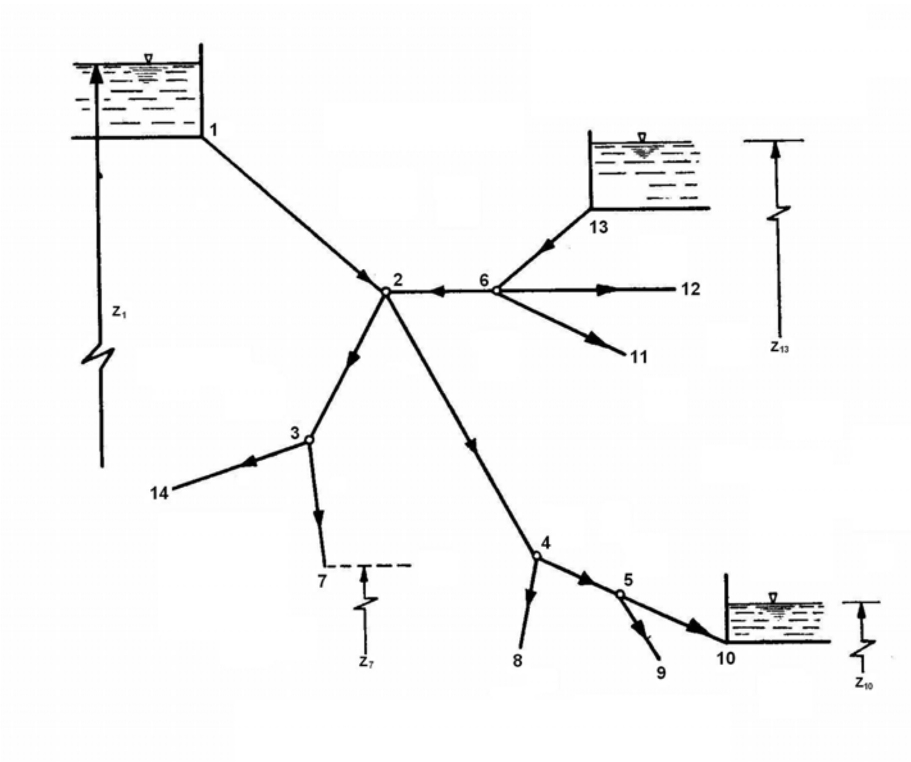
Redes abiertas.

Pág. 345 (Sotelo)

Decimos que una red de tuberías es abierta cuando los tubos que la componen se ramifican, sin intersectarse después para formar circuitos. Los extremos finales de las ramificaciones pueden terminar en un recipiente (depósito)o descargar libremente a la atmósfera (salida libre) considerando en este caso la carga de velocidad. Un ejemplo de red abierta se esquematiza en la Fig. 9.18, pág. 346 (Sotelo).



De acuerdo con los niveles de los distintos recipientes y la longitud de los tubos, se deberá **conocer o suponer la dirección** del gasto en los distintos tramos. Aplicando entonces la ecuación de la energía, entre el recipiente superior y los extremos de los tubos, resulta entonces:

$$z_1 - \left[z_j + \frac{v_j^2}{2g} \right] = \sum_1^j h \qquad \text{..... (9.15) ref. Sotelo}$$

donde:

z_j: es el nivel de la superficie libre del agua si el tubo descarga a un recipiente o bien, el nivel del centro de gravedad de la sección final, si el tubo descarga a la atmósfera; el subíndice j corresponde a las características hidráulicas en el punto j

$\sum_{1}^{j} h$: es la suma de las pérdidas de energía de los tubos que se encuentran en el recorrido, desde el punto 1 hasta el extremo j; h toma signo positivo para aquellos elementos en que la **dirección del gasto coincide con la dirección del recorrido y negativo en caso contrario**.

Por ejemplo, para el extremo 7, la ec. (9.15) es:

$$z_1 - \left[z_7 + \frac{V_7^2}{2g} \right] = h_1 + h_{23} + h_{37}$$

y para el extremo 13 se obtiene:

$$z_1 - \left[z_{13} + \frac{V_{13}^2}{2g} \right] = h_{12} - h_{26} - h_{6,13}$$

donde h_{ij} representa la suma de pérdidas locales y de fricción en el tramo que va del nudo i al extremo j.

También en cada punto de la ramificación (nudo) se satisface la ecuación de continuidad:

$$\sum Q = 0 \qquad \text{...} \quad \text{Ecc. (9.16) Sotelo}$$

y se establece como convención que los gastos que lleguen al nudo tengan signo negativo; y los que salgan tengan signo positivo.

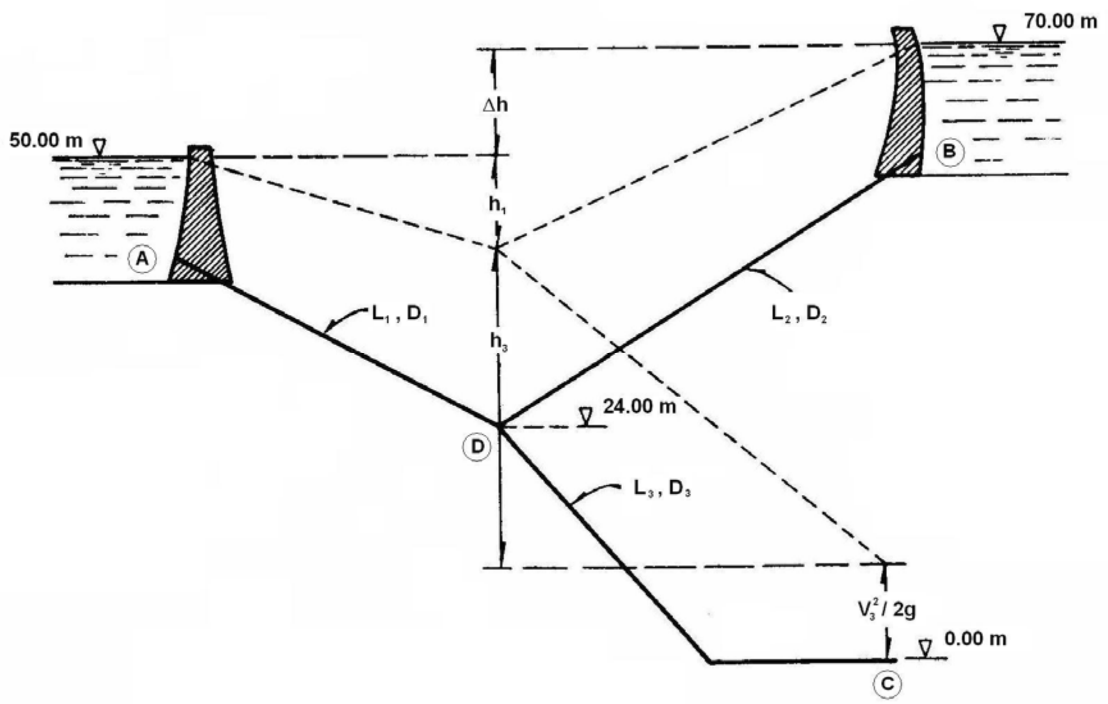
Si el problema es de revisión, el resultado será un sistema de tantas ecuaciones del tipo (9.15), como extremos finales tenga la red; y de tantas ecuaciones del tipo (9.16) como nudos existan.

Para la red de las Fig. 9.18 se pueden establecer 8 ecuaciones del primer tipo, y 5 del segundo.

Si el problema es el diseño de una red en la que se conoce su geometría y los gastos de cada tubo, se deberán elegir, por lo menos, **(l** menos **m)** diámetros de los **l** diámetros que componen la red; donde **m** representa el número de extremos finales, para evitar la indeterminación del problema ya que las ecuaciones de nudo se convierten en identidades.

Análisis de los Ingenieros José A. Gamboa Vargas, Jorge García Sosa y Roger Méndez Novelo, para este problema. En ocasiones resulta más práctico aplicar la ecuación de la energía entre algún **nudo** y el **extremo,** de modo a generar un sistema de tantas ecuaciones y tantas incógnitas de modo que el sistema sea compatible y tenga solución.

Para ejemplificar lo anteriormente expuesto, tomemos el problema 9.11 de la pág. 347 de Sotelo y propongamos la solución.



Datos: z_1, z_2, z_3 en metros

L_1, L_2, L_3 en metros

D_1, D_2, D_3 en metros

$f_1 = f_2 = f_3$ adimensional

y depende del autor que se elija.

Se pide encontrar:

Q_1, Q_2, Q_3 en m^3/seg

Para efectos de este desarrollo, el tanque **A** es el punto **1**, el tanque **B** es el punto **2**, el extremo **C** es el punto **3**; y el nudo **D** es el nudo **i**

Según la figura y de la ecuación de continuidad en el nudo **i**

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 \qquad \text{... I}$$

Aplicando la ecuación de la energía, entre "**1** y el nudo **i**"**:** "La energía en el extremo "**1**" es igual a la energía en el nudo "**i**" mas las pérdidas entre "**1**" e "**i**".

$$H_1 = H_i + h_{1i}$$

donde:

H_1 : energía o carga en el extremo "**1**" en metros.
H_i : energía o carga en el nudo "**i**" en metros.
h_{1i} : pérdida de energía entre "**1**" e "**i**" en metros.

Esta pérdida se puede escribir como:

$$h_{1i} = \frac{f_1 L_1}{D_1} * \frac{v_1^2}{2g}$$, despreciando pérdidas locales

y de este modo:

$$h_{1i} = \frac{8 * f_1 L_1}{\pi^2 g * D_1^5} * Q_1^2$$

Si hacemos $K_1 = \dfrac{8 * f_1 L_1}{\pi^2 g * D_1^5}$

entonces:

$$H_1 = H_i + K_1 * Q_1^2$$

así $Q_1 = \sqrt{\dfrac{H_1 - H_i}{K_1}}$ ... II

Generalizando este proceder y aplicando la ecuación de la energía entre los extremos y el nudo.

Así, aplicando la ecuación de la energía entre **"2** y el nudo **i" :**

$$H_2 = H_i + K_2 * Q_2^2$$

entonces $Q_2 = \sqrt{\dfrac{H_2 - H_i}{K_2}}$ III

Aplicando la ecuación de la energía entre "**i** y el extremo **3**":

$$H_i = H_3 + K_3 * Q_3^2$$

entonces $Q_3 = \sqrt{\frac{H_i}{K_3^{'}}}$ IV

Resolviendo simultáneamente I,II,III y IV, obtenemos H_i y con ello

$$Q_1, Q_2\, y\, Q_3$$

Tomemos a modo de ejemplo numérico el problema 9.11 de la página 347 del libro Hidráulica General Vol.1 de Gilberto Sotelo Ed. Limusa Vigésimosegunda Reimpresión.

Datos:

$L_1 = 680.0m$, $D_1 = 0.55m$

$L_2 = 520.0m$, $D_2 = 0.60m$

$L_3 = 800.0m$, $D_3 = 0.80m$

Calcular Q_1, Q_2, Q_3

Los tubos son de fierro fundido con 15 años, se pide utilizar Kozeny para el cálculo de f_i, en este caso $N = 30$, Tabla 8.4 sito Pág 294 del mismo Texto citado.

SOLUCIÓN:

Calculemos $f_i\, y\, K_i$

Según Kozeny:

$$f_i = \frac{2g}{[8.86 * \log D + N]^2}$$, Tabla 8.3, Pág. 294

Así: $f_1 = .0255$

$f_2 = .0249$

$f_3 = .0231$

$$K_i = \frac{8 * f_i L_i}{\pi^2 g D_i^5}$$

$K_1 = 28.5$,

$K_2 = 13.8$,

$K_3 = 4.7$

De la ecuación de continuidad en el nudo **i** podemos escribir

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 \qquad \text{.... I}$$

Si aplicamos la ecuación de la energía entre el tanque **A** y el nudo **i**

$$Q_1 = \sqrt{\frac{50 - H_i}{K_1}} \qquad \text{...II}$$

Si aplicamos la ecuación de la energía entre el tanque **B** y el nudo **i**

$$Q_2 = \sqrt{\frac{70 - H_i}{K_2}} \qquad \text{...III}$$

Si aplicamos la ecuación de la energía entre el nudo **i** y la salida **C** :

$$H_i = \frac{v_3^2}{2g} + K_3 Q_3^2$$ o sea

$$H_i = \left[\frac{8}{\pi^2 g D_3^4} + K_3 \right] Q_3^2$$

Si $K_3^{'} = \frac{8}{\pi^2 g D_3^4} + K_3$

Entonces $Q_3 = \sqrt{\frac{H_i}{K_3^{'}}}$ IV

lo cual es un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas que se reduce a resolver la siguiente ecuación cuadrática:

$$H_i^2 - 34.95 H_i + 127.66 = 0$$

cuyas soluciones algebraicas son:

$H_{i1} = 30.81m$ y $H_{i2} = 4.14m$

y tomando la primera solución y reemplazando en II, III, y IV.

Nos da

$$Q_3 = 2.51 \frac{m^3}{seg}$$

$Q_2 = 1.685 \frac{m^3}{seg}$ y

$$Q_1 = 0.821 \frac{m^3}{seg}$$

que equilibra también la ecuación I y concuerda con la respuesta final del autor sin suposiciones iniciales ni ajustes posteriores a esta suposición inicial.