DEPARTAMETO DE MATEMATICAS
MATE-3441/4441 Haces Fibrados
Primer Semestre de 2020
Profesor: Alexander Cardona
acardona@uniandes.edu.co

Un *haz fibrado* $\pi: F \to B$ sobre un espacio topológico B, usualmente con estructura de variedad y llamado la *base* del fibrado, es un espacio topológico F localmente trivial junto con una proyección sobre B cuya imagen inversa en cada punto de la base es llamada la fibra. Los haces fibrados han sido usados desde el siglo pasado como objeto auxiliar para estudiar la topología del espacio base B, usualmente a través de estructuras algebraicas (grupos, anillos, álgebras, etc.) que suelen variar según el contexto y las aplicaciones buscadas. Existen principalmente dos tipos de fibraciones usadas en geometría diferencial, los llamados haces vectoriales (cuya fibra es un espacio vectorial, a su vez dotado de otras estructuras) y los llamados haces principales (cuya fibra es un grupo de Lie), ambos relacionados a través de la teoría de representaciones.

A partir de una fibración es posible, mediante la noción de conexión y curvatura --a través de la teoría de Chern-Weil, asociar al espacio base sucesiones exactas de grupos (o anillos, según el contexto) que clasifican topológicamente tal espacio base. La clasificación anteriormente mencionada puede lograrse en varias formas, mediante diferentes representaciones (co-)homológicas que corresponden a distintas nociones de *equivalencia* de haces, la más general de todas siendo la llamada *K-teoría topológica*. El objetivo del curso es estudiar tal teoría de clasificación y algunas representaciones particulares de invariantes topológicos mediante clases características, en particular para variedades diferenciales suaves. El curso estará basado en el texto de E. Park, y algunas aplicaciones/extenciones de la teoría serán tomadas de las referencias complementarias que se adjuntan.

Cronograma

Semanas 1 y 2: Haces vectoriales y la construcción de Grothendieck

Semanas 3, 4 y 5: K-teoría, K-teoría relativa y reducida para espacios localmente compactos.

Semanas 6, 7 y 8: El caso de los espacios localmente compactos y periodicidad de Bott. Cálculos y aplicaciones.

Semanas 9 y 10: Sucesiones exactas, productos tensoriales y estructuras multiplicativas.

Semanas 11, 12 y 13: El isomorfismo de Thom, teoría de Chern-Weil y clases características.

Semanas 14, 15 y 16: Algunas aplicaciones y extensiones de la teoría.

Calificación

Habrá cuatro tareas (4 x 20% = 80%) y un examen final (20%).

Bibliografía

Texto principal:

E. Park. *Complex Topological K-Theory*, Cambridge University Press, 2008.

Referencias adicionales:

S. Sontz. *Principal Bundles: The Classical Case*, Springer-Verlag, 2015.

S. Morita. *Geometry of Characteristic Classes, American Mathematical Society*, 2001.

M. Karoubi. *K-Theory, an Introduction*, Springer-Verlag, 1978.