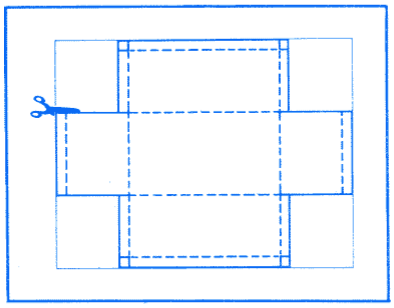
MINT – Lernumgebung



UNIVERSITÄT PASSAU

MINT – Lernumgebung

„Eine durch Unterricht hergestellte Lernumgebung besteht aus einem Arrangement von Unterrichtsmethoden, Unterrichts-techniken, Lernmaterialien und Medien. Dieses Arrangement ist durch die besondere Qualität der aktuellen Lernsituation in zeitlicher, räumlicher und sozialer Hinsicht charakterisiert und schließt letztlich auch den jeweiligen kulturellen Kontext mit ein.“ (Reinmann und Mandl 2006, S. 615f)

UNIVERSITÄT PASSAU

MINT – Lernumgebung

„Lernumgebungen bester Qualität, sogenannte substantielle Lernumgebungen, müssen folgenden Kriterien genügen: Sie müssen …

1. … zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des MU repräsentieren.

2. … reiche Möglichkeiten für mathem. Aktivitäten von Kindern bieten.

3. … flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepasst werden können.

4. … mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und daher ein weites Potential für empirische Forschungen bieten.“

(Wittmann 1998, S. 338f)

Volumenberechnung -Extremwertproblematik-

- **M 5.4 Geometrische Grundformen und geometrische Grundbegriffe (ca. 23 Std.)**
- Die Schüler wiederholen, erweitern und vertiefen die in der Grundschule erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten aus dem Bereich der ebenen und räumlichen Figuren. Bei der zeichnerischen Darstellung geometrischer Grundfiguren und beim Entwerfen von Mustern üben sie, die Zeichengeräte sicher und sorgfältig zu handhaben. Die Schüler bauen und zeichnen einfache räumliche Modelle und entwickeln dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Hier bietet sich auch der **Computereinsatz** an.

- Strecke, Halbgerade, Gerade, Kreislinie, Punkt
- Quadrat, Rechteck, Dreieck, Vieleck, Kreisfläche
- **Würfel, Quader**, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel
- **Netze von Würfeln und Quadern**; • Länge einer Strecke; Umfang von Rechteck und Quadrat
- symmetrische Figuren; * senkrechte und parallele Geraden
- Figuren im Gitternetz zeichnen

Volumenberechnung
-Extremwertproblematik-

- **M 5.5 Flächenmessung (ca. 12 Std.)**
- Die Schüler vergleichen, schätzen und messen Flächen mithilfe konkret-anschaulicher Verfahren. Die gewonnenen Erkenntnisse wenden sie bei der Lösung von Sachproblemen an.
- Vergleich von Flächen mit ungenormten und genormten Einheiten
- **Messen von Flächen**; Umrechnen von Flächeneinheiten
- **Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat**
- Oberfläche von Quader und Würfel; - Sachaufgaben

- **M 5.6 Raummessung (ca. 12 Std.)**
- **Aufbauend auf den Überlegungen zur Flächenmessung befassen sich die Schüler mit Fragen der Raummessung und bestimmen die Rauminhalte einfacher geometrischer Körper**.
- Vergleich von Rauminhalten mit ungenormten und genormten Einheiten
- **Messen Rauminhalte; Umrechnung Raumeinheiten (mm³ / m³, ml, cl, l, hl)**
- **Volumen von Würfel und Quader; - Sachaufgaben**

UNIVERSITÄT PASSAU

-Extremwertproblematik-

M 8.1 Terme (ca. 22 Std.)

Unter weitgehender geometrischer Veranschaulichung (z. B. Fläche, Umfang) vertiefen und festigen die Schüler die Fertigkeit, mit Termen zu rechnen, sie umzuformen und zu vereinfachen. Sie verschaffen sich so Grundlagen, die in der Algebra immer wieder benötigt werden. Die Schüler erkennen, dass jeder Belegung der Variablen ein Termwert zugeordnet werden kann. Dadurch wird der Funktionsbegriff propädeutisch vorbereitet.

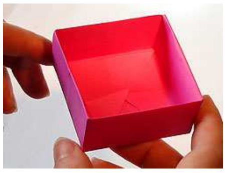
Aufbauend auf dem vertrauten Termbegriff begründen die Schüler die Äquivalenz von Termen, wobei sie bereits bekannte Regeln und Gesetze anwenden. Bei der Untersuchung quadratischer Terme entdecken die Schüler deren besondere Merkmale und entwickeln Verfahren, Extremwerte rechnerisch zu bestimmen. In besonderer Weise empfiehlt sich hierbei der Einsatz elektronischer Rechenhilfsmittel, z. B. des grafikfähigen Taschenrechners. Die Schüler wenden Terme in praxisnahen Aufgaben an.

- Termumformungen (auch Addition, Subtraktion und Multiplikation von Summentermen)
- Faktorisierung und binomische Formeln
- Extremwerte bei Termen der Form $ax^2 + bx + c$
- Bearbeitung praxisorientierter Aufgaben

UNIVERSITÄT PASSAU

Problemstellung

Die Kinder sollen aus einem Blatt Papier eine nach oben offene Schachtel (also ohne Deckel) basteln. Dazu dürfen sie falten und einschneiden und die Faltkanten verkleben. Die Schachtel soll ein möglichst großes Volumen besitzen.



UNIVERSITÄT PASSAU

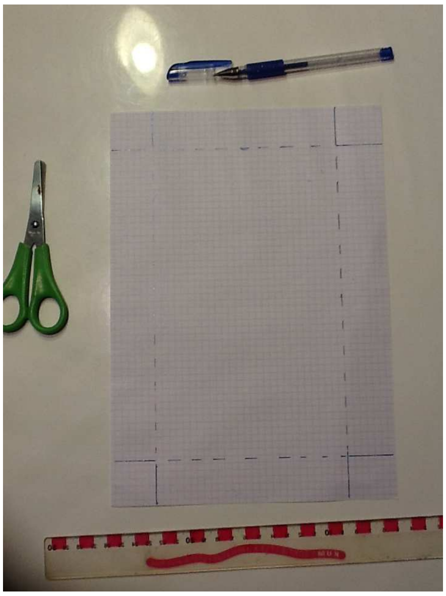
Problemstellung

Die Kinder werden in Gruppen eingeteilt und bearbeiten arbeitsteilig das Problem.
Jede Gruppe soll für eine Schnitthöhe (1cm - ?cm) die Schachtel bauen und die folgenden Maße bestimmen.
Seitenmaße, Grundfläche, Volumen.

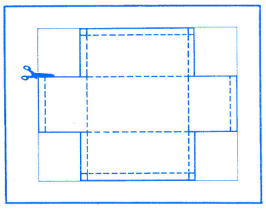
Alle Werte werden gemeinsam in eine vorbereitete Tabelle eingetragen und das Ergebnis ausgewertet.

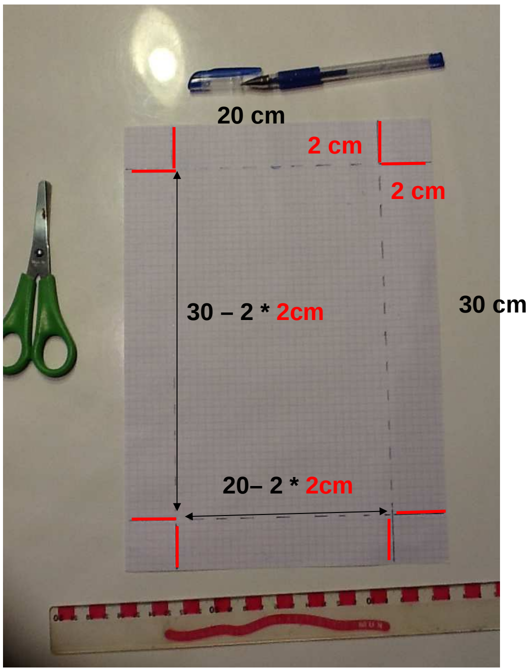
UNIVERSITÄT PASSAU

Vorgehensweise –TIPP-

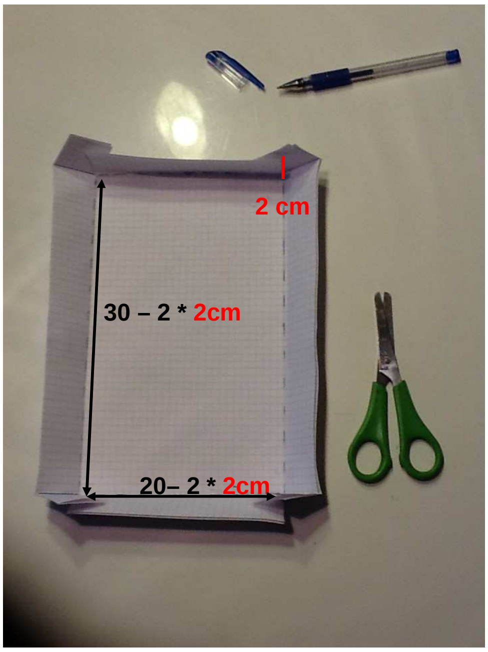


Um ein möglichst großes Volumen zu erhalten, darf sicherlich nicht zu viel Papier abgeschnitten bzw. „weg-gefaltet“ werden.





UNIVERSITÄT PASSAU



UNIVERSITÄT PASSAU

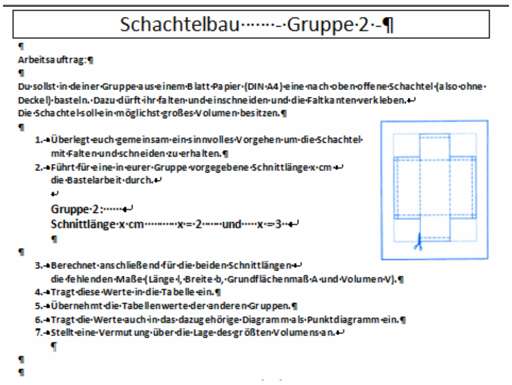
Interessante Fragestellungen

- Welche Schnittlängen für x sind möglich?
- Wie verändert sich die Grundfläche mit x ?
- Wie verändert sich das Volumen mit x ?
- Welche Proportionen besitzt die Schachtel mit V_{max}?
- Gibt es bei den Maßen der Schachteln etwas zu entdecken?

UNIVERSITÄT PASSAU

Gruppenarbeit

- Jede Gruppe bastelt eine Schachtel und berechnet die Werte für zwei Schachtel.
- Alle Werte werden zusammengefasst und in eine Tabelle eingetragen.
- Alle Werte werden in ein Diagramm eingetragen.
- Es wird ein Wert für das Volumenmaximum angenähert.



Schachtelbau – Gruppe 2 –

Arbeitsauftrag:

Du sollst in deiner Gruppe aus einem Blatt Papier (DIN A4) eine nach oben offene Schachtel (also ohne Deckel) basteln. Dazu dürft ihr falten und einschneiden und die Faltkanten verkleben.
Die Schachtel soll ein möglichst großes Volumen besitzen.

1. Überlegt euch gemeinsam ein sinnvolles Vorgehen um die Schachtel mit Falten und schneiden zu erhalten.
2. Führt für eine in eurer Gruppe vorgegebene Schnittlänge x cm die Bastelarbeit durch.

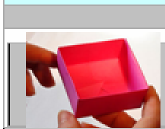
   Gruppe 2:
   Schnittlänge x cm x = 2 und x = 3

3. Berechnet anschließend für die beiden Schnittlängen die fehlenden Maße (Länge l, Breite b, Grundflächenmaß A und Volumen V).
4. Tragt diese Werte in die Tabelle ein.
5. Übernehmt die Tabellenwerte der anderen Gruppen.
6. Tragt die Werte auch in das dazugehörige Diagramm als Punktdiagramm ein.
7. Stellt eine Vermutung über die Lage des größten Volumens an.

UNIVERSITÄT PASSAU

Numerische Wertetabelle zum Schachtelbau

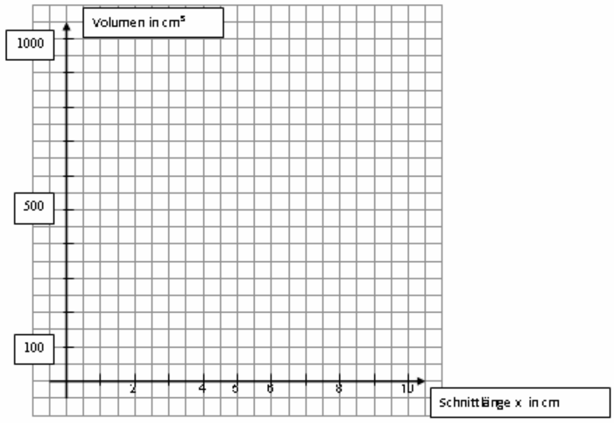
Numerische Wertetabelle zum Schachtelbau:



Schachtelbau										
	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 4	Gruppe 5	Gruppe 5
Einschnitt x in cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Länge l in cm										
Breite b in cm										
G-Fläche A in cm²										
Volumen V in cm³										

UNIVERSITÄT PASSAU

Grafische Wertetabelle (Punktediagramm) zum Schachtelbau:



Datei Bearbeiten Ansicht Einfügen Format Extras Daten Fenster ?

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Schachtelbau										
	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 4	Gruppe 5	Gruppe 5
Einschnitt x in cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Länge l in cm										
Breite b in cm										
G-Fläche A in cm²										
Volumen V in cm³										

Numerische Wertetabelle

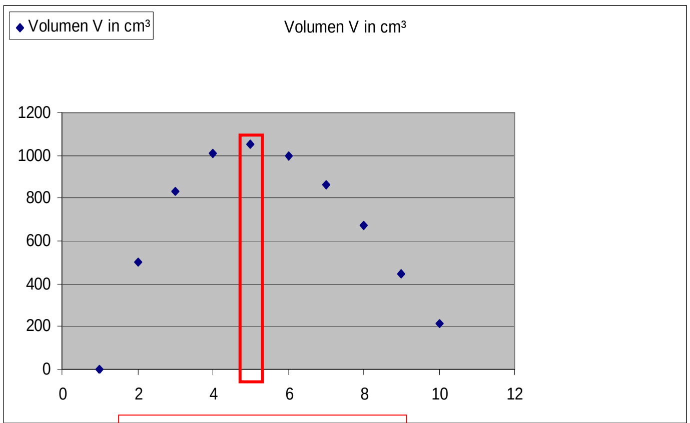
Schachtelbau

	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 4	Gruppe 5	Gruppe 5
Einschnitt x in cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Länge l in cm	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12
Breite b in cm	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
G-Fläche A in cm²	600	504	416	336	264	200	144	96	56	24
Volumen V in cm³	0	504	832	1008	1056	1000	864	672	448	216

Vermutetes Maximum

UNIVERSITÄT PASSAU

Grafische Wertetabelle



Vermutetes Maximum

UNIVERSITÄT PASSAU

Interessante Fragestellungen

- Welche Schnittlängen für x sind möglich?
  10 < x < 0 (natürliche Zahlen)
- Wie verändert sich die Grundfläche mit x ?
  Je größer x, desto kleiner wird die Grundfläche
- Wie verändert sich das Volumen mit x ?
  V steigt an bis zu x = 4 um dann wieder abzunehmen.
- Welche Proportionen besitzt die Schachtel mit V_{max}?
  (22 cm * 12 cm * 4 cm)
- Gibt es bei den Maßen der Schachteln etwas zu entdecken?

Erweiterung der Auswertung

Schachtelbau

	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 4	Gruppe 5	Gruppe 5
Einschnitt x in cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Länge l in mm	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12
Breite b in mm	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
G-Fläche A in cm²	600	504	416	336	264	200	144	96	56	24
Volumen V in cm³	0	504	832	1008	1056	1000	864	672	448	216

Erweiterung der Auswertung

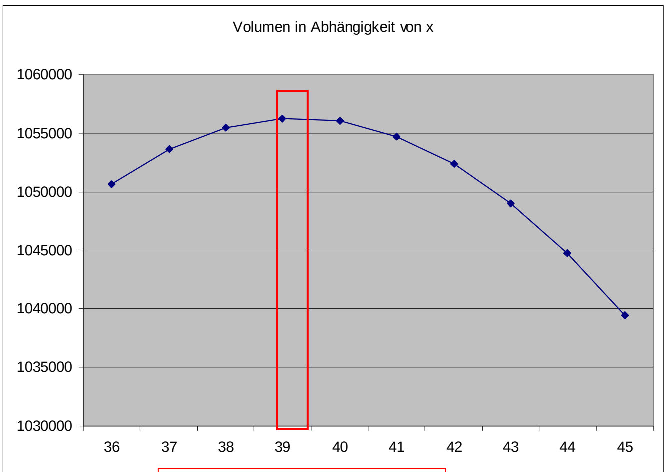
Schachtelbau

	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 4	Gruppe 5	Gruppe 5
Einschnitt x in mm	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Länge l in mm	228	226	224	222	220	218	216	214	212	210
Breite b in mm	128	126	124	122	120	118	116	114	112	110
G-Fläche A in mm^2	29184	28476	27776	27084	26400	25724	25056	24396	23744	23100
Volumen V in mm^3	1050624	1053612	1055488	1056276	1056000	1054684	1052352	1049028	1044736	1039500

Vermutetes Maximum

UNIVERSITÄT PASSAU

Erweiterung der Auswertung



Vermutetes Maximum

UNIVERSITÄT PASSAU

Lehrplan Gymnasium

M 11.1.4 Anwendungen der ersten Ableitung (ca. 11 Std.)
Die Schüler erkennen, dass mithilfe der Ableitungsfunktion präzisere Aussagen über den Verlauf von Funktionsgraphen und das Änderungsverhalten von Funktionen gemacht werden können. Mit dem Newton-Verfahren lernen sie, ein effizientes iteratives Verfahren anzuwenden, das mithilfe der Ableitung Näherungswerte für Nullstellen liefert, die sich mit den bisherigen Kenntnissen nicht berechnen lassen.

Monotonie und lokale Extremwerte
Untersuchung rationaler Funktionen
Newton-Verfahren

UNIVERSITÄT PASSAU

Erweiterung 9/10 Klasse RS mit GTR

Betrachtungsfenster:
X_{min} = 0; X_{max} = 10; scale: 2; dot: 0,079….
Ymin = -1; Ymax = 1200; scale: 200;

Tmin = 0; Tmax = 1200; ptch: 0,062….

Betrachtungsfenster:
X_{min} = 3; X_{max} = 5; scale: 2; dot: 0,079….
Ymin = -1; Ymax = 1200; scale: 200;

Tmin = 0; Tmax = 1200; ptch: 0,062….

Trace:
x = 3,920634921   y = 1056,305383

UNIVERSITÄT PASSAU

Gymnasium (CAS)

Funktion f mit $y = (20-2x)\cdot(30-2x)\cdot x$ G = IRxIR

Funktion f mit $y = 4x^3 - 100x^2 + 600x$ G = IRxIR

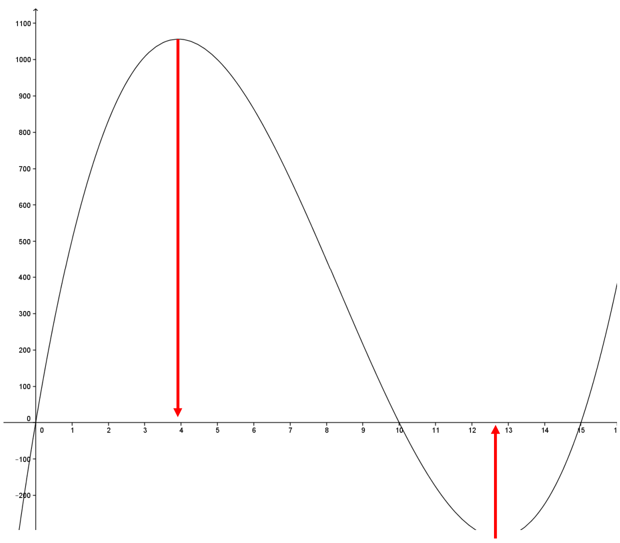
Ableitung f‘ $y' = 12x^2 - 200x + 600$ G = IRxIR

$$0 = 12x^2 - 200x + 600$$
$$\Leftrightarrow x_1 = 3{,}92375 \quad \text{und} \quad x_2 = 12{,}74$$

Maximum im Definitionsbereich für x (Schachtel)
x = 3,92375 also 3,9 war gut!

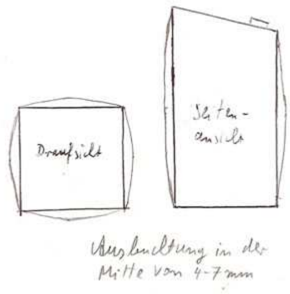
UNIVERSITÄT PASSAU

Erweiterung 9/10 Klasse (GTR) Gymnasium (CAS)



UNIVERSITÄT PASSAU

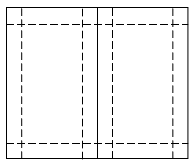
Fortführung



Milchtüte

Maße: Höhe 28 cm (Kleberand 0,5 cm) und Breite 28 cm

Funktion f mit $y = (27-2x)\cdot(14-4x)\cdot 2x$ $\quad G = IR^{+}x\, IR^{+}$



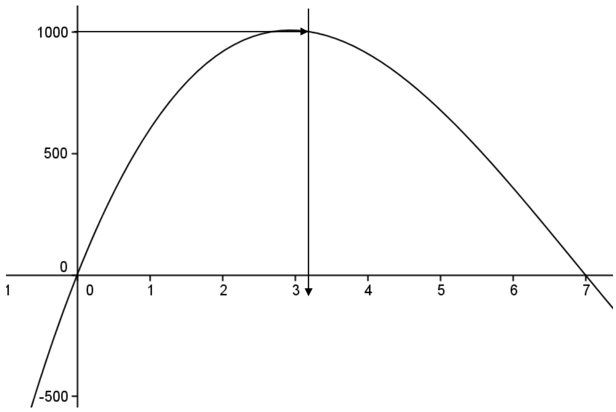
$y = 8x^3 - 164x^2 + 756x$

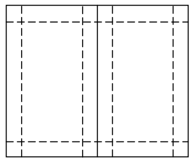
$1000 = 8x^3 - 164x^2 + 756x$

Lösung für x (Schachtel) $x = 3{,}2385$ (Näherung)

UNIVERSITÄT PASSAU

Milchtüte





$1000 = 8x^3 - 164x^2 + 756x$

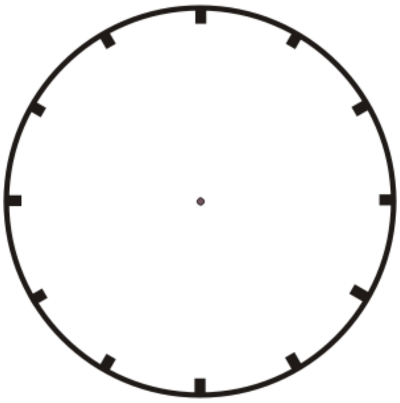
Fortführung -Milchtütenvergleich

Materialverbrauch:
Oberfläche
28cm x 28cm = 784cm²

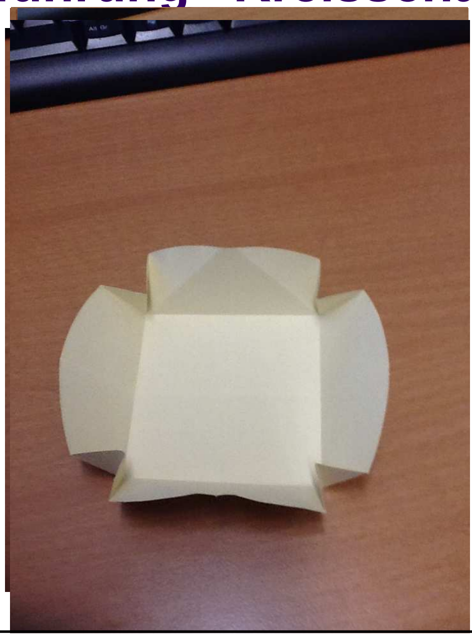
Materialverbrauch:
Oberfläche
27,1cm x 29,6cm = 802,16cm²

Materialverbrauch:
Oberfläche
31cm x 26cm = 806cm²

Fortführung –Kreisschatel-



Fortführung –Kreisschatel-



Fortführung –Kreisschatel-

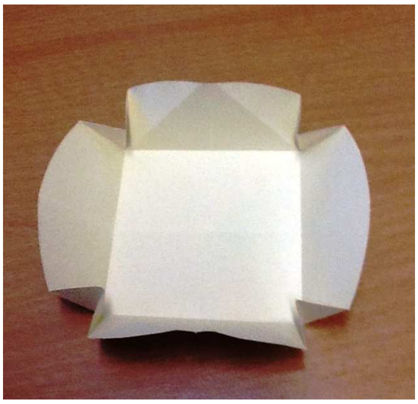
Maße:
Radius r = a cm
Fläche A = ($a^2 \cdot \pi$) cm^2

Länge der Strecke h:
(a $\cdot$cos30° - 0,5a) cm

Grundfläche Quadrat:
A = a^2 cm^2

Volumen Schachtel:

V = a^3(cos 30° - 0,5) cm^3



UNIVERSITÄT PASSAU

Probieren Sie es doch auch mal aus.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

UNIVERSITÄT PASSAU