4 Verhältniszahlen

Das zahlenmäßige Ergebnis einer statistischen Untersuchung gewinnt häufig an zusätzlicher oder überhaupt erst an Aussagekraft, wenn es in das Verhältnis zu einer anderen Zahl gesetzt wird, die in einem sinnvollen bzw. sachlogischen Zusammenhang mit dem Ergebnis steht. So gewinnt z.B. bei der Qualitätskontrolle das Ergebnis 192 Ausschußstücke deutlich oder erst an Aussagekraft, wenn es in das Verhältnis zur hergestellten Stückzahl 21.500 gesetzt wird.

Definition: Verhältniszahl

Eine Verhältniszahl ist der Quotient aus zwei Zahlen, die in einem sinnvollen bzw. sachlogischen Zusammenhang stehen.

Neben dem Gewinn an Aussagekraft ermöglicht die Verhältniszahl ein besseres Erschließen, ein leichteres Beurteilen und ein einfacheres Einprägen eines Sachverhaltes. So läßt sich z.B. die Situation der FDP bei der Bundestagswahl 2013 anhand der Verhältniszahl "Zweitstimmenanteil 4,8%" leichter beurteilen und einfacher einprägen als anhand der Zweitstimmenanzahl von 2.083.533.

Wegen dieser großen Vorteile werden Verhältniszahlen in der Praxis sehr häufig berechnet.

Die Verhältniszahlen werden in Gliederungszahlen, Beziehungszahlen und in Meßzahlen unterteilt.

4.1 Gliederungszahlen

Wird eine Gesamtmasse in ihre Teilmassen aufge*gliedert* und dann eine Teilmasse ins Verhältnis zur Gesamtmasse gesetzt, ergibt sich eine Gliederungszahl.

Definition: Gliederungszahl

Eine Gliederungszahl ist der Quotient aus einer Teilmasse und der ihr übergeordneten Gesamtmasse.

Gliederungszahlen geben also wie relative Häufigkeiten einen Anteil bzw. eine Quote an. Dies spiegelt sich sehr häufig in den speziellen Bezeichnungen der

G. Bourier, *Beschreibende Statistik,* DOI 10.1007/978-3-658-05916-3_4,

Gliederungszahlen wie Ausschußquote, Arbeitslosenquote, Frauenquote, Durchfallquote etc. wider.

$$\text{Gliederungszahl} = \frac{\text{Teilmasse}}{\text{Gesamtmasse}} \cdot 100$$

Beispiel: Kapitalstruktur der Medicus-Klinik AG am 31.12.2013

	Mio €	%
Eigenkapital	43,3	70,9
Rückstellungen	3,9	6,3
Verbindlichkeiten	13,9	22,8
Gesamtkapital	61,1	100,0

Abb. 4.1.-1: Kapitalstruktur der Medicus-Klinik am 31.12.2013

In Abb. 4.1.-1 ist das Gesamtkapital (Gesamtmasse) in das Eigenkapital, die Rückstellungen und Verbindlichkeiten (Teilmassen) aufgegliedert. Wird z.B. das Eigenkapital in das Verhältnis zum Gesamtkapital gesetzt, so ergibt sich die Eigenkapitalquote von 70,9%.

$$\text{Eigenkapitalquote} = \frac{\text{Eigenkapital}}{\text{Gesamtkapital}} \cdot 100 = \frac{43,3}{61,1} \cdot 100 = 70{,}9\%$$

Die beiden anderen möglichen Gliederungszahlen sind in Spalte 3 der Abb. 4.1.-1 angegeben. Gliederungszahlen geben - wie das obige Beispiel deutlich zeigt - einen klaren Einblick in die innere Struktur einer Gesamtmasse. Sie erleichtern als relative Größen den Vergleich mit anderen Gesamtmassen.

4.2 Beziehungszahlen

Werden zwei verschiedenartige, wesensfremde, aber sachlich sinnvoll zusammenhängende Größen in das Verhältnis (*in Beziehung*) gesetzt, so liegt eine Beziehungszahl vor.

Definition: Beziehungzahl

Eine Beziehungszahl ist ein Quotient aus zwei verschiedenartigen, wesensfremden Größen, die in einem sachlogischen Zusammenhang stehen.

Beispiele:

$$\text{Verschuldungsgrad} = \frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Eigenkapital}} \cdot 100$$

$$\text{Eigenkapitalrendite} = \frac{\text{Gewinn}}{\text{Eigenkapital}} \cdot 100$$

$$\text{Einwohnerdichte} = \frac{\text{Zahl der Einwohner}}{\text{Fläche (qkm)}}$$

$$\text{Zigarettenkonsum pro Kopf} = \frac{\text{Zigarettenkonsum (Stück)}}{\text{Zahl der Einwohner}}$$

Die Bildung von Beziehungszahlen führt zu neuen Erkenntnissen bzw. Informationen. Diese erleichtern bzw. ermöglichen einen zeitlichen, räumlichen oder sektoralen Vergleich von Gesamtheiten.

Beziehungszahlen stellen oft einer Merkmalswertsumme (Zigarettenkonsum) die zugehörige Anzahl der Merkmalsträger (Zahl der Einwohner) gegenüber. In diesen Fällen entsprechen die Beziehungszahlen dem arithmetischen Mittel.

Bei der Bildung von Beziehungszahlen ist darauf zu achten, daß zwischen den beiden in die Rechnung eingehenden Größen ein enger sachlogischer Zusammenhang besteht. Dies ist entscheidend für die Aussagefähigkeit einer Beziehungszahl. Man denke hierbei insbesondere an die Pro-Kopf-Messungen, bei denen in der Regel aus Vereinfachungsgründen alle Personen einbezogen werden, anstatt bestimmte Personen (im obigen letzten Beispiel: Nichtraucher) auszugrenzen.

4.3 Meßzahlen

Werden zwei sachlich gleiche, aber räumlich oder zeitlich unterschiedliche Größen ins Verhältnis gesetzt, so liegt eine Meßzahl vor. Die eine Größe wird gleichsam an der anderen Größe ge*messen*.

Definition: Meßzahl

Eine Meßzahl ist der Quotient aus zwei sachlich gleichen,
aber räumlich oder zeitlich unterschiedlichen Größen.

Eine Meßzahl beschreibt, das Wievielfache bzw. wieviel Prozent die Größe im Zähler von der Größe im Nenner beträgt.

Beispiele:

$$\frac{\text{Preis 04/2014}}{\text{Preis 03/2014}} = \frac{648.000}{600.000} = 1{,}08 \text{ bzw. } 108\%$$

Der Preis in 04/2014 beträgt das 1,08-fache bzw. 108% des Preises in 03/2014. Oder: Der Preis in 04/2014 liegt um 8% über dem Preis in 03/2014.

$$\frac{\text{Arbeitslosenquote Land A}}{\text{Arbeitslosenquote Land B}} = \frac{7,2}{13,7} = 0{,}52 \text{ bzw. } 52\%$$

Die Arbeitslosenquote im Land A beträgt 52% der Quote im Land B. Oder: Die Arbeitslosenquote im Land A ist um 48% geringer als im Land B.

Meßzahlen dienen allein Vergleichszwecken. Besondere Bedeutung kommt dabei den Meßzahlen bei Zeitreihen zu, d.h. bei der Beschreibung der zeitlichen Entwicklung von Preisen, Mengen, Umsätzen etc. Bei der Bildung von Meßzahlen wird ein Zeitreihenwert als Basiswert verwendet, an dem alle anderen Zeitreihenwerte, über die zu berichten ist, gemessen werden.

$$\text{Meßzahl} = \frac{\text{Zeitreihenwert Berichtszeit}}{\text{Zeitreihenwert Basiszeit}} \cdot 100$$

Beispiel:
In Abb. 4.3.-1 ist für den Zeitraum von 1 bis 4 die Preisentwicklung in € für den Weinbrand W und den Cognac C angegeben.

Jahr	Weinbrand W		Cognac C	
	Preis (€)	Meßzahl	Preis (€)	Meßzahl
1	12,40	100,0	38,90	100,0
2	14,37	115,9	45,16	116,1
3	15,02	121,1	50,18	120,9
4	14,35	115,7	45,05	115,8

Abb. 4.3.-1: Absolute und relative Preisentwicklung

Basisperiode ist in dem Beispiel das Jahr 1 (1 = 100). An den Preisen des Basisjahres 1 werden die Preise der Berichtsjahre 2, 3 und 4 gemessen. Für den Weinbrand berechnen sich die Preis-Meßzahlen für die Berichtsjahre wie folgt:

$$\frac{14,37}{12,40} \cdot 100 = 115,9; \quad \frac{15,02}{12,40} \cdot 100 = 121{,}1; \quad \frac{14,35}{12,40} \cdot 100 = 115{,}7.$$

Die Preis-Meßzahl 121,1 gibt z.B. an: Der Preis des Weinbrands im Berichtsjahr 3 lag um 21,1% über dem des Basisjahres 1.

Zur Berechnung der relativen Veränderung einer Größe von einer Berichtszeit zu einer anderen Berichtszeit anhand von Meßzahlen gibt es zwei Möglichkeiten:

1) Differenz der Meßzahlen

Die Differenz aus zwei Meßzahlen gibt die relative Preisveränderung in Prozentpunkten an. So beträgt z.B. die Preisveränderung des Weinbrands im Jahr 3 gegenüber dem Jahr 2

$$121{,}1 - 115{,}9 = 5{,}2 \text{ \%-Punkte.}$$

Die Prozentpunkte werden in Prozente umgerechnet, indem die Prozentpunkte durch die Bezugs-Meßzahl dividiert und mit 100 multipliziert werden.

$$\frac{5,2}{115,9} \cdot 100 = 4,5\%$$

Der Weinbrand W war im Berichtsjahr 3 um 4,5% teurer als im Berichtsjahr 2.

Hinweis: Fälschlicherweise wird sehr häufig bereits die Differenz aus zwei Meßzahlen als Prozentzahl bzw. als das Endergebnis angesehen.

2) Quotient aus Meßzahlen

Der Quotient aus zwei Meßzahlen, multipliziert mit 100, gibt die relative Veränderung einer Größe direkt als Prozentzahl an. Im Beispiel:

$$\frac{121,1}{115,9} \cdot 100 = 104,5\% \quad \rightarrow \; +4{,}5\%$$

Bei der Wahl der Basisperiode ist eine Periode auszuwählen, die frei von Sondereinflüssen wie Naturkatastrophen, längeren Streiks etc. ist. Anderenfalls würden die Zeitreihenwerte an einem irregulären Basiswert gemessen mit der Folge, daß die Meßzahlen ein verzerrtes Bild der Wirklichkeit wiedergeben.

Die Meßzahlenreihen liefern eine geeignete Basis zur Beurteilung der Preisentwicklung und insbesondere zur einfachen Durchführung des Vergleichs mehrerer Zeitreihen. So ist im obigen Beispiel anhand der Meßzahlen leicht zu erkennen, daß die relative Preisentwicklung beim Weinbrand W nahezu identisch verläuft mit der des Cognacs C.

Durch eine geschickte Auswahl des Basisjahres kann der Adressat der Statistik zu bestimmten Schlußfolgerungen verleitet werden. Dies gilt insbesondere beim

Vergleich der Veränderungstendenz mehrerer Zeitreihen untereinander. Das folgende Beispiel soll dies demonstrieren. In Abb. 4.3.-2 sind der Nettoverdienst und die Ausgaben eines Industriearbeiters für die Jahre 1 bis 7 angegeben.

Jahr	Nettoverdienst			Ausgaben		
	Tsd. €	Meßzahl		Tsd. €	Meßzahl	
		Basis 1	Basis 3		Basis 1	Basis 3
1	36	100,0	105,9	33	100,0	94,2
2	35	97,2	102,9	34	103,0	97,1
3	34	94,4	100,0	35	106,1	100,0
4	37	102,8	108,8	36	109,1	102,9
5	38	105,6	111,8	37	112,1	105,7
6	40	111,1	117,6	39	118,2	111,4
7	42	116,7	123,5	40	121,2	114,3

Abb. 4.3.-2: Absolute und relative Entwicklung von Nettoverdienst und Ausgaben

Die Meßzahlenreihen für den Nettoverdienst und die Ausgaben wurden einmal zur Basis 1 (1 = 100) und einmal zur Basis 3 (3 = 100) berechnet.

Der Vergleich der beiden Meßzahlenreihen zur Basis 1 (Spalten 3 und 6) zeigt, daß die Meßzahlen für den Nettoverdienst in den Berichtsjahren ständig unter denen für die Ausgaben liegen bzw. hinterherhinken. Der Nettoverdienst ist im Berichtsjahr 7 gegenüber dem Basisjahr 1 um 16,7% gestiegen, während die Ausgaben um 21,2% gestiegen sind. Die Schlußfolgerung daraus könnte lauten, daß für den Nettoverdienst ein Nachholbedarf besteht.

Verwendet man das Jahr 3 als Basisjahr, stellt sich die umgekehrte Situation ein. Die Meßzahlen für den Nettoverdienst (Spalte 4) liegen in den Berichtsjahren ständig über denen für die Ausgaben (Spalte 7). Der Nettoverdienst ist im Berichtsjahr 7 gegenüber dem Basisjahr 3 um 23,5% gestiegen, während die Ausgaben nur um 14,3% gestiegen sind. Die Schlußfolgerung daraus könnte jetzt lauten, daß für den Nettoverdienst kein Nachholbedarf besteht.

Werden die absoluten Werte nicht genannt, dann kann der Leser von Meßzahlenreihen also über eine gezielte Festlegung der Basiszeit zu den gewünschten

Schlußfolgerungen verleitet werden. Eine entsprechende graphische Darstellung kann zusätzlich zu dieser Art von Manipulation beitragen. Beim Vergleich von Veränderungstendenzen kann es daher nützlich sein, die den Meßzahlen zugrunde liegenden absoluten Werte zum Vergleich zusätzlich heranzuziehen.

Das Beispiel macht deutlich, daß der Wahl der Basiszeit beim Vergleich von Entwicklungstendenzen eine hohe Bedeutung zukommen kann. Die Wahl der Basiszeit bedarf dann einer stichhaltigen Begründung, die im außerstatistischen Bereich liegt.

4.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen

01) Definieren Sie den Begriff Verhältniszahl!

02) Worin liegt die Bedeutung der Verhältniszahlen? Veranschaulichen Sie Ihre Aussage an einem selbstgewählten Beispiel!

03) Es werden drei Arten von Verhältniszahlen unterschieden. Beschreiben Sie die jeweiligen Eigenschaften der drei Arten, heben Sie dabei jeweils die arteigenen Vorteile hervor!

04) Nachstehend sind die betrieblichen Aufwendungen (in Tsd. €) eines Unternehmens für die beiden Jahre 1 und 5 aufgelistet:

Aufwendungen	Jahr 1	Jahr 5
Material	742	1.184
Löhne und Gehälter	529	1.052
Abschreibungen	170	412
sonstige betr. Aufwendungen	212	504
Gesamtaufwand	1.653	3.152

a) Beschreiben und vergleichen Sie mit Hilfe von Verhältniszahlen die Aufwandsstruktur in den Jahren 1 und 5!

b) Die Zahl der Beschäftigten ist von sieben im Jahr 1 auf dreizehn im Jahr 5 gestiegen. Beurteilen Sie auf dieser Basis die Veränderung der Lohn- und Gehaltsaufwendungen!

05) Vergleichen und beschreiben Sie den Mengenabsatz des Weinbrands W und des Cognacs C in den Jahren 1 bis 4 mit Hilfe von Meßzahlen! Der Mengenabsatz ist nachstehend beschrieben:

Jahr	Weinbrand W	Cognac C
	Menge (in hl)	Menge (in hl)
1	1.320	72
2	1.240	74
3	1.324	78
4	1.480	81

06) In einem Unternehmen ist der Anteil der Reklamationen gegenüber dem letzten Jahr von 3% auf 4% gestiegen. Nehmen Sie Stellung zu der Aussage, der Anteil der Reklamationen sei um 1% gestiegen!

07) Die Geschäftsleitung teilt den Arbeitnehmern mit, daß die Preise für das Kantinenessen erhöht werden müssen, da in den sieben Jahren des Kantinenbestehens die Ausgaben um 20,2% und die Einnahmen nur um 11,6% gestiegen sind. - Die Ausgaben und Einnahmen sind nachstehend angegeben.

Jahr	Ausgaben (Tsd. €)	Einnahmen (Tsd. €)
1	104	112
2	108	108
3	109	105
4	112	110
5	116	117
6	120	119
7	125	125

a) Überprüfen Sie die Richtigkeit der Aussage der Geschäftsleitung! Erstellen Sie dazu die beiden Meßzahlenreihen!

b) Was könnte der Betriebsrat unter Verwendung derselben statistischen Methode der Geschäftsleitung entgegnen? Argumentieren Sie nicht mit den €-Beträgen, sondern verwenden Sie Meßzahlen!