

UNIVERSITÉ DE
VERSAILLES
ST-QUENTIN-EN-YVELINES



Astrophysique

Université de Versailles St-Quentin-en-Yvelines

Emmanuel Marcq

Année universitaire 2020–2021

Table des matières

A. Introduction : classification des astres dans l'Univers	5
I. Outils	5
I.1. Les lois de puissance	5
I.2. Premières lois de puissance utiles	6
II. Relations rayon-masse	7
II.1. Très petits objets	7
II.2. Corps planétaires	8
II.3. Naines brunes	8
II.4. Étoiles	9
II.5. Schéma de synthèse	10
B. Naissance, vie et mort des étoiles	11
I. Qu'est-ce qu'une étoile? Physique stellaire	11
I.1. Bilan d'énergie	11
I.2. Masses extrémales d'une étoile	14
I.3. Relation masse-luminosité	16
II. Naissance des étoiles	19
II.1. Critère de Jeans	19
II.2. Constantes de temps	20
II.3. Moment cinétique	22
III. Mort des étoiles	22
III.1. Après la séquence principale	22
III.2. États finaux	24

A. Introduction : classification des astres dans l'Univers

I. Outils

Notations

Le symbole \propto (se lit *proportionnel à*) décrit une proportionnalité entre le membre de gauche et le membre de droite : $A \propto B \Leftrightarrow A = kB$. La constante de proportionnalité k peut avoir une dimension physique, si bien que les deux membres A et B n'ont pas forcément la même dimension. Exemple : pour un matériau sphérique de masse volumique ρ homogène, $M = \rho V = \frac{4\pi}{3}\rho R^3$. On peut alors écrire $M \propto R^3$.

Le symbole \sim (se lit *équivalent à*) décrit une proportionnalité à une constante positive sans dimension près. Ceci implique donc, contrairement au paragraphe précédent, que les deux membres ont le même signe et la même dimension physique. Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, on pourra écrire $M \sim \rho R^3$, mais pas $M \sim R^3$!

I.1. Les lois de puissance

En astrophysique (mais pas seulement), beaucoup d'observables sont liées entre elles par des *lois de puissance* : $Y \propto X^\alpha$ (comme pour l'exemple ci-dessus : $M \propto R^3$)

- Une quantité peut dépendre de plusieurs variables : $Z \propto X^\alpha Y^\beta$.
- Ces lois de puissance peuvent n'être valides que pour une certaine plage de valeurs des variables considérées – c'est le cas le plus fréquent. La façon la plus usuelle de représenter ou de mettre en évidence une loi de

puissance graphiquement se fait sur un **graphique log-log**. En effet, une loi du type $Y \propto X^\alpha$ devient, avec $y = \log Y$ et $x = \log X$: $y = \alpha x + \text{constante}$: une loi de puissance se traduit alors par une relation affine de pente α sur ce type de graphique.

Le plus souvent, ces lois de puissance sont établies en figurant le logarithme de deux variables X et Y (portant sur une collection d'objets similaires : par exemple étoiles ou planètes dans notre cas) sur les axes du graphique, et en examinant si les points se répartissent autour de la droite de pente α passant par le point (X_0, Y_0) . On a alors en ce cas $Y \propto X^\alpha$, voire même de façon plus précise :

$$\left(\frac{Y}{Y_0}\right) = \left(\frac{X}{X_0}\right)^\alpha$$

Une loi établie de cette façon est dite *empirique*. il s'agit en effet d'une simple corrélation (certes quantitative) observée, mais qui n'indique pas forcément un lien de cause à effet ! C'est seulement une fois une véritable démonstration physique qu'une loi pourra être justifiée *a posteriori*.

De façon théorique, les lois de puissance s'obtiennent souvent par analyse dimensionnelle. L'analyse dimensionnelle est cependant parfois insuffisante, notamment lorsque beaucoup de paramètres interviennent.

I.2. Premières lois de puissance utiles

Compression gravitationnelle

Cette loi peut se trouver par analyse dimensionnelle : pour estimer la pression P_c au centre d'un astre sphérique sous l'effet de son propre poids (pression dite hydrostatique), les variables essentielles sont : son rayon R , sa masse M et la constante de gravitation universelle \mathcal{G} . On obtient alors $P_c \sim \mathcal{G}M^2/R^4 \propto M^2R^{-4}$. La constante mathématique dépend du détail de la répartition de la masse en fonction de la distance au centre – par exemple, elle vaut $3/8\pi$ pour un objet sphérique homogène.

Cette grandeur est essentielle à estimer pour déterminer l'équilibre d'un objet : il faut en effet trouver un phénomène physique capable d'exercer une pression opposée afin d'éviter un effondrement gravitationnel.

Température centrale d'un astre

Une autre relation intéressante est basée sur la conservation de l'énergie : si on considère que les astres se forment par accréation d'une matière initialement très diluée ($R \rightarrow \infty$) et très froide ($T \simeq 0$), alors la formation de l'astre par *accréation gravitationnelle* s'accompagne de la libération de son énergie potentielle gravitationnelle $E \sim -GM^2/R$ – la constante vaut $-3/5$ pour un objet sphérique homogène. Si on néglige les pertes par rayonnement, cette énergie potentielle se convertit d'abord en énergie cinétique macroscopique, puis sous l'effet des collisions et frottements, en énergie cinétique microscopique, c'est-à-dire en énergie thermique $U \propto MT$. On obtient alors une relation $T \propto M/R$ juste après la formation de l'objet.

II. Relations rayon-masse

Le but ici est d'obtenir une classification des différents astres basée sur leur relation entre masse et rayon. Cette relation permet en effet de définir de façon physique les différentes catégories d'objets macroscopiques connus dans l'Univers.

II.1. Très petits objets

En-dessous d'une taille caractéristique de l'ordre de la centaine de km (plus ou moins suivant la composition), la cohésion interne d'un objet n'est pas assurée par les forces de gravité, mais par les forces intermoléculaires au sein du matériau – c'est le cas par exemple pour un corps humain. En ce cas, R est à considérer comme une taille caractéristique de l'objet (et non comme un rayon à proprement parler), et les forces de cohésion assurent une masse volumique ρ approximativement constante (de l'ordre de 10^3 à 10^4 kg/m³ pour la matière courante suivant sa composition). On a alors $M = \rho V \propto R^3$, d'où $R \propto M^{1/3}$.

Exemples d'objets célestes dans cette catégorie : poussières, astéroïdes, comètes, très petites lunes (de forme irrégulière).

II.2. Corps planétaires

Au-delà d'une taille de quelques centaines de kilomètres, la gravité propre de l'objet devient comparable à ses forces de cohésion internes : la matière au centre devient fluide. Cette force de gravité est donc capable de remodeler le corps de façon à obtenir une énergie potentielle minimale, ce qui assure à l'objet une forme sphérique. Notons que s'il y a changement d'état physique vers un fluide, la cohésion microscopique de la matière reste assurée par les forces intermoléculaires ou interatomiques, ce qui maintient la densité proche des valeurs mentionnées ci-dessus. La pression et la température au centre de l'objet peuvent alors s'estimer à partir des lois de puissance données précédemment. On peut alors montrer que $T \propto M/R \propto M^{2/3}$ et $P \propto R^2 \propto M^{2/3}$.

Exemples de corps célestes dans cette catégorie : grosses lunes (sphériques), planètes naines et planètes (telluriques, géantes).

II.3. Naines brunes

Pour les planètes plus grosses que Jupiter, la température en leur cœur peut dépasser la valeur de ionisation des molécules ou atomes (entre 10^4 et 10^5 K) – il se forme un plasma compressible. Une autre pression prend alors le relais pour compenser la compression gravitationnelle : il s'agit de la *pression de dégénérescence* électronique, d'origine quantique (pression de Fermi P_F). Cette pression, provenant du fait que deux fermions (ici deux électrons) ne peuvent pas occuper le même état quantique, ne dépend que de la densité volumique des électrons n_e . On peut alors montrer que $P_F \propto n_e^{5/3}$ tant que les électrons ne sont pas relativistes (vitesses petites devant c). Cela donne $P_F \propto \rho^{5/3} \propto M^{5/3}/R^5$. L'équilibre entre P_c et P_F donne alors à ces objets une nouvelle relation entre masse et rayon : $R \propto M^{-1/3}$: le rayon de ces objets (dits *dégénérés*) décroît avec leur masse ! Ceci implique que leur densité moyenne augmente rapidement avec leur masse : $\rho \propto M/R^3 \propto M^2$. Les autres relations donnent alors $P \propto M^{10/3}$ et $T \propto M^{4/3}$: la température et la pression au centre de ces objets augmente rapidement avec leur masse.

Des modèles plus détaillés montrent qu'il faut tenir compte de la présence de sources d'énergie interne pour mieux modéliser leur structure.

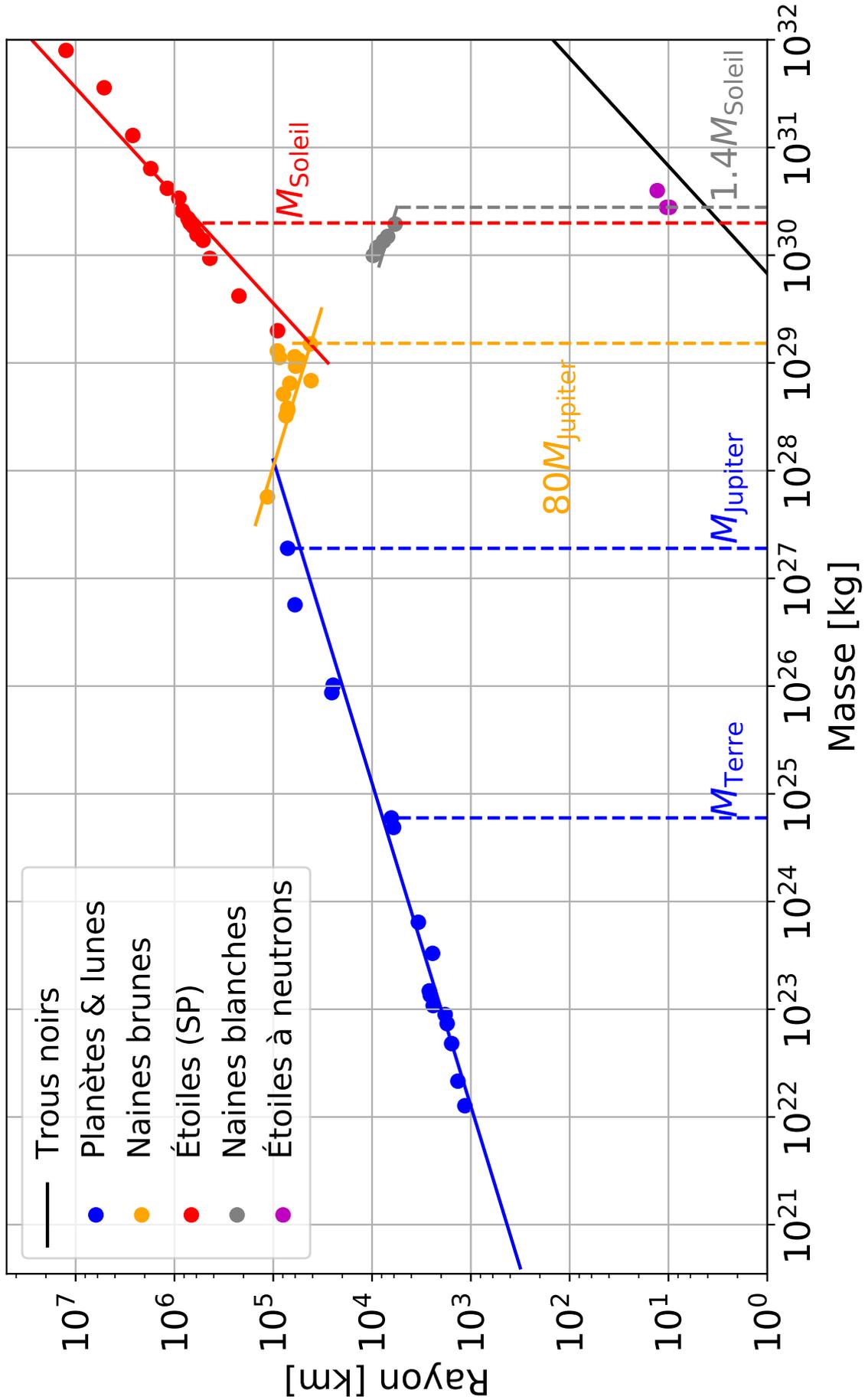
Cela conduit à une décroissance moindre du rayon en fonction de la masse que la puissance $-1/3$ trouvée ici.

Exemple de corps célestes dans cette catégorie : très grosses planètes géantes, naines brunes (capables de fusionner le deutérium mais pas l'hydrogène).

II.4. Étoiles

Lorsque la température centrale dépasse environ 10^8 K, la fusion nucléaire de l'hydrogène devient possible. L'énergie dégagée par ces réactions nucléaires est alors capable de lutter efficacement contre la compression gravitationnelle : on appelle de tels astres des *étoiles*. Comme la vitesse de ces réactions nucléaires est très dépendante de la température, on a une rétroaction négative qui stabilise la température centrale à une valeur approximativement constante. On a alors $R \propto M$: le rayon des étoiles croît à nouveau avec leur masse. On aboutit dès lors à $\rho \propto M^{-2}$, et $P \propto M^{-2}$ également.

II.5. Schéma de synthèse



B. Naissance, vie et mort des étoiles

I. Qu'est-ce qu'une étoile ? Physique stellaire

I.1. Bilan d'énergie

Une étoile est un corps céleste assez massif pour avoir initié la **fusion** de l'hydrogène en hélium en son sein. L'énergie ainsi libérée est rayonnée dans l'espace sous forme de **rayonnement** thermique au niveau des couches externes de l'étoile.

Source : la fusion nucléaire

Les réactions de fusion sont des réactions nucléaires où des petits noyaux fusionnent en de plus gros noyaux. Pour des éléments plus légers que le Fer, la masse des noyaux obtenus après fusion est légèrement inférieure à celles des noyaux initiaux : le défaut de masse est converti en énergie selon la formule $\Delta E = \Delta mc^2$.

Note : pour des réactions de fusion typiques des étoiles, $\frac{\Delta m}{m} \simeq -7 \cdot 10^{-3}$. Pour des réactions chimiques ordinaires, le défaut de masse existe mais est négligeable (voisin de -10^{-7}). Pour la fission de l'uranium dans les centrales nucléaires, il est de l'ordre de -10^{-3} .

Il existe deux mécanismes réactionnels principaux de fusion dans les étoiles :

- la chaîne **proton-proton**, dominante pour les étoiles de faible masse ($< 1,3M_{\odot}$);
- la chaîne **CNO** pour les étoiles de masse plus élevée.

Les lois de conservation des réactions nucléaires, à savoir :

- i. conservation du nombre de baryons (protons et neutrons) ;
- ii. conservation du nombre de leptons (électrons et neutrinos) ;
- iii. conservation de la charge électrique ;
- iv. conservation de l'impulsion ;
- v. conservation du moment cinétique ;
- vi. conservation de l'énergie

imposent dans les deux cas le bilan $4\text{}^1_1\text{H}^+ + 2e^- \rightarrow \text{}^4_2\text{He}^{2+} + 2\nu_e + \gamma$

Pour que ces réactions puissent avoir lieu, il faut donc surmonter la barrière de potentiel due à la répulsion coulombienne $E_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ entre les protons avant que l'interaction forte, attractive, ne prenne le relais à très courte distance ($\approx 10^{-15}$ m). Traduit en énergie cinétique microscopique $E_K = \frac{3}{2}kT$, cela donne une valeur de $T \approx 10^9$ K. En fait, cette valeur est surestimée pour deux raisons :

- l'*effet tunnel* (causé par le principe d'incertitude d'Heisenberg) permet à une minorité de protons de franchir la barrière de potentiel même s'ils n'ont pas l'énergie cinétique suffisante, pourvu qu'ils soient assez proches de la barrière.
- Tous les protons n'ont pas la même énergie cinétique : ils suivent une *distribution maxwellienne*, ce qui fait qu'une minorité significative possède une énergie assez grande pour fusionner même si l'énergie moyenne est en-dessous du seuil nécessaire.

En pratique, cela abaisse la température seuil de fusion de deux ordres de grandeur environ : $T_{\text{fusion}} \approx 10^7$ K. Dans cet état physique, le gaz est en fait un plasma car $kT_{\text{fusion}} \gg 13,6 \text{ eV} = e_{\text{ionisation}}$.

Note : pour des noyaux plus lourds, de numéro atomique Z , le même raisonnement conduit une température de fusion Z^2 plus élevée. Ces fusions sont donc de plus en plus difficiles à mesure qu'on considère des noyaux de départ plus gros.

Puits : Rayonnement thermique

Une onde électromagnétique de fréquence ν et de longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ transporte de la quantité de mouvement et de l'énergie. La mécanique quantique nous apprend en outre qu'elle existe sous la forme de paquets d'onde

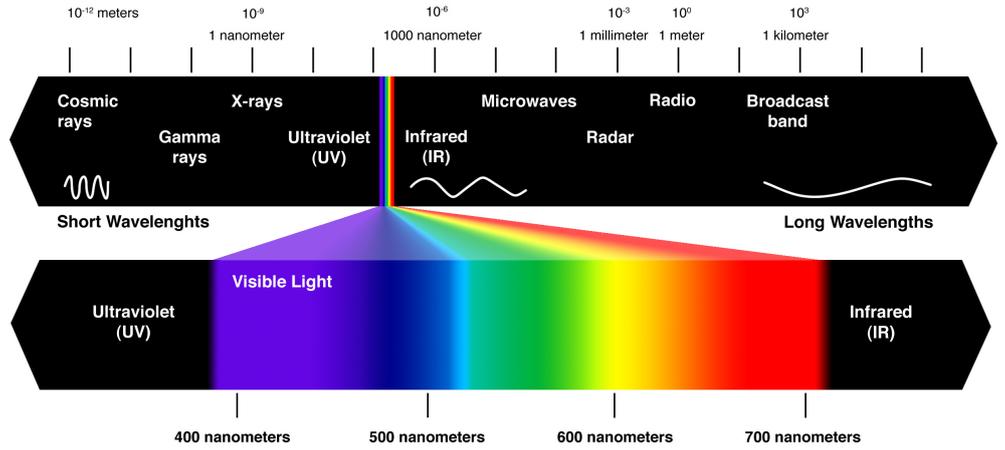


FIGURE B.1. – Spectre électromagnétique

discrets appelés *photons*, transportant chacun une énergie $\varepsilon = h\nu$ et une quantité de mouvement $\vec{p} = \hbar\vec{k} = \frac{hc}{\lambda}\vec{u}_k$. La décomposition de l'onde électromagnétique sur ses différentes longueurs d'onde ou fréquences est appelée *spectre*.

Un raisonnement de physique statistique démontre qu'un gaz parfait de photons en équilibre thermique avec la matière environnante à la température T se met lui-même en équilibre à cette température T en adoptant un spectre caractéristique dit *spectre de corps noir* ou *spectre thermique*.

$$I_B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

On peut aussi exprimer I en fonction de λ et T selon la formule $I(\nu, T) d\nu = I(\lambda, T) d\lambda$

$$I_B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}$$

Une relation intéressante nommée **loi de Wien** donne la position du maximum λ_{\max} de $I_B(\lambda, T)$:

$$\lambda_{\max} \times T \approx 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

L'intégration selon ν (ou de façon équivalente selon λ) de cette radiance spectrale suivie d'une intégration spatiale dans le demi-espace libre nous donne la loi de *Stefan-Boltzmann*

$$B(T) = \left(\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos(\theta) d\Omega \right) \int_{\nu=0}^{+\infty} I_B(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$$

avec $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ dite **constante de Stefan-Boltzmann**. $B(T)$ représente alors la puissance totale rayonnée par unité de surface dans un demi-espace (2π stéradians).

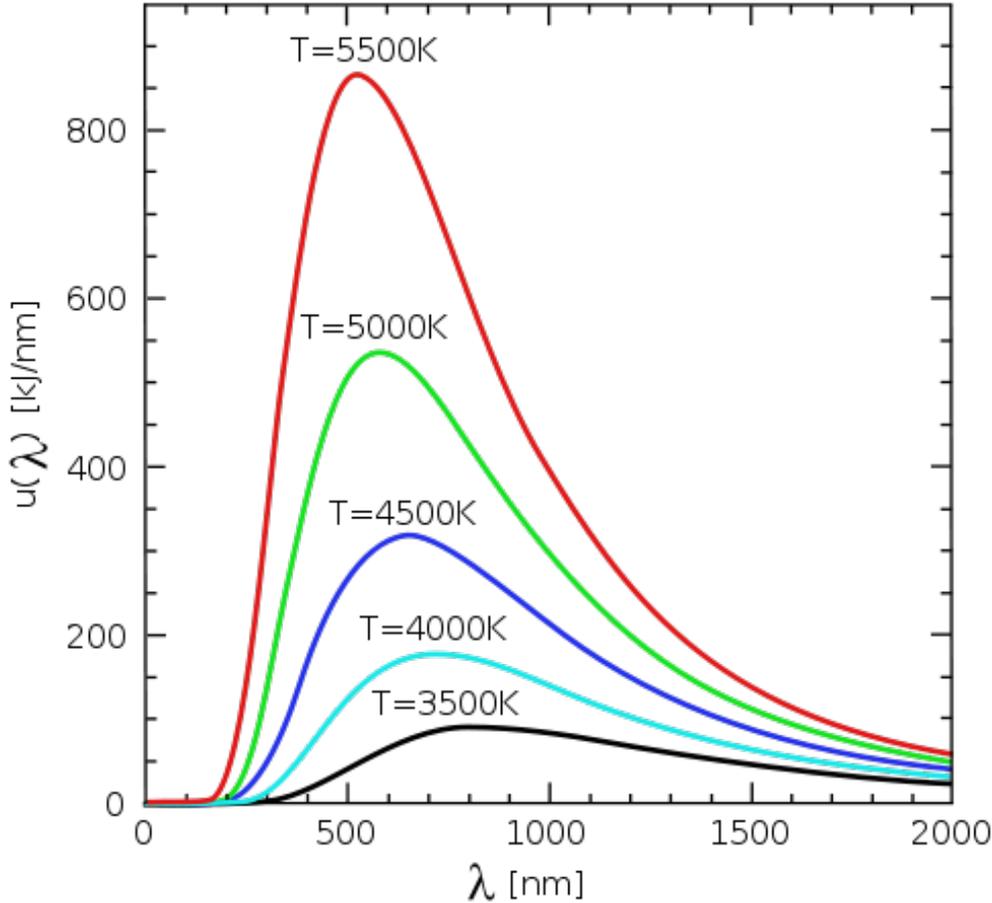


FIGURE B.2. – Quelques spectres de corps noir

I.2. Masses extrémales d'une étoile

Initialement (avant que la fusion ne s'enclenche), le seul réservoir d'énergie disponible pour augmenter la température de l'astre provient de son *énergie potentielle gravitationnelle* : $E_p \sim -\frac{GM^2}{R}$, avec un coefficient de proportionnalité dépendant de la répartition de la masse volumique dans l'objet – s'il est homogène et sphérique, ce coefficient vaut $3/5$.

Les nuages de gaz progéniteurs des étoiles sont très vastes ($R \rightarrow \infty$), si bien qu'on peut considérer $E_p \rightarrow 0$ à l'instant initial. Si, lors de l'effon-

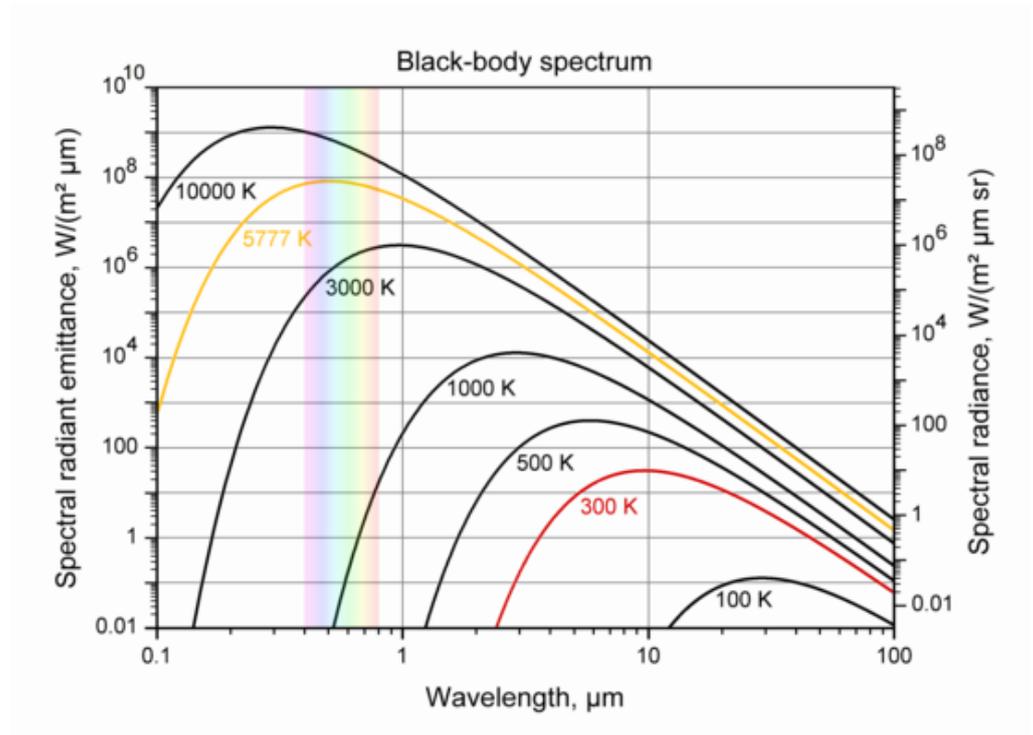


FIGURE B.3. – Spectres de corps noir en axes logarithmiques

drement jusqu'à un rayon R cette énergie se convertit de façon notable en énergie cinétique microscopique, on aura : $T \sim \frac{GMm_p}{kR}$ – on retrouve bien $T \propto M/R$

Il faut donc maintenant connaître ce qui limite l'effondrement initial de l'étoile à une valeur R donnée, c'est-à-dire de connaître les forces au sein de l'étoile capables de s'opposer à la compression gravitationnelle. On les caractérisera par les différentes pressions qu'elles sont capables de créer au centre de l'étoile.

Pression cinétique P_K

C'est la pression associée au gaz parfait formé par les particules en mouvement à la température T . Avec la valeur de T_c estimée précédemment, on se rend compte que $P_K \sim GM^2R^{-4}$, soit la même dépendance que P_c (ce qui est logique étant donné que le réservoir d'énergie thermique a été estimé à partir de l'effondrement gravitationnel lui-même).

Comme P_K et P_c présentent la même dépendance en R et M , leur rapport est constant dans le temps pour un objet donné. Dès lors que le nuage a pu commencer à s'effondrer, c'est que l'on avait dès l'instant initial

$P_K < P_c$, et donc P_K ne peut pas dominer P_c lorsque R varie au cours de l'effondrement.

Pression de dégénérescence P_{deg}

Une analyse plus détaillée de la pression de dégénérescence donne

$$P_{\text{deg}} \sim \frac{\hbar^2}{m_e} \left(\frac{Z}{Am_P} \right)^{5/3} M^{5/3} R^{-5} = \alpha_{\text{deg}} M^{5/3} R^{-5}$$

On voit donc que cette pression de dégénérescence croît plus vite avec l'effondrement (R décroissant) que la compression gravitationnelle. Elle sera donc capable de s'y opposer pour un état d'équilibre caractérisé par : $M^{1/3} \simeq \alpha_{\text{deg}} / \mathcal{G} R$ (relation masse-rayon des astres dégénérés).

En éliminant le rayon, on obtient alors pour la température centrale : $T \sim \frac{\mathcal{G}^2 M^{4/3} m_P}{k \alpha_{\text{deg}}}$.

Si M atteint environ 8% de la masse du Soleil (80 masse de Jupiter), on a $T_c > 10^7$ K et les réactions de fusion peuvent démarrer : l'astre est bien une étoile.

Pression de radiation P_{rad}

Elle est due à l'absorption/réémission de photons thermiques au sein de l'étoile. On peut montrer qu'elle varie comme l'énergie volumique des photons présents, soit comme : $P_{\text{rad}} \sim \frac{\sigma T^4}{c}$ où σ représente ici la constante de Stefan-Boltzmann vue précédemment.

L'expression de $T(R)$ donne alors $P_{\text{rad}} \sim \alpha_{\text{rad}} M^4 R^{-4}$ où $\alpha_{\text{rad}} = \frac{\sigma}{c} \left(\frac{\mathcal{G} m_P}{k} \right)^4$.

Elle présente donc la même dépendance en R que la compression gravitationnelle, mais pas la même dépendance en M . On a donc $P_{\text{rad}} > P_c$ pour $M > \sqrt{\alpha_c / \alpha_{\text{rad}}}$, ce qui conduit alors au soufflage de l'étoile par sa propre radiation pour des étoiles plus massives qu'une certaine limite. La valeur numérique d'une modélisation plus précise donne alors pour cette valeur limite environ $100 M_{\odot}$, ce qui représente la **masse maximale** d'une étoile.

I.3. Relation masse-luminosité

Note : la démonstration suivante est extrêmement simplifiée, mais donne une idée correcte des phénomènes en jeu.

La luminosité L , c'est-à-dire la puissance lumineuse rayonnée par une étoile, peut se mettre dimensionnellement sous la forme $L = \frac{U}{t_{\text{rad}}}$ où U désigne l'énergie totale des photons dans l'étoile et t_{rad} une durée appelée *constante de temps radiative*, qui caractérise le temps moyen que mettent les photons produits par la fusion à s'échapper dans l'espace.

U est donc de la forme $U \propto R^3 T^4$, tandis que $t_{\text{rad}} \propto R^2/\ell$ si on considère l'étoile très opaque (les photons suivent alors une marche aléatoire de libre parcours moyen ℓ). ℓ dépend de l'encombrement, et est donc inversement proportionnel à la masse volumique, soit $\ell \propto R^3/M$. On obtient alors $L \propto \frac{T^4 R^4}{M}$. Or, on a vu précédemment que $T \propto M/R$, ce qui donne alors $L \propto M^3$. Des modèles plus complexes, prenant en compte les différents modes de transport d'énergie du cœur vers la surface de l'étoile, donnent les exposants suivants :

$M < 0,43M_{\odot}$ $L \propto M^{2,3}$ – le transport convectif domine dans les étoiles de faible masse.

$0,43M_{\odot} < M < 2M_{\odot}$ $L \propto M^4$

$2M_{\odot} < M < 20M_{\odot}$ $L \propto M^{3,5}$

$M > 20M_{\odot}$ $L \propto M$ – la pression de radiation altère la structure interne des étoiles massives.

On considère souvent qu'en moyenne, $L \propto M^{3,3}$.

diagramme de Hertzsprung-Russell

Les étoiles qui suivent la relation précédente sont dites appartenir à la **séquence principale** : elles sont alignées sur une droite de pente moyenne 3,3 dans un diagramme $\log L = f(\log M)$. Ainsi, le Soleil est une étoile de la séquence principale.

En fait, le diagramme le plus utilisé est le diagramme de Hertzsprung-Russell, aussi appelé **diagramme HR** : $\log L = f(\log T_{\text{eff}})$. T_{eff} désigne ici la température effective de l'étoile (celle de sa surface, à ne pas confondre avec la température interne T du cœur), et l'axe $\log T_{\text{eff}}$ est utilisé car directement relié à la couleur de l'étoile selon la loi de Wien (bleue pour les étoiles très chaudes en surface, rouge pour les plus froides), directement observable.

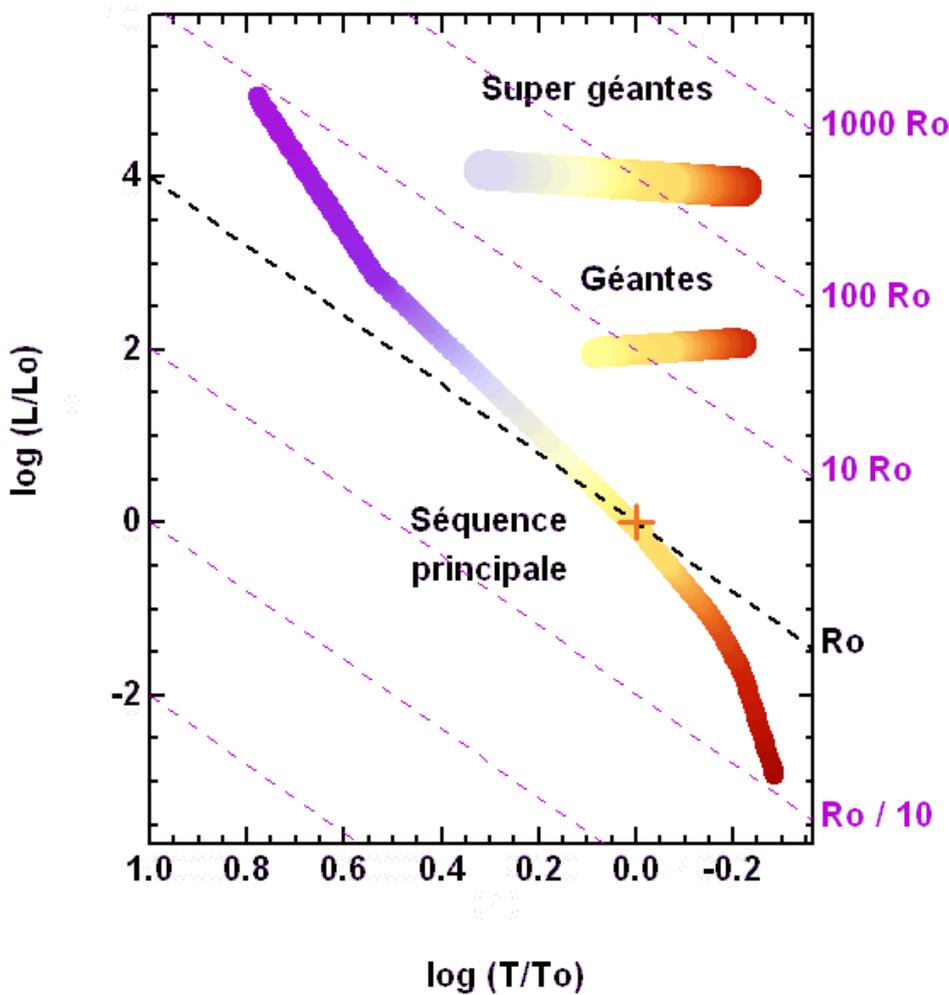


FIGURE B.4. – Diagramme HR avec lignes iso-rayon

L et T_{eff} sont liées par la relation $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$, d'où $L \propto R^2 T_{\text{eff}}^4$. Comme T est à peu près constante pour toutes les étoiles (pilotée par les réactions nucléaires, qui dépendent très fortement de la température), le rapport M/R peut être considéré comme à peu près constant. Enfin, avec la relation masse-luminosité $L \propto M^a$, on peut éliminer les variables M et R , et obtenir $L \propto T_{\text{eff}}^{\frac{4a}{a-2}}$ pour les étoiles de la séquence principale. Un modèle plus complexe des réactions nucléaires donne $R \propto M^{0,78}$ au lieu de $R \propto M$, résultant finalement en $L \propto T_{\text{eff}}^{\frac{4a}{a-1,56}}$, soit pour des valeurs de a comprises entre 3 et 4, un exposant compris entre 6,5 et 8,5.

Notons que les lignes d'égal rayon sur ce diagramme ont une pente de 4 sur ce diagramme, soit plus faible que la pente de la séquence principale : sur la séquence principale, les grandes étoiles sont chaudes, bleues et très lumineuses, les petites sont rouges, froides et très peu lumineuses (naines

rouges), le Soleil occupant une position intermédiaire.

Durée de vie sur la séquence principale

La durée de vie t sur la séquence principale peut donc se mettre sous la forme : $t = E/L$ où E désigne l'énergie totale rayonnée par l'étoile. On a donc $E \propto M$ selon la conversion masse-énergie et $L \propto M^{3,3}$ d'après ce que l'on vient de voir. Cela donne donc $t \propto M^{-2,3}$: les étoiles massives vivent beaucoup moins longtemps que les étoiles peu massives. Pour une étoile d'une masse solaire, la durée de vie est de l'ordre de 10^{10} années.

Structure stellaire

$M < 0,5M_{\odot}$ l'étoile toute entière est convective.

$0,5M_{\odot} < M < 1,5M_{\odot}$ Coeur radiatif, enveloppe convective

$M > 1,5M_{\odot}$ Coeur convectif, enveloppe radiative

II. Naissance des étoiles

Elles se forment par l'effondrement gravitationnel de nuages interstellaires constitués de gaz et de poussière.

II.1. Critère de Jeans

Un tel nuage ne peut s'effondrer que si son énergie mécanique totale est initialement négative, i.e. que $\frac{3}{2} \frac{kT}{m_P} - \mathcal{G}M/R < 0$ en supposant le nuages sphérique.

Température de Jeans

En substituant R par $(M/\rho)^{1/3}$, on obtient dans le cas limite $T_{\text{Jeans}} \propto M^{2/3} \rho^{1/3}$. À M et ρ donnés, tout nuage plus froid que cette température limite est voué à l'effondrement.

Masse de Jeans

Avec la masse, cela donne : $M_{\text{Jeans}} \propto T^{3/2} n^{-1/2}$. Un modèle plus détaillé donne, pour la constante, la valeur $M_{\text{Jeans}} \approx 2 \cdot 10^4 M_{\odot}$ pour $T = 30$ K et

$n = 10^4$ atomes/m³. À T et n donnés, toute masse supérieure est vouée à l'effondrement.

Rayon de Jeans

Si l'on préfère parler en rayon, $R_{\text{Jeans}} \propto T^{1/2}n^{-1/2}$. Pour $T = 30$ K et $n = 10^4$ atomes/m³, un calcul plus avancé donne $R_{\text{Jeans}} \approx 400$ pc. À T et n donnés, tout nuage plus petit que cette limite est voué à l'effondrement.

Conséquences

Du fait des inhomogénéités dans un nuage de gaz, certaines régions peuvent localement dépasser les critères de Jeans avant d'autres : l'effondrement se passe alors dans des régions localisées (d'une masse stellaire environ) au sein de nuages de gaz géants (pouvant compter plusieurs milliers de masses solaires). Ces régions localisées sont appelées *globules de Bok*.

II.2. Constantes de temps

Temps de chute libre t_{ff}

Si le nuage s'effondre sans résistance, l'analyse dimensionnelle impose $t_{\text{ff}} \sim R^{3/2}/\mathcal{G}M$, soit $t_{\text{ff}} \sim \sqrt{\frac{1}{\mathcal{G}\rho}}$.

Le processus peut alors s'emballer lorsque ρ s'accroît sous l'effet de l'effondrement.

Théorème du viriel

Pour un corps de masse m en orbite circulaire de rayon r autour d'un astre de masse M , il est facile de montrer que $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{\mathcal{G}Mm}{2r}$ et $E_p = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r}$. On a alors $E_p = -2E_c$.

Dans le cas plus général d'une trajectoire conique (ellipse, parabole ou hyperbole) dans un champ de gravité, le calcul est plus compliqué (vitesses et distances par rapport au corps central non constantes). On peut néanmoins montrer que cette égalité reste vraie en moyenne temporelle : $\langle E_p \rangle = -2\langle E_c \rangle$. C'est ce que l'on appelle le *théorème du viriel*.

On voit donc une contradiction apparaître entre ce théorème du viriel et la conservation de l'énergie mécanique totale $E_c + E_p = E_m < 0$ pour un nuage en effondrement : seules des solutions stationnaires sont possibles, avec $\langle E_c \rangle = -E_m$ et $\langle E_p \rangle = 2E_m$. l'effondrement n'est donc possible qu'à la condition de pouvoir perdre de l'énergie mécanique par *rayonnement* : avec la luminosité totale L égale à $-\dot{E}_m$ par conservation de l'énergie totale (mécanique + rayonnement), on obtient alors $\frac{d}{dt}\langle E_c \rangle = L > 0$ et $L = -\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\langle E_p \rangle$

Temps de Kelvin-Helmholtz

Partant de là, tout effondrement gravitationnel s'accompagne de l'évacuation d'un rayonnement, donné par $L \sim -\frac{GM^2}{R^2}\dot{R}$. La durée typique associée, appelée *temps de Kelvin-Helmholtz*, est définie par $t_{\text{KH}} \sim \frac{R}{\dot{R}}$, soit $t_{\text{KH}} \approx \frac{GM^2}{LR}$

L'application numérique donne $30 \cdot 10^6$ ans pour le Soleil avec sa luminosité actuelle. Or, nous avons des preuves de l'existence du système solaire depuis au moins 4,5 milliards d'années ! Ce fut longtemps une énigme – on sait aujourd'hui que la source actuelle de la luminosité du Soleil n'est plus son effondrement gravitationnel, mais la fusion nucléaire, qui n'a été découverte que plus tard...

Vitesse d'effondrement

En général, $t_{\text{ff}} \ll t_{\text{KH}}$: tant que le rayonnement peut s'évacuer rapidement, l'évolution peut être assez rapide selon une échelle de temps voisine de t_{ff} . Mais la densité et la température croissante finissent par rendre le centre de l'objet plus opaque vers la fin de l'effondrement, ce qui limite le rayonnement pouvant être évacué, et fait que les stades finaux de l'évolution stellaire se déroulent sur des durées comparables à t_{KH} .

Conséquences :

- les proto-étoiles jeunes commencent à rayonner de façon notable avant même que la fusion ne démarre en leur sein ;
- pour les étoiles massives, la durée de formation est comparable à leur durée de vie, et les phases d'évolution moins bien séparées.

II.3. Moment cinétique

Pour un système mécaniquement isolé comme un nuage en effondrement, le moment cinétique global est conservé, et s'interprète comme la "quantité de rotation" globale du système.

Les objets (gaz, poussière, objets plus gros) qui constituent le nuage ont alors un destin différent selon l'importance des **collisions** dans leur histoire.

- Lorsqu'elles ont lieu, elles se font de façon privilégiée pour des objets ayant des projections le long du moment cinétique de signes opposés. Ces composantes de vitesses après collision seront alors plus petites en norme, ce qui conduit statistiquement à un **aplatissement** du disque dans un plan normal au moment cinétique. Ex : dans le système solaire, les planètes. Dans un contexte différent, certaines galaxies.
- Les objets qui subissent peu de collisions, en revanche, gardent une inclinaison quelconque par rapport aux nuage progéniteur. Ex : les comètes et objets lointains du système solaire.

III. Mort des étoiles

III.1. Après la séquence principale

En fin de vie, les enveloppes stellaires deviennent radiatives. Les éléments ne sont donc plus mélangés au sein de l'étoile. Lorsque l'hydrogène arrive à épuisement dans le cœur de l'étoile, l'étoile quitte alors la séquence principale. Sa trajectoire d'évolution dans le diagramme HR dépend de sa masse.

Sous-géantes

Au début, l'hydrogène continue à fusionner, mais en couche autour du cœur stellaire constitué désormais principalement d'hélium. La rupture de production d'énergie au centre conduit à une contraction et un échauffement du cœur d'hélium, accompagné d'une détente et d'un refroidissement des couches externes. La température de surface faiblit, mais le rayon grossit de façon à ce que l'étoile se déplace à luminosité constante vers le rouge dans un diagramme HR. L'étoile commence à quitter la séquence principale.

Géantes rouges

Ultérieurement, la dilatation de l'enveloppe au-dessus de la couche de H en fusion, de plusieurs ordres de grandeur, finit par l'emporter sur la baisse de température de surface. La luminosité augmente à température constante (et basse), on dit que l'étoile parcourt la branche des **géantes rouges**.

L'étoile redevient alors entièrement convective, d'où un mélange des éléments lourds et légers. L'enveloppe externe n'est que très peu liée gravitationnellement à l'étoile, et les instabilités convectives peuvent amener à l'**expulsion** d'une grande partie de la masse stellaire initiale, pouvant aller jusqu'à des géantes de $0,6 M_{\odot}$ seulement après perte de masse. Une géante rouge typique possède un cœur d'hélium dense et chaud, et une enveloppe d'un rayon pouvant aller de 100 à 200 fois le rayon solaire (une telle étoile située à la place du Soleil engloberait alors l'orbite de la Terre!).

Fusion de l'hélium

Lorsque le noyau dépasse les 10^8 K, l'hélium peut fusionner en carbone ($3 {}^4_2\text{He}^{2+} \rightarrow {}^{12}_6\text{C}^{6+}$). L'étoile retrouve alors une source d'énergie interne, ce qui entraîne un effondrement de l'enveloppe et une dilatation du cœur. Leur rayon typique vaut environ $12R_{\odot}$.

Les étoiles peu massives (moins de $2M_{\odot}$) entrent brutalement dans ce régime (flash de l'hélium). Les étoiles plus massives, au cœur non dégénéré, peuvent le faire graduellement.

Branche asymptotique

Lorsque l'hélium est épuisé lui aussi, l'enveloppe recommence à se dilater tandis que le cœur se contracte.

À partir de là plusieurs destins sont possibles :

- Si l'étoile est peu massive, elle ne pourra pas arriver à fusionner les éléments plus lourds. Elle arrivera donc à un état d'équilibre sans source interne d'énergie (état dégénéré) appelé **naine blanche**, tandis que son enveloppe légère sera soufflée par la pression de radiation de la naine blanche et formera une **nébuleuse planétaire** ionisée par

le rayonnement résiduel de la naine blanche encore chaude.

- Si l'étoile est plus massive, elle pourra parvenir à fusionner le carbone en oxygène, puis l'oxygène en silicium, puis le silicium en fer. Chacune de ces fusions est de moins en moins exothermique, si bien que ces phases sont de plus en plus courtes. Une fois arrivé au fer, les réactions de fusion deviennent endothermiques, si bien qu'il n'y a plus de source d'énergie pour maintenir l'étoile : elle s'effondre alors brutalement, formant une **étoile à neutrons**, voire un **trou noir** en son sein, le tout accompagné d'un brutal dégagement d'énergie appelé **supernova** (de type II).

III.2. États finaux

Naines blanches

C'est le résidu dégénéré (i.e. maintenu de la pression de dégénérescence) après que le cœur d'une étoile peu massive se soit contracté gravitationnellement (sur une durée comparable à t_{KH}). L'équilibre entre compression gravitationnelle ($\propto M^2/R^4$) et pression de dégénérescence électronique ($\propto M^{5/3}/R^5$) conduit à un équilibre $R_{WD} \propto M^{-1/3}$: ce rayon décroît avec la masse, ce qui est typique des corps dégénérés. La constante donne, pour $M = M_\odot$, $R \approx 7000$ km. Il s'agit donc d'un objet très petit et dense (masse du Soleil, rayon de la Terre, masse volumique de l'ordre de 10^9 kg/m³), formé des noyaux produits par la fusion de l'hélium (carbone, oxygène) et encore très chaud (il continue de rayonner son énergie résiduelle), d'où son nom.

Étoiles à neutrons

Plus une naine blanche est massive, plus son rayon est petit et plus elle est chaude. Les électrons peuvent alors devenir relativistes, ce qui change la relation entre énergie et quantité de mouvement ($\varepsilon \approx \frac{p^2}{2m}$ en classique, $\varepsilon \approx pc$ en ultrarelativiste). La nouvelle expression de la pression de dégénérescence est alors donnée par : $P'_{deg} \sim \frac{2\hbar c}{3} \left(\frac{Z}{A} \frac{\rho}{m_P} \right)^{4/3}$, d'où $P'_{deg} \propto M^{4/3} R^{-4}$

Cette expression présente la même dépendance en rayon que celle de la compression gravitationnelle, donc une variation du rayon ne permet plus

de retrouver un équilibre. Pire, P_c croît en M^2 tandis que P'_{deg} en $M^{4/3}$, si bien que si l'étoile est trop massive, la pression de dégénérescence électronique ne peut plus soutenir l'étoile. La masse limite est appelée **masse de Chandrasekhar** et vaut environ $1,44 M_{\odot}$.

Au-delà de cette masse, l'effondrement se poursuit alors, augmentant le densité et diminuant la distance entre e^- et p jusqu'à la portée de l'interaction faible. Celle-ci permet alors à la réaction de **neutronisation** de se produire : $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ – cette réaction est impossible à froid car l'énergie de masse d'un électron ($m_e c^2 = 511 \text{ keV}$) est bien inférieure à la différence de masse entre p et n ($1,3 \text{ MeV}$), mais elle est possible lorsque la vitesse thermique des e^- dépasse $0,92c$ du fait de l'énergie cinétique devenant comparable à l'énergie de masse au repos.

Les neutrons sont aussi des fermions, mais étant environ 2000 fois plus massifs que les électrons, ils exigent beaucoup plus d'énergie thermique pour atteindre des vitesses relativistes. Ils peuvent donc rester classiques, et opposer une pression de dégénérescence efficace $P_{\text{deg},n} \propto M^{5/3} R^{-5}$. Cependant, étant beaucoup plus massifs, leur pression est 2000 fois plus faible que celle des électrons, ce qui conduit à un nouvel équilibre pour un rayon $R_N \propto M^{-1/3}$ environ 2000 fois plus petit que celui d'une naine blanche. La constante vaut alors 15 km pour une masse solaire, et la densité vaut alors 10^{18} kg/m^3 , comparable à celle d'un noyau atomique – l'étoile à neutrons se comporte comme un noyau atomique géant de nombre de masse $A \approx 2 \cdot 10^{57} \dots$

L'énergie libérée par l'effondrement (qui ne dure que $t_{\text{ff}} \approx 3 \text{ s}$!) jusqu'à un rayon si minuscule vaut environ $\mathcal{G}M^2/R_N$, soit environ 10^{47} J ! 99% de cette énergie est évacuée par les neutrinos, 1% en énergie cinétique de l'enveloppe violemment expulsée, et 0,1% en rayonnement électromagnétique (dont la lumière visible). L'essentiel de la lumière est émis en un mois environ, pendant lequel l'astre rayonne autant qu'une galaxie toute entière! C'est ce qu'on appelle une **supernova** (de type II).

Trous noirs

Les étoiles à neutrons présentent elles aussi une masse maximale (limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff) lorsque les neutrons deviennent eux-mêmes relativistes. Cette masse est située autour de 2 à $3M_{\odot}$. Pour des cœurs plus massifs, l'effondrement se poursuit alors et la vitesse de libération excède celle de la lumière. On parle alors de **trou noir** car rien, pas même la lumière, ne peut s'en échapper. Le rayon critique en-dessous duquel un trou noir se forme pour une masse M donnée s'appelle **rayon de Schwarzschild** et vaut $R_S = 2\frac{GM}{c^2}$, soit environ 3 km pour une masse solaire. Comme R_S croît avec M et que R_N décroît en $M^{1/3}$, il y a croisement des deux rayons pour des étoiles à neutrons plus massives qu'environ $3M_{\odot}$, à proximité de la limite décrite plus haut, qui correspond à des étoiles initialement plus massives qu'environ $8M_{\odot}$ (avant perte de masse au stade de géante rouge).