlastní cesty Rozvoj kreativity Aspoň zkusit **Logické myšlení** Kombinatorické myšlení	**Oživení výuky** **Týmová práce** **Logické myšlení** Matematické znalosti **Nutí přemýšlet**
Možné překážky	**Časová náročnost** Nejistota učitele **Jiné zájmy**	**Časová náročnost** **Chuť tvořit**
Účast žáků na šifrovacích soutěžích	Pravidelně	Vůbec
Spolupráce s kolegy	Snaha mladých učitelů Pasivní zapojení	Žádná

3.3 Interpretace dat

3.3.1 Dílčí výzkumné otázky

Jaké jsou zkušenosti žáků se šifrováním?

Přibližně tři čtvrtiny (73 %) žáků ze tříd, kde byly vybrané šifry aplikovány, měly z minulosti již nějaké zkušenosti se šifrováním. Dle jejich odpovědí se s nimi nejčastěji setkali ve škole nebo na táboře. Zde dochází k rozporu s tvrzením paní učitelky, dle které nikdo z kolegů šifry ve výuce nevyužívá. Možným důvodem této nesrovnalosti může být samotné vymezení pojmu „šifra“, které žákům nemuselo být zcela zřejmé a mohli za šifru považovat i jiné logické úlohy, které v matematice řešívají.

Žáci z dané školy se neúčastní žádných celostátních šifrovacích soutěží a škola jim nenabízí ani žádný zájmový kroužek zabývající se touto tématikou. Někteří z žáků však chodí do skautu, kde se s šiframi setkávají.

Opačnou situaci představuje škola paní učitelky, se kterou byl veden první rozhovor. Žáci její školy se šifrovacích soutěží účastní pravidelně, a to jak v rámci školy, tak někteří i ve svém volném čase např. s rodiči.

Jaké jsou zkušenosti učitelů matematiky se šifrováním?

Pro rozhovory byly vybrány záměrně respondentky s odlišnými šifrovacími zkušenostmi. První paní učitelka je sama nadšencem do šifrování a různým soutěžím se věnuje i ve svém volném čase. Poprvé se takového typu akce účastnila asi před třemi lety.

Na základě svých pozitivních osobních zážitků, se rozhodla tyto hry zprostředkovat i svým žákům. Šifry si vytváří sama nebo čerpá inspiraci z prvků her, kterých se sama zúčastnila. Kromě toho, že zařazuje šifry do hodin matematiky, vede také kroužek, ve kterém se tematikou šifrování zabývají. Sama tvoří i tzv. gamebooky, což jsou „příběhové knihy“, které děti hrou provází. Pro danou hru může být vytvořeno více cest, které vedou k danému cíli. Děti se tak musí v určitých chvílích rozhodovat, kudy se dále vydají, a za své rozhodnutí nést zodpovědnost.

Druhá paní učitelka naopak žádné osobní zkušenosti s klasickými šiframi nemá. Jelikož je jí tato tematika docela cizí, nevěnuje jí pozornost ani ve svých hodinách, ve kterých pro zpestření spíše zařazuje jiné typy logických úloh. Poprvé se se šiframi setkala až v rámci mé praxe, kdy jsem jí vytvořené koncepty představil. Její reakce byla vesměs pozitivní.

Jaký je přínos šifrovacích aktivit?

Dle odpovědí učitelek by se přínosy šifer daly rozdělit do tří kategorií:

Aktivizace výuky

Obě učitelky se shodují na tom, že šifry jsou dobrým prostředkem pro oživení stereotypní výuky. Při vhodné frekvenci zařazování mohou fungovat jako motivační prvek, a to jak pro žáky, tak učitele.

Rozvoj matematických dovedností

Dle obou respondentek a v souladu s teorií (Pelánek, 2014) šifrování pomáhá rozvíjet logické myšlení. Obě také tvrdí, že luštění šifer nutí děti přemýšlet mimo zajeté koleje a podporuje v nich konstruktivistický přístup k řešení problémů. Paní učitelka, která šifry zařazuje do své výuky, si myslí, že šifry podporují i rozvoj kombinatorického myšlení, kterému jinak není v rámci základoškolského vzdělávání věnován přílišný prostor. Paní učitelka, jež se s matematickými šiframi nyní setkala poprvé, je na základě vytvořených konceptů této práce přesvědčena, že jsou šifry schopny rozvíjet a procvičovat vesměs veškerá matematická témata. Druhá paní učitelka podotýká, že u tohoto typu šifer jsou matematické postupy skryty a žáci je během luštění procvičují nevědomky. Šifry tedy mohou představovat i určitý nástroj informálního vzdělávání v matematice. Stejně jako Koblitz (1997) se domnívá, že šifry umožňují žákům spatřit krásnější část matematiky, kterou jinak skrze mechanické počítání příkladů nepoznají.

Rozvoj dalších kompetencí

Šifrování je dle obou respondentek skvělou aktivitou pro práci ve skupině. Učí se tak týmové spolupráci a mohou ke společnému výsledku přispívat dle svých schopností. Jelikož šifrování je forma kreativní práce, souhlasí paní učitelka, která se šiframi zabývá, s tím, že luštění podporuje kreativitu dětí. Pro vyřešení je nutné se na zadání dívat různými pohledy a zkoušet více nápadů. Na základě svých gamebooků, se snaží děti vést k tomu, že k danému cíli vždy existuje více cest a je naprosto v pořádku vybrat si kteroukoliv z nich, pokud jim vyhovuje. V neposlední řadě skrze šifry usiluje o to, aby se žáci nevzdávali předem. Ačkoliv se problém může zdát zcela neřešitelný, je dle ní důležité, aby se o nějaké řešení alespoň pokusili. I špatné řešení je totiž může nasměrovat na tu správnou cestu.

Jsou nějaké překážky, které zařazování těchto aktivit do hodin brání?

Nejčastěji zmiňovaný problém je dle obou respondentek časová náročnost tematických plánů. Učitelé zřejmě mají pocit, že nestíhají probírat předepsané učivo a pro tyto aktivity pak nevzniká prostor. Dle paní učitelky, která šifry do výuky zařazuje, se však jedná o výmluvu, nikoli o reálný důvod.

V tomto s ní osobně souhlasím. Domnívám se, že pokud jsou šifry koncipovány tak, že procvičují aktuálně probírané učivo, pak se o „ztrátu hodiny" nejedná. Ba naopak si myslím, že řešení netradičních úloh bude mít pro žáky větší přínos než další mechanické počítání příkladů stejného typu. Nemluvě o tom, že šifrám nemusí být věnována celá hodina, ale mohou být využity například k diferenciaci výuky pro šikovnější žáky.

Dalším zmiňovaným důvodem je přístup učitele k samotné výuce. Pokud se učitel pasuje do role „vševědoucího", ale v dané problematice si zcela nevěří, může se cítit ohrožen. Z tohoto důvodu se pak takovýmto aktivitám vyhýbá.

Posledním relevantním důvodem je prostý nezájem učitele o problematiku šifrování. Luštění šifer je specifická aktivita, která nemusí každého bavit. Přirozeně tedy, proč by učitel zařazoval do výuky něco, vůči čemu nemá žádný vztah? Tento fakt nepřímo potvrzuje i paní učitelka, která se o šifrování dosud nezajímala. Jelikož jí chybí jakékoliv osobní zkušenosti či zážitky, necítí ani žádnou motivaci pro implementaci šifrovacích aktivit do výuky.

3.3.2 Hlavní výzkumná otázka

Jaký je postoj žáků a učitelů k zařazování šifer do výuky matematiky?

Z kvalitativních dat vyplývá, že zájem žáků o šifrovací aktivity klesá s rostoucím věkem. Dle zkušeností jedné z učitelek se však nejedná o pokles elánu žáků pro šifrování, nýbrž vůči jakýmkoliv netradičním aktivitám. Jedním z důvodů snížení tohoto nadšení může být rostoucí obtížnost matematického učiva, které je pro některé starší žáky hůře zvladatelné. Pokud mají kromě řešení samotného matematického problému přemýšlet navíc i nad nějakým způsobem kódování, působí na ně úloha příliš složitě a spíše odpudivě. Naproti tomu žáci nižších ročníků jsou zvídavější a jsou dle zkušeností paní učitelky vděčni za jakoukoliv formu aktivizace nebo gamifikace výuky. Pokud žáci přijdou s šiframi do kontaktu v mladším věku, je možné, že některé z nich tato problematika natolik nadchne, že se ji i nadále budou věnovat ve svém volném čase.

Podle výsledků kvantitativní části výzkumu se nezájem žáků vyšších ročníků o šifrovací aktivity nepotvrzuje. Je tomu tak pravděpodobně z toho důvodu, že žáci ze tříd, ve kterých byly šifry aplikovány, se se šiframi ve škole (potažmo v matematice) nesetkávají tak často jako žáci ze školy, kde vyučuje paní učitelka, která šifry ve svých hodinách využívá. Dalším důvodem pozitivní zpětné vazby, který je v souladu s tvrzeními výše, je matematická obtížnost použitých šifer. Všechny šifry jsou zaměřeny na aritmetická témata, která jsou pro žáky devátého ročníku pravděpodobně jednodušší než abstraktnější učivo algebry.

Průměrné skóre zábavnosti každé šifry je nadprůměrné a každá z šifer byla rozluštěna alespoň dvěma týmy. Na základě těchto výsledků usuzuji, že formy, jakými byly vybrané šifry koncipovány, byly zvoleny adekvátně. 78,4 % žáků by uvítalo častější zařazování šifrovacích aktivit do výuky matematiky, 8,1 % o ně nestojí. Ve výsledcích se projevila mírná tendence, která ukazuje, že žáci, kteří o šifry ve výuce stojí, mají k matematice jako předmětu lepší vztah než žáci, kteří šifrovací aktivity odmítají. V 73 % případů hodnotili respondenti zábavnost šifer vyšší známkou než jejich vztah k matematice. Opačná situace nastala pouze u 16,2 % případů a ve zbylých případech (10,8 %) dosáhla hodnocení stejné hodnoty.

Postoj učitelů k šifrám se různí. Hlavní příčinou jsou různé osobní zkušenosti učitelů. Šifrování je specifická volnočasová aktivita, se kterou se ne všichni měli možnost setkat, a postrádají tak vůči této problematice vztah založený na osobních zážitcích. Právě nedostatek těchto zkušeností je pak podle rozhovorů jednou z překážek, kvůli které učitelé šifry do výuky nezařazují. Chybí jim vnitřní motivace pro implementaci těchto aktivit a chybějící zkušenosti ztěžují tvorbu vlastních šifer. Dle obou učitelek je povědomí o šifrách v rámci jejich pracovních kolektivů malé a vlastní iniciativa se v tomto ohledu projevuje ojediněle. Učitelům však nevadí se do šifrování zapojit pasivně, tedy například využít nachystané materiály někoho z kolegů.

Vyvstává tedy otázka, zda by k většímu obeznámení s tímto tématem a ke zvýšení zájmu o šifry nepomohla nějaká matematická šifrovací hra nebo seminář, který by učitelům matematiky umožnil šifrování zažít na vlastní kůži. Úlohy, které by si sami zkoušeli vyřešit, by později mohli v případě zájmu použít ve své vlastní výuce nebo by jim minimálně posloužily jako zdroj inspirace. Pokud by se tímto způsobem dokázalo pro tuto tématiku namotivovat dostatek učitelů, mohlo by to pomoci vyřešit nedostatek organizátorů, se kterým se potýkají některé šifrovací soutěže pro žáky.

Druhou významnou překážkou, kterou učitelé uvádějí, je časová náročnost, která však již byla rozebírána výše.

Zájem a povědomí o šifrách v poslední době vzrostly kvůli převládající pandemii a distanční výuce. Za účelem oživení online vyučování došlo k rozšíření fenoménu online únikových her, které právě různé šifrovací metody často využívají. Pro sdílení materiálů a zkušeností vznikla na sociální síti Facebook skupina „Únikové hry ve školství“[13], která k 1. březnu 2021 čítá nad 5000 členů z řad učitelů.

3.4 Limity výzkumu

Ačkoliv se jedná o smíšený výzkum, ve výsledku má spíše charakter kvalitativního výzkumu z důvodu vysoké subjektivity dat. Hlavním problémem je malý počet respondentů z řad žáků. Z důvodu komplikované výuky během pandemie se nepovedlo šifry aplikovat ve větším množství tříd.

Souvisejícím nedostatkem je i nedostatečná zpětná vazba ke zbylým šifrám, jejichž koncepty tudíž nemusí být ideální.

[13] Dostupné z: https://www.facebook.com/groups/unikovky

Závěr

Šifrování představuje velice specifickou aktivitu, která se však zejména v Česku těší stále větší oblibě. Dokladem toho nejsou jen statistiky ukazující rostoucí počet účastníků, ale i samotná nabídka šifrovacích her, která se každým rokem rozšiřuje o nové soutěže. Svou cestu nalézá i do školního prostředí, ačkoliv povědomí mezi učiteli o možnostech jeho využití ve výuce je malé a větší pozornost šifrovacím metodám nevěnují.

Cílem práce bylo představit možnosti aplikace šifrování do výuky aritmetických témat na základní škole. Za tímto účelem bylo navrženo sedm konceptů šifer pro každé z témat: dělitelnost přirozených čísel, zlomky, mocniny a odmocniny.

Teoretickou část práce tvoří úvod do problematiky šifer. Byla zde popsána motivace pro jejich využívání a jejich přínosy. Dále byly vysvětleny základní principy šifrovacích her proveditelných ve výuce a byly doplněny o konkrétní nápady pro šifrovací metody do hodin matematiky. V jedné z kapitol byly také stručně představeny některé celostátní šifrovací hry pro děti a mladistvé. Významnou částí teorie tvoří didaktické podklady pro vybraná aritmetická témata, na které navazují kapitoly vysvětlující principy řešení navržených šifer. U každé z šifer byly stanoveny klíčové matematické dovednosti, které pomáhá rozvíjet.

Empirická část se zabývá aplikací pěti z vytvořených šifrovacích konceptů ve výuce na základní škole. Formou dotazníků byla získána zpětná vazba od tříd, které se luštění účastnily. Kromě hodnocení obtížnosti a zábavnosti vybraných šifer byly také zkoumány zkušenosti žáků a jejich vztah k šifrování spolu s možnými korelacemi s jejich vztahem k matematice obecně. Snaha o porozumění pohledu učitele na problematiku šifrování ve výuce byla zprostředkována rozhovory s dvěma učitelkami s rozdílnými osobními zkušenostmi se šiframi. Jejich osobní zkušenosti jsou prezentovány a diskutovány u každé respondentky zvlášť a následně jsou spolu s kvantitativními daty interpretovány za účelem zodpovězení výzkumných otázek.

Vytyčené cíle práce se podařilo naplnit s výjimkou aplikace navržených konceptů v praxi, která byla z důvodu pandemie provedena v menším rozsahu, než bylo původně plánováno.

Téma využití šifer ve výuce nabízí dle mého názoru spoustu příležitostí pro další zkoumání. Ať už by se mělo jednat o promyšlení šifrovacích konceptů pro jiné partie základoškolské matematiky (algebra, geometrie) nebo i v rámci ostatních předmětů, které jistě skýtají spoustu originálních možností. Širší výzkumný vzorek by mohl přinést přesnější odpovědi na otázky přínosu šifer nebo postojů učitelů a žáků vůči tomuto typu aktivit. Zajímavým projektem by mohla být šifrovací hra vytvořená speciálně pro učitele matematiky, která by mohla pomoci problematiku šifrování mezi učiteli zpopularizovat.

Zájem o šifry napříč předměty nedávno vzrostl díky tvorbě online únikových her během distanční výuky a domnívám se, že ještě k většímu nárůstu by mohlo dojít kvůli plánované revizi RVP, která zavádí vzdělávací obor Informatika s rozšířenou hodinovou dotací na druhém stupni. Problematika kódování tak získá v rámci výuky větší prostor.

Věřím, že šifrování má ve výuce matematiky své místo a s trochou kreativity je možné vymyslet šifru na jakékoliv matematické učivo. Právě v tomto ohledu může diplomová práce posloužit všem učitelům, kteří by tímto stylem svou výuku matematiky rádi oživili, jako zdroj inspirace a vodítko pro jejich vlastní tvorbu.

Použitá literatura

Budínová, I. (11. srpna 2014). Zlomková věž (Montessori pomůcka). Načteno z https://educoland.muni.cz/matematika/novinky-z-oboru/zlomkova-vez-pomucka/

Budínová, I. (2015). *Mami, tati, já těm zlomkům nerozumím! : 2. stupeň ZŠ.* Edika.

Budínová, I. (Podzim 2019). *Didaktika matematiky 1.* Pedagogická fakulta MU.

Černohorská, L. (2008). Přistání na Technoplanetě. *Učitelské noviny*(30). Načteno z http://www.ucitelskenoviny.cz/?archiv&clanek=1334

Evered, L., & Gningue, S. (Září 2001). Developing Mathematical Thinking Using Codes and Ciphers. *Teaching Children Mathematics, 8*(1), 8-15. Načteno z http://www.jstor.org/stable/41197699

Gavora, P. (2010b). *Úvod do pedagogického výzkumu.* Paido.

Hanžl, T., Pelánek, R., & Výborný, O. (2007). *Šifry a hry s nimi: kolektivní outdoorové hry se šiframi.* Portál.

Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně.* Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Hendl, J. (2016). *Kvalitativní výzkum - základní teorie, metody a aplikace.* Portál.

Hruša, K. (1950). Části 1-5: Násobek a dělitel. Největší společný dělitel. Nejmenší společný násobek. Vlastnosti čísel nesoudělných. Prvočísla. *Základní věty o dělitelnosti*. Jednotačeskoslovenských matematiků a fyziků. Načteno z https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/402899

Koblitz, N. (1997). Cryptography as a teaching tool. *Cryptologia*(21:4), 317-326. doi:10.1080/0161-119791885959

Odvárko, O., & Kadleček, J. (1998). *Matematika pro 7. ročník základní školy. (1), Zlomky, celá čísla, racionální čísla.* Prometheus.

Odvárko, O., & Kadleček, J. (2004). *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia.* Prometheus.

Odvárko, O., & Kadleček, J. (2006). *Matematika pro 8. ročník základní školy. (1), Mocniny a odmocniny, Pythagorova věta, výrazy.* Prometheus.

Odvárko, O., & Kadleček, J. (2017). *Matematika pro 6. ročník základní školy. (2), Desetinná čísla, dělitelnost.* Prometheus.

Pelánek, R. (2014). *Hlavolamikon: sbírka hlavolamů, hádanek, šifer a logických úloh.* Computer Press.

Průcha, J., Walterová, E., & Mareš, J. (2013). *Pedagogický slovník.* Portál.

Půlpán, Z., & Čihák, M. (2007). *Matematika 6 pro základní školy. Aritmetika.* SPN.

Půlpán, Z., Čihák, M., & Müllerová, Š. (1998). *Matematika 7 pro základní školy. Aritmetika.* SPN.

Půlpán, Z., Čihák, M., & Trejbal, J. (2009). *Matematika 8 pro základní školy. Algebra.* SPN.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. (leden 2021). MŠMT. Načteno z http://www.nuv.cz/file/4983/

Svobodová, L. (2014). Rozvíjení aktivity a tvořivosti ve vyučování tématu zlomek v 6. - 7. ročníku ZŠ. *Diplomová práce*. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. Načteno z http://hdl.handle.net/20.500.11956/67512

Švářícek, R., & Šeďová, K. (2007). *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách.* Portál.

Použité internetové zdroje

Belbin, M. (nedatováno). *The Nine Belbin Team Roles*. Získáno 1. duben 2021, z Belbin: https://www.belbin.com/about/belbin-team-roles

BRLOH: BRněnská LOgická Hra. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z Úvod: https://brloh.math.muni.cz/

CRYPTOMANIA. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z Kdo jsme: https://www.cryptomania.cz/kdo-jsme/

Gavora, P. (2010a). Elektronická učebnica pedagogického výskumu. Univerzita Komenského. Získáno 9. března 2021, z http://www.e-metodologia.fedu.uniba.sk

InterLoS. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z O soutěži: https://interlos.fi.muni.cz/default/about

KČT Chameleon – TOM Kasiopea. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z Pořadatelé a inspirace: https://www.chameleonbrno.org/dnem/

Matematika.cz. (nedatováno). Získáno 3. listopad 2020, z Převody soustav: https://matematika.cz/prevod

MŠMT, & NPI. (nedatováno). *revize RVP ZV v digitální oblasti*. Získáno 7. dubna 2021, z REVIZE RVP: https://revize.edu.cz/

PALAPELI. (2019). Získáno 12. února 2021, z Hra: http://www.palapeli.cz/game/ciphers?year=8

Rosecký, Č. (16. 7 2012). *Tvořivá škola*. Získáno 25. března 2021, z Zlomky činnostně: https://www.tvorivaskola.cz/zlomky-cinnostne/t1028

SuŠi. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z Domov: https://susi.trojsten.sk/?home

Technoplaneta. (nedatováno). Získáno 6. února 2021, z Informace o hře: https://technoplaneta.cz/2019/informace/

Tmou. (nedatováno). Získáno 20. února 2021, z Archiv Tmou: https://archiv.tmou.cz/archiv/index.html

Únikové hry ve školství. (nedatováno). Získáno 1. března 2021, z Facebook: https://www.facebook.com/groups/unikovky

Seznam obrázků, tabulek a grafů

Seznam příloh

Přílohy

Příloha 1 *Šifrovací pomůcky*

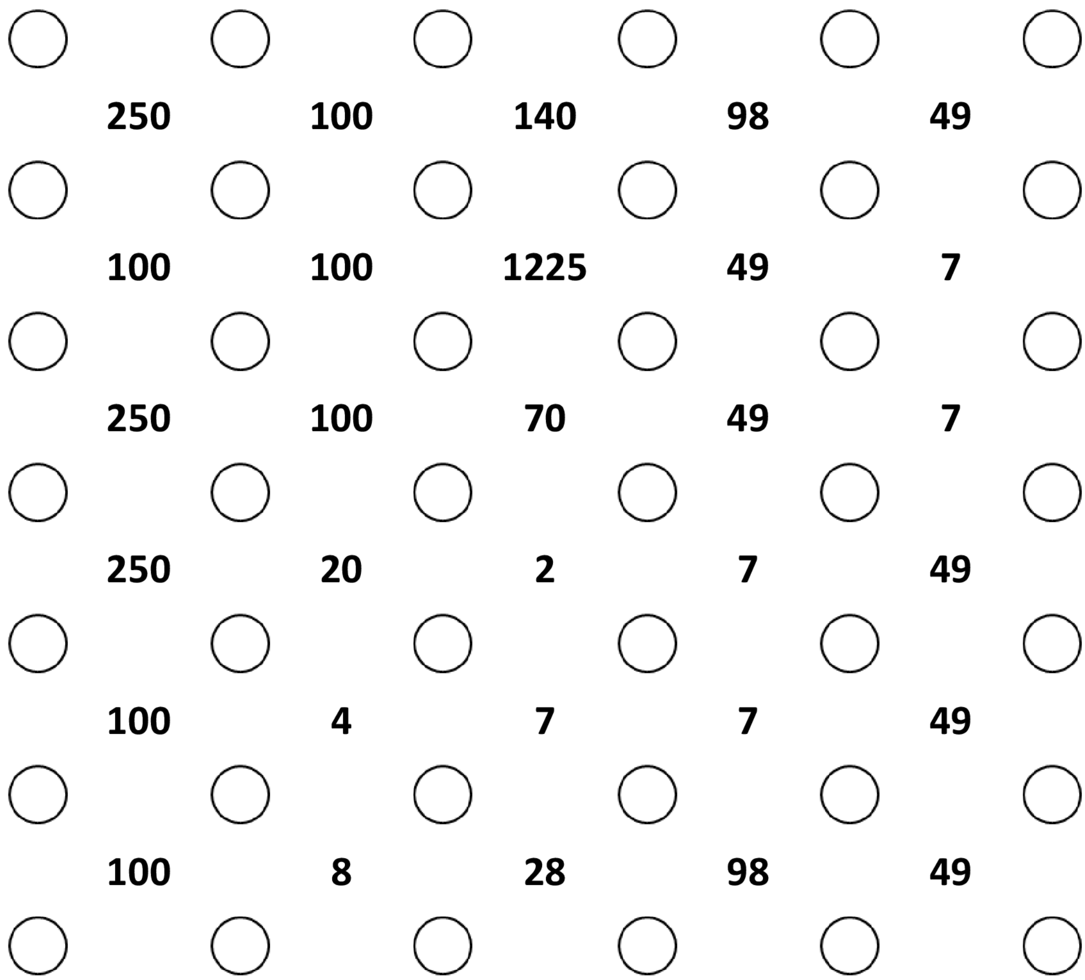
1	**A**	00001
2	**B**	00010
3	**C**	00011
4	**D**	00100
5	**E**	00101
6	**F**	00110
7	**G**	00111
8	**H**	01000
9	**I**	01001
10	**J**	01010
11	**K**	01011
12	**L**	01100
13	**M**	01101
14	**N**	01110
15	**O**	01111
16	**P**	10000
17	**Q**	10001
18	**R**	10010
19	**S**	10011
20	**T**	10100
21	**U**	10101
22	**V**	10110
23	**W**	10111
24	**X**	11000
25	**Y**	11001
26	**Z**	11010

Příloha 2 *Šifry zaměřené na dělitelnost*

Dělitelná

2	1	30	5	35	1
2	3	2	21	5	7
2	6	1	105	7	7
2	3	10	21	1	7
2	1	30	35	5	7

Rozložitelná



Návod

Návod: heslo najdete pozorným přečtením konkrétních slov. Hodně toho vysledujete na obvyklých prvočíselných řadách. Přemýšlejte o pozicích. No, potom je to lehké. Vezměte instantní kávu a udělejte si první preso. Písmeno na dně šálku vyjeví alternativu každého možného hesla. Využijte šestého smyslu. Slova textu vám napovídají.

Eratosthenova

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

	V	Ý	Q	B	A	O	Y	S	C
R	D	N	E	R	F	Ě	V	N	T
U	J	A	P	O	L	I	J	Š	K
L	Z	X	D	T	R	I	M	B	H
J	B	S	U	D	B	T	A	W	S
T	Q	E	G	Z	Q	L	N	H	R
E	P	J	F	Y	M	S	V	P	E
L	K	O	L	R	A	C	D	S	G
M	C	L	N	X	F	Z	B	O	I
Y	L	U	W	E	D	N	O	A	T

Zbytečná

$223 : 26 =$

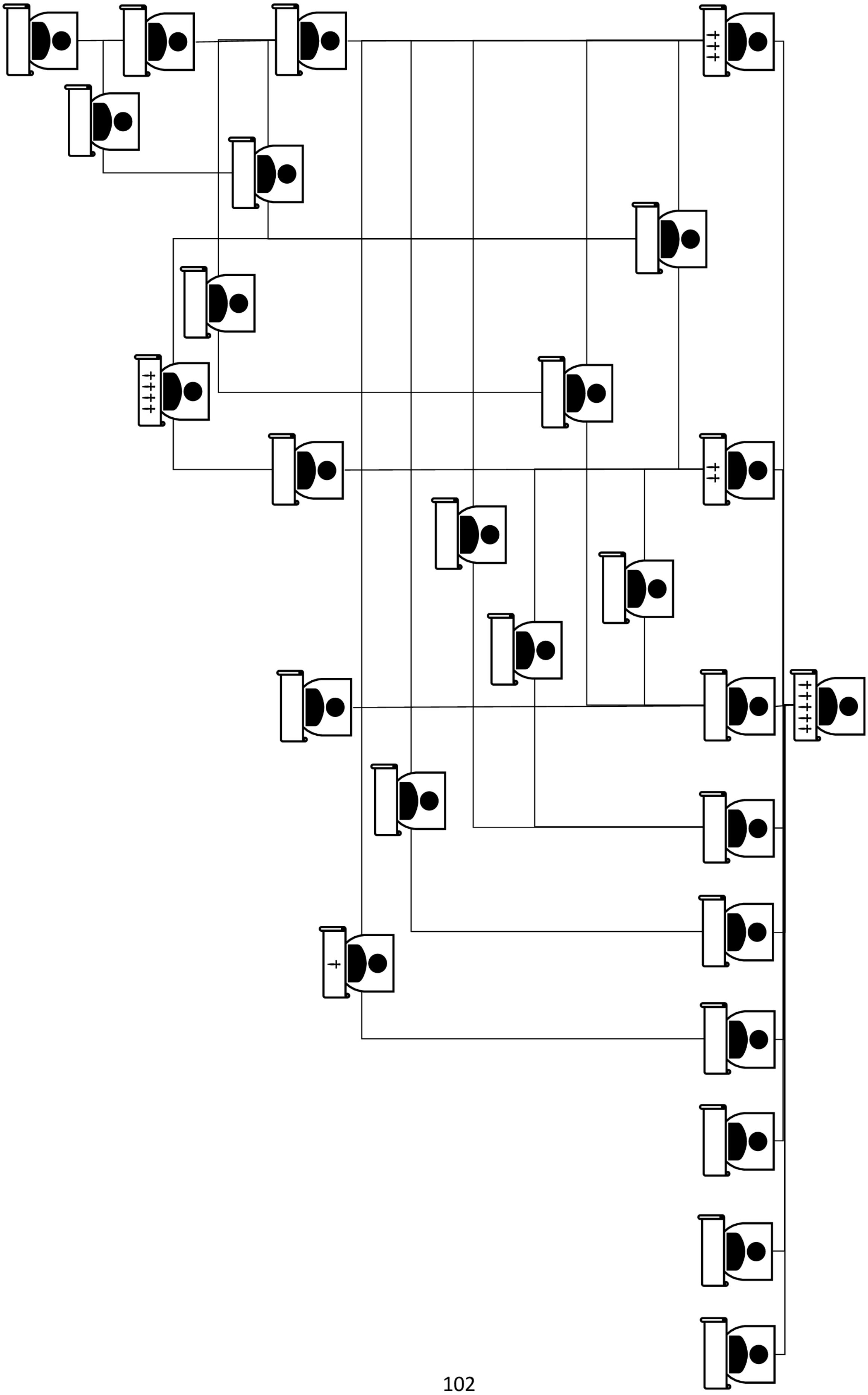
$147 : 26 =$

$494 : 26 =$

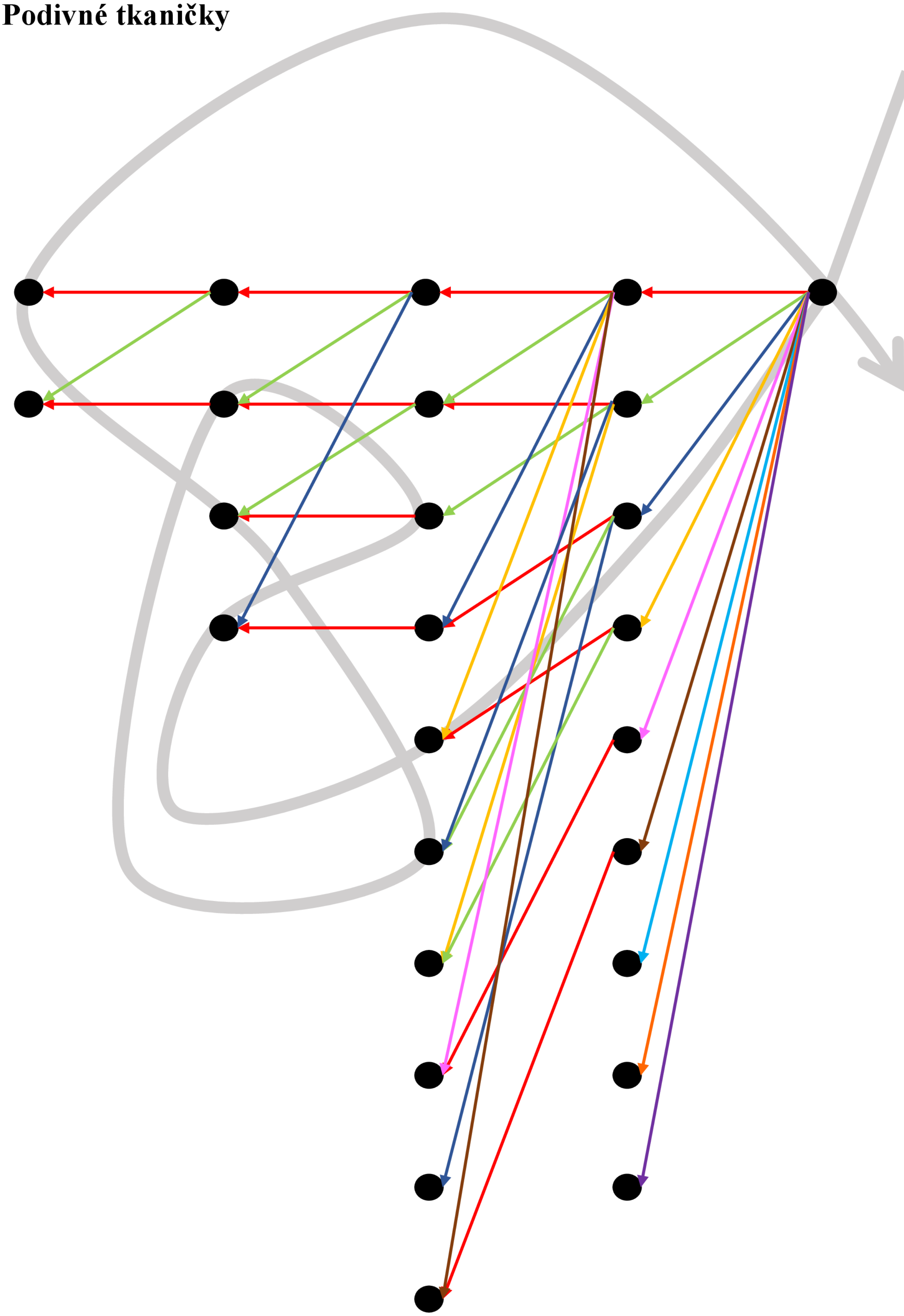
$330 : 26 =$

$394 : 26 =$

Záhadný rodokmen

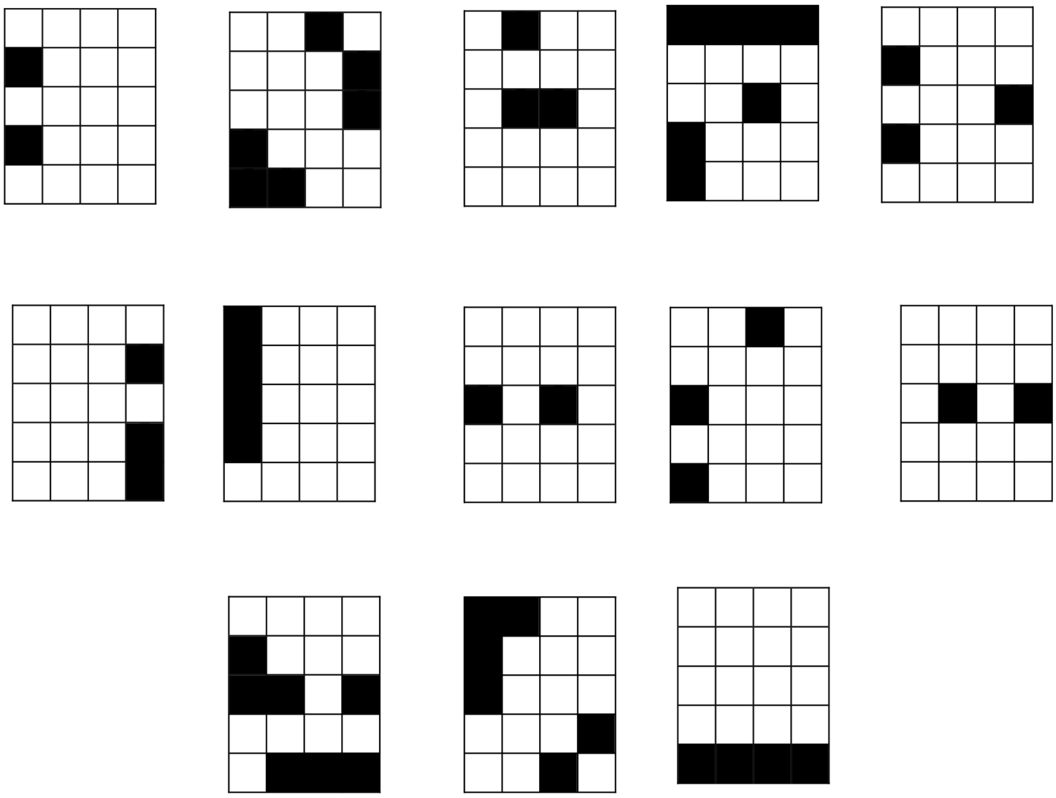


Podivné tkaničky



Příloha 3 *Šifry zaměřené na zlomky*

Skládačka



$$\frac{3}{10}\ \frac{3}{20}\ \frac{1}{10}\ \frac{7}{20}\ \frac{1}{5}$$

Od nejmenšího po největší

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{8}{2}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{6}{4}$	1 0 $\frac{1}{10}$	0 $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ 2 $\frac{10}{4}$ 0,8 1,75 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{3}$

Dvojbarevná

$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{20}{10}$	$\frac{7}{14}$	$\frac{8}{4}$
$\frac{16}{8}$	0,5	$\frac{30}{15}$

$\frac{10}{100}$	0,75	$\frac{5}{50}$
$\frac{2}{20}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{8}{80}$
0,1	$\frac{3}{30}$	$\frac{1}{10}$

$\frac{8}{24}$	3	$\frac{20}{60}$
$\frac{2}{6}$	$\frac{9}{27}$	$\frac{33}{11}$
$\frac{3}{9}$	$\frac{21}{7}$	$\frac{1}{3}$

2,5	$\frac{20}{100}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{6}{30}$	0,2	$\frac{2}{10}$
$\frac{4}{20}$	$\frac{100}{40}$	$\frac{1}{5}$

$\frac{75}{100}$	$\frac{60}{90}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{6}{8}$	0,75	$\frac{12}{16}$
$\frac{60}{80}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{15}{20}$

Není čára jako čára

$$\frac{28}{6}\ \frac{10}{5}\ \frac{48}{36}\ \frac{30}{12}\ \frac{50}{26}\ \frac{12}{10}\ \frac{3}{2}$$

Smíšená

$$\frac{230}{26}\ \frac{135}{26}\ \frac{516}{26}\ \frac{317}{26}\ \frac{408}{26}\ \frac{271}{26}\ \frac{131}{26}$$

Zlomkové kadeřnictví

$$\frac{105}{130}\ 1\ \frac{60}{104}\ \frac{11}{13}\ \frac{33}{78}\ \frac{1}{26}$$

Racionální

$$0,\overline{09};\ 0,0\overline{6};\ 0,25;\ 0,1;\ 0,2;\ 0,05;\ 0,\overline{3};\ 0,125;\ \ 0,0\overline{6},\ 0,0\overline{5}$$

Příloha 4 *Šifry zaměřené na mocniny a odmocniny*

To je Nina, druhá moc

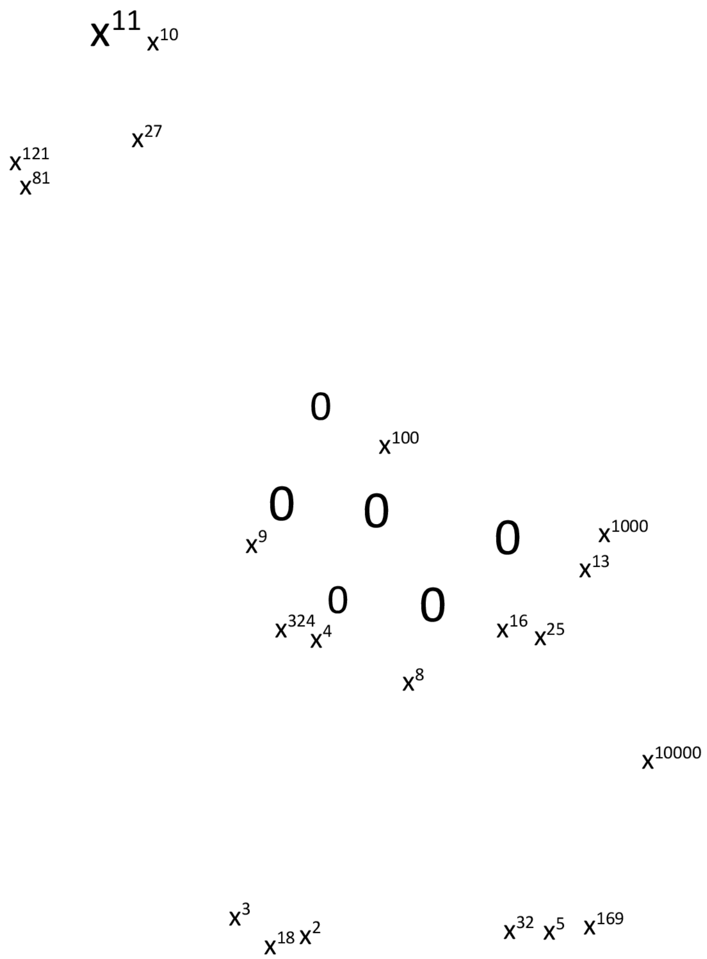
64 25 361 144 225 100 25 49 225 324 81 144 1

Řetězec čtverců

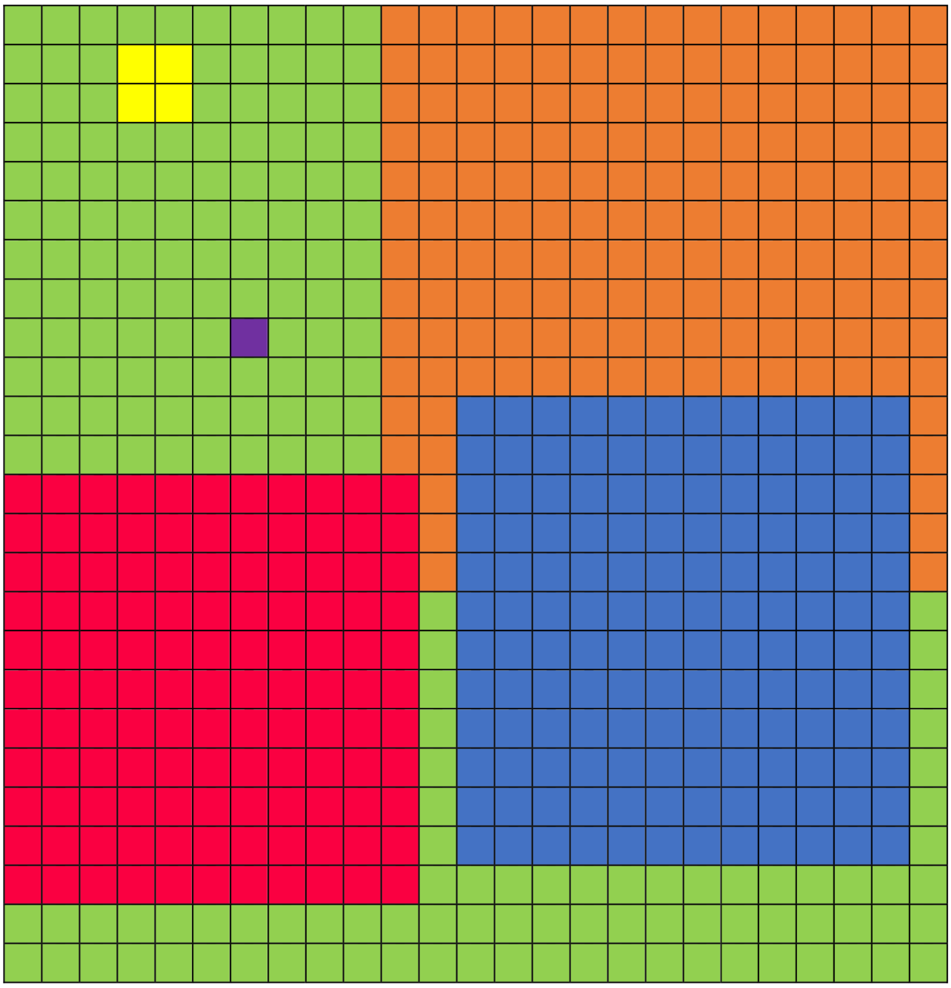
□ +68 □ -323 □ +143 □ -119 □ +336 □ -165 □ -115 □ -72 □ +112 □ -120 □

Smajlíci

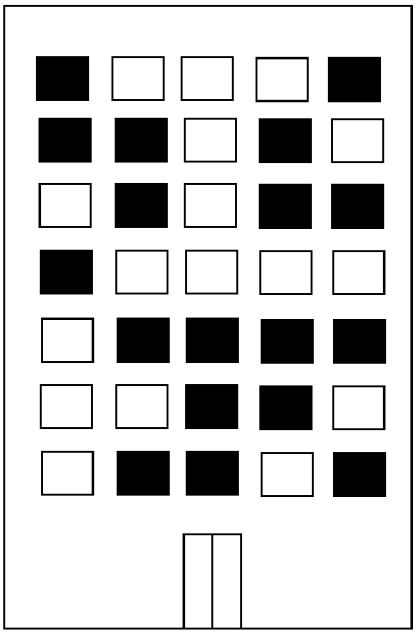
Spojovačka


x^{11}
x^{10}
x^{27}
x^{121}
x^{81}
0
x^{100}
0
0
0
x^{9}
x^{1000}
x^{13}
0
0
x^{324}
x^{4}
x^{16}
x^{25}
x^{8}
x^{10000}
x^{3}
x^{18}
x^{2}
x^{32}
x^{5}
x^{169}

Čtverce



Panelák



Nákup

Ú Č T E N K A
daňový doklad

	Cena CZK
Kuřecí stehna	100,00
Pomelo	16,00
Zelí kysané	49,00
Olej slunečnicový	36,00
Máslo	25,00
Koktejlové párečky	36,00
Kapsle na praní PERSIL	225,00
Mouka chlebová	16,00
FINLANDIA finská vodka	400,00
Dětské ubrousky PAMPERS	324,00
Bonboniéra ORION	144,00

Děkujeme za Váš nákup!

Příloha 5 *Šifry zaměřené na dělitelnost – řešení*

Dělitelná

2	1	30	5	35	1
2	3	2	21	5	7
2	6	1	105	7	7
2	3	10	21	1	7
2	1	30	35	5	7

2	1	30	5	35	1
2	3	2	21	5	7
2	6	1	105	7	7
2	3	10	21	1	7
2	1	30	35	5	7

2	1	30	5	35	1
2	3	2	21	5	7
2	6	1	105	7	7
2	3	10	21	1	7
2	1	30	35	5	7

2	1	30	5	35	1
2	3	2	21	5	7
2	6	1	105	7	7
2	3	10	21	1	7
2	1	30	35	5	7

Heslo: KOZA

Rozložitelná

5		5		2		2		7		1
	250		100		140		98		49	
5		2		5		7		1		7
	100		100		1225		49		7	
5		2		5		7		1		1
	250		100		70		49		7	
5		5		2		1		7		1
	250		20		2		7		49	
5		2		1		1		1		7
	100		4		7		7		49	
5		2		1		7		1		7
	100		8		28		98		49	
5		2		2		2		7		1

Heslo: PES

Návod

Návod: **heslo najdete** pozorným **přečtením** konkrétních **slov**. Hodně toho vysledujete **na** obvyklých **prvočíselných** řadách. Přemýšlejte o **pozicích**. No, **potom** je to lehké. **Vezměte** instantní kávu a udělejte si **první** preso. **Písmeno** na dně šálku vyjeví alternativu **každého** možného hesla. Využijte **šestého** smyslu. **Slova** textu vám napovídají.

Heslo: KONIPAS

Eratosthenova

	2	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

	V	**Ý**	Q	**B**	A	**O**	Y	S	C
R	D	**N**	E	R	F	**Ě**	V	**N**	T
U	J	**A**	P	O	L	I	J	**Š**	K
L	Z	X	D	T	R	**I**	M	B	H
J	B	**S**	U	D	B	**T**	A	W	S
T	Q	**E**	G	Z	Q	L	N	**H**	R
E	P	J	F	Y	M	**S**	V	P	E
L	K	**O**	L	R	A	C	D	**S**	G
M	C	**L**	N	X	F	Z	B	**O**	I
Y	L	U	W	E	D	**N**	O	A	T

Heslo: SLON

Zbytečná

$$223 : 26 = 8\ (H) zb.\ 15\ (P)$$

$$147 : 26 = 5\ (E) zb.\ 17 (R)$$

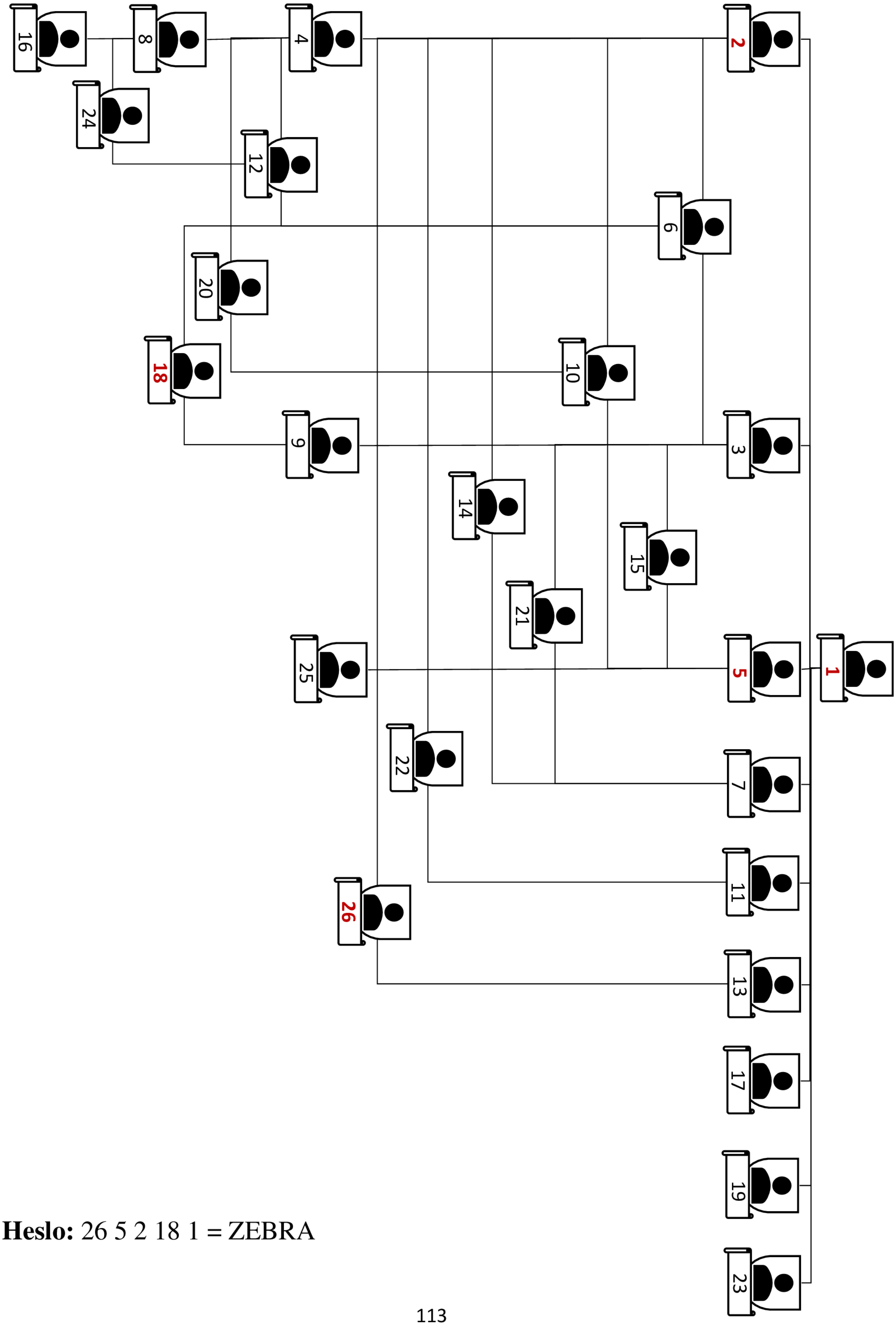
$$494 : 26 = 19\ (S)\ zb.\ 0\ (A)$$

$$330 : 26 = 12\ (L)\ zb.\ 18\ (S)$$

$$394 : 26 = 15\ (O)\ zb.\ 4\ (E)$$

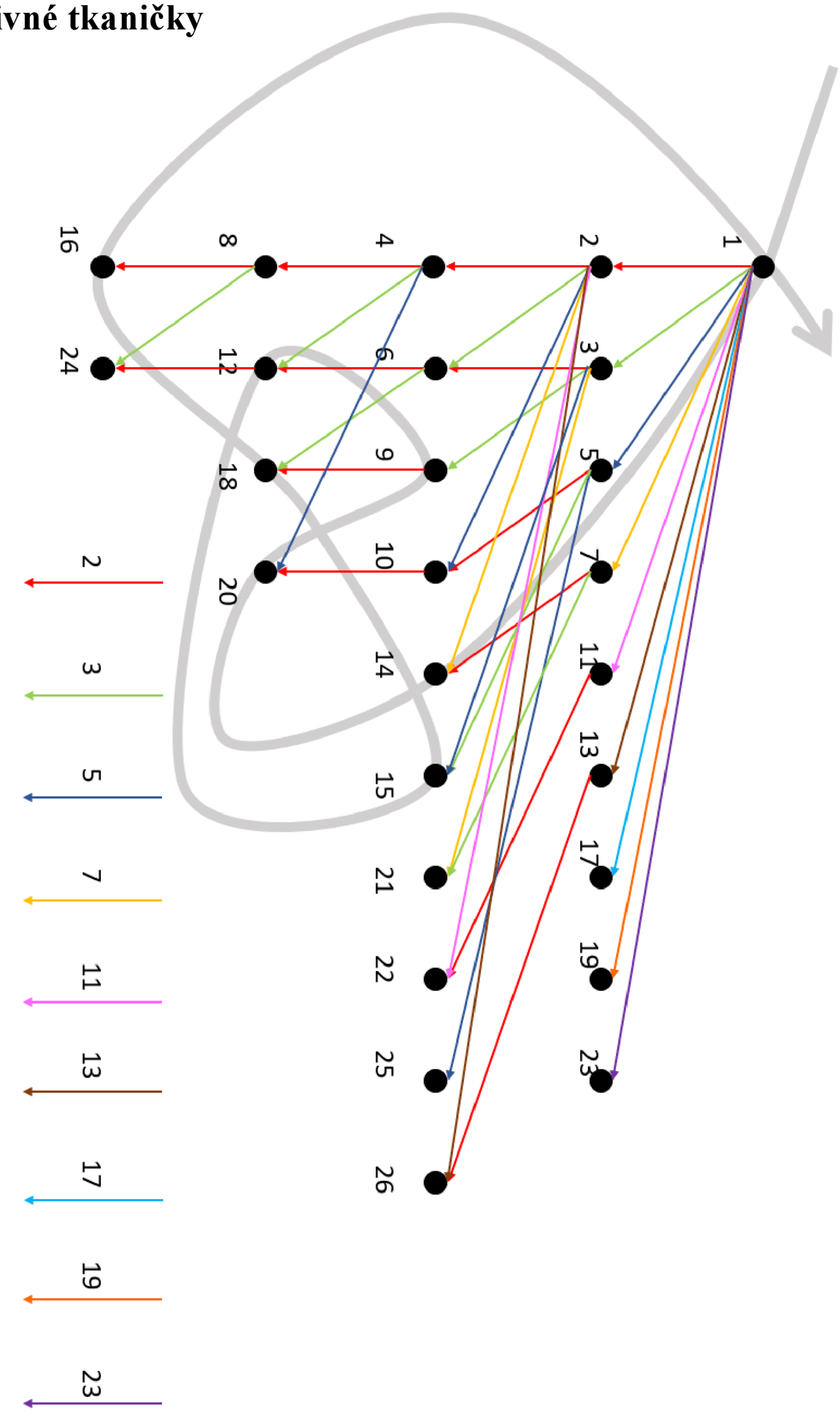
Heslo: PRASE

Záhadný rodokmen



Heslo: 26 5 2 18 1 = ZEBRA

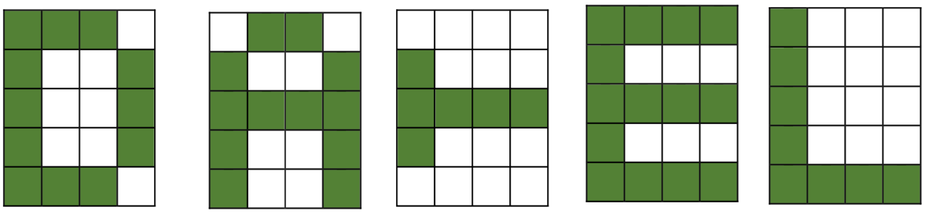
Podivné tkaničky



Heslo: 1 14 20 9 12 15 16 1 = ANTILOPA

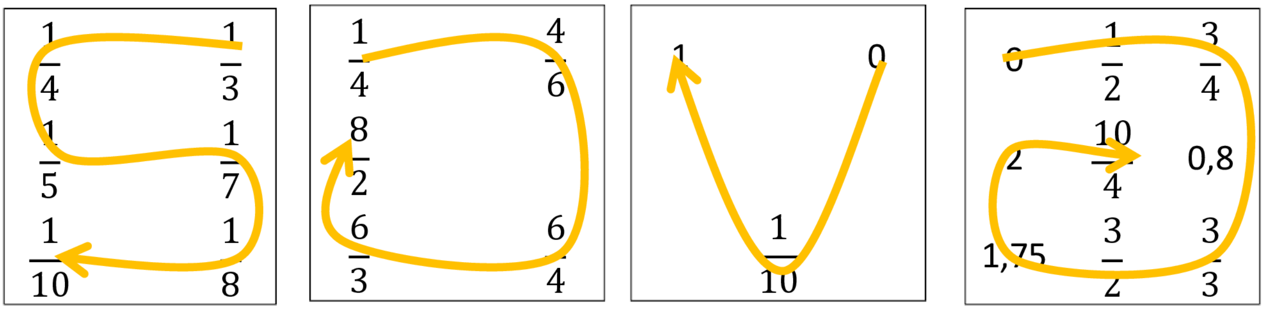
Příloha 6 *Šifry zaměřené na zlomky - řešení*

Skládačka



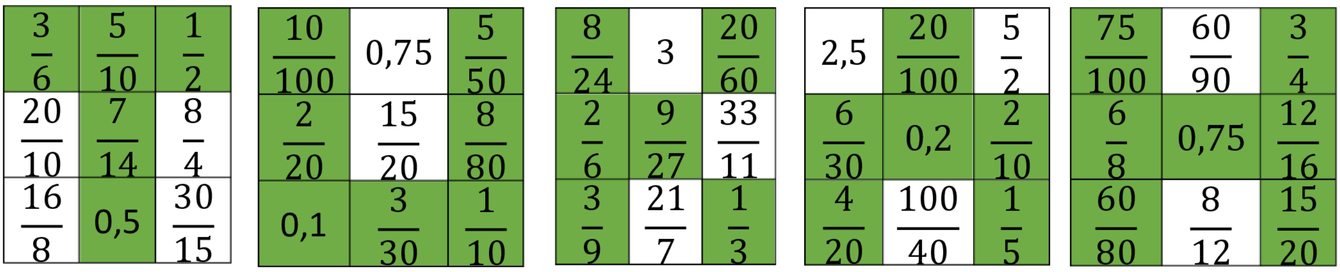
Heslo: DATEL

Od nejmenšího po největší



Heslo: SOVA

Dvojbarevná



Heslo: TUKAN

Není čára jako čára

28 – 6 = 22; 10 – 5 = 5; 48 – 36 = 12 atd.

Heslo: 22 5 12 18 24 2 1 = VELRYBA

Smíšená

$$\frac{230}{26}\ \frac{135}{26}\ \frac{516}{26}\ \frac{317}{26}\ \frac{408}{26}\ \frac{271}{26}\frac{131}{26}$$

$$8\frac{22}{26}\ 5\frac{5}{26}19\ \frac{22}{26}\ 12\frac{5}{26}15\ \frac{18}{26}10\frac{11}{26}\ 5\frac{1}{26}$$

$$H\frac{V}{26}E\ \frac{E}{26}S\ \frac{V}{26}\ L\frac{E}{26}\ O\frac{R}{26}J\frac{K}{26}E\ \frac{A}{26}$$

Heslo: VEVERKA

Zlomkové kadeřnictví

$$\frac{105}{130}\ 1\ \frac{60}{104}\ \frac{11}{13}\ \frac{33}{78}\ \frac{1}{26}$$

$$\frac{21}{26}\ \frac{26}{26}\ \frac{15}{26}\ \frac{22}{26}\ \frac{11}{26}\ \frac{1}{26}$$

$$\frac{U}{26}\ \frac{Z}{26}\ \frac{O}{26}\ \frac{V}{26}\ \frac{K}{26}\ \frac{A}{26}$$

Heslo: UZOVKA

Racionální

$$0,\overline{09};\ 0{,}0\overline{6};\ 0{,}25;\ 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}05;\ 0,\overline{3};\ 0{,}125;\ \ 0{,}0\overline{6},\ 0{,}0\overline{5}$$

$$\frac{1}{11};\ \frac{1}{15};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{10};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{20};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{8};\ \frac{1}{15};\ \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{K};\ \frac{1}{O};\ \frac{1}{D};\ \frac{1}{J};\ \frac{1}{E};\ \frac{1}{T};\ \frac{1}{C};\ \frac{1}{H};\ \frac{1}{O};\ \frac{1}{R}$$

Heslo: TCHOR

Příloha 7 *Šifry zaměřené na mocniny a odmocniny – řešení*

To je Nina, druhá moc

64 25 361 144 225 100 25 49 225 324 81 144 1

8 5 19 12 15 10 5 7 15 18 9 12 1

H E S L O J E G O R I L A

Heslo: GORILA

Řetězec čtverců

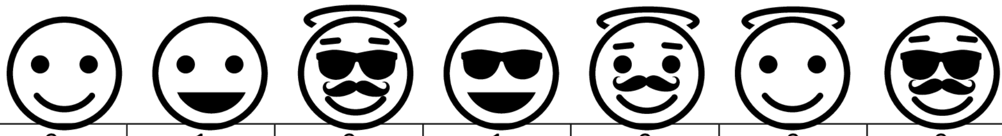
256	+68	324	-323	1	+143	144	-119	25	+336	361	-165	196	-115	81	-72	9	+112	121	-120	1

16	+68	18	-323	1	+143	12	-119	5	+336	19	-165	14	-115	9	-72	3	+112	11	-120	1

P	+68	R	-323	A	+143	L	-119	E	+336	S	-165	N	-115	I	-72	C	+112	K	-120	A

Heslo: PRALESNICKA

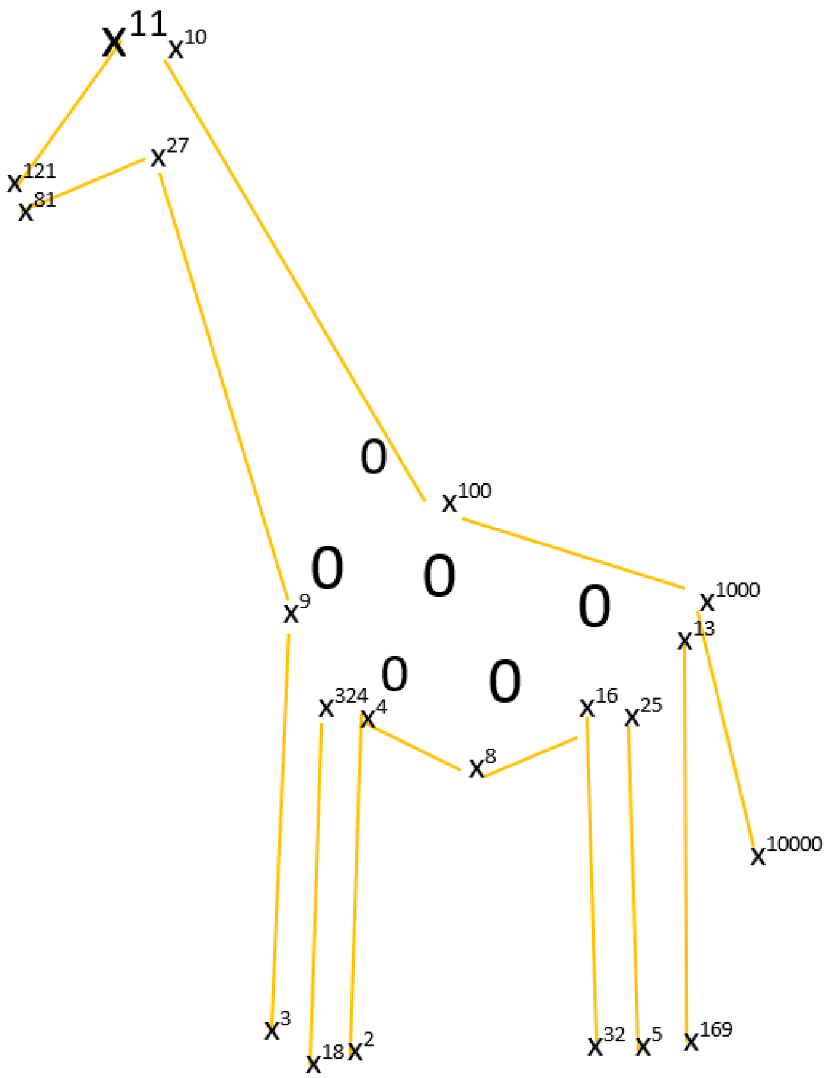
Smajlíci



PUSA	0	1	0	1	0	0	0
KNÍR	0	0	1	0	1	0	1
BRÝLE	0	0	1	1	0	0	1
OBOČÍ	0	0	1	0	1	0	1
SVATOZÁŘ	0	0	1	0	1	1	0
	-	**P**	**O**	**T**	**K**	**A**	**N**

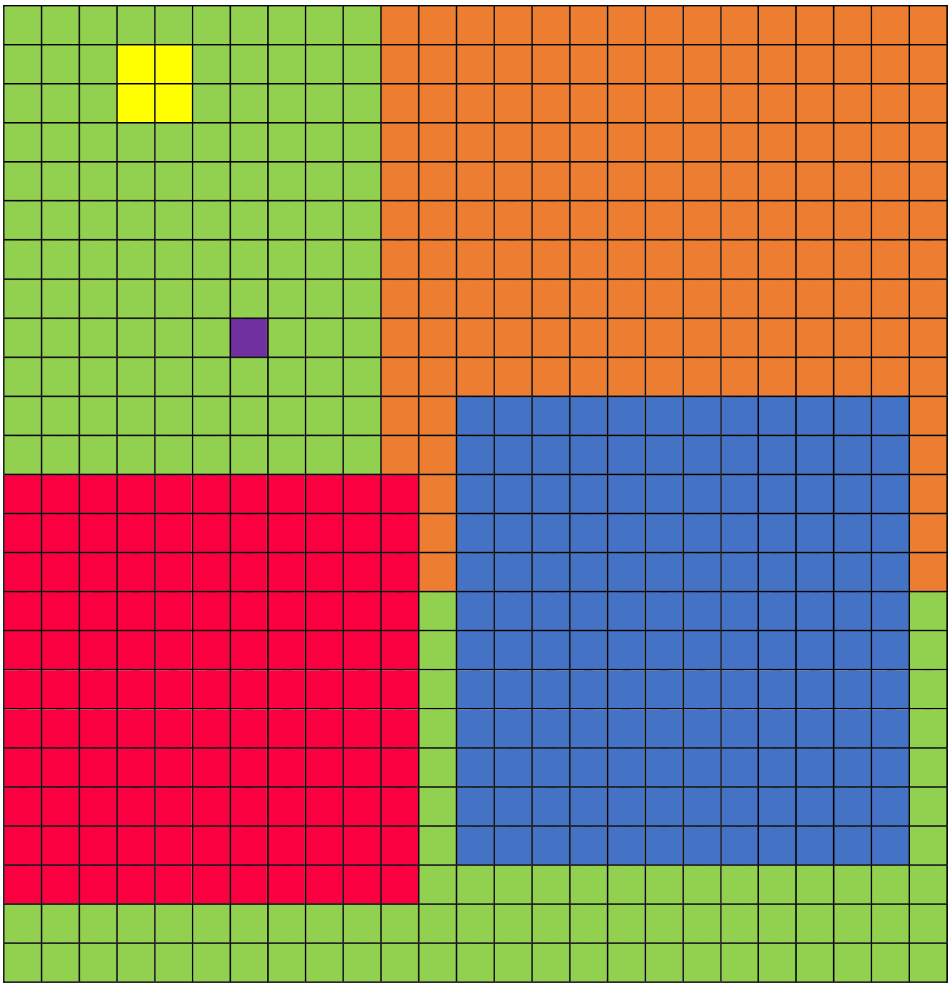
Heslo: POTKAN

Spojovačka



Heslo: ŽIRAFA

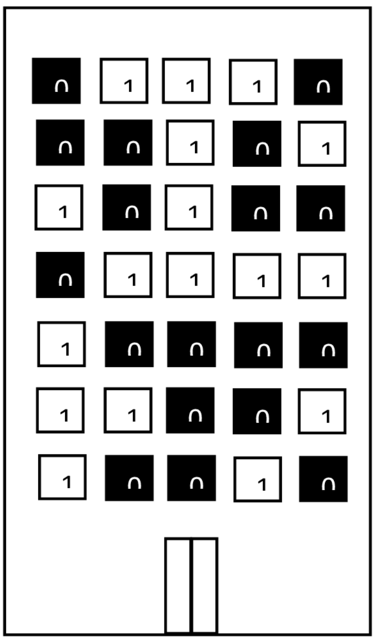
Čtverce



k 11 o 15 b 2 y 25 l 12 a 1

Heslo: KOBYLA

Panelák



Heslo: NETOPYR

Nákup

Ú Č T E N K A
daňový doklad

	Cena CZK
Kuřecí stehna	100,00
Pomelo	16,00
Zelí kysané	49,00
Olej slunečnicový	36,00
Máslo	25,00
Koktejlové párečky	36,00
Kapsle na praní PERSIL	225,00
Mouka chlebová	16,00
FINLANDIA finská vodka	400,00
Dětské ubrousky PAMPERS	324,00
Bonboniéra ORION	144,00

Děkujeme za Váš nákup!

Heslo: KAPR

Příloha 8 *Dotazník*

Ročník:			
Luštil/a jsi už někdy nějaké šifry? (Zakroužkuj.)	ANO	NE	
Pokud ano, tak kde?			
Uvítal/a bys více šifrovacích aktivit v hodinách matematiky? (Zakroužkuj.)	ANO	NE	JE MI TO JEDNO

Následující položky ohodnoť (zakroužkuj) na škále 1-5 dle svého názoru. Pokud položku nedokážeš posoudit, zvol N.

Matematika je můj oblíbený předmět.

Neprosto nesouhlasím.	1	2	3	4	5	N	Naprosto souhlasím.

Šifra č. 1 (Dělitelná)

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Šifra č. 2 (Smíšená)

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Šifra č. 3 (Panelák)

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Šifra č. 4 (To je Nina, druhá moc)

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Šifra č. 5 (Od nejmenšího po největší)

Šifra byla velmi těžká.	1	2	3	4	5	N	Šifra byla velmi jednoduchá.
Luštění šifry mě vůbec nebavilo.	1	2	3	4	5	N	Luštění šifry bylo velmi zábavné.

Příloha 9 *Rozhovor 1*

D: Tak, jaké jsou Vaši zkušenosti se šifrováním? Účastníte se pravidelně šifrovacích her?

U: Tak osobní zkušenosti ano, ale spadla jsem do toho celkem relativně nedávno, nějaké tři roky zpátky, kdy jsem se zúčastnila nějaké takové první jakoby veřejné šifrovačky, protože mě oslovila taková skupinka lidi, kteří pravidelně šifrovat chodí, ale někdo jim zrovna chyběl, někdo jim vypadl a mně se to hrozně zalíbilo. A myslím si, že ta první, že to byla zrovna nějaká noční šifrovačka, takže to ještě mělo takovou atmosféru prostě úžasnou. Ono šifrovat v noci je úplně jiné, než přes den, kdy je člověk vyspaný a v dobré kondici. No takže miluju jako šifrovačky. A kvůli tomu jsem i chtěla to zprostředkovat děckám. A je spousta dětí, kteří třeba s rodiči chodí i na ty venkovní šifrovačky na nějaký veřejný, takže našla jsem tady takovou skupinku děcek, který to taky hrozně baví a který se toho účastní i mimo vlastně ten školní rytmus a chodí sami si šifrovat.

D: Super. Vy máte tedy zkušenosti i se zařazováním šifrovacích aktivit do výuky. Jak dlouho už to praktikujete?

U: Jo, no v podstatě od té doby… Nebo já nevim. Jakoby šifrovačky jako takový, asi tak od té doby, kdy jsem začala chodit na šifrovačky. Ale vlastně gamifikací výuky a takovýto, že se ta úloha musí spojit s něčím atraktivním pro ty děti a do něčeho se zaobalit, aby byla pro ty děti přitažlivá, tak jsem vlastně praktikovala už mnohem dřív, protože jsem měla pocit, že je potřeba ty děcka do toho vtáhnout nějakým pro ně jakoby zajímavým, neotřelým, originálním způsobem, jim ty matematické úlohy zprostředkovat. Takže jsme vždycky dělali, aspoň co jsem tady na škole, což je osm roků, před tím jsem byla na střední, tam to bylo trošku jiný, ale když jsem se dostala sem na školu, tak jsem se snažila, tak jsem se snažila jakoby zavádět nějaký prvky i těch šifrovaček. Protože každý to matematický zadání bylo zakukleno v nějakým obalu, který už tenkrát připomínal šifrovačky, ale čistý šifrovačky jsme začali praktikovat, až řekněme, tak ty tři roky zpátky.

D: Dobře, a co Vás k tomu tedy vedlo? Chtěla jste ozvláštnit tu hodinu, nebo ji prostě gamifikovat?

U: Určitě, protože si myslím, že matematika je tak strašně krásná věda, že se děckám musí ukázat její krása. A ona ta krása v tupým počítání příkladů stále stejného typu se prostě neukazuje a to podle mě nestačí. A proč by ty děcka měly počítat dvacátý příklad úplně na jedno brdo jo? Viz takový to drilování, jako sloupečky, počítání pod sebou a tak dál. Je potřeba to něčím ozvláštnit. Takže toto je jedna z cest, jak tu matematiku pro ně udělat stravitelnější, záživnější, přijatelnější, takovou, aby ji prostě dokázali sežvejkat a aby tam ty matematický úlohy řešili úplně jako „by the way“, že si toho třeba ani nevšimnou, že vlastně řešili nějaké matematické úlohy. Protože se soustředí na něco jiného.

D: A jaké byly reakce dětí, nebo jaké jsou, když takové šifry řeší, když je zařadíte do výuky?

U: Já bych řekla, že čím jsou ty děcka menší, tím jsou ehm jakoby snáz utáhnutelné, říkám, že ty páťáky utáhnete na vařený nudli, jo? (smích) Že ti jsou jak pytel blech, který prostě čímkoliv zaujmete. Jsou ještě plní nadšení, elánu, energie a cokoliv jim předhodíte, právě z toho jakoby navíc, tak se líbí defacto celé třídě a skoro celá třída vždycky v té pětce, ještě šestce je z toho nadšená a hrozně rádi řeší ty hádanky, hlavolamy, rébusy, šifry. Čím jsou děcka starší, tím mně přijde, že jakoby některý z nich hrozně zleniví. A strašně se jim nechce vybočit z těch zajetých kolejí a té rutiny, jo? Takže… ehm… u těch větších děcek řekněme, že se to začne lámat někdy v půlce sedmičky a pak jakoby konec sedmičky, osmička a devítka je horší v tom, že tam máte pár děcek, které to pořád ještě strašně baví a pro který se to stalo zase jako jednou z možností naplnění volného času, protože je ty šifry začaly bavit a začaly dělat ještě třeba něco sami k tomu. A pak jsou tam děcka, který to buď přestávají zvládat, protože se to samozřejmě ztěžuje ta úroveň, a už třeba hůř zvládají i ten samotný matematický obsah a když jim to člověk ještě zabalí do nějakého rámce, tak pak mají vlastně dvě věci, který musí zaráz řešit, obsah i formu.

D: Ahm.

U: Takže je tam pak skupinka dětí, který jakoby jsou na tom hůře a který to třeba tak už nemilujou, právě pro to, že se to pro ně stává obtížným. Takže tam je pak potřeba s tím pracovat, třeba to nezařazuju v těch vyšších ročnících tak často, aby vlastně i ty děcka, který potřebují fakt držet tu kolej a potřebují držet tu linku „takhle se to dělá, takhle se to počítá“, tak aby si přišly na svý. A když potom něco řešíme, tak většinou v nějakých týmech, aby tam nebyl každý sám na sebe, ale měli možnost s někým spolupracovat, třeba s někým, kdo je v tom jakoby trošku potáhne a oni budou moct přispívat v těch úkolech, ve kterých si budou jistí, že je zvládnou.

D: Jo, dobře, rozumím. Můžu se zeptat, jak často to do výuky zařazujete? Jestli to míváte, třebaže jednou za měsíc na to vyhradíte hodinu, nebo to máte jako odměnu pro ty, co jsou rychlejc hotový, tak jim dáte nějakou šifru ať si řeší?

U: Jo, jo. Já jsem ještě loni, když jsem byla pánem situace (smích), tak jsem měla vždycky vyhrazenou v rozvrhu dvojhodinovku. Já dělám rozvrh ve škole, takže jsem si na to myslela a udělala jsem si vyloženě v rozvrhu dvojhodinovku v jeden den. A tu dvojhodinovku jsme vždycky dělali jakoby něco nestandardního. Buďto jsme dělali badatelky, čili například, když jsme dělali nějakou novou látku, tak jsme dělali badatelský úlohy, kde dostali pracovní list s návodnými otázkami a třeba odvozovali nějakou novou část jakoby učiva, nějakou novou teorii a měli jakoby z toho co už znají dřív vyvodit něco novýho. A nebo jsme právě zařazovali nějaké takovéto hry. A většinou, když člověk udělal třeba, nevím, gamebook, i třeba jen ve škole. Tak to chce aspoň tu dvojhodinovku času, protože za 45 minut to děcka nestihnout projít a nestihnou se vrátit a ještě třeba zreflektovat vlastně to, jak se jim dařilo, které úkoly jim dělaly potíže. Takže na to jsem vždy mívala vyhrazenou dvojhodinovku v rozvrhu a ta se mě jevila jako ideální. Určitě jsme to nedělali každý týden, ale minimálně jednou za 14 dní se objevila nějaká takováto hodina, buď badatelská nebo ta herní. A těch zbývajících jako 14 dní je, kdy někdy jsme potřebovali třeba dohánět učivo, protože jsme dostali trošku skluz tady těma herníma hodinama a někdy jsme jich mohli za ten měsíc udělat třeba víc. Třeba jsme měli tři ty dvojhodinovky věnovaný trošku jiným aktivitám.

D: Ahm. A odkud čerpáte inspiraci pro ty šifry, co tvoříte? Jsou to Vaše nápady nebo odněkud čerpáte?

U: Vždycky, když jdu na nějakou šifrovačku, tak posbírám nápady, které se mně líbí. Většinou na těch venkovních šifrovačkách bývají ty nápady třeba těžší, že je tam třeba dvoukrokový nebo tříkrokový řešení, ale kousek té šifry je nádhernej, že to byl prostě krásnej nápad, krásná grafika krásný zpracování, něco zajímavýho, tak to si vždycky jakoby někam poznačím, nebo si to zkusím jako zapamatovat a vlastně na tom postavím nějakou šifru pro ty děcka, samozřejmě jednodušší úrovně. Tím jak už má člověk projitých spoustu různých šifrovaček, tak těch nápadů už viděl hromadu, tak se to vlastně odvíjí od toho tématu, které potřebuju jakoby procvičit, takže na to téma si třeba samo to řekne, jakože jaká šifra by na to byla vhodná – jestli grafika, nebo kódovací šifra, nebo ještě něco úplně jinačího, něco s pomůckama, steganografie nebo prostě něco… To si prostě vždycky řekne to téma už samo, no.

D: V čem vidíte přínos těch šifrovacích aktivit ve výuce?

U: Největší přínos vidím pro sebe, že mě to baví (smích).

D: (smích)

U: Já si totiž myslím, že aby jako učitel mohl udělat hodinu zajímavou pro děcka, tak ho to musí samotnýho bavit, a musí sám mít radost z té hodiny. Když jdete do hodiny s tím, že „ježiš, to zas bude nuda, protože jim zas celou hodinu budu vykládat o tom Pythagorovi“, tak jako, ty děcka to nemůže zaujmout, že jo. Takže první přínos je ten, že mě to hrozně baví. (smích) Druhej přínos je ten, že vždycky si najdu v té třídě děcka, který jsou na stejný vlně a pak si dokážu udělat takovou skupinku, která mi vlastně pomáhá s přípravou věcí pro ty ostatní. Měla jsem loni úžasnou skupinku takových pěti holčiček. Nebo čtyři, pět, jak kdy, jak se která přidala. A ty mi vlastně pomáhaly nějaký třeba větší projekty pro tu třídu dělat. Že mi pomáhaly připravit třeba noční šifrovačku pro celou třídu a dělaly mi vlastně ty orgy, kteří jsou na nějaké větší akci potřeba. Nebo jsme pro třídu zase když už byla koronakrize loni na tom jaře, tak jsme pro třídu připravili zase nějakou, eeh, nějaký gamebook, který jsme jim potom, když jsme se vrátili do školy připravili, aby jako měli něco, nějakou motivaci do té školy se vrátit, jo. Takže vždycky si najdu v té třídě prostě pár děcek, který to tak strašně nadchne a baví, že jsou pak ochotní dělat i věci navíc a to je úžasný, že dokážete jakoby se ujmout aspoň pár těch lidí v té třídě a nadchnout je, protože matematika je fakt nádherná věda a stojí za to se jí dál třeba věnovat. Jo, no tak asi no.

D: (přitakání). Napadají Vás nějaké dovednosti, které ty aktivity rozvíjejí? A může to být jak mimo matematiku, tak přímo v rámci matematických znalostí a dovedností.

U: Ehm. Eeee… Ono to s tím jako… Souvisí to se šifrováním, ale je to jakoby širší kontext. Vlastně, ten konstruktivistický přístup, který i to šifrování i ta gamifikace, i ty badatelské hodiny by v těch děckách měly rozvíjet. To znamená, nečekat na to, že vám někdo předloží nějaká řešení, že vám někdo řekne ten vzoreček, podle kterýho máte počítat, a řekne vám přesně ten postup: zaprvé, zadruhé, zatřetí… Ale že se snažím, aby ty děcka vlastně vším tím, co jim jakoby nabízím za nějaký další aktivity, zjistily, že těch cest k cíli existuje bezpočtu a že je jenom na nich, kterou cestu si vyberou. Takže podporovat vlastně, ehm, a tohle je jedna z věcí které to šifrování hrozně podporuje. Tu variabilitu těch přístupů, k tomu jednomu problému a tomu, že je úplně legitimní vybrat si tu vlastní cestu třeba neotřelou, třeba vede nějakou oklikou, ale je to moje cesta, vybral jsem si ji a vím, proč jsem si ji vybral, protože to vychází z toho, co už mám v sobě vlastně upevněné, jo. Takže to mně přijde, že je hrozně důležitý v těch děckách podporovat a to šifrování je jednou z možností, jak tohle jakoby nenásilně dělat. Protože u toho šifrování to je strašně kreativní práce, že jo. To není jenom tupá rutina. Že dobře, když vidíte morseovku, ok, tak je to jenom kódování. Ale to je taková specifická věc. Ale většinou jsou ty šifry nápadové, že jo, a nejdřív musíte mít ten nápad, co s tím vlastně máte udělat. A to v těch děckách právě podporuje to, že musí ZKUSIT ASPOŇ (kladen důraz) to vyřešit. A to se jim třeba bude hodit i nevim, na těch přijmačkách, ikdyž dostanou úlohu, kterou vůbec nevědí co s tím, tak ASPOŇ ZKUSÍ, co by se s tím tak dalo udělat. (smích)

D: Ehmmm…Vidíte i nějakou tu matematickou, nebo ehm… v rámci matematiky vyloženě, co tam pomáhá rozvíjet?... Nebo jestli to má pro děti přínos pro matematiku.

U: Ano. Určitě logický myšlení, že jo. Logický myšlení je jednou z důležitých podmínek prostě pro to, aby člověk matematiku mohl studovat. Ona matematika jako počty, tak to je prostě věc, která se dá nadrilovat, naučit. Ale ta krásnější oblast matematiky, právě ta kreativní, tak potřebuje, abyste byl schopný používat selský rozum a logiku. Takže jednak ta logika… A pak si taky myslím, že ty šifry a vůbec věci, který jako nebazírují jenom na tom učivu, jako na těch osnovách, tak pomáhají rozvíjet do kombinatorické myšlení, na které se třeba v našem základním školství úplně zapomíná. A co nám vždycky vytýkají takový ty, jak vyjde nějaká mezinárodní studie ať už PISA nebo něco takovýho, tak vždycky jako jedna z našich slabin je kombinatorické myšlení a to, že vůbec neučíme jako pravděpodobnost, statistiku, kombinatoriku, tady tyhle jakoby dovednosti nějak nedáváme už do těch základek. A třeba to šifrování si myslím, že nenásilně právě tady ty kombinatorické schopnosti těch děcek jako dokáže třeba pěkně rozvíjet.

D: Jo, dobře, děkuju a vidíte právě naopak i nějakou nevýhodu, která by bránila zařazování těch šifrovacích aktivit do výuky? Co by tam mohlo být za problém?

U: Myslíte jakoby plošný? Jakoby v širším měřítku? Tak tu otázku můžu pochopit?

D: Ano, obecně jako, co by si mohli učitelé říct „no ale kvůli tomuto to nemůžu zařadit“?

U: Ahm. No samozřejmě že se setkávám s tím i u nás ve škole, že jo. Ne všichni jsou prostě takoví blázni a ne všichni jsou příznivci něčeho takového. A je spousta lidí, kteří řeknou - a to je nejčastější jakoby výmluva, podle mě výmluva, ne jako to, že je to pravda – „Není na to čas. Máme tolik věcí, které musíme v té hodině stihnout, že jako nějaký hraní si to já udělám, když je vysvědčení.“ jo. Tak to je nejčastější jakoby taková, takový jejich argument. Pak si myslím, že se toho spousta učitelů bojí. Protože pokud nemáte tu svoji vlastní zkušenost a nejste si jistý v těch kramflecích a nemáte tu oporu, tak se snadno může stát, že vás nějaké dítě, třeba šachista, nebo někdo takovej, někdo, kdo fakt používá ty strategický postupy, je vždycky tři kroky dopředu v tom plánování, tak v těch šifrách velice rychle on může vlastně vidět nějaké řešení, které vy tam nevidíte a pokud vy si nejste jistý v těch kramflecích, tak vás může jakoby shodit před tou třídou. Ale to je všechno v uvozovkách jo. Takže člověk… to strašně záleží na tom, jak ten člověk přistupuje normálně k té třídě, že jo. Je člověk, který prostě úplně zlegitimizuje to, že „hele nejsem neomylnej, taky všechno nevím, něco třeba víte líp vy, někdy se spletu, je to naprosto v pořádku“. Ale pak jsou lidi, kteří sami sebe postavili na ten ehm, piedestal, a tam stojí a teďka se bojí, aby z toho nespadli, že je někdo shodí. Tak pro ně to může být ohrožující. Zařazovat vlastně aktivity, ve kterých nejsou úplně pánem té situace. Takže to může příčinou toho proč. A třetí věc. Ne každý tomu šifrování jakoby propadl, že jo, tak proč by to dělali. Takže možná to šifrování je takový dost specifický, že třeba pro lidi, kteří by to chtěli zkusit, by bylo možná jednodušší zařazovat nějaký hry, který aspoň trošku znají ze svého vlastního života. Myslím, že ten člověk musí mít nějakou svou vlastní zkušenost v té oblasti, a pokud v životě nešifroval a neláká ho to, tak těžko toho učitele přesvědčíte, aby začal šifrovačky zařazovat do matematiky. Tam je jednodušší přes nějaký jiný hry, nějakýho jednoduššího typu, ve kterých se aspoň trochu vyzná.

D: Ahmm, rozumím. Ještě bych se chtěl zeptat, účastní se děti na Vaší škole nějakých šifrovacích soutěží? Například Technoplanety nebo Brlohu?

U: Ahmm, vždycky. Vždycky jsme jezdili na Technoplanetu, ale to nebylo jakoby s těma… i když taky… ne s těma třídníma kolektivama, nebo týmama ze tříd, ale to byly spíš právě děcka z toho kroužku. My máme klub menzy, a takže tam máme na střídačku jakoby deskovky jednou za 14 dní a jednou za 14 dní právě šifrovací schůzky na nějaké šifrovačky, když je příležitost a tak, nebo si vyrábíme svoje. A tam z toho kroužku vždycky jsme měli minimálně dva, tři týmy, který jakoby prošly tím školním kolem Technoplanety a vždycky se našel aspoň jeden tým, který jel do Prahy na finále. Bohužel orgové jsou unavení, Technoplanetáčtí, takže teďka vlastně Technoplaneta usnula že jo. Už loni vlastně nebyla. A Brlohu se účastníme každý rok, takže to je naše taky oblíbená hra. A pak ještě se děcka občas účastní Komára, jakoby korespondenčních těch matematických úloh, které jsou taky takovou hravou formou řešený. A ještě chodí na MaSo ale to není úplně o šifrování. MaSo je spíš o tom, o té hromadě těch matematických úkolů, které spočítají a k tomu je nějaká doprovodná hra strategická, za kterou vlastně ty matematický body přemění na nějaký jakoby v té hře na nějaký komodity, se kterýma potom obsazují nějaké území.. Takže jo.

D: Dobře, ehm používá i někdo z Vašich kolegů šifry ve výuce?

U: No, řekla bych, že sporadicky. Ale jsou tady kolegyňky hlavně, které se to teďka jakoby učí, nebo to zkouší. Takže se snažím je v tom podporovat. Takže, když si přijdou pro nějakou radu, nebo nějakou pomoc. Tak se jim vždycky snažím podstrčit něco. Nebo třeba když dělám gamebook pro svoje děcka tady po škole, tak vždycky řeknu „hele, mám to tady teďka vyvěšený, chcete se někdo zúčastnit?“. Takže takhle touto pasivní formou, se potom přidá samozřejmě víc lidí, ale že by tam byl někdo, kdo by sám jako od sebe, taky to takhle jako dělal a chystal a dával k dispozici ostatním, tak to zatím ne.

D: Dobře, ještě bych se chtěl zeptat, vy jste víckrát zmínila to slovo „gamebook“, mohla byste mi prosím vysvětlit, co to vlastně je?

U: Anoo (smích), se omlouvám. Gamebook je prapůvodně, tak jak byl dračák, že jo. Tak byla knížka, ve které jste si přečetl otázku a podle toho, jak jste se rozhodl, co uděláte, bylo tam víc možností, jako jakoby můžete v té hře pokračovat, tak co jste se rozhodl, tak vás odkázalo na nějakou další stránku. Tak jste nalistoval tu stránku, tam byla další otázka a takto jste vlastně tou hrou proplouval a těch možností, kudy tou hrou se dát, bylo víc. A ten gamebook se dá hezky jakoby napasovat na nějakou matematickou pasáž. Takže vlastně máte jako součást toho gamebooku matematické otázky, hádanky, nějak zase zakuklené vlastně to „know how“, které znají z těch hodin. No a to jenom přetavíte do nějakého příběhu, kterým se prokousávají a vždycky na ně čeká třeba nějaká nástraha. A ta nástraha je třeba nějaká logická hádanka a když ji vyřeší a myslí si, že je to takhle, tak jdou někam, když ji vyřeší jinak, tak jdou jinam. Někdy se ta cesta větví, že je fakt v pořádku třeba, že jsou dvě správný řešení a můžou jít i dvěma cestami. Někdy je jedna z těch cest, nebo jsou tam i tři, nebo čtyři možnosti kudy můžou jít, jo to záleží. A když jdou špatnou cestou, tak se snažím zase tady ty gamebooky pro ty svoje děti dělat tak, aby je to naučilo, co udělaly špatně. Takže oni zjistí, že něco udělaly špatně, mají nějakou penalizaci. Buď to třeba, jenom já nevim, ztrátu života, třeba sbírají po cestě nějaký indicie, tak ztráta nějaké indicie, nebo je to jenom prostě vrátí o jedno to stanoviště zpátky a ztratí ten čas, protože se musí rozhodovat znovu. Ale mělo by být součástí toho taky vysvětlení, proč se rozhodli špatně, proč tahle odpověď nefungovala. A jak to má být správně, nebo je to posunout, jakoby na tu cestu toho správného rozhodnutí. Takže takhle vlastně oni prochází a na konci většinou sbírají třeba indicie, na konci může být nějaký poklad. Že vlastně z těch indicií vlastně rozkódují nějaký slovo, který potom vlastně přes nějaký kódovanej zámek přetaví do nějakýho číselnýho kódu a otevřou si truhlici s pokladem, kde na ně čeká prostě nějaká odměna a tak. (smích)

D: Dobře, děkuju za dovysvětlení. Tak to je vše, děkuju moc za rozhovor, za Vaše názory a pohledy na věc.

U: Není za co.

Příloha 10 *Rozhovor 2*

D: Jaké jsou prosím Vás Vaše vlastní zkušenosti se šifrováním? Účastnila jste se někdy nějaké šifrovací hry?

U: Aahm. Ne, žádné šifrovací hry jsem se nikdy neúčastnila.

D: Dobře a například únikové hry?

U: Aahm. Únikové hry, tak možná minimálně. Ale takových těch organizovaných jako, kde můžeš jít a zaplatit si to ve městě někde, tak to ne. Jediný takový třeba na internetu, ale málo.

D: A chodila jste někdy třeba do skautu?

U: Do skautu ne. Chodila jsem do pionýra. (smích)

D: (smích) Dobře, a tam jste se nesetkala s nějakýma šiframa, typem morseovky třeba a tak dál?

U: Ehm, no asi morseovka jo. Ale už si to úplně přesně nevzpomínám, ale morseovku asi jo.

D: Dobře, ehm, zkoušela jste už někdy v matematice zařazovat šifry nebo tady ta naše zkušenost byla Vaše první?

U: Vyloženě, abych to pojmenovala jako šifry, tak ehm ne. Ale takové nějaké… spíš nějaké logické řady, nebo hledání obrázků, nebo něco takového. Ale šifru jako takovou ne… No počkej… teď si vlastně vzpomínám, že jsem kdysi děckám dávala nějaký příklad, který jsem měla a oni tam na základě dělitelnosti čísla vybarvovaly nějaký čtverečky a z toho jim vyšel rok. Tak to by mohlo být jako šifrovací příklad. (smích)

D: Jojo, to je dobrý… ahm a vidíte nějaký přínos šifrovacích aktivit a pokud ano, tak v čem?

U: Tak mně se to líbilo, protože mám pocit, že to je takový jako ozvláštnění té výuky, že to děcka bavilo, že se zabavily zase trochu jiným způsobem. Takže si myslím, že jo. Že čas od času na takové uvolnění té výuky, aby se zabavily a na tu spolupráci ve skupině, si myslím, že je to jako dost dobré, nebo přímo skvělé.

D: Ahm, a myslíte, že to dokáže rozvíjet i nějakou matematickou dovednost? Napadá Vás nějaká konkrétní matematická dovednost, kterou by tohle mohlo rozvíjet?

U: No, určitě, takové logické myšlení. To určitě. No a samozřejmě, podle toho jak je ta šifra postavená, tak jsi mně ukázal, že to může rozvíjet v podstatě i znalosti matematické. Jo. Takže i ty dovednosti početní a prohlubovat i ty matematické znalosti. Ehm no a ještě každopádně je to nutí přemýšlet, i kdyby to nebylo žádný matematický, tak je to prostě ehm nutí přemýšlet. Není to něco, co jim naservíruješ, ale nutí je to myslet a vymýšlet a dělat něco samostatně.

D: Dobře, a naopak z druhého úhlu pohledu. Vidíte nějakou nevýhodu těchto aktivit, která by bránila jejich zařazování do výuky?

U: Hmmm, časová náročnost. (smích) Jakože pořád mám pocit, že na to není čas.

D: Rozumím.

U: Ale jinak tomu asi nic nebrání, aby se tam zařazovaly. A když je chuť učitele je tvořit, tak je to určitě dobrý.

D: Dobře, ahm, účastní se děti na Vaší škole nějakých šifrovacích her, jako je například Technoplaneta nebo Brloh?

U: Ne. Ne. Nedělali jsme je.

D: Dobře, a slyšela jste někdy o nich?

U: Ne, ta Technoplaneta ne. Ten Brloh možná, možná někdy, to mně něco říká, že nám přichází mailem možná nějaký odkaz, že se můžou děti jako zaregistrovat. Na druhou stranu ono těch soutěží už je tolik, že už to prostě ani nečtu tady ty věci. Takže ne. A Technoplanetu, to vůbec nevím, to mně nic neříká.

D: Aha, dobře. Ahm a používá někdo z Vašich kolegů šifry ve výuce?

U: Ahm, myslím si, že ne.

D: Myslíte, že ne. Dobře.

U: Když to tak beru, tak nás tam prošlo poměrně dost, nebo prošlo, to jsme tam už byli jedna, dva tři… čtyři. A myslím, teda, že o nikom nevím, že by šifry jako takové používal. Jako něco jiného je, když se jim dá nějaká taková logická úloha nebo doplň nějakou řadu. Ale šifru jako takovou, jak jsi měl, to ne.

D: A kdybychom to vzali ještě mimo předměty, třeba v nějakých předvánočních hodinách, nebo jestli jste měli nějaký teambuildingy se třídou třeba, neorganizovala jste někdy pro ně nějakou takovouto hru, kde by se šifry využívaly?

U: Ne, ne. I když vlastně, teď mě napadá… že kolega vytvářel jednu šifrovací hru před Vánoci pro svou třídu. Schoval jim ve škole poklad a dal jim k tomu nějaké jednoduché šifry, co museli vyřešit, aby to našli.

D: Ahm.To zní fajn… Ještě mě napadá – nemáte ve škole nějaký kroužek, který by zahrnoval nějaký logický hry nebo něco takového?

U: Aahm, ne, ne. Já jsem chtěla v rámci těch šablon ty deskový hry. To jsem se bavila s panem ředitelem, že bych si to vzala a že bych tam nějaký ty logický hry jako vložila. Ale, že by úplně šifry, to si nejsem jistá, jestli bych je tam úplně dávala. Ale nakonec se to dalo do družiny, takže my to na druhém stupni ty deskové hry teď vůbec nemáme. To má jen první stupeň, takže si myslím, že oni tam spíš hrají nějaký ty opravdu deskový hry.

D: Aha, rozumím. Dobře, tak to je vše. Děkuju za rozhovor.

U: Není za co.