Studijní program
P1102 Matematika

Studijní obor
P1101 Algebra a geometrie

Akreditace do 1. března 2018

Garantuje
Katedra algebry a geometrie
Přírodovědecká fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci

STUDIJNÍ POVINNOSTI STUDENTŮ VE ČTYŘLETÉM DSO ALGEBRA A GEOMETRIE

Obsah

1. Studijní předměty a zkoušky

Společný základ 4letých DSP na PřF UPv Olomouci

- Management vědy a výzkumu
- Vědeckovýzkumná stáž
- Anglický jazyk pro doktorské studium

Dílčí zkoušky DSO Algebra a geometrie

Subprogram algebra:

- Universální algebra (Universal Algebra)
- Teorie svazů (Lattice Theory)
- Uspořádané grupy (Ordered Groups)
- Matematická logika (Mathematical Logic)
- Teorie množin (Set Theory)
- Topologie (Topology)

Subprogram geometrie:

- Klasická diferenciální geometrie (Classical Differential Geometry)
- Diferencovatelné variety (Differentiable Manifolds)
- Okruhy a moduly (Theory of Rings and Modules)
- Topologie (Topology)
- Riemannovská geometrie (Riemannian Geometry)
- Teorie difeomorfismů na varietách (Theory of Diffeomorphisms on Manifolds)
- Algebraická geometrie (Algebraic Geometry)
- Projektivní geometrie (Projective geometry)

Společný základ – anotace předmětů dílčích zkoušek

Management vědy a výzkumu
Garant: Prof. RNDr. Zdeněk Dvořák, DrSc. Ph.D.

Kurz je tvořen několika moduly, které mají obecnější charakter – na rozdíl od typických úzce zaměřených kurzů, které dnes studenti DSO obvykle absolvují. Absolvováním kurzu získají mimo jiné základní přehled o možnostech čerpání prostředků z evropských zdrojů. Absolvent bude seznámen se základy rétoriky, umění argumentace a bude ovládat techniku přípravy a realizace prezentací. Modul Psaní vědeckých prací umožní absolventům, aby se naučili obecným základům vědecké strategie poznávání a získali některé dovednosti potřebné k publikování vědeckých výsledků v mezinárodním časopisu a vědeckých konferencích, které se jinak získávají až dlouhodobou praxí. Modul Právní minimum poskytuje základní přehled v oblasti občanského a pracovního práva, užitečný i ve školské praxi.

Literatura:
- e-learningové materiály pro účastníky kurzu

Vědeckovýzkumná stáž
Garant: Prof. RNDr. Josef Molnár, CSc.

Tato stáž slouží k rozšíření znalostí doktoranda a souvisí s tématem jeho disertační práce. Výsledky stáže musí student obhájit formou závěrečné zprávy. Student je motivován za pomoci školitele a školícího pracoviště připravit výzkumný program/žádost o grant pro stáž na zahraničním spolupracujícím pracovišti a v soutěži získat prostředky na její dofinancování např. z fakultních projektů pro podporu internacionalizace studia (RP MŠMT), projektu Erasmus, studentských grantů FRVŠ apod. U studentů kombinovaného studia zaměstnaných na plný úvazek lze stáž rozdělit na několik částí.
Literatura:
- Dle požadavků hostujícího pracoviště.

Angličtina pro doktorské studium
Garant: PhDr. Olga Vítkovská

Cílem předmětu je vybavit studenta takovou znalostí anglického jazyka, aby byl schopen prezentovat výsledky své práce na konferencích, reagovat na dotazy a účastnit se diskusí. Obsahem předmětu Anglický jazyk pro studenty čtyřletého studijního programu je rozšiřování slovní zásoby, mluvnických struktur a jazykových dovedností, tj. schopnosti čtení s porozuměním, poslechu, písemného a ústního projevu na úrovni B2 až C1 podle Společného evropského referenčního rámce.

Ukončení předmětu:
Písemná zkouška z obecného jazyka odpovídající jazykové úrovni B2 až C1.
Písemná prezentace výsledků doktorského studia.
Přednáška v angličtině o výsledcích doktorského studia.

Literatura:
- Black M., Capel A.: Cambridge Objective IELTS Advanced, Cambridge: Cambridge University Press 2006
- Black M., Sharp W.: Cambridge Objective IELTS Intermediate, Cambridge: Cambridge University Press 2006

Student si volí jeden ze dvou subprogramů – algebra, geometrie

Subprogram algebra – anotace předmětů dílčích zkoušek
Garant subprogramu: Prof. RNDr. Ivan Chajda, DrSc.

Universální algebra (Universal Algebra)
Garant: Prof. RNDr. Ivan Chajda, DrSc.

Cílem předmětu je získání znalostí v universální algebře v následujícím rozsahu:
Pojem algebry, podalgebry, homomorfismu a kongruence.
Homomorfní obrazy, věta o homomorfismu a věty o isomorfismech.
Direktní a subdirektní součiny a rozklady, subdirektně ireducibilní algebry.
Volné algebry daného typu, termy. Volné algebry ve třídách algeber. Vlastnost universálního zobrazení.
Termy. Svaz kongruencí. Mal´cevovo lemma.
Identity, variety algeber. Birkhoffovy věty. Ekvacionální logika, deduktivní uzávěr.
Kongruenční podmínky. Mal´cevovské podmínky.
Funkčně úplné a primální algebry.

Literatura:
- S.Burris, H.P.Sankappanavar: A Course in Universal Algebra, Springer Verlag,1981.
- I.Chajda, K.Glazek: A Basic Course on General Algebra, Technical University Zielona Góra, 2000.
- G.Grätzer: Universal Algebra, second ed., Springer Verlag,1979.
- Skriptum: I.Chajda: Teorie svazů a universální algebra, Olomouc 2013

Teorie svazů (Lattice Theory)
Garant: Prof.Mgr.Radomír Halaš,Dr.

Cílem předmětu je získat základní znalosti o uspořádaných množinách, polosvazech a svazech, a to v následujícím rozsahu:
Pojem uspořádání a kvaziuspořádání na množině, supremum a infimum.
Polosvazy jako algebry a jako uspořádané množiny.
Svazy jako uspořádané množiny a jako algebry.
Úplné svazy, věta o pevném bodě. Uzávěrové operátory a uzavřené množinové systémy.
Modulární, distributivní a komplementární svazy. Relativně komplementární svazy.
Ortomodulární svazy.
Pseudokomplementární a relativně pseudokomplementární svazy.
Kongruence a homomorfismy na svazech. Ideály a jádra kongruencí.
Geometrické svazy.
Variety svazů.
Aplikace svazů: konceptuální svazy, algebraizace logik.

Literatura:
- G.Birkhoff: Lattice Theory, 3rd ed.,Publ.Amer.Math.Soc., R.I.,1967.
- G.Grätzer: Lattice Theory: Foundation, Springer Basel, 2011.
- L.Beran: Orthomodular Lattices, Algberaic Approach. D.Reidel, Dordrecht 1985.
- Skriptum: I.Chajda: Teorie svazů a universální algebra, Olomouc 2013.

Teorie množin (Set Theory)
Garant: Doc. Mgr. Michal Botur, PhD.

Cílem předmětu je získat základní znalosti v teorie množin, nezbytné pro hlubší studium algebry. Rozsah předmětu je následující:
Pojem množiny, podmnožiny, systému podmnožin. Uzávěrový systém.
Mohutnosti množin, diagonální princip.
Kardinální čísla, kardinální aritmetika, ordinální aritmetika.
Axiomy teorie množin (Zermelo-Fraenkel, Hilbert-Bernays).
Axiom výběru, Zermelovo lemma, úplně uspořádané množiny.
Hypotéza kontinua, zobecněná hypotéza kontinua. Nezávislost AC a HC na Zermelo-Fraenkel axiomatickém systému.
Löwenheim-Skolemova věta. Gödelovy věty.

Literatura:

- B.Balcar, P.Štěpánek: Teorie množin, Academia Praha 1986.
- T.Jech: Set Theory, Academic Press, New York, 1978.
- A.Levy: Basic Set Theory, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1979.

Uspořádané grupy (Ordered Groups)
Garant: Prof. RNDr. Jiří Rachůnek, DrSc.

Cílem předmětu je získat základní znalosti o uspořádaných grupách a dalších uspořádaných algebraických systémech, používaných zejména v aplikacích v logice, algebře a jiných oblastech matematiky. Rozsah předmětu je dán tímto výčtem:
Uspořádané grupy (po-grupy), svazově uspořádané grupy (l-grupy).
Homomorfimy a izomorfimy po-grup a l-grup.
Konvexní l-podgrupy a l-ideály l-grup.
Prvopodgrupy, regulární podgrupy a poláry l-grup.
Význačné variety l-grup (zejména abelovské l-grupy, reprezentovatelné l-grupy, l-grupy s normálními hodnotami).
Svaz variet l-grup.

Literatura:

- Bigard, A., Keimel, K., Wolfenstein, S.: Groupes et Anneaux Réticulés. Springer, Berlin, 1977.
- Darnel, M.R.: Theory of Lattice-Ordered Groups. Marcel Dekker, New York, 1995.
- Glass, A.M.W.: Partially Ordered Groups. World Scientific, Singapore, 1999.

Topologie (Topology)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti topologických prostorů v rozsahu potřebném pro práci v algebře. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Pojem topologie a uzávěru. Uzávěrové systémy na množině. Báze a subbáze topologického prostoru.
Axiomy oddělování. Spojitá zobrazení, homeomorfismy.
Souvislost. Kompaktnost. Součinové topologie.
Metrické topologické prostory. Urysohnovo metrizační lemma.
Úplné prostory, konvergence. Sítě.

Literatura:

- MUNKRES, James R.. *Topology*. [s.l.] : Prentice hall, 1999. ISBN 0-13-181629-2.

- PULTR, Aleš. *Úvod do topologie a geometrie*. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1982.
- Sinyukov N., Matveenko. Topologie. Moskva, 1983.

Matematická logika (Mathematical Logic)
Garant: Prof. RNDr. Radim Bělohlávek, DSc.

Kurz je zaměřen na matematickou logiku, a to jak klasickou, tak na logiky neklasické. Rozsah kurzu je následující: Důraz je kladen na věty o úplnosti těchto logik a na zvládnutí související teorie. Zařazeny jsou však i pokročilejší partie z logiky.

1. Úvod a výroková logika
   Předmět logiky: logika v průniku řady disciplín, historický vývoj, matematická logika, význam pro informatiku.
   Výroková logika: jazyk výrokové logiky, formule, pravdivostní ohodnocení, pravdivostní ohodnocení formulí, sémantické vyplývání, tautologie, splnitelné formule, normální formy, tabulková metoda.
   Axiomatický systém VL: axiomy, odvozovací pravidla, pojem důkazu, věty o dedukci, o nahrazení, o ekvivalenci, o neutrální formuli. Teorie, bezespornost, věta o korektnosti a úplnosti (slabá a silná verze).
2. Základní pojmy predikátové logiky
   Predikátová logika: jazyk, termy, formule a základní syntaktické pojmy; sémantika: struktury pro predikátovou logiku, ohodnocení, ohodnocení termů a formulí, tautologie, splnitelné formule, sémantické vyplývání a základní sémantické pojmy, struktura a model teorie.
   Axiomatický systém PL: axiomy, odvozovací pravidla, pojem důkazu, věta o dedukci, rozšíření a konzervativní rozšíření, věta o konstantách, věta o variantách, bezespornost. Jazyky s rovností.
3. Úplnost predikátové logiky
   Věta o korektnosti. Úplnost PL: henkinovská teorie a věta o henkinovském rozšíření, úplná teorie a věta o zúplnění. Modely z konstant, věta o kanonické struktuře, věta o úplnosti. Věta o kompaktnosti. Omezení PL: vlastnosti struktur, které nelze vyjádřit teoriemi prvního řádu (např. konečnost modelů). Prenexní tvar formule, Hilbert-Ackermannova věta, Herbrandova věta.
4. Vybrané negativní výsledky v logice.
   Neúplnost (Gödelovo číslování, aritmetizace logiky, první Gödelova věta o neúplnosti), nerozhodnutelnost (a rozhodnutelnost) vybraných problémů v logice.
5. Úvod do vybraných rozšíření klasické logiky.
   Modální a temporální logiky, fuzzy logiky, pravděpodobnostní logiky.

Literatura:

- Mendelson E. *Introduction to Mathematical Logic*. Chapman & Hall, UK (fourth edition), 1997. ISBN 0-412-80830-7.
- Sochor A. *Klasická matematická logika*. Karolinum, Praha, 2001. ISBN 80-246-0218-0.
- Nerode A., Shore R. A. *Logic for Applications*. Springer-Verlag, New York (second edition), 1997. ISBN 0-387-94893-7.
- Švejdar V. *Logika: neúplnost, složitost a nutnost*. Academia, Praha, 2002. ISBN 80-200-1005-X.
- Zhongwan L. *Mathematical Logic for Computer Science*. World Scientific (druhé vydání), 1998. ISBN 981-02-3091-5.
- Ben-Ari M. *Mathematical Logic for Computer Science*. Springer-Verlag, London (druhé vydání), 2001. ISBN 1-85233-7.

Subprogram geometrie – anotace předmětů dílčích zkoušek
Garant subprogramu: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Okruhy a moduly (Rings and Modules)
Garant: Prof. RNDr. Ivan Chajda, DrSc.

Kurz je zaměřen na rozšíření základních znalostí o okruzích a modulech pro užití v geometrii. Rozsah kurzu je následující:
Pojem okruhu, podokruhu, oboru integrity a tělesa
Ideály v okruzích, faktorový okruh dle ideálu
Dělitelnost v oborech integrity, obory integrity hlavních ideálů
Vnoření oboru integrity do tělesa, vnoření polokruhu do okruhu
Moduly, podmoduly, faktorové moduly
Grupy homomorfismů modulů
Direktní součiny a součty modulů
Volné, projektivní a injektivní moduly
Artinovské a Noetherovské moduly
Jednoduché moduly. Radikály okruhů

Literatura:

- I.T.Adamson: Rings, modules and algebras, Oliver and Boyd, Edinburg, 1971.
- J.Lambek: Lectures on rings and modules, Waltham, Mess., 1966.
- D.G.Northcott: Lessons on rings, modules and multiplicities, Cambridge, 1968
- Skriptum: I.Chajda: Okruhy a moduly, Olomouc 2003.

Algebraická geometrie (Algebraic Geometry)
Garant: Doc. RNDr. Marek Jukl, PhD.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti teorie algebraických variet v rozsahu potřebném pro práci v geometrii.
Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky: komutativní algebra, afinní uzavřené množiny, algebraické variety, regulární funkce na afinních uzavřených množinách, racionální funkce na algebraických varietách, dimenze algebraické variety.

Literatura:

- M. Baldassarry: Algebraic varieties, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1956
- J. Bureš, J. Vanžura: Algebraická geometrie, SNTL, Praha 1989
- R. Šafarevič: Osnovy algebraičeskoj geometrii, Nauka, Moskva 1972

Topologie (Topology)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti topologických prostorů v rozsahu potřebném pro práci v algebře. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Pojem topologie a uzávěru. Uzávěrové systémy na množině. Báze a subbáze topologického prostoru.
Axiomy oddělování. Spojitá zobrazení, homeomorfismy.
Souvislost. Kompaktnost. Součinové topologie.
Metrické topologické prostory. Urysohnovo metrizační lemma.
Úplné prostory, konvergence. Sítě.

Literatura:

- MUNKRES, James R.. *Topology*. [s.l.] : Prentice hall, 1999. ISBN 0-13-181629-2.
- PULTR, Aleš. *Úvod do topologie a geometrie*. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1982.
- Sinyukov N., Matveenko. Topologie. Moskva, 1983.

Projektivní roviny a prostory (Projective planes and spaces)
Garant: Doc. RNDr. Marek Jukl, PhD.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti projektivní geometrie v rozsahu potřebném pro práci v geometrii.
Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
projektivní a afinní rovina jako incidenční struktura, ternární struktury a koordinatizace afinní a projektivní roviny, kolineace, roviny desarguesovské, pappovské, moufangovské; projektivní prostor, projektivní prostor nad tělesem, fundamentální věty projektivní geometrie, projektivní prostor nad okruhem, Klingenbergova projektivní geometrie.

Literatura:

- E. Artin: Geometričeskaja algebra, Nauka, Moskva 1969
- F. Buekenhout: Handbook of incidence geometry, Elsevier, N. York 1994
- M. Hall: The theory of Groups, American Mathematical Soc., 1976
- F. W. Stevenson: Projective planes, Polygonal Pub. House, 1992

Klasická diferenciální geometrie (Classical Differential Geometry)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti diferenciální geometrie křivek a ploch v rozsahu potřebném pro práci v geometrii. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Pojem křivky, křivosti, určenosti křivek a jejich dotyků. Pojem plochy, tečné roviny, křivostí, Gaussových a Weiengartenových formulí, Gaussových a Peterson-Codazziových formulí, Theorema Egregium, speciální křivky a sítě, teorie geodetických křivek, speciální plochy: rozvinutelné, konstantní křivosti, minimální.

Literatura.

- Doupovec, M. Diferenciální geometrie a tenzorový počet. VUT Brno, 1999.
- Gray A. Differential geometry. CRC Press Inc., 1994.
- Pogorelov, A. V. Diferencialnaja geometrija.. Nauka Moskva, 1969.
- Metelka, J. Diferenciální geometrie. SPN Praha, 1969.
- Oprea, J. Differential geometry and its aplications. MAA Pearson Educ., 2007.
- Budinský B. Kepr B. Základy diferenciální geometrie s technickými aplikacemi. SNTL Praha, 1970.
- Kolář, I., Pospíšilová, L. Diferenciální geometrie křivek a ploch. Brno
- Berger, M. Geometry I, II. Universitext Springer-Verlag Berlin, 1987.

Diferencovatelné variety (Differentiable Manifolds)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti diferenciální diferencovatelných variet v rozsahu potřebném pro práci v geometrii. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Diferencovatelné variety a diferencovatelná zobrazení. Tečné prostory, tečná zobrazení, vektorová pole, Lieova závorka. Tenzorová algebra, tenzorové pole na varietě. Afinní (lineární) konexe, kovariantní derivování, tenzor křivosti a torze. Paralelní přenos, geodetické křivky. Lieovy grupy transformací.

Literatura.

- Doupovec, M. Diferenciální geometrie a tenzorový počet. VUT Brno, 1999.
- Oprea, J. Differential geometry and its aplications. MAA Pearson Educ., 2007.
- Kolář, I. Základy analýzy na varietách. MU Brno, 2001.
- Eisenhart L.P. Riemannian geometry, 1948.
- Mikeš J. and all. Geodesic mappings and some generalizations. Olomouc, 2009

Riemannovská geometrie (Riemannian Geometry)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti (pseudo-) Riemannových variet v rozsahu potřebném pro práci v geometrii. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Riemannova metrika, existence metrik na varietě, délka vektorů a křivek, obsah oblasti, úhel mezi vektory a křivkami. Levi-Civitova konexe a Christoffelovy symboly, Riemannův a Ricciho tenzor a jejich vlastnosti. Paralelní přenos v Riemannových prostorech, geodetické křivky a jejich vlastnosti. Geodetické a n-ortogonální soustavy souřadnic. Teorie křivosti v Riemannových prostorech, teorie ploch a nadploch Riemannových prostorů. Frenetovy formule pro křivky v Riemannových prostorech.

Literatura:

- Doupovec, M. Diferenciální geometrie a tenzorový počet. VUT Brno, 1999.
- Eisenhart L.P. Riemannian geometry, 1948.
- Petrov A.Z. Einstein spaces. Pergamon Press, 1969.
- Kobayashi S.,Nomizu K. Foundations of Differential geometry I, II. Willey, 1969.
- Sinyukov, N. S. Geodesic mappings of Riemannian spaces. Nauka Moskva, 1979.
- Mikeš, J., Vanžurová, A., Hinterleitner, I. Geodesics Mappings and some generalizations. Olomouc, Palackého univerzita, 2009.
- Mikeš J., Radulovič Ž.,Gavrilčenko M.L. Geodetická zobrazení a deformace Riemannových prostorů. Podgorica, 1997.

Teorie difeomorfismů variet (Theory of Diffeomorphisms of Manifolds)
Garant: Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Cílem předmětu je získat přehledné znalosti speciálních difeomorfizmů (pseudo-) Riemannových variet a jejich zobecnění v rozsahu potřebném pro práci v geometrii. Zejména se jedná o zvládnutí následující problematiky:
Izometrická, konformní, geodetická, holomorfně-projektivní a F-planární zobrazení, transformace a deformace prostorů s afinní konexí a Riemannových prostorů. Fundamentální rovnice a vlastnosti uvedených zobrazení, transformací a deformací.

Literatura:

- Eisenhart L.P. *Riemannian geometry*, 1948.
- Petrov A.Z. *Einstein spaces*. Pergamon Press, 1969.
- Kobayashi S.,Nomizu K. *Foundations of Differential geometry I, II*. Willey, 1969.
- Sinyukov, N. S. *Geodesic mappings of Riemannian spaces*. Nauka Moskva, 1979.
- Mikeš, J., Vanžurová, A., Hinterleitner, I. *Geodesics Mappings and some generalizations*. Olomouc, Palackého univerzita, 2009.
- Mikeš J., Radulovič Ž.,Gavrilčenko M.L. *Geodetická zobrazení a deformace Riemannových prostorů*. Podgorica, 1997.

2. Další studijní povinnosti

Všeobecné studijní povinnosti studenta DSP stanoví „Studijní a zkušební řád Univerzity Palackého v Olomouci“ a „Opatření děkana PřF upravující ustanovení Studijního a zkušebního řádu UP v Olomouci“ (viz www.prf.upol.cz)

V rámci DSO Algbera a geometrie je student povinen

- publikovat v domácích a zahraničních odborných časopisech
  („Výsledky prezentované v disertační práci musí být zveřejněny nejméně ve dvou recenzovaných publikacích, kde je student doktorského studia autorem a nejméně jedna z těchto publikací musí být zveřejněna ve všeobecně uznávaném mezinárodním vědeckém časopisu…“ – výňatek z „Opatření děkana…“)
- prezentovat výsledky na domácích a zahraničních konferencích a seminářích
- publikovat ve sbornících z domácích a zahraničních konferencí a seminářů
- zapojit se do vědecké a pedagogické činnosti na školícím pracovišti.
  (podílet se na řešení aspoň jednoho grantového projektu, interní studen - vést v semestru v průměru 2-4 vyučovací hodiny seminářů nebo cvičení týdně)

3. Státní doktorská zkouška

Spolu s přihláškou ke SDZ odevzdává kandidát stručnou anotaci své disertační práce.

Subprogram algebra

Předměty SDZ

- Universální algebra (Universal Algebra)
- Teorie svazů (Lattice Theory)
- Uspořádané grupy (Ordered Groups)
- Matematická logika (Mathematical Logic)
- Teorie množin (Set Theory)
- Topologie (Topology)

Tématické okruhy k SDZ

Universální algebra
Pojem algebry, podalgebry, homomorfismu a kongruence.
Homomorfní obrazy, věta o homomorfismu a věty o isomorfismech.
Direktní a subdirektní součiny a rozklady, subdirektně ireducibilní algebry.
Volné algebry daného typu, termy. Volné algebry ve třídách algeber. Vlastnost universálního zobrazení.
Termy. Svaz kongruencí. Mal´cevovo lemma.
Identity, variety algeber. Birkhoffovy věty. Ekvacionální logika, deduktivní uzávěr.
Kongruenční podmínky. Mal´cevovské podmínky.
Funkčně úplné a primární algebry.

Topologie
Pojem topologie a uzávěru. Uzávěrové systémy na množině. Báze a subbáze topologického prostoru.
Axiomy oddělování. Spojitá zobrazení, homeomorfismy.
Souvislost. Kompaktnost. Součinové topologie.

Metrické topologické prostory. Urysohnovo metrizační lemma.
Úplné prostory, konvergence. Sítě.

Matematická logika
Klasická dvouhodnotová logika, souvislost s Booleovými algebrami.
Predikátová logika prvního stupně. Relace, odvozovací pravidla, kvantifikátory.
Úplnost predikátové logiky
Modalita, vícehodnotové logiky. Logika Lukasieviczova a Postova.
Fuzzy logiky, souvislost s reziduovanými svazy.

Teorie množin
Pojem množiny, podmnožiny, systému podmnožin. Uzávěrový systém.
Mohutnosti množin, diagonální princip.
Kardinální čísla, kardinální aritmetika, ordinální aritmetika.
Axiomy teorie množin (Zermelo-Fraenkel, Hilbert-Bernays).
Axiom výběru, Zermelovo lemma, úplně uspořádané množiny.
Hypotéza kontinua, zobecněná hypotéza kontinua. Nezávislost AC a HC na Zermelo-Fraenkel axiomatickém systému.

Uspořádané grupy
Uspořádané grupy (po-grupy), svazově uspořádané grupy (l-grupy).
Homomorfimy a izomorfimy po-grup a l-grup.
Konvexní l-podgrupy a l-ideály l-grup.
Prvopodgrupy, regulární podgrupy a poláry l-grup.
Význačné variety l-grup (zejména abelovské l-grupy, reprezentovatelné l-grupy, l-grupy s normálními hodnotami).
Svaz variet l-grup.

Subprogram geometrie

Předměty SDZ

- Okruhy a moduly (Theory of Rings and Modules)
- Algebraická geometrie (Algebraic Geometry)
- Topologie (Topology)
- Projektivní roviny a prostory (Projective planes and spaces)
- Klasická diferenciální geometrie (Classical Differential Geometry)
- Diferencovatelné variety (Differentiable Manifolds)
- Teorie difeomorfismů na varietách (Theory of Diffeomorphisms on Manifolds)
- Riemannovská geometrie (Riemannian Geometry)

Tématické okruhy k SDZ

Okruhy a moduly (Rings and Modules)
Pojem okruhu, podokruhu, oboru integrity a tělesa, Ideály v okruzích, faktorový okruh dle ideálu. Dělitelnost v oborech integrity, obory integrity hlavních ideálů. Vnoření oboru integrity do tělesa, vnoření polokruhu do okruhu. Moduly, podmoduly, faktorové moduly. Grupy homomorfismů modulů. Direktní součiny a součty modulů. Volné, projektivní a injektivní moduly. Artinovské a Noetherovské moduly. Jednoduché moduly. Radikály okruhů.

Algebraická geometrie (Algebraic Geometry)

Komutativní algebra, afinní uzavřené množiny, algebraické variety, regulární funkce na afinních uzavřených množinách, racionální funkce na algebraických varietách, dimenze algebraické variety.

Topologie (Topology)
Pojem topologie a uzávěru. Uzávěrové systémy na množině. Báze a subbáze topologického prostoru. Axiomy oddělování. Spojitá zobrazení, homeomorfismy. Souvislost. Kompaktnost. Součinové topologie. Metrické topologické prostory. Urysohnovo metrizační lemma.
Úplné prostory, konvergence. Sítě.

Projektivní roviny a prostory (Projective planes and spaces)
projektivní a afinní rovina jako incidenční struktura, ternární struktury a koordinatizace afinní a projektivní roviny, kolineace, roviny desarguesovské, pappovské, moufangovské; projektivní prostor, projektivní prostor nad tělesem, fundamentální věty projektivní geometrie, projektivní prostor nad okruhem, Klingenbergova projektivní geometrie.

Klasická diferenciální geometrie (Classical Differential Geometry)
Pojem křivky, křivosti, určenosti křivek a jejich dotyků. Pojem plochy, tečné roviny, křivostí, Gaussových a Weiengartenových formulí, Gaussových a Peterson-Codazziových formulí, Theorema Egregium, speciální křivky a sítě, teorie geodetických křivek, speciální plochy: rozvinutelné, konstantní křivosti, minimální.

Diferencovatelné variety (Differentiable Manifolds)
Diferencovatelné variety a diferencovatelná zobrazení. Tečné prostory, tečná zobrazení, vektorová pole, Lieova závorka. Tenzorová algebra, tenzorové pole na varietě. Afinní (lineární) konexe, kovariantní derivování, tenzor křivosti a torze. Paralelní přenos, geodetické křivky. Lieovy grupy transformací.

Riemannovská geometrie (Riemannian Geometry)
Riemannova metrika, existence metrik na varietě, délka vektorů a křivek, obsah oblasti, úhel mezi vektory a křivkami. Levi-Civitova konexe a Christoffelovy symboly, Riemannův a Ricciho tenzor a jejich vlastnosti. Paralelní přenos v Riemannových prostorech, geodetické křivky a jejich vlastnosti. Geodetické a n-ortogonální soustavy souřadnic. Teorie křivosti v Riemannových prostorech, teorie ploch a nadploch Riemannových prostorů. Frenetovy formule pro křivky v Riemannových prostorech.

Teorie difeomorfismů variet (Theory of Diffeomorphisms of Manifolds)
Izometrická, konformní, geodetická, holomorfně-projektivní a F-planární zobrazení, transformace a deformace prostorů s afinní konexí a Riemannových prostorů. Fundamentální rovnice a vlastnosti uvedených zobrazení, transformací a deformací.